

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

А.Г. Шоломицкий

**РИСКИ И ЭФФЕКТИВНОСТЬ
ПЕНСИОННЫХ ПРОГРАММ:
МОДЕЛЬНЫЙ ПОДХОД**

Препринт WP2/2005/04

Серия WP2

Количественный анализ в экономике

Москва
ГУ ВШЭ
2005

УДК 364.4
ББК 65.272

Шоломицкий А.Г. Риски и эффективность пенсионных программ: модельный подход.
Ш78 Препринт WP2/2005/04. — М.: ГУ ВШЭ, 2005. — 64 с.

На имитационной актуарной модели условной корпоративной пенсионной программы (пенсионного плана) с установленными выплатами исследуются вопросы экономической эффективности различных вариантов организации фондирования таких программ и управления их актуарными рисками в российских условиях. Описываемая методология, основанная на методах динамического моделирования денежных потоков и анализа рисков, примыкает к традиционным практическим методам актуарного анализа и является их развитием.

УДК 364.4
ББК 65.272

Классификация JEL: J32, G23, H55, C15.

Ключевые слова: пенсии, пенсионный план, корпоративная пенсионная программа, негосударственный пенсионный фонд, метод фондирования, инвестиционный риск, риск смертности, актуарное оценивание.

Sholomitsky A. Pension plan risks and efficiency: a modelling approach. Working Paper WP2/2005/04. Moscow: State University — Higher School of Economics, 2005. — 64 p. (in Russian)

For a simulation actuarial model of a notional Russian corporate defined benefit pension plan, variants of funding methods are investigated concerning their economic efficiency and actuarial risks. The employed methodology is based on dynamic modeling of cash flows and risks and extends traditional techniques of actuarial analysis.

JEL classification: J32, G23, H55, C15.

Keywords: pensions, pension plan, private pension fund, funding method, investment risk, mortality risk, actuarial valuation.

1. Введение^{*}

В настоящее время вопросы, связанные с созданием программ (планов) дополнительного негосударственного пенсионного обеспечения, актуальны не только для многих российских компаний, но и для экономики и социальной сферы страны в целом. Как известно, пенсионная реформа в России предусматривает широкое развитие дополнительного негосударственного пенсионного обеспечения. Такие программы рассматриваются как второй уровень (после государственного пенсионного страхования) социальной защиты работников. Это соответствует взгляду на социальное обеспечение работников, который является общепринятым в современном мире. Сегодня системы дополнительного пенсионного обеспечения чрезвычайно широко распространены, и значительную часть нагрузки по социальному обеспечению в старости несут негосударственные программы.

При возникновении у работодателя намерения создать для своих работников пенсионную программу сразу же возникают следующие вопросы:

- Какова форма программы, наилучшая или наиболее приемлемая для работодателя и работников?
- Какова стоимость пенсионной программы?
- Каковы риски, сопряженные с финансированием пенсионной программы?

Ответ на первый вопрос во многом зависит от конкретной ситуации в компании и, шире, в экономике вообще. Прежде всего, выбор варианта пенсионной программы определяется выбором между планами с *установленными взносами* (defined contribution, DC) и с *установленными выплатами* (defined benefit, DB).

В настоящей работе анализируются несколько вариантов фондирования программ пенсионного обеспечения. Основное внимание будет уделено планам с установленными выплатами. По мнению автора, развитие таких планов наиболее актуально сегодня для России, так как именно они обеспечивают наилучшую социальную защиту работникам. В таких планах уровень пенсий является гарантированным, обычно зависящим от стажа и зарплаты работников (чем выше показатели стажа и зарплаты, тем выше пенсии). В DC схемах, с другой стороны, уровень пенсий зависит от внесенных взносов и инвестиционной доходности. Необходимо отметить, что сегодня российские НПФ часто применяют такие схемы с установленными взносами,

^{*} Работа частично поддержана программой внутренних грантов ГУ ВШЭ и грантом РФФИ № 03-01-00479.

в которых выплата пенсий производится лишь в течение определенного срока либо до исчерпания средств пенсионного счета. Такие схемы не обеспечивают полного покрытия всей оставшейся жизни пенсионера и не дают адекватной социальной защиты. Вообще, принципом DC планов является расчет пенсии исходя из размеров пенсионных накоплений работников, поэтому все риски перекладываются на плечи будущих пенсионеров (*участников*). Наиболее серьезные пенсионные программы работают по страховым схемам, в которых пенсия назначается НПФ в момент выхода работника на пенсию и гарантируется (в определенном размере с возможной индексацией, но без возможности уменьшения) на весь период оставшейся жизни пенсионера. Все такие схемы мы относим в рамках настоящей работы к схемам с установленными выплатами (DB). В таких схемах возникают более сложные задачи актуарного анализа, чем в планах с установленными взносами.

Наиболее распространенная схема работы отечественных DB корпоративных пенсионных программ сегодня такова. Средства, вносимые компанией-работодателем, поступают на ее солидарный счет в негосударственном пенсионном фонде (НПФ). В момент выхода участника на пенсию средства в размере, необходимом для финансирования его будущей пенсии, резервируются тем или иным образом (с переводом на индивидуальный счет участника либо на солидарный счет пенсионных выплат либо без перевода, оставаясь на том же солидарном счете компании). Нужно сказать, что счета в НПФ являются всего лишь единицами учета — на самом деле средства находятся в управлении управляющей компании (УК) и инвестируются ею. По результатам управления (как правило, ежегодно) на пенсионные счета начисляется *инвестиционный доход*.

Центральным вопросом построения и регулирования (государственного или, как говорят в Европе, общественного) является вопрос *фондирования* пенсионных обязательств. Как известно, фондируемые (накопительные) пенсионные схемы отличаются тем, что средства пенсионных взносов вносятся заранее и “работают” определенное время, принося инвестиционный доход. В нефондируемых или распределительных схемах этого не происходит, поступающие средства сразу используются для выплат пенсий (схема выплат с колес, *pay-as-you-go*).

В настоящее время принцип *полного фондирования* пенсионных обязательств является практически общепринятым принципом деятельности негосударственных (частных) пенсионных планов во всем мире. Преимущества фондируемых схем известны, и мы не будем их здесь анализировать. В настоящей работе мы рассмотрим именно *фондируемые* схемы. Однако *методы* их фондирования (финансирования) могут быть различными. Метод финансирования или фондирования (*funding method*) — это центральное понятие пенсионной актуарной математики. Каждый такой метод вы-

ражает определенный подход к тому, что считать *обязательствами* по пенсионному плану и, тем самым, если принимается принцип полного фондирования обязательств, какую сумму активов необходимо иметь в наличии для покрытия данных обязательств.

Вышеописанная схема с “выделением” средств, предназначенных для фондирования пенсии участника, выходящего на пенсию, в момент его выхода на пенсию, подсказывает следующий подход к этому вопросу: пенсия участника (работника) должна фондироваться в момент его выхода на пенсию. Это означает, что на солидарном счете компании-работодателя в НПФ должна в этот момент быть сумма, достаточная для *единовременного фондирования* пенсии участника. Именно так действуют сегодня многие российские пенсионные программы, реализуемые НПФ. При этом нужно отметить, что такой принцип *полного фондирования пенсий на стадии выплат* следует считать прогрессивным в существующей российской “пенсионной действительности”, когда не все считают полное фондирование “ненарушимым” принципом.

После перевода средств на оплату будущих пенсий возможны различные варианты распределения ответственности за выплату будущих пенсий и связанных с этой выплатой рисков между НПФ и компанией-работодателем. Мы рассмотрим две следующие схемы.

(а) *Пенсионное страхование*: ответственность за выплату пенсий несет исключительно негосударственный пенсионный фонд¹. В этом случае после оплаты пенсий работодатель уже не вносит дополнительных взносов в случае, если средств на выплаты не хватает. С другой стороны, если остаются избыточные средства, они поступают в распоряжение фонда, работодатель не может распоряжаться ими.

(б) *Пенсионный план*: ответственность за выплату пенсий несет исключительно компания-работодатель. Она вносит дополнительные взносы в случае нехватки средств на выплаты пенсий, однако имеет и возможность распоряжаться избыточными средствами. Как правило, такая пенсионная программа реализуется при помощи единого солидарного счета компании-работодателя в НПФ, куда поступают взносы и откуда выплачиваются пенсии².

¹ В принципе, такая схема может осуществляться не только через НПФ, а и, например, через страховые компании. В момент выхода работника на пенсию производится покупка полиса пожизненного пенсионного страхования, называемого *аннуитетом*.

² Однако она может функционировать и при помощи системы индивидуальных счетов пенсионеров, но в этом случае должен быть предусмотрен возврат остатка средств индивидуального счета на солидарный счет компании-работодателя в случае смерти пенсионера, а также пополнение индивидуального счета с солидарного в случае нехватки средств для выплаты пенсий.

Минимальные нормы фондирования, порождаемые обеими этими схемами, сводятся к фондированию пенсий работников, уже вышедших на пенсию (пенсий на стадии выплат). Такое фондирование называется конечным или терминальным (terminal), а также единовременным.

Однако международная практика частного пенсионного обеспечения и регулирования в этой области идет значительно дальше. Их принципы предусматривают те или иные минимальные нормы фондирования *уже на стадии накопления*, т.е. до выхода работника на пенсию. Единовременное фондирование не считается хорошей практикой. Легко понять, почему это так: следует заботиться о создании пенсионных накоплений работников в течение всей их карьеры с тем, чтобы обеспечить права работников на пенсии и уменьшить их зависимость от работодателей. Так, нормы Международного стандарта финансовой отчетности (МСФО 19) предусматривают учет пенсионных обязательств компаний перед работниками на основе расчета пенсионных прав последних³, причем эти права возникают, как правило, в течение всей или почти всей карьеры работника, начиная с того момента, когда получение будущей пенсии становится *вероятным* для данного работника. Пенсионные права рассчитываются на основе так называемого projected unit-credit метода (см. ниже). МСФО 19 требует учета этих прав в качестве долгосрочных обязательств компаний.

Нормы пенсионного законодательства США (например) прямо *запрещают* конечное фондирование пенсий. Так называемый Employee Retirement Income Security Act (ERISA), принятый Конгрессом в 1974 году и с тех пор составляющий основу американского пенсионного законодательства, предписывает строго определенные методы расчета норм фондирования для частных ДВ пенсионных планов. Все разрешенные Актом методы предусматривают создание пенсионных накоплений до выхода на пенсию, в течение стажа (карьеры) работника.

Принципиальные варианты фондирования представлены на рис. 1.

В данной работе ставится задача сравнения, с точки зрения экономической эффективности, управляемости и структуры рисков, программ, финансируемых по различным схемам — как описанным выше, так и применяемым в международной практике. Нужно сказать, что “западные” методы фондирования пенсионных планов достаточно разнообразны. В общем, они делятся на *индивидуальные* и *групповые*. В качестве примера первых мы рассмотрим уже упомянутый projected unit-credit метод. В качестве примера вторых возьмем так называемый *агрегированный* (aggregate) метод финансирования. Последний является одним из про-

³ Дословно *накопленных пособий*, accrued benefits.

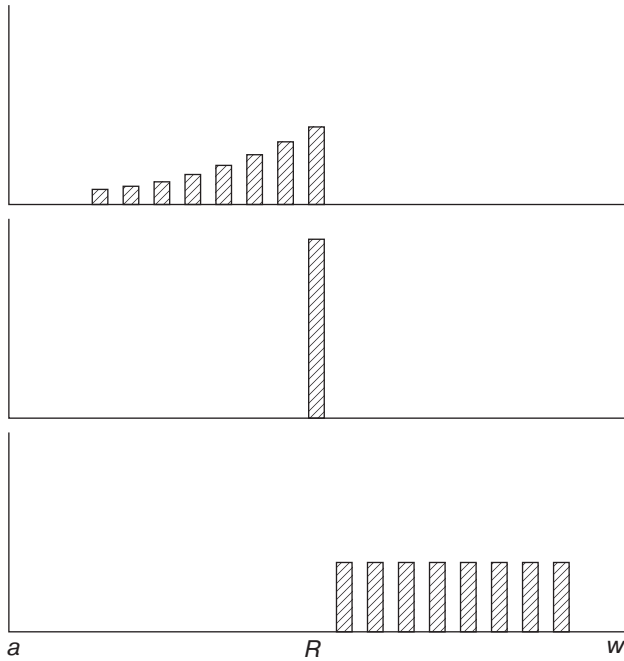


Рис. 1. Принципиальные варианты фондирования (финансирования) пенсии участника. По оси X — возраст (a — возраст начала карьеры, R — возраст выхода на пенсию, w — возраст смерти); прямоугольниками показаны пенсионные взносы (без соблюдения масштаба).
Внизу — PAYG финансирование, в середине — единовременное финансирование в момент выхода на пенсию (конечное, терминальное),
вверху — финансирование в течение карьеры

стейших и наиболее распространенных в мире методов фондирования DB планов.

Следует отметить, что, наряду с созданием пенсионных накоплений в течение карьеры работника, “западные” методы фондирования пенсионных планов имеют еще одно очень важное отличие от схемы пенсионного страхования. Это отличие состоит в *гибком актуарном управлении* уровнем взносов в такой план. В работе (Шоломицкий, 2003а) автор уже пытался показать преимущества гибкого управления. Коротко говоря, они сводятся к тому, что план становится более прозрачным и более предсказуемым для работодателя (в частности, в смысле размера взносов).

Ниже исследуются пенсионные программы четырех типов, а именно, построенные на основе:

- (А) принципа “пенсионного страхования” с единовременным фондированием пенсий при выходе работника на пенсию (еще называемым конечным или терминальным, terminal, фондированием);
- (В) принципа “пенсионного плана” с единовременным (конечным, терминальным) фондированием пенсий при выходе работника на пенсию;
- (С) принципа “пенсионного плана” с фондированием по агрегированному (aggregate) методу;
- (D) принципа “пенсионного плана” с фондированием по projected unit-credit методу.

Ниже строится сценарно-стохастическая модель условного DB пенсионного плана, условия выплаты пенсий в котором будут одними и теми же. Хотя модель неизбежно окажется идеализированной, она будет, по возможности, близкой к реальности и достаточно точной для “уловления” тех эффектов, которые будут изучаться.

2. Обзор литературы

Модель пенсионной программы (пенсионного плана), используемая в настоящей работе, может рассматриваться как обобщение модели, впервые предложенной Трьюбриджем (Trowbridge, 1952). В этой работе анализировались свойства различных актуарных методов финансирования пенсий в рамках детерминистической модели с постоянной инвестиционной доходностью и стационарным контингентом участников (популяцией участников). Напомним, что стационарной называется популяция с постоянными численностями поколений (возрастных когорт); такая популяция может быть построена, если считать, что смертность в каждом возрасте детерминирована и в точности соответствует нормам таблицы смертности. В модели Трьюбриджа также предполагалось, что эти нормы, как и инвестиционная доходность, соответствуют актуарным предположениям (опыт точно соответствует актуарному базису).

Каждый актуарный метод предусматривает определенную реакцию на отклонения опыта от актуарных предположений. Так, в планах с установленными выплатами, которые рассматриваются в данной работе, недо- или перефинансирование приводит, соответственно, к повышению или понижению взносов. Эта реакция является фактически элементом *обратной связи* в системе, т.е. пенсионный план является системой с динамическим управлением.

Бенджамин (Benjamin, 1984, 1989) изучал пенсионные планы, финансируемые по агрегированному методу и projected unit-credit методу, подходя к

ним как к системам с динамическим управлением. Использованный им метод тесно связан с методами *сценарного* (или так называемого *что — если*) анализа и *анализа чувствительности*, применяемыми в настоящей работе. При эмпирическом изучении управляемых систем задаются определенные входные сигналы и изучается вид выходных сигналов системы. Для анализа чувствительности к возмущениям обычно задается сначала стабильный входной сигнал, а затем ему придается определенное возмущение и сравнивается вид выходного сигнала в том и другом случаях. В модели Бенджамина возмущаемым входным параметром была инвестиционная доходность. Выходными сигналами в модели DB плана являются пенсионный взнос и размер пенсионного резерва (стоимость активов) плана. Бенджамин изучал реакции на определенный набор стандартных видов возмущений (пики, скачки, П-образные, синусоидальные возмущения).

Развитие компьютерной техники в 90-е годы сделало доступными и популярными подобные эмпирические методы исследования численных моделей денежных потоков различных экономических систем. Часто их применение связывают с терминами *динамический финансовый анализ*, *динамическое моделирование риска* (DFA, DRM). Общие принципы применения имитационных моделей в страховании и пенсионном обеспечении описаны в книге (Daykin et al., 1994). Полезное руководство для рядового актуария — *DRM Research Handbook*, опубликованная на сайте Casual Actuarial Society⁴.

Модель DB пенсионного плана со стационарной популяцией участников и случайной инвестиционной доходностью изучалась Дюфреном (Dufresne, 1988, 1989). В этих работах для различных актуарных методов были получены предельные выражения для математических ожиданий и дисперсий резерва и взноса в отдаленный от начального момент времени (т.е. при достаточно долгом стабильном функционировании пенсионного плана). В указанных работах изучалась дискретная модель с независимыми и одинаково распределенными доходностями для различных лет. Впоследствии в ряде работ эта модель была развита на случай зависимых инвестиционных доходностей, моделируемых ARMA процессами различных разновидностей (Haberman, 1994; Haberman and Wong, 1997; Bédard and Dufresne, 2001).

