УДК 519.852.6

ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВНИЕ ЗАГРУЗКИ РЕСУРСОВ ПРЕДПРИЯТИЯ: БАЗОВАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ И ЕЕ РАСШИРЕНИЯ.

А.А. Лазарев[1,2,3,4], И.В. Некрасов[1], Н.А. Правдивец[1]
[1]Институт проблем управления РАН, Москва, Россия;
[2]Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова;
[3]НИУ «Высшая школа экономики»;
[4]Московский физико-технический институт (ГУ).

Рассмотрена задача объёмного планирования выпуска продукции промышленного предприятия. Построена целочисленная модель решения задачи и предложены её расширения в виде дополнительных линейных ограничений, позволяющие учесть некоторые типовые сценарии загрузки ресурсов. Сформулированная задача разрешима полиномиально, т.к. является задачей ЛП.

Введение

Одной из основных задач управления предприятием является *оптимальное планирование* его деятельности в условиях ограниченности располагаемых ресурсов [1]. Качество планирования напрямую определяется полнотой расчетной модели, используемой при формировании плана (детальностью учета производственных характеристик ресурсов, степенью устойчивости к внешним факторам, степенью соответствия модели реальному технологическому процессу и т.п.). В данной работе рассматривается задача планирования выпуска продукции, носящая в англоязычной литературе название Job Shop Scheduling Problem [2]. Оценивается способность адаптации общепринятой базовой модели планирования в непрерывном времени под реальные особенности производственных процессов.

1. Общая постановка задачи цехового планирования и обзор основных определений.

Решение задачи планирования изготовления продукции строится на следующих входных данных:

- список входящих заданий на производство конечных изделий предприятия. Каждый элемент списка, именуемый *заказом предприятия*, содержит информацию о необходимом количестве изделий и *директивном сроке* их изготовления;
- перечень *располагаемых ресурсов*, используемых на производстве;

- *технологический маршрут* изготовления конечного изделия, отражающий последовательность применения располагаемых ресурсов и их количество, требуемое на каждой стадии изготовления.

Выходные данные задачи представляют собой план исполнения входящих заказов предприятия в виде *расписания загрузки ресурсов* операциями по исполнению входящих заказов.

Саму задачу расчета расписаний загрузки ресурсов предприятия на основе входящих заказов с учетом технологического маршрута и доступности ресурсов будем называть *задачей планирования* или *задачей размещения заказов* на предприятии.

2. Базовая постановка задачи цехового планирования в непрерывном времени

В качестве базовой постановки задачи рассмотрим модифицированную задачу JobShop, формализованную моделью Мана [3]. Приведем основные обозначения, используемые для формализации задачи планирования в непрерывном времени.

2.1. Ресурсы предприятия

Множество всех ресурсов предприятия обозначим как R. При учете нескольких типов ресурсов общее множество включает M подмножеств типизированных ресурсов $R = \bigcup R_m$, где $m = 1, \ldots, M$.

2.2. Технологический маршрут предприятия

Технологический маршрут изготовления конечного изделия представляет собой ориентированный граф, дугами которого являются технологические операции. Запись маршрута может быть осуществлена в виде матрицы $G = \langle g_{ij} \rangle$ размерности $J \times J$ (J – общее кол-во операций в маршруте, $i = 1, \ldots, J$, $j = 1, \ldots, J$). Элемент матрицы $g_{ij} = 1$, если операция j в технологическом маршруте следует за операцией i, иначе $g_{ij} = 0$.

2.3. Заказы предприятия

При планировании все заказы разбиваются на элементарные партии, каждая из которых сохраняет директивный срок исходного заказа. Общее количество элементарных заказов обозначим как F. Директивный срок элементарного заказа обозначим d_f ($f = 1, \ldots, F$). Каждый f-й элементарный заказ состоит из J операций технологического маршрута. Время начала и длительность i-й операций ($i = 1, \ldots, J$): x_{if} и τ_i, соотв.

