По состоянию на 2024 год содержание регуляторных нормативных документов, регламентирующих переход банков на продвинутый подход (подход на основе внутренних рейтингов), допускает существенные неоднозначности при проектировании и проверке внутренней рейтинговой шкалы. В статье даны рекомендации, реализация которых позволит повысить корректность рейтинговых шкал.

Проблема неоднозначности регуляторных требований к рейтинговой шкале

Михаил ПОМАЗАНОВ,
к.ф.-м.н., доцент, НИУ «Высшая школа экономики»

Два способа построения рейтинговой шкалы

Существует два взаимоисключающих способа построения рейтинговой шкалы (РШ) кредитного риска на внутренних данных. Первым способом отображения (Дирк Таше[1], 2008, с. 177–179) является условие постоянства вероятности дефолта PD во времени в разрядах РШ. Такой маппинг опирается на прямой метод, при котором сам рейтинговый балл может быть принят за PD заемщика, поскольку предполагает наличие калибровочной модели (например, статистические модели Logit, Probit, Hazard Rate).

Если в банке применяется валидированная калибровочная статистическая модель, для которой задан (текущий или прогнозный) калибровочный параметр центральной тенденции PD (ЦТ) всего модельного сегмента, то после оценки вероятности дефолта заемщика его рейтинг автоматически определится в заранее заданных внутренней РШ границах рейтинговых разрядов (например, А2[0,5:1%), А3[1:2%), В1[2:4%) и т.д.):

$$\mathrm{PD}(R) = \frac{1}{1+e^{\alpha R+\beta}} \to \left[\begin{array}{l} \quad\ldots \\ A2 = [0{,}5:1\%) \\ A3 = [1:2\%) \\ \quad\ldots \end{array}\right.$$

[1] Tasche D. Validation of internal rating systems and PD estimates. In: The Analytics of Risk Model Validation, Quantitative Finance Series, Academic Press, 2008. P. 169-196.

Проблема неоднозначности регуляторных требований к рейтинговой шкале

Для оценки параметров α, β калибровочной функции достаточно параметров распределения рейтингового балла R, дискриминирующей мощности (ROC) модели и ЦТ[1], которые оцениваются для всего модельного сегмента с достаточной точностью даже при ограниченной статистике, причем сама калибровочная функция по определению монотонна, а значит, снижение балла означает увеличение PD.

Затем вероятность дефолта определенного рейтингового разряда рассчитывается как среднее значение вероятности дефолта отдельных заемщиков, принадлежащих каждому разряду (BCBS[2], 2005, с. 33). Для прямого метода построения РШ границы вероятности дефолта рейтингового разряда *постоянны и не зависят от центральной долгосрочной тенденции PD всего модельного сегмента*. Изменение со временем центральной тенденции, при неизменных показателях кредитоспособности заемщика, может привести к миграции заемщика в соседний рейтинговый разряд после периодической перекалибровки статистической модели в рамках TTC (долгосрочной) или PIT (краткосрочной) философии. Такая миграция произойдет при выходе собственной вероятности дефолта за постоянные границы PD того разряда, в котором она находилась.

Рейтинговый балл (или другая комплексная характеристика кредитоспособности) может и не быть однозначен PD, тогда используется косвенный метод, для которого оценка PD каждого рейтингового разряда выполняется на основе исторических показателей дефолта в разряде. Для косвенного метода *неизменными являются границы рейтингового балла (или иной консолидированной характеристики кредитоспособности)*, но при изменении ЦТ уровня дефолтов вероятность дефолта в каждом разряде также будет изменяться. При этом границ вероятности дефолта в разряде не существует, существуют только неизменные границы (правила) определения рейтинга по характеристикам кредитоспособности. В табл. 1 представлена таблица рейтинговых границ Moody's для автомобильной отрасли[3].

Для каждого значимого фактора устанавливается рейтинговый разряд в определенных методологией границах, разряды консолидируются с установленными весами, на выходе — итоговый дискретный рейтинговый разряд. При определении рейтингового разряда

[1] См., например: Помазанов М.В., Хамалинский А.С. Калибровка рейтинговой модели для секторов с низким количеством дефолтов // Управление финансовыми рисками. 2012 Т. 30. № 2. С. 82-84.

[2] Basel Committee on Banking Supervision. Studies on the Validation of Internal Rating Systems. Basel, Feb. 2005. Working paper No. 14.