Интересные результаты были получены в работах Овадалли и Хэбермана (Owadally and Haberman, 1999, 2000), где сравнивались различные методы коррекции актуарных убытков (прибылей), возникающих за счет отличий опыта от актуарных предположений. Сравнивались так называемые методы амортизации актуарных убытков и распределения (spreading) актуарного дефицита. Было показано, что последний метод более эффективен с точки зрения минимизации дисперсий взноса и резерва. Несколько более

⁴ <https://www.casact.org/research/drm/>.

подробный обзор этих результатов читатель может найти в статье Шоломицкого (2002б).

Практически ориентированные модели инвестиционных доходностей для целей актуарного моделирования рывивались в ряде работ. В частности, хорошо известна модель Уилки (Wilkie, 1986), представляющая собой ряд взаимосвязанных ARMA моделей временных рядов инфляции, цен и доходностей индексных пакетов акций и облигаций. Некоторые другие такого рода модели для актуарного анализа описаны в книге Дэйкина и др. (Daykin et al., 1994).

3. Фондирование: сценарный подход

Данный раздел демонстрирует методологию актуарного анализа стоимости пенсионных программ. Здесь такой анализ делается с целью дать ответы на поставленные выше вопросы сравнения вариантов фондирования. Однако примерно такими же методами может выполняться актуарный сценарный анализ пенсионных программ на практике. Такой анализ может проводиться как на стадии планирования пенсионной программы (с целью более точной оценки различных ее вариантов), так и после ее “запуска” (в целях прогнозирования, анализа рисков и пр.).

3.1. Условный пенсионный план

Рассмотрим задачу расчета стоимости и анализа вариантов фондирования на примере *условного пенсионного плана*. Представим себе некоторую компанию, имеющую N работников. Предположим, что средняя зарплата работников компании составляет на текущий момент 5 000 рублей в месяц.

Предположим, что компанией выбран вариант пенсионной программы, согласно которому работникам, выходящим на пенсию в текущем году, назначается пенсия в среднем размере, скажем, 1 000 рублей в месяц. Нужно сказать, что возможны различные варианты назначения пенсий. Обычно, как сказано выше, размеры пенсий определяются некоторой формулой, связывающей их со стажем и заработной платой. Будем называть эту формулу *пенсионной формулой*. В нашей общей модели нет необходимости вводить ту или иную конкретную формулу.

Исходным пунктом анализа стоимости пенсионной программы является построение для нее *актуарной модели денежных потоков*.

Мы ограничимся ниже упрощенной моделью, достаточной для целей данного исследования. Будем предполагать, что все участники одинаковы,

т.е. работники получают одинаковую среднюю зарплату, а пенсионеры — одинаковую пенсию. Кроме того, рассмотрим в качестве отправной точки нашего анализа стационарный случай: будем считать, что в будущем зарплате и пенсии не изменятся. Например, можно считать, что зарплате и пенсии изменяются пропорционально, скажем, инфляции, и измерять все денежные потоки в реальных ценах текущего момента времени.

По широко распространенному сравнению, пенсионный план (как и любую страховую или сберегательную систему) можно уподобить бассейну, в который по некоторым трубам вода вливается, а по другим выливается. Роль воды играют деньги. В рассматриваемом случае пенсионного плана схема проста: средства вливаются только в виде взносов, а выливаются в виде выплат пенсий. Емкость бассейна составляет *пенсионный резерв* — средства, предназначенные для выплаты пенсий. Кроме того, имеют место платежи, связанные с инвестированием средств пенсионного резерва. Можно рассматривать начисление управляющей компанией инвестиционного дохода на пенсионный резерв как изменение уровня воды в нашем бассейне — повышение, если доходность положительна, и понижение, если она отрицательна.

Кроме того, существуют налоги и административные расходы, связанные с деятельностью плана. Не вдаваясь в подробности, которые могли бы увести нас в сторону, будем считать, что в пенсионные взносы включена некоторая постоянная нагрузка на расходы, т.е. будем рассматривать взносы в очищенном от нагрузки (нетто-) размере⁵.

При фиксированной пенсионной формуле исходящий денежный поток DB пенсионного плана является фиксированным. *Стоимость* пенсионного плана выражается той или иной последовательностью платежей пенсионных взносов, в обмен на которую работодатель покупает поток пенсионных выплат из плана.

С экономической точки зрения, проблема планирования, выбора вариантов и оценки рисков пенсионной программы имеет очевидное сходство с проблемами, возникающими при анализе *инвестиционных проектов*. Пенсионный план также можно рассматривать как инвестиционный проект. Естественно, что при фиксированности выплат из плана работодатель заинтересован в том, чтобы его стоимость была по возможности меньшей.

Как известно, существуют различные критерии, применяемые для определения экономической эффективности того или иного проекта. Простейшим критерием является так называемая *NVP*. Для простоты здесь и ниже будем предполагать, что все платежи осуществляются в целые моменты времени (измеряемого в годах), $t = 0, 1, 2, \dots$. Если C_1, C_2, \dots, C_t — после-

⁵ В принципе, эта нагрузка должна в большинстве случаев снижаться по мере роста числа пенсионеров, объемов выплат и активов плана. Здесь мы пренебрегаем этим эффектом.

довательность взносов, вносимых компанией-работодателем в план, то экономическую эффективность этих вложений естественно было бы оценивать величинами их NPV , меньше NVP — больше эффективность,

$$NPV = C_0 + C_1v + \dots + C_tv^t + \dots, \quad (1)$$

где v — некоторый коэффициент дисконтирования, $v = \frac{1}{1+r^*}$. Здесь r^* — дисконтная ставка, отражающая предпочтения работодателя как некоторая приемлемая для него норма доходности.

Для компаний, которые применяют расчеты NPV для планирования своей деятельности, использование такого критерия для оценки и планирования затрат на пенсионное обеспечение выглядит вполне естественным, позволяя учитывать и оптимизировать эти затраты наряду с другими расходами компании.

Важную роль в управлении пенсионным планом играет *актуарий*. Для построения адекватной модели нужно имитировать работу актуария, вычисляющего пенсионные взносы в DB планах. Для простоты будем считать, что это делается один раз в год. При расчетах актуарий делает определенные предположения о будущем и закладывает в свои расчеты некоторые параметры. Совокупность параметров актуарного расчета называется *актуарным базисом* (actuarial basis). Например, важной составляющей базиса является актуарная норма доходности — ставка, применяемая актуарием для дисконтирования денежных потоков выплат и взносов. Имитационная модель, в которой присутствует актуарий, тем самым становится моделью с обратной связью (динамическим управлением).

3.2. Общее описание модели

Здесь будет описана актуарная модель денежных потоков пенсионной программы, используемая как для моделирования методом сценариев этого раздела, так и для стохастического моделирования в дальнейшем. В принципе, модель охватывает существенно более общие случаи, чем рассматриваемый пример условного пенсионного плана.

Как уже говорилось, мы будем считать, что все платежи осуществляются в целые моменты времени $t = 0, 1, 2, \dots$ (время в годах). Пусть все участники вступают в схему в начальном возрасте a лет и выходят на пенсию в пенсионном возрасте R лет. Пусть $s(t, x)$ — число участников пенсионной схемы, в момент t находящихся в возрасте x . Все возраста также целые и измеряются в годах. Смертность членов пенсионной схемы восполняется ежегодным вступлением $s(t, a)$ новых членов возраста a . Будем предполагать, что единственная причина выбытия из популяции — смертность, единственный вид пенсий — пенсии по старости, выплачиваемые начиная с воз-

раста R (одинакового для мужчин и женщин). В реальных пенсионных схемах, кроме пенсий по старости, обычно выплачиваются пенсии по нетрудоспособности (инвалидности) и потере кормильца, кроме того, имеют место миграция работников, различие пенсионных возрастов для мужчин и женщин и другие факторы, которые здесь не учитываются.

Будем считать, что все работники (участники возрастов $a, \dots, R-1$) возраста x в каждый момент времени t получают одинаковую годовую зарплату $w(t, x)$, а все пенсионеры (участники возрастов R, \dots, E , где E — некоторый предельный возраст) одинакового возраста x — одинаковую годовую пенсию $b(t, x)$. Если $c(t, x)$ — норма пенсионных отчислений с зарплаты работника возраста x , то сумма пенсионных взносов, поступающих в фонд в год t , составит

$$C(t) = \sum_{x=a}^{R-1} c(t, x)w(t, x)s(t, x). \quad (2)$$

Суммарная пенсия, выплачиваемая из пенсионного фонда в год t , составит

$$B(t) = \sum_{x=R}^E b(t, x)s(t, x). \quad (3)$$

Пусть $F(t)$ — резерв (или сумма активов) пенсионной программы на момент t , до выплаты пенсий и поступления взносов. Основное уравнение, определяющее динамику резерва, следующее:

$$F(t+1) = (1+r_{t+1})(F(t)+C(t)-B(t)), \quad (4)$$

где r_{t+1} — норма инвестиционной доходности по портфелю активов программы за период от t до $t+1$.

Основным элементом управления (обратной связи) в модели является подмодель или блок *актуарного оценивания*. Здесь будем предполагать, что актуарное оценивание производится в моменты $t=0, 1, 2, \dots$. Производя расчеты в момент t , актуарий пользуется следующими параметрами:

- значением резерва $F(t)$;
- численностями возрастных когорт участников $s(t, x)$;
- величинами зарплат для данного года, $w(t, x)$;
- нормой инфляции за период от $t-1$ до t , i_t ;
- годовыми нормами: инвестиционной доходности r_v ; инфляции i_v ; прироста зарплат w_v . Эти нормы, используемые актуарием для расчета, будем называть *актуарными* или оценочными (valuation rates).

Зарплаты и нормы повышений зарплат нужны в том случае, когда пенсионные взносы рассчитываются как процент от зарплаты; норма инфля-

ции используется, если предполагается индексация пенсий по инфляции.

Будем считать, что результатом актуарного расчета, проведенного в момент t , являются:

- величины пенсий $b(t, x)$;
- величины ставок пенсионных отчислений $c(t, x)$ или суммарный взнос $C(t)$.

Необходимо отметить, что такое общее описание актуарного расчета применимо как для ДВ, так и для ДС схем. В первом случае (как и в нашем примере условного ДВ пенсионного плана) величины пенсий $b(t, x)$ фиксированы, и рассчитываются взносы. В случае классического ДС плана, в котором пенсионные отчисления составляют фиксированный процент от зарплаты, $c(t, x)$ фиксированы, и рассчитываются, наоборот, пенсии.

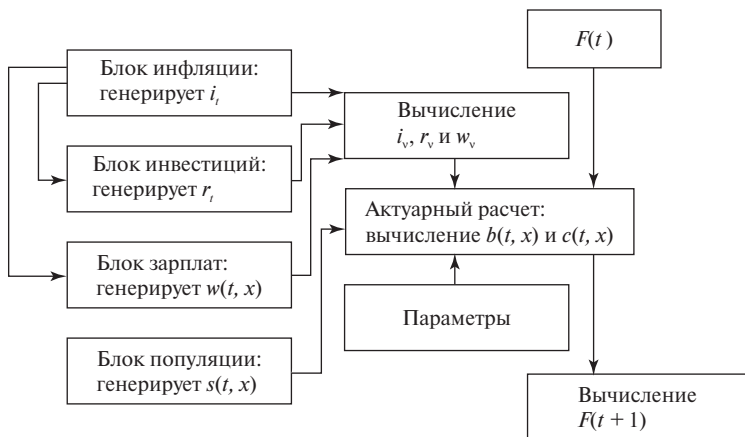


Рис. 2. Схема имитационной модели пенсионной программы

Описанный процесс реализуется с помощью имитационного моделирования. Алгоритм можно расписать по этапам следующим образом.

Этап 1. Генерируются значения за период $[t - 1, t]$ параметров: инфляции i_t , инвестиционной доходности r_t , зарплат $w(t, x)$ и размеров возрастных когорт участников $s(t, x)$.

Этап 2. Вычисляются актуарные оценочные нормы i_v, r_v и w_v .

Этап 3. Производится актуарный расчет, дающий величины пенсий $b(t, x)$ и ставок пенсионных отчислений $c(t, x)$ или суммарных взносов $C(t)$.

Этап 4. При помощи уравнений (2) — (4) вычисляется следующее значение пенсионного фонда $F(t + 1)$.

Этапы 1—4 повторяются столько раз, сколько требуется для получения модельной траектории значений $F(t)$ заданной длительности. Затем аналогично имитируется следующая траектория, и т.д. до получения нужного числа траекторий. На рис. 1 изображена принципиальная схема этой модели.

Неопределенность в системе порождается тем, что в момент t актуарий не в состоянии точно оценить значений следующих параметров на момент $t + 1$:

- нормы инфляции i_{t+1} , используемой для индексации пенсий, а следовательно, и величин пенсий $b(t + 1, x)$;
- нормы инвестиционной доходности r_{t+1} за период от t до $t + 1$;
- зарплат $w(t + 1, x)$;
- состояния популяции участников, описываемого размерами возрастных когорт $s(t + 1, x)$.

Из-за случайного характера этих величин их значения на момент $t + 1$ обязательно отклоняются от используемых актуарием при расчете в момент t их оценок: актуарных норм i_v , r_v и w_v , а также ожидаемых размеров возрастных когорт участников. Поэтому актуарный баланс пенсионной схемы нарушается, и при новом расчете в момент $t + 1$ актуарий должен корректировать размеры пенсий или взносов в зависимости от типа схемы.

Таким образом, колебания этих четырех параметров представляют *источники неопределенности* в модели (рис. 2). Их колебания могут моделироваться либо сценарно, как в этом разделе, либо стохастически, как в следующем.

3.3. Актуарные методы

Актуарные методы для пенсионных планов тесно связаны с расчетами минимальных норм или уровней фондирования для них, поэтому эти методы часто называют *методами фондирования или финансирования* (funding methods). Как было отмечено выше, мы рассмотрим три метода, или три варианта фондирования нашего условного пенсионного плана. Читатель, желающий подробнее познакомиться с актуарными методами финансирования пенсий, может обратиться к работам (Anderson, 1992; Шоломицкий, 2002а, б).

Первый вариант — это метод *пенсионного страхования* с одновременным фондированием. При таком методе минимальной нормой фондирования плана в каждом году (минимальным взносом работодателя) следует считать сумму, достаточную для оплаты будущих пенсий пенсионеров, выходящих на пенсию в течение года. Будем считать, что эта сумма вносится за год

до достижения пенсионного возраста R , т.е. в момент достижения работником возраста $R - 1$. Поскольку число таких работников было выше обозначено $s(t, R - 1)$, взнос работодателя должен быть равен

$$C(t) = APVb_t \cdot s(t, R - 1), \quad (5)$$

где $APVb_t$ — актуарная современная стоимость (APV) будущей пенсии одного работника на момент t . Последняя рассчитывается как APV пожизненно-го аннуитета, отложенного на год:

$$APVb_t = b(t + 1, R) \cdot \ddot{a}_{R-1} = b(t + 1, R) \cdot \hat{v} \cdot p_{R-1} \cdot \ddot{a}_R,$$

где v — коэффициент дисконта, соответствующий актуарной доходности r_v , $\hat{v} = \frac{1}{1+r_v}$. Та же доходность r_v используется и для расчета APV аннуитетов.

Как отмечалось выше, при данном методе после назначения пенсии компания-работодатель не несет ответственности за ее дальнейшую выплату. Можно считать, что работодатель просто ежегодно покупает пожизненные аннуитеты для своих работников, достигающих пенсионного возраста. Для расчета APV поэтому обычно используются *консервативные* нормы доходности r_v , которые значительно ниже ожидаемой (средней) инвестиционной доходности. Это делается с целью обеспечения у пенсионного фонда (который в данном случае выступает фактически в качестве страховщика) необходимого запаса прочности, т.е. резерва на случай падения инвестиционной доходности ниже ожидаемого уровня.

Рассмотрим теперь описанную выше схему *пенсионного плана* с единовременным фондированием. При назначении НПФ пенсии происходит резервирование средств либо на солидарном счете компании-работодателя, либо путем их перевода на индивидуальный пенсионный счет. Минимальной суммой, которая должна быть профондирована, является APV пенсий всех пенсионеров. Эту сумму обозначим $APVB$. При ее расчете также обычно используется консервативная норма доходности r_v . Пока баланс солидарного счета, равный сумме активов пенсионной программы, F_t , не меньше этой суммы, компания-работодатель может производить назначения пенсий; если же F_t становится ниже $APVB$, работодатель должен пополнить счет. Поэтому минимальный годовой взнос или норму фондирования можно считать равными

$$C_t = APVB_t - F_t. \quad (7)$$

Заметим, что при благоприятном опыте эта сумма может быть отрицательной.

Далее, рассмотрим имитацию схемы, финансируемой по *агрегированному* методу. В каждый момент времени $t = 0, 1, 2, \dots$ в такой схеме актуа-

рий вычисляет ставку пенсионного взноса $c(t, x) = c_x$, определяя такую долю от зарплаты, взимание которой в виде пенсионного взноса позволит профинансировать пенсии лиц, являющихся участниками пенсионной схемы в момент t , без учета вступления новых участников в последующие годы.

