Министерство науки и высшего образования РФ
Смоленский государственный университет

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ: ПРОБЛЕМЫ, ТЕХНОЛОГИИ, ПЕРСПЕКТИВЫ

Материалы
42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов

12–14 октября 2023 года

Смоленск, 2023

УДК 51(082)
ББК 74.262.21(082)
М 34

Печатается по решению редакционно-издательского совета Смоленского государственного университета

М 34 **Математика и математическое образование: проблемы, технологии, перспективы:** материалы 42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2023. – 430 с.

ISBN 978-5-88018-720-1

В сборнике представлены статьи преподавателей вузов, учителей, аспирантов и магистрантов, посвященные проблемам развития математики и математического образования в России, Беларуси, Таджикистане, Болгарии и др.

Материалы семинара распределены по четырем рубрикам:

- Пленарные доклады (11).
- Математика и компьютерные науки.
- Методика обучения математике и информатике в вузе.
- Методика обучения математике и информатике в школе.

Адресуется преподавателям математики школ, СПО, вузов, методистам, аспирантам и магистрантам педагогических направлений подготовки.

ISBN 978-5-88018-720-1

Содержание

ЕКАТЕРИНБУРГ

ЕЛАБУГА

КАЗАНЬ

КИРОВ

МОСКВА

НАБЕРЕЖНЫЕ ЧЕЛНЫ

ПЕНЗА

ПЕРМЬ

САМАРА

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

САРАТОВ

СМОЛЕНСК

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

105 ЛЕТ СМОЛЕНСКОЙ МАТЕМАТИКО-МЕТОДИЧЕСКОЙ ШКОЛЕ: СТАНОВЛЕНИЕ И РАЗВИТИЕ

Г.Е. Сенькина, доктор пед. наук, профессор
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: gulzhan.senkina@gmail.com

Аннотация. Анализируются этапы становления и развития смоленской математико-методической школы на протяжении всей ее 105-летней истории. Рассматриваются направления деятельности школы, основные персоналии, издания.

Ключевые слова: математика, обучение математике, математическое образование, математико-методическая школа, исторические этапы развития.

105 YEARS OF SMOLENSK MATHEMATICAL-METHODICAL SCHOOL: FORMATION AND DEVELOPMENT

G.E. Senkina, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The work analyzes the stages of formation and development of the Smolensk mathematical-methodical school throughout its 105-year history. The directions of its activity and the main personalities, publications are considered.

Keywords: mathematics, teaching mathematics, mathematical education, mathematical-methodical school, historical stages of development.

Пленарный доклад посвящен деятельности смоленской математико-методической школы в ее историческом развитии, в котором можно выделить три больших этапа: становление (1918–1949); основной (1950–1990); современный (1991 – наши дни).

Для деления на периоды, помимо исторической периодизации, связанной с историей страны, мы использовали статистические данные по общему количеству выпускников физико-математического факультета Смоленского государственного университета и его контингенту по направлениям бакалавриата (специалитета). В таблице 1 представлены данные о выпускниках по десятилетиям, начиная с основания факультета в составе вуза.

Полученные данные в целом коррелируют с отечественной историей, периоды спада совпадают со сложными событиями, такими как Великая Отечественная война, перестройка, кризисные 90-е годы, что наглядно представлено на диаграмме (рис. 1).

Следует отметить, что последнее десятилетие еще не завершено, но по численности оно не будет критически отличаться от предыдущего десятилетия, судя по наборам и статистике отчислений, исследованиям профессиональных предпочтений студентов [1]. Кроме того, в 2023 году заложен подъем физико-математического образования на последующие годы благодаря открытию новых направлений бакалавриата, сетевым образовательным программам с производственными предприятиями («Завант»), ведущими вузами страны (МАИ, МГТУ им. Н.Э. Баумана и др.).

Таблица 1

Контингент выпускников бакалавриата / специалитета физико-математического факультета Смоленского государственного университета за 1918–2023 годы (очное отд.)

Десятилетия Направления	1918-1929	1930-1939	1940-1949	1950-1959	1960-1969	1970-1979	1980-1989	1990-1999	2000-2009	2010-2019	2020-2023
Пед. образование (математика, физика, информатика и др.)	149	371	196	834	1147	1322	975	1006	1379	527	81
Прикладная математика и информатика	–	–	–	–	–	–	–	–	–	150	56
Прикладная информатика	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	52
Интеллектуальные системы в гуманитарной сфере (профиль «Интеллектуальные системы и машинное обучение»)	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	12
Строительство	–	–	–	–	–	–	–	–	–	96	29
Всего	149	371	196	834	1147	1322	975	1006	1379	638	230

Итого подготовлено 8247 выпускников за 105 лет существования физико-математического факультета.

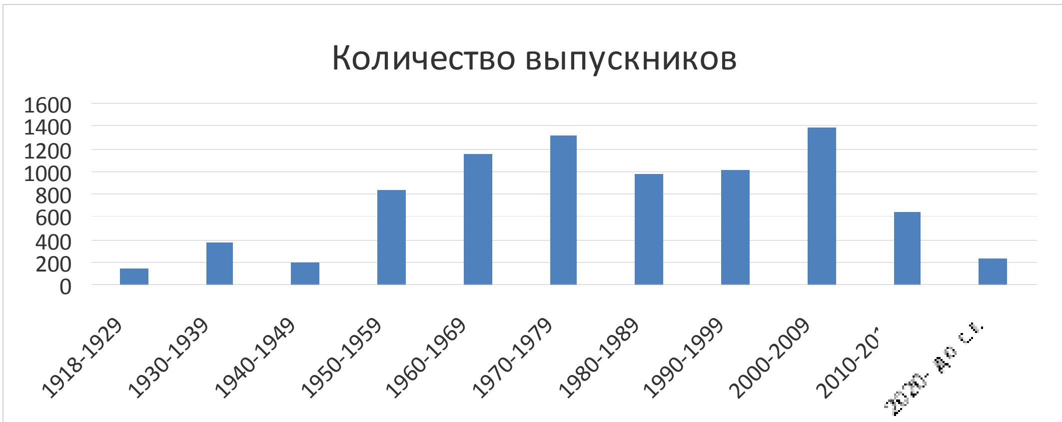


Рис. 1. Количество выпускников физико-математического факультета за 1918–2023 годы

Первый этап (становление, 1918–1949). Этот этап условно делится на следующие периоды: довоенный, по праву его можно назвать александровским (1918–1939), период Великой Отечественной войны и восстановления (1940–1949).

Основы научных школ факультета были заложены профессорами Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. С 1920 года на физико-математическом факультете начал работать известный советский математик, в последующем академик Академии наук СССР Павел Сергеевич Александров [2]. Павел Сергеевич – уроженец Смоленщины, в 1913 году окончил с золотой медалью Смоленскую частную мужскую гимназию Н.П. Евневича [3][1] и в том же году поступил в Московский университет. Ещё будучи студентом, в 19 лет, летом 1915 года решил задачу о мощности борелевских множеств, поставленную ему Н.Н. Лузиным (независимо от П.С. Александрова проблему мощности борелевских множеств решил Ф. Хаусдорф, с которым он впоследствии лично обсуждал данную задачу [2]), и построил в связи с этим так называемую А-операцию. Уже в 1921–1923 годах он прочитал студентам университета курс теории функций вещественного переменного и первый в стенах Московского университета курс общей топологии. В 1926–27 и 1928–29 учебных годах Павел Сергеевич ежемесячно приезжал на неделю в Смоленск (здесь жила его мать) и читал лекции по различным разделам математики [2]. Именно благодаря этим лекциям со своими научными интересами определился студент, а затем аспирант Смоленского государственного университета Александр Геннадьевич Курош, один из наиболее известных учеников П.С. Александрова (наряду с Л.С. Понтрягиным и А.Н. Тихоновым), в дальнейшем крупнейший советский алгебраист, профессор МГУ [4].

С 1930 по 1934 год П.С. Александров возглавлял кафедру математики физико-математического факультета СмолГУ (на выездной основе). С образованием весной 1933 года механико-математического факультета МГУ на нём была создана кафедра высшей геометрии, и её первым заведующим стал П.С. Александров. В течение тридцати трёх лет (с 1932 по 1964 год) Павел Сергеевич был президентом Московского математического общества.

Лекции ученых-математиков из МГУ П.С. Александрова, В.А. Ефремовича по теории множеств, теории функций, дифференциальной геометрии, основаниям математики и топологии оказали огромное влияние на становление известных смоленских ученых-математиков Б.И. Аргунова, М.З. Маллера, И.М. Уваренкова.

Еще в 1930-е годы, когда Смоленский государственный университет был разделен на два самостоятельных учебных заведения: Смоленский государственный педагогический институт (СГПИ) и Смоленский государственный медицинский институт (СГМИ), П.С. Александров говорил, что преподаватели педагогического вуза должны писать хорошие учебники [5]. И факультет традиционно занимается такой работой. Сам Павел Сергеевич – автор ряда замечательных монографий по топологии и теории функций действительного переменного, а также учебников и учебных пособий для студентов вузов, научно-популярных книг (так, в 1935 году им в соавторстве с заведующим кафедрой математики Смоленского педагогического института В.А Ефремовичем была издана брошюра «О простейших понятиях современной топологии» в серии «Наука – массам»). Его знаменитый ученик А.Г. Курош, добившийся существенных результатов во многих разделах современной алгебры, за монографию «Теория групп» был удостоен премии имени П.Л. Чебышева (1946), в последующем стал известен студентам университетов и педагогических вузов как автор многократно издававшихся учебников по высшей алгебре («Курс высшей алгебры», «Лекции по общей алгебре»). Кафедрой математики создавались учебные пособия для студентов: так, стеклография университета выпустила 10 сборников лекций.

В этот период математические курсы на факультете вели профессора Н.Н. Иовлев (1928–1930), А.А. Ребиков (1922–1930), В.А. Ефремович (1930–1937), доценты Н.А. Розенберг, И.И. Соловьев, исполняющий обязанности доцента Б.И. Аргунов, методику математики преподавал доцент К.А. Чернус.

[1]В 1910 году, кроме мужской гимназии (ныне гимназия им. Н.М. Пржевальского), в Смоленске действовали Александровское реальное училище, частная («с правами правительственных») мужская гимназия Н.П. Евневича, Мариинская женская гимназия, 2-я женская гимназия, частные женские гимназии Е.Г. Швиттау и Е.И. Ровинской.

Великая Отечественная война прервала обучение на факультете, многие преподаватели и студенты ушли на фронт. Последний выпуск состоялся в 1941 году (59 человек), а в 1945-м занятия возобновились и общий контингент на факультете составлял 90 человек (примерно в 3 раза меньше, чем в предвоенные годы). Первые выпуски состоялись в 1947-м (9 человек) и 1948-м (16 человек), но уже в 1949 году состоялся полноценный выпуск – 112 человек, в том числе 20 математиков, 17 физиков и 65 выпускников учительского института (по специальностям «Физика» и «Математика», 7 класс). Учительский институт действовал еще четыре года и выпускал не менее 60 учителей математики и физики каждый год. Так решалась проблема нехватки учителей в школе. В послевоенные годы иногда складывалась парадоксальная ситуация, как в 1946 году, когда И.М. Уваренков был деканом физико-математического факультета, заведующим кафедрой математики и единственным на тот момент ее преподавателем [1]. За четыре года, с 1947-го по 1950-й, четыре преподавателя защитили диссертации на степень кандидата физико-математических наук: Б.И. Аргунов, И.М. Уваренков, И.Л. Раухваргер (Бабинская) и М.Б. Балк. Вернулись с фронта либо из эвакуации М.З. Маллер, Б.И. Аргунов, приглашены опытные учителя школ, прибывали новые преподаватели (З.И. Балабаева, Ф.М. Шустеф). Развернута научно-исследовательская и научно-методическая деятельность, подготавливались и публиковались статьи в «Докладах Академии наук», «Математическом сборнике» АН СССР, «Ученых записках» института по проблемам интерполяции аналитических функций, уплотнения в компакты, конфигурационных постулатов и их алгебраических эквивалентов и др. [2].

Второй этап (основной, 1950–1990). Этот важный для развития математического образования факультета период ознаменован активной деятельностью аспирантуры по математическим специальностям. Поначалу, в пятидесятые годы, кафедры математики и физики факультета продолжали пополняться выпускниками аспирантур Москвы, Минска, Казани, Калинина и других городов, а в дальнейшем – выпускниками аспирантур нашего института.

Прежде всего нужно отметить, что значительно увеличился контингент студентов факультета. Численный состав студентов достигал 700 человек на очном отделении и 300 человек на заочном [2, с. 26]. Необходимо было готовить больше высококвалифицированных научных работников. В 1962 году открыта аспирантура по математике (научные руководители М.Б. Балк – теория функций и функциональный анализ, Б.И. Аргунов – геометрия и топология, И.М. Уваренков – дифференциальные уравнения). Все первые аспиранты вовремя представили диссертации и защитились (Р.Е. Кристалинский, В.К. Цыганова, В.И. Володченков, В.А. Петров). В 1965 году появился первый сборник работ аспирантов. Смоленская аспирантура сотрудничала с известными научными школами МГУ и их руководителями – Е.П. Долженко, А.И. Маркушевичем, П.Л. Ульяновым, Л.А. Скорняковым, аспиранты выступали с докладами на научных семинарах МГУ, Казанского университета. В рамках аспирантуры подготовлены два кандидата наук, которые впоследствии защитили докторские диссертации (К.М. Расулов, В.В. Балабаев), выпускники аспирантуры преподавали в родном вузе, заведовали математическими кафедрами (К.М. Расулов, Е.П. Емельченков, Р.Е. Кристалинский), работали доцентами (В.А. Петров, В.П. Василенков, С.А. Гомонов, В.И. Володченков, А.А. Полухин, М.Я. Мазалов), ст. преподавателями (Н.Л. Шатохин) и административными работниками: деканами (В.А. Петров, 1971–1980, К.М. Расулов, 1989–2010), ректором (В.А. Петров, 1992– 2007).

Серьезную научную работу в области дифференциальной геометрии и топологии, начиная с 1971 года, вели аспиранты профессора Н.В. Степанова (1971–1991). Его ученики успешно работали, а многие и ныне продолжают работу в различных вузах Смоленска доцентами, ст. преподавателями (Г.А. Банару, М.Б. Банару, В.И. Усачев, В.Л. Федоров – в СмолГУ (СГПУ), И.Ф. Ковренко – в СФ МЭИ, Л.В. Степанова – в Военном университете).

Научная деятельность факультета в эти годы тесно связана с учебной, методической. Наши авторы периодически публиковали статьи в научно-методическом журнале «Математика в школе»: М.Б. Балк, Б.И. Аргунов, В.А. Петров, Б.Е. Маргулис, К.М. Расулов и др. В центральных издательствах вышли в свет книги наших преподавателей для студентов, учителей и учащихся, которые неоднократно переиздавались и стали буквально «учебными бестселлерами», были рекомендованы в качестве учебных пособий для педагогических вузов СССР. Среди них:

Аргунов Б.И., Балк М.Б. Геометрические построения на плоскости. М.: Уч.-пед. изд-во Минпросвещения, 1957;

Маргулис Б.Е. Системы линейных уравнений. М.: Физматгиз, 1960 (Популярные лекции по математике; вып. 34);

Уваренков И.М., Маллер М.З. Курс математического анализа. М.: Просвещение, 1966. Т. 1; 1976. Т. 2;

Балк М.Б. Элементы динамики космического полета. М.: Наука, 1965;

Аргунов Б.И., Балк М.Б. Элементарная геометрия. М.: Просвещение 1966;

Балк М.Б., Балк Г.Д. Математика после уроков. М.: Просвещение, 1971;

Петров В.А. и др. Элементы функционального анализа в задачах. М.: Просвещение, 1978;

Балк М.Б., Балк Г.Д., Полухин А.А. Реальные применения мнимых чисел. Киев, 1988;

Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 1979 (переиздается и поныне);

Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высшая школа, 1979 (переиздается и поныне) и многие другие.

Учебники по высшей алгебре выпускника нашего факультета А.Г. Куроша переиздаются и по настоящее время. Доступность и научность изложения теории с хорошо подобранными примерами обеспечивают популярность учебных и методических изданий смоленских математиков.

Третий этап (современный, с 1991). Этот период ознаменован как развитием прежних направлений и специальностей аспирантуры, так и появлением новых. С 1994 года, после небольшого перерыва, снова начала функционировать аспирантура по математическому анализу (под руководством доктора физико-математических наук, профессора К.М. Расулова), а также открыта аспирантура по специальности «Дифференциальные уравнения» (под руководством доктора физико-математических наук, профессора В.Д. Будаева). В 1998 году появилось еще две специальности: «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (под руководством доктора технических наук, профессора В.П. Дьяконова) и «Теория и методика обучения математике» (под руководством доктора педагогических наук, профессора Г.Е. Сенькиной). Аспирантура весьма эффективна и действует на протяжении всего этапа. Так, под руководством К.М. Расулова (1994–2023) защищено 10 кандидатских диссертаций, под руководством Г.Е. Сенькиной (1997–2023) – 21 кандидатская диссертация, под руководством В.П. Дьяконова (1997–2015) – 5 кандидатских и 1 докторская диссертации, под руководством В.Д. Будаева (1994–2001) защищены 3 кандидатские диссертации. Многие выпускники аспирантуры продолжили работу на факультете и в вузе в качестве преподавателей (А.В. Конашенко, А.М. Зуев, Н.В. Ассонова, Б.Ф. Фатулаев, Н.В. Анищенкова, И.Б. Болотин, В.В. Алексеенков, Н.Н. Богданова, В.В. Сенчилов, Ю.А. Медведев, Е.В. Морозова, Н.А. Шерстнева, Н.А. Максимова, Н.М. Тимофеева, Д.А. Бояринов, А.Е. Самарина, С.В. Козлов, А.В. Дюндин, О.Н. Куприкова, О.М. Киселева, Е.В. Кислякова, А.А. Быков, Н.Н. Савченкова, Д.С. Букачев, С.В. Кошевенко, С.В. Сильченкова, Н.Р. Перельман, А.А. Давыдова и др.).

Появляются исследования на стыке научных специальностей: математики и компьютерных наук, методики обучения математике и информационных технологий, математического моделирования, математических моделей баз данных, параллельных вычислений.

Особенные значимые результаты проявились в издании книг и монографий, проведении ежегодных научных и научно-практических конференций международного и всероссийского уровня по системам компьютерной математики и их приложениям (1999–2023), методологии и методике информатизации образования (2002–2009), развитию научно-технического творчества детей и молодежи (2017–2023).

В центральных и вузовских издательствах в России и за рубежом публикуются книги, неоднократно переиздающиеся и до сего времени:

Dyakonov V., Munerman V., Samoylova T., Yemelchenkov Ye. The Revolutionary Guide to QBASIC. Birmingham: WroxPressLtd, 1996;

Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: Изд-во СГПУ, 1998;

Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.: Нолидж, 2001;

Дьяконов В.П. Internet. Настольная книга пользователя. 5-е изд. М.: Солон-пресс, 2005;

Кристалинский Р.Е., Кристалинский В.Р. Преобразования Фурье и Лапласа в системах компьютерной математики. М.: Телеком-Горячая линия, 2006;

Гомонов С.А. Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10-11 кл. М.: Дрофа, 2007;

Кристалинский Р.Е., Шапошников Н.Н. Решение вариационных задач строительной механики в системе Mathematica. СПб.: Лань, 2010;

Шапошников Н.Н., Кристалинский Р.Е., Дарков А.В. Строительная механика. СПб.: Лань, 2012;

Губа В.П., Сенькина Г.Е. Математические методы в педагогической теории и практике. М.: Принт-Экспресс, 2011;

Мунерман В.И. Массовая обработка данных. Алгебраические модели и методы: монография. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2023.

Особенно плодотворна издательская деятельность профессора В.П. Дьяконова (работавшего на факультете с 1997 по 2015 год) – автора более 700 научных и методических работ, 61 изобретения, более 120 опубликованных книг. Наиболее известны в России и за рубежом его учебники и монографии по радиоэлектронике, вычислительной технике, системам компьютерной математики Derive, Mathcad, Mathematica, Maple, MATLAB и др. В.П. Дьяконов поддерживал контакты с корпорациями Intel, MathWorks, MathSoft, Wolfram Research, Waterloo Maple и др. Компания Wolfram Research Inc. поручила В.П. Дьяконову осуществить первую в России презентацию новой версии системы Mathematica 4.0, которая состоялась в университете (тогда СГПУ) в ноябре 1999 года. Осенью 2000 года он прошёл стажировку в компании Wolfram Research Inc. (США, штат Иллинойс), о чём оставил увлекательные воспоминания [6].

В рамках введения многоступенчатой системы высшего образования открываются магистратуры по направлениям «Математика и компьютерные науки» (профиль «Прикладной статистический анализ»), «Прикладная математика и информатика» (профили «Прикладные интернет-технологии», «Информационные системы и математическое моделирование»), «Педагогическое образование» (профили «Физико-математическое образование», «Информационные технологии в образовании», «Технологии цифровизации образования»). Новое развитие получают научные семинары для студентов, аспирантов, преподавателей факультета по направлениям аспирантуры и магистратуры. Появляются новые формы организации исследовательской деятельности – Научно-образовательный центр «Лаборатория вероятностных проблем аппроксимации» (руководитель – доц. А.А. Хартов), Федеральный центр научно-методического сопровождения педагогических работников (руководитель – проф. Г.Е. Сенькина).

На данном этапе в рамках научно-методической школы факультета ведутся исследования в области проектирования методических словарей, систем автоматизированного проектирования деятельности учителя математики, использования математических моделей в педагогических исследованиях при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда, открытого грантового конкурса «Православная инициатива», зарубежных фондов (проекты «Летняя физико-математическая школа», «Принципы разработки методического словаря по обучению математике», «Проектирование образовательного портала вузов и профильных образовательных учреждений», «Летний православный образовательно-предметный лагерь для одаренных детей»).

В коллективе физико-математического факультета развивается ряд добрых традиций, заложенных в предшествующие периоды: систематическая учебно-методическая работа с одаренными школьниками города Смоленска и Смоленской области (городской кружок по математике в 50-е годы под руководством доцентов М.Б. Балка и И.Л. Раухваргер; юношеская математическая школа (директор – студент В. Петров, научный руководитель – доцент И.Л. Раухваргер) в 70-е годы, Смоленский филиал Всесоюзной заочной математической школы под руководством доцента Н.Н. Суриной в 80-е годы, а с 1998 года – очная физико-математическая школа под руководством профессора Г.Е. Сенькиной [5].

В целом за время 105-летнего существования факультета подготовлено свыше 8 тысяч высококвалифицированных специалистов, а также около сотни кандидатов физико-математических или педагогических наук.

Список литературы

1. Сенькина Г.Е. Исследование профессиональной направленности и учебных предпочтений студентов направления бакалавриата «Педагогическое образование» на примере физико-математического факультета Смоленского государственного университета // Системы компьютерной математики и их приложения. Смоленск: СмолГУ, 2020. Вып. № 21. С. 404–410.
2. Физмат СмолГУ – 100: сборник материалов к 100-летию физико-математического факультета / отв. ред. и сост. В.И. Царенко. Смоленск: Высшая школа, 2018. 224 с.
3. Александров П.С. Страницы автобиографии // Успехи математических наук, 1979. Т. 34, вып. 6 (210). С. 219–249.
4. Александров П.С., Глушков В.М. Александр Геннадиевич Курош (к пятидесятилетию со дня рождения) // Успехи математических наук. 1958. Т. 13, вып. 1 (79). С. 217–224.
5. Физико-математический факультет. История факультета. URL: http://www.fizmat.smolgu.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=102&Itemid=41 (дата обращения: 05.08.2023).
6. Дьяконов В.П. Америка глазами профессора. Воспоминания. 2016. URL: https://web.archive.org/web/20160304225353/http://www.exponenta.ru/educat/news/dyakonov/wolfrr/wolfrr.asp (дата обращения: 05.08. 2023).

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ, СВЯЗАННЫХ С РЕАЛЬНЫМИ СИТУАЦИЯМИ

К.М. Расулов, доктор физ.-мат. наук, профессор
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: kahrimanr@yandex.ru

Аннотация. В последние годы во всех типовых экзаменационных вариантах для ОГЭ по математике, предлагаемых в известных пособиях под редакцией И.В. Ященко, среди задач второй части (то есть среди задач, по которым экзаменующимся нужно приложить развернутое решение) содержится задача, связанная с реальной ситуацией, для решения которой требуется построение соответствующей математической модели в виде алгебраического уравнения или системы уравнений. Например, в вариантах 2023 года эта задача идет под номером 21. Результаты ОГЭ по математике за последние годы показывают, что многие учащиеся 9 классов задачи на построение математических моделей решают неправильно либо вообще не приступают к их решению. В настоящем сообщении предлагается один общий подход к решению задач, связанных с реальными ситуациями, который основан на предварительной визуализации постановок рассматриваемых задач.

Ключевые слова: ОГЭ по математике, постановка задачи, реальная ситуация, визуализация, математическая модель.

ON ONE APPROACH TO CONSTRUCTING OF MATHEMATICAL MODELS IN TASKS OF THE OGE IN MATHEMATICS ASSOCIATED WITH REAL SITUATIONS

K.M. Rasulov, doctor of physical and mathematical sciences, full professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. In recent years, in all standard tests for the OGE in mathematics, offered in well-known textbooks edited by I.V. Yashchenko, the second part (that is, among the tasks for which the examinees need to attach a detailed solution) contains a task related to a real situation problem, the solving of which requires the construction of an appropriate mathematical model in the form of an algebraic equation or a system of equations. For example, in the 2023 this task has number 21. The results of the OGE in mathematics in recent years show that many pupils in 9 grade either solve problems for building mathematical models incorrectly or do not start solving them at all. In this article we propose one general approach to solving problems related to real situations, which is based on a preliminary visualization of the statements of the considered problems.

Keywords: OGE in mathematics, problem statement, real situation, visualization, mathematical model

Введение. В последние годы учащиеся общеобразовательных учреждений в Российской Федерации в явном виде с понятием математической модели, как правило, знакомятся на уроках алгебры в 7 классе (см., например: [1–2]), причем уже в 7 классе учащимся приходится решать задачи, где возникает необходимость построения математических моделей в виде алгебраических уравнений или систем уравнений [1–2].

Поскольку учащиеся 7–9 классов общеобразовательных учреждений еще не обладают достаточно глубокими знаниями об окружающем мире и не имеют богатого жизненного опыта, построение правильных математических моделей в задачах из реальных ситуаций для многих из них становится очень трудной проблемой. На наш взгляд, предварительная визуализация постановки рассматриваемой задачи существенно поможет им в процессе построения правильной математической модели исследуемой задачи, возникающей из реальных ситуаций. Здесь под визуализацией постановки задачи мы понимаем построение таблицы и/или графика, наглядно изображающего условие рассматриваемой задачи и служащего ориентиром при построении математической модели исследуемой задачи. Ранее в работах автора [3–4] были анонсированы методы построения математических моделей в задачах из профильного ЕГЭ по математике, связанных с реальными ситуациями, на основе предварительной визуализации постановок рассматриваемых задач. Основной целью настоящего сообщения является распространение этого метода и на задачи из ОГЭ по математике.

Далее на конкретных примерах из пособия [5] проиллюстрируем методы решения различных групп задач, возникающих из реальных ситуаций, путем визуализации их условий.

1. Метод визуализации задач, связанных со скоростью движения.

Проиллюстрируем предлагаемый метод на следующем конкретном примере (см. [5], вариант 1, задача 21).

Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 12 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час – третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа после этого догнал первого.

Решение. Начнем решение данной задачи с визуализации ее условия. Для этого обозначим скорость (в *км/ч*) третьего велосипедиста через x, а через t обозначим время (*в часах*), за которое третий велосипедист догнал второго, причем из условия задачи следует, что $x>12$. Тогда весь процесс движения первых двух велосипедистов до того момента, когда их догнал третий, может быть наглядно представлен в виде следующей таблицы 1.

Таблица 1

Пример визуализации текстовых задач на движение

Номер велосипедиста	Время велосипедиста в пути, до его встречи с третьим велосипедистом (в *часах*)	Скорость велосипедиста (в *км/ч*)	Расстояние, на которое проехал велосипедист (в *км*)
1	$4+t$	12	$12(4+t)$
2	$1+t$	10	$10(1+t)$

Так как через t часов третий велосипедист догнал второго, а через $t+2$ часов – первого, то одновременно должны выполняться два равенства: $xt=10(1+t)$ и $x(2+t)=12(4+t)$, то есть математической моделью в данной задаче может служить следующая система уравнений:

$$\begin{cases} x(2+t)=12(4+t) \\ xt=10(1+t). \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получаем:

$$\begin{cases} x(2+t)=12(4+t) \\ xt=10(1+t). \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=x-19 \\ xt=10+10t. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=x-19 \quad (*) \\ x\left(x-19\right)=10+10\left(x-19\right). \quad (**) \end{cases}$$

Поскольку по условию задачи требуется найти значение скорости x, далее достаточно решить лишь уравнение (**). Имеем:

$$x\left(x-19\right)=10+10\left(x-19\right) \Leftrightarrow x^2-29x+180=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=20, \\ x_2=9. \end{array}\right.$$

Но, так как по условию задачи $x>12$, подходит корень $x=20$.

Ответ: 20 км/ч.

Замечание 1. Важно отметить, что в силу уравнения (*) мы здесь попутно можем установить тот факт, что третий велосипедист догнал второго ровно через 1 час (так как $t=20-19=1$).

2. Визуализация условий задач, связанных с определением массы высушенных фруктов, если известны масса свежих фруктов и процентное содержание воды в них.

Здесь в качестве примера рассмотрим следующую задачу (см. [5], вариант 4, задача 21).

Свежие фрукты содержат 72% воды, а высушенные – 26%. Сколько сухих фруктов получится из 222 кг свежих фруктов?

Решение. Пусть из 222 кг свежих фруктов получается x кг высушенных фруктов. Тогда условие данной задачи можно визуализировать с помощью следующей таблицы 2.

Таблица 2

Пример визуализации условия текстовой задачи на проценты

Вид фруктов	Общая масса фруктов (в *кг*)	Масса сухого вещества в фруктах (в *кг*)	Масса воды в фруктах (в *кг*)
Свежие	222	$\frac{28}{100}\cdot 222$	$\frac{72}{100}\cdot 222$
Высушенные	x	$\frac{74}{100}\cdot x$	$\frac{26}{100}\cdot x$

Поскольку масса сухого вещества в фруктах до и после просушки не меняется, то математической моделью в данной задаче служит уравнение:

$$\frac{74}{100}\cdot x=\frac{28}{100}\cdot 222 .$$

Решая полученное уравнение, будем иметь: $x=\frac{28}{100}\cdot\frac{100}{74}\cdot 222=84$ (*кг*).

Ответ: 84 кг.

3. Решение задач на растворы различной концентрации с помощью визуализации их условий.

Рассмотрим здесь следующую задачу (см. [5], вариант 8, задача 21).

Смешали 7 литров 23-процентного раствора вещества с 8 литрами 10-процентного раствора того же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Решение. Обозначим через x (%) концентрацию получившегося раствора. Тогда условие данной задачи можно визуализировать с помощью следующей таблицы 3.

Таблица 3

Пример визуализации условия текстовой задачи на растворы

Номер раствора	Общая масса раствора (в *литрах*)	Масса вещества в растворе (в *литрах*)	Масса воды в растворе (в *литрах*)
1	7	$\frac{25}{100}\cdot 7$	$\frac{75}{100}\cdot 7$
2	8	$\frac{10}{100}\cdot 8$	$\frac{90}{100}\cdot 8$
3	15	$\frac{x}{100}\cdot 15$	$\frac{100-x}{100}\cdot 15$

Так как масса вещества в получившем растворе равна суммарной массе вещества в имеющихся двух растворах, то математической моделью в данной задаче служит следующее уравнение:

$$\frac{x}{100}\cdot 15=\frac{25}{100}\cdot 7+\frac{10}{100}\cdot 8.$$

Решая последнее уравнение, получаем:

$$\frac{x}{100}\cdot 15=\frac{25}{100}\cdot 7+\frac{10}{100}\cdot 8 \Leftrightarrow 15x=255 \Leftrightarrow x=17\ (\%).$$

Ответ: 17 %.

Список литературы

1. Мордкович А.Г. Алгебра: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. 7 класс. В 2 ч. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. 13-е изд., испр. М.: Мнемозина, 2009. Ч. 1. 160 с.
2. Алгебра. 7 класс: учеб. пособие для общеобразовательных организаций: углубл. уровень / Ю.Н. Макарычев и др.]. М.: Просвещение, 2018. 304 с.
3. Расулов К.М. Об одном общем подходе к решению «банковских задач» из профильного ЕГЭ по математике // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы междунар. конф. Вып. 19. Смоленск, 2018. С. 378–388.
4. Расулов К.М. Об одном подходе к решению производственных задач на оптимизацию из ЕГЭ по математике // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи: сборник материалов III Всероссийской научно-практической конференции с международным участием (12 апреля 2019 г., г. Смоленск). Вып. 3. Киров: Изд-во МЦИТО, 2019. С. 121–126.
5. ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Ященко. М.: Национальное образование, 2023. 224 с.

МАТЕМАТИКА И ГЕОГРАФИЯ: ОТ АНТИЧНОСТИ ДО НАШИХ ДНЕЙ

А.П. Катровский, доктор геогр. наук, профессор
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: alexkatrovsky@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности взаимодействия математики и географии, оценивается роль математических знаний и компетенций в школьном и университетском географическом образовании.