[3] Rating Methodology. Moody's Global Corporate Finance – Global Automobile Manufacturer Industry.

Михаил ПОМАЗАНОВ

Таблица 1

Пример рейтинговых границ для схемы рейтингования автомобильной отрасли

Global Auto Industry Rating Methodology - Rating Grid

Categor	Sub-Category	Measurements	Weightin	Aaa	Aa	A	Baa	Ba	B	Caa
1) Market Position and Trend			**35.0%**							
	a) Unit Share	Trend in global unit share over 3 years	2.5%	> 3%	> 1 <3%	> 0 <1%	> -1 <0%	> -2 <-1%	> -3 <-2%	<-3%
		Trend in Top 2 Market unit share over 3 years	2.5%	> 3%	> 1 <3%	> 0 <1%	> -1 <0%	> -2 <-1%	> -3 <-2%	<-3%
	b) Product Portfolio	Product breadth and strength	30.0%	Expert	Expert	Expert	Expert	Expert	Expert	Expert
2) Leverage and Liquidity			**20.0%**							
	a) Leverage	3 Yr Avg Debt / EBITDA	5.0%	< 1.00 x	>1.00< 2.00 x	>2.00< 3.00 x	>3.00< 4.0 x	>4.0< 5.0 x	>5.0< 6.0 x	>6.0 x
		3 Yr Avg Debt / Capital	5.0%	< 30%	>30< 40%	>40< 50%	>50< 60%	>60< 70%	>70< 80%	>80%
	b) Liquidity	3 Yr Avg (Cash + Mkt Sec) / Total Debt	10.0%	> 60%	> 50 <60%	> 40 <50%	> 30 <40%	> 20 <30%	> 10 <20%	<10%
3) Profitability and Returns			**15.0%**							
	a) Margin	3 Yr Avg EBITA Margin	7.5%	> 9 %	> 7 <9%	> 5 <7%	> 3 <5%	> 2 <3%	> 1 <2%	<1%
	b) Return	3 Yr Avg EBITA / Average Assets	7.5%	> 10 %	> 8 <10%	> 6 <8%	> 4 <6%	> 2 <4%	> 0 <2	<0%
4) Cash Flow and Debt Service			**25.0%**							
	a) Cash Flow	3 Yr Avg FCF / Debt	5.0%	> 20 %	> 10 <20%	> 5 <10%	> 0 <5 %	> -2.5 <0%	> -5 <-2.5%	<-5.0%
		3 Yr Avg RCF / Debt	5.0%	> 50 %	> 40 <50%	> 30 <40%	> 20 <30%	> 10 <20%	> 0 <10%	<0%
		3 Yr Avg RCF / Net Debt	5.0%	> 90 %	> 70 <90%	> 50 <70%	> 30 <50%	> 20 <30%	> 10 <20%	<10%
	b) Interest Coverage	3 Yr Avg EBIT / Interest Expense	10.0%	> 10 x	> 8 <10 x	> 6 <8 x	> 4 <6 x	> 2 <4 x	> 1 <2 x	<1 x
5) Captive Finance Company			**5.0%**							
		Captive finance company	5.0%	Expert	Expert	Expert	Expert	Expert	Expert	Expert
		Total	**100.0%**							

для косвенного подхода на этом этапе никакой связи с PD нет. Эта связь появляется только на следующем этапе — оценки наблюдаемой частоты дефолта для каждого рейтингового разряда.

Примеры исторической статистики дефолтов в разряде в рамках косвенного подхода можно увидеть на рис. 1 и 2[1].

Из рис. 1 и 2 видно, что даже для TTC частоты дефолтов в разрядах меняются существенно и никакие постоянные границы установить невозможно.

Косвенный подход, как правило, используют крупные рейтинговые агентства, имеющие долгосрочную и достаточную статистику, прямой подход чаще используют банки.

Косвенный подход не устанавливает заранее никакую параметрическую калибровочную монотонную функцию, а использует для калибровки PD непараметрический подход наблюдений за частотой дефолтов в каждом разряде. Однако здесь заложен самый значимый на практике недостаток такого подхода, который состоит в том, что

[1] Annual Default Study: Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2016.