Для наших целей нам достаточно написать выражение для взноса в случае, когда зарплаты всех работающих участников равны средней зарплате, $w(t, x) = w(t)$ для всех x , а пенсии всех пенсионеров равны средней пенсии, $b(t, x) = b(t)$ для всех x . Ниже предполагается, что актуарий некоторым образом прогнозирует будущие зарплаты и пенсии. Эти прогнозные (актуарные) величины зарплат и пенсий, используемые в расчетах, будем обозначать \hat{w} и \hat{b} . Если t — момент актуарного оценивания, то актуарий оценивает будущие зарплаты для года $\tau > t$ как

$$\hat{w}(\tau) = (1 + w_v)^{\tau-t} \cdot w(t), \quad (8)$$

где w_v — актуарная норма прироста зарплат (вообще говоря, зависящая от t).

Аналогично, уровень будущих пенсий

$$\hat{b}(\tau) = (1 + i_v)^{\tau-t} \cdot b(t), \quad (9)$$

где i_v — актуарная норма прироста зарплат (тоже, вообще говоря, зависящая от t).

Тогда соответствующее соотношение актуарного баланса (эквивалентности) записывается в виде

$$F(t) + c_t \sum_{\tau \geq t} NW(\tau) \hat{w}(\tau) \hat{v}^{\tau-t} = \sum_{\tau \geq t} NP(\tau) \hat{b}(\tau) \hat{v}^{\tau-t}, \quad (10)$$

где $NW(\tau) = \sum_{x=a}^{R-1} \hat{s}(\tau, x)$ — число работников, $NP(\tau) = \sum_{x=R}^E \hat{s}(\tau, x)$ — число пенсионеров на момент τ , согласно актуарному прогнозу на момент t , $\hat{v} = (1 + r_v(t))^{-1}$ — коэффициент дисконтирования, используемый актуарием для оценки.

Заметим, что здесь, как и везде ниже, крышечкой обозначены *актуарные* значения. Мы имитируем работу актуария в момент t . В этот момент актуарий *не знает* будущих значений величин когорты и будущей инвестиционной доходности. Для своих расчетов он использует прогнозные величины $\hat{s}(\tau, x)$ для $\tau > t$, которые он вычисляет по текущему реальному состоянию популяции $s(t, x)$ (представляющему собой результат имитации к этому моменту) и актуарной таблице смертности. Старение когорты участников, пред-

полагаемое актуарием, соответствует средним нормам смертности. Его можно описать уравнением

$$s(\tau + 1, x + 1) = s(\tau, x) \cdot p_x. \quad (11)$$

где p_x — вероятность прожить 1 год для участника возраста x , вычисленная по актуарной таблице смертности.

При этом, что наиболее важно, актуарий считает $\hat{s}(\tau, a) = 0$, т.е. не предполагает вступления новых молодых участников в будущем. Таким образом, он рассматривает только старение и постепенное вымирание существующей на момент τ популяции участников. В соответствии с этим, суммирование в (10) ведется до обнуления сумм, число членов определяется величинами R и E .

Выражая c_t из (10), записывают его в виде

$$c_t = \frac{APVB_t - F(t)}{APVW_t}, \quad (12)$$

где $APVB_t = \sum_{\tau \geq t} NP(\tau) \hat{b}(\tau) \hat{v}^{\tau-t}$ — актуарная современная стоимость пенсий участников, имеющих на момент t , $APVW_t = \sum_{\tau \geq t} NW(\tau) \hat{w}(\tau) \hat{v}^{\tau-t}$ — актуарная современная стоимость зарплат участников, имеющих на момент t .

Полная сумма пенсионного взноса $C(t)$ вычисляется путем подстановки вычисленной величины $c(t, x) = c_t$ в (2).

Четвертый из рассматриваемых нами методов фондирования пенсионного плана — так называемый projected benefit unit-credit метод, или unit-credit метод с проектированием пенсий. Этот метод является индивидуальным, т.е. для каждого участника вычисляются величины *пенсионных обязательств* $AL(t, x)$ и так называемого *нормального платежа* $NC(t, x)$.

Пусть $APVb(t, x)$ — актуарная современная стоимость пенсии участника, находящегося в момент t в возрасте x , рассчитанная на момент t . Тогда

$$NC(t, x) = \frac{1}{R-a} APVb(t, x); \quad (13)$$

и для $x \in [a..R-1]$

$$AL(t, x) = \frac{x-a}{R-a-1} APVb(t, x). \quad (14)$$

Для возрастов $x > R-1$ нормальные платежи нулевые, а обязательства равны актуарным современным стоимостям пенсий $APVb(t, x)$.

Суммирование по всем участникам дает суммарный нормальный платеж

$$NC_t = \sum_{x=a}^{R-1} NC(t, x)s(t, x) \quad (15)$$

и суммарные актуарные обязательства

$$AL_t = \sum_{x=a}^E AL(t, x)s(t, x). \quad (16)$$

Разность

$$UL_t = AL_t - F_t \quad (17)$$

называется *нефондированными обязательствами* (unfunded liability). Значение UL_0 называется *начальными нефондируемыми обязательствами* (initial unfunded liability).

Для погашения нефондированных обязательств в состав взноса включается дополнительный платеж, который обозначим A_t . Сумма взноса, таким образом, имеет вид

$$C(t) = NC_t + A_t. \quad (18)$$

Согласно (Овадалли и Хэберман, 1999), в актуарной практике обычно применяются два различных подхода к погашению нефондированных обязательств: “амортизация” и “распределение”.

Рассмотрим первый из них. Актуарным убытком/прибылью (actuarial gain/loss) за период $[t-1, t]$ называется величина

$$L_t = UL_t - \{\text{"плановое" значение } UL_t\} = UL_t - UL_t^A, \quad (19)$$

где под “плановым” значением UL_t^A понимается ожидаемое актуарное значение, рассчитанное в момент $t-1$. Это та величина нефондируемых обязательств, которая имела бы место при точном выполнении всех актуарных предположений.

Амортизацией равными платежами в течение m лет называется погашение требуемой суммы такими платежами, чтобы их современная (дисконтированная) стоимость равнялась требуемой сумме. Таким образом, платежи в погашение актуарного убытка величиной L_t вносятся в моменты времени $\tau = t, t+1, \dots, m-1$, а величина одного платежа рассчитывается как

$$A_t(\tau) = \frac{L_t}{\ddot{a}_{\overline{m}|}},$$

где $\ddot{a}_{\overline{m}|} = 1 + v + v^2 + \dots + v^{m-1}$ есть современная стоимость стандартной ренты пренумерандо с m ежегодными платежами, рассчитанной с коэффициентом дисконта $v = 1/(1+i_v)$. Удобно определить эти величины и для $\tau < t$ и $\tau < m-1$, полагая в этих случаях $AL(\tau) = 0$.

Аналогично рассчитываются амортизационные платежи в погашение начальных нефондированных обязательств; срок их амортизации будем обозначать через M :

$$A_{UL}(\tau) = \frac{UL_0}{\ddot{a}_{\overline{M}|}}$$

для $\tau = 0, 1, \dots, M - 1$. Положим $A_{UL}(\tau) = 0$ для $\tau < 0$ и $\tau > M - 1$.

Полная сумма дополнительного платежа A_t вычисляется как сумма амортизационных платежей для всех еще не погашенных ежегодных убытков/прибылей, а также начальных нефондированных обязательств. Во введенных выше обозначениях

$$A_t = \sum_{\tau=0}^{+\infty} (A_L(\tau) + A_{UL}(\tau)). \quad (20)$$

Эта сумма, очевидно, содержит на самом деле лишь конечное число отличных от нуля слагаемых.

Подходы к расчету амортизационных платежей в том случае, когда актуарная ставка i_v может меняться от одного оценивания к другому, могут быть разными. Ниже применяется следующий вариант: все платежи A_L и A_{UL} рассчитываются лишь единожды, в момент оценки актуарного убытка либо в момент 0 для начальных нефондированных обязательств, и в дальнейшем не перерасчитываются. Кроме того, как следует из сказанного, актуарные прибыли и убытки трактуются в модели одинаково.

Ниже при моделировании всегда, если не оговорено противное, используется unit-credit метод с амортизацией актуарных убытков (прибылей), а также начальных нефондируемых обязательств.

Второй подход — “распределение” нефондированных обязательств — состоит в расчете дополнительного платежа как

$$A_t = k \cdot UL_t, \quad (21)$$

где $k = 1/\ddot{a}_{\overline{K}|}$, K — (условный) период распределения дефицита.

Итак, описанные выше актуарные методы позволяют рассчитывать нормы фондирования пенсионных планов, т.е. дают возможность определить размеры пенсионных взносов и планируемые объемы резервов (активов). В принципе работодатель, конечно, может воспринимать эти нормы как ориентировочные — во всяком случае, в России, где пока нет нормативно установленных норм фондирования пенсионных планов, и компании вольны фонтировать или не фонтировать свои пенсионные планы в соответствии со своими приоритетами, наличием свободных средств и т.д. В ряде случаев это может приводить и к перефондированию по сравнению с минимальными нормами. Единственным ограничением в России была налоговая льгота, позволяющая относить на себестоимость (не облагаемую налогом на прибыль) отчисления в страховые пенсионные программы в размере до 12%

фонда оплаты труда, но и она была отменена в конце 2004 года. Ниже моделируется ситуация, когда *фондирование плана работодателем в точности соответствует минимальным нормам фондирования*, рассчитанным в соответствии с описанными выше методами.

Везде ниже планы, финансируемые по различным методам, обозначены буквами А, В, С, D в соответствии с классификацией, введенной в конце раздела 1.

3.4. Исследование условного пенсионного плана

Рассмотрим условный “только что учрежденный” пенсионный план с N работающими участниками, находящимися на текущий момент времени в возрастах от $a = 25$ до 59 (лет). Для простоты, как и выше, не будем подразумевать деления по полам, а только по возрастам. Пенсионный возраст $R = 60$ лет для всех участников. Зарплата в текущем году равна 5 000 рублей в месяц, или 60 000 рублей в год для каждого участника. Через год после начального момента появляются пенсионеры — это участники, достигающие на этот момент возраста 60 лет. Им назначается пенсия размера 1 000 рублей в месяц, или 12 000 рублей в год.

Рассмотрим случай, названный выше “стационарным”, когда зарплаты и пенсии остаются на том же уровне *в реальных ценах*. Будем предполагать в первом приближении, что зарплаты и пенсии растут в соответствии с инфляцией. В качестве нормы доходности тогда нужно использовать предполагаемую *реальную* доходность, т.е. доходность свыше инфляции.

Тробрюбридж (1952) изучал поведение условного пенсионного плана при различных методах финансирования в “стационарном” случае. Кроме стационарности зарплат и пенсий, он предполагал *стационарность популяции участников*. Стационарной популяцией в демографии называется популяция устойчивой численности, нормы смертности в которой точно соответствуют нормам таблицы смертности. Нетрудно видеть, что в такой стационарной популяции численности возрастных когорт должны быть пропорциональны численностям условных возрастных когорт из таблицы смертности, l_x . Для наших расчетов была использована таблица смертности для всего населения России, построенная по данным “Демографического ежегодника” Госкомстата за 1997 год и сглаженная с использованием закона Гомпертца. Численность стационарной популяции в возрастах от $a = 25$ до $E = 100$ была выбрана равной 5 000. Тогда численности когорт для $x \in [25.. 100]$

$$s(t, x) = 5000 \cdot \frac{l_x}{\sum_{y=25}^{100} l_y}.$$

Число работающих участников оказывается равным $N = 3696$. Численности когорт показаны на рис. 3.

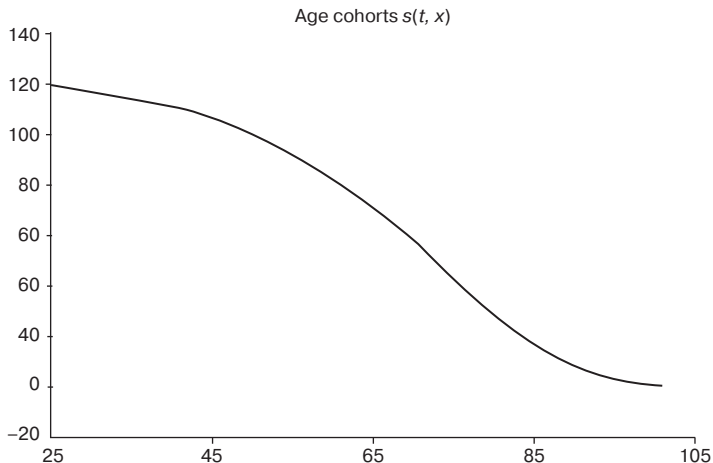


Рис. 3. Численность возрастных когорт (по оси X — возраст, лет).

В отличие от работы Трубриджа, здесь рассматривается популяция участников, которая только *становится* стационарной, так как в начальный момент мы не предполагаем наличия пенсионеров. Однако популяция работников, конечно, является стационарной. Вся популяция участников становится стационарной, когда в ней появляются пенсионеры всех возможных возрастов, от 60 до 100, т.е. через 40 лет после запуска программы.

Согласно расчету, численность первой возрастной когорты (возраста 25) равна 119. Это означает, что для поддержания стационарности популяции численность вновь вступающих в каждом году участников должна быть именно такой, т.е. $s(t, 25) = 119$. Дальнейшее уменьшение численности когорт происходит по правилу (11). Численность последней из когорт, находящихся в трудоспособном возрасте, $s(t, 59) = 83$.

Рассмотрим схемы фондирования плана, описанные выше. Принципиальным моментом для расчетов является выбор актуарных норм доходности. Для плана, действующего по принципу пенсионного страхования с единовременным фондированием, ставка должна быть ниже, чем для планов, где применяются агрегированный метод или unit-credit метод. Это вызвано тем, что, как было отмечено выше, в этом случае риски берет на себя пенсионный фонд. Выберем эту ставку реальной доходности, используемую для расчетов аннуитетов в такой схеме, на уровне 2% годовых. Ставку, ис-

пользуемую для актуарных расчетов в планах с агрегированным методом (С) и unit-credit методом (D), выберем на уровне 4% годовых. Напомним, что эти ставки — реальные. Так, если уровень инфляции составит 3–4%, то ставка для расчета аннуитетов составит 5–6%, а ставка для планов С и D — 7–8%. Насколько известно автору, ставка 5–6% близка к тем, которые сегодня часто используют для расчетов в страховых схемах, подобных описанной. Что касается пенсионных планов, то обычно в качестве ориентира для актуарных норм доходности используют доходности долгосрочных корпоративных или государственных облигаций (как предписывается, например, тем же МСФО 19). Ставка 4% в реальном выражении может показаться некоторым на 1–2% заниженной, однако мы используем все-таки эту ставку. Дело в том, что нашей целью здесь является сравнение трех описанных типов фондирования. Различие ставок создает дополнительное преимущество фондированию по типу пенсионного плана по сравнению с пенсионным страхованием. Мы хотим показать, что это преимущество существует даже при минимальной разнице в процентных ставках — всего в 2%. Реально же эта разница должна быть больше, до 4–5%. Как показывают расчеты, при разнице в ставках в 4% фондирование по типу пенсионного плана выигрывает уже “за явным преимуществом”, т.е. требуемый уровень взносов просто ниже для всех лет, чем в случае пенсионного страхования. Если же различие в ставках такое, как указано, т.е. 2%, то все не так очевидно. Эту ситуацию мы и рассмотрим.

Нужно заметить, что кроме консервативных процентных ставок при фондировании по принципу пенсионного страхования может использоваться и более консервативная таблица смертности. Расчеты, однако, показывают, что эффект от этого обычно менее значим, чем эффект консервативности процентной ставки, поэтому мы его не будем пока моделировать. Одна и та же таблица смертности определяет “реальное” изменение численности когорт в стационарной популяции участников и используется для расчета аннуитетов.

На рис. 4 и 5 показаны, соответственно, размеры пенсионных взносов работодателя и резервов (активов) пенсионного плана для всех четырех изучаемых нами типов фондирования в том случае, когда *реальная инвестиционная доходность равна актуарной*. В случае фондирования unit-credit методом период амортизации начальных нефондированных обязательств взят равным 15 годам. Взнос в случае пенсионного страхования (А) составляет 6,03% и не меняется. Взносы в случае агрегированного метода (С) постепенно снижаются с 8,29% в первый год до 2,34% в последние годы. Взносы в случае unit-credit метода (D) в первые 15 лет, пока амортизируются начальные нефондированные обязательства, составляют 7,64%, а затем резко падают до 2,67% ФОРТ.

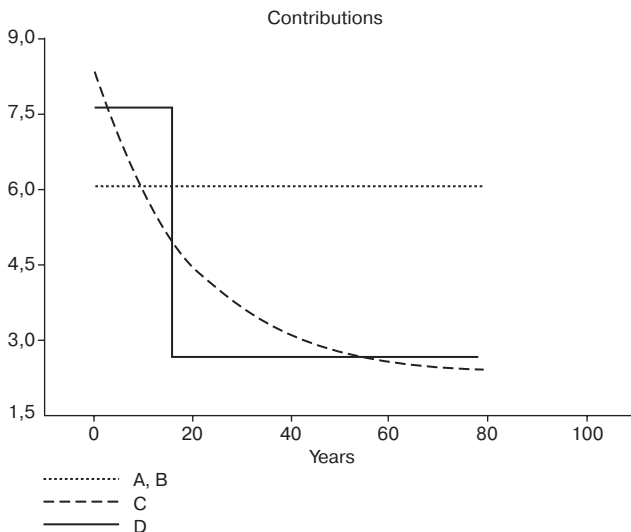


Рис. 4. Взносы в пенсионный план (% от ФОТ) в случае совпадения актуарной нормы доходности с реальной: А — пенсионное страхование в момент выхода на пенсию (актуарная доходность 2%); В — единовременное (конечное) фондирование (актуарная доходность 2%); С — агрегированное фондирование (актуарная доходность 4%); D — фондирование согласно unit-credit методу (актуарная доходность 4%). По оси X — время в годах от момента запуска пенсионной программы

Как было отмечено выше, актуарные нормы доходности являются консервативными, т.е. заниженными. Посмотрим, что получится в случае, когда реальная доходность *будет отличаться от актуарной*.

