УДК 517.977.8;517.977.58

РЕГУЛЯТОР С ДИСКРЕТНО ИЗМЕНЯЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ[1]

В.Н. Афанасьев, А.А. Семион

Для класса динамических нелинейных объектов, подвергающихся неконтролируемым ограниченным возмущениям, предполагается возможность эквивалентного представления таких объектов в виде моделей с линейной структурой и параметрами, зависящими от состояния. Проблема управления формулируется в ключе дифференциальных игр, причем игра рассматривается с одним игроком, вторым же игроком является возмущение, действующее на объект. Линейность структуры преобразованной нелинейной системы и квадратичный функционал качества позволяют при синтезе оптимального управления перейти от необходимости поиска решений уравнения Гамильтона — Якоби — Айзекса к уравнению типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния. Основной проблемой реализации полученных при синтезе управлений является невозможность (в общем случае) решения алгебраического уравнения типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния, в темпе функционирования объекта.

Ключевые слова: нелинейная непрерывная динамическая система, дифференциальные игры, уравнение Гамильтона — Якоби — Айзекса, уравнение Риккати.

ВВЕДЕНИЕ

Сложность многих современных систем управления зачастую не позволяет получить заранее полное описание процессов, протекающих в системе, и ее взаимодействия со средой. Достаточно часто математическая модель системы управления учитывает лишь допустимые области изменения параметров управляемой системы и характеристик ее отдельных элементов без конкретизации самих этих параметров и характеристик. Указанные области могут определяться, например, интервальными ограничениями, соответствующими заданным техническим допускам на систему. В этих условиях получить аналитическое решение оптимальной задачи управления не представляется возможным.

Проблема управления при решении таких задач для получения гарантирующего результата может быть сформулирована в терминах дифференциальных игр, причем игра рассматривается с одним игроком, вторым же игроком служит возмущение, действующее на объект.

Начало развития теории дифференциальных игр относят к 1965 г., когда была опубликована работа Р. Айзекса (на русском языке — в 1967 г.) [1]. В работах Н.Н. Красовского и его учеников метод дифференциальных игр разрабатывался не только для задач преследования и наведения, но и для задач минимаксного управления [2, 3] — управления с гарантирующим результатом. В подобных работах игра рассматривается с одним игроком, вторым же игроком является возмущение, действующее на объект. Основная проблема, возникающая при реализации теоретических положений дифференциальных игр, связана с трудностями поиска решений уравнения Гамильтона — Якоби — Айзекса — скалярного уравнения в частных производных. Поэтому в основных работах теории дифференциальных игр конфликтующие участники игры описываются линейными дифференциальными уравнениями и функционалы задаются квадратическими [4]. Популярные методы синтеза управляющих воздействий для нелинейных систем связаны с приемами линеаризации нелинейных уравнений с помощью рядов Тейлора, представления нелинейных уравнений в эквивалентной форме линейных уравнений, но с параметрами, зависящими от состояния, линеаризацией нелинейных систем обратной связью по состоянию или по выходу. В настоящей статье проблема управления формулируется для класса нелинейных объектов, представимых в виде объектов с линейной структурой и параметрами, зависящими от состояния (State Dependent Coefficients — SDC). Линейность

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке Программы «Научный фонд НИУ ВШЭ» в 2014/2015 гг.».

структуры преобразованной нелинейной системы и квадратичный функционал качества позволяют при синтезе оптимального управления перейти от необходимости поиска решений уравнения Гамильтона — Якоби — Айзекса к уравнению типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния (State Dependent Riccati Equation — SDRE). Это и составляет основу SDRE-метода синтеза субоптимальных нелинейных систем управления [5, 6].

Несмотря на имеющиеся достаточно убедительные примеры применения SDRE-метода [7—11], остается множество проблем, связанных с ограничениями, налагаемыми на систему, неоднозначностью эквивалентных преобразований исходной системы, построением эффективных алгоритмов решений матричных уравнений Риккати с параметрами, зависящими от состояния, в темпе функционирования системы управления.