Проблема неоднозначности регуляторных требований к рейтинговой шкале

Рисунок 1

PIT (1 год) статистика дефолтов в разрядах Moody's

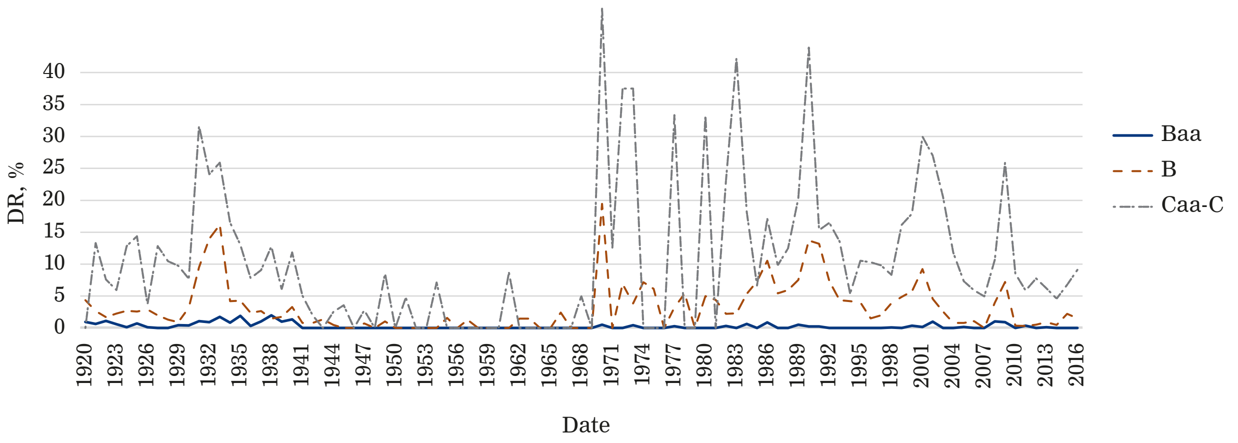
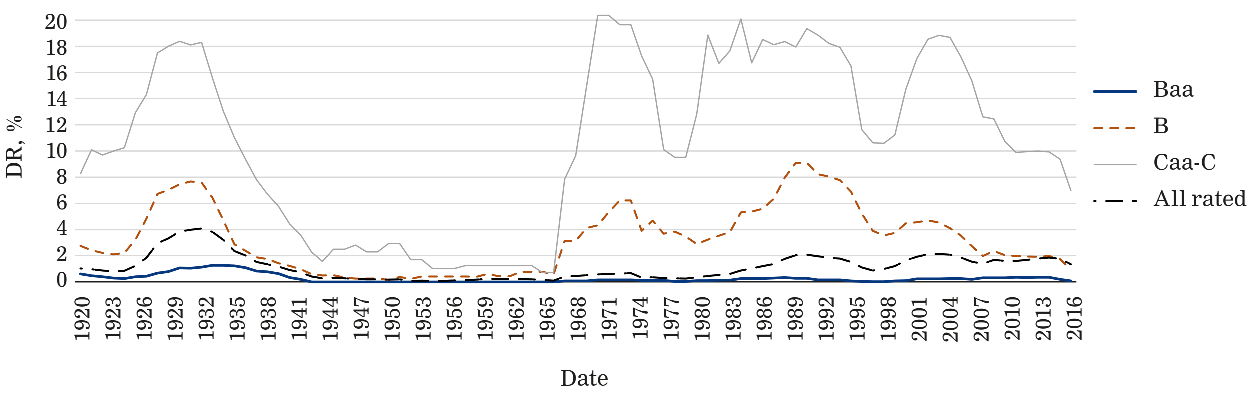


Рисунок 2

TTC (7 лет) статистика дефолтов в разрядах Moody's



даже самая эффективная рейтинговая модель не гарантирует монотонности PD по разрядам при ограниченной статистике наблюдений. Например, транснациональное рейтинговое агентство Fitch (член «большой тройки») даже в 2015 г. (статистика с 1990 г.) не давало монотонность наблюдаемых частот дефолтов по рейтинговым разрядам на глобальной статистике[1] (табл. 2).

[1] FitchRatings. 2015 Transition & Default Studies.

Таблица 2

Средние показатели дефолтов по корпоративным финансам в мире по версии Fitch, 1990-2015 гг.