Попробуем выбрать сценарии поведения инвестиционной доходности в будущем, которые будут достаточно правдоподобными. Конечно, в принципе при анализе пенсионной программы она может тестироваться на достаточно широком наборе сценариев. Мы исследуем здесь только три сценария — “умеренно-оптимистический”, “умеренно-пессимистический” и “пессимистический — кризисный”.

В 2002—2003 годах российский фондовый рынок демонстрировал хороший рост. Это позволило многим НПФ в эти годы показать доходность в 20—25% годовых. На фоне инфляции, составлявшей 13—15%, реальную доходность для наших сценариев выберем на уровне 8% годовых в первый год.

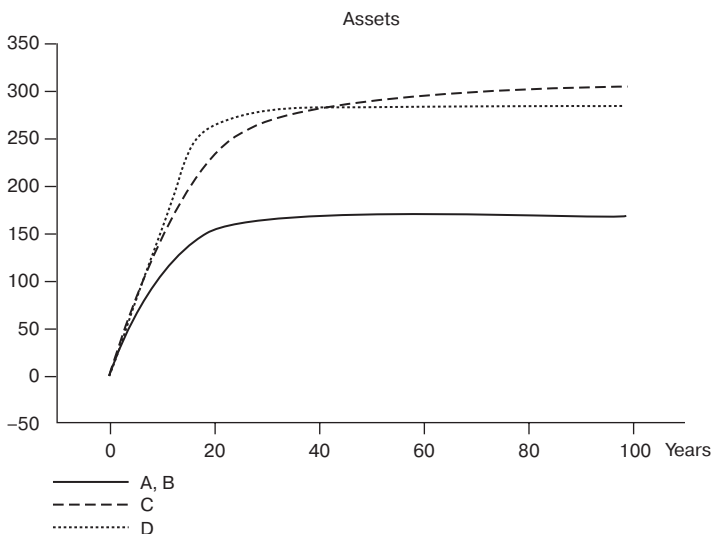


Рис. 5. Активы пенсионного плана (в реальных ценах, млн. руб.) в случае совпадения актуарной нормы доходности с реальной: А — пенсионное страхование в момент выхода на пенсию (актуарная доходность 2%); В — единовременное (конечное) фондирование (актуарная доходность 2%); С — агрегированное фондирование (актуарная доходность 4%); D — фондирование согласно unit-credit методу (актуарная доходность 4%). По оси X — время в годах от момента запуска пенсионной программы

В последующие годы, как ожидает большинство аналитиков, параметры фондового рынка должны постепенно приближаться к параметрам развитых рынков. По-видимому, инвестиционная политика НПФ также должна становиться более консервативной. Это скорее всего приведет к некоторому снижению доходностей.

Согласно “умеренно-оптимистическому сценарию”, предполагается, что доходность будет снижаться на 0,5% в год, пока не достигнет 5% годовых. Если считать моментом отсчета (запуска нашего пенсионного плана) начало 2004 года, то реальная доходность снизится до 5% к 2010 году. Согласно прогнозам Правительства и МЭРиТ, инфляция к 2010 году должна снизиться до 4% в год, т.е. мы предполагаем номинальную доходность на уровне 9%. Этот сценарий, как мы видим, предусматривает устойчивое развитие российского фондового рынка без экономических потрясений, кризисов и пр.

“Умеренно-пессимистический” сценарий предусматривает более быстрое падение реальной доходности, а именно на 2% в год, до 0 в течение че-

тырех лет, а затем повышение на 1% в год до долгосрочного уровня в 3%. Такой сценарий предполагает возможность того, что развитие пойдет не вполне так, как хотелось бы. В частности, выход на устойчивую 5%-ю доходность в предыдущем сценарии означает выход экономики на некоторую устойчивую “линию развития”. Однако сегодня нельзя считать, что такое устойчивое развитие достигнуто. Экономика и, в частности, фондовый рынок остаются “нефтезависимыми”. Ценные бумаги сырьевых компаний составляют основу российского рынка корпоративных бумаг. В 2002—2003 годах на этом рынке наблюдался рост, в значительной мере “подогревавшийся” оптимизмом инвесторов в отношении акций нефтегазовых компаний. Может оказаться, однако, что при неблагоприятной конъюнктуре (в частности, снижении цен на энергоносители), рынок этих акций сильно замедлит свой рост. В долгосрочной перспективе может снизиться и доходность корпоративных облигаций. Кстати, нужно заметить, что доходности краткосрочных облигаций ведущих российских эмитентов уже сейчас ниже прогнозов инфляции.

Третий сценарий — “пессимистический — кризисный” предусматривает снижение доходности на 1% в год в течение трех лет, а затем небольшой (относительно) кризис фондового рынка, в течение которого произойдет падение реальной доходности до -6%, затем постепенное восстановление в течение двух лет и стабилизация на долгосрочном уровне в 1%.

Три сценария долгосрочного поведения доходности показаны на рис. 6.

Нужно оговориться, что эти сценарии, как и любые другие, представляют собой всего лишь более или менее правдоподобные *гипотезы* в отношении будущего. Преимущество подхода динамического анализа и метода сценариев состоит в том, что мы не считаем наши соображения ни в коем случае “непогрешимыми” и именно поэтому применяем сценарии для *тестирования* нашей модели пенсионного плана, анализируя ее поведение *при различных возможностях*. Такой подход часто называют подходом “что-если-анализа” (what-if analysis).

Для указанных выше (раздел 1) вариантов А — D фондирования пенсионного плана были промоделированы величины активов и пенсионных взносов в трех сценариях I — III. Во всех случаях предполагалось, что работодатель точно выполняет минимальные нормы фондирования. В случае фондирования по projected unit-credit методу D амортизация начальных нефондируемых обязательств предполагалась в течение 15, а актуарных прибылей/убытков — в течение 10 лет. Актуарная норма доходности предполагалась во всех случаях постоянной, в случаях А, В — равной 2%, в случаях С и D — равной 4% годовых. Актуарное оценивание и пересчет взносов в случаях В, С, D предполагались ежегодными.

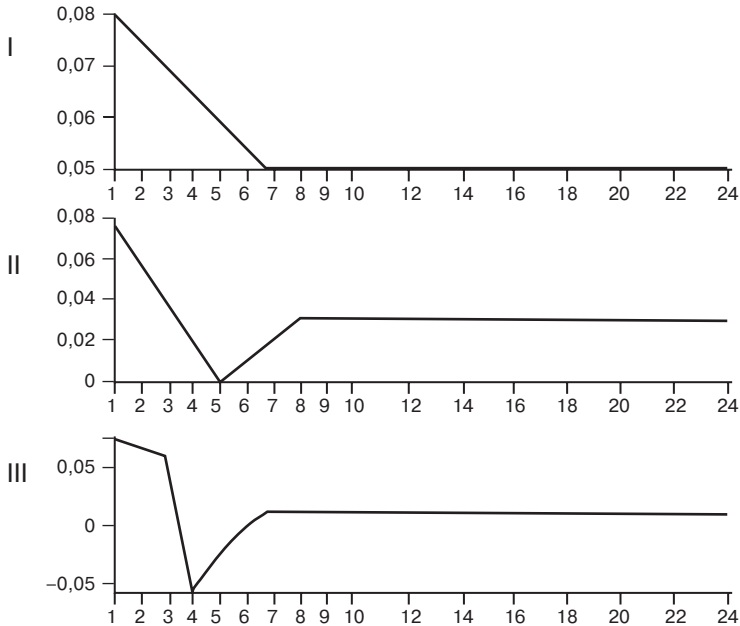


Рис. 6. Сценарии инвестиционной доходности: “умеренно-оптимистический” (I); “умеренно-пессимистический” (II); “пессимистический — кризисный” (III)

На рис. 7 и 8 показаны результаты моделирования резерва (суммы активов) пенсионного плана.

На рис. 9 показаны взносы при тех же сценариях.

С точки зрения теории управления, эти рисунки демонстрируют “реакцию” пенсионного плана как системы на “входные импульсы”, задаваемые сценариями. Существенное различие между системой типа А (фондирование по типу страхования) и типов В, С, D (фондирование по типу пенсионного плана) заключается в том, что последние представляют собой *системы с обратной связью*. Роль обратной связи, как было отмечено ранее, играет “подстройка” взносов актуарием.

Эти соображения объясняют общий вид полученных графиков: для планов В — D мы видим, что происходит “коррекция” взносов с их “подстройкой” под реализующийся сценарий доходности. Это особенно хорошо видно из рис. 9. Программа, фондируемая по типу “пенсионного страхования”, с другой стороны, демонстрирует свою негибкость. Из рис. 6 видно, что в сценариях I и II такая схема в целом “справляется” с выплатами и имеет

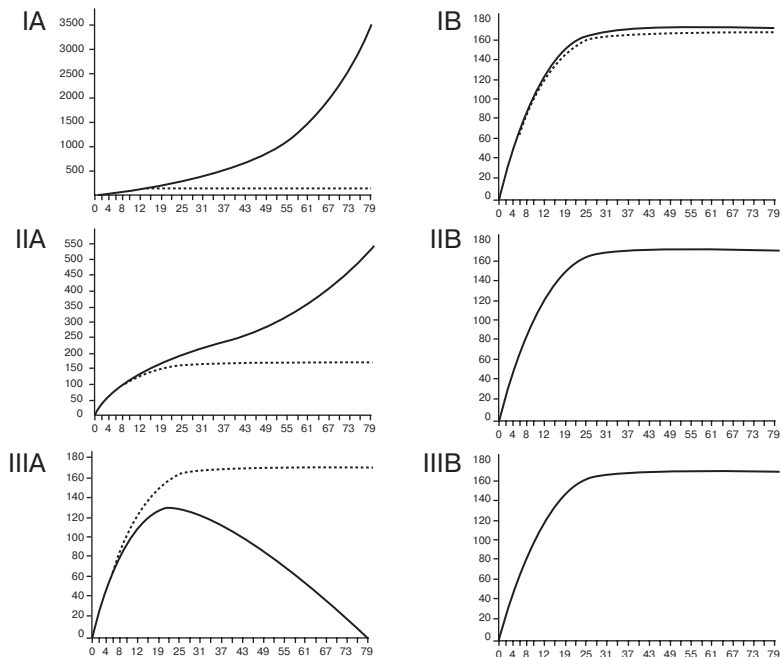


Рис. 7. Результаты моделирования резерва пенсионного плана при различных вариантах фондирования (А, В) и в различных сценариях (I — III). Тонкая пунктирная линия — актуарный прогноз резерва в случае точного совпадения доходности с актуарной

значительный излишек средств (профицит), благодаря тому, что в этих случаях актуарный базис, использованный для расчета тарифов, оказывается более консервативным, чем реализующиеся сценарии. Значит, пенсионный фонд или страховая компания, реализующие такую программу, остаются в большой прибыли — естественно, за счет средств компании-работодателя.

Если же пенсионная программа финансируется по типу “пенсионного плана”, то в таком случае компания-работодатель самостоятельно контролирует свои пенсионные резервы, но и несет риски. Взносы, как мы видим, гибко “подстраиваются” под реальные доходности. Даже в неблагоприятных сценариях планы В — D функционируют в целом стабильно. В них имеется небольшой дефицит либо профицит средств. Наличие дефицита/профицита определяется тем, насколько правильно актуарий оценивает доходность: если актуарная доходность в целом ниже реальной, то имеется профицит, иначе — дефицит. Вторая ситуация, конечно, не является

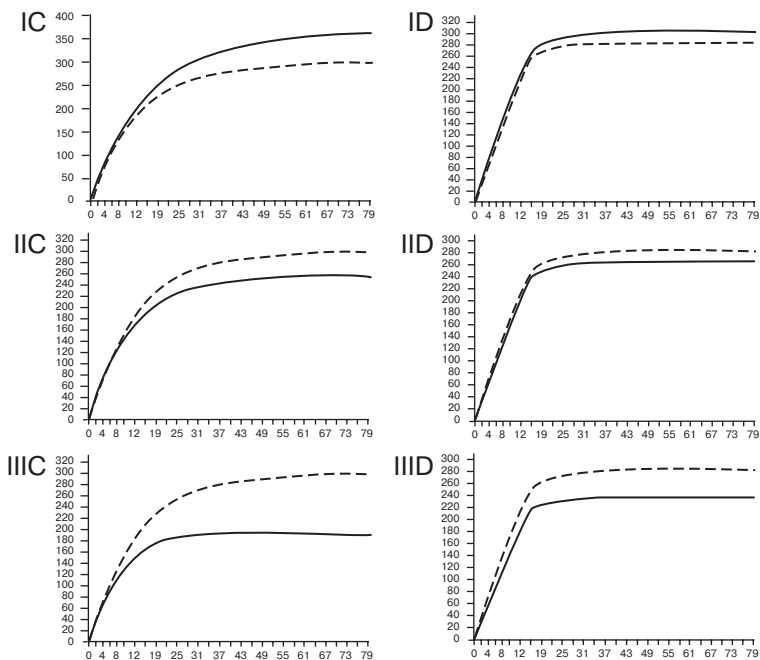


Рис. 8. Результаты моделирования резерва пенсионного плана при различных вариантах фондирования (С, D) и в различных сценариях (I — III). Тонкая пунктирная линия — актуарный прогноз резерва в случае точного совпадения доходности с актуарной

нормальной: следует ожидать, что в случае систематической переоценки доходности будут предприняты шаги для пересмотра актуарной доходности, хотя могут быть ситуации, когда это вызовет трудности. Например, если пенсионная программа реализуется через НПФ, часто минимальный уровень доходности гарантируется пенсионным договором. Необходимость пересмотра договора, внесения дополнительных взносов вкладчиком и пр. — это ситуации, которых НПФ обычно стремится избежать. Поэтому параметры актуарного базиса, в частности, нормы доходности обычно и выбираются “консервативными”.

Рис. 7, 8 также позволяют заметить более тонкие различия между планами. Обратим внимание на то, что план В обладает более быстрым реагированием на изменения доходности, чем планы С и D. Поэтому, как следует из рис. 7, в этом случае дефицит/профицит фонда меньше. На первый взгляд это кажется преимуществом, но анализ рис. 9 говорит об обратном. Отличие

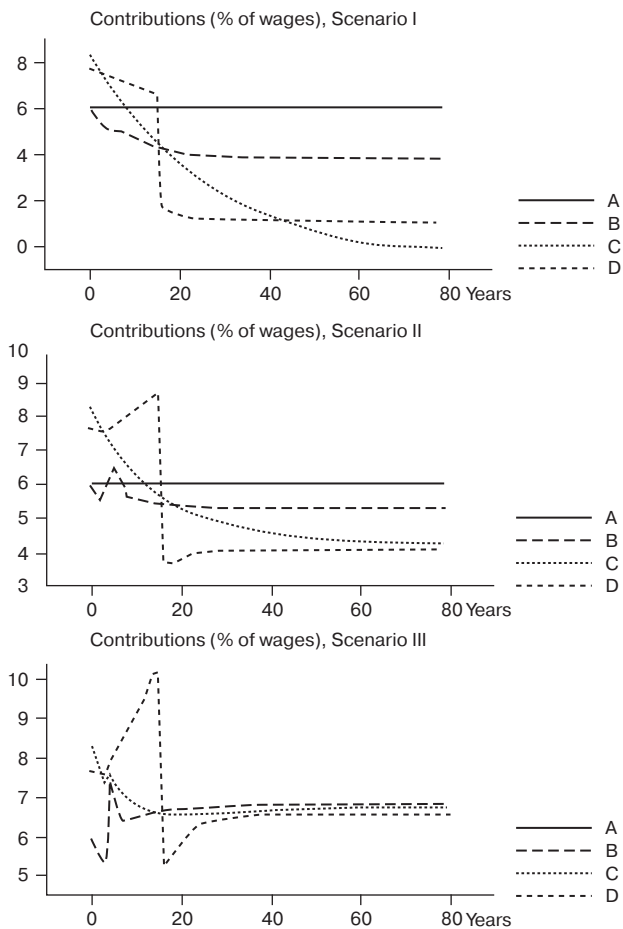


Рис. 9. Пенсионные взносы (в % от ФОТ) при сценариях: I (вверху); II (в середине); III (внизу) и различных вариантах фондирования (A, B, C, D).