В данной статье задача управления нелинейным объектом, подвергающимся воздействию неконтролируемых возмущений, будет рассматриваться в более общем виде, а именно в терминах дифференциальной игры, что позволит обобщить ряд ранее опубликованных теоретических результатов и получить достаточно конструктивные решения в ряде постановок задач управления. Реализацию полученных при синтезе управлений предложено осуществлять решением уравнения Риккати с постоянными параметрами в счетном количестве точек траектории системы. Таким образом, параметры регулятора находятся для каждого промежутка времени между текущим значением состояния и следующим за ним.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть детерминированная нелинейная система описывается уравнением

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) + D(x)w(t) + B(x)u(t), \quad x(t_0) = x_0,$$
$$y(t) = Cx(t), \qquad (1)$$
$$u(t) \in U, \quad w(t) \in W, \quad t \in [t_0, T],$$

где $x(\cdot) \in C^1([t_0, T], R^n)$, $u(\cdot) \in C^1([t_0, T], R^r)$, $w(\cdot) \in C^1([t_0, T], R^k)$. Здесь $x(t)$ — состояние системы, $x(\cdot) \in \Omega_x$; $X_0 \in \Omega_x$ — множество возможных начальных условий системы; $y \in R^m$, m „ n — выход системы; $u(t)$ — управление; $w(t)$ — возмущение; $f(x)$, $D(x)$ и $B(x)$ — непрерывные матрицы-функции. Предполагается, что для всех x система (1) управляема и наблюдаема [12, 13]. Кроме того, будем полагать, что функции $f(x)$, $D(x)$ и $B(x)$ достаточно гладкие такие, что из любых точек $(t_0, x_0) \in R_+ \times \Omega_x$ выходило бы одно и только одно решение уравнения (1) $x(t, t_0, x_0)$ и был бы единственным соответствующий выход системы $y(t) = Cx(t, x_0)$.

Предполагается, что неконтролируемое возмущение $w(t)$, которое может быть как детерминированным, так и стохастическим, характеризуется отношением:

$$|w(t)| \le y(x(t)), \quad \forall t \ge 0,$$

где $|w_i(t)| \le \sigma_i(x(t))$, $i = \overline{1, k}$, $t \ge 0$, $\sigma_i(x(t)) \ge 0$ для всех $x(t) \in \Omega_x$ или в общем виде $w(t) \in W$.

Рассматривая возмущение $w(t)$ как действие некоторого игрока, противодействующего успешному выполнению задачи управления, сформулируем задачу управления в терминах дифференциальной игры двух игроков G_u и G_w. Управления $u(t) \in U$ и $w(t) \in W$ будут организовываться с помощью принципа обратной связи по состоянию.

Цель управления $u(t)$ при противодействии процесса $w(t)$ состоит в построении такого управляющего воздействия $\xi = (x(t), u(t), w(t))$, которое обеспечит выполнение заданного условия $|\Psi(x(T))| \le d$, $d > 0$, $\Psi(x(T)) \in R^q$.

Введем функционал качества дифференциальной игры

$$J(x, u, w) = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{T}\{y^T(t)Qy(t) + u^T(t)Ru(t) - $$
$$- w^T(t)Pw(t)\}dt. \qquad (2)$$

Здесь матрица Q, по крайней мере, положительно полуопределенная, матрицы R и P — положительно определенные. Предполагается, что ограничения, наложенные на процессы $u(t)$ и $w(t)$, можно учесть соответствующим назначением матриц R и P. Относительно верхнего предела функционала (2) будем считать, что время T задано, но такое, что задача дифференциальной игры в период $[t_0, T]$ выполнена.

При таком назначении верхнего предела функционала (2) (интервала управления, в котором может быть завершена дифференциальная игра) задача построения управляющего процесса $\xi = (x(t), u(t), w(t))$ может рассматриваться как задача синтеза оптимального управления с бесконечным интервалом управления ($T \to \infty$) [12].

Допустимыми элементами $\xi = (x(t), u(t), w(t))$ в поставленной задаче будем считать функции класса $x(\cdot) \in C^1([t_0, T], R^n)$, $u(\cdot) \in C([t_0, T], R^r)$, $w(\cdot) \in C([t_0, T], R^k)$.

Определение. Будем называть управляющий процесс $\xi_г = (x_г(t), u_г(t), w_г(t))$, $t \in [t_0, T_г]$, $T_г \le T$, гарантирующим выполнение задачи дифференциальной игры, заключающейся в достижении цели $|\Psi(x_г(T_г))| \le d$, $d > 0$, если $\xi_г$ доставляет локальный минимум функционалу (2) на решениях системы (1) при любых возмущениях $w(t)$, удовлетворяющих ограничению $|w(t)| \le \sigma(x(t))$, $\forall t \ge 0$. ♦

Отметим что, $J(\xi_г) \ge J(\xi)$ для любых управляющих процессов $\xi = (x(t), u(t), w(t))$, $t \in [t, T_г]$, для которых $|\Psi(x_г(T_г))| - |\Psi(x(T_г))| \ge 0$.