2.4. Базовая система ограничений задачи цехового планирования

Задача размещения заказов предприятия на доступных ресурсах сведена к задаче линейного программирования и заключается в нахождении моментов времени начала всех операций для всех элементарных заказов x_{if}, $i = 1,\ldots,J$, $f = 1,\ldots,F$, обеспечивающих выполнение следующей базовой системы линейных ограничений [3].

Ограничения следования операций технологического маршрута

$$x_{jf} \geq g_{ij} \cdot (x_{if} + \tau_i)\ ,\ \ i = 1,\ldots,J,\ \ i = 1,\ldots,J,\ \ f = 1,\ldots,F\,. \qquad \textbf{(1)}$$

Ограничения конфликтов операций на одном ресурсе

$$x_{i(f+1)} \geq x_{if} + \tau_i\ ,\ \ i = 1,\ldots,J,\ \ f = 1,\ldots,(F-1)\,. \qquad \textbf{(2)}$$

Ограничение по соблюдению сроков всех заказов

$$x_{Jf} + \tau_J\ \leq d_f,\ \ f = 1,\ldots,F\,. \qquad \textbf{(3)}$$

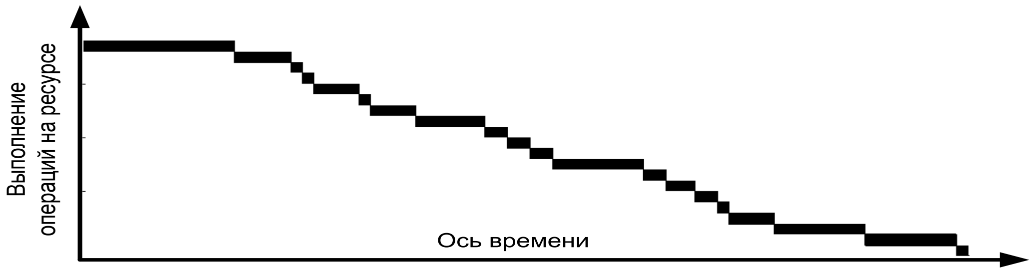

Рис. 1. Элемент расписания загрузки ресурса в виде диаграммы Гантта.

На рис.1 в виде диаграммы Гантта представлен пример расписания, сгенерированного для задачи (1)-(3). Базовая постановка не учитывает такие факторы реального производства, как, например, наличие нескольких параллельных однотипных ресурсов, конкуренцию операций за ресурсы, переменную интенсивность операций.

3. Типовые особенности реального производственного процесса и их учет в задаче с непрерывным временем

Как было упомянуто выше, модель в которой планирование осуществляется непрерывно, без разбиения на временные промежутки, не позволяет напрямую учесть многие особенности реального производства. Поэтому основной трудностью в данном случае является поиск эквивалентных преобразований, позволяющих учесть указанные особенности в виде дополнительных ограничений модели (1)-(3). Некоторые из упомянутых преобразований приведены далее.

3.1. Наличие параллельных ресурсов одинакового типа.

Предположим, что i-я операция может быть распараллелена на n_i

ресурсов одинаковой производительности. Приближенно данный фактор выражается в кратном уменьшении длительности операции $\tau_i = \frac{\tau_i}{n_i}$. Тогда, обобщая, условие (2) можно переписать в виде:

$$x_{i(f+1)} \geq x_{if} + \frac{\tau_i}{n_i}\ , \ \ i = 1,..., J,\ \ f = 1,...,(F-1)\,, \qquad \textbf{(2м)}$$

где n_i – количество параллельных ресурсов i-й операции.

Данный способ решения является приближенным и имеет ошибки $\left(0, \frac{\tau_i}{n_i}, \frac{2\cdot\tau_i}{n_i},...,\tau_i\right)$ для 1-го, 2-го, ..., n_i-го параллельного ресурса i-й операции. Компенсация указанной ошибки производится обратным сдвигом соответствующих операций на интервал $\Delta\tau_i = -\frac{\tau_i}{n_i}$ в итоговом расписании.

3.2. Использование несколькими операциями одного ресурса.

Рассмотрим ситуацию, когда разные операции технологического маршрута выполняются на одном ресурсе, как показано на рис.2.