плана B от C и D фактически состоит в *немедленном* изменении уровня взноса при дефиците (профиците) по итогам года. Поэтому фондирование получается очень чувствительным к скачкам инвестиционной доходности: такой актуарный метод сразу “выдает сигналы” о том, что необходимо погасить дефицит или что есть профицит. С точки зрения компании-работодателя, это приводит к резким колебаниям уровня требуемых взносов (рис. 9). Это, конечно, не очень хорошо. Желательной характеристикой актуарного

метода является “гладкость” порождаемой им последовательности взносов, плавность изменений, отсутствие резких скачков взносов. Действительно, из общих соображений ясно, что нет смысла в таком немедленном реагировании на изменения доходности: случайные убытки одного года могут быть уравновешены прибылями другого.

Методы С и D, с другой стороны, содержат уже как бы “встроенные механизмы” плавной коррекции дефицита/профицита.

Казалось бы, нетрудно придумать такой механизм и для “российского” метода В. Он мог бы основываться на принципах “амортизации” актуарных прибылей/убытков или “распределения” дефицита. Однако на практике это сопряжено с некоторыми трудностями: можно сказать, что существующая сегодня в России неразвитая нормативная база и примитивная практика актуарного оценивания не приспособлены для введения даже такого “небольшого усовершенствования” — конечно, в том случае, если пенсионная программа реализуется через НПФ. При ежегодном актуарном оценивании НПФ, например, актуарный баланс должен быть бездефицитным, а это значит, что предусмотреть погашение дефицита в течение ряда лет невозможно.

Ниже мы проведем более подробный анализ уровня колебаний взноса для разных планов, включая оценку количественных характеристик, основываясь уже на стохастической модели.

В табл. 1 приведены данные о дисконтированной стоимости (NPV) пенсионных взносов в течение 80 лет для планов А — D в различных сценариях. Мы видим, что планы В — D получаются значительно более дешевыми для компании-работодателя, за исключением сценария III, где дешевле план А (что говорило бы в его пользу, если бы этот план не “разорвался” в этом сценарии). Причина этого, конечно, в том, что в случаях В — D в сценариях I и II прибыль от более высокой инвестиционной доходности, чем актуарная доходность, не “уходит на сторону”, т.е. в прибыль НПФ или страховой компании, а остается в программе.

Таблица 1 Дисконтированные стоимости взносов в пенсионный план при различных вариантах фондирования (млн. руб., дисконтная ставка 2%), для трех сценариев и случая, когда доходность совпадает с актуарной нормой доходности (“расчет”)

	А	В	С	Д
Расчет	542	542	402	392
I	542	381	291	291
II	542	493	489	484
III	542	599	613	637

Сравнивая стоимости планов В — D, можно заметить, что в сценарии I, где актуарные доходности для всех планов ниже реальных (нормальная ситуация), план В оказывается значительно дороже остальных. Причина тоже понятна: при фондировании пенсий заранее, в течение карьеры работников, а не при выходе последних на пенсию, средства “работают”, принося инвестиционный доход, гораздо дольше. Такое фондирование требует, как мы видим из графиков взносов, несколько больших вложений на начальном этапе. То, насколько эти вложения больше, зависит от параметров программы. В нашем расчете, параметры которого выглядят в целом довольно реалистично, читатель сам может оценить разницу во взносах из графиков и решить, является ли она значительной.

Интересно, что полученные значения стоимости планов оказались близки в “ненормальных” ситуациях, причем как в сценарии II, где актуарий как бы ошибается, переоценив доходность, для планов С и D, так и в сценарии III, где такая ошибка делается для всех трех планов.

В заключение этого раздела необходимо сказать несколько слов о сравнении взносов в планах С и D. Из рисунков видно, что амортизация начального дефицита (нефондируемых обязательств) в течение 15 лет, предусмотренная в плане D (unit-credit метод), приводит к “ступенчатому” изменению взноса по сравнению с фондированием по агрегатному методу С. В последнем случае кривая взносов получается более гладкой, взнос уменьшается не скачкообразно, а постепенно.

4. Исследование актуарных рисков: подход стохастического моделирования

4.1. Актуарные риски

Актуарные риски — это риски, связанные с непредсказуемостью условий, в которых в будущем будет действовать пенсионная программа.

Актуарий выполняет свои расчеты (в частности, расчеты взносов) в некоторых предположениях. Однако будущее никогда не может в точности соответствовать сделанным актуарным предположениям. Будем называть *актуарными рисками* риски отклонения различных параметров от их значений, заложенных в базис актуарного расчета.

В принципе, пенсионные программы могут быть подвержены большому разнообразию актуарных рисков. Данная работа ограничивается анализом двух основных типов риска:

- инвестиционного риска;
- риска колебаний численности участников.

Первый тип риска связан с отклонениями реальной инвестиционной доходности от предполагаемой, второй — с отклонениями реальных норм смертности от предполагаемых.

4.2. Модель инвестиционной доходности

Построение долгосрочных актуарных моделей инвестиционной доходности представляет сложную задачу даже для стран с развитыми фондовыми рынками, имеющими долгую историю и достаточно стабильную структуру. Тем более это так для России, рынок которой относится к категории “emerging markets” и носит свойственный таким рынкам волатильный характер. Фондовый рынок насчитывает лишь несколько лет относительно устойчивого развития после кризиса 1998 года, который изменил весь характер рынка, и последовавшего за ним периода восстановления. Поэтому в настоящее время есть лишь короткие временные ряды финансовых показателей, которые можно было бы использовать для характеристики современного состояния рынка. Будущее же развитие рынка сопряжено со значительной неопределенностью.

Модель, которая строится ниже, является весьма упрощенной и даже примитивной. Она построена с целью описать “в первом приближении” инвестиционный риск для тех целей моделирования, которые ставятся в настоящей работе. Фактически, мы ограничиваемся наложением случайных колебаний с одной характеристикой — волатильностью. Построение более “продвинутых” моделей и изучение влияния их эффектов (например, автокорреляций, связей различных показателей и пр.) на поведение пенсионных программ есть дело дальнейших исследований.

Ниже делаются предположения о перспективах инвестиций НПФ в российских условиях, при этом мы ограничимся определенным “стабильным” сценарием. Этот сценарий можно охарактеризовать следующими предположениями:

- 1. Сохранение существующей структуры рынка и его тенденций.*
- 2. Отсутствие крупных кризисов (политических или экономических).*
- 3. Развитие фондового рынка и постепенное приближение его характеристик к характеристикам развитых рынков.*

Далее строится упрощенная модель инвестиционной доходности активов НПФ. Мы будем исходить из изложенных предположений, которые, однако, оставляют широкую свободу для гипотез. Чтобы хотя бы частично охватить эти возможности, будет построено два сценария — *умеренно-оптимистический* и *умеренно-пессимистический*. Прежде всего, остановимся на классах инвестиционных инструментов, применяемых НПФ.

Наиболее консервативные инвестиционные инструменты — государственные облигации и банковские депозиты. Кроме того, пенсионные фон-

ды инвестируют в векселя (займы), облигации (корпоративные и субъектов федерации) и акции российских компаний. Согласно данным Инспекции НПФ (Батаев, 2004), по состоянию на май 2004 года структура портфеля НПФ в целом была следующей: госбумаги — 10%, облигации — 10%, банковские депозиты — 20%, векселя — 15%, акции — 45%.

Высокая доля инвестиций в акции, по-видимому, обусловлена такими факторами, как хорошая доходность российских акций и позитивные экономические ожидания. Кроме того, многие крупные фонды активно инвестируют в акции компаний-учредителей (самоинвестирование). Доля в 45% инвестиций в акции является весьма высокой. Для стран с развитой экономикой, согласно (Davis, 2002), структура инвестиций частных пенсионных фондов в целом более консервативна. В частности, облигации составляют гораздо более существенную долю вложений (в среднем по развитым странам — 40%). Однако структура пенсионных инвестиций сильно отличается для разных стран; так, высокая (более 50%) доля инвестиций в акции характерна для Великобритании и США.

Следует иметь в виду, однако, что в данной работе исследуются в основном программы с установленными выплатами. Активы таких программ инвестируются более консервативно, так как имеется риск невыполнения обязательств.

В настоящее время основу рынка акций в России составляют бумаги крупных компаний, в основном сырьевых. Бумаги тех же компаний плюс облигации субъектов федерации составляют основу рынка облигаций. К сожалению, по причине внебиржевого характера векселей данные по ним отсутствуют. Наша модель будет учитывать только рыночные активы. Мы можем (очень приближенно) считать, что векселя приносят ту же доходность, что и облигации. В настоящее время НПФ запрещены инвестиции в зарубежные активы, поэтому мы не будем рассматривать и эту альтернативу.

Ниже рассмотрены имеющиеся данные о реальной доходности четырех классов активов: гособлигаций, депозитов, облигаций и акций.

В настоящей работе использована простейшая модель доходностей — так называемая логнормальная модель. Эта модель порождает независимые одинаково распределенные доходности для последовательных лет, что согласуется с гипотезой эффективного рынка. Именно эта модель часто рассматривается как первое приближение при моделировании финансовых рынков.

В логнормальной модели для доходности актива r_t за период от t до $t + 1$ можно написать соотношение

$$1 + r_t = e^{\mu + \sigma \varepsilon_t}, \quad (22)$$

где ε_t — последовательность независимых для разных t стандартно нормальных случайных величин, μ и $\sigma \geq 0$ — некоторые константы. Напомним, что время t измеряется в годах.

Заметим, что если $\delta_t = \ln(1 + r_t)$ — соответствующая годовой доходности r_t логдоходность (сила роста, сила процента, доходность с непрерывным начислением), то $\delta_t = \mu + \sigma\varepsilon_t$ и последовательность $\{\delta_t\}$ — последовательность независимых одинаково распределенных нормальных случайных величин.

Рассмотрим основные классы инвестиций российских НПФ.

а. Российские государственные облигации. Дефолт по ним в 1998 году привел к краху всего фондового рынка. Согласно предположению 2, мы исключаем из рассмотрения повторение подобных событий.

На рис. 10 можно видеть график индекса реальной доходности ГКО, построенного следующим образом. Были взяты данные о помесечном изменении годовой доходности портфеля ГКО, составленного из облигаций различного срока погашения по методике Центробанка (данные с сайта Высшей школы экономики, www.hse.ru). Можно рассуждать следующим образом. Пусть r_k — годовая доходность портфеля ГКО в месяц с номером k . Будем считать месяц “малым” промежутком времени. Тогда инвестор, вкладывающий 1 рубль в “средневзвешенный” портфель ГКО в начале месяца, должен в течение месяца получать приблизительно постоянную доходность, соответствующую годовой доходности r_k . Это означает, что через месяц капитал в 1 рубль превращается в $(1 + r_k)^{1/12}$.

Если i_k — месячная инфляция в месяце k , то реальная стоимость портфеля ГКО с начальной ценой 1 рубль через K месяцев составит

$$G_i(K) = \prod_{k=1}^K \frac{(1 + r_k)^{1/12}}{1 + i_k}.$$

В качестве показателя инфляции были взяты изменения индекса потребительских цен (месячные данные, также с сайта Высшей школы экономики). График построенного таким образом индекса ГКО приведен на рис. 10. Для анализа были взяты данные с марта 2000 года по апрель 2004. Более ранние данные, относящиеся к периодам до дефолта 1998 года и непосредственно после него, я решил не использовать. Конечное значение индекса 0,800, что соответствует средней (реальной) доходности — приблизительно 5,3% в год.

б. Банковские депозиты. На рис. 10 можно видеть индекс реальной доходности депозитов, построенный по месячным данным о средневзвешенных годовых депозитных ставках для рублевых депозитов юридических лиц сроком более 1 года (данные Центробанка, март 2000 — сентябрь 2003). Использована та же методика построения индекса, что и выше при построении

индекса ГКО. Как и там, будем предполагать достаточную степень диверсификации “портфеля” депозитов. Разница между вложениями в облигации и депозитами состоит в том, что последние не так ликвидны. Однако, если представить себе депозит как “ценную бумагу”, то можно использовать те же соображения, что и для облигаций. Действительно, если депозиты составляют лишь относительно небольшую долю вложений в составе портфеля пенсионного фонда (как мы будем предполагать везде ниже), то досрочное изъятие средств для исполнения пенсионных обязательств, скорее всего, не потребуется. При этих условиях депозиты можно считать эквивалентными облигациям с аналогичными условиями.

Мы видим, что реальная доходность вложений в депозиты была отрицательной на протяжении первой половины рассматриваемого периода и положительной на протяжении второй его половины.

с. Облигации. Рынок корпоративных и муниципальных облигаций начал активно развиваться и привлекать внимание НПФ как объект инвестирования их средств в 2002 году. Однако потенциал этого рынка велик. В странах с развитой экономикой высококачественные корпоративные облигации традиционно считаются одним из основных объектов инвестирования пенсионных активов. Согласно данным Дэвиса (Davis, 2002), в целом по экономически развитым странам доля облигаций в портфелях пенсионных фондов к концу 90-х составляла 40%.

К сожалению, в России нет индекса корпоративных облигаций с долгосрочной историей. Поэтому в данной работе в качестве такого индекса была использована цена пая паевого инвестиционного фонда (ПИФа), инвестирующего в облигации. Цена такого пая показывает рост капитала, вложенного в диверсифицированный портфель облигаций. Кроме того, использование цен паев ПИФов в качестве индексов имеет то важное преимущество, что, на мой взгляд, это наиболее реалистичные показатели, отражающие доходность активов НПФ. ПИФы и НПФ в части инвестирования средств имеют очень много общего. Прежде всего, активы тех и других управляются управляющими компаниями (УК). При управлении теми и другими используются консервативные методы, рассчитанные на получение дохода в долгосрочной перспективе. В частности, портфели являются высокодиверсифицированными. Цена пая ПИФа рассчитывается УК ежедневно как цена условного портфеля активов, за вычетом определенного процента, идущего в доход УК. Этот процент для крупных фондов довольно мал, и можно считать его в первом приближении равным расходам на управление активами НПФ. По всем этим причинам, цена пая ПИФа — индекс, наиболее близкий к индексу инвестиций НПФ (в данном случае, в облигации).

В данной работе был использован ряд значений цен пая ПИФа “ПиоГлобал Фонд Облигаций” — одного из крупных российских облигацион-

ных фондов⁶. Брались значения цены на середину (15-е число или ближайшее, если 15-е приходилось на выходные) каждого месяца с марта 2000 по апрель 2004, приведенные к начальной цене, а также к инфляции, следующим

образом. Если $I(k) = \prod_{j=1}^k (1 + i_j)$ — индекс инфляции, $B(k)$ — цена пая, то индекс реальной цены есть $B_i(k) = \frac{B(k)}{B(0)I(k)}$.

Это дало индекс, показанный на рис. 10.

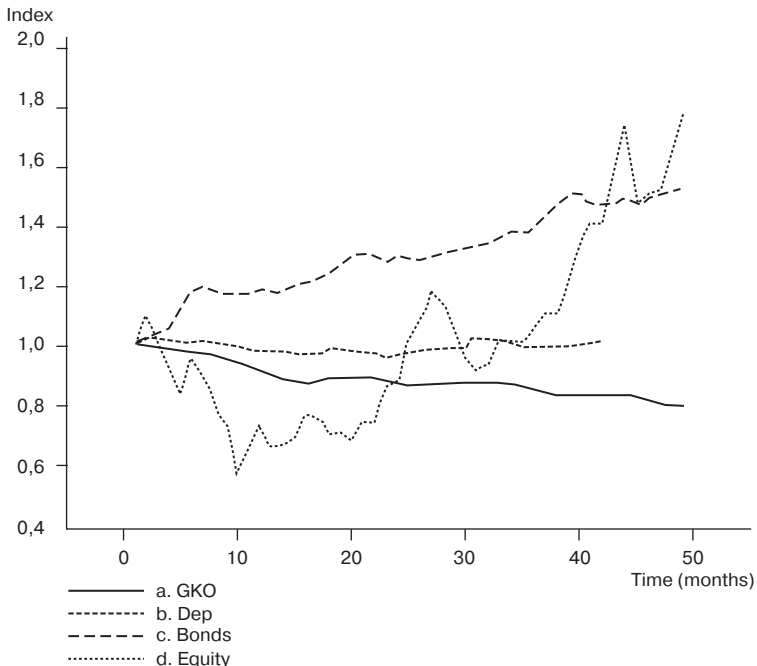


Рис. 10. Индексы реальной (приведенной к инфляции потребительских цен) доходности: а — ГКО, б — банковских депозитов, с — облигаций, д — акций. Помесячные данные, март 2000 — апрель 2004.

Источники данных: ГУ-ВШЭ, ЦБ РФ, УК “ПиоГлобал”, УК “Уралсиб”

d. Акции. Рынок российских акций является более “старым”, чем рынок облигаций. Акции российских компаний начали появляться на рынке с се-

⁶ Данные с сайта УК “ПиоГлобал”, www.pioglobal.ru.

редине 90-х годов. Есть несколько индексов акций, наиболее известным из которых является индекс РТС.

Для целей нашего исследования, однако, мы используем в качестве индекса цену пая ПИФа “Лукойл Фонд Первый”, портфель которого состоит из акций российских компаний⁷. Это делается из тех соображений, что цену пая можно рассматривать как “индекс с реинвестированием дивидендов” (roll-up index). Ведь индекса дивидендов, насколько мне известно, в нашей стране тоже еще нет. Кроме того, здесь остаются справедливыми все соображения в пользу использования цен паев ПИФов, изложенные выше в отношении облигаций. Впрочем, динамика цены пая для рассмотренного периода с марта 2000 по апрель 2004 в целом довольно близко соответствует динамике индекса РТС.