Ключевые слова: географическое образование, географические исследования, математические методы.

MATHEMATICS AND GEOGRAPHY: FROM ANTIQUITY TO THE PRESENT DAY

A.P. Katrovsky, Doctor of Geography, Professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article discusses the features of the interaction between mathematics and geography, evaluates the role of mathematical knowledge and competencies in school and university geographical education

Keywords: geographical education, geographical research, mathematical methods.

В 1998 году в свет выходит самая фундаментальная монография известного географа и педагога В.П. Максаковского «Географическая культура», в которой были сформулированы основные составляющие географической культуры и задачи, инструменты по её формированию [10]. Книга была обращена как к школьным учителям, так и к преподавателям вузов. Среди четырех составляющих географической культуры особое внимание в монографии уделено двум компонентам. Это методы исследования и географическое (пространственное) мышление. Ни одну из этих важнейших компетенций на высоком уровне нельзя сформировать без знания математики. Оценивая роль каждой науки в развитии современной цивилизации, весьма часто задается вопрос, для чего нужна та или иная наука, школьный или вузовский предмет.

Для чего нужна математика? Казалось бы, очень простой вопрос. Необходимо различать профессиональный аспект потребности в математических знаниях и математической культуре, с одной стороны, и общеобразовательный аспект – с другой. Однако есть третий, на наш взгляд, самый важный аспект математизации и распространения математической культуры, и этот аспект можно назвать когнитивным. Подобно тому как задача университетов не сводится исключительно к профессиональной подготовке, а главная миссия университетов есть развитие человека, важнейшая задача математического образования, формирования математической культуры – развитие человека.

Процесс математизации географии в своем развитии прошел несколько этапов. Ранее других стали математизироваться отрасли географии, более близкие к физике (океанология, метеорология, гидрология) и к статистике (экономическая география). Затем начали появляться публикации по использованию математических методов в других географических науках. А своего пика математизация географии достигла в 1960 – начале 1970-х годов[10, с. 214]. Сегодня трудно сказать, когда были сделаны первые шаги по внедрению математики в географию, однако очевидно, что широкое использование сравнительного метода в античной географии и картографии предполагало использование количественных показателей и математических методов. Известно, что пространство и время являются формами существования материи. География как землеописание имела самые тесные связи с геометрией, как наукой об измерении Земли. Обе науки направлены на изучение пространственных структур и отношений. Еще во времена Фалеса и Эратосфена существовала ветвь географии, которая называлась математической географией [5, с. 557]. В Средневековье в систему географических наук также входила математическая география. Известный нидерландский ученый немецкого происхождения Бернхард Варен в главном своём труде «Всеобщая география», вышедшем в 1650 году, полагал, что география есть часть прикладной математики. В большинстве географических трудов XVI–XVIII веков особое внимание уделялось количественным характеристикам стран, городов. В конце XVIII века протестантским священником и географом Антоном Фридрихом Бюшингом был введен показатель плотности населения [5, с. 165]. Не акцентируя внимание на многочисленных работах географического содержания, вышедших в XVIII – начале XIX века, необходимо отметить, что качественные изменения в содержании географических исследований произошли благодаря работам А. Гумбольдта, К. Риттера, которые были у истоков географии Нового времени. По мнению Ю.Г. Саушкина, именно К. Риттер первым предложил количественный метод для измерения по картам пространственных отношений [14, С. 141]. В начале XIX века выходит работа И. Тюнена «Изолированное государство», ставшая первым трудом по пространственному моделированию, в которой была выявлена хозяйственная стратификация, представлена система отношений между центром и периферией.

В конце XIX века очередные шаги по применению математики в географических исследованиях были сделаны известным российским ученым Д.И. Менделеевым. Его работы по центрографическому методу были продолжены Е.Е. Святловским. В самой географической книге великого ученого «К познанию России», изданной в начале

XX века, вторая глава называется «О центре России», и в ней речь идет о рассчитанном центре населённости Российской империи по итогам переписи 1897 года.

Рост интереса географов к использованию математических методов отмечается в конце 1920-х годов. В 1929 году У.Дж. Рейли выявил, что передвижение между двумя населенными пунктами находится в прямой зависимости от величины поселений и в обратной от квадрата расстояния между ними. Данная зависимость получила название гравитационной модели и в различных модификациях позднее использовалась для прогнозирования потоков. Подлинным прорывом в пространственном моделировании стала теория центральных мест, сформулированная Вальтером Кристаллером в 1933 году и в дальнейшем получившая развитие в трудах Августа Лёша.

Однако, по мнению Ю.Г Саушкина, настоящий перелом в использовании математики в географических исследованиях за рубежом и СССР произошел после XIX Международного географического конгресса, который состоялся в 1960 году в Стокгольме [13]. В 1960-е годы в советской экономической географии значительно активизировалось использование методов математического моделирования. Произошла своеобразная «количественная революция». Среди ученых, внесших особый вклад в математизацию экономической географии, необходимо особо отметить Ю.В. Медведкова, который, возглавив в 1963 году отдел географии в ВИНИТИ, многое сделал для распространения знаний об использовании количественных методов в географических исследованиях в зарубежных странах [12].

Важно отметить, что «количественная революция» началась не в столичных университетах. Лидерами в продвижении математических методов в географических исследованиях стали Одесский, Тартуский, Казанский университеты. В Одесском университете в 1960-е годы Б.Л. Гуревичем читался курс по использованию математики в географических исследованиях. Среди учеников Б.Л. Гуревича необходимо отметить Н.И. Блажко, которая в 1964 году перешла на работу в Казанский университет и превратила его в советского лидера использования математических методов в географии.

Вскоре ее усилиями в Казани, впервые в СССР (и, как показало время, только в Казанском университете), была организована и длительное время функционировала кафедра экономической географии и регионального анализа со специализацией «экономико-географ, математик» [17, с. 32]. В Казанском университете вышли учебные пособия и монография по использованию математических методов в экономической географии [1].

В 1966 году в «Вестнике МГУ» выходит программная статья Б.Л. Гуревича и Ю.Г. Саушкина, которая способствовала математизации географического высшего образования [4]. Учитывая важность математических методов в географических исследованиях, на географические кафедры приглашали профессиональных математиков, которые читали различные математические курсы.

1970-е годы стали звёздным десятилетием использования математических методов в экономической и социальной географии, десятилетием, когда без статистических методов, формализованных моделей не обходилась практически ни одна значимая монография или статья в ведущих периодических изданиях. Даже в школьный курс экономической географии СССР были введены представления о количественной оценке уровня хозяйственной специализации того или иного региона через показатель локализации. Сегодня данные расчеты и оценки отсутствуют в школьном курсе географии.

В мае 1968 года в МГУ проходит Первое Всесоюзное межведомственное совещание «Математические методы в географии». В 1971 году Казанский университет стал местом проведения Второго Всесоюзного межведомственного совещания по применению математических методов в географии [11]. В 1974 году в Тартуском университете было проведено третье Всесоюзное межведомственное совещание по применению математических методов в географии [3]. К сожалению, оно стало последним. Основным организатором выступила С.Я. Ныммик, доктор географических наук, профессор, заведующая кафедрой социально-экономической географии в Тартуском университете. В совещании приняли участие представители всех основных центров географической науки. Делегация Казанского университета по своей численности уступала только московской. Н.И. Блажко от коллектива соавторов представила доклад «Применение математических методов в географии». В нем, в частности, говорилось: «Применение математических методов в географии уже не представляет предмет дискуссии. <…> оно обогащает теорию, создает <…> условия для внедрения результатов географических исследований в практику <…>. Чтение курса по математическим методам в географии позволяет выпускникам Казанского университета успешно работать в крупных научно-исследовательских институтах и практических организациях различного профиля, вплоть до организаций по внедрению автоматизированных систем управления» [3].

Оценивая соотношение количественных и качественных методов в экономической и социальной географии, важно отметить, что применение количественных методов набирало темп вплоть до 1990-х годов. Активному проникновению в экономическую и социальную географию количественных методов способствовали публикации зарубежных ученых: В. Бунге [2], У. Изарда [7], П. Хагета [16] и др. Другим важным стимулом математизации географии стала общенаучная популяризация количественных и кибернетических подходов, их масштабная диффузия из точных наук не только в естественные, но и общественные дисциплины [15, с. 31]. Значительный рост интереса к количественным методам в экономической и социальной географии в 1970–1980-е годы объяснялся также распространением методов формализованного анализа и «модой» на количественные оценки пространственных неравенств, с одной стороны, и развитием теоретической географии – с другой. Именно в это время родилось известное определение: «Под математической географией мы понимаем науку, которая по предмету своему есть география, а по методу – математика» [13].

В своём главном фундаментальном труде по методологии экономической географии в 1973 году Ю.Г. Саушкин пишет: «Математические методы позволили подойти к воссозданию идеального процесса формирования сетей. Математические методы пронизали все разделы экономической географии и стали столь существенны для неё, что возникла необходимость изменений в характере сбора первичных материалов и их обработки» [13, с. 478]. И далее: «Процесс диффузии математики в экономическую географию постепенный. Чудес в этом быть не может. Не стоит фетишизировать математические методы, однако опаснее боязнь применения математических методов в научных исследованиях и на практике» [13, с. 479].

Для отечественной географии в 1970–1980-е годы было характерны две тенденции математизации: во-первых, при попытке формирования новой «теоретической географии», а во-вторых – при использовании методов формализованного анализа и количественных оценок при исследовании пространственных структур [15]. В этот период среди моделей пространственного развития широко использовали модели потенциалов, позволяющие оценить дифференциацию в развитии социальной инфраструктуры [9], гравитационные модели при изучении миграции и зон миграционного влияния. В 1980-е годы математические методы широко использовались в социальной географии при составлении многомерных типологий. Однако уже в 1980-е годы во многих публикациях отмечалось, что в силу сложности социальных процессов пространственные модели не всегда в полной мере интерпретируют реальную региональную ситуацию. Например, гравитационные модели не могли объяснить большую зону миграционного влияния вузов Ленинграда по сравнению с Москвой [8].

В 1990-е годы начался процесс сокращения объемов математических дисциплин на географических специальностях университетов. В постсоветский период произошло дальнейшее снижение интереса к использованию математических методов в географии, сократилось как число самих математических дисциплин, так и общий их объем в системе географического высшего образования. Этому способствовало и экстенсивное расширение предмета исследований: интерес стали вызывать слабо формализуемые сферы социальной, поведенческой, культурной, когнитивной географии и других «гуманитарных» направлений географической науки [15]. С другой стороны, географы исследуют неоднородное пространство, моделирование которого затруднено.

В современных исследованиях широко используется кластерный и факторный анализ. Последний позволяет выявить как позитивные, так и негативные «силы», влияющие на региональную динамику. Однако, по мнению Н.В. Зубаревич, для всех регионов России невозможно рассматривать один и тот же набор факторов, их влияние сильно различается, отсутствуют адекватные показатели для факторов географического положения, ресурсообеспеченности, развития инфраструктуры, велики искажения в индикаторах, используемых для количественного измерения фактора человеческого капитала [6]...

Из всех направлений современной географии в наибольшей степени процесс математизации охватил картографию, где создание ГИС предоставило новые возможности для решения научных и практических задач.

Выводы. Интерес к использованию математических методов в географии заметно вырос в 1960–1970-е годы. В это время в ряде университетов достаточно много внимания уделялось математической подготовке географов. Математические методы стали более широко использоваться в школьном курсе географии. Однако положительные тенденции не были продолжены в 1990-е годы. Оценивая этот период, можно сказать, что география за короткое время сделала три шага в освоении математических методов вперед, а затем один шаг назад. В постсоветское время произошли глубокие качественные изменения в использовании математических методов. Геоинформационные технологии потребовали качественно новой математической подготовки. О том, что математическая культура по-прежнему играет важную роль, свидетельствует факт, что результаты более 80% исследований, опубликованных в журнале «Региональные исследования» за последние три года, связаны с использованием математических методов.

Главное назначение школьного и вузовских курсов математики – развитие географического и иного другого мышления. Недостаточное внимание к математическому образованию в школе и высших учебных заведениях негативно отразится на когнитивных способностях школьников и студентов. Мнение М.В. Ломоносова: «Математику уже за то любить стоит, что она ум в порядок приводит» – обретает особую актуальность в наши дни.

Список литературы

1. Блажко Н.И., Григорьев С.В., Заботин Я.И. Математико-географические методы исследования городских поселений. Казань: КГУ, 1970. 127 с.
2. Бунге В. Теоретическая география / предисл. Ю.Г. Саушкина; ред. В.М. Гохмана. М.: Прогресс, 1967. 279 с.
3. География и математика: материалы к третьему Всесоюзному межведомственному совещанию по математическим методам в географии. Тарту, 1974. 296 с.
4. Гуревич Б.Л., Саушкин Ю.Г. Математический метод в географии // Вестник Моск. ун-та, серия 5: География. 1966. № 1. С. 3–28.
5. Джеймс П., Мартин П. Все возможные миры. История географических идей. М.: Прогресс, 1988. 672 с.
6. Зубаревич Н.В. Возможности и ограничения количественной оценки факторов экономического развития российских регионов // Журнал Новой экономической ассоциации. 2020. № 2(46). С. 158–167.

7. Изард У. Методы регионального анализа: введение в науку о регионах. М.: Прогресс, 1966. 660 с.

8. Катровский А.П. Разграничение зон влияния Москвы и Ленинграда (на примере учебно-профессиональной миграции) // Вестник Московского университета. Серия 5: География. 1983. № 2. С. 37–41.

9. Катровский А.П. Территориальная дифференциация в развитии профессионального образования: три подхода к изучению // Развитие сферы социального обслуживания: направление, ресурсы, механизм функционирования. Ереван, 1988. С. 82– 84.

10. Максаковский В.П. Географическая культура. М. ВЛАДОС, 1998. 416 с.

11. Математические методы в географии. Второе Всесоюзное межведомственное совещание по применению математических методов в географии. Казань: КГУ, 1971. 183 с.

12. Медведков Ю.В. Экономгеографическая изученность районов капиталистического мира. Вып. 2: Приложения математики в экономической географии. М.: ВИНИТИ, 1965. 163 с.

13. Саушкин Ю.Г. Экономическая география: история, теория, методы, практика. М.: Мысль, 1973. 559 с.

14. Саушкин Ю.Г. Что такое экономико-географическое открытие // Экономическая и социальная география на пороге XXI века. Смоленск: Изд-во СГУ, 1997. С. 134–152.

15. Социально-экономическая география в России/под общей редакцией П.Я. Бакланова и В.Е. Шувалова. Владивосток: Дальнаука, 2016. 326 с.

16. Хаггет П. Пространственный анализ в экономической географии. М.: Прогресс, 1968. 392 с.

17. Чистобаев А.И. Казанская научная школа «Математика в общественной географии. Памяти Н.И. Блажко и А.М. Трофимова // Общественная география в меняющемся мире: фундаментальные и прикладные исследования. Казань, 2019. С. 31–34.

ЗАДАЧНИК ПО ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЕ КАК БАЗА ДАННЫХ И ПРИНЦИПЫ ЕГО КОНСТРУИРОВАНИЯ

А.В. Ястребов, доктор пед. наук, профессор
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского (Россия, Ярославль)
e-mail: alexander.yastrebov47@gmail.com

Аннотация. В докладе обосновывается следующее утверждение: с педагогической точки зрения задачники по математике целесообразно создавать на основе компьютерной базы данных. Сформулированы принципы построения такого задачника применительно к линейной алгебре. Продемонстрирован работоспособный прототип задачника.

Ключевые слова: линейная алгебра, задачник, база данных, конструирование.

BOOK OF PROBLEMS IN LINEAR ALGEBRA AS A DATABASE AND SOME PRINCIPLES OF ITS BUILDING

Alexander V. Yastrebov, Dr Sci (Pedagogy), full professor
Yaroslavl State Pedagogical University named after K.D. Ushinski (Russia, Yaroslavl)
e-mail: alexander.yastrebov47@gmail.com

Abstract. The following statement is justified: from the pedagogical point of view, a book of problems in mathematics should be built as a database. Some principles of its building are formulated. A database of such a kind is demonstrated.

Keywords: linear algebra, book of problems, database, building.

В докладе развиваются идеи работ [2; 3] применительно к задачнику по линейной алгебре. Принципы конструирования задачника таковы.

Принцип педагогической ориентации: *в задачник должны быть включены все векторные пространства, которые присутствуют в школьном курсе математики, хотя и не называются при этом векторными пространствами.*

Перечисляя положительные эффекты следования этому принципу, заметим, что описание школьных объектов в терминах линейной алгебры может оказаться весьма неожиданным для студентов. Например, векторным пространством оказывается множество арифметических прогрессий с естественными операциями над ними. С одной стороны, этот факт может восприниматься как курьез, однако, с другой стороны, он несет пропедевтическую нагрузку по отношению к систематическому изучению структур математического анализа на более поздних стадиях обучения.

Другим положительным эффектом работы со школьным материалом является осознание некоторых тонкостей линейной алгебры. Рассмотрим, например, следующую таблицу, в которой указано множество векторов и поле скаляров. При этом предложено ответить на вопрос, образуют ли данные объекты векторное пространство.

№	Множество векторов	Поле скаляров	Векторное пространство?	Размерность
1	$\mathbb{C}$	$\mathbb{C}$	Да	1
2	$\mathbb{C}$	$\mathbb{R}$	Да	2
3	$\mathbb{R}$	$\mathbb{Q}$	Да	∞
4	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Z}$	Нет	
5	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	Нет	

Интересно, что в каждой из предложенных задач выполняются *все* равенства, участвующие в определении векторного пространства, однако в первых трех задачах ответ на вопрос является положительным, а в двух последних – отрицательным. В задаче 4 множество скаляров $\mathbb{Z}$ не является полем, и именно в этом состоит причина отрицательного ответа. В задаче 5 причина отрицательного ответа совершенно другая: умножение «вектора» $1 \in \mathbb{Z}$ на «скаляр» $0.5 \in \mathbb{Q}$ выводит их произведение из множества «векторов», поскольку $0.5 \cdot 1 = 0.5 \notin \mathbb{Z}$.

Третьим положительным эффектом линейно-алгебраической трактовки школьного материала является углубление знаний об объектах школьной математики. Для иллюстрации этого утверждения рассмотрим два множества: множество всюду определенных периодических функций и множество всюду определенных периодических функций с рациональными периодами. Первое из этих множеств не образует векторного пространства над полем вещественных чисел, потому что сумма двух периодических функций может оказаться непериодической. Таковы, например, функции $f(x) = \sin x$ и $g(x) = \sin \pi x$. Второе множество образует векторное пространство.

Принцип многовекторности: *помимо заданий «школьной» ориентации, в задачник следует включить достаточно большое число векторных пространств, которые знакомят студентов с элементами современных математических теорий.*

Обобщенно говоря, высшее образование решает две задачи, основную и дополнительную. Основная задача состоит в том, чтобы подготовить специалиста в соответствии с профилем специальности, в нашем случае – учителя. Дополнительная, но столь же важная задача состоит в том, чтобы обеспечить условия для «расширенного воспроизводства» системы образования. Для этого необходимо подготовить некоторую часть студентов для последующего обучения в аспирантуре, для занятий научной деятельностью, для смены поколений преподавательского корпуса. С этой целью в банк упражнений нужно включить некоторое количество пространств, являющихся объектами современных математических теорий. Парадоксально, но курс алгебры для педагогических вузов предоставляет для этого много возможностей.

Рассмотрим, например, множество треугольных матриц второго порядка, а также множество сверхтреугольних матриц третьего порядка. Оба этих множества образуют векторные пространства, причем одинаковой размерности 3. На первый взгляд, речь в примерах идет просто о специальном расположении нулей в матрице, однако более внимательный взгляд показывает, что это не так. Дело в том, что рассматриваемые нами матрицы второго порядка образуют так называемую разрешимую алгебру Ли, а матрицы третьего порядка – нильпотентную алгебру Ли. На данном этапе для нас не важны определения разрешимости и нильпотентности. Важно, чтобы преподаватель вуза имел возможность организовать пропедевтику понятий «высокой» математики, в которую он будет вводить будущих магистрантов и аспирантов.

Другим примером той же педагогической ориентации оказывается пространство $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ всюду определенных вещественнозначных функций вещественного аргумента, а также два подпространства в нем: пространство $\mathcal{A}_0$ четных функций и пространство $\mathcal{A}_1$ нечетных функций. Нетрудное упражнение школьного уровня состоит в том, чтобы доказать три следующих факта: 1) произведение четных функций четно; 2) произведение нечетных функций четно; 3) произведение четной и нечетной функции нечетно. Эти три простых факта можно переписать, используя только что введенные обозначения подпространств: 1) $\mathcal{A}_0\mathcal{A}_0 \subset \mathcal{A}_0$; 2) $\mathcal{A}_1\mathcal{A}_1 \subset \mathcal{A}_0$; 3) $\mathcal{A}_0\mathcal{A}_1 \subset \mathcal{A}_1$. Ничто не мешает нам рассматривать символы 0 и 1 как элементы поля $\mathbb{Z}_2 = \{0,\ 1\}$. Сопоставим включения пунктов 1–3 с таблицей сложения в $\mathbb{Z}_2$: $0+0=0,\ 0+1=1+0=1,\ 1+1=0$. Нетрудно видеть, что в этом случае все три включения можно переписать в виде $\mathcal{A}_i\mathcal{A}_j \subset \mathcal{A}_{i+j}$. Если теперь учесть, что $\mathbb{R}^{\mathbb{R}} = \mathcal{A}_0 \oplus \mathcal{A}_1$, то мы получаем, что пространство функций является $\mathbb{Z}_2$-градуированной алгеброй. Так обычный, рутинный школьный материал о четности функций соприкасается с современной и модной теорией супералгебр, возникшей во второй половине XX века.

Добавим к сказанному интересное сопоставление, касающееся прямой суммы подпространств: данные подпространства имеют пересечение, состоящее из нуль-вектора, который в нашем случае представляет собой нулевую функцию, четную и нечетную одновременно. По наблюдениям автора, этот простой факт оказывается неожиданным для школьников.

Принцип персонализации: *список входящих в задачник векторных пространств должен быть достаточно велик для того, чтобы определения и теоремы линейной алгебры могли быть проиллюстрированы с помощью пространств различной природы.*

Для иллюстрации этого принципа сформулируем некоторые из тех многочисленных вопросов, с которых начинается изучение линейной алгебры. 1) Найдите линейную комбинацию векторов $a_1, a_2, \dots, a_k$. 2) Является ли вектор b линейной комбинацией векторов $a_1, a_2, \dots, a_k$? 3) Являются ли векторы $a_1, a_2, \dots, a_k$ линейно независимыми? 4) Известно, что векторы $a_1, a_2, \dots, a_k$ являются линейно зависимыми. Найдите базис этого конечного множества векторов. 5) Образуют ли векторы $a_1, a_2, \dots, a_k$ базис линейного пространства?

Разумеется, список вопросов можно (и нужно) было бы продолжить, однако длина списка в данном случае второстепенна. Дело в том, что следование принципу персонализации порождает по крайней мере две педагогические возможности.

Во-первых, любая система вопросов может быть сформулирована для пространств различной природы, следовательно, студент X может отвечать на эти вопросы применительно, например, к пространству многочленов, студент Y – применительно к пространству функций и т.д. Тем самым будет создана основа для информационного обмена между студентами, который, согласно концепции книги [4], является одним из элементов моделирования исследовательской деятельности в учебном процессе.

Во-вторых, каждый вопрос может решаться применительно к какому-то конкретному пространству. Например, первый вопрос можно сформулировать для пространства треугольных матриц третьего порядка, второй вопрос – для пространства всюду определенных функций $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$, третий вопрос – для пространства многочленов $\mathbb{R}[x]$, четвертый – для арифметического пространства $\mathbb{R}^5$, а пятый – для двойного алгебраического расширения $\mathbb{Q}(\sqrt{2},\sqrt{3})$ поля рациональных чисел. Необходимость «перескакивать» из одного пространства в другое имеет несколько положительных следствий. Прежде всего, студенту приходится систематически выбирать целесообразную точку зрения и необходимую математическую технику. Кроме того, разнообразие пространств расширяет его математический кругозор. Наконец, и это главное, у студента формируется гибкость мышления, то есть качество, которое необходимо любому специалисту.

Принцип единства банка заданий и методики его использования: *задачник по учебной дисциплине является описанием методики изучения этой дисциплины на практических занятиях, включающим в себя в качестве составной части собственно банк заданий.*

Попытка реализации первых трех принципов с неизбежностью приводит к большому количеству задач, которые, на первый взгляд, являются однотипными. Например, в задачнике [1] даже самый первый вопрос о принадлежности объекта к категории векторных пространств привел к необходимости рассмотрения 250 упражнений. Среди этих упражнений было 180 примеров и 70 контрпримеров, 46 бесконечномерных пространств, 51 пространство «малой» размерности $n \leq 5$, 23 пространства, непосредственно связанные с содержанием школьной программы. Очевидно, что пользователь такого задачника нуждается в своеобразном «путеводителе» по задачам, то есть в неких ориентирах, которые облегчат ему процесс отбора заданий, предназначенных для разных педагогических целей и обладающих нужными математическими и/или педагогическими особенностями. Другими словами, *нужен некий механизм «педагогического управления» большими массивами задач.*

В рамках данной работы механизм управления массивами задач представляет собой систему управления базами данных MSAccess. Поля этой базы представляют собой ***атрибуты*** задач, каждый из которых относится к тому или иному аспекту задачи. При этом каждый атрибут может принимать определенные значения, характерные для данного атрибута. А обобщенном виде все выглядит так, как показано в нижеследующей таблице.

№ задачи	Атрибут 1	Атрибут 2	Атрибут 3	…
1	<Значение>	<Значение>	<Значение>	
2	<Значение>	<Значение>	<Значение>	
…				

В результате у преподавателя появляются две взаимно дополнительные возможности. Во-первых, если некоторая задача по каким-то причинам попала в поле зрения преподавателя, то у него существует возможность отложить ее решение на неопределенный срок, поскольку важные особенности этой задачи уже выявлены составителем и зафиксированы в системе значений атрибутов. Во-вторых, существует возможность отфильтровать все задачи, которые нужны преподавателю по тем или иным причинам.

В докладе будет описанs как система атрибутов, так и значения, принимаемые каждым из них. Будет представлена основа базы данных, допускающая ее «неограниченное» пополнение.

Список литературы

1. Ястребов А.В. Задачи по линейной алгебре. Ярославль: ЯГПУ, 1997. 44 с.
2. Ястребов А.В. Задачники, классификаторы задач и базы данных // Содержание и методы обучения математике в школе и в вузе на рубеже столетий: исторический и методологический аспекты: тезисы докладов XVIII Всероссийского семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов (Брянск, 4–6 октября 1999). Брянск: Изд-во Брянского гос. пед. ун-та, 1999. С. 45–46.
3. Ястребов А.В., Завьялова И.В. Принцип накопительной эволюции как основа конструирования электронного задачника // Проблемы преподавания математики в школе и вузе в условиях реализации новых образовательных стандартов: Тезисы докладов участников XXXI Всероссийского семинара преподавателей математики высших учебных заведений, посвященного 25-летию семинара (26–29 сентября 2012 г., г. Тобольск). Тобольск: ТГСПА им. Д.И. Менделеева, 2012. С. 208–209.
4. Ястребов А.В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований. М.: МЦНМО, 2023. 337 с.

О НЕКОТОРЫХ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЯХ ЦИФРОВОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В.А. Тестов, доктор пед. наук, профессор
Вологодский государственный университет (Россия, Вологда)
e-mail: vladafan@inbox.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности методики преподавания математики в условиях цифровой трансформации обучения. Затрагиваются проблемы использования трансдисциплинарного подхода и преподавания информационной математики.

Ключевые слова: трансдисциплинарный подход, знания и навыки, метапредметные результаты, информационная математика.

ON SOME METHODOLOGICAL FEATURES OF THE DIGITAL TRANSFORMATION OF TEACHING MATHEMATICS

V.A. Testov, doctor of pedagogical sciences, full professor
Vologda State University (Russia, Vologda)

Abstract. The article discusses the features of the methodology of teaching mathematics in the context of digital transformation of learning. The problems of using a transdisciplinary approach and teaching information mathematics are touched upon.

Keywords: transdisciplinary approach, knowledge and skills, meta-subject results, information mathematics.

В настоящее время в обучении математике школьников и студентов происходят существенные перемены, связанные с информатизацией образования и использованием нового программного обеспечения, предоставляющие в умелых руках эффективные способы для развития у обучающихся интереса к изучению математике. Однако зачастую процесс цифровой трансформации образования является скоропалительным, методологически не подкрепленным, наблюдается отсутствие четкой процедуры адаптации обучаемых к цифровому формату обучения. Поэтому этот процесс часто приводит к ущемлению фундаментальности подготовки по математике. Причина возникающих трудностей кроется не в косности и невосприимчивости педагогов и студентов к цифровым технологиям, а прежде всего в том, что нарушается единство обучения и воспитания в форме живого общения с учащимися. Возникающие трудности усугубляются попытками со стороны некоторых структур навязать школам и вузам недостаточно качественные цифровые технологии.

Вместо полноценного обучения математике и информатике часто звучат призывы развивать так называемые «цифровые навыки». «Хотя термин “навыки” давно используется в российской педагогике, однако в последнее время трактовки этого термина в научной литературе стали существенно отличаться от его традиционного понимания. Между тем англоязычный термин “skills”, широко распространенный на Западе и поспешно перенятый рядом российских ученых, не соответствует в полной степени российскому термину “навыки”». Понимание этого термина комиссией ЮНЕСКО ближе к значению российского термина “профессиональное умение”. В российской педагогической науке была разработана теория знаний – умений – навыков как результат многолетних исследований в НИИ общей педагогики РАО. Ядром этой теории является идея о тесной взаимосвязи знаний и навыков. Без знаний, имея только набор определенных навыков, человек превращается в робота-исполнителя, который не может самостоятельно действовать в критических ситуациях. Из этой теории вытекает, что нельзя отрывать навыки от знаний, что знания, особенно математические, являются методологической основой «нормативного» содержания других видов содержания образования, в том числе умений и навыков [1; 5].

Однако некоторые реформаторы образования, не вникая в суть ключевых общенаучных понятий, ставят навыки выше знаний, в том числе математических. Мол, знания быстро устаревают, а навыки остаются. Поэтому надо строить не общество знаний, а общество навыков. Невольно напрашивается вывод о том, что для обучения навыкам достаточно научить учащихся пользоваться инструктивным материалом. Однако математикам хорошо известен большой вред обучения с такими довлеющими над учителем и учащимися рекомендациями, когда думать не обязательно, а надо лишь работать по установленным кем-то инструкциям.

Происходящие в современном обществе процессы цифровизации образования приводят к тому, что в системе образования появляется определенная доля хаоса. Функционирование системы образования в этих условиях можно и нужно рассматривать как организацию сложных нелинейных самоорганизующихся систем. В цифровом образовательном пространстве конструктивная роль хаоса становится все более очевидна. Хаос предстает в качестве механизма выхода на структуры-аттракторы образовательного процесса. Поэтому цифровая трансформация заставляет вновь обратить внимание на синергетику. Саморазвитие обучающегося в учебном процессе, как правило, принимает форму самообразования [1].

В этих условиях возникает проблема поиска педагогических подходов, способных осуществлять «сжатие» необходимого для усвоения учебного материала. Одним из наиболее приемлемых вариантов для таких целей является использование трансдисциплинарного подхода, основанного на обнаружении общих закономерностей организации любого знания. Сейчас большую часть своей жизни человек тратит на освоение опыта прошлого, на получение репродуктивных знаний. Использование же такого подхода в обучении позволяет обучающимся не тратить усилия и время на освоение второстепенных, частных знаний, а сосредоточиться на главном.

Идеи и методы современной математики, особенно дискретной (компьютерной), породили уникальные трансдисциплинарные научные области, такие как искусственный интеллект, большие данные и др., коренным образом преобразующие профессиональную деятельность и весь мир профессий. Ключевыми математическими понятиями, буквально пронизывающими современное научные исследования с использованием компьютера, стали понятия дискретной математики (комбинаторная конфигурация, n-арное отношение, высказывание и предикат, граф и сеть, формальный язык и др.) [6].

Перечисленные научные области позволяют вывести все образование, а не только математическое, на новый, трансдисциплинарный уровень как новую ступень проявления его междисциплинарности. Трансдисциплинарный тренд в образовании имеет определяющее значение для реализации опережающего образования [6].

Современная математика является не только основой получения студентами общих междисциплинарных знаний и представлений, но и базой для формирования наиболее плодотворного трансдисциплинарного способа мышления, овладения развитыми аналитическими способностями, нелинейным мышлением, что является одним из важнейших компонентов в компетенциях специалиста в цифровую эпоху [3; 6].

На 32-й Генеральной конференции ЮНЕСКО отмечалось, что учитель остается для образования одновременно «и проблемой, и ее решением». Таким образом, в предотвращении негативных последствий цифровой трансформации образования ключевой фигурой является учитель (преподаватель), реализующий в своей профессиональной деятельности основополагающую идею единства обучения, воспитания и развития.

Поэтому актуальной становится проблема методологической и методической проработки процесса цифровой трансформации содержания обучения математике как в школе, так и в вузе. Несомненно, обучение математике не должно быть основано на механическом запоминании большого числа определений, утверждений, формул и т.д. Оно должно быть направлено прежде всего на формирование в качестве метапредметных результатов обучения когнитивных структур и схем, важных в профессиональной деятельности любого специалиста. Среди таких когнитивных схем следует отметить логические, алгоритмические, комбинаторные, стохастические и образно-геометрические. Главным средством формирования подобных схем является решение соответствующих типов нестандартных задач. В работе [4] были выделены перспективные направления изменения акцентов в содержании обучения математике как основы формирования универсальных познавательных учебных действий.