В основе необходимого для дальнейших исследований преобразования математической модели объекта (1) лежит методология «расширенной линеаризации», называемой также как «параметризация системы коэффициентами, зависящими от состояния» (SDC-линеаризация) [10].

Предположение 1. Функции $f(t)$ и $\partial f(x)/\partial x_i$, $i = 1, ..., n$, непрерывны по $x \in \Omega_x$ и $f(0) = 0$.

Предположение 2. Матрицы $D(x)$, $B(x)$ и $\partial D(x)/\partial x_i$, $\partial B(x)/\partial x_i$, $i = 1, ..., n$, непрерывны по $x \in \Omega_x$ и $D(x) \ne 0$, $B(x) \ne 0$, $x \in \Omega_x$. ♦

При выполнении предположений 1 и 2 с помощью SDC-линеаризации исходную нелинейную систему (1) можно представить в виде

$$\frac{d}{dt}x(t) = A(x)x(t) + D(x)w(t) + B(x)u(t),$$
$$x(t_0) = x_0, \quad y(t) = Cx(t), \qquad (3)$$

где $A(x)x(t) = f(x)$, $A(x)$, $D(x)$, $B(x)$: $x \in \Omega_x \to R^n$.

2. УРАВНЕНИЕ РИККАТИ С ПАРАМЕТРАМИ, ЗАВИСЯЩИМИ ОТ СОСТОЯНИЯ

Предположение 3. Пусть $f(x)$, $D(x)$ и $B(x)$ достаточно гладкие функции такие, что функция $V(x)$, определенная как

$$V(x) \triangleq \inf_{u \in U} \sup_{w \in W} J(x, u, w), \qquad (4)$$

дифференцируемая функция при любых допустимых стратегиях игроков G_w, $G_u \in L_2(0, \infty)$.

Предположение 4. Функция $V(x)$, определенная выражением (4), локально липшицева в Ω_x. ♦

Оптимальные стратегии с обратной связью в дифференциальной игре для игроков G_u и G_w в задаче, в которой время окончания переходного процесса большое по сравнению с динамикой системы, определяются выражениями [12]

$$u(t) = -R^{-1}B^T(x)\left\{\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right\}^T,$$
$$w(t) = P^{-1}D^T(x)\left\{\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right\}^T, \qquad (5)$$

где вектор $\partial V(x)/\partial x$ определяется решением уравнения Гамильтона — Якоби — Айзекса

$$\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}f(x) + \frac{1}{2}x^T C^T(t)QCx(t) - \frac{1}{2}\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)} \times$$
$$\times [B^T(x)R^{-1}B(x) - D^T(x)P^{-1}D(x)]\left\{\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right\}^T = 0$$

с граничным условием $V(0) = 0$ при управлениях (5), обеспечивающих устойчивость системе, $\lim_{t \to \infty} x(t) = 0$.

Исходная система с управлениями (5) определяется выражением

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) - [B^T(x)R^{-1}B(x) -$$
$$- D^T(x)P^{-1}D(x)]\left\{\frac{\partial V(x)}{\partial x(t)}\right\}^T, \quad x(t_0) = x_0, \qquad (6)$$

Если определить $(\partial V(x)/\partial x(t))^T$ как $S(x)x(t)$, т. е. $(\partial V(x)/\partial x(t))^T = S(x)x(t)$, то, как показано в работе [10], субоптимальные законы управления $w(t)$ и $u(t)$ с обратной связью в рассматриваемой задаче определяются выражениями

$$u(t) = -R^{-1}B(x)S(x)x(t),$$
$$w(t) = P^{-1}D(x)S(x)x(t), \qquad (7)$$

где положительно определенная матрица $S(x)$ является поточечным решением матричного уравнения типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния

$$S(x)A(x) + A^T(x)S(x) - S(x)[B^T(x)R^{-1}B(x) -$$
$$- D^T(x)P^{-1}D(x)]S(x) + C^TQC = 0. \qquad (8)$$

Тогда уравнение системы (6) можно переписать в виде

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) - \Pi(x)S(x)x(t),\ x(t_0) = x_0,$$
$$y(t) = Cx(t), \qquad (9)$$

