

УДК 551.46

НАКАТ ДЛИННЫХ УЕДИНЁННЫХ ВОЛН РАЗЛИЧНОЙ ПОЛЯРНОСТИ НА ПЛОСКИЙ ОТКОС

© 2014 г. И. И. Диденкулова^{1,2}, Е. Н. Пелиновский^{1,3,4}, О. И. Диденкулов¹

¹Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева
603950 Нижний Новгород, ГСП-41, ул. Минина, 24

E-mails: dii@hydro.appl.sci-nnov.ru, didenkulov@gmail.com

²Институт кибернетики при Таллинском техническом университете
12618 Таллинн, Эстония, Академия тее, 21

³Национальный исследовательский университет – Высшая школа экономики
603155 Нижний Новгород, ул. Б. Печерская, 25/12

⁴Институт прикладной физики РАН

603950 Нижний Новгород, ГСП-120, ул. Ульянова, 46

E-mail: pelinovsky@hydro.appl.sci-nnov.ru

Поступила в редакцию 18.03.2014 г., после доработки 02.04.2014 г.

Изучается процесс наката длинных уединённых волн различной полярности на берег в случае составного рельефа дна: плоский откос переходит в зону постоянной глубины. Подтверждено, что нелинейная деформация волны положительной полярности (гребня), приводящая к возрастанию ее крутизны, приводит к значительному возрастанию высоты наката. Показано, что нелинейные эффекты наиболее сильно проявляются при накате волн отрицательной полярности (впадин), при этом высота наката таких волн растет с возрастанием их крутизны и может превышать амплитуду падающей волны.

Ключевые слова: волны на воде, накат, длинные волны, берег, плоский откос, форма волны, полярность волны.

DOI: 10.7868/S0002351514050034

1. ВВЕДЕНИЕ

Аналитическая теория наката длинных волн на плоский откос, созданная первоначально Карриером и Гринспаном в 1958 году [1], активно разрабатывалась в последние годы; сошлемся здесь лишь на некоторые работы после 2005 г. [2–8]. Ссылки на более старые работы по накату можно найти в обзоре [9]. Особо отметим, что этот же подход оказался эффективным для исследования наката волн на берега узких бухт и каналов [10, 11]. При этом во всех перечисленных работах основное внимание, как правило, уделяется накату волн положительной полярности (гребней), полагая, что именно они и приводят к большим заплескам на берег. Однако, как было показано в [12], наличие волны отрицательной полярности (впадины) перед основным гребнем может привести к увеличению высоты наката волн на берегу – так называемый “эффект N -волны”. Эти выводы при прочих равных условиях остаются справедливыми как для волн малой амплитуды, когда спра-

ведлива линейная теория, так и для волн большой амплитуды, если последние не обрушаются. Накат как положительных, так и отрицательных уединенных обрушенных волн на берег изучался в [13] в приложении к вызванному ими транспорту наносов.

Между тем нелинейные эффекты проявляются по-разному для волн различной полярности, что продемонстрировано в [14–16] на примере трансформации волны в канале постоянной глубины в рамках нелинейной теории мелкой воды. Поскольку глубина воды под впадиной уменьшается, то нелинейные эффекты, приводящие к увеличению крутизны волны, проявляются там быстрее, чем в случае импульса положительной полярности (гребня). Это должно приводить к разнице в форме волны, подходящей к откосу, а не только в ее полярности, и волна отрицательной полярности должна иметь более крутой склон. Накат волн с крутым фронтом (первоначально синусоидальных) на плоский откос изучался в [17], где было

показано, что высота наката существенно возрастает с ростом крутизны волны, в то время как дальность отхода волны от берега практически от нее не зависит. Очевидно, что в какой-то мере подобный эффект должен проявляться и при накате волн только одной полярности. Именно его исследованию и посвящена настоящая статья.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК НАКАТА ВОЛН НА ПЛОСКИЙ ОТКОС

Аналитическая теория наката длинных волн на плоский откос подробно описана во многих работах (см., например, [9, 18]) и здесь не будет обсуждаться. Если волна подходит к берегу издали с глубины h , то расчет характеристик ее наката может быть выполнен в рамках так называемого двухэтапного подхода. На первом этапе рассчитываются следующие вспомогательные функции: $R(t)$ и $U(t)$, имеющие смысл вертикального смещения и горизонтальной скорости подвижного уреза в линейной теории. Так, для падающей уединенной волны с характерной высотой A и периодом T , находящейся на расстоянии L от уреза

$$\eta_{in}(t) = Af(t/T) = A \int_{-\infty}^{\infty} B(\Omega) \exp(i\Omega\xi) d\Omega, \quad (1)$$