Как заметил академик А.Л. Семенов, «в чистой математике наиболее радикальное изменение состояло в том, что математика включила в сферу своего изучения информационные объекты и процессы». Эти «новые» области математики (математическая логика, комбинаторика, теория графов и теория алгоритмов и др.) быстро оказались в очень большой степени востребованными информатиками. Такую «*информатическую»* математику «целесообразно начинать изучать еще в начальной школе, поскольку во многих случаях ее объекты и процессы обладают высокой степенью наглядности и даже осязаемости» [2].

Несомненно, в трансформации содержания обучения математике велико значение математических основ компьютерных наук. Поэтому возникает потребность в расширении содержания подготовки студентов в области информационной математики. необходимы разработка и внедрение в подготовку специалистов разных профилей соответствующего профильного курса обучения таким основам. Более того, для подготовки учителей математики и информатики необходимо внедрение специального модуля, состоящего из комплекса таких дисциплин. Однако возможность расширения содержания весьма ограниченна. Ограничения можно частично снять при использовании в обучении уникальных возможностей Искусственного интеллекта и Больших данных.

Эти возможности особенно важны при отборе и интеграции цифровых и педагогических технологий в образовании.

Как следует из вышеизложенного, главным направлением расширения возможностей преподавателя (учителя) при использовании цифровых, педагогических и других технологий является его подготовка к применению трансдисциплинарного подхода, основанного на обнаружении общих закономерностей организации любого знания, в частности к использованию профильных систем искусственного интеллекта, преобразующих получаемую информацию в обозримую систему данных, необходимых ему для принятия дидактических и методических решений.

Список литературы

1. Методология научного исследования в педагогике: коллективная монография / под ред. Р.С. Бознева, В.К. Пичугиной, В.В. Серикова. М.: Планета, 2016. 208 с.
2. Семенов А.Л. Современный курс математики и информатики в школе // Вопросы образования. 2004. № 1. С. 79–94.
3. Тестов В.А. Порядковые структуры в алгебре и теории чисел: учебное пособие. М., МПГУ; Русь, 1997. –110 с.
4. Тестов В.А. О некоторых видах метапредметных результатов обучения математике // Образование и наука. 2016. № 1. С. 4–20. DOI: 10.17853/1994-5639-2016-1-4-20.
5. Тестов В.А. Содержание современного образования: выбор пути // Образование и наука. 2017. Т. 19. № 8. С. 29–46. DOI: 10.17853/1994-5639-2017-8-29-46.
6. Тестов В.А., Перминов Е.А. Роль математики в трансдисциплинарности содержания современного образования // Образование и наука. 2021. Т. 23, № 3. С. 11–34. DOI: 10.17853/1994-5639-2021-3-11-34.

ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ КАК СРЕДСТВО СИСТЕМНОЙ МОДЕРНИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В.Г. Ермаков, доктор пед. наук, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины
(Беларусь, Гомель)
e-mail: vgermakov@gmail.com

Аннотация. В статье обоснована актуальность системной модернизации математического образования, описаны некоторые аспекты педагогической теории устойчивости, разрабатываемой автором, указаны способы её использования для совершенствования теории и практики современного образования.

Ключевые слова: математическое образование, педагогическая теория устойчивости, модернизация образования.

PEDAGOGICAL THEORY OF SUSTAINABILITY AS A MEANS OF SYSTEMIC MODERNISATION OF MATHEMATICS EDUCATION

V.G. Ermakov, doctor of pedagogical sciences,
candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
Francisk Skorina Gomel State University (Belarus, Gomel)

Abstract. The article substantiates the relevance of systemic modernisation of mathematics education, describes some aspects of the pedagogical theory of sustainability developed by the author and indicates how it can be used to improve the theory and practice of modern education.

Keywords: mathematics education, pedagogical theory of sustainability, modernisation of education.

В статье рассмотрены следующие вопросы: действительно ли математическое образование нуждается в системной модернизации, что для решения этой задачи может дать педагогическая теория устойчивости, в чём состоит её суть, каковы способы её применения?

В результате многовековой истории развития математические знания приобрели очень сложную структуру, их объём превысил возможности любого из людей, появились абстракции от абстракций, начала аксиоматических теорий становятся всё менее доступными для тех, кто впервые приступает к их усвоению, при этом вводятся они без каких-либо мотивировок и обоснований. На эти качества стремительно растущего математического знания накладывается всё более острый дефицит учебного времени, приходящегося на условную «единицу информации», а также хаотизация мировых процессов и мощный поток образовательных реформ, к которому система образования не успевает адаптироваться. Эти и другие аналогичные факторы делают учебный процесс глубоко неустойчивым и ветвящимся в каждой точке. Своей остротой особо выделяются проблемы, порождаемые понятиями высокого уровня абстрактности. Они создают угрозу схода индивидуальных образовательных траекторий на негативный сценарий развития и требуют одновременного решения сложных проблем «распредмечивания» этих понятий и обеспечения личностного развития учащихся. В окрестности каждой такой точки нужна своя узконаправленная методика педагогической коррекции, в результате возникает проблема их неконфликтного интегрирования в единую технологию образования.

Для системного упорядочения огромного множества используемых подходов и методик, локальных задач и целей обучения педагоги прилагают много усилий. Так, по словам Г.В. Дорофеева, каждая «конкретная задача является лишь одной из многих, лишь узкочастным средством для достижения более общих целей – формирования или закрепления нового понятия, получения новых или активизации старых знаний, демонстрации определённого метода рассуждений, активизации методов доказательства теорем, изложенных в курсе, и т.п.» [1, с. 34]. Предлагая объединять задачи во взаимосвязанные циклы, он отметил, что «каждая задача имеет определённый набор связанных с ней задач, определённую окрестность – по содержанию, методам рассуждений, кругу используемых понятий. Более того, каждая задача входит в некоторый *букет окрестностей,* связанных с той или иной её особенностью» [там же]. При этом построение и описание различных окрестностей задач является, по мнению Г.В. Дорофеева, трудной методической проблемой.

В общепедагогическом отношении важной в плане гармоничного соединения различных дидактических средств является, на наш взгляд, теория оптимизации процесса обучения Ю.К. Бабанского. Отметим новацию фундаментального уровня, присутствующую в его теории и выраженную в тезисе: «Когда говорят об оптимальности, то обязательно подчёркивают, что речь идёт о максимально возможных результатах не вообще, а именно в данных, конкретных условиях школы, определённого класса» [2, с. 6]. Таким образом, подразумевается переход на более сложные модели управления образовательными процессами. Кроме того, признавая, что в книге сделаны лишь первые шаги к обоснованию теории оптимизации, Ю.К. Бабанский отмечает: «Овладение идеями оптимального построения процесса обучения (...) связано не только с научно-методической, но прежде всего с методологической подготовкой ученых-педагогов и учителей» [2, с. 248].

Препятствием на пути реализации прорывных идей Ю.К. Бабанского является то обстоятельство, что учитель выбирает методику обучения, оптимальную для данного класса и конкретной текущей ситуации, из того арсенала средств, которым располагает. Резкое обострение проблемы школьной и вузовской неуспешности наглядно демонстрирует, что в своей массе этот арсенал недостаточен, поэтому учителя и не могут по-настоящему использовать опору на локальные аспекты обучения.

Решению данной проблемы может поспособствовать переориентация внимания учителя с простой оптимизации процесса обучения на активное разрешение спонтанно возникающих кризисных обострений в учебном процессе. Соответственно, систему подготовки учителя математики нужно дополнить антикризисными методами работы, суть которых обозначена в статье [3]. В работе [4] показано, как на такой основе можно решать проблему неуспешности в современных условиях. Тем не менее даже подобное дооснащение методической подготовки учителя ещё не даёт полного решения проблемы. В условиях усиления кризиса образования выбор средств из любого готового набора недостаточен, зачастую выбирать нужно то, что в данном случае необходимо, но чего в природе ещё не существует! Для перехода в режим активного профессионального творчества педагогу нужно сделать серьёзный нравственный выбор, подкрепляемый заботой о будущем детей, общества и страны. Чтобы поддержать педагога в этом выборе, дать ориентиры в оптимальном подборе существующих и ещё не существующих методических средств, нами разрабатывается педагогическая теория устойчивости.

Строить её понадобилось прежде всего потому, что, в отличие от других научных дисциплин, в педагогических энциклопедиях никакого упоминания об устойчивости нет, но при разработке ряда педагогических проектов авторы тем не менее неявно опираются на представления об устойчивости движения физических тел, что сильно ухудшает качество этих проектов. Нами было показано, что ввиду исчерпания ресурсов двух великих информационно-коммуникационных революций, связанных с открытиями Тевта 8 тысяч лет тому назад и с введением в математику доказательств, которое произошло в Древней Греции, модели абсолютной устойчивости, вытекающие из физических соображений, уже не применимы к образовательным процессам. Гораздо более естественным, а в новых условиях и единственно возможным является переход на так называемый динамический тип устойчивости, который должен поддерживаться активными и адресными усилиями со стороны педагога.

Постановка задачи о теоретической поддержке указанного перехода потребовала более детальной проработки концепции корректирующего обучения, дополнительного анализа методологических оснований таких известных проектов, как система развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова и методическая система Л.В. Занкова, отыскания способов обобщить базовые идеи развивающего образования для всех ступеней образования с соответствующим их согласованием с функциями текущего контроля. В некоторых случаях проблемы коррекции, задачи обеспечения личностного развития учащихся и проблемы управления и контроля в условиях кризисных обострений в учебном процессе стягиваются в тугой узел и вынуждают решать их одновременно и энергично. Один из способов такого решения указан в статье [5].

Дальнейшая разработка динамической теории устойчивости нужна не только для системной модернизации современного образования, но и для актуальной модернизации самой педагогической теории. Дело в том, что присущую образовательным процессам беспредельную многоаспектность приходится учитывать и описывать доступными людям конечномерными (человекоразмерными) моделями. В стабильных внешних условиях и при многоступенчатом использовании отбора и отсева они были приемлемыми, но в связи с ускорением социально-культурных процессов и обострением противоречия между личностью и культурой названные самоограничения теории сами становятся источником новых проблем. По этой причине и теоретикам, и практикам нужно быть готовыми к выходу на первый план тех факторов, которые раньше не учитывались. На любой стадии развития педагогической теории устойчивости её главная функция остаётся неизменной – привлекать внимание педагогов к неустранимому несовершенству теоретических моделей и образовательных технологий как источнику неустойчивости образовательных процессов. Эта позиция поможет сориентироваться в актуальных направлениях педагогических инноваций. Так, легко показать, что в ответ на усиление кризисных явлений, на растущую неопределённость в описании образовательных процессов и в управлении ими необходимо разрабатывать стохастические и импульсные методы обучения. Например, на дошкольной ступени нет возможности устанавливать надёжную обратную связь, поэтому в авторской программе математического воспитания дошкольников стохастические методы обучения являются основными и показали высокую эффективность.

Список литературы

1. Дорофеев Г.В. О составлении циклов взаимосвязанных задач // Математика в школе. 1983. № 6. С. 34–39.
2. Бабанский Ю.К. Оптимизация процесса обучения (Общедидактический аспект). М.: Педагогика, 1977. 256 с.
3. Ермаков В.Г. Антикризисные элементы в системе подготовки учителя математики // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета. 2022. № 2(37). С. 17–21.
4. Ермаков В.Г. Методология и методы решения проблемы школьной и вузовской неуспешности в современных условиях // Россия: Тенденции и перспективы развития. Ежегодник. Вып. 18: Материалы XXII Национальной научной конференции с международным участием «Модернизация России: приоритеты, проблемы, решения». М.: РАН. ИНИОН, 2023. Ч. 2. С. 376–380.
5. Ермаков В.Г. Авторская операционализация метода зачётов и его применение к решению проблемы школьной неуспешности // Красноярское образование: вектор развития. 2022. № 5. С. 112–120.

КЛЮЧЕВЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ ЦИФРОВОЙ ЭКОНОМИКИ И ПУТИ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ У СТУДЕНТОВ ВУЗОВ

И.В. Дробышева[1], доктор пед. наук, профессор,
Ю.А. Дробышев[1], доктор пед. наук, профессор
[1]*Калужский филиал Финансового университета при Правительстве РФ (Россия, Калуга)*
e-mail: drobysheva2010@yandex.ru

Аннотация. В статье на основе анализа учебно-методического обеспечения дисциплин математического и профессиональных модулей образовательных программ подготовки студентов вузов представлено состояние процесса формирования ключевых компетенций цифровой экономики и предложены пути его развития.

Ключевые слова: цифровая экономика, ключевые компетенции, цифровые ресурсы.

KEY COMPETENCIES OF THE DIGITAL ECONOMY AND WAYS OF THEIR FORMATION AMONG UNIVERSITY STUDENTS

I.V. Drobysheva, doctor of pedagogical sciences, full professor
Y.A. Drobyshev, doctor of pedagogical sciences, full professor
Kaluga Branch of Financial University under the Government of the Russian Federation (Russian Federation, Kaluga)

Abstract. The article presents the state of the process of formation of key competencies of the digital economy and suggests ways of its development based on the analysis of educational and methodological support of mathematical disciplines and professional modules of educational programs for university students.

Keywords: digital economy, key competencies, digital resources.

Национальный проект «Национальная программа «Цифровая экономика Российской Федерации» [3] наряду с проектом «Производительность труда и поддержка занятости» определяет направления развития как производственной, так и социальной сферы российского общества. Успешность реализации первого из указанных проектов зависит от множества факторов, но один из наиболее значимых – это готовность различных групп населения осуществлять деятельность в условиях активного использования цифровых технологий. В рамках выполнения задач федерального проекта «Кадры для цифровой экономики» определено понятие ключевых компетенций цифровой экономики, под которыми понимают «компетенции, которые необходимы для решения человеком поставленной задачи или достижения заданного результата деятельности в условиях глобальной цифровизации общественных и бизнес-процессов» [4].

В соответствии с [4] к ключевым компетенциям цифровой экономики относятся следующие:

– коммуникация и кооперация в цифровой среде как способность во взаимодействии использовать цифровые средства для достижения цели;

– саморазвитие в условиях неопределенности, или способность ставить образовательные цели в соответствии с возникающими жизненными задачами, подбирать способы решения и средства развития;

– креативное мышление, как способность генерировать новые идеи для решения задач цифровой экономики, абстрагироваться от стандартных моделей: перестраивать сложившиеся способы решения задач, выдвигать альтернативные варианты действий с целью выработки новых оптимальных алгоритмов;

– способность человека искать нужные источники информации и данные, воспринимать, анализировать, запоминать и передавать информацию с использованием цифровых средств;

– критическое мышление как способность человека в цифровой среде проводить оценку информации, ее достоверности, строить логические умозаключения на основании поступающих данных.

Анализ образовательных программ подготовки бакалавров по различным направлениям подготовки показал, что они содержат дисциплины, содержание которых позволяет студентам приобрести знания об информационных технологиях, конкретных программных продуктах, предназначенных для поиска, визуализации и анализа информации. Студенты в процессе изучения этих дисциплин приобретают опыт работы с документами в цифровой среде, создания и ведения баз данных, пользования ресурсами Интернета. Очевидно, что полученные знания и умения являются необходимыми для формирования ключевых компетенций цифровой экономики.

В целях изучения состояния процесса формирования ключевых компетенций цифровой экономики у студентов вузов был проведен анализ содержательного и процессуального компонентов обучения дисциплинам, входящим в образовательные программы подготовки по различным направлениям. Для этого рассматривалось соответствующее учебно-методическое обеспечение. Анализ учебников, рабочих программ и аннотаций рабочих программ дисциплин, контрольно-измерительных материалов позволил сделать вывод, что при изучении математических дисциплин цифровые ресурсы используются лишь как возможное средство выполнения вычислений. В учебно-методических материалах отсутствуют задания, связанные с поиском информации, ее обработкой с использованием математических методов и возможностей цифровых средств. В рабочих программах не просматривается интеграция с информационными дисциплинами, в том числе нет заданий, выполнение которых опиралось бы на использование возможностей цифровых средств для поиска решения проблем, применение численных методов и стандартных функций программного обеспечения для решения задач. При характеристике самостоятельной работы студентов также нет обращения к цифровым ресурсам.

Результатом анализа методического обеспечения дисциплин профессионального модуля, в том числе рабочих программ, обозначенных в них целей и задач, видов заданий для контроля, используемых информационных источников, является условное разделение дисциплин на три группы, исходя из направлений использования при их изучении цифровых ресурсов. Первую группу составляют дисциплины, в процессе изучения которых нет обращения к использованию цифровых средств. В список компетенций, подлежащих формированию в рамках дисциплин этой группы, не включают те, которые связаны со способностью использовать информационные технологии при решении профессиональных задач. Ко второй группе относятся дисциплины, при изучении которых используются, как правило, только вычислительные возможности программного обеспечения. Дисциплины, при овладении которыми студенты используют цифровые ресурсы не только для проведения вычислений, но и для работы с информацией: ее поиска, анализа, визуализации, образуют третью группу. В рамках дисциплин этой группы имеет место работа в малых группах, связанная с анализом конкретных ситуаций, представленных в кейсах. Однако проектной работы, связанной с постановкой проблем, открытием и поиском информации с использованием цифровых средств, ее применением для решения проблемы, в программах дисциплин не предусмотрено.

Таким образом, анализ учебно-методического обеспечения дисциплин математического и профессионального модулей позволяет утверждать, что в настоящее время отсутствует единый подход к формированию ключевых компетенций цифровой экономики. Многие из компетенций не могут быть сформированы в силу отсутствия элементов содержания и форм работы, обеспечивающих этот процесс. В частности, отсутствуют задачи, для решения которых целесообразна кооперация деятельности студентов, в том числе в цифровой среде. В рабочих программах нет информации о выполнении студентами исследовательских проектов, в том числе междисциплинарных, с целью открытия новых знаний, анализа данных, прогнозирования на основе использования цифровых средств.

В силу того что, говоря о ключевых компетенциях цифровой экономики, имеют в виду широкий спектр способностей человека, процесс их формирования у студентов должен иметь место при изучении дисциплин различных модулей.

Исходя из сущности понятия «компетенция», уровней сформированности компетенций, характеризуемых соответственно наличием необходимых знаний, умений, опыта и мотивации выполнения соответствующей деятельности, содержательный и процессуальный компоненты процесса обучения должны обеспечивать студентам приобретение опыта деятельности, представленной компетенциями цифровой экономики.

Для формирования способности к коммуникации и кооперации в цифровой среде в содержательный компонент обучения должны быть включены междисциплинарные кейсы, для выполнения которых создаются малые группы. Проблема, поставленная в кейсе, должна подлежать разделению на ряд относительно самостоятельных подпроблем, решаемых участниками группы, в том числе с использованием цифровых средств. Это могут быть подпроблемы поиска и анализа данных, построения экономико-математических моделей, их компьютерной реализации. Обмен информацией и интеграция частных результатов, полученных участниками группы, позволяет решить проблему, поставленную в кейсе.

Формирование компетенции саморазвития может быть обеспечено, во-первых, включением в содержательный компонент обучения проектов, заданий, в том числе практико-ориентированных, для решения которых недостаточно имеющихся у студентов знаний. Для разрешения возникающих проблемных ситуаций необходим анализ исходных данных, получение возможных следствий, поиск или разработка способов решений, в том числе с использованием цифровых ресурсов. Работа может осуществляться как в групповой, так и в индивидуальной форме. Вторая возможность формирования данной компетенции связана со специально организованной самостоятельной работой студентов [2]. Кроме того, существенная роль в формировании компетенции отводится индивидуальным консультациям, в ходе которых совместно со студентом на основе результатов психологической диагностики выявляются элементы подструктур личности, повышение уровня сформированности которых значимо для саморазвития и обеспечения положительной динамики в подготовке студента к будущей профессиональной деятельности [1].

Для формирования креативного мышления полезно включение в содержание обучения двух групп заданий. К первой группе относятся такие, которые имеют несколько способов решений. Перед студентами ставится задача найти разные способы решения и выбрать из них оптимальный с учетом данных задачи. Вторая группа – это задания, в которых требуется провести анализ представленного способа решения задачи, при необходимости его усовершенствовать или заменить более рациональным. Если говорить о процессуальном компоненте, преобладающими должны быть технологии проблемного и проектного обучения.

Включение в содержание самостоятельной работы студентов вопросов, выходящих за рамки программы, и заданий, в которых требуется найти информацию из разных источников, провести ее анализ, сравнение, при необходимости изменить форму представления полученных результатов, применить их для решения задач, способствует формированию компетенции управления информацией и данными.

Формирование критического мышления связано с систематическим использованием учебного материала, требующего критического анализа. Это могут быть задачи, содержащие недостоверные данные; противоречивые результаты решения задач; задания, в которых, опираясь на некоторые данные требуется сформулировать обоснованные выводы,

Таким образом, на основе понятия компетенции, критериев сформированности компетенций, сущности способностей, включенных в группу ключевых компетенций экономики, определены элементы содержательного и особенности процессуального компонентов обучения, направленные на формирование ключевых компетенций цифровой экономики.

Список литературы

1. Дробышева И.В. Процессуальный компонент технологии дифференцированного компетентностно-ориентированного обучения студентов математике // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2018. №3(11). С. 84–92.

2. Дробышева И.В., Дробышев Ю.А. Средства повышения эффективности обучения математике в условиях реализации компетентностного подхода // Ученые записки Орловского государственного университета. 2018. №4(81). С. 313–316.

3. Паспорт национального проекта «Национальная программа “Цифровая экономика Российской Федерации”» (утв. президиумом Совета при Президенте РФ по стратегическому развитию и национальным проектам, протокол от 04.06.2019 № 7). // URL: https://turov.pro/wp-ontent/uploads/2022/02/passport_naczionalnogo_proekta_naczionalnaya_programma_czifro.pdf.

4. Приказ Министерства экономического развития Российской Федерации от 24 января 2020 г. № 41 «Об утверждении методик расчета показателей федерального проекта “Кадры для цифровой экономики” национальной программы “Цифровая экономика Российской Федерации”». // URL: https://www.economy.gov.ru/material/file/bd31fe31b5135c35e402b702c346f304/41_24012020.pdf.

О НАСТАВНИЧЕСТВЕ В СФЕРЕ МАТЕМАТИКИ

Е.М. Вечтомов, доктор физ.-мат. наук, профессор
Вятский государственный университет (Россия, Киров)
e-mail: vecht@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются и анализируются основные аспекты и формы профессионального наставничества, главным образом в сфере математики.

Ключевые слова: наставничество, наставник, ученик, математика, образование, наука.

ON MENTORSHIP IN MATHEMATICS

E.M. Vechtomov, Doctoral of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. The article discusses and analyzes the main aspects and forms of professional mentoring, mainly in the field of mathematics.

Keywords: mentorship, mentor, student, mathematics, education, science.

1. Введение. Что такое наставничество. Текущий 2023 год объявлен в России Годом педагога и наставника. Посыл правильный. Но как это осуществляется на деле? Череда мероприятий на разном уровне: конференции, конкурсы, награждения, педагогические шоу. Большинство из них проводится формально, «для галочки», на словах. И это на фоне того, что из года в год игнорируются интересы и потребности учителя, преподавателя, наставника. И это вместо (а не вместе) того, чтобы всерьез озаботиться положением дел в нашем образовании и воспитании молодежи, коренным образом изменить всю систему народного российского образования, в 2–3 раза поднять зарплату, уменьшить учебную нагрузку, избавиться от бюрократии и бумаготворчества. Я, как и подавляющее большинство моих коллег, выступаю за возвращение справедливости и наведение порядка в сферах образования, науки, культуры, здравоохранения, за переход на советскую модель образования и науки.

В условиях деградирующего российского образования особенно актуально поддерживать и развивать наставничество как работающий инструмент сохранения минимального уровня образования, не позволяющего ему скатиться на дно. Наставничество не требует дополнительных денег, это естественное состояние просвещенного общества (хотя почему-то волонтерство в России субсидируется).

Профессиональное (предметное, в частности математическое) наставничество есть симбиоз обучения, просвещения и воспитания. Заметим, что, помимо профессионального наставничества, существует наставничество, так сказать, житейское, заключающееся в формировании (воспитании) наставником у подопечного соответствующего отношения к жизни – ценностей, поведения, образа жизни.

Наставничество бывает официальным (связанным со службой) и неофициальным (по зову души). Хорошо, когда официальное наставничество перерастает в неофициальное: преподаватель ведет также предметный кружок; занимается с учениками индивидуально; ставит непростые, но посильные задачи; проводит с учеником совместное исследование.

Наставничество – это не обязанность, а качество и служение человека. Оно не может быть всеобщим и даже массовым. Настоящий наставник – штучный продукт.

Незаменимую роль в наставничестве играет личность наставника, учителя: его профессионализм (знания, идеи, кругозор, дела), педагогическое мастерство (умение разглядеть и развить способности ученика), человеческие качества (порядочность, честность, ответственность, требовательность, великодушное отношение к людям), гражданственность и патриотизм. Личный пример наставника – лучший способ профессионального развития и человеческого воспитания ученика. Наставнику принципиально важно относиться к ученику доверительно и уважительно, как к младшему товарищу и коллеге.

В докладе говорится именно о профессиональном наставничестве, важнейшими формами которого являются образовательное наставничество, научное наставничество, мировоззренческое наставничество. Мы кратко охарактеризуем каждый из этих видов наставничества. В заключение укажем главные проблемы наставничества в настоящее время.

2. Образовательное (педагогическое) наставничество. Далеко не каждый учитель, преподаватель является также и наставником. Но любой подлинный наставник в предметной области является хорошим учителем-предметником в школе, преподавателем-предметником в техникуме и в вузе. Официальные наставники в высшем образовании руководят курсовыми и дипломными работами студентов, организуют студенческие учебно-исследовательские и научно-исследовательские кружки и семинары. Наставник не только обучает своего ученика, но и воспитывает и просвещает его.

В качестве яркого примера наставника в области математического образования можно назвать профессора Фёдора Фёдоровича Нагибина (1909–1976), всю жизнь проработавшего в Кировском государственном педагогическом институте имени В.И. Ленина (КГПИ имени В.И. Ленина) [3; 4]. В 1986–1990 годы на математическом факультете КГПИ имени В.И. Ленина работали шесть студенческих математических кружков: по алгебре (руководитель – Е.М. Вечтомов), по геометрии (Я.П. Понарин), по математической логике (В.П. Матвеев), по математическому анализу (С.И. Калинин), по нестандартному анализу (И.И. Подгорная), по топологии (И.С. Рубанов) (см.: [2]).

В настоящее время на кафедре фундаментальной математики Вятского государственного университета (ВятГУ) я веду студенческий учебно-исследовательский семинар (кружок) по ассоциативной и функциональной алгебре [6] и профессор С.И. Калинин руководит семинаром «Математика и образование» для студентов и преподавателей. Об уровне НИРС в ВятГУ красноречиво говорит решение ученого Совета университета довести в 2023–2024 учебном году число студенческих кружков в ВятГУ до пяти. Отмечу также, что в последние годы все труднее найти руководителей магистерских программ, удовлетворяющих министерским требованиям.

3. Научное наставничество. Если страна хочет развиваться, то ей не обойтись без необходимого количества ученых-наставников. С научным наставничеством в России ситуация крайне напряженная. Особенно это касается точных и естественных наук. Хочется вспомнить выдающихся советских наставников-математиков, в первую очередь академиков Николая Николаевича Лузина (1883–1950) и Андрея Николаевича Колмогорова (1903–1987). Выделяется пара Наставник – Ученик в лицах А.Н. Колмогорова и его ученика академика Владимира Игоревича Арнольда (1937–2010).

В России наставники-энтузиасты были всегда, и не только в столичных вузах, но и в провинциальных университетах и педвузах. Так, в ВятГУ (как правопреемнике КГПИ имени В.И. Ленина) мы с профессором С.И. Калининым стараемся продолжить дело профессора Ф.Ф. Нагибина в рамках кировской научно-методической школы по математическому образованию [7]. С 1994 года под моим руководством работает научная школа «Функциональная алгебра и теория полуколец», в 1994–2019 годы функционировал региональный научный алгебраический семинар. Специально отмечу, что из 17 подготовленных мной кандидатов наук 15 кандидатов физико-математических наук имеют базовое педагогическое образование (один из них – Василий Владимирович Чермных – стал доктором физико-математических наук). Сейчас об этом можно только мечтать, поскольку в ВятГУ руководство подготовкой будущих учителей отдано на откуп педфаку. За 20-летие «болонского» образования в 2,5 раза сокращено число аудиторных часов на математику при подготовке будущих учителей математики и информатики.

4. Мировоззренческое наставничество. Наряду с педагогической (обучение + воспитание) и научной формами наставничества важной составляющей является взращивание в ученике научного мировоззрения и философского осмысления бытия. И образовательное наставничество, и научное наставничество с необходимостью приводят к мировоззренческому уровню наставнической деятельности. Наставник передает ученику свои знания и опыт, мировоззренческие и житейские принципы. Впитав творческий багаж наставника, на фундаменте совместно освоенного ученик нередко в дальнейшем превосходит своего учителя в профессиональных достижениях и сам становится наставником. Такая спираль наставничества должна обеспечить научное и технологическое развитие нашего государства.

Методологическим, просвещенческим и философским вопросам математики посвящена книга [5].

5. Современные проблемы наставничества. Перечислим главные проблемы, решение которых необходимо для нормального функционирования наставничества в России:

– непрестижность профессий учителя, преподавателя, ученого;

– инфантилизм учеников (школьников, студентов, аспирантов);

– непонимание руководителями учебных заведений значения наставничества в качественном обучении и образовании;

– дефицит настоящих наставников в сфере математики;

– сравнительная трудность овладения математическими дисциплинами;

– отсутствие последовательной продуктивной государственной идеологии и политики в образовании и науке.

Список литературы

1. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. Научная алгебраическая школа // Герценка. Вятские записки. 2009. Вып. 15. С. 199–207.
2. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. Первая кафедра математики на Вятской земле // Математический вестник ВятГУ. 2021. № 1. С. 39–56.
3. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М. Научно-методическая школа профессора Ф.Ф. Нагибина «Теория и методика обучения решению математических задач» // Математика в школе. 2022. № 5. С. 58–67.
4. Варанкина В.И., Вечтомов Е.М., Канин Е.С. Профессор Фёдор Нагибин. Сквозь призму времени: монография. Т. 1. Киров: Изд-во ВятГГУ, Лобань, 2014. 316 с. (Серия «Научно-педагогическое наследие ВятГГУ»).
5. Вечтомов Е.М. Философия математики: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры. 2-е изд. Киров: Юрайт, 2018. 317 с.
6. Вечтомов Е.М. Студенческий учебно-исследовательский семинар по алгебре // Математический вестник ВятГУ. 2021. № 3. С. 36–45.
7. Вечтомов Е.М., Варанкина В.И. Кировская научно-методическая школа по математическому образованию: история и современность // Материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педвузов «Математика и проблемы образования». Киров: ВятГУ, 2022. С. 4–8.

О СТРУКТУРЕ МЕТОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ

Н.В. Бровка[1], доктор пед. наук, профессор
Д.Г. Медведев[2], доктор пед. наук, профессор
Белорусский государственный университет (Республика Беларусь, Минск)
e-mail: [1]n_br@mail.ru, [2] medvedev@bsu.by

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы трансформации структуры методической системы обучения студентов с учетом тенденций цифровизации и особенностей обучения студентов естественно-математических специальностей. Затрагиваются вопросы взаимодействия преподавателя и студентов, а также характер взаимосвязей между компонентами методической системы обучения студентов.

Ключевые слова: дидактика математики, методическая система обучения, структура, студенты механико-математических специальностей.

ABOUT THE STRUCTURE OF THE METHODOLOGICAL SYSTEM OF TRAINING STUDENTS

N.V. Brovka[1], doctor of pedagogical sciences, professor
D.G. Medvedev[2], doctor of pedagogical sciences, professor
Belorussian State University (Belarus, Minsk)
e-mail: [1]n_br@mail.ru, [2] medvedev@bsu.by

Abstract. The article deals with the issues of transforming the structure of the methodological system of teaching students, taking into account the trends of digitalization and the peculiarities of teaching students of natural and mathematical specialties. The issues of interaction between the teacher and students, as well as the nature of the relationship between the components of the methodological system of teaching students are touched upon.

Keywords: didactics of mathematics, methodical system of education, structure, students of mechanical and mathematical specialties

Одной из актуальных зон исследований по дидактике математики и естественно-научных дисциплин является вопрос определения структуры методической системы обучения (МСО). Изучение ряда исследований последних лет свидетельствует о том, что во многих из них сохраняется пятикомпонентная структура МСО – цели, содержание, методы, формы и средства обучения, которая была представлена в работах А.М. Пышкало применительно к обучению учащихся начальной школы геометрии в 1975 году [1]. Нельзя не учитывать, что в те годы основными носителями информации были печатные издания (программы обучения, учебники, учебно-методические пособия, учебные тетради, карточки и др.), использование которых в качестве средств обучения определяло соответствующие методы и приемы обучения. При этом роль системообразующей основы методической системы обучения предмету отводилась целям, поскольку именно продуманная система целеполагания определяла выбор методов, форм и средств обучения. Позднее, отражая неразрывную связь педагогической и дидактико-методической сторон обучения, Н.В. Кузьмина расширила термин «формы обучения» и в качестве структурных компонентов МСО наряду с целями, методами и средствами обучения использовала «организационные формы учебного процесса» [2].