По этим четырем индексам были построены ряды месячных логарифмических доходностей (логдоходностей). Логдоходность также называют доходностью с непрерывным начислением, силой роста, силой процента. Например, для индекса облигаций, обозначенного выше $B_i(k)$, месячная логдоходность есть величина

$$\delta_k = \ln \left[\frac{B_i(k+1)}{B_i(k)} \right].$$

Если r_k — “обычная” доходность индекса облигаций,

$$r_k = \frac{B_i(k+1)}{B_i(k)} - 1,$$

то эти величины, очевидно, связаны соотношением

$$\delta_k = \ln [1 + r_k].$$

Для прочих индексов эти ряды строятся аналогично.

Таблица 2 *Оценки средних рядов логарифмических доходностей и их среднеквадратических отклонений*

Инструмент	Средняя логдоходность			Волатильность		
	I	II	Весь ряд	I	II	Весь ряд
ГКО	-0,07298	-0,03978	-0,05569	0,02791	0,02160	0,02503
Депозиты	-0,01697	0,03311	0,00502	0,02715	0,02010	0,02510
Облигации	0,1324	0,07816	0,1041	0,06937	0,04344	0,05726
Акции	-0,06529	0,3297	0,1404	0,3593	0,2533	0,3107

⁷ Данные на середину каждого месяца, март 2000 — апрель 2004, с сайта УК “Уралсиб” (ранее “Никоил”), www.management.nikoil.ru.

Римскими цифрами обозначены данные, соответственно, для первой и второй половин рядов.

Взгляд на эти данные подтверждает сказанное выше о том, что рынок находится в периоде развития. Данные достаточно сильно разнятся для первой и второй половин рядов. В то же время тенденция снижения волатильностей говорит, по-видимому, в пользу принимаемого нами сценария “постепенной стабилизации”.

Параметры использованной ниже инвестиционной модели были определены с учетом этих оценок, а также общих соображений относительно принимаемого сценария.

Выделим три класса (портфеля) инвестиций.

Портфель 1: высоконадежные вложения с фиксированной доходностью, такие, как государственные облигации и депозиты в надежных банках. Будем считать, что реальная доходность этого портфеля постоянна. Хотя выше мы видели, что это не совсем так, в сделанных предположениях — в частности, при стабилизации и предсказуемости инфляции — колебания доходности должны уменьшиться. Некоторое снижение волатильности видно из сделанных выше оценок. Кроме того, мы будем предполагать сравнительно небольшую долю инвестиций в этот портфель (20%). Если бы мы сделали его доходность волатильной, это было бы по существу излишним усложнением модели, которое реально почти не повлияло бы на результаты.

Портфель 2: облигационный. При моделировании доходности этого портфеля будем ориентироваться на динамику цены пая облигационного ПИФа, проиллюстрированную выше. Нужно заметить, что портфель такого ПИФа может включать и государственные облигации, поэтому подразделение активов между портфелями 1 и 2 — нестрогое.

Портфель 3: акции российских компаний. В качестве ориентира возьмем цену пая ПИФа акций.

Доли вложений в каждый из портфелей предполагаются постоянными. Эти доли обозначим через w_i , где i — номер портфеля. Мы рассмотрим два возможных состава инвестиционного портфеля модельного НПФ: 20-70-10 (20% в высоконадежные инструменты, 70% в облигационный портфель, 10% в акции, или $w_1 = 0,2$; $w_2 = 0,7$; $w_3 = 0,1$) и, в тех же обозначениях, 20-40-40. Будем предполагать, что портфель ежегодно перебалансируется с учетом изменений цен активов и полученного денежного дохода, с тем, чтобы доли w_i поддерживались постоянными.

Доходности портфелей обозначим через $r_t^{(i)}$, где снова $i = 1, 2, 3$ — номер портфеля. Постоянное значение доходности портфеля 1 обозначим r_1 . Общая доходность

$$r_t = w_1 r_1 + w_2 r_t^{(2)} + w_3 r_t^{(3)} \quad (23)$$

Доходности $r_t^{(2)}$ и $r_t^{(3)}$ писываются логнормальной моделью (22), каждая с соответствующими константами μ_i и σ_i . Эти константы будут зависеть от сценария. Как уже говорилось выше, мы рассматриваем два сценария: *умеренно-оптимистический* и *умеренно-пессимистический*. Выбранные значения параметров модели в зависимости от сценариев приведены в табл. 3. При подборе значений мы руководствовались данными и соображениями, изложенными выше. В сущности, подбор таких параметров есть типичная для актуария задача: оценить долгосрочные будущие инвестиционные доходности на основе имеющихся данных и тенденций рынка. В обычной актуарной практике делаются предположения о средних доходностях, здесь же мы еще оцениваем волатильности.

Таблица 3 Значения параметров для различных инвестиционных сценариев

Сценарий	П1	П2		П3	
	r	μ	σ	μ	σ
Оптимистический	0,02	0,045	0,04	0,11	0,21
Пессимистический	0	0,03	0,05	0,06	0,24

Вряд ли можно считать доходности акций и облигаций независимыми. В модели предполагается, что они коррелированы отрицательно. В пользу отрицательности корреляции можно привести следующее соображение. Российский рынок ценных бумаг является слабым в том смысле, что на нем не так много долгосрочных российских инвесторов — тех инвесторов, которые ни при каких условиях не уходят с рынка и “терпят” снижение доходности, если таковое происходит. Цены рынка в значительной степени зависят от спекулятивных инвестиций зарубежных инвесторов. При этом западные инвесторы рассматривают все российские бумаги — и акции, и облигации — как достаточно рискованные. Так, на начало 2004 года наивысшие кредитные рейтинги S&P российских компаний (ТНК, “Газпром”) были на уровне ВВ—. Кроме того, как уже было упомянуто, основу капитализации рынка составляют бумаги сырьевых (в частности, нефтегазовых) компаний. По этим причинам цены на российском рынке сильно зависят от внешних факторов, в частности, от цен на нефть, а также от притока/оттока внешнего капитала. Что касается российского капитала, то он тоже в основном спекулятивный, т.е. тоже имеет свойство “утекать” с рынка при невыгодных условиях. При оттоке капитала с рынка цены как на акции, так и на облигации падают. Однако в рассматриваемом нами “спокойном” общем сценарии дефолты крупных российских компаний по облигациям являются маловероятными. Поэтому падение цен акций ведет к снижению их доходности, а падение цен облигаций — к росту их доходности.

Все эти рассуждения лучше всего применимы тогда, когда в портфеле преобладают краткосрочные облигации. В этом случае фонд вынужден периодически переразмещать свои средства в облигации. Если, скажем, имеются благоприятные экономические ожидания, то цены облигаций и акций высоки, поэтому фонд переразмещает “облигационную” часть портфеля под более низкий процент. Средства же части, вложенной в акции, нет необходимости переразмещать, поэтому при ожиданиях экономического роста акции растут, принося высокую доходность на уже размещенные в них средства. Если же экономические ожидания неблагоприятны, рост на рынке акций должен быть вялым, тогда и облигации стоят меньше, и средства переразмещаются в них под более высокий процент. В настоящее время на российском рынке доминируют именно краткосрочные облигации, сроки до погашения большинства облигаций составляют не более 2—4 лет.

Можно привести и другие соображения в пользу отрицательности корреляции доходностей облигаций и акций. Например, как отмечают Дэйкин и др. (Daykin et al., 1994), рост процентных ставок приводит к удорожанию займов для компаний, что в свою очередь ведет к снижению ожидаемых инвесторами дивидендов, а это — к понижению цен акций. Правда, при этом должно наблюдаться некоторое повышение мгновенной дивидендной доходности акций. Однако для долгосрочного инвестора общая отдача от акций, по-видимому, должна снижаться.

К сожалению, мы вынуждены ограничиться этими эвристическими соображениями по причине недостаточности статистических данных. По имеющимся данным можно оценить корреляции доходностей за короткие периоды, например, месячные корреляции. Однако это вряд ли прольет свет на картину годовых корреляций, так как повышение/понижение доходности облигаций реализуется (в форме приращений индекса — цены пая в портфеле облигаций) не мгновенно, а в течение достаточно долгих сроков.

Предположим, что стандартно нормальные величины $\varepsilon^{(2)}$ и $\varepsilon^{(3)}$ коррелированы с коэффициентом корреляции $\rho = -0,5$. Это предположение основано только на соображениях, представляющихся автору разумными. Так, при повышении доходности с непрерывным начислением портфеля облигаций на 1% снижение доходности с непрерывным начислением портфеля акций составит в среднем $\frac{\sigma_3}{\sigma_2} \rho$ процентов, т.е. при оптимистическом сценарии 2,625%, а при пессимистическом — 2,4%.

Комбинируя два рассматриваемых портфеля (20-70-10 и 20-40-40) и два сценария (оптимистический и пессимистический), мы получаем четыре варианта или четыре набора параметров модели инвестиционной доходности. Применяя формулы для моментов логнормального распределения, из (23) нетрудно вычислить средние доходности и дисперсии доходностей. Средняя доходность портфеля имеет вид

$$\bar{r}_t = w_1 r_1 + w_2 [e^{\mu_2 + \sigma_2^2/2} - 1] + w_3 [e^{\mu_3 + \sigma_3^2/2} - 1]. \quad (24)$$

Дисперсия доходности

$$\begin{aligned} Var(r_t) = & w_2^2 e^{2\mu_2 + \sigma_2^2} (e^{\sigma_2^2} - 1) + w_3^2 e^{2\mu_3 + \sigma_3^2} (e^{\sigma_3^2} - 1) + \\ & + 2w_2 w_3 e^{\mu_2 + \mu_3 + \sigma_2^2/2 + \sigma_3^2/2} [e^{\rho\sigma_2\sigma_3} - 1]. \end{aligned} \quad (25)$$

Последний член в этом выражении представляет собой умноженную на $2w_2 w_3$ ковариацию доходностей $r^{(2)}$ и $r^{(3)}$. Видно, что при отрицательном ρ доходности отрицательно коррелированы и общая волатильность портфеля меньше.

Таблица 4 Величины средних и среднеквадратичных отклонений доходностей (“обычных”, а не логарифмических) для четырех наборов параметров модели

Сценарий	Портфель			
	20-70-10		20-40-40	
	Ср. дох.	С.к.о. дох.	Ср. дох.	С.к.о. дох.
Оптимистический	0,0509	0,0273	0,0792	0,0898
Пессимистический	0,0315	0,0327	0,0498	0,0980

Четыре получившихся при сочетании портфелей и сценариев набора параметров будем для удобства называть *инвестиционными сценариями* (ИС) и обозначать цифрами, как показано в табл. 5.

Таблица 5 Обозначения для инвестиционных сценариев (ИС)

	20-70-10	20-40-40
Оптимистический	ИС1	ИС2
Пессимистический	ИС3	ИС4

На рисунке 11 показаны результаты имитаций случайных доходностей при этих четырех наборах параметров.

4.3. Сравнение вариантов фондирования

Выше было проведено сравнение вариантов фондирования пенсионной программы, обозначенных А — Д, в детерминированных сценариях инвестиционной доходности. Из полученных результатов можно было сделать качественный вывод о том, что фондирование по типу В (конечное или еди-

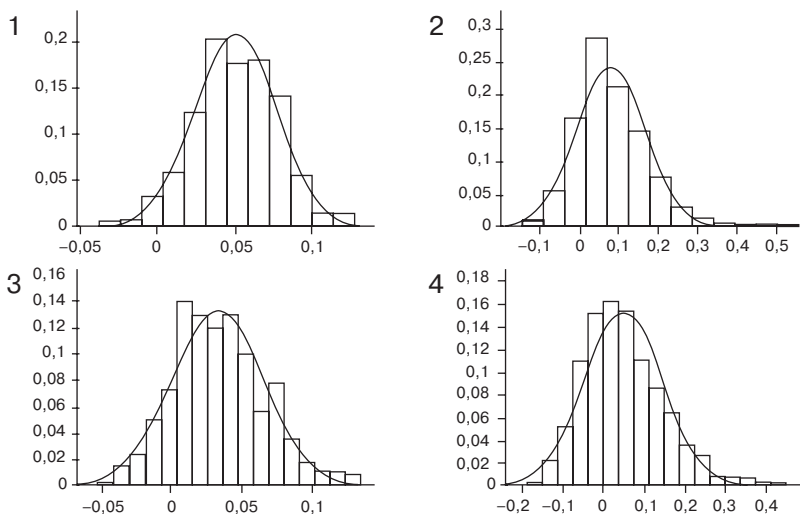


Рис. 11. Гистограммы выборок доходностей для инвестиционных сценариев 1—4. Результат имитации, 1000 значений в каждом случае. Для сравнения показана кривая нормальной плотности распределения.

новременное фондирование) порождает большие колебания уровня пенсионных взносов, чем фондирование типов С и D.

Стохастическая модель позволяет более полно исследовать чувствительность различных методов к колебаниям инвестиционной доходности, а также сравнить значимость этих колебаний при разных составах инвестиционного портфеля и сценариях доходностей. Для сравнения значимости колебаний нужно ввести какую-либо меру (фактически — “меру риска”, в данном случае — инвестиционного). Дюфрень (1988, 1989), Хэберман (1994), Овадалли и Хэберман (1999, 2000) исследовали инвестиционный риск в терминах средних и дисперсий двух случайных величин: предельных (при больших горизонтах моделирования) значений годового пенсионного взноса и уровня резерва. Выше была введена другая характеристика, *NPV* взносов. В отличие от “предельного” уровня взноса, эта характеристика учитывает всю “траекторию” уровня взносов по годам. Путем имитационного моделирования мы получаем для каждого случая “пучок” таких траекторий уровня взносов и резерва. Один пример показан на рис. 12.

Были промоделированы пенсионные планы типов А—D в инвестиционных сценариях ИС1—ИС4. Смертность, как и выше, предполагалась детерминированной и соответствующей актуарной таблице смертности, т.е. популяция участников программы приближается к стационарной. Един-

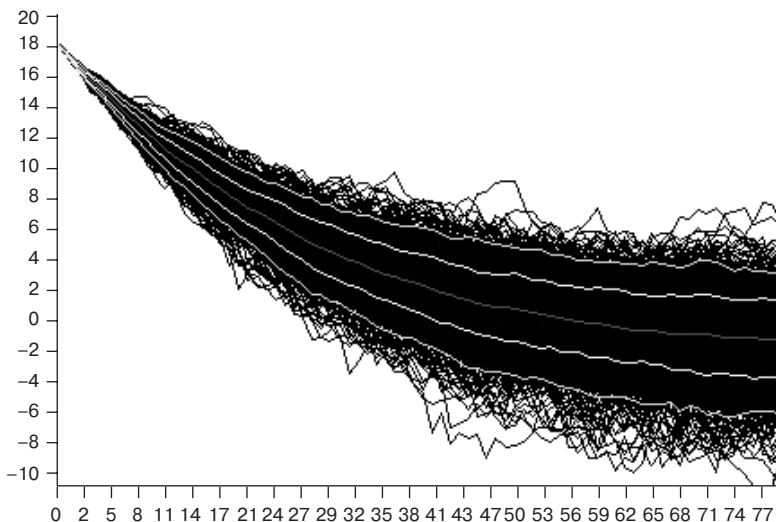


Рис. 12. “Пучок” смоделированных траекторий уровня взносов (агрегированное фондирование (С), ИС1). 500 имитаций

ственным фактором неопределенности поэтому оставалась инвестиционная доходность.

При моделировании использовались постоянные актуарные ставки доходности, приведенные в табл. 6.

Таблица 6 *Актуарные ставки доходности i_v*

%	A, B	C, D
ИС1	2	4
ИС2	4	7
ИС3	1	2
ИС4	2	4

Для программ С, D эти ставки, как видно из табл. 6, примерно на 1% ниже средних доходностей в соответствующих моделях. В упомянутых выше работах Трубриджа, Дюфрена, Хэбермана и других изучалась модель, где актуарные ставки были точно равны ожидаемым. На практике консервативность ставок может быть и большей, чем 1%. Ниже мы рассмотрим один такой случай. Оказывается, что для нашей цели — изучения рисков отклонений — ставки не должны быть слишком консервативными, во вся-

ком случае при первом моделировании, так как это несколько затемняет результаты. Дело в том, что консервативность ставки порождает ответные реакции системы; это есть отдельный фактор “возмущений”. Методология исследования должна состоять в том, чтобы изучать реакции на возмущения последовательно. Поэтому мы сначала рассмотрим систему в условиях актуарных ставок, близких к ожидаемым, а уже затем станем рассматривать эффекты “ошибок” или консервативности актуария в определении ставки.

Для каждого случая было реализовано 500 имитаций. При этом использовались одни и те же последовательности псевдослучайных чисел. Горизонт моделирования составлял 80 лет. Результаты для случайных NPV взносов за 80 лет, взноса за последний год и конечного значения резерва (промоделированного только для ИС1) приведены в табл. 7 (в млн. руб.). NPV взносов, как и выше, рассчитывались по дисконтной ставке 2%.