где

$$\Pi(x) = B^T(x)R^{-1}B(x) - D^T(x)P^{-1}D(x).$$

Отметим, что система (9) устойчива, если матрица $\Pi(x)$, по крайней мере, положительно полуопределена для $\forall x \in \Omega_x$. Это нетрудно показать, применяя вторую теорему Ляпунова. Введем функцию Ляпунова $V_1(x)$ такую, что

$$\omega_1\{\|x\|\} \le V_1(x) \le \omega_2\{\|x\|\}, \quad dV_1(x)/dt \le -\omega_3\{\|x\|\},$$
$$\forall x \in \Omega_x,$$

где $\omega_i\{\|x\|\}$, $i = 1, 2, 3$, $\omega_i(0) = 0$, $\omega_i\{\|x\|\} > 0$, скалярные неубывающие функции. Как следует из второй теоремы Ляпунова, что если выполняется условие

$$\frac{dV_1(x)}{dt} = \frac{\partial V_1(x)}{\partial x}\frac{dx(t)}{dt} \le -\omega_3\{\|x\|\}, \qquad (10)$$

то система устойчива. Принимая во внимание выражение (9), перепишем условие (10):

$$\frac{\partial V_1(x)}{\partial x}\{f(x) - \Pi(x)S(x)x(t)\} \le -\omega_3\{\|x\|\}. \qquad (11)$$

Назначим функцию $V_1(x)$ в виде $V_1(x) = x^T(t)S(x)x(t)$ и $\omega_3\{\|x\|\}$ в виде $\omega_3\{\|x\|\} = x^T(t)C^TQCx(t)$.

После ряда трансформаций неравенство (11) будем иметь вид

$$\frac{d}{dt}V_1(x) = -x^TS(x)[B^T(x)R^{-1}B(x) - D^T(x)P^{-1}D(x)] \times \times S(x)x(t) = -x^TS(x)\Pi(x)S(x)x(t)\} \le 0, \quad \forall x,$$

что означает, что матрица $\Pi(x) = [g_2(x)R^{-1}g_2^T(x) - g_1(x)P^{-1}g_1^T(x)]$ должна быть для всех $x \in \Omega_x$, по крайней мере, положительно полуопределенной.

Таким образом, обеспечение положительной определенности матрицы $\Pi(x)$ благодаря соответствующему назначению в функционале качества (2) матриц штрафа P и R является ключевым для выполнения задачи управления в постановке дифференциальной игры, что гарантирует [2] успешное выполнение исходной задачи управления неопределенным нелинейным объектом.

Рассмотрим вопрос об использовании доступной информации о неконтролируемом возмущении. Эту информацию уместно использовать при назначении в функционале качества (2) матрицы штрафа P. Если имеется такое σ_i^*, что $\sigma_i^* \ge \sigma_i(x(t))$, $i = \overline{1, k}$, то диагональные элементы матрицы P для наименее благоприятного случая можно назначить в виде $p_{ii} = 1/\sigma_i^*$, т. е. $P = P(\sigma^*) = P^*$. Тогда, с учетом последнего, матрица R должна назначаться так, чтобы выполнялось условие положительной полуопределенности матрицы $\Pi(x)$, $\forall x \ne 0$.

Начальные условия системы $x(0)$ следует принять во внимание при назначении матрицы Q, т. е., с учетом того, что эта матрица должна быть, по крайней мере, положительно полуопределенной, то $Q = Q(\|x(0)\|)$.

3. РЕГУЛЯТОР С ДИСКРЕТНО ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

3.1. Стратегии дифференциальной игры

Как видно, реализация субоптимальных управлений вида (7) в задачах дифференциальных игр в нелинейной постановке задачи требует решения уравнения (8) в темпе функционирования объекта. Для задач достаточно большой размерности решение этого уравнения, матрицы которого являются функциями состояния объекта, представляется сложной проблемой.