Развитие и повсеместное внедрение компьютерных технологий не только изменило способы получения и представления информации, но и с неизбежностью повлекло за собой изменение способов коммуникации и взаимодействия участников образовательного процесса. Информатизация образования, широкое привлечение и внедрение компьютерных технологий в учебный процесс расширило арсенал как приемов, методов и средств обучения, так и форм организации учебного процесса и способов коммуникации участников образовательного процесса. Это выразилось, в частности, в том, что структура методической системы обучения в некоторых работах по дидактике дополнена контрольно-диагностическим, или оценочно-результативным, или контрольно-управляющим компонентом. По существу, это дополнение отражает классический цикл «освоение →применение → диагностика → коррекция», который в случае хороших (или удовлетворительных) результатов диагностики завершается без коррекции, однако отражает управляющее воздействие преподавателя.

Наступивший этап цифровизации характеризуется расширением сфер влияния и использования технологий искусственного интеллекта и инженерии знаний как методологии, теории и технологий, включающих методы поиска, анализа и организации информации в некоторой предметной области [3]. Тем самым трансформируются не только методы, формы и средства обучения, но и способы проектирования, организации, систематизации и представления содержания обучения. Это означает, что становятся актуальными вопросы взаимосвязанной разработки способов организации **содержани**я (генерализации, систематизации и конкретизации в содержании ключевых понятий, свойств, утверждений и др.), соответствующих **методов** предъявления и освоения этого содержания, **форм** взаимодействия и коммуникации субъектов образовательного процесса и способов диагностики **продуктивности обучения**.

Взаимосвязи этих компонентов не могут быть жесткими, они должны быть динамичными, придавая системе целостность с позиции обеспечения технологичности процесса достижения результата обучения. В рамках одной методической системы может быть предусмотрена не одна, а несколько (комплекс) технологий обучения, каждая из которых предполагает использование определенной последовательности фрагментов (модулей) содержания, методов, средств и форм обучения. Эта последовательность варьируется в зависимости от начальных условий (уровня подготовки и мотивации студентов, ожидаемых результатов, времени и т.д.).

Важную роль играет учет трех факторов: целей, которые преследует преподаватель (учитель), разрабатывающий модель МСО (для чего учить?), специфики и глубины содержания обучения (чему учить?), особенностей целевой аудитории (как учить?) [4].

Это «внутренние» особенности методической системы обучения студентов, которые определяются и такими «внешними» факторами, как востребованность специалистов определенного профиля, техническая оснащенность образовательной среды вуза и др.

Указанный подход согласуется с трактовкой системы, данной в системном анализе, согласно которой система – совокупность структурно взаимосвязанных и функционально взаимозависимых элементов [5]. Наряду с такими свойствами систем, как структурированность, целостность и функциональность, методическая система обучения обладает следующими характеристиками: открытость, эмерджентность, ингерентность (от англ. inherent − являющийся неотъемлемой частью чего-либо). Открытость системы автоматически не влечет за собой ее ингерентность как «встроенность», совместимость с образовательной средой [6]. Это качество системы определяется ведущей функцией, ради которой создается система. Удачной иллюстрацией здесь является пример упорядочивания трех компонентов «рыба, дельфин и аквалангист» в систему согласно эффективности выполнения функций «плавать в воде» или «спасать тонущего» [7].

Методическая система обучения студентов разрабатывается, как правило, с целью минимизации разрыва (или разности) между целями обучения (ЦО) и результатами обучения (РО). Обобщенным показателем эффективности методической системы обучения является ситуация, когда разность ЦО – РО не больше нуля, то есть результат обучения соответствует цели или превосходит ее.

Таким образом, сопряженность внешних и внутренних тенденций и обстоятельств придает МСО статус образовательной системы и является первым фактором, определяющим ее специфику и продуктивность, поскольку задает базис таксономии целей в цепочке «целеполагание – целедостижение», связывая между собой цель и результат. В связи с этим мы считаем важным фундаментальным положением, то, что не деятельность, не средства обучения, а цели являлись [1] и остаются системообразующим компонентом методической системы обучения студентов [6; 8]. Еще одним следствием внедрения технологий искусственного интеллекта, инжерении знаний и цифровизации в образовательный процесс становится изменение роли преподавателя: наряду с тем, что он выполняет функции мотиватора-вдохновителя, источника информации, консультанта и диагноста, тьютора и менеджера, он должен осваивать методы «дидактической инженерии», поскольку проблема успешности обучения студентов в высшей школе, в отличие от систем пирингового обучения или обучения на коммерческих курсах, остается важнейшей задачей преподавательского корпуса. В дидактической инженерии разработанная методическая система представляет собой результат деятельности специалиста, направленной на обобщение его опыта и актуализацию этих знаний в процессе решения соответствующих задач. Если опираться на разделение систем на естественные и искусственные, то методическая система обучения является искусственной, и свойства и целостности, и эмерджентности, и ингерентности закладываются разработчиком согласно ведущей функции МСО студентов в вузе – повышению качества (эффективности) обучения студентов. Как свидетельствуют практика обучения студентов и, в частности, результаты опросов и анкетирования в 2023 году студентов механико-математического факультета Белорусского государственного университета (314 человек), при достаточно высоком уровне мотивации к обучению на факультете на начальном этапе результаты сессий, в особенности на первом и втором курсах, свидетельствуют о проблемах освоения программного материала. В качестве одной их причин было названо недостаточное развитие навыков самоорганизации (59,2%), целеустремленности, которые включают умения работать с информацией (подобрать ключевые слова, выделить существенные и несущественные признаки), способность сосредоточиться, предпринять несколько попыток самостоятельно решить непонятную задачу и т.п. Кроме того, 72,3% студентов отметили важность атмосферы поддержки и диалога для позитивной мотивации обучения. Параллельный опрос 75 магистрантов выявил, что 80% из них признали абсолютно неприемлемой для успешности и поддержания мотивации обучения дистанционную форму обучения, которая была принята в связи с пандемией. Это свидетельствует о важности непрерывного, гибкого субъект-субъектного взаимодействия преподавателя и студентов, в связи с чем еще одним важным положением мы считаем включенность субъектов образовательного процесса – преподавателя и студентов в методическую систему обучения студентов [6; 8].

Список литературы

1. Пышкало А.М. Методическая система обучения геометрии в начальной школе: авторский доклад по монографии «Методика обучения элементам геометрии в начальных классах», предст. на соиск. ... д-ра пед. наук. М.: Академия пед. наук СССР, 1975. 60 с.
2. Кузьмина Н.В. Понятие «педагогическая система» и критерии ее оценки // Методы системного педагогического исследования. Л.: Знание, 1980. С.16−17.
3. Баррат Д. Последнее изобретение человечества: искусственный интеллект и конец эры Homo sapiens. М.: Альпина нон-фикшн, 2015. 362 с.
4. Бровка Н.В. Об инженерии знаний и обучении студентов механико-математических специальностей // Университетский педагогический журнал. 2022. № 1. С. 3–8.
5. Zgurovsky M.Z., Pankratova N.D. System analysis: Theory and Applications. Springer, 2007. 475 p.

6. Медведев Д.Г. Организация обучения студентов-механиков в информационно-образовательной среде классического университета. Минск: БГУ, 2018. 215 с.

7. Тарасенко Ф.П. Прикладной системный анализ (наука и искусство решения проблем). М.: КНОРУС, 2010. 224 с.

8. Бровка Н.В. Интеграция теории и практики обучения математике как средство повышения качества подготовки студентов. Минск: БГУ, 2009. 243 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ, МИНУЮЩЕЕ КЛАССИЧЕСКИЕ ТЕОРЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

П.В. Семенов, доктор физ.-мат. наук, профессор
НИУ «Высшая школа экономики» (Россия, Москва)
e-mail: pavelssem@gmail.com

Аннотация. В статье показано, что исследование функций на монотонность и экстремумы с помощью производных можно доказательно обосновать и без стандартных ссылок на теоремы Лагранжа, Ролля, Ферма, Вейерштрасса. Подход вполне применим при обучении математике на углубленном уровне в школе или при обучении в университете с недостаточным количеством часов на математический анализ (высшую математику).

Ключевые слова: производная функции, исследование на монотонность, аксиома о разделяющем числе.

STUDY FUNCTIONS WICH AVOIDS CLASSICAL THEOREMS OF DIFFERENTIAL CALCULUS

P.V. Semenov, doctor of phys.-mat. sciences, professor
NRU «Higher School of Economics» (Russia, Moscow)
e-mail: pavelssem@gmail.com

Abstract. The article shows that the study of functions for monotonicity and extrema using derivatives can be substantiated without standard references to the theorems of Lagrange, Rolle, Fermat, Weiertrass. The approach is quite applicable when teaching mathematics at an advanced level at school or when studying at a university with an insufficient number of hours for mathematical analysis (higher mathematics).

Keywords: derivative of a function, study of monotonicity, axiom on the separating number.

Не морочьте мне голову вашей математикой.
Производная – это скорость.
Уильям Томсон (лорд Кельвин)

0. Если при изучении производной функций не рассматривать естественно-научные, исторические, мировоззренческие и т.п. моменты, а ограничиться лишь утилитарной точкой зрения, то производная функции – это удобный и зачастую весьма успешный способ получения более полной информации о поведении самой функции. Основной тут является следующая теорема.

ТЕОРЕМА 1. *Если производная функции положительна (отрицательна) во всех точках интервала, то сама функция возрастает (убывает) на этом интервале.*

При традиционном и систематическом изучении математического анализа эту теорему выводят из теоремы Лагранжа, которую выводят из теоремы Ролля, которая, в свою очередь, выводится из теоремы Ферма (необходимое условие экстремума), теоремы Вейерштрасса (свойства непрерывной функции на отрезке) и переходе к пределу в неравенстве [1; 2]. При ограниченных временных возможностях приходится лишь анонсировать теорему 1, а для обоснования либо использовать наглядную геометрическую интерпретацию, либо ссылаться на физическое истолкование производной в стиле лорда Кельвина. Например, говорить примерно так: *если точка движется по направленной прямой оставаясь правее точки отсчёта и скорость её движения всё время положительна (отрицательна), то точка удаляется от точки отсчёта (приближается к точке отсчёта)* [3].

Ниже представлено доказательство теоремы 1, использующее, кроме, очевидно, необходимых определения производной и свойств пределов, **лишь** аксиому о разделяющем числе: *если A и B непустые числовые множества и $A \leq B$ (как говорят, «A левее B»), то существует число c, разделяющее A и B, т.е. $A \leq c \leq B$.*

1. Потребуется вспомогательное утверждение, которое в том или ином виде, как правило, используют при изучении производных [1; 3].

ЛЕММА 1. *Если в точке x интервала производная функции положительна, то при всех достаточно малых приращениях $\Delta x > 0$ аргумента верно неравенство $f(x - \Delta x) < f(x) < f(x + \Delta x)$.*

Доказательство леммы 1.

По условию $f'(x) = lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} > 0$. Раз предел отношения больше нуля, то и само отношение больше нуля при всех достаточно малых Δx . Тогда приращение $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$ функции имеет тот же знак, что и приращение Δx аргумента. Значит, для $\Delta x > 0$ получаем

$f(x + \Delta x) - f(x) > 0, f(x) < f(x + \Delta x)$;

$f(x - \Delta x) - f(x) < 0, f(x - \Delta x) < f(x)$. ▪

Доказательство теоремы 1.

Ограничимся случаем $f'(x) > 0$ во всех точках интервала. Надо доказать, что сама функция f возрастает на интервале. Будем действовать методом от противного.

Предположим, что f **не возрастает**, т.е. для каких-то двух точек интервала верны неравенства $c < d$ и $f(c) \geq f(d)$. Применим аксиому о разделяющем числе к двум подмножествам промежутка $(c; d]$:

$A = \{a: f(c) < f(x)$ для всех $c < x \leq a\}$ и

$B = \{b: f(c) \geq f(x)$ для некоторого $c < x \leq b\}$.

Множество *B* – это все точки из $(c; d]$, не принадлежащие множеству *A,* или, как говорят, *B* – это дополнение до *A*. Множество *B* непусто, так как $d \in B$: ведь по предположению $f(c) \geq f(d)$ и в определении множества *B* можно положить $x = d$. Множество *A непусто*, так как $f(c) < f(c + \Delta x)$ при всех достаточно малых $\Delta x > 0$, см. Лемма 1. Кроме того, если $a \in A$, то и весь полуинтервал $(c; a]$ содержится в А. В частности, множество *A* лежит левее множества *B*. Рассмотрим число *s*разделяющее два множества, $A \leq s \leq B$. Возможны только два случая: 1) $s \in A$ и 2) $s \in B$. Получим противоречие в каждом из них.

1) Если $s \in A$, то $f(c) < f(x)$для всех $c < x \leq s$. Так как $f'(s) > 0$, то, см. Лемма 1, при всех достаточно малых $\Delta x > 0$ верно неравенство

$f(c) < f(s) < f(s + \Delta x)$.

Значит, $s < s + \Delta x \in A$, что противоречит неравенству $A \leq s$.

2) Если $s \in B$, то $f(c) \geq f(x)$ для некоторого $c < x \leq s$. Так как $f'(x) > 0$, то вновь по Лемме 1 получаем, что $f(x - \Delta x) < f(x) \leq f(c)$ при всех достаточно малых $\Delta x > 0$. По определению множества *B* получаем, что верно и $x - \frac{\Delta x}{2} \in B$, и $x - \frac{\Delta x}{2} < s$, что

противоречит неравенству $s \leq B$. ▪

2. Традиционные достаточные условия точки экстремума – прямое следствие теоремы 1. Но есть один важный факт, который не является следствием этой теоремы. Без него, например, невозможно аккуратно обосновать и появление «+ *C*» в неопределенных интегралах, и теорему Ньютона – Лейбница.

ТЕОРЕМА 2. *Если производная функции тождественно равна нулю на интервале, то сама функция на этом интервале тождественно равна некоторой константе.*

В доказательстве мы используем не аксиому о разделяющем числе, как в Теореме 1, а принцип Коши - Кантора стягивающихся отрезков. Потребуется чисто геометрическая лемма.

ЛЕММА 2. *Для любых трёх точек $A(a; y_A), B(b; y_B), C(c; y_C)$, таких, что $a < c < b$ и $y_B > y_A$, либо угловой коэффициент k_{AC} прямой АС, либо угловой коэффициент k_{CB} прямой СВ не меньше k_{AB} — углового коэффициента прямой АВ.*

Доказательство леммы 2.

Пусть $t = \frac{b-c}{b-a}$, $0 < t < 1$. Тогда $1 - t = \frac{c-a}{b-a}$, $0 < 1 - t < 1$ и

$$k_{AB} = \frac{y_B - y_A}{b-a} = \frac{b-c}{b-a} \cdot \frac{y_B - y_C}{b-c} + \frac{c-a}{b-a} \cdot \frac{y_C - y_A}{c-a} = tk_{CB} + (1-t)k_{AC}.$$

Значит, k_{AB} принадлежит отрезку с концами k_{CB} и k_{AC} и его правый конец, т.е.

или k_{CB}, или k_{AC}, не меньше k_{AB}. ▪

Геометрически доказательство нагляднее и, пожалуй, проще. Лемма 2, грубо говоря, утверждает, что при делении отрезка на два подотрезка (наибольший) угловой коэффициент не уменьшается.

Доказательство теоремы 2.

Также метод от противного. Допустим, что $f' \equiv 0$ на интервале, а сама функция f не является тождественной константой. Это означает, что для каких-то двух точек *a* и *b* верно неравенство $a < b$ и верно не равенство $f(a) \neq f(b)$. Докажем, что если $f(a) < f(b)$, то $f'(c) > 0$ для некоторой точки *c* между а и *b* (аналогично, если $f(a) > f(b)$, то $f'(c) < 0$). Это и будет искомым противоречием.

Пусть $\Delta = [a; b]$, $A(a; f(a)), B(b; f(b))$, $k_\Delta = k_{AB} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a} = k > 0$.

Разделим отрезок $\Delta = [a; b]$ пополам и обозначим $\Delta_1 = [a_1; b_1]$ ту его половину, для которой $k_{\Delta_1} = \frac{f(b_1)-f(a_1)}{b_1-a_1} \geq k > 0$. Она есть по Лемме 2.

Разделим отрезок $\Delta_1 = [a_1; b_1]$ пополам и обозначим $\Delta_2 = [a_2; b_2]$ ту его половину, для которой $k_{\Delta_2} = \frac{f(b_2)-f(a_2)}{b_2-a_2} \geq k_{\Delta_1} \geq k > 0$, и т.д.

Получаем систему стягивающихся отрезков $\Delta \supset \Delta_1 \supset \Delta_2 \supset \cdots$. Для её единственной общей точки *c* есть два варианта.

1) Она не совпадает ни с каким из концов построенных отрезков, т.е. она делит каждый из отрезков Δ_n на два невырожденных подотрезка. Обозначим ∇_n тот подотрезок, для которого

$$k_n = k_{\nabla_n} = \frac{f(d_n)-f(c)}{d_n-c} \geq k_{\Delta_n} \geq k > 0,$$

где d_n – конец подотрезка ∇_n, отличный от *c*. Тогда при $n \to \infty$ получаем, что $d_n \to c$ и $k_n \to f'(c)$. Так как $k_n \geq k$, то $f'(c) \geq k > 0$.

2) На каком-то шаге *N* деления *c* впервые совпала с концом подотрезка Δ_N. Тогда до шага *N* включительно строим ∇_n, как и выше, а после этого $\nabla_n = \Delta_n$. Как и в случае 1), получаем, что производная $f'(c)$ равна пределу последовательности чисел k_n, не меньших, чем $k > 0$, т.е. $f'(c) \geq k > 0$. ∎

Теорему 1 можно доказать тем же приёмом, что и теорему 2. Однако для теоремы 1 было выбрано отдельное доказательство, так как технически оно использует более элементарный аппарат: не нужны стягивающиеся отрезки, пределы последовательностей, предел функции по Гейне и переход к пределу в неравенстве. По сходной причине в доказательстве теоремы 1 не использованы супремумы. Кроме того, отметим, что в теореме 2 возник редкий случай, когда отрезки делятся не обязательно «пополам».

Также отметим, что в теореме 2 можно аналогично найти точку *d*, для которой $f'(d) \leq k$. В случае непрерывности f' между *c* и *d* найдётся точка, в которой производная равна *k*, т.е. при нежелании использовать теорему Дарбу, получается доказательство теоремы Лагранжа, не использующее теорем Ролля, Ферма, Вейерштрасса.

Наконец, подчеркнем, что теоремы 1 и 2 для объединения двух непересекающихся интервалов не верны: константы могут быть разными, а возрастание на левом из интервалов может наблюдаться сильно «выше» возрастания на правом.

Список литературы

1. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс / под ред. С.М. Никольского, М.: Просвещение, 2019.
2. Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс, профильный уровень. М.: Просвещение, 2018.
3. Мордкович А.Г., Семенов П.В. Алгебра и начала математического анализа, 11 класс, профильный уровень. М.: Мнемозина, 2017.

ЛОГИКА НУЖНА ВСЕМ, ОСОБЕННО БУДУЩИМ УЧИТЕЛЯМ МАТЕМАТИКИ

В.И. Игошин, доктор пед. наук, кандидат физ.-мат. наук, профессор
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского (*Россия, Саратов*)
e-mail: igoshinvi@mail.ru

Аннотация. В эпоху всеобщей цифровизации и алгоритмизации резко сужаются те сферы деятельности человека, где он может и должен применять свои мыслительные способности. Но чтобы создавать новое, нужно мыслить, владеть логикой, уметь рассуждать и доказывать. Возникает насущная потребность в изучении основ логики начиная со школы и затем в вузе, вплоть до формирования логической компетентности специалиста, в какой бы области он ни работал. Особенно актуальна эта потребность для будущих учителей математики, поскольку именно математика при умелом её преподавании будет в значительной мере способствовать развитию мыслительных способностей учащихся. В сообщении характеризуется методическая система обучения студентов вузов на уровне бакалавриата традиционной аристотелевской логике с использованием методов современной математической логики. Основой этой системы служит только что вышедший из печати новый учебник автора.

***Ключевые слова*:** аристотелевская логика, математическая логика, обучение логике с использованием математической логики, правдоподобные рассуждения, нечеткая логика, логическая компетентность специалиста.

EVERYONE NEEDS LOGIC, ESPECIALLY FUTURE MATH TEACHERS

V.I. Igoshin, Doctor of Pedagogical Sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor
Saratov National Research State University named after N.G. Chernyshevsky
(Russia, Saratov)
e-mail: igoshinvi@mail.ru

Abstract. In the era of universal digitalization and algorithmization, those spheres of human activity where he can and should apply his thinking abilities are sharply narrowed. But to create something new, you need to think, master logic, be able to reason and prove. There is an urgent need to study the basics of logic, starting from school and continuing at the university, up to the formation of the logical competence of a specialist, in whatever field he works. This need is especially relevant for future teachers of mathematics, since it is mathematics, with its skillful teaching, that will greatly contribute to the development of students' thinking abilities. The report describes the methodological system of teaching university students at the undergraduate level the traditional Aristotelian logic using the methods of modern mathematical logic. The basis of this system is the author's newly published new textbook.

Keywords: aristotelian logic, mathematical logic, teaching logic using mathematical logic, plausible reasoning, fuzzy logic, logical competence of a specialist.

Знание законов логики, умение логически грамотно давать определения понятиям и формулировать суждения о вещах, владеть методами рассуждений, доказательства и опровержения – эти качества составляют логическую компетентность, необходимую каждому современному специалисту, в какой бы области он ни работал.

Формирование этих качеств личности чрезвычайно актуально в современном мире, поскольку цифровые технологии всё более сужают сферу применения мыслительных способностей человека, всё более расширяя горизонты его детерминированно-алгоритмического поведения и толкая во власть искусственного (имитационного) интеллекта.

Формирование указанных качеств личности на интуитивном уровне должно начинаться на школьной скамье под руководством специально подготовленных для этого учителей-предметников. Сознательное освоение категорий и методов логики должно произойти при подготовке будущего специалиста в вузе.

Для обучения будущих специалистов на уровне бакалавриата основам логической грамотности, формирования у них логической компетентности предназначен новый учебник [1].

Древнегреческий учёный Аристотель в IV веке до Р.Х., выявив основные категории мыслительного процесса – понятия, суждения, умозаключения – и проанализировав их, создал, по существу, модель этого процесса и заложил тем самым основы логики как науки.

В XIX веке шотландский школьный учитель математики Дж. Буль впервые начал осуществлять математический подход к логическому учению Аристотеля. Традиционная логика приняла математический характер и стала математической логикой.

В XX веке математическая логика получила феноменальные разультаты в области анализа строения математических теорий, а также стала одной из основополагающих прикладных дисциплин для конструирования и функционирования компьютеров.

Всё сказанное убеждает в том, что изучать в XXI веке логику без освоения хотя бы элементарных основ того, что дала ей математика, бессмысленно. Поэтому в настоящем учебнике предпринята попытка хотя бы в общих чертах показать основные пути проникновения математики в традиционную логику и изложить курс традиционной логики с позиций математической логики.

Глава 1 носит вводный характер. В ней рассматриваются вопросы взаимоотношений логики и интуиции в мыслительных процессах и роль языка в них. Характеризуются предмет логики как науки и её основные законы. Приводятся сведения исторического характера.

В главе 2 даются основные сведения из математической логики: характеризуется здание математической логики как науки и как учебного предмета.

С основными разделами математической логики тесно связана теория множеств и отношений, элементы которой также излагаются в этой главе.

Главы 3, 4 и 5 посвящены классическим разделам традиционной логики – понятиям, суждениям и дедуктивным умозаключениям соответственно. Но излагаются эти разделы с использованием изученного в главе 2 аппарата математической логики. Математизация начинается при изучении темы «Понятие» (глава 3), продолжается при изучении темы «Суждение» (глава 4) и достигает наибольшей своей эффективности при изучении дедуктивных умозаключений (глава 5). Таким образом, математизации подвергается наиболее действенная часть традиционной логики.

Глава 6 посвящена правдоподобным умозаключениям. После добросовестного изучения глав 3, 4, 5 и 7 глава 6 убедительно покажет, насколько менее действенной и более бедной становится логика после того, как она лишается возможности использовать математические методы по существу.

Глава 7 посвящена логике в математике или логическим вопросам строения математических теорий, существу и методам доказательства математических теорем.

Студент-гуманитарий при первом прочтении может пропустить главу 7, но студент-математик, а тем более будущие учителя математики должны непременно её изучить.

Наконец, заключительная глава 8 может показаться несколько неожиданной под занавес книги о строгой науке логике. Но именно в ней делается попытка «оматематичить» приближённо-правдоподобные рассуждения, которыми изобилует реальная жизнь. Глава 8 посвящена элементам теории нечётких множеств и нечёткой логики. Именно эта нечёткость, расплывчивость открывают чрезвычайно широкие прикладные возможности преображённой древней науки.

Изучение основ традиционной логики чрезвычайно важно в образовании студентов математических и технических специальностей вузов, которые изучают математическую логику, ибо, изучая её, они нередко осваивают лишь математическую часть (в особенности если математическая логика поглощена курсом дискретной математики) и совершенно не видят логики – науки о мышлении и рассуждениях.

Исключительно важно изучение традиционной логики будущими учителями математики, обучающимися в педагогических и классических университетах. Как отмечено в работе [2], «сами учителя математики с наукой “Логика” не знакомы» (с. 144), и, как следствие, «наша школа фактически не уделяет внимания систематическому воспитанию логического мышления учащихся. В школе отсутствует целостный курс логики, и в этом один из печальных недостатков нашего среднего образования» (с. 143). Автор считает, что «нужно обеспечить целенаправленное ознакомление школьников с основными классическими универсальными законами мышления, добиваться, чтобы учащиеся их понимали и умели применять в своей деятельности» (с. 143). Воспитание подлинной логической культуры должно быть отдано дисциплине «Логика», содержащей основы науки, которая веками занималась этим (с. 149).

Но, прежде чем знакомить школьников с основными классическими универсальными законами мышления, нужно познакомить с этими законами их будущих учителей, и в первую очередь учителей математики, да и другим учителям-предметникам курс логики будет чрезвычайно полезен. Ещё Мефистофель наставлял Фауста:

«*Употребляйте с пользой время.*
Учиться надо по системе.
Сперва хочу вам в долг вменить
На курсы логики ходить.
Ваш ум, не тронутый доныне,
На них приучат к дисциплине.
Чтоб взял он направленья ось,
Не разбредаясь вкривь и вкось».

И.-В. Гёте. «Фауст»
(Пер. Б.Л. Пастернака)

Рассматриваемый учебник предназначен в первую очередь студентам математических специальностей вузов, в особенности, будущим учителям математики, а также учителям других предметов, обучающимся в педагогических и классических университетах.

О том, как наиболее целесообразно организовать методическую систему логико-дидактического образования будущих учителей математики на уровне бакалавриата с продолжением этого образования на уровне магистратуры, описано в серии статей [3 – 5].

Учебник будет полезен и студентам гуманитарных специальностей вузов: юристам, философам, политологам, социологам, экономистам, историкам, филологам, лингвистам, изучающим традиционную логику и желающим узнать, как математические методы проникают в гуманитарные области знания, в частности – студентам направления «Прикладная информатика» в разных областях.

В конце учебника в приложении даются описания трёх логических компетенций, которые составляют логическую компетентность будущего специалиста, в какой бы сфере деятельности он ни трудился, и которые ему необходимо сформировать в процессе изучения логики. Эти описания содержатся также в статье [6].

Список литературы

1. Игошин В.И. Логика с элементами математической логики: учебник. М.: ИНФРА-М, 2023. 418 с. (Высшее образование). DOI 10.12737/1856361.
2. Розов Н.Х. Логика и школа // Наука и школа. 2016. № 1. С. 143–149.
3. Игошин В.И. Учить логике будущих учителей математики (Часть I) // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Серия: Философия. Психология. Педагогика. 2019. Т. 19, вып. 1. С. 113–117. DOI: https://doi.org//10.18500/1819-7671-2019-1-113-117.
4. Игошин В.И. Учить логике будущих учителей математики (Часть II) // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Серия: Философия. Психология. Педагогика. 2020. Т. 20, вып. 1. С. 105–111. DOI: https://doi.org//10.18500/1819-7671-2020-1-105-111.
5. Игошин В.И. Учить логике будущих учителей математики (Часть III) // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Философия. Психология. Педагогика. 2022. Т. 22, вып. 2. С. 202–207. DOI: https://doi.org//10.18500/1819-7671-2020-22-2-202-207.
6. Игошин В.И. Логическая компетентность специалиста // Математический вестник Вятского государственного университета. 2022. № 3(26). С. 38. DOI: 10.25730/VSU.0536.22.024.

МАТЕМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНЫЕ НАУКИ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ В КУРСЕ «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ»

И.С. Козловская, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Белорусский государственный университет (Республика Беларусь, Минск)
e-mail: kozlovskaja.inessa@gmail.com

Аннотация. В работе рассматриваются методика и проблемы организации лабораторных работ по курсу «Дифференциальные уравнения в частных производных и их приложения» на кафедре компьютерных технологий и систем с использованием современных математических пакетов.

Ключевые слова: системы компьютерной математики, дифференциальные уравнения.

THE USE OF MODERN COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS FOR SOLVING PROBLEMS IN THE COURSE «PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS»

I.S. Kozlovskaya, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
Belarusian State University (Belarus, Minsk)
e-mail: kozlovskaja.inessa@gmail.com

Abstract. This work explores the methodology and challenges of organizing laboratory work in the «Partial Differential Equations and their Applications» course within the Department of Computer Technologies and Systems, utilizing modern mathematical software packages.

Keywords: computer mathematics systems, differential equations.

Применение компьютерной математики существенно расширяет возможности автоматизации всех этапов математического моделирования, так как представляет совокупность теоретических, алгоритмических, аппаратных и программных средств, предназначенных для эффективного решения на компьютерной технике всех видов математических задач, включая символьные преобразования и вычисления с высокой степенью визуализации всех видов вычислений. Возможны два подхода к компьютерной реализации моделей и решению задач компьютерными методами.

Системы компьютерной математики дают возможность провести исследование проблемы, анализ данных, моделирование, тестирование, проверку существования решения, оптимизацию, документирование и оформление результатов, они позволяют сосредоточить основное внимание на существе проблемы, оставляя в стороне технику классической математики, детали вычислительных методов и алгоритмических процедур, нюансы языков программирования и команд операционной системы.

При изучении студентами факультета прикладной математики и информатики курса «Дифференциальные уравнения в частных производных и их приложения» основное внимание уделяется разумному и творческому сочетанию классических методов обучения и новых разработок в области информационных технологий.

В качестве базового инструментария выбран пакет Mathematica, являющийся на данный момент, по-видимому, наиболее мощным средством в своем классе программ и сочетающий в себе развитые графические функции, удобные средства программирования, позволяющий создавать и использовать процедуры и функции пользователя, имеющий развитые возможности по созданию и использованию динамических массивов и переменных. Все это дает возможность сосредоточиться не на программировании задач, а на ее физической и математической стороне.

Важной задачей представляется разработка студентами дифференциальных моделей, описывающих различные физические, биологические и экономические процессы. Возможность проведения студентами численных экспериментов, визуализация результатов, разработка и реализация тех или иных моделей повышают интерес студентов к учебному курсу, способствуют более глубокому пониманию изучаемого ими материала, позволяют пройти все этапы математического моделирования от построения математической модели до вычислительного эксперимента и анализа результатов.

Рассмотрим на примере первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности применение пакета WolframMathematica:

$$u_t - a^2 u_{xx} = 0,$$
$$u(0,t) = u(l,t) = 0,$$
$$u(x,0) = \sin\frac{5\pi}{l}x.$$

Её решение, полученное в WolframMathematica 12.1, представляется в следующем виде:

$$\left\{\left\{\mathtt{u} \to \mathtt{Function}\left[\{\mathtt{x},\mathtt{t}\},\ e^{-\frac{25\,a^2\pi^2\,t}{l^2}}\ \mathtt{Sin}\left[\frac{5\,\pi\,\mathtt{x}}{l}\right]\right]\right\}\right\}$$

Таким образом, функция $u(x,t) = e^{-\frac{25a^2\pi^2 t}{l^2}} \sin\frac{5\pi x}{l}$ является решением задачи.

Решение может быть визуализировано как интерактивная температурная карта стержня, на которой цвет той или иной точки зависит от значения функции $u(x, t)$, при этом переменная t играет роль параметра времени (рис. 1). Значение параметра t можно менять, сдвигая ползунок, расположенный выше карты. Также при нажатии на «плюсик» правее ползунка доступны различные инструменты управления параметром: задание значения переменной, увеличение и уменьшение переменной на один шаг, анимация графика, ускорение и замедление анимации и другие (рис. 2). Ниже стержня дана температурная шкала, на которой поставлены в соответствие друг другу значения функции и цвета на карте, например, красному цвету соответствует значение 1, синему – – 1.