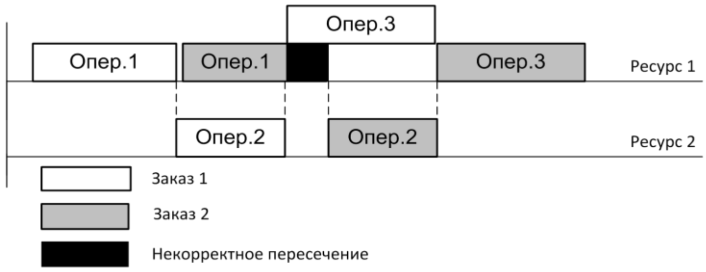

Рис. 2. Конкуренция операций за ресурс.

В данном случае условие (2) дает некорректное пересечение операций. Данный тип операций будем называть *«возвратными»*, а ресурс, на котором присутствуют такие операции, будем называть *«возвратным»*. Требование непересечения возвратных операций на каждом возвратном ресурсе формализуются путем введения дополнительных переменных $z_{i\,f\,j\varphi}$ [4]. Каждая переменная соответствует факту конкуренции i-й возвратной операции f-го заказа со всеми j-ми возвратными операциями всех других φ-х заказов. При этом получаются ограничения вида:

$$\begin{cases} x_{if} + l_1 \cdot z_{i\,f\,j\varphi} \geq x_{j\varphi} + \tau_j, \\ -x_{if} - l_2 \cdot z_{i\,f\,j\varphi} \geq -x_{j\varphi} + \tau_i - l_2. \end{cases} \qquad \textbf{(4)}$$

Общее количество дополнительных переменных определяется как I^F, где I - количество возвратных операций на данном ресурсе, F - количество элементарных заказов.

3.3. Переменная производительность ресурса.

Переменная производительность отражается на длительности выполнения одной операции одним ресурсом, т.е. для каждого f-го элементарного заказа длительность i-й операции τ_i различна и обозначается τ_{if}. Можем принять следующую модель расчета длительности τ_{if}:

$$\tau_{if} = \tau_i^{\max} - y_{if} \cdot d\tau, \qquad \textbf{(5)}$$

где y_{if} – интенсивность выполнения i-й операции при выполнении f-го элементарного заказа; $\tau_i^{\max} = const$ – максимальная длительность операции, соответствующая минимальной интенсивности; $d\tau = const$ – чувствительность длительности по интенсивности. Таким образом, к задаче добавятся переменные интенсивности y_{if}. Условия (1)-(3) линейно преобразуются: τ_i необходимо заменить на $\tau_{if} = \tau_i^{\max} - y_{if} \cdot d\tau$.

Заключение

Рассмотренная постановка задачи в непрерывном времени представляет один из подходов в оптимальном планировании производства. Настоящий доклад отражает результаты составной части научно-исследовательской работы лаборатории №68 ИПУ РАН по тематике «Решение задачи планирования выпуска продукции». В рамках указанной НИР в лаборатории реализован ряд решений задачи оптимального планирования с использованием таких подходов, как эвристические методы, целочисленное линейное программирование, формализм программирования в ограничениях (constraint programming).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-07-07489).

Список литературы

1. Шрагенхайм Э. Управленческие дилеммы: Теория ограничений в действии / Элли Шрагенхайм; Пер. с англ. – М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. – 228 с. – (Серия «Искусство думать»).

2. M.L. Pinedo. Planning and Scheduling in Manufacturing and Services. / Michael L. Pinedo. – London – New York: Springer Science + Business Media, 2005, 2007. – 536 p.

3. Иванов А. А., Бочкарев П. Ю. Формализация задачи составления оптимального плана реализации технологических процессов механообработки в многономенклатурном производстве / Иванов А. А., Бочкарев П. Ю. // Вестник СГТУ. – №2с (56), том 2, 2011. – С.61 – 69.

4. Мухачева Э.А., Рубинштейн Г.Ш. Математическое программирование. − Новосибирск: Наука, 1977. − 319с. (с.271).