Таблица 7 Результаты моделирования в стохастической модели (500 имитаций в каждом случае)

В млн. руб. 500 траекторий		NPV взноса		Взнос, $t = 80$		Активы, $t = 80$	
		Ср.	С.к.о.	Ср.	С.к.о.	Ср.	С.к.о.
ИС1	A	542	0	13,4	0	3596	848
	B	376	16	8,2	4,4	149	4,0
	C	286	38	-1,0	2,9	376	34,1
	D	286	32	2,2	3,0	304	17,5
ИС2	A	446	0	11,0	0		
	B	264	48,5	5,3	13,3		
	C	152	123	-3,0	10,3		
	D	175	88,2	0,3	7,9		
ИС3	A	603	0	14,9	0		
	B	478	21,0	11,0	6,0		
	C	461	46,8	2,7	3,7		
	D	450	49,8	5,0	4,1		
ИС4	A	542	0	13,4	0		
	B	379	62,3	9,5	14,6		
	C	287	144	-0,7	12,2		
	D	287	124	2,3	11,6		

Соотношение между средними NPV получилось таким, как ожидалось: наибольшие затраты возникают в “страховой” программе А, наиболее экономически эффективен план с наибольшим уровнем фондирования С (агрегированный метод фондирования), план D (unit-credit метод фондирования) ненамного “хуже” по этому показателю, а план с единовременным фондированием В значительно хуже, но все же значительно лучше, чем А.

Что касается “разброса” результатов вокруг средних значений, то полученные оценки неоднозначны и вызывают некоторую неудовлетворенность. Действительно, если мы оцениваем среднеквадратичное отклонение взноса в достаточно удаленный по времени год (подход, применявшийся, в частности, Овадалли и Хэберманом (2000)), то мы видим, что, как можно было ожидать, это отклонение больше для В, чем для С и D. Однако если мы посмотрим на отклонение NPV взносов, то оно для В оказывается стабильно меньшим! (То же самое, кстати, верно и для резерва 80-го года, но этот эффект предскажем и почти очевиден: план В “мгновенно” — взносом того же года — погашает возникающие отклонения резерва от плановых значений, в отличие от планов С и D, где такое погашение “раскладывается” на годы.)

Более того, результаты для отклонения зависят, как оказывается, от актуарной доходности. Ниже, для примера, показаны результаты моделирования для ИС2 и актуарной доходности, равной 6%, а не 7%.

Таблица 8 *Результаты моделирования для ИС2 и актуарной доходности 7% (500 имитаций в каждом случае)*

	<i>NPV</i> взноса		Взнос, $t = 80$	
	Среднее	С.к.о.	Среднее	С.к.о.
С	61,17	160,57	-10,38	14,45
D	121,76	104,03	-2,19	8,98

Мы видим, что отклонения значительно возрастают. Особенно это заметно для агрегированного метода (случай С), для которого отклонение становится уже большим, чем его значение для плана В в таблице.

Мы оцениваем среднеквадратичное отклонение или дисперсию отдельного взноса (например, для 80-го года) либо среднеквадратичное отклонение или дисперсию суммы (дисконтированной) взносов. Получены несколько парадоксальные результаты: отдельно взятый взнос для метода В имеет большие колебания, а сумма взносов — меньшие колебания, чем для методов С и D.

На наш взгляд, этот результат интересен сам по себе. Однако однозначного ответа на вопрос о том, какой же метод обеспечивает большую стабиль-

ность взносов, мы все-таки не получили. Видимо, это говорит о том, что применяемые нами методы анализа, и в частности меры риска, являются грубыми и не вполне соответствуют своим задачам.

Ясно, что ни колебания отдельного взноса, ни колебания суммы взносов не характеризуют в полном смысле те преимущества, которых компания-работодатель ждет от “хорошего” метода фондирования. С точки зрения компании, хорошим был бы метод фондирования, порождающий “гладкие” траектории взносов, или наиболее *предсказуемые* взносы. То есть мерой риска, вместо дисперсии или с.к.о. отдельного взноса или их суммы, по-видимому, должна быть некая “потраекторная” мера, измеряющая гладкость отдельной случайной траектории, усредненная по траекториям.

Может оказаться, что дисперсия не дает адекватного представления о разбросе значений. Поэтому, в частности, имеет смысл более подробно рассмотреть распределения исследуемых величин — NPV взносов и взноса 80-го года.

Чтобы представить вид распределений, на рис. 13 показаны гистограммы NPV взносов (слева) и взноса 80-го года (справа), соответственно, для методов В (вверху), С (в середине) и D (внизу) при ИС4 (т.е. в ситуации, когда волатильность наибольшая). Гистограммы даны без соблюдения масштаба, в частности, по оси X масштаб разный. Они не дают, таким образом, представления о сравнительных количественных характеристиках распределений, таких, как, например, какие-то характеристики разброса; они предназначены для того, чтобы судить об общем виде распределений. Для сравнения показаны кривые нормальной плотности.

Гистограмма распределения NPV взноса в плане В (слева вверху) наиболее симметрична и близка к нормальному распределению (хотя эмпирическое распределение, по-видимому, более островершинно). Сравняя эту гистограмму с гистограммами NPV взносов в планах С (слева в середине) и D (слева внизу), можно отметить, что для метода С характерен более длинный и тяжелый левый хвост (т.е. с небольшой вероятностью взносы могут быть совсем маленькими в сумме); для метода D это явление тоже присутствует, но не так выражено.

Нечто подобное можно сказать и о распределениях взноса 80-го года (справа, в том же соответствии). Хвост для распределения в плане С наиболее тяжел и длинен. Здесь такой левый хвост появляется и для плана В. Эти хвосты, конечно, связаны с благоприятными значениями инвестиционных доходностей для отдельных лет.

Вообще же нужно сказать, что изучение такого рода распределений представляет интересную задачу, но должно основываться на более точных инвестиционных моделях, чем использованная здесь грубая модель. Вид распределений взносов тесно связан с видом используемой стохастической мо-

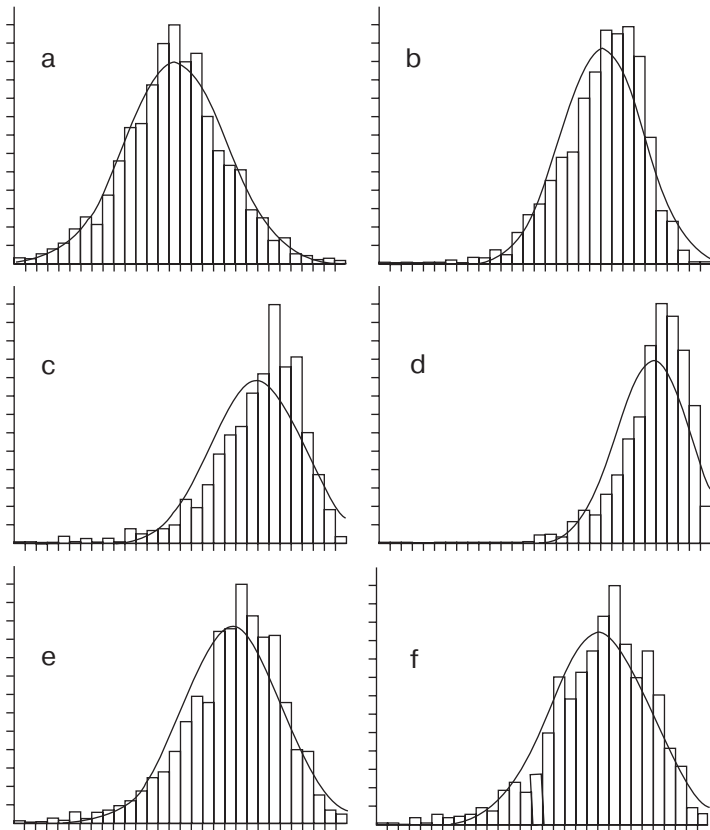


Рис. 13. Гистограммы распределений NPV взносов (слева) и взноса 80-го года (справа) для планов В (вверху), С (в середине), D (внизу) при ИС4. 1000 имитаций в каждом случае. Масштаб по осям X, Y различен (не соблюден). Для сравнения показаны кривые нормальной плотности

дели. В частности, существование левых хвостов у распределений и отсутствие правых объясняется тем, что логнормальная инвестиционная модель “не симметрична”, в частности, допускает “выбросы” значений инвестиционных доходностей в сторону больших доходностей, но не допускает их в сторону малых.

Поскольку с точки зрения оценок риска важны в первую очередь отклонения в сторону больших значений взносов, представляет интерес сравнение, вместо с.к.о., каких-либо характеристик, учитывающих только отклонения в одну (правую) сторону. В табл. 9 приведены значения медиан, верх-

них квартилей (т.е. 0,75-квантилей) эмпирических распределений, а также разности этих квартилей и медиан, которые можно рассматривать как характеристики величины отклонений.

Таблица 9 *Верхние квартили и медианы распределений, показанных на рис. 13*

	NPV взноса			Взнос, $t = 80$		
	В	С	Д	В	С	Д
Медиана	380,3	333,9	319,5	10,6	1,8	3,8
Верхний квартиль	417,9	405,5	389,5	19,6	7,2	10,4
Разность	37,6	71,6	70,0	9,0	5,3	6,7

Из этих данных ясно видно то же, что следовало и из сравнения с.к.о.: отклонения для NPV в плане В меньше, а для взноса 80-го года — больше, чем для планов С и Д.

4.4. Рандомизация смертности

Выше предполагалось, что численность возрастных когорт участников пенсионной программы является детерминированной (неслучайной) и меняется по закону (11) по мере “старения” когорты. Введем теперь стохастическую модель смертности, обобщающую (11). Будем моделировать изменение размера возрастной когорты при старении ее членов на год в виде

$$s(\tau + 1, x + 1) = s(\tau, x) - D_x, \quad (26)$$

где D_x — число умирающих за год, теперь случайное.

Если предполагать, что смерти каждого из членов когорты равновероятны и независимы, то D_x должно иметь биномиальное распределение с параметрами $s = s(\tau, x)$ и $q = q_x = 1 - p_x$, где p_x — вероятность дожития в течение года.

Следует различать истинную и актуарную (оценочную) вероятности дожития. Будем обозначать их соответственно через p_x и \hat{p}_x . В предыдущем разделе мы считали их одинаковыми, $p_x = \hat{p}_x$. Это соответствует случаю, когда актуарий точно оценивает будущую смертность. То же самое предположение будет сделано в этом разделе. Ниже мы рассмотрим также случай, когда оценка смертности актуарием расходится с реальной смертностью.

Для ускорения имитаций смертность моделировалась нормальной либо пуассоновской случайной величиной. Было принято следующее эмпирическое правило: в случае $sq^{2,6} < 0,3$ величина D_x моделировалась пуассоновской величиной с параметром $q \cdot s$, в противном случае — в виде

$$D_x = qs + \sqrt{sq(1-q)} \cdot \xi,$$

где ξ — стандартно нормальная случайная величина. Это правило было получено численной подгонкой.

В рамках данной работы в качестве основной таблицы смертности использовалась сглаженная с учетом закона Гомпертца таблица для России (все население), построенная по данным “Демографического ежегодника” Госкомстата за 1997 год. Будем называть ее “базовой таблицей” и таблицей “Россия-97”. Для сравнения производились расчеты и с некоторыми другими таблицами (см. ниже).

4.5. Сравнительный анализ влияния факторов риска

Риск смертности (продолжительности жизни) является, наряду с инвестиционным риском, важнейшим видом актуарного риска. Применим построенную модель смертности для анализа сравнительной важности риска смертности на фоне инвестиционного риска, моделируемого описанной выше инвестиционной моделью.

Будем предполагать, что смертность описывается базовой таблицей “Россия-97”. Для анализа был выбран инвестиционный сценарий ИС1 как сценарий, в котором волатильность портфеля минимальна.

В табл. 10 приводятся результаты моделирования для четырех вариантов пенсионного плана (А — D). При каждом варианте моделировались взносы и резервы в трех ситуациях:

- (1) при случайной смертности и неслучайной (равной своему математическому ожиданию) инвестиционной доходности;
- (2) при неслучайной смертности и случайной инвестиционной доходности;
- (3) при случайной смертности и случайной инвестиционной доходности.

Актуарная доходность была такой же, как и выше: 0,02 для планов А и В и 0,04 для С и D. В каждом эксперименте проводилось 500 имитаций, причем использовались одни и те же наборы случайных чисел. Значения в таблице в миллионах рублей. Под каждой строчкой абсолютных значений приведены относительные значения в процентах, при этом за 100% бралось последнее и наибольшее из каждых трех значений с.к.о, соответствующее случаю 3 (случайная смертность, случайная доходность). Средние числа участников различных возрастов, как и выше, были рассчитаны исходя из численности стационарной популяции, равной 5000 участников, с округлением до целых (в начальный момент 3696 работников, 0 пенсионеров).

Таблица 10 Сравнительное влияние риска инвестиционной доходности и риска смертности (средняя предельная численность участников 5000, 300 имитаций в каждом случае).

	С.к.о. NPV взноса			С.к.о. взноса, $t = 80$			С.к.о. $F(t)$, $t = 80$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
A	0	0	0	0	0	0	79,4	848	882
B	—	—	—	—	—	—	9,0%	96,2%	100%
C	1,1	1,7	2,1	0,40	0,47	0,61	1,0	0,47	1,13
D	53,6%	84,1%	100%	65,6%	77,0%	100%	92,0%	41,6%	100%

Эти данные довольно убедительно показывают, что *инвестиционный риск имеет более существенное значение по сравнению с риском смертности*, даже при том, что моделирование проводилось для ИС1, т.е. ситуации, когда доля акций в инвестиционном портфеле всего 10%, а волатильность, в соответствии с оптимистическим сценарием, мала.

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что для плана В значение риска смертности более существенно, чем для планов С и D. Можно сказать и наоборот: для планов С и D значение инвестиционного риска больше, чем для плана В. При наложении колебаний доходности на колебания смертности, т.е. при переходе от первой колонки ко второй для каждой из трех смоделированных характеристик, большее увеличение с.к.о. происходит для планов С и D. Этот эффект, по-видимому, можно объяснить тем, что в плане В фондирование пенсии осуществляется позже (при выходе на пенсию), чем в планах С и D (в течение всей карьеры). Поэтому средний период накопления для плана В короче. Кажется довольно очевидным, что при большем периоде накопления роль инвестиционного риска должна возрастать.

С другой стороны, для всех планов В — D можно сказать, что с.к.о. колебаний взноса довольно мало отличаются для случая 2, когда имеется только инвестиционный риск (популяция участников стационарна) и случая 3, когда имеются еще и возмущения смертности (отклонения не превышают 6%). Это говорит о том, что приближение, использованное в указанных выше работах Дюффрени, Хэбермана и др., где учитывался только инвестиционный риск, в данном случае является достаточно оправданным.

Важно, однако, следующее соображение. Выводы о сравнительном влиянии колебаний смертности и доходности должны существенно зависеть от численности участников пенсионного плана. Действительно, для всех планов — “больших” и “малых” — влияние инвестиционного риска в расчете на один рубль активов одинаково. Однако в “большом” плане на этот рубль активов приходится большее число участников, поэтому относительное отклонение их численности от ожидаемой меньше, чем для малого плана (“эф-

фект закона больших чисел”). Можно сказать, что чем больше план, тем риск смертности более диверсифицирован, следовательно, он меньше, тогда как инвестиционный риск постоянен.

В табл. 11 приведены результаты моделирования, аналогичные приведенным выше, для плана со средними численностями поколений участников, рассчитанными исходя из численности поколений в стационарной популяции с 500 участниками, с округлением до целых (в начальный момент 368 работников, 0 пенсионеров), т.е. численность была уменьшена в 10 раз (за счет округления — приблизительно).

Таблица 11 Сравнительное влияние факторов риска (средняя предельная численность участников 500, 300 имитаций в каждом случае)

	С.к.о. NPV взноса			С.к.о. взноса, $t=80$			С.к.о. $F(t)$, $t=80$		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
A	0	0	0	0	0	0	25,6	88,0	90,5
B	—	—	—	—	—	—	28,3%	97,2%	100%
C	3,7	16,2	17,2	1,3	4,66	4,71	3,4	4,7	5,6
D	21,4%	94,4%	100%	27,4%	98,9%	100%	60,0%	82,8%	100%

Действительно, роль колебаний смертности при меньшем числе участников возрастает. Характер этого возрастания, однако, снова несколько разный для планов B и C, D. Можно, по-видимому, утверждать, что для плана B рост значения риска смертности больше.

Данные позволяют уловить интересную закономерность. Если мы сравним, например, значения в случае 1 для плана D, то мы увидим, что значения с.к.о. NPV взноса и взноса 80-го года уменьшаются примерно в 3,36 раза, а значение с.к.о. фонда 80-го года — в 3,16 раз. Нужно заметить, что эти отношения близки к $\sqrt{10} = 3,1623$. Именно в $\sqrt{10}$ раз должно уменьшаться с.к.о. случайной численности участников при уменьшении численности всех возрастных когорт в 10 раз (в частности, в биномиальной модели смертности). С другой стороны, для случая 2 происходит уменьшение соответствующих значений почти ровно в 10 раз, т.е. пропорционально уменьшению “денежного” масштаба плана. Те же соотношения имеют место для других планов (приближенно). Должно иметься аналитическое объяснение этому эффекту.

4.6. Ошибки в оценке смертности и их роль

Напомним, что выше мы рассмотрели сначала случай, когда актуарий в точности может предсказывать будущие нормы смертности и число умирающих (это фактически предполагалось в модели стационарной популяции). Затем

мы ослабили это ограничение, введя (в предыдущем разделе) “риск смертности” в виде ее случайных колебаний. Однако по-прежнему предполагалось, что актуарий пользуется “правильной” таблицей смертности, т.е. верными оценками вероятностей смерти/дожития для различных возрастов. Отклонения от этих средних значений определялись чисто случайными колебаниями (статистической ошибкой).