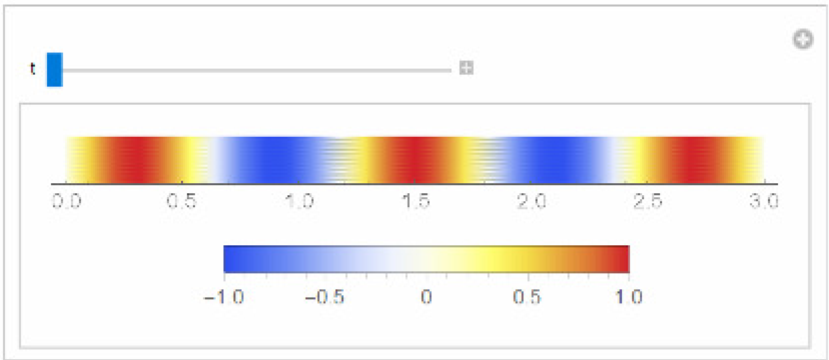


Рис. 1. Интерактивная температурная карта стержня, задаваемая функцией u = u(x,t) при a = 1, в момент времени t = 0. Горизонтальная ось соответствует переменной x – координате поперечного сечения стержня

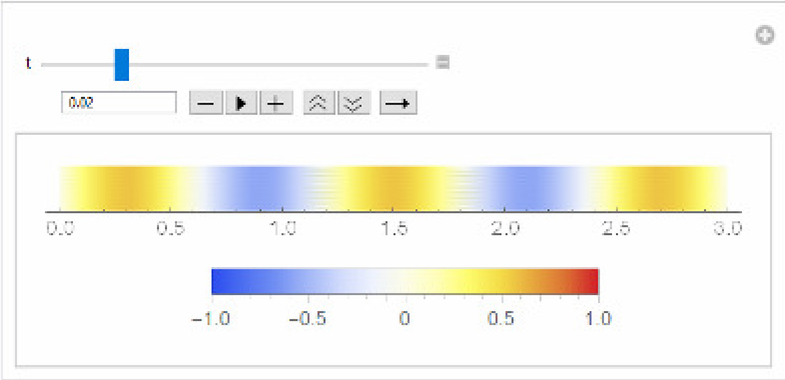


Рис. 2. Интерактивная температурная карта стержня, задаваемая функцией u = u(x,t), в момент времени t = 0.02. В данном случае имеет место равномерный перенос тепла, усреднение температуры вдоль всего стержня

Данный пример показывает, что система Mathematica позволяет достаточно легко получать в явном виде решение соответствующих краевых и граничных задач для уравнений математической физики и дает возможность за счёт средств графики и анимации наглядно видеть процесс, в частности распространения тепла в стержне, описываемый конкретными уравнениями.

При решении же задачи Коши для уравнения колебания струны в WolframMathematica 12.1 получается следующее решение:

$$u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, x \in \mathbb{R}, t > 0,$$
$$u(x,0) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, x \neq 0, \\ 1, x = 0, \end{cases}$$
$$u_t(x,0) = 0;$$

```
{{u → Function[{x, t},
    1/2 (Sinc[√(a²) t - x] + Sinc[√(a²) t + x])]}}
```

то есть решением задачи является функция $u(x,t) = \frac{1}{2}\left(\operatorname{sinc}(at - x) + \operatorname{sinc}(at + x)\right)$ (если полагать $a > 0$), где через sinc обозначена функция «синкус»:

$$\operatorname{sinc} x = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, x \neq 0, \\ 1, x = 0. \end{cases}$$

Визуализируется такая функция посредством построения интерактивного графика функции $u(x, t)$, где t выступает в роли временного параметра, при изменении которого можно наблюдать процесс колебания струны (рис. 3).

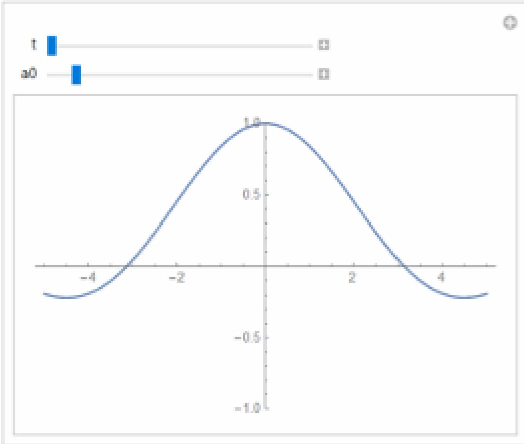


Рис. 3. Снимок интерактивного графика колебания струны, задаваемого функцией u = u(x, t). Ось абсцисс соответствует переменной x, параметр t изменяется при помощи соответственного ползунка выше графика. Также можно менять значение параметра a из условия задачи

В построенном интерактивном графике при нажатии на «плюсики» правее ползунков появляются элементы управления: задать значение переменной, увеличить и уменьшить переменную на один шаг, анимировать график, сделать анимацию быстрее или медленнее и другие. Таким образом, WolframMathematica позволяет визуализировать колебание струны согласно условию задачи.

ПАРА *M*-КОНИК И *M*-КУБИКА В МАКСИМАЛЬНОМ ОБЩЕМ ПОЛОЖЕНИИ[2]

В.А. Горская, аспирант
Г.М. Полотовский, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики» (*Россия, Нижний Новгород*)
e-mail: victoriya.gorskaya@mail.ru; polotovsky@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача изотопической классификации расположений в вещественной проективной плоскости объединения пары кривых степени 2 и кривой степени 3 при условиях максимальности и общего положения.
Ключевые слова: плоская вещественная распадающаяся алгебраическая кривая, изотопическая классификация.

PAIR OF *M*-CONICS AND *M*-CUBIC IN THE MAXIMAL GENERAL POSITION

V.A. Gorskaya, graduate student, **G.M. Polotovskiy**, PhD, assistant professor
National Research University Higher School of Economics
(Russian Federation, Nizhny Novgorod)

Abstract. The problem of isotopic classification of arrangements in the real projective plane of the union of a pair of curves of degree 2 and a curve of degree 3 is considered under the conditions of maximality and general position.
Keywords: plane real decomposable algebraic curve, isotopic classification.

[2]Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений НИУ ВШЭ, грант Министерства науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2019-1931.

Задача о топологии плоских вещественных алгебраических кривых была включена Д. Гильбертом в первую часть его 16-й проблемы. К этой тематике естественным образом примыкает задача о топологии распадающихся кривых, систематическое изучение которой началось с классификации распадающихся кривых степени 6 в [1]. Достаточно длинный список работ по этой тематике разных авторов приведен в списке литературы в [2]. В настоящей работе изучаются некоторые классы распадающихся кривых степени 7.

Через C_n будем обозначать плоскую вещественную проективную кривую степени *n,* т.е. однородный многочлен степени *n* над $\mathbb{R}$ от однородных координат $(x_0:x_1:x_2)$ в вещественной проективной плоскости $\mathbb{R}P^2$, рассматриваемый с точностью до ненулевого постоянного множителя, а через $\mathbb{R}C_n = \{(x_0:x_1:x_2) \in \mathbb{R}P^2 | C_n(x_0,x_1,x_2) = 0\}$ – множество вещественных точек кривой C_n. Для краткости при *n* = 2 (при *n* = 3) кривая и множество её вещественных точек ниже называются коникой (соответственно кубикой).

Рассматривается задача изотопической классификации расположений в $\mathbb{R}P^2$ кривых $\mathbb{R}C_2 \cup \mathbb{R}\tilde{C}_2 \cup \mathbb{R}\tilde{C}_3$ при следующих условиях *максимальности* и *общего положения*:

(i) кривые $C_2, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3$ являются *M*-кривыми, т.е. каждая коника состоит из одного овала, а кубика состоит из овала O_3 и нечётной ветви J_3 (топологической окружности, вложенной в $\mathbb{R}P^2$ одностороннe);

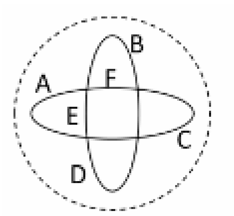
(ii) коники $C_2, \tilde{C}_2$ пересекаются в четырёх попарно различных вещественных точках;

(iii) (iii) нечётная ветвь J_3 пересекает каждую из коника$C_2, \tilde{C}_2$ в шести попарно различных вещественных точках;

(iv) нет точек, общих для всех трёх кривых $C_2, \tilde{C}_2, \tilde{C}_3$.

Число топологических моделей кривых, удовлетворяющих наложенным условиям, слишком велико, поэтому приходится ввести дополнительные ограничения.

Будем считать, что коники расположены так, как на рисунке 1[3] (т.е. существует прямая в $\mathbb{R}P^2$, не пересекающая объединение коник).



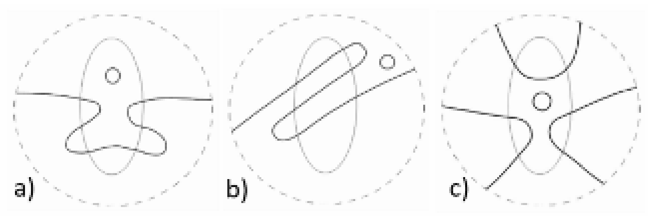


Рис. 1 Рис. 2

Пусть, в дополнение к условиям (i)–(iv), выполняются условия:

(v) для каждой из коник $C_2, \tilde{C}_2$ все шесть общих точек нечётной ветви J_3 кубики с коникой лежат на одной из четырёх дуг, на которые эта коника делится точками пересечения со второйконикой, причём эта дуга внешняя, т.е. лежит вне другой коники (дуги A, B, C, D на рис.1);

(vi) при монотонном движении по нечётной ветви J_3 сначала проходятся шесть точек пересечения с одной коникой, а затем – со второй.

[3]На рисунках в качестве модели $\mathbb{R}P^2$используетсякруг, диаметрально противоположные точки граничной окружности которого (изображаемой пунктиром) считаются отождествлёнными.

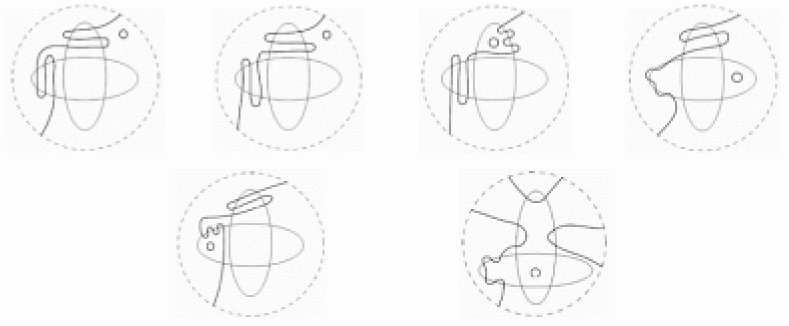


Рис. 3

Теорема 1 [3]. *Любая кривая степени* 7, *распадающаяся в произведение кубики и пары коник при условиях* (i)–(vi), *изотопна в* $\mathbb{R}P^2$ *одному из расположений, показанных на рисунке* 3. *Из этих шести расположений первые четыре реализуются распадающимися кривыми степени* 7, *а вопрос о реализуемости двух последних открыт.*

Для случая, когда вместо условия (vi) выполняется его отрицание (то есть имеются больше двух переходов по нечётной ветви с внешней дуги одной коники на внешнюю дугу другой), имеет место теорема 2.

Теорема 2 (Усиление теоремы 5.1 [4]). *Любая кривая степени* 7, *распадающаяся в произведение кубики и пары коник, удовлетворяющее условиям* (i)–(v) *и отрицанию условия* (vi), *изотопна одному из двенадцати расположений*[4], *из которых девять реализуются распадающимися кривыми степени* 7, *а вопрос о реализуемости оставшихся трёх открыт.*

Рассматривался также случай, когда вместо условия (v) требовалось выполнение условия

(vii) все шесть общих точек нечётной ветви J_3 с одной из коник $C_2, \tilde{C}_2$ лежат на одной из внешних дуг, на которые эта коника делится точками пересечения со второй коникой; для другой коники шесть общих точек с нечётной ветвью кубики лежат на её двух внешних дугах.

Результат для этого случая – следующая теорема.

Теорема 3 [5]. *Любая кривая степени* 7, *распадающаяся в произведение кубики и пары коник при выполнении условий* (i)–(iv) *и* (vii), *изотопна одному из* 22 *расположений, десять из которых реализованы распадающимися кривыми степени* 7, *а вопрос о реализуемости остальных двенадцати открыт*.

Рассмотрена ещё серия расположений, для которых вместо условий (v)–(vii) накладываются условия

(viii) все общие точки ветви J_3 с кониками лежат на одной из дуг, на которые J_3 делится точками пересечения с граничной окружностью модели плоскости $\mathbb{R}P^2$ (таких точек может быть всего одна, как на рис. 2 a) и 2 b)) – другими словами, ситуация рис. 2 c) не рассматривается;

(ix) ветвь J_3 пересекает каждую конику в пяти точках на внешней дуге (на рис. 1 это дуги A и B) и в одной точке на внутренней дуге (на рис. 1 – дуги E и F).

Теорема 4. *Любая кривая степени* 7, *распадающаяся в произведение кубики и пары коник при условиях* (i)–(iv) *и* (viii)–(ix), *изотопна в* $\mathbb{R}P^2$ *одному из расположений, показанных на рисунке* 4. *При этом первые два расположения реализованы распадающимися кривыми степени* 7, *а вопрос о реализуемости последнего открыт.*

[4] Рисунки к этой и следующей теореме не приводятся ввиду недостатка места.

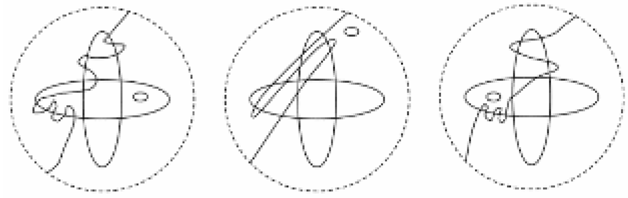


Рис. 4.

Схема доказательств всех теорем следующая. Сначала перечисляются топологические модели кривых, удовлетворяющие наложенным условиям, топологическим следствиям теоремы Безу и известным фактам о топологии алгебраических кривых (как неособых, так и распадающихся – например, классификации объединений кубики и коники, показанной на рисунке 2, и классификации объединений двух кубик из [1]). Затем к моделям полученного списка применяется метод Оревкова [6], основанный на теории кос и зацеплений, согласно которому для реализуемости модели алгебраической кривой данной степени m небходимо, чтобы соответствующая этой модели коса из m нитей была квазиположительной. Наконец, ищутся доказательства реализуемости моделей, удовлетворяющих указанному необходимому условию, с помощью различных вариантов метода малого параметра.

Список литературы

1. Полотовский Г.М. Каталог *M*-распадающихся кривых 6-го порядка // ДАН СССР. 1977. № 236:3. С. 548–551.
2. Борисов И.М., Полотовский Г.М. О топологии плоских вещественных распадающихся кривых степени 8 // Итоги науки и техники. Современная математика и её приложения. Тематические обзоры. 2020. С. 3–18.
3. Горская В.А., Полотовский Г.М. О расположениях кубики и пары коник в вещестственной проективной плоскости // Журнал СВМО. 2020. № 22:1. С. 24–37.
4. Горская В.А. О расположениях кубики и пары коник в вещестственнойпроективной плоскости. II // Чебышевский сборник. 2022. 23:3(184). С. 61–76.
5. Горская В.А. О кривых степени 7, распадающихся на пару коник и кубику // 2023 (в печати).
6. Orevkov S.Yu. Link theory and oval arrangements of real algebraic curve // Topology. 1999. № 38. P. 779–810.

КАМЕРЫ И СТЕНКИ В ПРОСТРАНСТВАХ ВЕЩЕСТВЕННЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ КРИВЫХ МАЛЫХ СТЕПЕНЕЙ[5]

В.И. Звонилов, кандидат физ.-мат. наук, доцент

Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского (Россия, Нижний Новгород)

e-mail: zvonilov@gmail.com

Аннотация. Дан обзор известных результатов по жесткой изотопической классификации плоских кривых степени $m \leq 6$ и кривых малых степеней на квадриках. Изучение особых вещественных тригональных кривых на поверхности Хирцебруха Σ_3 с помощью графов этих кривых используется для завершения жесткой изотопической

[5] Работа выполнена в рамках государственного задания FSWR-2023-0034.

классификации вещественных алгебраических кривых бистепени (4,3) на гиперболоиде, начатой в [1; 2]. Приведен граф смежности камер и стенок в пространстве этих кривых.

Ключевые слова: пространства вещественных алгебраических кривых, кривые на квадриках, тригональные кривые.

CHAMBERS AND WALLS IN THE SPACES OF REAL ALGEBRAIC CURVES OF SMALL DEGREES

V.I. Zvonilov, Ph.D. degree in physics and mathematics, associate professor
Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod (Russia, Nizhny Novgorod)

Abstract. An overview of the known results on the rigid isotopy classification of plane curves of degree $m \leq 6$ and curves of small degrees on quadrics is made. The study of singular real trigonal curves on the Hirzebruch surface Σ_3 with the help of the graphs of these curves is used to complete the rigid isotopy classification of real algebraic curves of bidegree (4, 3) begun in [1; 2]. The adjacency graph of chambers and walls in the space of these curves is given.

Keywords: spaces of real algebraic curves, curves on quadrics, trigonal curves.

Шестнадцатая проблема Гильберта (часть I) ставит задачу изучения топологии неособой вещественной алгебраической кривой, т.е. взаимного расположения её компонент связности на плоскости или на алгебраической поверхности.

Пусть C – пространство вещественных алгебраических кривых фиксированной степени на плоскости или на поверхности и $\Delta \subset C$ – подмножество особых кривых. Множество $\Delta_1 \subset \Delta$ состоит из кривых с одной невырожденной двойной точкой или точкой возврата. Компоненты связности множества $C \backslash \Delta$ (соответственно Δ_1) называются камерами (соответственно стенками).

В 1978 году В.А. Рохлин [3] ввел понятие жесткой изотопии и уточнил 16-ю проблему Гильберта: задача состоит в том, чтобы перечислить камеры пространства C. Всюду ниже *жесткая изотопия* – это путь в камере или в стенке.

Хорошо известно, что неособая вещественная квадрика в P^3 изоморфна $P^1 \times P^1$, а комплексное сопряжение либо сохраняет, либо переставляет сомножители. В первом случае квадрика является гиперболоидом, а во втором – эллипсоидом.

Пусть $[x_0{:}x_1]$, $[y_0{:}y_1]$ – однородные координаты на $P^1 \times P^1$. Вещественная алгебраическая кривая бистепени (m_1, m_2) на квадрике определяется уравнением $F(x_0, x_1; y_0, y_1) = 0$, где F – вещественный однородный многочлен степеней m_1 и m_2 по x_0, x_1 и y_0, y_1.

Обозначим через $C_{m,n}$ пространство вещественных алгебраических кривых бистепени (m, n) на квадрике.

Вещественная схема вещественной алгебраической кривой A (на плоскости, на поверхности) – это схема взаимного расположения компонент её вещественной части $\mathbb{R}A$ (вещественных ветвей – для особой кривой). *Овалом* называется компонента, стягиваемая на плоскости, на поверхности.

Вещественная алгебраическая кривая A принадлежит *типу* I, если множество $\mathbb{C}\widetilde{A} \backslash \mathbb{R}\widetilde{A}$ несвязно, где $\widetilde{A}$ – нормализация кривой A, и *типу* II, если оно связно. Если A принадлежит типу I, то ориентация множества $\mathbb{R}\widetilde{A}$ как края замыкания одной из двух половин множества $\mathbb{C}\widetilde{A} \backslash \mathbb{R}\widetilde{A}$ называется *комплексной*. *Комплексная схема кривой* есть вещественная схема + тип + комплексные ориентации (для кривой типа I).

Обзор известных результатов по жесткой изотопической классификации

К настоящему времени жёсткая изотопическая классификация получена: для плоских кривых степени $m \leq 6$, см. [3 – 5]; для плоских кривых степени 6 с одной невырожденной двойной точкой [6]; для кривых бистепеней $(m, 1)$, $(m, 2)$, $(3,3)$, $(4,4)$ на гиперболоиде и эллипсоиде [7 – 10]; для гиперэллиптических кривых на поверхностях Хирцебруха Σ_k, см. [7]; для кривых бистепени $(m, 3)$ на поверхности Хирцебруха Σ_1 [11]; для неособых тригональных кривых на поверхностях Хирцебруха Σ_k, см. [12 – 14]; для вещественных трёхчленных кривых на Σ_k с максимальным числом овалов [15].

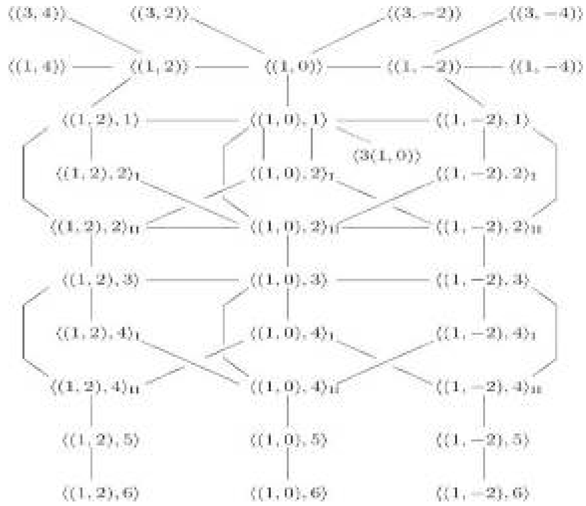


Рис. 1. Камеры и стенки пространства кривых бистепени
(4,3) на гиперболоиде

Основной результат

Теорема 1. *Камеры и стенки пространства вещественных алгебраических кривых бистепени $(4,3)$ на гиперболоиде однозначно определяются комплексными схемами соответствующих кривых (см. рис. 1).*

На рисунке 1 комплексная схема кривой с l овалами и нестягиваемой на $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$ компонентой, реализующей класс $c_1 e_1 + c_2 e_2 \in H_1(\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1)$, обозначается через $\langle (c_1, c_2), l \rangle$ с индексом I или II, если данная вещественная схема неопределённая, т.е. содержит комплексные схемы как типа I, так и типа II.

Доказательство теоремы начато в [1; 2]. Для его завершения достаточно перечислить все стенки. Это делается переходом от кривой на гиперболоиде к вещественной тригональной кривой на поверхности Хирцебруха Σ_3 и нахождением канонического графа такой кривой.

Список литературы

1. Звонилов В.И. Жесткая изотопическая классификация вещественных алгебраических кривых бистепени (4,3) на гиперболоиде // Вестник Сыктывкарского университета. 1999. Серия 1. Вып. 3. С. 81–88.

2. Звонилов В.И. Жесткая изотопическая классификация вещественных алгебраических кривых бистепени (4,3) на гиперболоиде. Приложение // Вестник Сыктывкарского университета. 2003. Серия 1. Вып. 5. С. 239–242.

3. Рохлин В.А. Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых // УМН. № 33:5. 1978. С. 77–89.

4. Degtyarev A., Itenberg I., Kharlamov V. Real Enriques surfaces. Lecture Notes in Math. Vol. 1746. Springer-Verlag, 2000. 259 p.

5. Никулин В.В. Целочисленные квадратичные формы и некоторые их геометрические приложения // Изв. АН СССР. Серия мат. 1979. Т. 43. N1. С. 111–177.

6. Итенберг И.В. Жесткая изотопическая классификация кривых степени 6 с невырожденной двойной точкой // Геометрия и топология. 1. Зап. научн. сем. ЛОМИ, 193, Л.: Наука, 1991. С. 72–89.

7. Дегтярёв А.И., Харламов В.М. Топологические свойства вещественных алгебраических многообразий: ducôté dechez Rokhlin // УМН. 2000. Т. 55, вып. 4. С. 129–212.

8. Zvonilov V.I. Stratified spaces of real algebraic curves of bidegree (m, 1) and (m, 2) on a hyperboloid // Amer. Math. Soc. Transl. (2). 1996. Vol. 173. P. 253–264.

9. Дегтярев А.И., Звонилов В.И. Жесткая изотопическая классификация вещественных алгебраических кривых бистепени (3,3) на квадриках // Матем. заметки. 1999. Т. 66. №. 6. С. 810–815.

10. Nikulin V.V., Saito S. Real K3 surfaces with non-symplectic involution and applications // Proc. London Math. Soc. (3). 2005. 90:3. P. 591–654.

11. Звонилов В.И. Жесткие изотопии вещественных тригональных кривых на поверхностях Хирцебруха // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т. 267, С. 133–142.

12. Degtyarev A., Itenberg I., Kharlamov V. On deformation types of real elliptic surfaces // Amer. J. Math. 130. 2008, № 6, P. 1561–1627.

13. Degtyarev A., Itenberg I., Zvonilov V. Real trigonal curves and real elliptic surfaces of type I // J. Reine Angew. Math. 686. 2014. P. 221–246.

14. Zvonilov V.I. Maximally inflected real trigonal curves on Hirzebruch surfaces // Lobachevskii Journal of Mathematics. 43. 2022. № 3, P. 720–727.

15. Звонилов В.И. Жесткие изотопии трёхчленных кривых с максимальным числом овалов // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1. 2006. Вып. 6. С. 45–66.

ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗБИЕНИЕ НА БЛОКИ ТЕСТА, СОСТОЯЩЕГО ИЗ ДИХОТОМИЧЕСКИХ ВОПРОСОВ

М.В. Бабушкин, кандидат физ.-мат. наук
Университет ИТМО, Санкт-Петербург
e-mail: m.v.babushkin@yandex.ru

Аннотация. Решается задача разбиения теста, составленного из дихотомических вопросов, на равные блоки таким образом, чтобы оценка за тест наиболее адекватно отражала реальные знания учащегося.

Ключевые слова: числовые характеристики случайных величин, тесты с заданиями закрытого типа.

OPTIMAL DIVISION OF A TEST CONSISTING OF DICHOTOMIC QUESTIONS INTO BLOCKS

M.V. Babushkin, candidate of physical and mathematical sciences
ITMO University, Saint-Petersburg

Abstract. A test consisting of dichotomic questions is divided into equal blocks in such a way that the grade for the test most adequately represents the real knowledge of a student.

Keywords: numerical characteristics of random variables, tests with closed-ended questions.

Введение. Тестирование является одним из распространённых способов оценки знаний учащихся. Широко применяются тесты с заданиями закрытого типа, то есть с выбором правильного варианта ответа из предложенных. Такие тесты быстро проверяются даже вручную, однако их составление требует придумывания хороших дистракторов – неправильных, но привлекательных правдоподобных ответов (проблемы составления хороших дистракторов обсуждаются, например, в [1, гл. 4]). Относительно легко можно составить тест из дихотомических вопросов, то есть вопросов, предлагающих выбор одного из двух вариантов ответа (например, «Да / Нет», «Верно / Неверно», «Истина / Ложь»).

Однако оценка за тест с выбором из двух вариантов, как правило, будет завышена. Поясним это утверждение. Допустим, что учащийся отвечает верно на те вопросы, ответы на которые ему известны, а на остальные вопросы он выбирает ответ случайно с вероятностью 0.5. Если ему известно k вопросов из n, то математическое ожидание количества верных ответов равно $k+\frac{n-k}{2}$, что превосходит k, за исключением случая $k=n$.

Чтобы получить более точную оценку, можно воспользоваться скорректированной формулой: из количества верных ответов вычесть количество неверных (см., например: [1, гл. 4]). Этот подход требует пусть и простой, но дополнительной обработки первичных результатов теста. Нами предлагается другой подход, конечная цель которого – исключить дополнительную обработку результатов. То есть требуется составить тест так, чтобы количество набранных баллов было как можно ближе к реальной оценке знаний учащегося.

Предлагаемая организация теста следующая. Все вопросы разбиваются на блоки, в каждом блоке одинаковое количество вопросов. Блок засчитывается лишь в том случае, если тестируемый отвечает верно на все вопросы блока. Оценка выставляется пропорционально количеству зачтённых блоков. Ясно, что в таком случае оценка будет ниже, чем без разбиения теста на блоки. Но, с другой стороны, если размер блока достаточно большой, то итоговая оценка станет слишком сильно занижена.

Каким должен быть размер блока вопросов, чтобы в рамках описанной модели поведения учащегося оценка за тест максимально объективно отражала реальные знания учащегося? Далее даётся ответ на этот вопрос.

Математическая постановка задачи. Пусть имеется тест, состоящий из n дихотомических вопросов. Вопросы распределяются в случайном порядке (все расстановки равновозможны). Учащийся знает ответы на ровно k из этих вопросов. Если попадается вопрос, на который учащийся знает ответ, то он отвечает правильно. Если попадается неизвестный вопрос, то учащийся отвечает случайно, выбирая каждый из ответов с вероятностью 0.5. Тест разбит на блоки по l вопросов. Блок идёт в зачёт, если дан верный ответ на каждый из вопросов блока. Если хотя бы один ответ в блоке неверный, то весь блок не засчитывается. Оценка равна отношению количества зачтённых блоков к общему числу блоков.

1. Чему равны математическое ожидание μ и дисперсия оценки учащегося? 2. При каком l достигается минимум величины $\max\limits_{k=0,1,\dots,n}\left|\mu-\frac{k}{n}\right|$?

Решение задачи. Примем следующие обозначения: если ξ – случайная величина, то $E\xi$, $D\xi$ – её математическое ожидание и дисперсия; C_n^k – число сочетаний из n по k, причём $C_n^k=0$, если $k<0$ или $k>n$; $\mathbb{Z}$ – множество целых чисел; $[a:b]=[a,b]\cap\mathbb{Z}$; Ω – множество всевозможных расстановок вопросов в тесте; $P(A)$ — вероятность события $A\subset\Omega$.

Положим $G = \frac{X}{n/l}$ – оценка учащегося по шкале от 0 до 1, равная отношению засчитанных блоков X к общему числу блоков n/l. То есть G и X – случайные величины, определённые на множестве Ω. Для нахождения их математического ожидания и дисперсии будем пользоваться стандартными приёмами теории вероятностей (см., например: [2]).

Пусть X_i – случайная величина, равная 1, если i-й блок вопросов зачтён, и равная 0 в противном случае. Тогда $X = X_1 + X_2 + \dots + X_{n/l}$.

Вычислим математическое ожидание EG. Величины $\{X_i\}_{i=1}^{n/l}$ имеют одинаковое распределение, поэтому

$$EX = EX_1 + EX_2 + \dots + EX_{n/l} = \frac{n}{l} EX_1.$$

Значит, $EG = E\frac{X}{n/l} = EX_1 = P(X_1 = 1)$.

Обозначим через A_s событие, при котором учащийся угадал ровно s правильных ответов блока, а на остальные вопросы блока он знал ответ. Тогда

$$P(X_1 = 1) = \sum_{s=0}^{l} P(A_s) = \sum_{s=0}^{l} \frac{1}{2^s} \frac{C_{n-l}^{n-k-s} C_l^s}{C_n^k}.$$

Полагая

$$g(n,k,l) = \frac{1}{C_n^k} \sum_{s=0}^{l} \frac{1}{2^s} C_{n-l}^{n-k-s} C_l^s,$$

приходим к формуле $EG = g(n,k,l)$.

Вычислим теперь дисперсию. Имеем

$$X^2 = \sum_{i=1}^{n/l} X_i^2 + \sum_{i \neq j} X_i X_j.$$

Принимая во внимание, что $X_i^2 = X_i$, находим

$$E(X^2) = \frac{n}{l} EX_1 + \left(\left(\frac{n}{l}\right)^2 - \frac{n}{l}\right) E(X_1 X_2).$$

Так как величина $X_1 X_2$ принимает значения 0 и 1, то $E(X_1 X_2) = P(X_1 X_2 = 1)$. Рассуждая так же, как и выше при вычислении вероятности $P(X_1 = 1)$, получаем

$$P(X_1 X_2 = 1) = g(n,k,2l).$$

Тем самым

$$DG = \frac{DX}{(n/l)^2} = \frac{E(X^2) - (EX)^2}{(n/l)^2} = \frac{EX_1}{n/l} + \left(1 - \frac{l}{n}\right) g(n,k,2l) - (EG)^2.$$

Отсюда

$$DG = \frac{l}{n} g(n,k,l) - g(n,k,l)^2 + \left(1 - \frac{l}{n}\right) g(n,k,2l).$$

Численные расчёты проведены для значений параметров $n \in [1:200]$, $k \in [0:n]$ и всех делителей l числа n. Расчёты показывают, что в указанных диапазонах наименьшее значение величины

$$\max_{k \in [0:n]} \left| EG - \frac{k}{n} \right| = \max_{k \in [0:n]} \left| g(n,k,l) - \frac{k}{n} \right|$$

равно $\frac{1}{8}$ и достигается при размере блока $l = 3$ для каждого n, кратного 3. То есть в этом случае отклонение ожидаемой оценки от реальной будет не более чем на 12.5%.

График отклонения $EG - \frac{k}{n}$ в зависимости от k при $n = 30$, $l = 3$ изображён на рисунке 1. По графику видно, что оценка получается несколько завышенной для тех, кто знает менее 7 (23%) вопросов, и несколько заниженной для тех, кто знает не менее 7 вопросов.

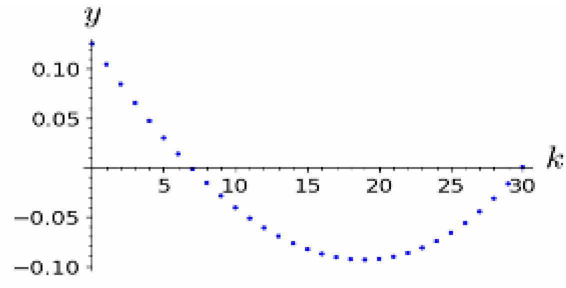


Рис. 1. График отклонения $y = EG - \frac{k}{n}$

Вычисления также показывают, что дисперсия DG при n, кратном 3, и $l = 3$ убывает с ростом количества вопросов n.