функции $R(t)$ и $U(t)$ могут быть найдены с помощью интеграла Фурье:

$$R(t) = \sqrt{\frac{4\pi L}{\lambda_0}} A \times \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{|\Omega|} B(\Omega) \exp\left[i\left(\Omega\xi + \frac{\pi}{4} \text{sign}(\Omega)\right)\right] d\Omega, \quad (2)$$

$$U(t) = \frac{1}{\alpha} \frac{dR}{dt},$$

где

$$\xi = t/T, \quad \Omega = \omega T, \quad \lambda_0 = \sqrt{gh}T,$$

$$B(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) \exp(-i\Omega\xi) d\xi, \quad (3)$$

Здесь α – тангенс угла берегового склона ($\alpha = h/L$), и g – ускорение свободного падения. Ось x направлена к берегу, так что положительные значения скорости соответствуют движению воды к берегу.

Затем вычисляются функции $r(t)$ и $u(t)$, определяющие “истинное” вертикальное смещение и горизонтальную скорость подвижного уреза в рамках нелинейной теории мелкой воды (именно эти

характеристики являются измеряемыми в экспериментах и наблюдениях):

$$u(t) = U\left(t + \frac{u}{\alpha g}\right), \quad (4)$$

$$r(t) = R\left(t + \frac{u}{\alpha g}\right) - \frac{1}{2g} U^2\left(t + \frac{u}{\alpha g}\right). \quad (5)$$

Отметим одно важное свойство, неоднократно отмечающееся в литературе: величины экстремумов функций $R(t)$ и $r(t)$, а также $U(t)$ и $u(t)$ совпадают между собой, так что вычисление экстремальных характеристик наката может производиться в рамках линейной теории длинных волн.

Приведенные выше формулы описывают накат необрушенных волн на плоский откос. Условие обрушения определяются так называемым критерием обрушения

$$Br = \frac{\max(d^2 R/dt^2)}{g\alpha^2}. \quad (6)$$

Если $Br > 1$, то волна обрушивается еще до подхода к берегу, поэтому все описанные выше формулы справедливы только при $Br \leq 1$. Параметр обрушения легко подсчитывается с помощью формулы (2) в рамках линейной теории. В случае наката обрушенных волн аналитическая теория мелкой воды не работает.

3. НАКАТ УЕДИНЕННОЙ ВОЛНЫ НА ПЛОСКИЙ ОТКОС

Для проведения конкретных расчетов необходимо конкретизировать параметры волны и характеристики откоса. Для наглядности здесь и далее будем использовать характерные размеры Большого волнового канала Ганноверского университета Германии с откосом 1 : 6 и глубиной 3.5 м, учитывая, что в этом бассейне недавно была выполнена серия экспериментов по накату длинных волн на плоский откос [19].

Пусть падающая на откос волна имеет солитоноподобную форму положительной полярности (гребень):

$$\eta_{in}(t) = A \text{ch}^{-2}(t/T), \quad (7)$$

где $A = 0.2$ м – высота начальной волны, и $T = 6$ с – ее характерный полупериод (рис. 1а). Рассчитанная по формулам (2) и (5) зависимость вертикального смещения подвижного уреза от времени показана на рис. 1б. Видно, что изначально положительный импульс высотой 0.2 м трансформируется на берегу в знакопеременную волну, где за повышением уровня с максимальной высотой 0.47 м следует его опускание на максимальную глубину 0.19 м. Видна задержка во времени в 7 с в колебаниях уреза по сравнению с падающей волной, связанная со вре-

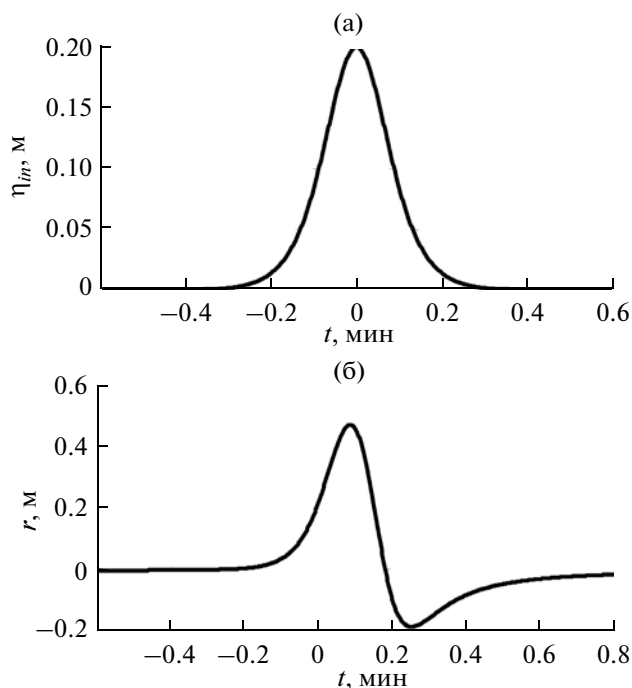


Рис. 1. Накат солитоноподобного импульса положительной полярности на плоский откос: форма начальной волны (а), колебания подвижного уреза (б).