Сделаем предположение о построении регулятора с дискретно изменяющимися параметрами. Разобьем интервал $[t_0, T]$ на N отрезков. Начало каждого отрезка имеет номер $i_0, i_1, ..., i_{N-1}$, которому соответствует состояние системы $x_0, x_1, ..., x_{N-1}$. Значения состояния системы x_i, соответствующие началу каждого из отрезков, определяют значения параметров матриц $A(x_i)$, $D(x_i)$, $B(x_i)$. Эти матрицы используются для вычисления положительно определенной матрицы $S(x_i)$:

$$S(x_i)A(x_i) + A^T(x_i)S(x_i) - S(x_i)[B^T(x_i)R^{-1}B(x_i) - D^T(x_i)P^{-1}D(x_i)]S(x_i) + C^TQC = 0. \qquad (12)$$

Таким образом, матрица $S(x_i)$ вычисляется в интервале $[t_0, T]$ в счетном количестве значений траектории x_i, $i = 0, 1, 2, ..., N - 1$. Вычисленное значение матрицы в i-й момент используется в регуляторе на всем интервале $\gamma_i - \gamma_{i+1}$, $i = 0, 1, ..., N$.

Управления на каждом интервале $\gamma_{j-1} - \gamma_j$, $j = 1, ..., N$, определяются выражениями

$$w_i(t) = P^{-1}D^T(x)S(x_i)x(t),$$
$$u_i(t) = -R^{-1}B^T(x)S(x_i)x(t). \qquad (13)$$

Траектория движения объекта с управлениями (16) определяется решением уравнения

$$\frac{d}{dt}x(t) = f(x) - [B(x)R^{-1}B^T(x) - D(x)P^{-1}D^T(x)] \times \times S(x_i)x(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad i = 0, ..., N - 1.$$

Отметим, что интервал $[t_0, T]$ зависит от возможностей устройства, реализующего вычисление матрицы $S(x_i)$ по формуле (12).

Очевидно, что при $\tau = t_{i+1} - t_i \to 0$, $i = 0, 1, 2, ..., N - 1$, т. е. при уменьшении интервалов разбиения, $\lim\limits_{\tau \to 0} S(x(t_i)) \to S(x(t_{i+1}))$, $i = 0, 1, ..., N - 1$.

3.2. Задача управления с разомкнутым контуром по возмущениям

Рассмотрим влияние возмущений на результат управления объектом, используя его модель (3). Пусть в качестве возмущений, действующих на входе объекта, будет белый шум $w(t)$ с характеристиками

$$M[w(t)] = 0, \quad M[w(t)w^T(\tau)] = W\delta(t - \tau),$$
$$M[x(t_0)w^T(t)] = 0$$

и пусть решение уравнения, описывающее исходную систему с изменяющимися от интервала к интервалу значениями параметров регулятора, описывается выражением

$$\frac{d}{dt}\hat{x}(t) = f(\hat{x}) - B(\hat{x})R^{-1}B^T(\hat{x})S(\hat{x}_i)\hat{x}(t) +$$
$$+ D(\hat{x})w(t),\ \hat{x}(t_0) = x_0,$$
$$y(t) = C\hat{x}(t)\ , \quad i = 0, ..., N - 1,$$

где матрица $S(\hat{x}_i)$ вычисляется в каждый момент i в соответствии с уравнением

$$S(\hat{x}_i)A(\hat{x}_i) + A^T(\hat{x}_i)S(\hat{x}_i) -$$
$$- S(\hat{x}_i)V(\hat{x}_i)R^{-1}B^T(\hat{x}_i)S(\hat{x}_i) + C^TQC = 0$$

и сохраняет свое значение в регуляторе $u(t) = -R^{-1}B^T(\hat{x})S(\hat{x}_i)\hat{x}(t)$ до следующего момента $i + 1$.

Уравнение для ковариационной матрицы $\hat{X}(t) = \mathrm{M}[\hat{x}(t_0)\hat{x}^T(t_0)]$ состояния объекта будет описываться соотношением [3]:

$$\frac{d}{dt}\hat{X}(t) = \left\{A(\hat{x}) - B(\hat{x})R^{-1}B^T(\hat{x})\left[\frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N-1}S_i\right]\right\} +$$
$$+ \hat{X}(t)\left\{A(\hat{x}) - B(\hat{x})R^{-1}B^T(\hat{x})\left[\frac{1}{N-1}\sum_{i=0}^{N-1}S_i\right]\right\}^T +$$
$$+ D(\hat{x})WD^T(\hat{x}),$$
$$\hat{X}(t_0) = M[x(t_0)x^T(t_0)].$$