Дополнительно для тех же диапазонов параметров вычислена величина $\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n}\left(g(n,k,l) - \frac{k}{n}\right)^2}$, то есть отклонение ожидаемой оценки от реальной в смысле среднеквадратичной метрики. Результат аналогичен: для всех n, кратных 3, и размера блока $l = 3$ отклонение меньше, чем в других случаях.

Выводы. Таким образом, в рамках предложенной модели поведения учащегося ожидаемая оценка за тест будет наиболее объективной, когда тест разбит на блоки по 3 вопроса. Причём в среднем отклонение от ожидаемой оценки будет тем меньше, чем больше вопросов в тесте.

Список литературы

1. Челышкова М.Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: учебное пособие. М.: Логос, 2002.
2. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х кн. М.: МЦНМО, 2004.

КОМПЬЮТЕРНАЯ АЛГЕБРА В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ: *SAGEMATH* И СИСТЕМЫ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Р.А. Попков, кандидат физ.-мат. наук
Университет ИТМО (*Россия*, *Санкт-Петербург*)

Аннотация. Рассматривается возможное «аджорнаменто» вузовского курса математики. Предлагается введение систем полиномиальных уравнений и их исследование с помощью системы *SageMath*. Приводятся примеры.

Ключевые слова: компьютерная алгебра, преподавание математики, базис Грёбнера, линейная алгебра, аналитическая геометрия, полином.

COMPUTER ALGEBRA IN THE MATHEMATICS COURSE: *SAGEMATN* AND SYSTEMS OF POLYNOMIAL EQUATIONS

R.A. Popkov, candidate of phys.-math. sciences
ITMO University (*Russia*, *Saint-Petersburg*)

Abstract. A possible «aggiornamento» of university mathematics course is considered. The introduction of systems of polynomial equations and their study with the help of *SageMath* system is proposed. Examples are given.

Keywords: computer algebra, mathematics teaching, Gröbner basis, linear algebra, analytic geometry, polynomial.

Традиционные вузовские курсы математики отличаются крайней архаичностью. Практические занятия часто сводятся к однообразной «синтаксической» деятельности. На традиционный студенческий вопрос: «Где это пригодится?» – придуманы и возвышенные («Ум приводит в порядок»), и остроумные ответы («На экзамене»). Малейшая доля адекватности позволяет понять, что в своей профессиональной деятельности нынешние студенты вряд ли будет вручную считать производные и находить первообразные, обращать матрицы и решать дифференциальные уравнения (которые неизменно будут иметь аналитическое решение). Раздел, называемый «линейной алгеброй», обычно содержит сведения о матрицах, системах линейных уравнений, многочленах. Возможно, добавляются элементы абстракции: говорится о векторных пространствах, группах, кольцах и полях. Обычно к «линейной алгебре» примыкает и «аналитическая геометрия», ограничивающаяся рассмотрением прямых, плоскостей, кривых и поверхностей второго порядка в привычном трёхмерном пространстве. При этом реально полезными (например, в анализе данных) являются плоскости в пространствах бóльших размерностей.

На разумные предложения ввести компьютеры в учебный процесс по математике, часто отвечают: это приведёт к тому, что студенты будут «тупо нажимать на кнопки». Действительно, нередко знакомство с системами компьютерной алгебры, а то и вовсе с графическими калькуляторами типа *MathCAD*, к этому и сводится. Естественно, автор понимает, что с точки зрения развития мозга гораздо полезнее потратить 15–20 минут на исследование и построение графика вручную. Другое дело, что это не должно превращаться в систематическое упражнение. Нужно уметь умножать многозначные числа в столбик, однако, если под рукой есть калькулятор, а человек тянется к листочку, это вызывает недоумение и вопросы.

Следовательно, задачи должны быть другими. Использование компьютера должно, во-первых, показать его важность в рутинных вычислениях, не проводимых вручную за сколько-нибудь разумное время, во-вторых, помогать пониманию собственно математического содержания дисциплины, в-третьих, демонстрировать математику как экспериментальную науку (в той мере, в какой она ей может быть, см., например: [3, с. 306– 329]). С моей точки зрения, это побуждает внести в изучение алгебры представление о многочленах нескольких переменных и их системах. В таком случае привычные системы линейных уравнений и многочлены одной переменной высших степеней оказываются частными случаями. Кроме того, это обеспечивает преемственность со средней школой, где такие системы уравнений возникали и как самостоятельный объект, например в задачах с параметрами, и в процессе решения текстовых задач. Помимо прочего, текстовые задачи важны тем, что побуждают осуществлять перевод с естественного языка на язык математики, то есть учат составлять математическую модель. При этом часто в вузовской «аналитической геометрии» задачи изначально сформулированы на языке уравнений, что не позволяет формировать навык пусть и нехитрого, но математического моделирования. Полиномиальные системы возникают в массе приложений, от робототехники до биологии. Что касается математики, то любая задача элементарной геометрии в конечном счете сводится к системам полиномиальных уравнений и неравенств над вещественными числами. Более того, «единственным систематическим методом доказательства геометрических фактов является введение координат, истолкование геометрических теорем как задач вещественной алгебраической геометрии и последующее применение полиномиальных алгоритмов, связанных с базисами Грёбнера» [2, с. 19–20]. Кроме того, способность интерпретировать значения переменных как переменные в математическом смысле и является тем, что делает системы компьютерной алгебры мощным инструментом [там же, с. 184].

Такое обновление курса дает возможность на конкретном материале познакомить с понятием кольца и идеала. Это сочетание абстрактности и конкретности позволяет даже оксюморонно сказать про «прикладную абстрактную алгебру». Решению системы полиномиальных уравнений (многообразие – геометрический объект) соответствует идеал (алгебраический объект). Эта связь отражает тесную связь между алгеброй и геометрией и является хорошей демонстрацией внутренней связности и красоты математики [5]. Базис Грёбнера является системой образующих идеала [1, с. 30–31; 7, с. 604]. Если рассмотреть в качестве основного поле комплексных чисел, то базисы Грёбнера позволяют ответить на вопросы о несовместности систем, их эквивалентности, конечности числа решений, найти свободные неизвестные и определить размерность множества решений [1, с. 37–46]. Классическими методами нахождения базиса Грёбнера является алгоритм Бухбергера и некоторые его усовершенствования [1, с. 32–33; 4, с. 119–148; 7, с. 608–612].

Встаёт вопрос, какую систему компьютерной алгебры использовать. На ум приходят *Maple* и *Mathematica*, причём для второй написан интересный именно с точки зрения математического содержания учебник [2]. Естественным препятствием для легального использования в учебном процессе является проприетарность этих действительно хороших систем. Стоит остановить свой выбор на системе *SageMath* (или просто *Sage*) [9]. Во-первых, она свободно распространяемая. Во-вторых, является надстройкой над *Python*, что значительно облегчает её использование для знакомых с этим языком. В-третьих, для работы с ней даже необязательно устанавливать её на компьютер. В-четвёртых, она реально мощная. По сути, это метасистема компьютерной алгебры, обращающаяся при необходимости к специализированным системам *GAP*, *Singular* и другим. В-пятых, у неё отличная справочная система, большое количество примеров. Более того, в свободном доступе имеется превосходное введение в *SageMath* [8]. Уже есть опыт применения данной системы в спецкурсах по компьютерной алгебре [6]. В *SageMath* имплементирован изначальный неоптимизированный алгоритм Бухбергера, что важно с учебной точки зрения. Студенты смогут сравнивать шаги алгоритма со своим ручным решением (естественно, в реальных вычислениях *SageMath* использует новые алгоритмы). По команде groebner_basis *SageMath* находит минимальный редуцированный базис Грёбнера, который единственен [1, с. 34].

Приведём несколько примеров. В первой строке задано рассматриваемое кольцо полиномов над полем рациональных чисел с лексикографическим порядком на переменных:

```
В [1]: P.<x,y,z> = PolynomialRing(QQ, 3, order='lex')

В [3]: I = P.ideal([2*x + 3*y + 5*z + 7, 11*x + 13*y + 17*z + 19, 23*x + 29*y + 31*z + 37])

В [4]: I.groebner_basis()

Out[4]: [x - 16/7, y + 12/7, z + 9/7]
```

```
В [4]: P.<x,y,z,t> = PolynomialRing(QQ, 4, order='lex')

В [5]: I = P.ideal([x - y + z - t - 4, x + y + 2*z + 3*t - 8, 2*x + 4*y + 5*z + 10*t - 20, 2*x - 4*y + 3*z - 6*t - 4])

В [6]: I.groebner_basis()

Out[6]: [x + t - 6, y + 2*t - 2, z]
```

Алгоритм Бухбергера в данном случае – привычный метод Гаусса исключения неизвестных. Видно, что в случае неопределённой системы линейных уравнений вид базиса позволяет без труда выделить свободные и базисные переменные.

Для полиномов от одной переменной базис Грёбнера – НОД этих полиномов, а алгоритм Бухбергера в этой ситуации – алгоритм Евклида нахождения НОДа:

```
В [8]: J = P.ideal([x^3 - 6*x^2 - 5*x - 14, 3*x^3 + 8*x^2 + 11*x + 10, 4*x^4 + 4*x^3 + 7*x^2 - x - 2])

В [9]: J.groebner_basis()

Out[9]: [x^2 + x + 2]
```

Рассмотрим нелинейные многочлены:

```
В [10]: K = P.ideal([x^3 - 7, y^4 - 5, z - x - y])

В [11]: K.groebner_basis()

Out[11]: [x - 825552000/2177389792241*z^11 + 1616366178/2177389792241*z^10 - 1075797400/2177389792241*z^9 + 23
837814000/2177389792241*z^8 - 35518025340/2177389792241*z^7 + 6428083620/2177389792241*z^6 - 24761916
3600/2177389792241*z^5 + 1944824030415/2177389792241*z^4 - 105602021700/75082406629*z^3 + 32921939074
50/2177389792241*z^2 + 170580042460/2177389792241*z - 4643477502755/2177389792241, y + 825552000/2177
389792241*z^11 - 1616366178/2177389792241*z^10 + 1075797400/2177389792241*z^9 - 23837814000/217738979
2241*z^8 + 35518025340/2177389792241*z^7 - 6428083620/2177389792241*z^6 + 247619163600/2177389792241*
z^5 - 1944824030415/2177389792241*z^4 + 105602021700/75082406629*z^3 - 3292193907450/2177389792241*z^
2 - 2347969834701/2177389792241*z + 4643477502755/2177389792241, z^12 - 28*z^9 - 15*z^8 + 294*z^6 - 1
680*z^5 + 75*z^4 - 1372*z^3 - 7350*z^2 - 2100*z + 2276]
```

Последний элемент базиса – минимальный многочлен числа $\sqrt[3]{7}+\sqrt[4]{5}$, которое, как теперь ясно, имеет степень 12. Видно, что коэффициенты элементов базиса могут быть громоздкими. Рассмотрим более интересный пример [4, с. 129]:

```
В [17]: P.<l,x,y,z> = PolynomialRing(QQ, 4, order='lex')

В [20]: K = P.ideal([3*x^2 + 2*y*z - 2*l*x, 2*x*z - 2*l*y, 2*x*y - 2*z - 2*l*z, x^2 + y^2 + z^2 - 1])

В [21]: K.groebner_basis()

Out[21]: [l - 3/2*x - 3/2*y*z - 167616/3835*z^6 + 36717/590*z^4 - 134419/7670*z^2, x^2 + y^2 + z^2 - 1, x*y -
19584/3835*z^5 + 1999/295*z^3 - 6403/3835*z, x*z + y*z^2 - 1152/3835*z^5 - 108/295*z^3 + 2556/3835*z,
y^3 + y*z^2 - y - 9216/3835*z^5 + 906/295*z^3 - 2562/3835*z, y^2*z - 6912/3835*z^5 + 827/295*z^3 - 38
39/3835*z, y*z^3 - y*z - 576/59*z^6 + 1605/118*z^4 - 453/118*z^2, z^7 - 1763/1152*z^5 + 655/1152*z^3
- 11/288*z]
```

Видно, что последний полином зависит от одной переменной и имеет совсем простые корни. Последовательно подставляя их в другие уравнения, найдём значения оставшихся переменных. Данная система возникает в задаче нахождения экстремума функции $x^3+2xyz-z^2$ на сфере $x^2+y^2+z^2=1$. Почему нельзя сразу попросить *SageMath* решить систему? Ровно потому, что целью изучения математики не является «нажимание на кнопки». Данный подход позволяет поэкспериментировать с разными упорядочениями, обсудить, как вообще системы компьютерной алгебры решают полиномиальные системы (зачастую как раз используя базисы Грёбнера). Стоит сказать, что степени промежуточных полиномов могут быть очень велики. Кроме того, как видно в предыдущих примерах, коэффициенты элементов базиса могут быть сложными рациональными числами. Изначально это вызывало чувство пессимизма относительно применения базисов Грёбнера, однако впоследствии оно прошло [4, с. 147]. Этому способствовали и рост мощности компьютеров, и оптимизация алгоритмов, и вычислительные эксперименты. В заключение приведём «учебное» нахождение базиса неусовершенствованным алгоритмом Бухбергера. Возьмём задачу из [1, с. 36]:

```
В [26]: I = P.ideal([x*y + x^2*y, x*z+y*z^3, y*z - y^2*z^3])

В [27]: buchberger(I)

(x^2*y + x*y, x*z + y*z^3) => 0
G: {x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y}

(x*z + y*z^3, x^2*y + x*y) => 0
G: {x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y}

(-y^2*z^3 + y*z, x*z + y*z^3) => 0
G: {x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y}

(x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z) => 0
G: {x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y}

(x^2*y + x*y, -y^2*z^3 + y*z) => 0
G: {x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y}

(-y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y) => 0
G: {x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y}

6 reductions to zero.

Out[27]: [x*z + y*z^3, -y^2*z^3 + y*z, x^2*y + x*y]
```

Видно, что выполнено шесть редукций к нулю. Оптимизированный же алгоритм выполнит их меньшее число:

```
В [29]: buchberger_improved(I)

        (x^2*y + x*y, x*z + y*z^3) => 0
        G: {x*z + y*z^3, y^2*z^3 - y*z, x^2*y + x*y}

        (x*z + y*z^3, y^2*z^3 - y*z) => 0
        G: {x*z + y*z^3, y^2*z^3 - y*z, x^2*y + x*y}

        2 reductions to zero.

Out[29]: [x*z + y*z^3, y^2*z^3 - y*z, x^2*y + x*y]
```

Предложенное изменение курса математики (отнюдь не радикальное) позволяет увидеть реальную силу как относительно современной (алгоритм Бухбергера был придуман в 60-е годы XX века), но при этом понятной математики, так и важность компьютерной алгебры. Для преподавателя же оно снимает пресловутый вопрос актуальности его дисциплины и служит саморазвитию.

Список литературы

1. Аржанцев И.В. Базисы Грёбнера и системы алгебраических уравнений. М.: МЦНМО, 2003. 68 с.
2. Вавилов Н.А., Халин В.Г., Юрков А.В. Mathematica для нематематика: учебное пособие для вузов. М.: МЦНМО, 2021. 483 с. URL: https://www.mccme.ru/free-books/mathematica.pdf.
3. Иванов О.А. Элементарная математика для школьников, студентов и преподавателей. М.: МЦНМО, 2019. 390 с.
4. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. Введение в вычислительные аспекты алгебраической геометрии и коммутативной алгебры: пер. с англ. М.: Мир, 2000. 687 с.
5. Попков Р.А., Мансурова С.Е. Истина и красота. О месте математики в образовании студента технического вуза // Актуальные проблемы преподавания математики в техническом вузе, 2019, № 7, с. 194–199.
6. Яцкин Н.И. Компьютерная алгебра. Лабораторный практикум с использованием системы Sage. М.: Вузовская книга, 2016. 94 с.
7. von zurGathen J., Gerhard J. Modern Computer Algebra. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 808 p.
8. Zimmermann P. et al. Computational Mathematics with SageMath. 2018, xiv + 464 p. URL: https://www.sagemath.org/sagebook/english.html
9. SageMath, the Sage Mathematics Software System (Version 9.3). The Sage Developers, 2021. URL: https://www.sagemath.org.

ФОРМИРОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОЙ ГРАМОТНОСТИ НА ОСНОВЕ КЕЙС-МЕТОДА

М.П. Киселева, кандидат пед. наук, доцент

Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)

e-mail: festsmol@mail.ru

Аннотация. В статье затрагиваются вопросы формирования функциональной грамотности, рассматривается пример применения кейс-метода на уроках физики.

Ключевые слова: функциональная грамотность, естественно-научная грамотность, кейс.

FORMATION OF SCIENCE LITERACY ON THE BASIS OF THE CASE METHODOOL

M.P. Kiseleva, candidate of pedagogical sciences, associate professor *Smolensk State University (Russia, Smolensk)*

Abstract. The article touches upon the issues of the formation of functional literacy, considers an example of the application of the case method in physics lessons.

Keywords: functional literacy, natural science literacy, case.

Цели школьного обучения прописаны в Федеральных государственных стандартах по каждому уровню образования, они вполне логично вписываются в современную образовательную модель, т.е. подготовки учащихся на основе их универсального потенциала не только для освоения знания, но и для применения знаний в повседневной жизни, в определенной жизненной ситуации.

Российская Федерация принимает участие в международной программе оценки качества образования, которая проводит мониторинговое исследование качества образования и отвечает на вопрос: «Обладают ли школьники 15 лет, получившие обязательное общее образование, знаниями и умениями, необходимыми им для полного функционирования современного общества, то есть для решения широкого спектра задач в разных областях человеческой деятельности?» [1]. В данном исследовании проводится оценка функциональной грамотности в области чтения, финансов, математики, естественных наук.

В 2022 году российское участие в международных исследованиях приостановлено и Рособрнадзору пришлось заменить программу международной оценки качества образования PISA на «общероссийскую оценку по модели PISA», в которой будут использованы все прежние методики [2]. Сделано это было с целью обеспечения непрерывности процессов оценивания образования в стране. К сожалению, российские школьники имеют достаточно низкие результаты по естественно-научной грамотности.

Таблица 1

Результаты мониторинга PISA-2018 [1]

Направление исследования	Место РФ среди других стран-участниц (по количеству баллов)	Место РФ среди других стран-участниц*	Количество баллов РФ (по 1000-балльной шкале)
Естественно-научная грамотность	33	30–37	478
Математическая грамотность	30	27–35	488
Читательская грамотность	31	26–36	479

Задания по естественно-научной грамотности требуют не только знания школьного предмета, но и понимания того, какие знания надо применить в той или иной ситуации, а иногда и самостоятельного исследования функциональной системы с неизвестными параметрами.

Стоит отметить, что международное определение естественно-научной грамотности подразумевает владение определенными умениями и навыками, иначе – компетенциями, которые соответствуют требованиям Федерального государственного стандарта к образовательным результатам, а именно: приобретение опыта применения научных методов познания (предметный результат – физика); умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач, умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы (метапредметный результат образования.)

Казалось бы, функциональная грамотность появилась благодаря исследованиям PISA, в основе которых лежат ситуативные задачи. Однако это не совсем так. Уже давно в обучении используется кейс-метод, суть которого заключается в обучении на основе изучения и анализа ситуаций, реальных или вымышленных, но приближенных к реальности. В своей профессиональной и бытовой жизни мы, так или иначе, решаем кейсы, когда, например, ставят диагноз и назначают лечение, разбираются с юридическими проблемами, разрешают проблемные педагогические ситуации, решают бытовые вопросы, например, связанные с коммунальными услугами и т.д. [3].

Применение на уроках физики кейсов разнообразного характера: научного, тематического, видео-кейсов дают понять учащимся, что в повседневной жизни нас окружает физика, что знание предмета помогает грамотно оценить ситуацию и найти решение. Кроме того, кейсы помогают раскрыть творческий потенциал ребенка. Многие учителя физики уже оценили значение этого метода и активно используют кейсы на своих уроках. Источниками для кейсов могут быть научные публикации с описанием проблемных ситуаций, видеосюжеты, основанные на физических явлениях, цифровой контент [6] и даже художественная литература. Например, при изучении молекулярной физики и термодинамики можно найти интересный материал для кейсов в произведениях Аркадия и Бориса Стругацких «Путь на Амальтею» или Жюля Верна «Пять недель на воздушном шаре» и т.д. Некоторые учителя делятся в сетях своими портфолио с готовыми кейсами по физике различной степени сложности [4; 5]. При решении некоторых кейсов можно одновременно с естественно-научной грамотностью формировать и финансовую грамотность. Например, такое задание:

«Как известно, в 2011 году произошло повышение тарифов на горячее и холодное водоснабжение примерно на 15%, поэтому возможность снизить коммунальные платежи стала еще более актуальной. По статистическим данным, счетчик холодной или горячей воды позволяет сократить расходы на оплату счетов за воду в 2,5 раза, и это при условии, что вы будете продолжать тратить воду в привычном объеме». Далее идет краткое описание принципа начисления за воду (финансовая составляющая кейса) и принципа действия водяного счетчика (физическая составляющая). Учащиеся должны ответить на вопрос: «У некоторых (в основном российских или китайских) производителей можно встретить так называемые универсальные модели, то есть приборы учета холодной и горячей жидкости –это физически один и тот же прибор. Хорошо это или плохо? (Уточните, для кого)» [4]. При объяснении ученик должен понимать, что при изменении температуры воды меняются различные свойства материалов, из которых изготовлен прибор, а также вязкость самой жидкости. Подобные кейсы надо также анализировать и решать будущим учителям на семинарских занятиях по методике преподавания физики, преподаватель должен предлагать студентам самостоятельно разрабатывать тематические кейсы.

Таким образом, разбор и анализ кейсов помогают учащимся понять значение изучаемой темы, уяснить как может пригодиться изучаемый материал в их жизни, раскрыть в себе творческий потенциал, учат грамотно отстаивать свою точку зрения.

Список литературы

1. Федеральный институт оценки качества образования. URL: https://fioco.ru/contents/item/display/2201684/.

2. Ведомости. URL: https://www.vedomosti.ru/society/ articles/2022/07/05/929824-rosobrnadzor-provedet-pisa.

3. Киселева М.П. Цифровая поддержка метода кейсов // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи: сборник материалов VI Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Киров, 2022. С. 102–106.

4. Кейсы по физике. URL: https://sites.google.com/a/ erudit.edu.ru/ portfolio/bulgakova-olga-mihajlovna/ucebnaa-deatelnost/eor/kejsy-po-fizike.

5. Сборник заданий-кейсов по физике. URL: https://multiurok.ru/files/sbornik-zadanii-keisov-po-fizike.html.

6. Киселева О.М. Программные средства поддержки удаленного обучения // Вызовы цифровой экономики: тенденции развития в условиях последствий пандемии COVID-19: сборник статей IV Всероссийской научно-практической конференции, приуроченной к Году науки и технологий в России (Брянск, 25 мая 2021 года). Брянск, 2021. С. 143–146.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММЫ «ADVANCED TESTER»

С.В. Козлов, кандидат педагогических наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: svkozlov1981@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются возможности организации проектной работы школьников с использованием автоматизированных программных комплексов. Автором проанализированы особенности формирования структурных модулей в программной среде «Advanced Tester» для построения образовательных карт проектной деятельности. В работе обсуждаются вопросы применения программного приложения «Advanced Tester» для моделирования образовательных маршрутов при выполнении проектов.

Ключевые слова: проектная деятельность, математическое моделирование, образовательная траектория, диагностика, информационно-коммуникационные технологии, автоматизированные системы обучения.

MODELING OF PROJECT ACTIVITY ELEMENTS IN THE LEARNING PROCESS USING THE ADVANCED TESTER PROGRAM

S.V. Kozlov, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article discusses the possibilities of organizing the project work of schoolchildren using automated software systems. The author analyzed the features of the formation of structural modules in the software environment «Advanced Tester» for the construction of educational maps of project activities. The paper discusses the application of the software application «Advanced Tester» for modeling educational routes in the implementation of projects.

Keywords: project activity, mathematical modeling, educational trajectory, diagnostics, information and communication technologies, automated learning systems.

Построение индивидуальных траекторий обучения школьников является важной задачей на современном этапе развития образовательной системы. При этом заметим, что концепция непрерывного образования обуславливает учет личностных запросов не только на всех стадиях учебного процесса, но и при реализации всех форм обучения [1; 2]. Не является исключением и проектная деятельность школьников, которая может быть реализована как в рамках отдельной учебной дисциплины, так и в структуре преподавания отдельных профильных предметов. Однако реалии учебной деятельности демонстрируют, что на практике объективный учет изменяющихся во времени задач выполнения проекта трудно осуществим с помощью традиционных подходов к обучению [3; 4]. В то же время использование инновационных программных приложений в проектной работе как инструментов автоматизации элементов процесса обучения позволяет в большей мере учитывать характер индивидуальных запросов учащихся.

Внедрение в проектную деятельность школьников средств автоматизированных программных комплексов позволяет сформировать на начальном этапе образовательную карту учащегося [5] и адаптировать ее в условиях коррекции и изменения индивидуальных запросов [6]. Образовательные программные приложения открывают перед субъектами учебного процесса, учителем и учеником, широкий выбор инструментов компонентной базы, которая дает возможность учитывать следующие параметры:

1. Текущий уровень знаний и умений.
2. Степень роста теоретических и практических навыков.
3. Особенности восприятия учебной информации.
4. Психолого-педагогические особенности.
5. Латентные показатели, влияющие на уровень учебных достижений.

В число таких инновационных программных приложений, позволяющих генерировать и строить траектории обучения в системе образовательных карт, входит автоматизированная среда «Advanced Tester» [7]. Она относится к тем компьютерным средствам, которые на основе анализа логических и причинно-следственных связей формируют набор возможных образовательных путей. В проектной деятельности, которая в силу своей специфики может выполняться не систематически, применение таких компьютерных инструментов может и должно выступать ключевым движущим фактором оптимального развития.

Проектная деятельность школьников при изучении цикла естественно-научных дисциплин идет, как правило, параллельно основному изучению учебного предмета. На нее, за исключением девятого класса средней школы и старшего звена общеобразовательных учреждений, не отводится дополнительного времени. Проектной деятельностью школьник может заниматься на кружках во второй половине дня или занятиях дополнительной подготовки, что также носит вспомогательный характер в системе организации профильного обучения в школах. В то же время оценка ее результатов не менее важна в общей подготовке школьников, несмотря на всю специфику учебного процесса в данном направлении. В связи с этим моделирование проектной деятельности в непрерывном процессе обучения с применением многофакторного анализа больших объемов данных является одним из критериев ее оптимальности.

Программный комплекс «Advanced Tester» позволяет, учитывая фактор времени и дополнительного обучения, корректно выстроить образовательные траектории [8]. Для этого приложение содержит все необходимые программные модули поддержки учебного процесса. Первый из них отвечает за представление изучаемого учебного материала в виде графа, связи между элементами которого играют определяющую роль в структуре многофакторного анализа учебных достижений школьника в проектной работе. Второй модуль содержит необходимые, пополняемые по требованию блоки теоретического и практического материала, систему диагностических заданий. Третий включает базу заданий в тестовой форме, которая позволяет оценивать текущий уровень знаний и умений школьника. Форма предъявления заданий может варьироваться для получения более точной оценки достижений учащихся. Связывает эти программные компоненты модуль формализации и моделирования учебных ситуаций и оценки их выполнения [9]. Его фундаментальной основой служат математический аппарат соответствия Галуа [10] и импликативные матрицы [11]. Именно данные инструменты математического моделирования отвечают в программном комплексе «Advanced Tester» за объективный анализ объектного взаимодействия и влияния одних структурных элементов учебного процесса на другие. При этом приложение позволяет анализировать как индивидуальную проектную работу, так и групповые формы обучения в проектной деятельности с учетом вклада каждого отдельного ученика.

Моделирование компонентов учебной работы в программе «Advanced Tester» начинается с диагностического исследования в соответствии с целями и задачами выбранного проекта. В ней определяется исходный уровень знаний школьников и сопоставляется с критериями выполнения проектной деятельности. Затем в автоматизированном режиме приложение генерирует возможные оптимальные варианты реализации образовательной карты проекта. Предлагаемые траектории формируются в зависимости от заданных учителем системных параметров или подбираются автоматически на основании проведенного анализа входного диагностического исследования школьников. Такой анализ может включать не только изучение учебных достижений и возможностей школьников в зоне актуального развития, но и учет особенностей индивидуальной работы учащихся и выполнения заданий в группе. Кроме того, можно подключить и модуль психолого-педагогического тестирования школьников, что также оказывает существенное влияние на коррекцию карты профессионального развития в проектной работе.

Заметим, что коррекцию образовательных маршрутов проектной работы можно осуществлять непрерывно по мере поступления новых аналитических данных. Подчеркнем, что одним из факторов изменения образовательной траектории будет служить характеристика выполнения заданий относительно заданных временных параметров. Как в случае более быстрого, так и в случае более медленного выполнения проектных заданий образовательная карта будет автоматизированно перестраиваться инструментами приложения «Advanced Tester» в соответствии с заданными ключевыми значениями выбранных критериев. Ввиду этого работу над проектом можно выполнять и при необходимости корректировать на основании как объективных факторов влияния, так и субъективных особенностей каждого школьника.

Таким образом, применение программных приложений, аналогичных по функциям автоматизированной среде «Advanced Tester», открывает широкие перспективы распространения проектной работы в едином учебном процессе школьного образования. Использование его возможностей соответствует принципам развития предпрофильного и профильного обучения в современной школе. Именно такие программные комплексы, ориентированные на индивидуальные и групповые формы проектной работы, позволяют сделать оптимальный выбор и успешно найти в будущем свою профессиональную нишу школьнику XXI века.

Список литературы

1. Баженов Р.И., Штепа Ю.П., Шевченко Н.В. Организация проектно-исследовательской деятельности школьников средствами образовательной робототехники // Информатика в школе. 2017. № 10(133). С. 2527.

2. Киселева О.М. Программные средства поддержки удаленного обучения // Вызовы цифровой экономики: тренды развития в условиях последствий пандемии COVID-19: сборник статей IV Всероссийской научно-практической конференции, приуроченной к Году науки и технологий в России. Брянск, 2021. С. 143–146.

3. Козлов С.В., Быков А.А. Применение методов математического моделирования для диагностики знаний школьников // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 4. С. 157–162.

4. Тихонова Л.П. Актуальные вопросы разработки современных средств мониторинга и контроля качества обучения // Инновации в профессиональном и

профессионально-педагогическом образовании: материалы 23-й Международной научно-практической конференции. Екатеринбург, 2018. С. 602–605.

5. Бояринов Д.А. Индивидуальные образовательные траектории и образовательные карты // Системы компьютерной математики и их приложения. Смоленск, 2020. Вып. 21. С. 371–375.

6. Тимофеева Н.М. О цифровых технологиях из арсенала современного преподавателя // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи. Киров, 2020. С. 108–113.

7. Козлов С.В. Интеллектуальная система поддержки принятия решений "Advanced Tester" // Компьютерная интеграция производства и ИПИ-технологии: сборник материалов X Всероссийской конференции. Оренбург, 2021. С. 127–131.

8. Козлов С.В. Математические особенности использования возможностей программного комплекса «Advanced Tester» как инструмента функционального анализа системных данных // International Journal of Open Information Technologies. 2019. Т. 7, № 2. С. 21–30.

9. Киселева О.М. Использование математических методов для формализации элементов образовательного процесса // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2013. № 2. С. 51–57.

10. Парватов Н.Г. Соответствие Галуа для замкнутых классов дискретных функций // Прикладная дискретная математика. 2010. № 2(8). С. 10–15.

11. Муха В.С. Математические модели многомерных данных // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. 2014. № 2(80). С. 143–158.

О РАСЧЕТЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОБЛАСТИ СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

В.Р. Кристалинский, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: kristvr@rambler.ru
В.Н. Борисов, кандидат военных наук
Военная академия войсковой противовоздушной обороны Вооруженных Сил Российской Федерации (Россия, Смоленск)
e-mail: vbor67@mail.ru

Аннотация. В статье обсуждаются подходы к исследованию характеристик областей сложной геометрической формы с использованием системы WolframMathematica и с помощью написания программы для ЭВМ, реализующей метод Монте-Карло.

Ключевые слова: область сложной геометрической формы, система Wolfram Mathematica, метод Монте-Карло.

ON THE CALCULATION OF THE CHARACTERISTICS OF A COMPLEX AREA GEOMETRIC SHAPE

V.R. Kristalinskiy, PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)
V.N. Borisov, PhD in Military
Military Academy of the anti-aircraft defense systems of the Military Forces of the Russian Federation (Russia, Smolensk)

Abstract. The article discusses approaches to the study of the characteristics of areas of complex geometric shape using the Wolfram Mathematica system and by writing a computer program implementing the Monte Carlo method.

Keywords: domain of complex geometric shape, Wolfram Mathematica system, Monte Carlo method.

При решении ряда встречающихся на практике задач (например, при оценке возможностей группы радиолокационных станций по обнаружению объектов в воздухе) возникают задачи вычисления:

– площади области, образованной объединением или пересечением нескольких кругов, эллипсов или других фигур (интегральной зоны обнаружения);

– среднего расстояния от границы области до заданной прямой, параллельной оси ординат (средней величины выноса внешней границы интегральной зоны обнаружения относительно заданного рубежа).

При решении данной задачи можно использовать два подхода. Первый подход предполагает использование системы Wolfram Mathematica. В ней имеются встроенные средства, предназначенные для вычисления площадей фигур, в частности получаемых объединением или пересечением нескольких фигур, заданных своими уравнениями.

Рассмотрим решение первой задачи.