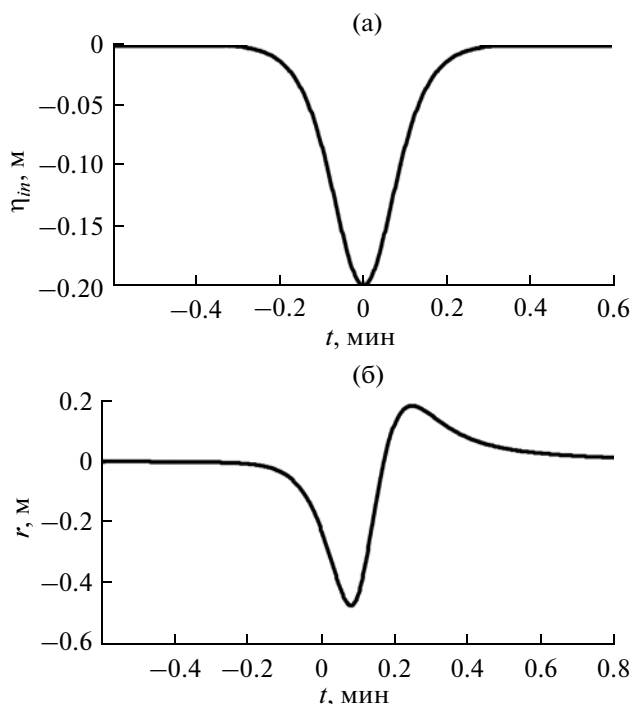


Рис. 2. Накат солитоноподобного импульса отрицательной полярности на плоский откос: форма начальной волны (а), колебания подвижного уреза (б).

менем добегаания волны до берега. Отметим также, что вертикальные колебания уреза $r(t)$ имеют гладкую форму, что говорит о низком значении параметра обрушения Br . В частности, для нашего случая параметр $Br = 0.1$.

Аналогичная ситуация наблюдается при накате на плоский откос солитоноподобного импульса отрицательной полярности (рис. 2а). В этом случае изначально отрицательный импульс с $A = 0.2$ м приводит к отходу воды от берега на глубину 0.47 м, за которым следует подъем воды на высоту 0.19 м. Параметр обрушения при этом чуть больше, чем в случае наката положительного импульса, но по-прежнему мал: $Br = 0.16$. Отличие параметра обрушения при накате положительного и отрицательного импульсов объясняется тем, что нелинейные эффекты, которые, в частности, выражаются в крутизне волнового фронта, всегда проявляются сильнее во впадине волны, нежели на ее горбе [14–16].

Таким образом, накат волн разной полярности на плоский откос приводит к простому изменению значений экстремальных характеристик наката, хотя форма колебаний уреза меняется, что особенно заметно при увеличении амплитуды падающей волны (мы не приводим соответствующие графики).

4. НАКАТ ДЛИННОЙ ВОЛНЫ НА БЕРЕГ ИЗ ЗОНЫ ПОСТОЯННОЙ ГЛУБИНЫ

Указанная выше “симметрия” в экстремальных характеристиках наката теряется, если перед тем, как подойти к откосу, волна распространяется в бассейне постоянной глубины на расстояние X (рис. 3). В этом случае сначала происходит нелинейная трансформация длинной волны, описываемая так называемой Римановой волной [14]

$$\eta(x, t) = \eta_{in} \left(t - \frac{x - X - L}{V(\eta)} \right), \quad (8)$$

$$V(\eta) = 3\sqrt{g(h + \eta)} - 2\sqrt{gh},$$

и это решение справедливо в области постоянной глубины ($-X < x < -L$).

В результате к откосу ($x = -L$) подходит волна с крутым фронтом, и дальнейший расчет ее наката на плоский откос определяется по формулам (2)–(5). На рис. 4 представлена форма волны в начале и конце участка бассейна постоянной глубины $h = 3.5$ м и длиной $X = 270$ м. Сплошной линией изображен уже рассмотренный выше импульс (1) с высотой $A = 0.2$ м и полупериодом $T = 6$ с, а штриховой линией – нелинейно деформированная форма, образовавшаяся после распространения этого импульса в 270-метровом бассейне (при его подходе к откосу). Ясно видно, что волна ста-

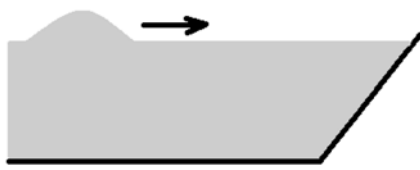


Рис. 3. Геометрия составной задачи.