Рейтинг	Частота дефолтов среднегодовая, %	Монотонность
AAA	0,13	
AA+	—	
AA	—	
AA–	0,09	
A+	—	
A	0,09	
A–	0,08	
BBB+	0,12	
BBB	0,07	
BBB–	0,32	
BB+	0,36	
BB	0,62	
BB–	1,31	
B+	1,28	
B	2,06	
B–	2,96	
CCC to C	21,36	

Объяснение этому простое — статистические флуктуации, поскольку отсутствуют причины сомневаться в корректности методологии Fitch, чтобы заподозрить методику рейтингования в неполной адекватности. Если при внедрении косвенного подхода в банке будет наблюдаться подобная немонотонность (а она наверняка будет наблюдаться в корпоративном сегменте при достаточном количестве разрядов внутренней шкалы), то для экономии стоимости риска будет выгодно манипулятивно понижать рейтинг с целью снижения резервов и капитала, что формально не противоречит консервативности.

Далее при применении косвенного подхода для формирования РШ потребуется ежегодно (как минимум) пересматривать стоимость риска в каждом разряде. Это приведет к перестройке политики кредитования, поскольку уровни отсечения тоже будут пересматриваться, что при прямом подходе не делалось, ведь при сдвиге ЦТ вероятности дефолта в грейдах РШ остаются постоянными.

Проблема неоднозначности регуляторных требований к рейтинговой шкале

Банковский регулятор допускает оба подхода к формированию РШ, однако в регуляторных ВНД отсутствует уточнение подхода к отображению РШ — прямого либо косвенного, — которое необходимо для разграничения манипуляций с калибровкой шкал.

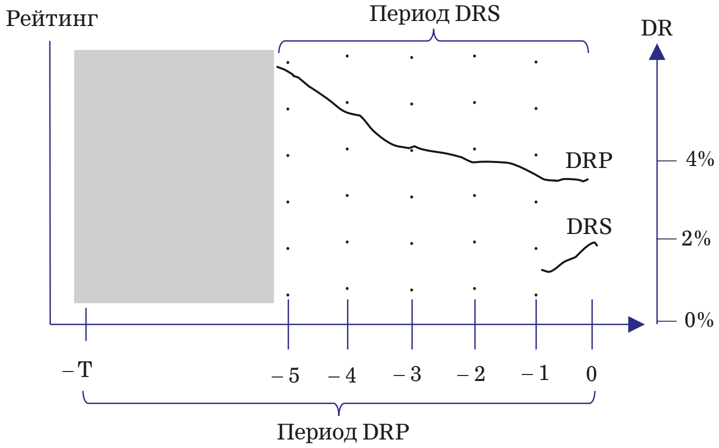
Коррекция, не применимая для прямого подхода

Для оценки контрольных показателей качества рейтинговой модели в рамках сопоставительного анализа необходимо оценивать исторический уровень дефолта[1] DRP по сегменту в целом и по разрядам (грейдам) РШ в частности. Однако в случае, когда оценка DRP_i по каждому грейду i невозможна, например отсутствует возможность восстановления полной истории оценки рейтинга, за исключением более короткого периода S, то в рамках косвенного подхода к определению РШ применяется трансформация Байеса. На рис. 3 представлена схема ситуации, когда период оценки рейтингов заемщиков модельного сегмента не совпадает с историческим периодом.

Предполагаются известными оценки уровней дефолтов (среднегодовых частот дефолтов, DR) по сегменту в целом (DRS) и по разрядам в частности (DRS_i) за неполный исторический период S. Байесовская трансформация, справедливая только для косвенного

Рисунок 3

Период оценки рейтингов не совпадает с историческим периодом наблюдений



[1] Рассчитывается как простое среднее (арифметическое) годовых уровней дефолта за исторический период T лет ($T \geq 5$).

подхода к формированию РШ, для каждого разряда рейтинговой шкалы дает значение (доказательство в приложении к статье):

$$DRP_i = \frac{DRS_i \times \dfrac{DRP}{DRS}}{DRS_i \times \dfrac{DRP}{DRS} + (1 - DRS_i) \times \dfrac{(1 - DRP)}{(1 - DRS)}}, \qquad (1)$$

где DRP_i — значение уровня дефолта, скорректированное с применением трансформации Байеса;

DRP — значение исторического уровня дефолта модельного сегмента;

DRS_i — значение уровня дефолта для i-го разряда рейтинговой шкалы;

DRS — значение уровня дефолта для выборки S.