Отметим, что при $\tau = t_{i+1} - t_i \to 0$, $i = 0, 1, 2, ..., N - 1$ значения параметров матрицы $\hat{X}(t)$ будут стремиться к значениям матрицы $X(t)$, т. е. $\hat{X}(t) \to X(t)$, которая определяется решением уравнения

$$\hat{X}(t) = \{A(x) - B(x)R^{-1}B^T(x)S(x)\}X(t) +$$
$$+ X(t)\{A(x) - B(x)R^{-1}B^T(x)S(x)\}^T + D(x)WD^T(x),$$
$$X(t_0) = M[x(t_0)x^T(t_0)].$$

4. ПРИМЕР

Рассмотрим пример из работы [14] (координатное управление спутником), усложнив его введением параметрических возмущений. Исследуемый нелинейный объект описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{a_1(t)}{3}x_2(t)x_3(t) \\ -a_2(t)x_1(t)x_3(t) \\ a_3(t)x_1(t)x_2(t) \end{pmatrix} +$$
$$+ \begin{pmatrix} b_1(t)u_1(t) \\ b_2(t)u_2(t) \\ b_3(t)u_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{pmatrix} w(t),$$
$$x_1(0) = 40, \quad x_2(0) = 30, \quad x_3(0) = 20.$$

Номинальные значения параметров объекта: $a_1 = 3$, $a_2 = 1$, $a_3 = 1$, $b_1 = 25$, $b_2 = 5$, $b_3 = 20$, $d_1(t) = d_2(t) = d_3(t) = 1$.

Возмущение: $w(t) = 15\omega(t)$, где $\omega(t)$ — белый шум.

Функционал

$$J(x, u, \omega) = \frac{1}{2}\int_0^T \{\|x(t)\|_Q^2 + \|u(t)\|_R^2 - \|w(t)\|_P^2\}dt,$$
$$Q = \mathrm{diag}[|x_1(0)|, |x_2(0)|, |x_3(0)|], \quad R = 1, \quad P = 1.$$

SDC-представление исходной системы:

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x_2(t) \\ -x_3(t) & 0 & 0 \\ 0 & x_1(t) & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} +$$
$$+ \begin{pmatrix} 25u_1(t) \\ 5u_2(t) \\ 20u_3(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} w(t).$$