Пусть уравнения, описывающие компоненты исследуемой области, имеют вид

$$(x-50)^2+(y-50)^2 \le 40^2;$$
$$(x-50)^2+(y-70)^2 \le 40^2;$$
$$(x-70)^2+(y-60)^2 \le 40^2.$$

Команда в системе Wolfram Mathematica, позволяющая построить рассматриваемую область, имеет вид

RegionPlot[{(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2,(x–50)^2+(y–70)^2<=40^2,(x–70)^2+(y–60)^2<=40^2},{x,0,120},{y,0,120},Axes→True,AxesOrigin→{0,0}]

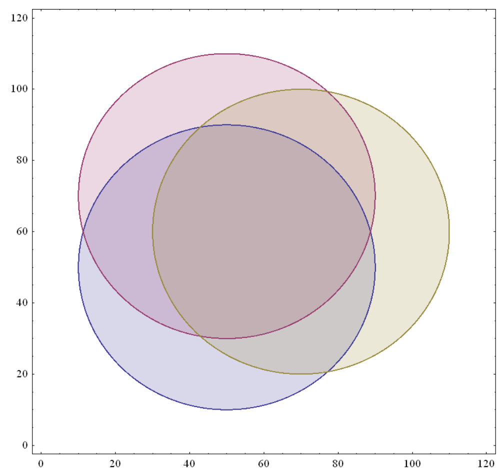


Рис. 1. Исследуемая область

Для расчета площади области, образованной пересечением трех кругов (с трехкратным перекрытием), используется следующая команда из пакета Wolfram Mathematica:

NIntegrate[Boole[(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2 ∧ (x–50)^2+(y–70)^2<=40^2 ∧ (x–70)^2+(y–60)^2<=40^2],{x,–Infinity,Infinity},{y,–Infinity,Infinity}]

Проведенные расчеты показали, что площадь исследуемой области равна 2669.68.

Для расчета площади области с двукратным перекрытием используется следующая команда из пакета WolframMathematica

NIntegrate[Boole[(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2 ∧ (x–50)^2+(y–70)^2<=40^2],{x,–Infinity,Infinity},{y,–Infinity,Infinity}]+NIntegrate[Boole[(x–50)^2+(y–70)^2<=40^2 ∧ (x–70)^2+(y–60)^2<=40^2],{x,–Infinity,Infinity},{y,–Infinity,Infinity}] +NIntegrate[Boole[(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2 ∧ (x–70)^2+(y–60)^2<=40^2],{x,–Infinity,Infinity},{y,–Infinity,Infinity}]–3*NIntegrate[Boole[(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2 ∧ (x–50)^2+(y–70)^2<=40^2 ∧ (x–70)^2+(y–60)^2<=40^2],{x,–Infinity,Infinity},{y,–Infinity,Infinity}]

Расчеты, проведенные применительно к области, показанной на рисунке 1, позволили определить значение площади области с двукратным перекрытием, которая составляет величину 1956.87.

Для расчета общей площади области используется следующая команда из пакета Wolfram Mathematica:

NIntegrate[Boole[(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2 ∨ (x–50)^2+(y–70)^2<=40^2 ∨ (x–70)^2+(y–60)^2<=40^2],{x,–Infinity,Infinity},{y,–Infinity,Infinity}]

Проведенные расчеты показывают, что значение общей площади области составляет величину 7783.42.

Доля площади области с трехкратным перекрытием от общей площади области составляет 34%.

Переходим к решению второй задачи – среднего расстояния от границы области до заданной прямой, параллельной оси ординат. Решение этой задачи осуществляется в несколько этапов.

На первом этапе строится фигура, ограниченная левой границей области и прямой:

RegionPlot[(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2 ∧ (x–50)^2+(y–70)^2<=40^2 ∧ (x–70)^2+(y–60)^2<=40^2 ∧x<=50,{x,0,100},{y,0,100}]

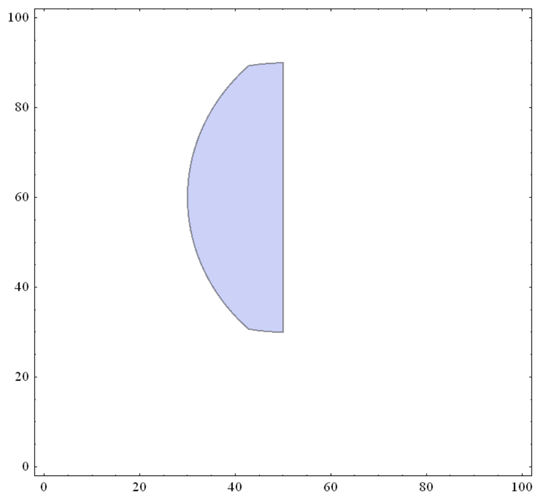


Рис. 2. Область, ограниченная левой границей области с трехкратным перекрытием и прямой, параллельной оси ординат

На следующем этапе определяется минимальное и максимальное значение переменной y на левой границе области:

NMaximize[{y,x==50,(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2,(x–50)^2+(y–70)^2<=40^2,(x–70)^2+(y–60)^2<=40^2},{x,y}]

{90., {x→50., y→90.}}

NMinimize[{y,x==50,(x–50)^2+(y–50)^2<=40^2,(x–50)^2+(y–70)^2<=40^2,(x–70)^2+(y–60)^2<=40^2},{x,y}]

30., {x→50., y→30.}}

После этого определяется минимальное значение переменной x на левой границе области:

NMinimize [{x, (x–50) ^2+(y–50) ^2<=40^2, (x–50) ^2+(y–70) ^2<=40^2, (x–70) ^2+(y–60) ^2<=40^2}, {x, y}]

{30., {x→30., y→60.}}

Далее определяется выражение для переменной x через y на левой границе области:

Solve[{(x–70) ^2+(y–60) ^2==40^2, x<=50}, x, Reals]

{{x→ConditionalExpression [70–$\sqrt{-2000+120y-y^2}$,20(3–$\sqrt{3}$)<y<20 (3+$\sqrt{3}$)]}}

Определяются координаты левого верхнего угла рассматриваемой области:

N[Reduce[(x–50) ^2+(y–50) ^2==40^2 ∧(x–70) ^2+(y–60) ^2==40^2 ∧x<50, {x, y}]]

x==42.8244&&y==89.3511

Определяются координаты левого нижнего угла рассматриваемой области

N[Reduce[(x–50) ^2+(y–70) ^2==40^2 ∧x–70) ^2+(y–60) ^2==40^2 ∧x<50, {x, y}]]

x==42.8244&&y==30.6489

Определяется выражение для переменной x через y на верхней границе рассматриваемой области:

Solve[{(x–50) ^2+(y–50) ^2==40^2, x<=50}, x, Reals]

{{x→ConditionalExpression [50– $\sqrt{-900+100y-y^2}$,10<y<90]}}

Определяется выражение для переменной x через y на нижней границе рассматриваемой области:

Solve[{(x–50) ^2+(y–70) ^2==40^2, x<=50}, x, Reals]

{{x→ConditionalExpression [50–$\sqrt{-3300+140y-y^2}$,30<y<110]}}

После этого вычисляются значения расстояний от точек левой границы области до прямой с интервалом по y, равным 0,1.

V=Table [N [Abs [70–$\sqrt{-2000+120y-y^2}$ –50]], {y,30.6,89.3,0.1}]

Далее вычисляются значения расстояний от точек верхней границы построенной области до прямой с интервалом по y равным 0,1.

V1=Table [N [Abs [50–$\sqrt{-900+100y-y^2}$ –50]], {y,89.3,90,0.1}]

Затем вычисляются значения расстояний от точек нижней границы построенной области до прямой с интервалом по y, равным 0,1.

V2=Table [N [Abs [50–$\sqrt{-3300+140y-y^2}$ –50]], {y,30,30.6,0.1}]

Наконец, полученные массивы расстояний объединяются и вычисляется среднее арифметическое полученных значений.

V3=Flatten [{V, V1, V2}];

Mean[V3]

15.7434

Итак, среднее расстояние от границы полученной области до заданной прямой, параллельной оси ординат, равно приблизительно 15,7.

Таким образом, система Mathematica позволила рассчитать не только площадь области, но и среднее расстояние от ее границы до заданной прямой, параллельной оси ординат. Простота и наглядность, с которыми выполняются требуемые расчеты, делают такой подход удобным при решении поставленных задач.

Для решения первой из поставленных задач можно использовать также хорошо известный метод Монте-Карло. Сущность этого метода, как известно (см., например: [1]), заключается в том, что строится область простой формы (например, квадрат), включающая в себя изучаемую область. После этого строится множество точек со случайными координатами, лежащих в построенном квадрате. Для расчета искомой площади используется факт, заключающийся в том, что при увеличении числа точек их доля, попадающая в исследуемую область, стремится к доле площади исследуемой области в площади квадрата.

В ходе исследования была разработана программа в среде Delphi, реализующая решение поставленной задачи методом Монте-Карло. Программа получает случайным образом координаты 100 000 000 точек, лежащих внутри квадрата с заданной пользователем стороной, выделяет из них те, которые лежат в части области с трехкратным перекрытием или в любой из частей области. После этого рассчитывается площадь области или ее части из пропорции

$$\frac{k}{100000000} = \frac{S_{\text{обл}}}{S_{\text{кв}}},$$

где k – число точек, попавших в область.

Вычисления длятся около минуты. После этого на форме, представленной на рисунке 3, появляются значения площади рассматриваемых областей и доли площади области с трехкратным перекрытием в общей площади области.

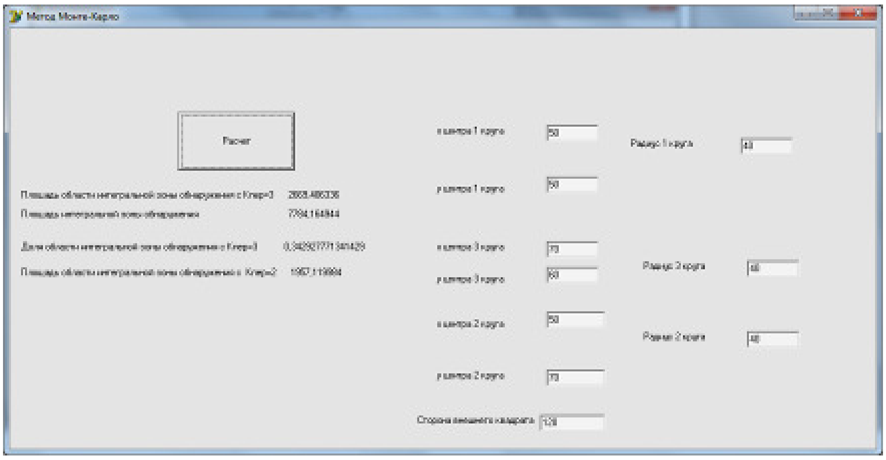


Рис. 3. Основная форма программы

Таким образом, результаты, полученные с помощью системы Mathematica и программы на языке Delphi, реализующей метод Монте-Карло, совпали с точностью 0,02%. В ходе исследования программа, реализующая методику, основанную на методе Монте-Карло, была составлена также на языке MatLab.

Каждый из двух описанных методов решения поставленных задач имеет свои достоинства и недостатки. Система Mathematica позволяет решить обе задачи. Кроме того, вычисления проводятся наглядно, и их реализация не требует знания программирования. Написанная на языке Delphi программа после компиляции может быть установлена на любой компьютер, и ее использование не требует какого-либо дополнительного программного обеспечения. Но с ее помощью можно решить только первую задачу. Кроме того, получение точных результатов требует большого числа случайных точек, что сказывается на времени вычислений.

Список литературы

1. Бахвалов Н.С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975. 632 с.

2. Мауленов К.С., Жарлыкасов Б.Ж., Чубаркова Е.В. Разреженное представление изображений в задачах распознавания с использованием идеи метода Монте-Карло // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. 2019. №. 2. С. 35–38.

3. Константинов Ю.В. Вычисление кратных интегралов методами Монте-Карло и квази-Монте-Карло // Перспективы развития механизации, электрификации и автоматизации сельскохозяйственного производства. 2019. С. 464–468.

ИЗЛОЖЕНИЕ МЕТОДА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ИНДУКЦИИ В ШКОЛЕ

И.С. Харченков, студент физико-математического факультета
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: IlyaKharchenkov@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются метод математической индукции и его изложение в средней школе. Рассмотрены место и роль метода математической индукции в науке, а также уделяется особое внимание его важности как инструмента для развития математического и логического мышления и подготовки учащихся к более сложным математическим идеям. В статье предложена схема изложения темы, которая разделена на два этапа. Рассмотрена гипотеза Коллатца, которая предложена в качестве проблемной задачи.

Ключевые слова: метод неполной индукции, метод полной индукции, метод математической индукции, гипотеза Коллатца.

STATEMENT OF THE METHODS OF MATHEMATICAL INDUCTION AT SCHOOL

I.S. Kharchenkov, student of the Faculty of Physics and Mathematics
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article deals with the method of mathematical induction and its presentation in high school. The place and role of the method of mathematical induction in science are considered, and special attention is paid to its importance as a tool for the development of mathematical and logical thinking and preparing students for more complex mathematical ideas. The article proposes a scheme for presenting the topic, which is divided into two stages. The Collatz hypothesis, which is proposed as a problematic task, is considered.

Keywords: incomplete induction method, complete induction method, mathematical induction method, Collatz conjecture.

Метод математической индукции является мощным инструментом для доказательства утверждений и теорем из многих разделов математики, начиная от алгебры заканчивая геометрией [1]. Однако метод математической индукции может быть сложным для понимания и применения, особенно для учащихся, которые только начинают знакомиться с ним. Это связано с тем, что метод выдвигает ряд требований для его успешного использования [2]. Среди них, кроме понимания сути метода, можно выделить необходимость достаточного развития логического мышления, способностей к абстрактному мышлению, а также умения решать сложные математические задачи.

При этом метод математической индукции занимает особое место в школьной программе, поскольку способствует развитию математических способностей: способностей к формализации и обобщению математического материала и способности к оперированию числовыми и знаковыми символами [3].

Для того чтобы сделать процесс изучения темы «Vетод математической индукции» интереснее и понятнее для учащихся, ее изложение не следует ограничивать рассмотрением лишь самого метода математической индукции. Рекомендуется рассматривать элементы содержания в следующем порядке:

1) метод неполной индукции (МНИ);
2) метод полной индукции (МПИ);
3) метод математической индукции (ММИ).

Изложение темы по такой схеме показывает ход рассуждений ученых, которые получали и доказывали свои математические результаты (например, И. Ньютон и бином Ньютона, О.Л. Коши и неравенство о средних и др.). На уроке математики МНИ и МПИ можно рассматривать на этапе актуализации знаний. ММИ же можно рассматривать на этапах изучения нового материала и его первичного закрепления.

Рассмотрим пример изложения темы «Метод математической индукции» на уроке математики.

I этап. Актуализация знаний.

Данный этап полезно начинать с задачи. Стоит отметить, что разные авторы предлагают разные задачи. Интересно, что различаются также и методики. Например, А.Г. Мерзляк в качестве примера предлагает следующую теорему: сумма нескольких первых нечетных чисел является квадратом некоторого натурального числа. Данное утверждение легко доказывается как средствами девятого класса, так и ММИ. Н.Я. Виленкин, напротив, рассматривает не доказанное на данный момент утверждение, которое носит название «проблема Гольдбаха»: каждое двузначное четное число является суммой двух простых чисел. Данная проблема внесена в список проблем Гильберта и имеет важное место в науке. В настоящее время доказаны более слабые утверждения и проверены конкретные числа вплоть до $4 \cdot 10^{18}$.

В качестве примера также можно использовать следующее утверждение.

Гипотеза Ко́ллатца

Рассмотрим последовательность чисел, начинающуюся с натурального числа n и построенную так, что:

$$x_{n+1} = \begin{cases} 2x_n, \text{если } x_n - \text{четное}, \\ 3x_n + 1, \text{если } x_n - \text{нечетное}. \end{cases}$$

Любая такая последовательность будет содержать бесконечное количество единиц.

Использование именно этого утверждения (данную проблему также называют дилеммой $3n + 1$) на уроке удобно тем, что ученикам не обязательно сообщать формулировку теоремы: достаточно сообщить о самом вопросе и о его алгоритме. Например, можно предложить учащимся построить указанные выше последовательности для первых 5–10 натуральных чисел. Они будут иметь следующий вид:

$n = 1$: $1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \ldots$;
$n = 2$: $2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, \ldots$;
$n = 3$: $3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, \ldots$;
$n = 4$: $4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 2, \ldots$;
$n = 5$: $5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, 4, \ldots$;
$n = 9$: $9, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, \ldots$.

Здесь видно, что в любой последовательности из ее членов образуется повторяющаяся часть $\{4,2,1\}$. Именно этот факт оказался основой для формулировки гипотезы.

Формулировка гипотезы и ее смысл вполне просты, чтобы учащиеся, построив последовательности, могли сформулировать ее утверждение, утверждение о повторяющейся части или любое другое эквивалентное им. На этом этапе применяется МНИ, так как МНИ и есть формулирование общего результата (правила, закона) на основе эксперимента, проведенного несколько раз [4].

На этом этапе также применим и МПИ. Для этого можно предложить учащимся сформулировать утверждение для первых, например, тридцати натуральных чисел.

Организовать проверку утверждения гипотезы для такого большого числа случаев можно с помощью индивидуальной или парной работы. Однако для проверки не следует брать слишком много чисел, так как с увеличением начального числа увеличивается количество шагов до появления первой единицы (для числа 27 нужно выполнить 111 шагов, при этом достигается значение 9232).

II этап. Изучение нового материала и первичное закрепление.

Переходя к изучению сущности ММИ, для учащихся следует отметить, что с помощью МПИ, т.е. проверкой выполнимости утверждения гипотезы для конечного набора начальных чисел, его нельзя доказать для любого натурального числа – для этого нужно применять ММИ.

Как известно, ММИ позволяет свести доказательство теоремы или гипотезы (в формулировку которой входит натуральный параметр) к доказательству двух утверждений: базы индукции и ее шага [4]. Важно отметить, что аналогия с костями домино позволяет лучше понять суть метода.

В качестве примеров, демонстрирующих возможности ММИ, следует использовать равенства, которые уже были изучены школьниками: формулы n -х членов арифметической и геометрической прогрессий и их сумм. Так удобно показать, что ММИ вполне просто встраивается в систему знаний учащихся. В качестве заданий для закрепления могут выступать классические задачи на доказательства соотношений суммы квадратов и кубов нескольких первых натуральных чисел, а также примеры телескопических сумм.

В конце урока необходимо вернуться к гипотезе Коллатца и сообщить учащимся, что доказать данное утверждение на данный момент не удалось. Вопрос открыт, поскольку нельзя заранее предсказать поведение последовательности по ее начальному числу. Нельзя заявить, что в последовательности с любым начальным числом образуется повторяющаяся часть $\{4,2,1\}$. Однако стоит отметить, что с помощью современных вычислительных средств ее удалось проверить вплоть до 2^{68}.

Вообще, использование данной гипотезы в качестве проблемной задачи на уроке математики позволит пробудить интерес к изучению математики и информатики за счет простоты ее формулировки. Во-первых, проблема еще не решена, чем может быть интересна учащимся, во-вторых, после ознакомления с ней у учащихся может возникнуть желание самостоятельно написать программу и проверить гипотезу для больших чисел.

Метод математической индукции играет ключевую роль в развитии у учащихся навыков логического мышления и способностей к формализации и систематизации знаний. Он служит основой для понимания и решения сложных задач, а также для дальнейшего изучения математики на более глубоком уровне.

Список литературы

1. Костин С.В. Возможности и ограничения метода математической индукции // Бесконечномерный анализ, стохастика, математическое моделирование: новые задачи и методы. Проблемы математического и естественнонаучного образования. М.: РУДН, 2015. С. 422–430.

2. Северцов С.А., Вильданова В.Ф. Метод математической индукции на уроках математики в средней школе // Современные физика, математика, цифровые и нанотехнологии в науке и образовании. Уфа. 2022. С. 121–125.

3. Соргина П.И., Иванюк М.Е. Методические аспекты изучения метода математической индукции // XX Всероссийская студенческая научно-практическая конференция Нижневартовского государственного университета. Нижненвартовск. 2018. С. 546–551.

4. Соминский И.С. Метод математической индукции. М.: Наука, 1965.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОБЛЕМ КАЧЕСТВА ОБУЧЕНИЯ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Н.И. Попов, доктор пед. наук, кандидат физ.-мат. наук,
Е.А. Канева, специалист УМЦ ИТНИТ
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина (Россия, Сыктывкар)
e-mail: popovnikolay65@mail.ru, kaneva.zhenya@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается один из способов управления качеством обучения студентов в вузе – использование коэффициента ранговой корреляции Спирмена для выявления и анализа связей между различными смежными дисциплинами на основе оценок экзаменационных сессий отдельно взятой академической группы студентов.

Ключевые слова: корреляционный анализ, обучение студентов.

STUDY OF QUALITY PROBLEMS OF EDUCATION OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS AND COMPUTER SCIENCE USING STATISTICAL ANALYSIS

N.I. Popov, doctor of pedagogical sciences, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
E.A. Kaneva, Specialist of the Educational and Methodological Center of the Institute of Exact Sciences and Information Technologies
Syktyvkar State University named after Pitirim Sorokin (Russia, Syktyvkar)

Abstract. The article discusses one of the ways to manage the quality of student learning at a university – the use of the Spearman rank correlation coefficient to identify and analyze relationships between various related disciplines based on the assessments of examination sessions of a single academic group of students.

Keywords: correlation analysis, student education.

Перед высшими учебными заведениями стоит задача подготовки высококвалифицированных педагогов, обладающих фундаментальными знаниями, способных к постоянному саморазвитию, получению новых знаний, умений и навыков в процессе своей профессиональной деятельности.

Вопросы, касающиеся качества образования студентов в высшем учебном заведении, его управления, фундаментализации, затрагиваются авторами во многих работах, в частности, в [3; 4; 7; 8].

Преподаватель вуза при обучении студентов, несомненно, должен задаваться вопросами: «Оказывают ли влияние друг на друга различные дисциплины?», «Существуют ли междисциплинарные связи между предметами, и если да, то насколько они сильны?», «Какой анализ можно провести на основе оценок экзаменационных ведомостей студентов?», «Возможно ли с помощью этих оценок прогнозировать результаты обучения студентов в будущем?»

Оценки, полученные студентами во время сессий, несут достаточно много информации, являются одним из основных структурных компонентов процесса обучения [7]. Для анализа учебной деятельности студентов используются математические методы [2]. На основе статистического анализа оценок текущей экзаменационной сессии имеется возможность прогнозировать результаты аттестации в дальнейшем, а также выявить факторы, оказывающие влияние на успеваемость студентов [4; 5; 9]. Применение элементов корреляционного анализа в образовательном процессе позволяет выявить наличие или отсутствие связей между различными смежными дисциплинами.

В частности, выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена определяет степень тесноты связи между двумя качественными признаками. При этом под качественными признаками понимают те, которые нельзя измерить точно, но они позволяют сравнивать объекты между собой [1; 6].

Для проведения исследования была выбрана академическая группа направления подготовки «Педагогическое образование» (профиль: Математика и информатика) Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина. Были исследованы экзаменационные оценки группы за период обучения с 2014 по 2019 год (с 1 по 5 курс) по следующим дисциплинам: Высшая математика (ВМ), Общая информатика (ОИ), Алгебра и теория чисел (АТЧ), Геометрия (Г), Программирование (Пр), Электронные образовательные ресурсы (ЭОР), Компьютерное моделирование (КМ), Численные методы (ЧМ), Современные web-технологии (W), Методика обучения информатике (МОИ), Задачи ЕГЭ по математике (ЗЕМ), Методика обучения математике (МОМ) (табл. 1).

Таблица 1

Оценки экзаменационных ведомостей академической группы

№ студента	ВМ 1	ОИ 2	АТЧ 3	Г 4	Пр 5	ЭОР 6	КМ 7	ЧМ 8	W 9	МОИ 10	ЗЕМ 11	МОМ 12
1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
2	4	4	3	4	4	4	4	3	3	4	5	4
3	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
4	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	5
5	5	5	4	4	4	5	5	5	5	4	5	4
6	4	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
7	5	5	4	4	4	4	4	5	4	4	5	5
8	4	4	3	4	4	3	5	4	4	3	4	3
9	5	5	5	4	5	4	5	5	5	5	5	5
10	4	5	4	4	3	4	5	4	4	5	5	5
11	4	5	5	4	4	4	4	5	5	5	5	4
12	4	5	3	4	4	4	4	3	3	4	4	3
13	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4

Используя ранги оценок и формулы из [6], были вычислены выборочные коэффициенты Спирмена $\tau_в$ и критические точки $T_{кр}$ по некоторым парам смежных дисциплин (табл. 2).

Таблица 2

Значения $T_{кр}$, $\tau_в$ для некоторых пар дисциплин

	1-3	1-4	6-7	11-12	2-10	3-12	1-8	4-11	3-4	3-8	2-6	5-6	6-9	4-12
$T_{кр}$	0,46	0,43	0,52	0,39	0,44	0,42	0,41	0,49	0,44	0,42	0,48	0,46	0,49	0,46
$\tau_в$	0,69	0,73	0,58	0,79	0,72	0,75	0,76	0,63	0,72	0,75	0,65	0,69	0,64	0,68

В таблице 2 числа 1, 2, …, 12 соответствуют номерам дисциплин в таблице 1. Найденные выборочные коэффициенты $\tau_в$ характеризуют степень тесноты связи между дисциплинами, например, устойчивые связи выявлены между парами смежных дисциплин «Высшая математика» и «Геометрия», «Задачи ЕГЭ по математике» и «Методика обучения математике», «Общая информатика» и «Методика обучения информатике», «Алгебра и теория чисел» и «Методика обучения математике», «Высшая математика» и «Численные методы», «Алгебра и теория чисел» и «Геометрия», «Алгебра и теория чисел» и «Численные методы» (0,73; 0,79; 0,72; 0,75; 0,76; 0,72; 0,75 соответственно).

Средняя степень тесноты связи определилась между дисциплинами «Высшая математика» и «Алгебра и теория чисел», «Геометрия» и «Задачи ЕГЭ по математике», «Общая информатика» и «Электронные образовательные ресурсы», «Программирование» и «Электронные образовательные ресурсы», «Электронные образовательные ресурсы» и «Современные web-технологии», «Геометрия» и «Методика обучения математике» (0,69; 0,63; 0,65; 0,69; 0,64; 0,68 соответственно). Кроме того, выявлена относительно слабая связь между дисциплинами «Электронные образовательные ресурсы» и «Компьютерное моделирование» (значение выборочного коэффициента 0,58). Следует отметить, что в таблице 2 значения $T_{кр}$ для каждой рассматриваемой пары меньше соответствующих выборочных коэффициентов $\tau_в$, что позволяет утверждать о значимости полученных результатов.

Используя элементы корреляционного анализа, можно провести исследование на основе данных экзаменационных ведомостей академической группы и определить, насколько сильны или являются слабыми междисциплинарные связи. При изучении определенных учебных предметов студенты опираются на знания, полученные ранее от смежных дисциплин в предыдущих семестрах, следовательно, стоит обратить внимание на качество преподаваемого материала этих предметов, чтобы сформировать у обучаемых прочные знания, необходимые им в дальнейшей профессиональной деятельности. Некоторые учебные дисциплины являются фундаментальными для изучения последующих предметов. Поэтому в тех случаях, когда выявляются слабые связи между смежными дисциплинами, необходимо провести дополнительный анализ и определить, какие факторы могли оказать воздействие на рассматриваемую ситуацию. Возможно, проблема заключается в недостаточном уровне качества учебного материала, преподаваемого по какой-либо дисциплине из рассматриваемой пары. Может быть, недостаточное количество времени выделено для изучения какого-либо учебного предмета. Кроме того, несомненно, нельзя исключать и влияние уровня математической и информационной подготовки студентов рассматриваемой академической группы.

Список литературы

1. Аббасов М.Э., Перегудин С.И., Щербакова Н.Л. Коэффициенты ранговой корреляции, конкордации и проверка гипотез на их основе // Специальная техника и технологии транспорта. 2021. № 12. С. 257–262.
2. Маслак А.А. Статистический анализ успеваемости студентов в рамках теории латентных переменных // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. 2020. Т. 10, № 3–4. С. 75–89.
3. Николаева М.В. «Автомат»: быть или не быть // Мир науки, культуры, образования. 2021. № 6(91). С. 96–100.
4. Попов Н.И., Канева Е.А., Болотин Э.С. Исследование специальных способностей студентов вуза при обучении математике // Мир науки, культуры, образования. 2022. № 1(92). С. 110–113.
5. Попов Н.И., Канева Е.А. Использование корреляционного анализа при исследовании качества обучения будущих учителей математики и информатики // Гуманитарные науки и образование. 2022. Т. 13, № 4(52). С. 95– 99.
6. Попов Н.И. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике для психологов: учеб. Пособие. Йошкар-Ола: Мар. гос. ун-т, 2006. 76 с.
7. Попов Н.И. Фундаментализация университетского математического образования: монография. Елец: ЕГУ им. И. А. Бунина, 2021. 174 с.

8. Попов Н.И., Шустова Е.Н. Об эффективности использования методических подходов при изучении элементарных функций будущими учителями математики // Вестник Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. 2018. № 1(18). С. 139–144.

9. Сокольников А.Н. Математические методы в анализе учебной деятельности студентов // Педагогическое образование и наука. 2022. № 2. С. 135–138.

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ СРЕДСТВАМИ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

О.С. Кипяткова, старший преподаватель
Ярославский государственный педагогический университет имени К.Д. Ушинского (Россия, Ярославль)
e-mail: kipyatkovaoksana@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается формирование исследовательской деятельности будущих учителей начальных классов, позволяющее усовершенствовать их профессиональную подготовку. Приведен пример применения укрупненной дидактической единицы комбинаторного характера.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, учителя начальных классов, укрупненные дидактические единицы, комбинаторные задачи.

FORMATION OF RESEARCH ACTIVITY OF FUTURE PRIMARY SCHOOL TEACHERS BY MEANS COMBINATORIAL PROBLEMS

O.S. Kipyatkova, senior lecturer
Yaroslavl Sate Pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Russia, Yaroslavl)
e-mail: kipyatkovaoksana@mail.ru

Abstract. The article discusses the formation of research activities of future primary school teachers, which allows improve their professional training. It is given an example of application of an enlarged didactic unit of a combinatorial nature

Keywords: research activities, primary school teachers, enlarged didactic unit, combinatorial problems.

Совершенствование подготовки будущих учителей начальных классов является одной из ключевых задач современного образования. Общество нуждается в грамотном учителе, который может найти нестандартные подходы к восприятию новых идей и инновационные способы решения, способен к реализации профессиональных задач. Исходя из этого, одним из базовых видов профессиональной деятельности в вузе должно стать развитие и совершенствование исследовательской подготовки студентов.

Составной частью профессиональной компетенции будущих учителей начальных классов являются исследовательские умения, развитию которых способствует наличие опыта самостоятельного осуществления исследовательской деятельности. Данную деятельность учителя начальных классов нельзя свести только к формированию у него таких умений, как умение работать с научной информацией; умение выдвигать и обосновывать гипотезы; умение прогнозировать результаты и проектировать будущую деятельность; умение осознанно выполнять этапы научного поиска [4]. Данный подход слишком узок и не отражает всего многообразия и сложности самого феномена, поэтому необходимо формировать не отдельные исследовательские умения у будущих учителей начальных классов, а целостную исследовательскую деятельность, в основе которой лежит принцип фундаментальности [1].

Термин «исследовательская деятельность» имеет многоплановое смысловое наполнение, и до сих пор не существует однозначного понимания сущности данного понятия. Однако можно выделить два подхода к пониманию этого феномена. Первый подход заключается в раскрытии организационно-педагогического аспекта исследовательской деятельности. При другом подходе центральное внимание уделено ее роли в развитии личности [3]. В нашей работе мы придерживаемся второго подхода: деятельность выступает процессом, способствующим удовлетворению интеллектуальных потребностей, активизации личностной позиции, формированию мировоззрения, созданию предпосылок для научного образа мышления, развитию интеллектуальной инициативы и исследовательского типа мышления. Наш опыт показывает, что исследовательскую деятельность будущих учителей начальных классов целесообразно формировать в рамках преподаваемых учебных математических дисциплин. Так навыки исследовательской деятельности, возникнув первоначально внутри математики, будут неизбежно перенесены в сферу профессиональной деятельности учителя [5].

Известно, что важнейшим видом учебной деятельности в рамках изучения математических дисциплин в вузе является решение задач, в том числе комбинаторного характера. Под комбинаторными будем понимать задачи, требующие перебора всех возможных вариантов, составления различных комбинаций из конечного числа элементов и подсчета их количества. Потенциал данного класса задач огромен и для формирования исследовательской деятельности будущих учителей начальных классов. Это связано с тем, что традиционный комбинаторный заданный материал может быть преобразован к виду, удовлетворяющему концепции укрупнения дидактических единиц (УДЕ) в смысле Эрдниева [2]. В свою очередь, применение данной концепции будет обеспечивать воспроизведение важных свойств математических исследований.

Приведем пример небольшой УДЕ, состоящей из пяти заданий, и проанализируем процесс ее составления. В ходе решения системы таких задач студенты приобретают навыки самостоятельного исследования, поиска решения проблемы на основе глубокого (фундаментального) осознания ранее полученных сведений.

Задача 1. Преподаватель хочет выбрать двоих студентов для участия в научной конференции. В группе двадцать студентов. Сколькими способами можно это сделать?