Доказательство справедливости коррекции (1) опирается на предположение о независимости границ (правил) определения рейтингов от оценок вероятностей дефолтов. Коррекция имеет простую структуру $DRP_i = DRS_i \times DRP/DRS \times (1 + O(DRS_i))$, которая не предполагает неизменности границ вероятности дефолта (прямой подход) и в случае применения для прямой шкалы не гарантирует выход уровня дефолта одного разряда за пределы другого.

Коррекция (1) справедлива только в случае выбора РШ, правила распределения субъектов по которой не зависят от центральной тенденции DRP. В случае выбора подхода к определению рейтинговой шкалы, основанного на прямой параметрической оценке вероятности дефолта (статистической калибровке параметров), никакую коррекцию применять не требуется. Смена DRS на DRP автоматически перераспределит субъекты по разрядам в соответствии с заданной параметрической калибровкой.

Неоднозначность требований о количестве разрядов рейтинговой шкалы

Российский регулятор (как и европейский регулятор EBA[1]) предъявляет достаточно общие требования к количеству разрядов РШ:

— РШ заемщиков должна содержать не менее восьми разрядов, из которых не менее семи разрядов для заемщиков, не находящихся в состоянии дефолта, и один разряд для заемщиков, находящихся в состоянии дефолта;

— РШ должна иметь достаточное количество разрядов, которое позволяет исключить наличие высокой концентрации заемщиков в определенных разрядах рейтинговой шкалы;

[1] Guidelines on PD estimation, LGD estimation and the treatment of defaulted exposures (EBA/GL/2017/16). С. 106.

— разряд РШ должен охватывать диапазоны величины вероятности дефолта, которые позволяют исключить наличие высокой концентрации заемщиков, отнесенных к одному разряду.

Ограничение сверху на допустимое количество разрядов отсутствует, банковский регулятор ничего не требует — вплоть до абсурда, когда разрядов больше, чем заемщиков, или половина пустые. Вместе с тем основной статистический тест сопоставительного анализа соответствия средней вероятности дефолта в разряде наблюдаемой частоте дефолта и формирующий контрольный показатель качества РШ — это критерий Вальда (биномиальный тест на консервативность). Биномиальный тест с критерием Вальда проводится для каждого разряда рейтинговой шкалы для уровней значимости $\alpha = 5\%$ и $\alpha = 1\%$ и требует, чтобы

$$\mathrm{PD}_i + \Phi^{-1}(1-\alpha)\sqrt{\frac{\mathrm{PD}_i(1-\mathrm{PD}_i)}{n_i}} > \mathrm{DR}_i, \qquad (2)$$

где n_i — число наблюдений в i-м разряде РШ;

PD_i — среднее значение вероятности дефолта заемщиков в i-м разряде рейтинговой шкалы, используемое при расчете величины кредитного риска;

DR_i — значение уровня дефолта в i-м разряде РШ;

$\Phi^{-1}(x)$ — обратная функция стандартного нормального распределения.

Причем если критерий не выполняется при $\alpha = 1\%$, то разряд РШ признается значительно недооцененным («красная зона»), а если выполняется при $\alpha = 5\%$, то разряд признается корректно оцененным.

Очевидно, что увеличение количества разрядов в РШ приведет к снижению n_i и более мягкому тесту (2) на консервативность[1], к автоматическому снижению концентрации. Стратегически банку «выгодно» увеличивать количество разрядов по этим причинам, а также в силу ряда других причин (чтобы уменьшить ошибки округления, негативно влияющие на требования к капиталу, синхронизировать разряды с рейтинговыми агентствами, «бизнес желает» и т.п.). Существует ли фундаментальный ограничитель? Оказывается, да.

У каждого разряда РШ существует среднее PD (обозначим его p^*), а также нижняя и верхняя границы PD разряда[2] (обозначим их p^L, p^U).

[1] Теоретически увеличение количества разрядов РШ приводит к увеличению вероятности ложного брака РШ по причине флуктуаций при ограничении на число желтых и красных разрядов в совокупности на уровне α, но этот вклад несущественен и дает вероятность ниже 1% для 5 одновременно ложных «желтых» срабатываний среди 27 разрядов при $\alpha = 5\%$.

[2] В рамках прямого подхода к формированию РШ эти границы закреплены нормативно, в рамках косвенного подхода определяются тем или иным способом.