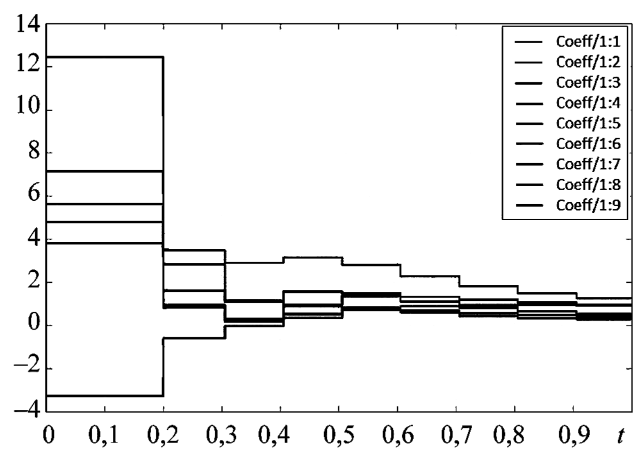

Рис. 1. График изменения коэффициентов регулятора

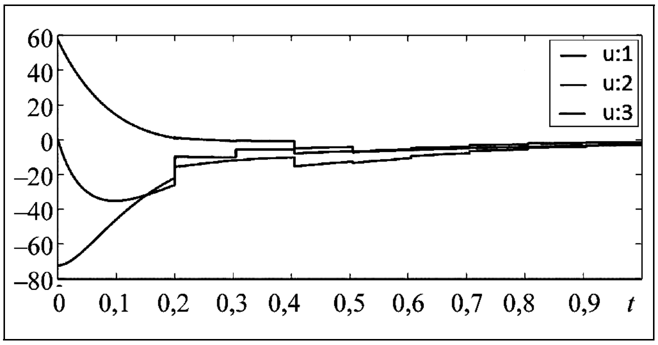

Рис. 2. График изменения управления

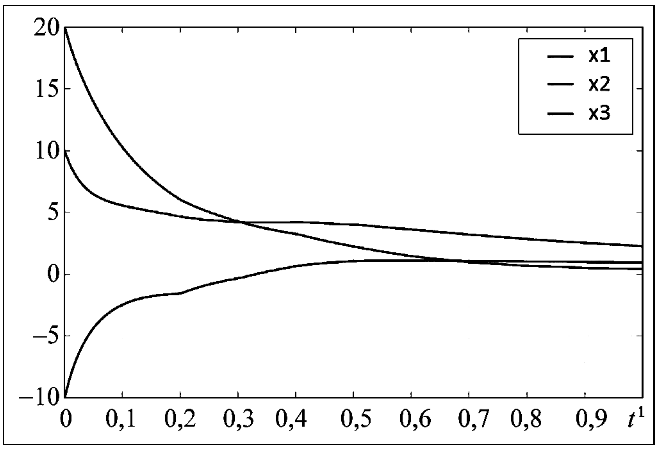

Рис. 3. График изменения состояний системы

Без учета нахождения значения матрицы $S(x_0)$ регулятор описывается уравнением

$$u(t_{i+1}, t_{i+2}) = -R^{-1}g_2(x)S(x_i)x(t),$$

где матрица $S(\hat{x}_i)$ отыскивается на отдельных интервалах переходного процесса решением уравнения

$$S(x_i)A(x_i) + A^T(x_i)S(x_i) - S(x_i)[g_2^T(x_i)R^{-1}g_2(x_i) - $$
$$- g_1^T(x_i)P^{-1}g_1(x_i)]S(x_i) + C^TQC = 0,$$

в котором

$$A(x_i) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & x_2(t_i) \\ -x_3(t_i) & 0 & 0 \\ 0 & x_1(t_i) & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{pmatrix}.$$

Графики переходных процессов в системе представлены на рис. 1—3.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод реализации алгоритма управления нелинейным неопределенным динамическим объектом с помощью решения уравнения Риккати с квазипостоянными значениями параметров на отдельных этапах переходного процесса. С увеличением вычислительной мощности процессоров интервалы, для которых вычисляются параметры регулятора, могут уменьшаться, приближая решение задачи управления нелинейным объектом к оптимальному.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Айзекс Р.* Дифференциальные игры. — М.: Мир, 1967. — 479 с.
2. *Красовский Н.Н., Третьяков В.Е.* Задачи управления с гарантированным результатом. — Свердловск, 1986. — 64 с.
3. *Субботин А.И.* Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона — Якоби. — М.: Наука, 1991. — 216 с.
4. *Понтрягин Л.С., Мишенко Е.Ф.* Задача об уклонении от встречи в линейных дифференциальных играх // Дифференциальные уравнения. — 1971. — Т. 7, № 3. — С. 436—445.
5. *Афанасьев В.Н.* Концепция гарантированного управления в задачах управления неопределенным объектом // Изв. РАН: Теория и системы управления. — 2010. — № 1. — С. 16—23.
6. *Afanasiev V.N.* Guaranteed control of feedback linearizable nonlinear object // American Institute of Physics. Conference Proc. of 9-th Intern. Conf. on Mathematical Problems in Engineering, Aerospace and Science. — 2012. — Vol. 1493/1. — P. 13—19.
7. *Mrasek C.P.* SDRE autopilot for dual controlled missiles // Proc. 17th IFAC Sympos. on Automatic Control in Aerospace. Toulouse, France, 2007.
8. *Friedland B.* Quasi Optimal Control and the SDRE method // Ibid.
9. *Salnci M.U., Gokbilen B.* SDRE missile autopilot design using sliding mode control with sliding surfaces // Ibid.
10. *Çimen Tayfun.* On the Existence of Solutions Characterized by Riccati Equations to Infinite-Time Horizon Nonlinear Optimal Control Problems // Proc. 18th World Conf. IFAC, Milano (Italy) 28.08. — 2.09. 2011. — P. 9620—9626.
11. *Ruderman M., Weigel D., HoffmannF., Bertram T.* Extended SDRE control of 1-DOF robotic manipulator with nonlinearities // Ibid. — P. 10940—10945.
12. *Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р.* Математическая теория конструирования систем управления. — М.: Высшая школа, 2003. — 615 с.
13. *Афанасьев В.Н.* Управление нелинейными объектами с параметрами, зависящими от состояния // Автоматика и телемеханика. — 2011. — № 4. — С. 43—56.
14. *Федоренко Р.П.* Приближенное решение задач оптимального управления. — М.: Наука,1978. — 487 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии В.Ю. Рутковским.

Афанасьев Валерий Николаевич — д-р техн. наук, зав. кафедрой, ✉ afanval@mail.ru,

Семион Александр Александрович — студент 5-го курса, ✉ spin7ion@gmail.com,

Московский институт электроники и математики Национального исследовательского университета — Высшей школы экономики.