ла асимметричной с крутым передним фронтом. Задержка во времени связана со временем распространения волны вдоль канала.

Накат такого нелинейно деформированного импульса показан на рис. 5. Из рисунка видно, что подъем уровня воды на берегу сменяется отходом воды от берега, как и в ранее рассмотренном случае, однако количественные характеристики наката существенно изменились. Высота подъема уровня воды на берегу теперь равна 0.60 м (вместо старых 0.47 м), а глубина отката 0.14 м (вместо 0.19 м). Как и подчеркивалось в [17], крутизна переднего фронта влияет на высоту наката сильнее, чем на глубину отката. Также колебания уреза отличаются острым пиком на стадии максимального наката, что также отражено в значении параметра обрушения, который теперь значительно больше $Br = 0.21$. Крутой передний фронт на рис. 5б свидетельствует о более высокой скорости наката волны на берег, чем в случае, показанном на рис. 1б. Отметим также, что на рис. 1б максимальная скорость наката наблюдалась на стадии отката волны (промежуток времени между максимальным накатом и максимальным откатом волны), теперь же эта стадия проходит относительно плавно, а максимальная скорость наблюдается при накате переднего фронта волны.

Аналогично можно рассмотреть распространение и накат солитоноподобного импульса отрицательной полярности (все характерные параметры падающего импульса такие же) вдоль составной геометрии, изображенной на рис. 3. Нелинейная деформация такого импульса в бассейне постоянной глубины проходит аналогично рис. 4, рассмотренному выше, за исключением того, что крутым теперь становится не передний, а задний склон волны (рис. 6), что совпадает с нашими ожиданиями, поскольку нелинейность сильнее действует во впадине.

Последующий накат такого импульса на плоский откос показан на рис. 7. Видно, что, как и при накате симметричного солитоноподобного импульса отрицательной полярности (рис. 2), колебания уреза представляют собой знакопеременное смещение и сначала вода отходит от берега, а потом накатывается на него. Однако форма этих

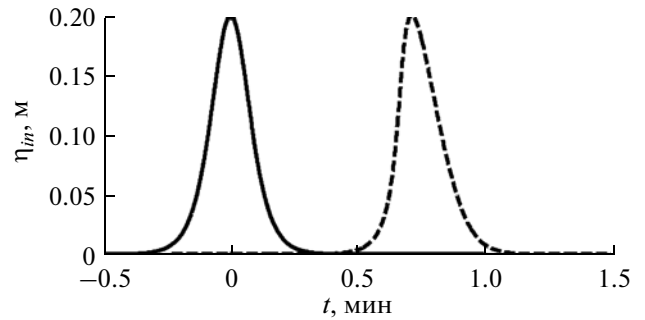


Рис. 4. Нелинейная деформация импульса положительной полярности (гребня) при его распространении в 270-метровом бассейне постоянной глубины 3.5 м.

колебаний сильно изменена. В частности, как и при накате деформированного импульса положительной полярности, колебания наката значительно смещены в сторону положительных значений. Теперь максимальная глубина отката равна 0.38 м (а раньше была 0.47 м), а максимальная высота наката равна 0.32 м (вместо 0.19 м). Важно подчеркнуть, что хотя начальная волна представляла собой только впадину, уровень подъема воды на побережье превысил амплитуду волны. На промежутке времени от максимального отката до максимального наката наблюдается крутой склон, со-

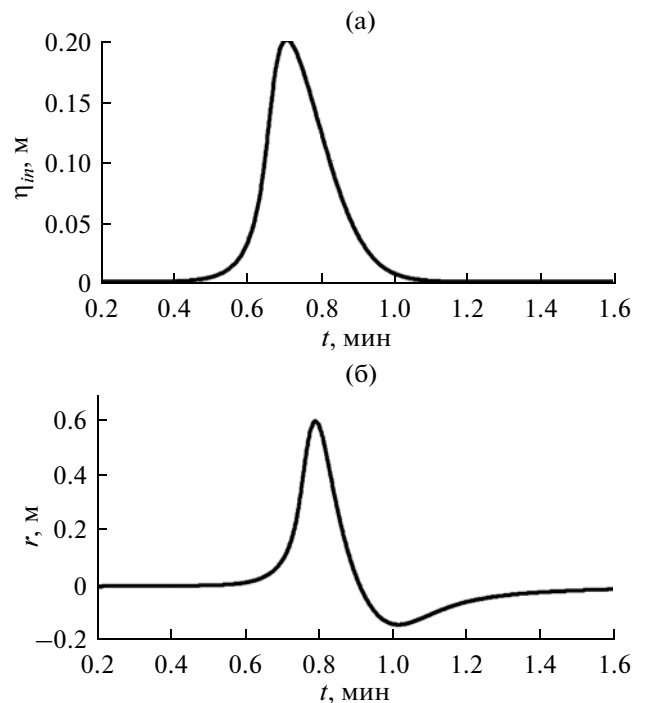


Рис. 5. Накат нелинейно деформированного импульса положительной полярности на плоский откос: форма волны на кромке откоса (а), колебания подвижного уреза (б).