Михаил ПОМАЗАНОВ

Доверительный интервал попадания DR в разряд при заданном уровне достоверности α не должен выходить за пределы отрезка $p \in [p^L, p^U]$, в противном случае разряды становятся статистически неразличимы в рамках заданного количества возможных наблюдений $N = \sum_i n_i$. В рамках критерия Вальда нетрудно установить минимальное требование количества наблюдений n, обеспечивающее различимость отрезка $[p^L, p^U]$ на уровне достоверности α:

$$m_\alpha = \left\lceil \frac{Z^2_{\alpha/2}(1-p^*)}{\in_R{}^2\, p^*} \right\rceil, \tag{3}$$

где $\in_R$ — относительный допуск отклонения от средней вероятности дефолта в разряде;

$$\in_R = \min\left(\frac{p^*}{p^L}, \frac{p^U}{p^*}\right) - 1;$$

$$Z_{\alpha/2} = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right);$$

знак $\lceil \cdot \rceil$ — округление до верхнего целого.

Проблема минимального количества наблюдений для внедрения статистических критериев с заданным уровнем достоверности не нова и многократно рассматривалась в научной литературе. Формула (3) взята из работы McGrath & Burke[1] (формула (3), с. 439), опубликованной в ведущем Американском статистическом журнале в 2024 г., в которой авторы рассмотрели также и более тонкие критерии биномиального теста.

Если количество наблюдений в разряде $n < m_{5\%}$, мы не сможем на том же уровне значимости различить «красный» (существенно недооцененный) разряд и вынуждены признать разряд «серым», поскольку критерий (2) будет допускать выход в соседний разряд за пределы отрезка $[p^L, p^U]$ при недостатке наблюдений. Если $m_{5\%} \le n < m_{1\%}$, то возможно отличие «желтого» (умеренная недооценка) от «зеленого», и только если количество наблюдений достаточное — $n \ge m_{1\%}$, то это полноценный («цветной») разряд для валидации по критерию Вальда (2).

Статистически различимая рейтинговая шкала

РШ признается статистически различимой, если для всех разрядов имеется достаточное количество наблюдений, превышающее $m_{1\%}$(3). Разряд РШ признается «серым», если количество наблюдений менее $m_{5\%}$(3).

[1] McGrath O., Burke K. Binomial Confidence Intervals for Rare Events: Importance of Defining Margin of Error Relative to Magnitude of Proportion // The American Statistician. 2024. Vol. 78. No. 4. P. 437–449.

Проблема неоднозначности регуляторных требований к рейтинговой шкале

Для практической оценки и демонстрации требований статистически достаточного количества наблюдений по актуальным российским данным обратимся к накопленной до 01.07.2024 рейтинговой статистике агентства «Эксперт РА» (статистика с 2000 г., активное накопление статистики примерно с 2006–2007 г.)[1]. Статистика содержит суммарное количество недефолтных наблюдений в начале каждого годового периода в каждом разряде РШ «Эксперт РА», а также количество дефолтов, по которым рассчитывается частота дефолтов в разряде в средневзвешенной парадигме[2], которая применяется рейтинговыми агентствами к оценке DR.

На основе актуальной статистики «Эксперт РА»:

1. Оценивается среднее значение вероятности дефолта в каждом разряде.

2. Задается значение границ p^L, p^U вероятностей дефолтов между разрядами как среднее геометрическое вероятностей дефолтов в соседних разрядах.

3. Оцениваются $\in_R$ и далее требования (3) к минимальной достаточности наблюдений в разрядах на уровнях достоверности $\alpha = 1\%$ и $\alpha = 5\%$.

Результат представлен в табл. 3.

Таблица 3

Результаты оценок требований к количеству наблюдений для статистической различимости разрядов «Эксперт РА»

№	Уровень рейтинга	Дефолты	Наблюдения	DR, %	Доля наблюдений, %	Средн. ln(PD)	Аппрокс. p^*, %	Допуск $\in_R$, %	Требования $m_{5\%}$	$m_{1\%}$
1	ruAAA	0	365	0,00	4,8	–6,39	0,17	14,8	104 500	180 500
2	ruAA+	0	206	0,00	2,7	–6,11	0,22	14,8	79 300	137 000
3	ruAA	1	396	0,25	5,2	–5,84	0,29	14,8	60 200	103 900
4	ruAA–	0	372	0,00	4,9	–5,56	0,38	14,8	45 700	78 800
5	ruA+	3	488	0,61	6,5	–5,29	0,51	14,8	34 600	59 800
6	ruA	4	538	0,74	7,1	–5,01	0,67	14,8	26 300	45 300
7	ruA–	3	593	0,51	7,8	–4,73	0,88	14,8	19 900	34 400

[1] Исторические данные об уровнях дефолта по рейтинговым категориям применяемых рейтинговых шкал (https://raexpert.ru/about/disclosure/default-level-data/).