Логично сделать следующий шаг в исследовании риска смертности. А именно, предположим, что реальные нормы смертности участников отличаются от предполагаемых актуарием, т.е., наряду со статистической, имеет место еще и модельная ошибка. В самом деле, наличие такой ошибки следует предполагать. Одной из ее причин являются демографические изменения, которые сложно предсказать точно. Даже если актуарная таблица хорошо отражает и прошлую статистику смертности для данного контингента, и эти ожидаемые изменения, все равно в их предсказании неизбежны ошибки. На практике же актуарии часто пользуются таблицами, которые заведомо приблизительно описывают нормы смертности. В этом случае модельная ошибка заведомо присутствует.

Последнее особенно характерно для российской актуарной практики. В настоящее время работы по наблюдениям за смертностью еще весьма редки — как в силу недостатка статистических данных, так и по причинам нераспространенности актуарного опыта.

В этом разделе рассмотрим влияние риска ошибок в оценках норм смертности на уровень взноса в пенсионную программу. В рассматриваемой здесь модели актуарий пользуется для расчетов одной таблицей смертности (назовем ее актуарной таблицей смертности), а реальная смертность случайна, причем вероятности смерти описываются другой, отличной от актуарной, таблицей смертности (назовем ее таблицей реальной смертности).

Как мы уже видели, ошибка актуария в оценке доходности (отклонение актуарной доходности от реальной средней) является дополнительным “возмущением” для системы, приводя к росту с.к.о. взноса. Аналогичного эффекта следует ожидать в случае использования “неправильной” таблицы смертности. Для тестирования эффекта выберем инвестиционный сценарий 2 (ИС 2). Наличие эффекта было протестировано для двух различных таблиц “реальной” смертности:

(а) Таблицы смертности для городского населения России 1986–87 (“Россия-87”). Как известно, наиболее благоприятная демографическая ситуация (высокая продолжительность жизни) наблюдалась в России в середине 80-х годов. Поэтому эта таблица является одной из наиболее консервативных российских таблиц. С другой стороны, исследования автора, проведенные по данным некоторых НПФ, показали (несколько неожиданно) соответствие смертности именно этой таблице.

(б) Таблицы смертности американского Общества актуариев RP-2000, составленной по данным о смертности участников корпоративных пенсионных планов в США (SOA, 2004).

Так как наша упрощенная модель не учитывает различия по полам, на основе всех таблиц были построены сводные таблицы, исходя из предположения о равном числе родившихся мужчин и женщин. Кроме того, по таблице RP-2000, дифференцированной по группам участников, была составлена сводная таблица смертности здоровых работников и пенсионеров.

Актуарная таблица остается той же, что и выше — это таблица “Россия-97”. Из трех рассматриваемых таблиц эта таблица — наименее консервативная, а таблица RP-2000 — наиболее консервативная. Об этом говорят, например, данные о средней продолжительности жизни:

“Россия-97” — 64,8 года;

“Россия-87” — 70,02 года;

RP-2000 — 80,56 года.

Таблица 12 *Результаты моделирования при несовпадении реальной смертности с актуарными предположениями (актуарная таблица — “Россия-97”). ИС2, средняя предельная численность участников 5000, 300 имитаций в каждом случае, актуарные ставки соответствуют табл. 6*

	“Россия-97” (расчет)	“Россия-87”	RP-2000
В, NPV взноса			
Среднее	275,56	319,93	483,14
С.к.о.	49,21	54,33	70,76
В, взнос 80-го года			
Среднее	5,41	6,76	13,42
С.к.о.	12,44	15,86	21,91
В, резерв 80-го года			
Среднее	154,52	194,08	265,99
С.к.о.	12,65	16,03	21,89
С, NPV взноса			
Среднее	173,97	228,00	486,80
С.к.о.	127,17	126,23	119,97
С, взнос 80-го года			
Среднее	-1,93	-1,02	14,63
С.к.о.	8,53	9,19	7,22
С, резерв 80-го года			
Среднее	262,75	299,94	233,46
С.к.о.	79,23	84,03	65,06
Д, NPV взноса			
Среднее	180,35	222,20	430,73
С.к.о.	92,10	96,57	106,43

	“Россия-97” (расчет)	“Россия-87”	RP-2000
D, взнос 80-го года			
Среднее	0,84	1,24	9,82
С.к.о.	8,25	8,86	10,98
D, резерв 80-го года			
Среднее	220,92	263,09	292,53
С.к.о.	44,18	47,91	58,10

Результаты для планов В и D подтверждают высказанное выше предположение: действительно, оказывается, что неверная оценка смертности играет роль дополнительного “возмущения” в системе. С.к.о. последовательно растут при переходе к более сильно несопадающим с актуарной таблицам смертности. В данном случае оценка — недостаточно консервативная, однако и слишком консервативная оценка играет такую же роль. Результат для метода С, однако, несколько неожиданный: система ведет себя нерегулярно.

Следующий вопрос имеет практическое значение: может ли актуарий компенсировать неверную оценку смертности, применяя консервативную оценку инвестиционной доходности? Такой метод часто применяется на практике в России, особенно когда нормы смертности трудно оценить за недостатком статистических данных. Однако бывают случаи, когда актуарии и не стремятся точно оценивать смертность, считая, что консерватизм в оценке доходности дает достаточный запас в оценке обязательств. Попробуем оценить, к каким общим последствиям приводит этот метод.

Интересно исследовать поведение системы при применении актуарных базисов, “эквивалентных” с точки зрения оценки обязательств. Проведем исследование для плана В. Возьмем следующие примерно “эквивалентные” базисы с точки зрения оценки совокупности аннуитетов или общего *APV* всех пенсий (на первом месте актуарная норма доходности, на втором — актуарная таблица смертности):

(3%, “Россия-97”) — *APV* пенсий участников на момент 0 равно в этом базисе 268,32 млн.;

(3,63%, “Россия-87”) — *APV* пенсий 268,32;

(4,84%, “RP-2000”) — *APV* пенсий 268,90.

Будем считать, что опыт описывается доходностью согласно ИС1 и смертностью согласно таблице “RP-2000”. Тогда наиболее соответствующим опыту является третий базис. Первые два базиса соответствуют случаю, когда консервативность нормы доходности компенсирует ошибку в оценке смертности.

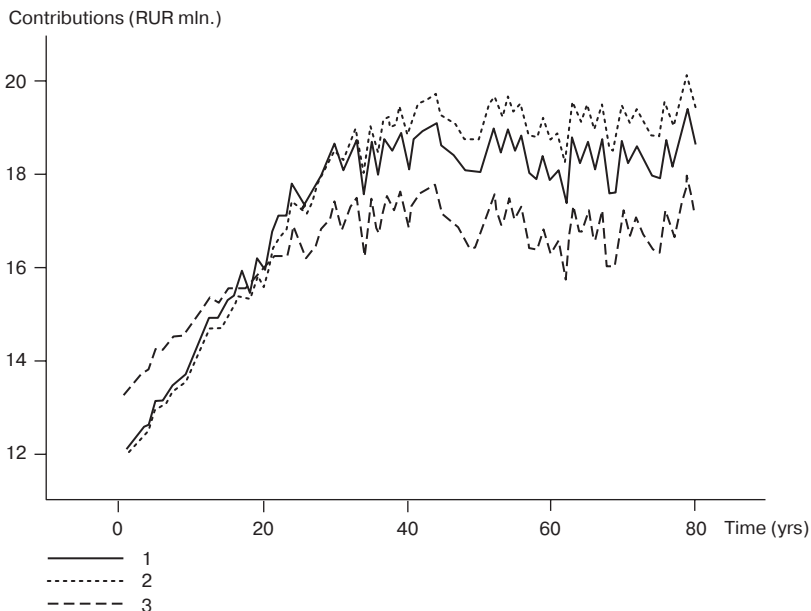


Рис. 14. Средние пенсионные взносы (план В, ИС1, смертность согласно RP-2000, 300 имитаций): 1 — (3%, “Россия-97”); 2 — (3,63%, “Россия-87”); 3 — (4,84%, “RP-2000”)

Нужно сказать, что хотя таблица “RP-2000”, конечно, слишком консервативна для российских пенсионных программ в целом (или в среднем), однако нельзя исключить того, что смертность участников отдельных программ может соответствовать этой таблице или другим “западным” таблицам.

На рис. 14 приведены средние взносы для трех базисов. То, что даже средние взносы сильно колеблются, говорит снова не в пользу плана В. Видно, что применение первых двух базисов приводит к занижению требуемых взносов на начальном этапе по сравнению с “правильным” третьим базисом. В случаях базисов 1 и 2 наблюдается “хроническое” недофиндирование плана. Взносы на начальном этапе занижены, зато потом, из-за дефицита, они больше, чем при “правильном” базисе. Средний резерв 80-го года таков:

(3%, “Россия-97”) — 279,42 млн.;

(3,63%, “Россия-87”) — 261,72 млн.;

(4,84%, “RP-2000”) — 310,88 млн.

В случаях 1 и 2, как видно из этих данных, действительно имеется недофиндирование.

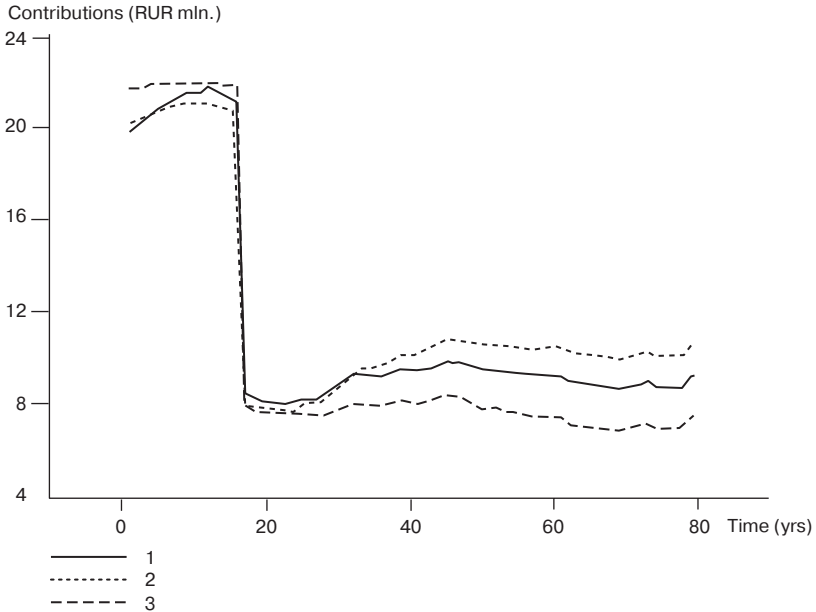


Рис. 15. Средние пенсионные взносы (план D, ИС1, смертность согласно RP-2000, 300 имитаций): 1 — (3%, “Россия-97”); 2 — (3,63%, “Россия-87”); 3 — (4,84%, “RP-2000”)

Эти результаты служат хорошей иллюстрацией того, что для более высокого качества управления пенсионной программой актуарий *должен стремиться к наиболее точной оценке параметров опыта*, в том числе изучать статистические данные о смертности и строить таблицы смертности. Нужно сказать, что в странах Запада эта необходимость давно осознана. Применение “неточного” базиса, в котором неверная оценка смертности “компенсируется” (как кажется актуарию) занижением доходности, может приводить к неожиданным последствиям. Это снова эффект “разрегулирования” системы управления. Все неточности в актуарном управлении приводят к дополнительным возмущениям, эффекты которых, как демонстрирует данное исследование, могут быть труднопредсказуемы из-за того, что система является сложной, нелинейной, содержит “обратные связи”. Поэтому актуарии должны стремиться к как можно более точной “настройке” актуарного базиса, его соответствию реальности.

Для сравнения такое же моделирование было проведено для плана D (unit-credit метод фондирования). Результаты показаны на рис. 15. Как и

для плана В, применение базисов 1 и 2 приводит к недооценке требуемых взносов и недофондированию.

При сравнении рис. 14 и рис. 15 снова бросается в глаза совершенно разное поведение взносов в смысле величины колебаний. На рисунках показаны средние взносы; для плана В их колебания значительно выше, тогда как для плана Д траектория среднего взноса намного более гладкая. Этот вопрос уже обсуждался в разделе 4.3, где были получены результаты, на первый взгляд противоречивые: дисконтированная сумма NPV взноса при методе В колеблется меньше, а сами взносы — больше, чем при методе Д. Здесь мы видим то же самое (уже для средних взносов). Взнос при методе В быстрее “настраивается” на изменения обязательств.

Литература

Бауэрс Н.Л. и др. (Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A., Nesbitt C.J.) *Актуарная математика*. М.: Янус-К, 2001.

Шоломицкий А.Г. (2002а) Обзор актуарных методов финансирования накопительных пенсий. М.: ЦЭМИ РАН, препринт WP/2002/136.

Шоломицкий А.Г. (2002б) Финансирование накопительных пенсий: актуарные методы и динамические модели. *Обзорение прикладной и промышленной математики*, 9, 3, 544—577.

Anderson A.W. (1992) *Pension mathematics for actuaries*, 2nd ed. Winsted, Connecticut: Actex Publications.

Bédard D., Dufresne D. (2001) Pension funding with moving average rates of return. *Scandinavian Actuarial Journal*, 101, 1—17.

Benjamin, S. Driving the pension fund. *Journal of the Institute of Actuaries*, 1989, 116, 717—735.

Berlin B.N. (1989) *Fundamentals of Pension Mathematics*. Schaumburg, Illinois: Society of Actuaries.

Bowers N.L., Hickman J.C., Nesbitt C.J. (1976) Introduction to the Dynamics of Pension Funding. *Trans. Society of Actuaries*, XXVIII, 177—203.

Davis E. P. (2002) Prudent person rules or quantitative restrictions? The regulation of long-term institutional investors' portfolios. *Pensions Economics and Finance*, 2 (July), 157—191.

Daykin C. D., Pentikäinen T., Pesonen M. (1994) *Practical risk theory for actuaries*. Chapman and Hall.

CAS (1999) *DRM Research Handbook*. Casualty Actuarial Society, www.casact.org/research/drm.

Dufresne D. (1988) Moments of pension fund contributions and fund levels when rates of return are random. *Journal of the Institute of Actuaries*, 115, 535—544.

Dufresne D. (1989) Stability of pension systems when rates of return are random. *Insurance: Mathematics and Economics*, 8, 71–76.

Haberman S. (1994) Autoregressive rates of return and the variability of pension contributions and fund levels for a defined benefits pension scheme. *Insurance: Mathematics and Economics*, 14, 219–240.

Haberman, S., and Sung, J.-H. (1994) Dynamic approaches to pension funding. – *Insurance: Mathematics and Economics*, 15, 151 – 162.

Haberman S. (1997) Stochastic investment returns and contribution rate risk in a defined benefit pension scheme. *Insurance: Mathematics and Economics*, 19, 127–139.

Haberman S., Wong L.Y.P. (1997) Moving average rates of return and the variability of pension contributions and fund levels for a defined benefits pension scheme. *Insurance: Mathematics and Economics*, 20, 115–135.

Loades D.H. (1992) Instability in pension funding. *Trans. Intern. Congress of Actuaries*, 2, 137–154.

Owadally M.I., Haberman S. (1999) Pension fund dynamics and gains/losses due to random rates of investment return. *North American Actuarial Journal*, 3, 3, 105–118.

Owadally M.I., Haberman S. (2000) Efficient Amortization of Actuarial Gains / Losses and Optimal Funding in Pension Plans. City University of London, Actuarial Research Paper No. 133.

SOA (2004) The RP-200 Mortality Tables. Report of the SOA Pensions Committee, www.soa.org.

Trowbridge C.L. (1952) Fundamentals of pension funding. *Trans. Society of Actuaries*, IV, 17–43.

Wilkie A. D. (1986) A stochastic investment model for actuarial use. *Trans. Faculty of Actuaries*, 39, 341–403.

Оглавление

1. Введение*	3
2. Обзор литературы	8
3. Фондирование: сценарный подход	10
3.1. Условный пенсионный план	10
3.2. Общее описание модели	12
3.3. Актуарные методы	15
3.4. Исследование условного пенсионного плана	21
4. Исследование актуарных рисков: подход стохастического моделирования	32
4.1. Актуарные риски	32
4.2. Модель инвестиционной доходности	33
4.3. Сравнение вариантов фондирования	42
4.4. Рандомизация смертности	49
4.5. Сравнительный анализ влияния факторов риска	50
4.6. Ошибки в оценке смертности и их роль	52
Литература	58

Препринт WP2/2005/04
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Редактор серии *В.А. Бессонов*

Алексей Геннадьевич Шоломицкий

**Риски и эффективность пенсионных программ:
модельный подход**

Публикуется в авторской редакции

Выпускающий редактор *А.В. Заиченко*
Технический редактор *Ю.Н. Петрина*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.

Отпечатано в типографии ГУ ВШЭ с представленного оригинал-макета.

Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная. Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 3,96. Усл. печ. л. 3,72.
Заказ № . Изд. № 468.

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Тел.: (095) 134-16-41; 134-08-77
Факс(095) 134-08-31