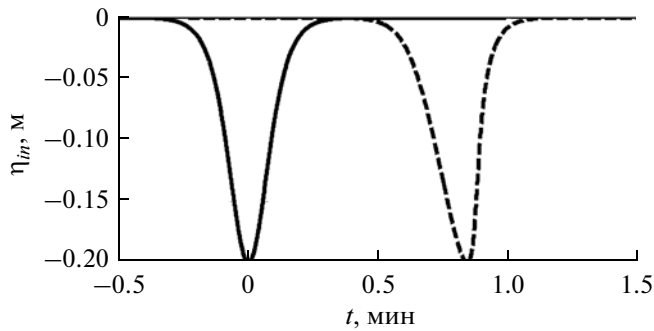


Рис. 6. Нелинейная деформация импульса отрицательной полярности при его распространении в 270-метровом бассейне постоянной глубины 3.5 м.

ответствующий высокой скорости наката, а на стадии максимального наката колебания уреза имеют острый пик, который отвечает высокому значению параметра обрушения $Br = 0.89$, демонстрируя, что волна близка к обрушению. Таким образом, при накате нелинейно деформированного импульса отрицательной полярности можно получить колебания уреза с близкими по величине значениями положительной и отрицательной амплитуды, что существенно меняет сложившиеся взгляды на накат волн отрицательной полярности.

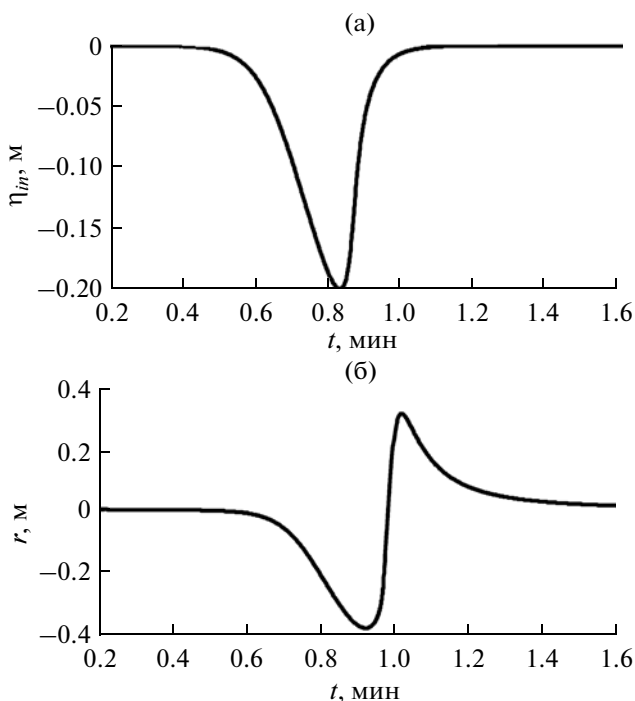


Рис. 7. Накат нелинейно деформированного импульса отрицательной полярности на плоский откос: форма падающей волны на кромке откоса (а), колебания уреза (б).

5. НАКАТ СОЛИТОНА НА БЕРЕГ ИЗ ЗОНЫ ПОСТОЯННОЙ ГЛУБИНЫ

Описание волнового процесса было сделано выше в рамках нелинейной теории мелкой воды. Между тем если начальная волна имеет относительно малую амплитуду (по сравнению с глубиной) и длину, то эффекты дисперсии становятся существенными, приводя к разбиению начального импульса на солитоны или формированию ундулярного бора на теле очень длинной волны. Этот процесс хорошо изучен в рамках уравнения Кортевега-де Фриза [18, 20] для волн в бассейне постоянной глубины:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \sqrt{gh} \frac{\partial}{\partial x} \left(\eta + \frac{3}{4h} \eta^2 + \frac{h^2}{6} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (9)$$

В то же время зона наката обычно является не протяженной, и на ней эффекты дисперсии не успевают проявиться. Поэтому в зоне наката достаточно использовать нелинейную теорию мелкой воды, расчетные формулы для которой приведены в разделе 2. Задача о накате солитона на плоский откос (без учета зоны постоянной глубины) была ранее подробно рассмотрена в [21]. На кромке откоса задавался солитон, представляющий собой решение уравнения Кортевега-де Фриза:

$$\eta_{in}(t) = A \operatorname{ch}^{-2} \left(\sqrt{\frac{3Ag}{4h^2}} t \right), \quad (10)$$

при этом максимальная высота подъема уровня воды на побережье описывалась аналитической формулой [21]

$$R_{\max} = 2.8312 \sqrt{Lh} \left(\frac{A}{h} \right)^{5/4}, \quad (11)$$

которая может быть получена из приведенного выше уравнения (2).