[2] Средневзвешенная парадигма предполагает оценку среднегодовой частоты дефолтов путем деления количества дефолтов за исторический период на сумму наблюдений (не дефолтов) в начале каждого годового периода. Альтернативная парадигма — простой средней, предполагает усреднение годовых частот дефолтов. Последняя требуется для применения банками. Оценки будут совпадать только в случае постоянного количества оцененных субъектов на начало периода.

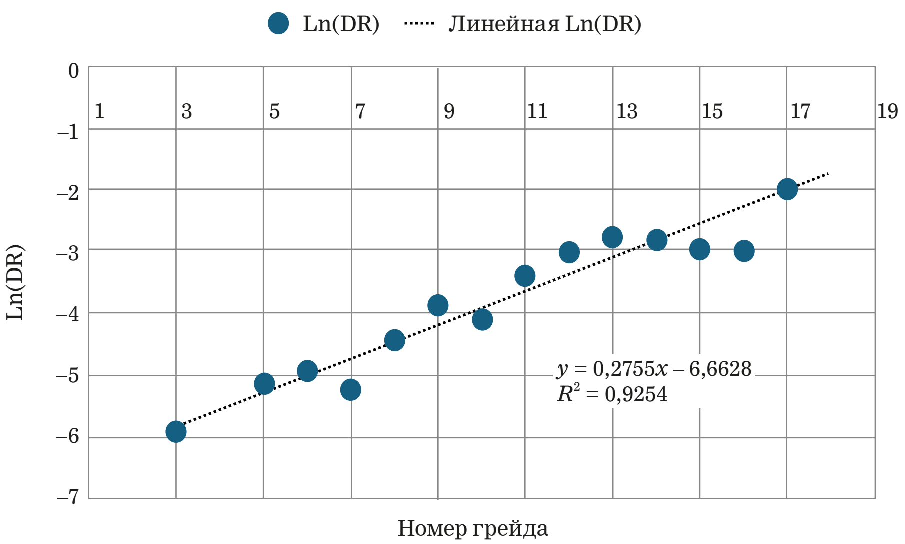
Окончание табл. 3

№	Уровень рейтинга	Дефолты	Наблюдения	DR, %	Доля наблюдений, %	Средн. ln(PD)	Аппрокс. p^*, %	Допуск $\in_R$, %	Требования $m_{5\%}$	$m_{1\%}$
8	ruBBB+	6	505	1,19	6,7	–4,46	1,16	14,8	15 100	26 000
9	ruBBB	11	513	2,14	6,8	–4,18	1,52	14,8	11 400	19 700
10	ruBBB–	11	684	1,61	9,0	–3,91	2,01	14,8	8 600	14 900
11	ruBB+	26	828	3,14	11,0	–3,63	2,65	14,8	6 500	11 200
12	ruBB	31	613	5,06	8,1	–3,36	3,48	14,8	4 900	8 500
13	ruBB–	21	305	6,89	4,0	–3,08	4,59	14,8	3 700	6 400
14	ruB+	21	335	6,27	4,4	–2,81	6,05	14,8	2 800	4 800
15	ruB	19	359	5,29	4,7	–2,53	7,96	14,8	2 100	3 600
16	ruB–	11	221	4,98	2,9	–2,25	10,49	14,8	1 600	2 600
17	ruCCC	29	218	13,30	2,9	–1,98	13,82	14,8	1 100	1 900
18	ruCC	6	21	28,57	0,3	–1,70	18,20	14,8	800	1 370
Итого		203	7 560	2,69	100,0		2,72		429 100	740 670

Аппроксимация среднего p^* в разряде проводилась с помощью линейной регрессии наблюдений ln(DR) (за исключением нулевых разрядов № 1, 2, 4) (рис. 4).

Рисунок 4

Линейная аппроксимация натурального логарифма частоты дефолтов в разряде РШ «Эксперт РА»



Аппроксимация p^* оказывается вполне приемлемого качества на уровне R-квадрат около 93%, аналогичная аппроксимация на основе наблюдаемых частот дефолтов международных рейтинговых агентств дает R-квадрат на уровне 98%.