Учет зоны постоянной глубины перед откосом не меняет этот результат¹, поскольку при распространении такого солитона в бассейне постоянной глубины его параметры остаются неизменными. Таким образом, при распространении солитона малой амплитуды в бассейне составной геометрии, представленной на рис. 3, ситуация сводится к задаче о накате солитона на откос. Для наглядности воспроизведем здесь расчет, по существу повторяющий выполненный в работе [21] (см. рис. 8). Высоту солитона возьмем равной $A = 0.1$ м, а полупериод с учетом (10) будет $T \approx 4$ с. Форма колебаний уреза качественно совпадает с рис. 1, однако соответствующие значения отличаются. Так, максимальная высота наката равна 0.28 м, а глубина отката равна 0.11 м. Как видим,

¹ На самом деле имеет место слабая трансформация на кромке шельфа [6], и высота наката может измениться на величину, пропорциональную A/h .

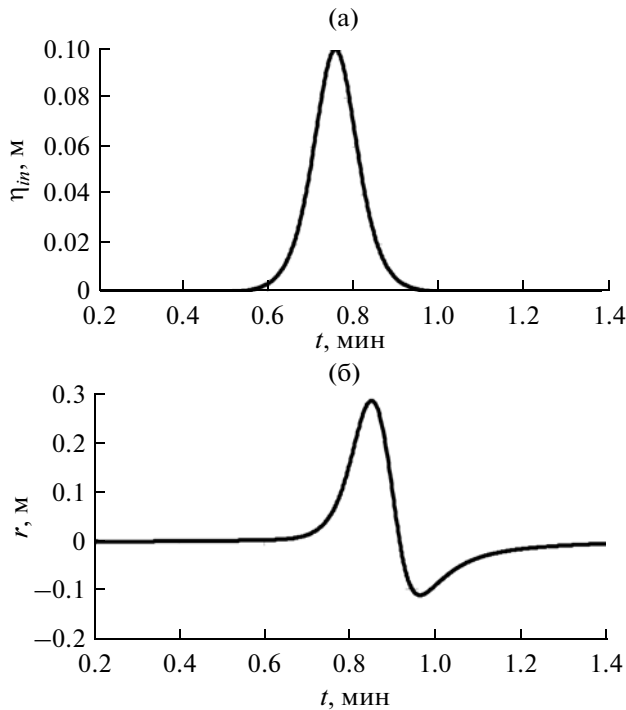


Рис. 8. Накат солитона на плоский откос: форма волны на кромке откоса (а), колебания подвижного уреза (б).

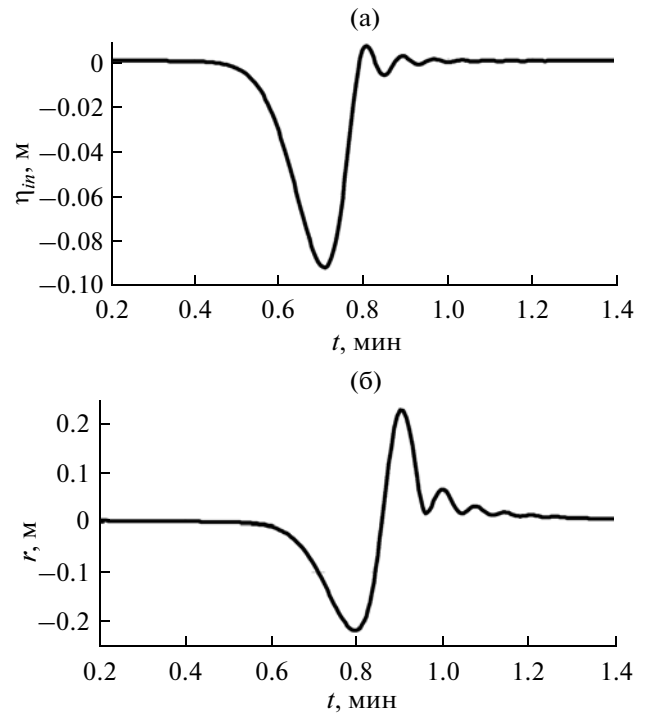


Рис. 9. Накат волны отрицательной полярности на составной берег: форма волны на кромке откоса (а), колебания подвижного уреза (б).