Результат исследования показывает, что количество наблюдений «Эксперт РА» на уровне 7560 не позволяет подтвердить или опровергнуть критерием Вальда показатель точности оценок вероятности дефолта ни в одном разряде «Эксперт РА» (все разряды «серые»). Это означает, что РШ «Эксперт РА» не должна быть подтверждена в рамках требований (3). РШ «Эксперт РА» статистически неразличима. Для соответствия различимости необходимо проектировать другую шкалу с меньшим количеством разрядов, учитывая ограниченность потенциальных совокупных наблюдений.

Выводы

Регулятор не различает способ построения РШ — прямой или косвенный, однако может предложить коррекцию, которая допустима только для одного из способов. Деление РШ на грейды никак не ограничено сверху и может допускать любое большое количество грейдов, настолько, что при валидации они становятся неразличимы или вовсе пусты. Возникает вопрос: а сколько «серых» разрядов допустимо? Критерия нет, значит, возможен произвол.

Требование к банку перестроить внутреннюю рейтинговую шкалу при проверке Банком России соответствия требованиям ПВР, чтобы уменьшить или убрать «серые» разряды, повлечет за собой значительные затраты как переход в иную систему координат. Ни одному банку не хочется получить такой «сюрприз» с учетом того, что тогда придется пересмотреть всю собственную нормативную базу, отчеты по валидации, критерии кредитной политики, одномоментно увеличить расчетную норму требований к капиталу в качестве эффекта округления и т.п.

Приложение

Обоснование байесовской формулы коррекции частот дефолтов в разряде

Пусть DRV — частота дефолтов (ЧД) во всей выборке для валидации, DR — историческая ЧД. В разряде i была измерена ЧД, равная DRV_i. Необходимо оценить ЧД DR_i в разряде i при учете смены DRV

Михаил ПОМАЗАНОВ

на DR, причем эта смена не повлияет на состав заемщиков в разрядах.

Обозначим $\mathrm{DR} = D/(D+N)$, где D, N — число дефолтов и не дефолтов в выборке, соответственно $\mathrm{DRV} = \mathrm{DV}/(\mathrm{DV}+\mathrm{NV})$. Частота дефолтов меняется исключительно за счет появления/уменьшения новых дефолтов, поэтому, не умаляя общности, можно установить равенство $N = \mathrm{NV}$. Обозначая $x = \mathrm{DR}/\mathrm{DRV}$, несложно найти $y = D/\mathrm{DV}$. Если учесть, что $\mathrm{NV}/\mathrm{DV} = (1-\mathrm{DRV})/\mathrm{DRV}$, $x \times \mathrm{DRV} = D/(D+N) = y/(y + \mathrm{NV}/\mathrm{DV})$, откуда $y = x \times ((1-\mathrm{DRV})/(1 - x \times \mathrm{DRV})) = x \times ((1-\mathrm{DRV})/(1-\mathrm{DR}))$.

Применяем те же соображения поразрядно:

$$\mathrm{DR}_i = \frac{D_i}{D_i + N_i} = \frac{y \times \mathrm{DV}_i}{y \times \mathrm{DV}_i + \mathrm{NV}_i} = \frac{y}{y + \dfrac{1-\mathrm{DRV}_i}{\mathrm{DRV}_i}} =$$

$$= \frac{x \times \dfrac{1-\mathrm{DRV}}{1-\mathrm{DR}} \times \mathrm{DRV}_i}{x \times \dfrac{1-\mathrm{DRV}}{1-\mathrm{DR}} \times \mathrm{DRV}_i + 1 - \mathrm{DRV}_i} = \frac{x \times \mathrm{DRV}_i}{x \times \mathrm{DRV}_i + (1-\mathrm{DRV}_i) \times \dfrac{1-\mathrm{DR}}{1-\mathrm{DRV}}}.$$

Итоговая формула доказана в требуемом виде:

$$\mathrm{DR}_i = \frac{\mathrm{DRV}_i \times \dfrac{\mathrm{DR}}{\mathrm{DRV}}}{\mathrm{DRV}_i \times \dfrac{\mathrm{DR}}{\mathrm{DRV}} + (1-\mathrm{DRV}_i) \times \dfrac{1-\mathrm{DR}}{1-\mathrm{DRV}}}.$$