высота подъема уровня воды на побережье почти в три раза превышает высоту волны. Отметим, что рассчитанный параметр обрушения $Br = 0.13$, так что волна далека от обрушения. Подчеркнем еще раз, что полученный результат не зависит от длины зоны постоянной глубины, так как из-за нее меняется только задержка сигнала.

Учет дисперсии кардинально влияет на трансформацию и накат волны отрицательной полярности. Начнем с того, что солитона отрицательной полярности не существует (см. формулу (10), в которой нельзя поменять знак амплитуды). Начальный импульс отрицательной полярности (впадина) в бассейне постоянной глубины на больших расстояниях трансформируется в волновой пакет, напоминающий волну Эйри [18, 20]. На рис. 9а показана форма волны отрицательной полярности высотой 0.1 м после его распространения в 270-метровом бассейне глубиной 3.5 м; начальная волна принималась в форме (10) с изменением знака. Численный расчет был сделан в рамках уравнения Кортевега-де Фриза (9). Видно, что начальный импульс немного потерял в амплитуде (0.093 м) при распространении, поскольку его энергия излучилась в дисперсионный хвост. Отметим, что его задний склон заметно укрутился, как и ранее для более длинного импульса (рис. 7а), но теперь за ним следуют небольшие осцилляции. Для сравнения скажем, что если бы дисперсия

игнорировалась, то волна бы опрокинулась на расстоянии 115 м от волнопродуктора (при длине бассейна в 270 м, что составляет примерно 5.6 длин волн). Важно отметить, что увеличение крутизны заднего склона импульса на кромке откоса сильно повлияло на экстремальные характеристики наката. Глубина отката и высота наката равны соответственно 0.22 и 0.23 м. Параметр обрушения для отрицательного импульса, как и ранее, выше, чем для положительного, и равен $Br = 0.28$, что говорит о том, что волна все еще далека от обрушения.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано существование отличий в накате волн разной полярности на плоский откос. Даже в самом простом случае, когда симметричная длинная волна малой амплитуды (0.2 м на глубине 3.5 м) задается на самом откосе, уже нарушается симметрия в накате волн положительной и отрицательной полярности. Она выражается в отличиях в форме колебаний подвижного уреза для положительных (гребней) и отрицательных (впадин) волн. Волна отрицательной полярности отличается более крутым фронтом на урезе и соответственно большей скоростью движения уреза и большим значением параметра обрушения, чем положительная волна (рис. 16 и 26). Наиболее

сильно симметрия нарушается, если волна накатывается на берег, проходя перед этим зону постоянной глубины. Высота наката нелинейно деформированного импульса положительной полярности значительно увеличивается по сравнению с накатом симметричного импульса, а глубина отката уменьшается. То же самое происходит и с нелинейно деформированным импульсом отрицательной полярности, высота наката которого может приблизиться по величине к глубине отката. При накате же более коротких импульсов (солитонов), описываемых уравнениями Кортевега-де Фриза, различия становятся еще более явными. На стадии распространения в зоне постоянной глубины солитон не меняет своей формы, и его накат на плоский откос происходит по первому сценарию наката симметричного импульса, что отражается в большей высоте наката по сравнению с глубиной отката (глубина отката составляет ~40% от высоты наката). При накате же соответствующего импульса отрицательной полярности форма волны начинает деформироваться на ровном дне, и волна трансформируется в цуг волн с нелинейно деформированной головной волной, что приводит к близким по величине значениям высот наката и глубин отката.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МК-1146.2014.5, грантов РФФИ (№№ 14-02-00983, 14-05-00092, 13-05-97037), а также гранта ЕТФ8870. И.И. Диденкулова благодарит фонд Александра фон Гумбольдта. Для Е.Н. Пелиновского результаты получены в рамках выполнения базовой части государственного задания № 2014/133. Авторы благодарят А.В. Сергееву и А.В. Слюняева за ценные советы и помощь в расчете распространения волн в рамках уравнения Кортевега-де Фриза. Авторы выражают благодарность В.М. Кайстренко за интерес к этой работе и конструктивные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Carrier G.F.* Water waves of finite amplitude on a sloping beach // *Carrier G.F., Greenspan H.P.* // *J. Fluid Mech.* 1958. V. 4. P. 97–109.
2. *Бернацкий А.В., Носов М.А.* Роль донного трения в моделях наката на берег необрушающихся длинных волн цунами // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2012. Т. 48. № 4. С. 481–486.
3. *Диденкулова И.И., Куркин А.А., Пелиновский Е.Н.* Накат одиночных волн различной формы на берег // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2007. Т. 43. № 3. С. 419–425.
4. *Доброхотов С.Ю., Тироци Б.* Локализованные решения одномерной нелинейной системы уравнений мелкой воды со скоростью $c = \sqrt{x}$ // *Успехи мат. наук.* 2010. Т. 65. № 1. С. 185–186.
5. *Шерменева М.А., Шуган И.В.* Расчет наката волн на пологий откос // *Письма в ЖТФ.* 2006. Т. 32. № 2. С. 33–38.
6. *Antuono M., Brocchini M.* The boundary value problem for the nonlinear shallow water equation // *Studies Appl. Math.* 2007. V. 119. P. 71–91.
7. *Kanoglu U., Synolakis C.* Initial value problem solution of nonlinear shallow water-wave equations // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97. P. 148501.
8. *Tinti S., Tonini R.* Analytical evolution of tsunamis induced by near-shore earthquakes on a constant-slope ocean // *J. Fluid Mech.* 2005. V. 535. P. 33–64.
9. *Didenkulova I.* New trends in the analytical theory of long sea wave runup // *Applied Wave Mathematics: Selected Topics in Solids, Fluids, and Mathematical Methods: Heidelberg–Dordrecht–London–New York, Springer, 2009.* P. 265–296.
10. *Didenkulova I., Pelinovsky E.* Runup of tsunami waves in U-shaped bays // *Pure Appl. Geophys.* 2011. V. 168. Issue 6–7. P. 1239–1249.
11. *Didenkulova I., Pelinovsky E.* Nonlinear wave evolution and runup in an inclined channel of a parabolic cross-section // *Phys. Fluids.* 2011. V. 23. Issue 8. Article №: 086602.
12. *Tadepalli S., Synolakis C.* The runup of N-waves // *Proc. R. Soc. London. Ser. A.* V. 445. P. 99–112.
13. *Kobayashi N., Lawrence A.R.* Cross-shore sediment transport under breaking solitary waves // *J. Geophys. Res. Oceans.* 2004. V. 109. Article №: C03047.
14. *Диденкулова И.И., Пелиновский Е.Н., Заibo Н., Куркин А.А.* Крутизна и спектр нелинейно деформируемой волны на мелководье // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2006. Т. 42. № 6. С. 839–842.
15. *Пелиновский Е.Н., Родин А.А.* Трансформация сильно нелинейной поверхностной волны в мелководном бассейне // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2012. Т. 48. № 3. С. 383–390.
16. *Zahibo N., Didenkulova I., Kurkin A., Pelinovsky E.* Steepness and spectrum of nonlinear deformed shallow water wave // *Ocean Eng.* 2008. V. 35. Issue 1. P. 47–52.
17. *Диденкулова И.И., Заibo Н., Куркин А.А. и др.* Накат нелинейно деформированных волн на берег // *ДАН.* 2006. Т. 410. № 5. С. 676–678.
18. *Пелиновский Е.Н.* Гидродинамика волн цунами. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1996. 276 с.
19. *Denissenko P., Didenkulova I., Rodin A. et al.* Experimental statistics of long wave runup on a plane beach // *J. Coast. Res.* 2013. Issue 65. P. 195–200.
20. *Рыскин Н.М., Трубецков Д.И.* Нелинейные волны. М.: Физматлит, 2000. 272 с.
21. *Synolakis C.E.* The runup of solitary waves // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 185. P. 523–545.

Run-Up of Long Solitary Waves of Different Polarities on a Plane Beach**I. I. Didenkulova^{a, b}, E. N. Pelinovsky^{a, c, d}, and O. I. Didenkulov^a**^a *Alekseev State Technical University, Nizhnii Novgorod, 603950 Russia**e-mail: dii@hydro.appl.sci-nnov.ru, didenkulov@gmail.com*^b *Institute of Cybernetics at Tallinn University of Technology, Tallinn, 12618 Estonia*^c *National Research University, Higher School of Economics, Nizhnii Novgorod, 603155 Russia*^d *Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhnii Novgorod, 603950 Russia**e-mail: pelinovsky@hydro.appl.sci-nnov.ru*

Received March 18, 2014; in final form, April 2, 2014

Abstract—We study the run-up of long solitary waves of different polarities on a beach in the case of composite bottom topography: a plane sloping beach transforms into a region of constant depth. We confirm that nonlinear wave deformation of positive polarity (wave crest) resulting in an increase in the wave steepness leads to a significant increase in the run-up height. It is shown that nonlinear effects are most strongly pronounced for the run-up of a wave with negative polarity (wave trough). In the latter case, the run-up height of such waves increases with their steepness and can exceed the amplitude of the incident wave.

Keywords: surface waves in water, run-up of long waves on a coast, plane beach, wave shape, wave polarity