Комментарий. Является типичной комбинаторной задачей на использование формулы для числа сочетаний. Студент решает «готовую» задачу.

Задача 2. Составьте задачу, обратную к задаче 1, и решите её.

Комментарий. Прежде всего студенту необходимо определить, какая задача могла бы считаться обратной к данной. Воспроизводя структуру исходной задачи, он может наглядно представить данные, входящие в ее условие, и величину, которую требуется найти. В результате такого исследования он придет к выводу, что в предложенном задании следует сделать неизвестным другой компонент структуры.

Возможна следующая *формулировка задачи.* Для участия в научной конференции преподаватель хочет назначить двоих студентов из группы. Известно, что существует 190 способов это сделать. Сколько человек в студенческой группе?

Комментарий. Несмотря на то, что представленная задача является текстовой, при ее решении необходимо найти корни комбинаторного уравнения относительно переменной *n* ($C_n^2 = 190$). Это возможно осуществить несколькими способами. Первый заключается в переборе вариантов. Второй способ – в преобразовании исходного уравнения $\frac{n!}{2!\cdot(n-2)!} = 190$ к виду $n(n-1) = 380$. Важно помнить, что при решении комбинаторных уравнений полученное значение – только натуральное число. В результате для будущих учителей начальных классов такая деятельность будет являться исследовательской.

Задача 3. Составьте и решите другую задачу, обратную к задаче 1.

Комментарий. При решении студент использует результат исследования структуры исходной комбинаторной задачи.

Возможная *формулировка.* В группе 20 человек. Преподаватель хочет выбрать нескольких студентов для участия в конференции. Известно, что существует 190 способов это сделать. Сколько человек отправят на научную конференцию?

Задача 4. В студенческой группе 20 человек, из них 14 девушек и 6 юношей. Сколькими способами можно выбрать двух студентов одного пола для участия в научной конференции?

Комментарий. Является комбинаторной задачей, при решении которой используются правила суммы и произведения.

Задача 5. Обобщите задачу 4.

Комментарий. Является комбинаторной задачей.

Возможная *формулировка.* В студенческой группе n человек, среди них a девушек и b юношей. Сколькими способами можно выбрать двух студентов одного пола для участия в научной конференции?

Приведенная серия задач составлена таким образом, что каждая задача воспроизводит структуру УДЕ в смысле Эрдниева [2, с. 105]. Гораздо важнее, что она воспроизводит структуру исследовательской деятельности.

Таким образом, в результате решения на практических занятиях задач комбинаторного характера преподаватель расширяет круг учебных задач для будущих учителей начальных классов. При таком подходе математика предстает перед ними уже не как учебная дисциплина, а как поле для самостоятельных открытий и исследований. Деятельность студентов при выполнении таких заданий будет соотноситься с деятельностью ученого-исследователя. Следовательно, установка на исследование и наличие развитых навыков исследовательской деятельности в современных условиях обеспечивает продуктивность целостной деятельности учителя начальных классов.

Список литературы

1. Кипяткова О.С. Реализация основных идей принципа фундаментальности при изучении курсов «Теоретические основы начального курса математики» и «Математика» // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета. 2022. № S2(37). С. 69–71.
2. Кипяткова О.С. Принцип фундаментальности математического курса, укрупненная дидактическая единица и комбинаторика // Совершенствование качества профессиональной подготовки будущего учителя начальных классов в области естественно-математического образования: сборник научных статей национальной научно-практической конференции. Ярославль. 2019. С. 104–111.
3. Миронова А.М. Исследовательская деятельность как способ развития интеллектуально одаренных школьников // Вестник ТГПУ (TSPU Bulletin). 2016. № 12(177). С. 38–32.
4. Стойлова Л.П. Система формирования исследовательских умений у будущих учителей начальных классов в процессе их подготовки в пед колледже и в университете // Современные проблемы науки и образования: сб. науч. статей. М.: МПГУ, 2008. Вып. 2. С. 5–21.
5. Ястребов А.В. Научное мышление и учебный процесс – параллели и взаимосвязи: монография. Ярославль: ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 1997. 137 с.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В ВУЗЕ

ИСТОРИКО-КРАЕВЕДЧЕСКИЕ ФАКТЫ ПРИ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

М.Е. Сангалова, кандидат пед. наук, доцент
Арзамасский филиал Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского (Россия, Арзамас)
e-mail: smolyanka77@mail.ru
С.В. Федорова, кандидат пед. наук, доцент
Арзамасский филиал Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, (Россия, Арзамас)
e-mail: sveta_fedorov@mail.ru

Аннотация. В статье обсуждаются пути использования историко-краеведческих фактов при подготовке учителей математики. Перспективной представляется деятельность студентов по составлению задач, их систематизации и структурированию.

Ключевые слова: высшее образование, подготовка учителей математики, задачи с культурно-историческим содержанием.

LOCAL HISTORY FACTS IN THE PREPARATION OF MATHEMATICS TEACHERS

M.E. Sangalova, PhD in pedagogy, associate professor
Arzamas branch of the National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod (Russia, Arzamas)
S.V. Fedorova, PhD in pedagogy, associate professor
Arzamas branch of the National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod (Russia, Arzamas)

Abstract. The article discusses ways to use local history facts in the preparation of mathematics teachers. The activity of students in creating up tasks, their systematization and structuring seems to be promising.

Keywords**:** higher education, training of mathematic teachers, tasks with cultural and historical content.

Одной из современных тенденций развития математики как науки является ее конвергенция (сближение) с другими науками, причем не только с близкими к ней, такими как физика и информатика, но и с гуманитарными. Противопоставление «физиков» и «лириков» уже не кажется столь уместным, когда идет речь о математическом моделировании в истории, литературе и т.п.

Н.С. Подходова и В.В. Орлов отмечают, что «реализация культурологического подхода при обучении математике, в первую очередь, позволит повлиять на достижение личностных и метапредметных результатов, т.к. становление многих личностных особенностей определяется освоением человеком культуры…» [1].

Математика в британской энциклопедии определяется как наука о структуре, порядке и отношениях [3]. «Меня занятия математикой приближают к пониманию мира и позволяют достигать гармонии. Любознательность и поиск красоты – это некая движущая сила для ученого», – утверждает в своем интервью С.К. Смирнов [2]. Как раз о красоте, порядке и гармонии задумывается турист, замерший в восхищении перед величественным архитектурным творением.

Можно отметить, что освоение любого знания идет успешнее, если есть возможность опоры на личный опыт учащегося, в том числе и эмоционально окрашенный опыт. Субъективную же «сложность» математики часто объясняют ее большой абстрактностью (т.е. как раз невозможностью опоры на личный опыт).

Обучение математике возможно только через решение задач. Этим же способом проверяется и успешность обучения. Именно задача является кирпичиком в здании математической грамотности ученика.

Вышесказанное определяет актуальность использования в обучении задач с культурно-историческим и краеведческим содержанием. Предпосылками максимально широкого применения подобных задач являются:

1) тенденция конвергенции в современном мире;

2) потенциал для успешного формирования личностных и метапредметных результатов;

3) решение задач патриотического воспитания;

4) возможность опоры на личный опыт и его эмоциональная окраска;

5) следование сути математических знаний.

Таким образом, при подготовке учителей математики следует организовать деятельность по составлению и систематизации задач с историко-краеведческим содержанием и разработать методические рекомендации по их использованию.

Эта работа будет более эффективна, если обеспечить активную позицию студентов, понимание ими сущности и потенциала данных задач для развития школьников. Ниже предложена совокупность мероприятий такого направления.

1. Проекты «Геометрия в архитектуре» при освоении дисциплины «Методы исследовательской и проектной деятельности». Студенты делятся на малые группы (1–3) человека. Каждой группе предлагается разработать учебный проект, результатом которого является видеофильм. Требования к фильму: продолжительность – более 5 минут; количество объектов (зданий, сооружений и т.п.) – три или более; есть культурно-исторические сведения про объекты; все количественные данные являются достоверными; в фильме построены геометрические модели и составлены задачи по каждому объекту. Возможные элементы фильма: справочные материалы как исторического, так и математического содержания; музыкальное сопровождение; решение задач и ответы к ним.

2. Всероссийский конкурс проектных работ студентов и школьников «Математические задачи с культурно-историческим содержанием». Данный конкурс проводился как региональный начиная с 2021 года. Целями конкурса являются развитие познавательной мотивации, углубление математических знаний, осуществление гражданского, патриотического, духовно-нравственного воспитания обучающихся через интеграцию образовательных областей. На конкурс принимаются работы в виде задачников, фильмов и комиксов.

3. Проект «Разработка цифровой платформы “Математико-исторические факты родного края”». Цель проекта: создать и протестировать на потенциальных клиентах (учителях и учениках) в течение года цифровую платформу «МИФы родного края», которая будет содержать банк математических задач с историко-краеведческим содержанием и справочные материалы в виде исторических сведений. Банк планируется ежегодно пополнять и расширять за счет материалов Всероссийского конкурса задач. Предполагается структурирование базы задач по классам и по географии. Данный проект вышел в финал X Всероссийского конкурса «Инноград: лифт в будущее» в 2021 году, а в 2022 году завоевал диплом I степени в X конкурсе инновационных идей «Иннобизнес» в номинации «Добрые технологии».

4. Разработка математических экскурсий в реальном и виртуальном формате. В настоящее время такая форма работы редко становится объектом внимания исследователей, тогда как пятьдесят лет назад выполнялось значительное число методичес-

ких разработок на эту тему. Математические экскурсии могут быть посвящены определенной теме, а могут систематизировать материал целого раздела и даже учебного года. Важно также место проведения экскурсии. Так, например, студенты Арзамасского филиала ННГУ группы 8219ОБ-2МФ направления «Педагогическое образование», профили подготовки «Математика и физика», приняли участие в экскурсии-квесте «Живая геометрия». Они не только ознакомились «изнутри» с такой формой проведения занятия, но и вспомнили формулы из школьного курса стереометрии, посетили «Дендрарий г. Арзамаса» (памятник природы регионального значения) и пробежали около 3 км.

Описанные выше мероприятия являются самостоятельными и имеют свои цели, задачи и результаты. Однако между ними есть взаимосвязи (рис. 1). Например, фильмы, созданные студентами в рамках проекта «Геометрия в архитектуре», могут быть представлены на Всероссийском конкурсе по составлению математических задач. Банк задач, расположенных на цифровой платформе «МИФы родного края», может пополняться задачами из фильмов, комиксов и задачников призеров конкурса.

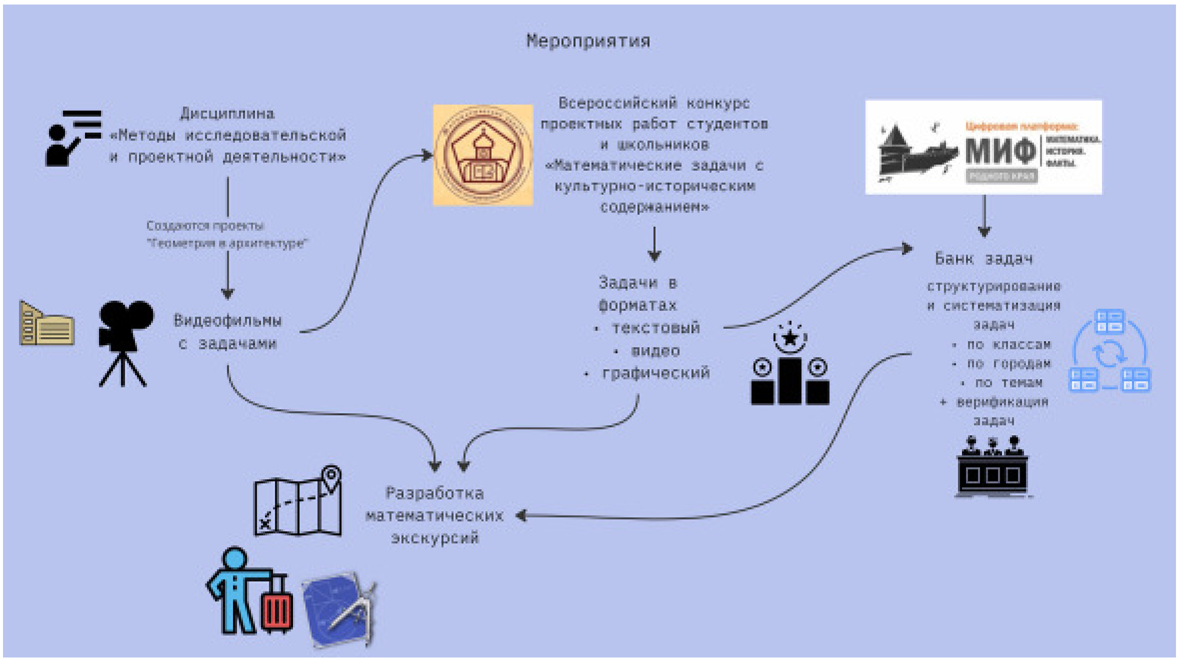


Рис. 1. Схема взаимосвязей

Задачи с использованием историко-краеведческого материала, позволяют детям представить себя на месте архитекторов, строителей, путешественников и других жителей своего города, района. Это способствует лучшему пониманию сути математики как науки о математических моделях объектов и процессов реального мира. Такие задачи позволяют более подробно изучить историю архитектурных шедевров и их создания, судьбы знаменитых земляков, узнать новые факты о жизни наших предков, совершить путешествие по дорогам, по которым ходили наши деды и прадеды.

Список литературы

1. Подходова Н.С., Орлов В.В. Культурологический подход как основа реализации метапредметной функции математики в школе // Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «72 Герценовские чтения». СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2019. С. 91–98.

2. Смирнов С. Ситуация вокруг выхода России из Болонской системы // Tass.ru: сайт. 2022. 29 декабря. URL: https://tass.ru/interviews/16712133 (дата обращения: 01.07.2023).

3. Mathematics // Britannica. URL: https://www.britannica.com/science/mathematics (дата обращения: 01.07.2023).

ТУРНИР ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКЕ: СОСТАВЛЕНИЕ ЗАДАЧ, ТРЕБУЮЩИХ ПРИВЛЕЧЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

М.В. Шабанова, доктор пед. наук, профессор
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова (Россия, Архангельск)
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
М.А. Павлова, кандидат пед. наук, доцент
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова (Россия, Архангельск)
e-mail: m.pavlova@narfu.ru
Р.Н. Николаев, PhD, профессор
Экономический университет - Варна (Болгария, Варна)
e-mail: nikolaev_rosen@ue-varna.bg

Аннотация. В статье раскрывается специфика задач, предлагаемых участникам турнира по экспериментальной математике. Особое внимание уделяется составлению задач, решение которых требует привлечения систем динамической математики.

Ключевые слова: экспериментальная математика, турнир, составление задач, системы динамической математики, GeoGebra.

TOURNAMENT OF EXPERIMENTAL MATHEMATICS: DRAWING UP TASKS THAT REQUIRE, USING OF A COMPUTER EXPERIMENT

M.V. Shabanova, doctor of Pedagogical Sciences, full professor
Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov (Russia, Arkhangelsk)
e-mail: shabanova.maria-pomorsu@yandex.ru
M.A. Pavlova, candidate of Pedagogical Sciences, associate professor
Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov (Russia, Arkhangelsk)
e-mail: m.pavlova@narfu.ru
R.N. Nikolaev, PhD, professor
University of Economics – Varna (Bulgaria, Varna)
e-mail: nikolaev_rosen@ue-varna.bg

Abstract. The paper reveals the specifics of the tasks offered to the participants of the tournament of experimental mathematics. Special attention is paid to the compilation of problems, the solution of which requires the involvement of dynamic mathematics systems.

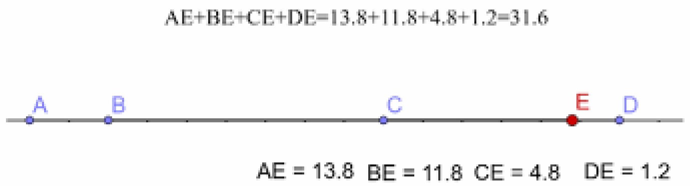
Keywords: experimental mathematics, tournament, problem solving, dynamic mathematics systems, GeoGebra.

Учредителями турнира по экспериментальной математике является кафедра экспериментальной математики и информатизации образования Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова. Турнир проводится ежегодно, начиная с 2015 года. До 2020 года его участниками могли быть только учащиеся 7-9 классов общеобразовательных школ. Сегодня возрастные рамки расширены.

В нем могут участвовать школьники, начиная с 5 класса. Информацию о турнире можно найти на его официальном сайте [1]. География участников с каждым годом расширяется. Это объясняется тем, что турнир бесплатный и его могут проводить любые образовательные организации, которые изъявили желание зарегистрироваться как представители учредителя турнира. В 2023 году в нем приняли учащиеся из Архангельска, Северодвинска, Новодвинска и других городов Архангельской области, а также Красноярска, Иркутска, Перми, Среднеуральска.

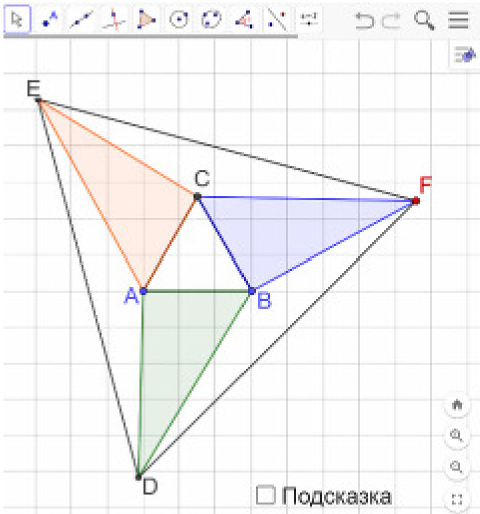
В ходе соревнования участникам предлагается не только решать, но и составлять свои задачи, применять не только теоретические, но и экспериментальные методы. Турнирное задание традиционно состоит из 6 задач. Архив заданий с решениями, ответами и критериями оценки размещен на сайте турнира [1]. Кульминационной, по замыслу организаторов, является задача № 5. Она обязательно является авторской. В составлении этой задачи принимали участие: Р.Н. Николаев (2016, 2017, 2018, 7-9 класс 2019 г., 8, 9 классы, 2021 - 2023 г. 9 класс), В.И. Рыжик (2015 г, 8 класс), А.И. Сгибнев (2019, 2020 г. 7 класс, 2021 г. 5-6, 8 классы), М.В. Шабанова (2023, 7 класс), А.В. Ястребов (2015 г. 9 класс, 2020 г. 8 класс, 2021 г. 7 класс). Составление задач для турнира – это волонтерская работа и приветствуется любая инициатива. В связи с этим очень важно обсудить вопрос о требованиях, предъявляемых к данной задаче. Главным из них является то, что задача должна быть составлена с таким расчётом, чтобы мотивировать учащихся воспользоваться для поддержки решения теми возможностями, которые предоставляют системы динамической математики. Проиллюстрируем выполнение этого требования на четырех примерах задач, составленных разными авторами в разные годы и для разных категорий участников турнира. Для того, чтобы дать читателям возможность самим прочувствовать роль компьютерного эксперимента в их решении для каждой задачи, приведем изображение динамической модели и дадим QR-коды для перехода к этим моделям.

1. (*5-6 классы, А.И. Сгибнев, 2021 год*). В селе вдоль прямой улицы стоят четыре дома. Бизнесмен планирует построить магазин на той же улице так, чтобы суммарной расстояние от всех домов до магазина было наименьшим. Где он должен это сделать?



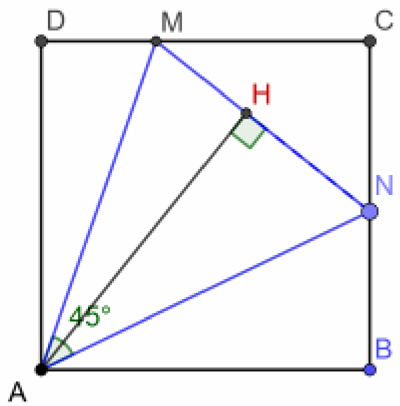
Для учащихся 5-6 классов, не готовых к доказательным обобщенным рассуждениям, условие задачи из примера 1 кажется недостаточно определенным: нет сведений о расстояниях между домами, о порядке их расположения на улице. Множественность возможных вариантов конкретизации условия и выступает мотивом построения динамического чертежа, позволяющего варьировать расположение точек без перестройки модели, а также отслеживать зависимость суммарного расстояния от положения точки E на прямой. Задачи для возрастной категории 5-6 классов, могут не включать требования теоретического объяснения (обоснования) выводов, сделанных на основе данных эксперимента.

2. (*7 класс, М.В. Шабанова, 2023 год*). Дан равносторонний треугольник ABC. На сторонах этого треугольника, вне его построены неравнобедренные произвольные, но равные друг другу треугольника ABD, CAE и BCF (последовательность букв в записи названий треугольников указывает на соответственно равные элементы, например $BD=AE=CE$). Вершины D, E и F соединены отрезками. В результате получен треугольник DEF. Какими свойствами должны обладать треугольники ABD, CAE и BCF, чтобы стороны треугольника DEF были параллельны сторонам треугольника ABC. Обоснуйте свой вывод.



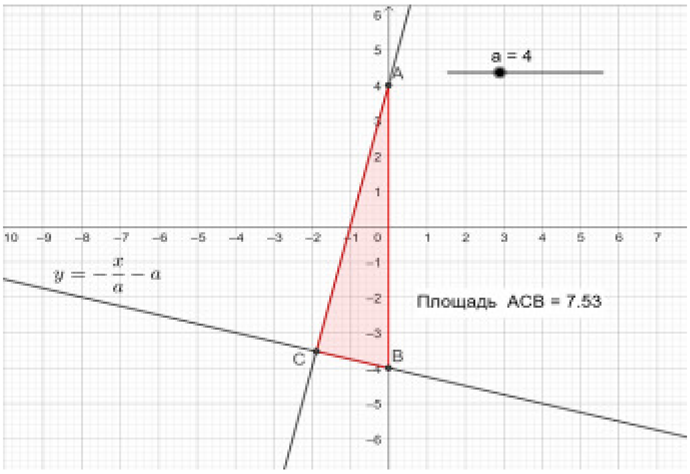
Дополнительным мотивом, привлечения систем динамической математики к решению задачи из примера 2 является открытый вопрос, который не содержит указаний, какое свойство треугольников, построенных на сторонах треугольника ABC, является искомым. Для учащихся 7 классов требованием задачи определяется необходимость теоретического обоснования полученных выводов.

3. (*8 класс, В.И. Рыжик, 2015 год*). В квадрат *ABCD* вписан треугольник *AMN* (точки *M* и *N* лежат на сторонах квадрата). В треугольнике *AMN* из вершины *A* проведена высота *AH*. Известно, что угол *NAM* равен 45°. Какую кривую опишет точка *H*, если перемещать точку *N* по периметру квадрата?



Сложность задачи, предложенной В.И. Рыжиком, состоит в отсутствии базовых знаний аналитической геометрии у учащихся 8 классов для определения формы геометрического места точек (ГМТ). Компьютерный эксперимент здесь используется для выдвижения гипотезы о виде ГМТ, для доказательства которой знаний, имеющихся у учащихся, достаточно.

4. (*9 класс, Р.Н.Николаев, 2018 год*). Даны две прямые $y = ax + a$ и $y = -\frac{1}{a}x - a$. Для какого натурального значения параметра a площадь треугольника, заключенного между этими прямыми и осью ординат, будет наименьшей? Обоснуйте ответ.



Пример 4 является представителем задач с параметром. Она, в принципе, может быть решена учащимися 9 класса и без привлечения компьютерного эксперимента. Он здесь выполняет, скорее контрольную, а не компенсирующую функцию. Построение компьютерной модели облегчает обнаружение динамически устойчивых свойств конструкции, определяющих вид треугольника и его положение в системе координат, позволяет проверить правильность требуемого и промежуточных результатов. На заключительном этапе решения, компьютерные инструменты облегчают исследование границ изменения функции $y = S_{ABC}(a)$ на множестве натуральных чисел.

Подводя итог обзору, отметим, что задачи, требующие комплексного применения экспериментальных и теоретических методов, обладают хотя бы одной из перечисленных ниже особенностей:

– являются задачами с геометрическими или алгебраическими параметрами;

– включают открытый вопрос: о характере зависимости одних свойств, описанного в условии задачи множества объектов, от других; о факторах, влияющих на появления требуемых свойств; об области изменения величины и границах этой области и т.п.;

– выводят учащихся за границы имеющихся теоретических знаний.

Список литературы

1. Официальный сайт турнира по экспериментальной математике. Проекты кафедры экспериментальной математики и информатизации образования САФУ. URL: https://it-projects.narfu.ru/turnir/ (дата обращения 08.08.2023).

МЕЖПРЕДМЕТНАЯ ИНТЕГРАЦИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Е.Г. Евсеева, доктор пед. наук, профессор
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» (Россия, Донецк)
Ю.Ю. Коняева
ФГБОУ ВО «Донецкий государственный университет» (Россия, Донецк)
e-mail: *e.evseeva@donnu.ru, konyaeva.y@inbox.ru*

Аннотация. Рассматриваются вопросы обучения теории вероятностей студентов физико-технических направлений подготовки с точки зрения межпредметной интеграции. Предложена стохастическая задача, раскрывающаяроль межпредметных связей в профессиональной подготовке студентов технического вуза.

Ключевые слова: межпредметная интеграция, электротехника, теория вероятностей, физико-технические направления подготовки.

INTERDISCIPLINARY INTEGRATION OF PROBABILITY THEORY AND ELECTRICAL ENGINEERING IN TECHNICAL UNIVERSITIES

E.G. Evseeva, doctor of pedagogical sciences, professor
Iu. Iu. Koniaieva
Donetsk State University (Russia, Donetsk)

Abstract. The issues of teaching the theory of probability to students of physical and technical areas of training from the point of view of interdisciplinary integration are considered. A stochastic problem is proposed that reveals the role of interdisciplinary connections in the professional training of students of a technical university.
Keywords: interdisciplinary integration, electrical engineering, probability theory, physical-technical directions of training.

Изучение дисциплин естественнонаучного цикла студентами физико-технических направлений подготовки связано с применением математического аппарата, который создает теоретическую базу для последующего изучения ряда профильных дисциплин. Одним из важнейших подходов в подготовке специалистов в техническом вузе является фузионистский подход. Среди возможных направлений реализации этого подхода важное место занимает соблюдение в обучении принципа межпредметной интеграции, способствующего формированию у студентов комплексного мышления, развитию творческих способностей и повышению учебной мотивации [1].

Многие исследователи уделяют внимание проблеме раскрытия междисциплинарных связей теории вероятностей с другими учебными дисциплинами. В работах С.В. Крайневой [3] и Н.И. Попова отмечено, что использование междисциплинарных связей облегчает процесс обучения, формирует целостные и системные компетенции обучающихся. По мнению авторов, принцип межпредметной интеграции необходимо внедрять во все структурные элементы учебного процесса (содержание, формы и методы обучения).

Анализ учебного плана по направлению подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» физико-технического факультета Донецкого государственного университета» показал, что такие дисциплины, как «Теория вероятностей» и «Электротехника, электроника и схемотехника», входят в базовую часть (модуль фундаментальной подготовки) третьего или четвертого семестра образовательной программы бакалавриата. В то же время, учитывая рабочие программы данных дисциплин, можно сделать вывод, что межпредметные связи этих дисциплин там не реализованы. В частности, не установлено соответствие между понятиями интегрируемых дисциплин, не указаны способы действий по одной из дисциплин, которые можно было бы реализовать в предметном поле другой дисциплины.

Реализацию принципа межпредметной интеграции рассмотрим на примере задачи по теории вероятностей. Связь элементов теории вероятности и элементов электрических цепей выражается в определении надежности и вероятности работы оборудования в тех или иных условиях.

Задача. Электрическая цепь состоит из независимо работающих резисторов. Схема цепи состоит из трех блоков: первый и второй блоки составлены из параллельно соединенных резисторов A_1, A_2 и A_3, A_4 соответственно, в то же время по отношению к друг другу блоки связаны последовательно; третий блок составлен из последовательно расположенных резисторов A_5, A_6, A_7; схемы первого и второго блока соединены с третьим блоком параллельно.

Вероятности безотказной работы резисторов A_1, A_2, A_3, A_4 равны $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 =$ 0,8; для резисторов A_5, A_6, A_7 эти вероятности равны

$p_5 = p_6 = p_7 = 0{,}9$. Необходимо найти вероятность безотказной работы электрической цепи (рис. 1).

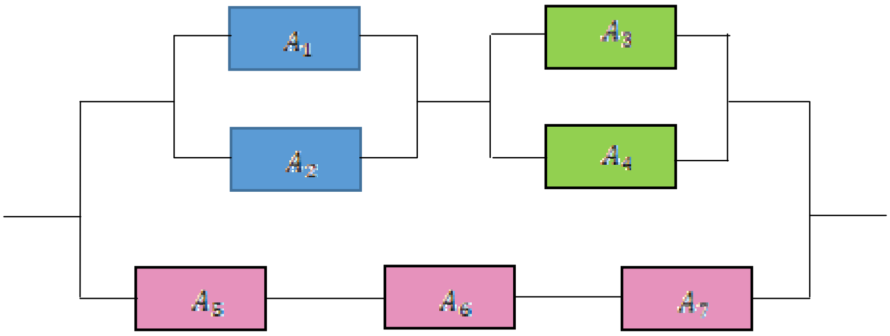


Рис. 1. Электрическая цепь

Введем основные события: $A =${цепь работает}; $A_j =${работает j-й резистор}; $\overline{A_j} =${не работает j-й резистор}; $B_i =${работает i-й блок}; $\overline{B_i} =${не работает i-й блок}, $j = \overline{1,\dots,7}$, $i = \overline{1,2,3}$. В соответствии с условием задачи найдем вероятности событий (табл. 1):

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = P(A_4) = 0{,}8; P(A_5) = P(A_6) = P(A_7) = 0{,}9;$$

Установим межпредметные связи. Рассмотрим последовательное и параллельное соединение блоков с точки зрения электротехники. Безотказная работа – это свойство объекта непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени. При последовательном соединении блоков говорят о том, что электрическая цепь работает тогда и только тогда, когда все резисторы в блоке работают. Безотказная работа при параллельном соединении блоков наступает тогда, когда работает хотя бы один элемент (резистор) в цепи [3]. С позиций теории вероятностей работоспособность цепи при параллельном соединении резисторов будет описываться суммой событий, а при последовательном – произведением событий, состоящих в исправной работе резисторов. Получим условия работоспособности элементов цепи, приведенной на рисунке 1 (табл. 1).

Таблица 1

Условия работоспособности элементов цепи

Условие	Описание в терминах электротехники	Описание в терминах ТВ
Работает первый блок	Работоспособен хотя бы один из параллельно соединенных резисторов A_1,A_2	$B_1 = A_1 + A_2$
Работает второй блок	Работоспособен хотя бы один из параллельно соединенных резисторов A_3,A_4	$B_2 = A_3 + A_4$
Работает третий блок	Работоспособны все последовательно соединенные резисторы A_5,A_6,A_7	$B_3 = A_5 \cdot A_6 \cdot A_7$
Работает вся цепь	Работоспособны 1-й и 2-й блоки одновременно или 3-й блок	$A = B_1 \cdot B_2 + B_3$

Рассчитаем вероятность работоспособности элементов цепи, учитывая, что события A_j, как и противоположные им события, являются совместными и независимыми, используя теоремы сложения и умножения вероятностей и следствия к ним [4]:

$$P(B_1) = P(A_1 + A_2) = 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) = 1 - (1 - 0{,}8)^2 = 0{,}96. \quad (1)$$

$$P(B_2) = P(A_3 + A_4) = 1 - P(\overline{A_3}) \cdot P(\overline{A_4}) = 1 - (1 - 0{,}8)^2 = 0{,}96. \quad (2)$$

$$P(B_3) = P(A_5 \cdot A_6 \cdot A_7) = (0{,}9)^3. \quad (3)$$

Найдем вероятность события A по теореме о вероятности суммы совместных событий и теореме о вероятности произведения независимых событий, учитывая, что события $B_1 \cdot B_2$ и B_3 являются совместными, а события B_1, B_2 и B_3 являются независимыми. Получим:

$$P(A) = P(B_1 \cdot B_2) + P(B_3) - P(B_1 \cdot B_2 \cdot B_3) = \\ = P(B_1) \cdot P(B_2) + P(B_3) - P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3). \tag{4}$$

Подставив (1)–(3) в (4), имеем:

$$P(A) = (0{,}96)^2 + (0{,}9)^3 - (0{,}96)^2 \cdot (0{,}9)^3 = \\ = 0{,}9216 + 0{,}729 - 0{,}9216 \cdot 0{,}729 = 0{,}9788.$$

Ответ: вероятность безотказной работы электрической цепи равна $0{,}9788$.

Опорные знания по ТВ: 1) понятия: событие (случайное, противоположное), виды событий (независимые, совместные), операции с событиями (сложение, умножение); 2) теоремы сложения и умножения вероятностей. Опорные знания по электротехнике: 1) понятия (электрическая цепь, элемент электрической цепи, параллельное и последовательное соединение элементов); 2) условия работоспособности электрической цепи при различных видах соединений её элементов.

Рассмотренная задача направлена на освоение студентами межпредметного обобщенного способа действий «Находить вероятность безотказной работы электрической цепи».

Таким образом, при реализации принципа межпредметной интеграции в обучении теории вероятностей студентов физико-технических направлений подготовки на основе фузионистского подхода методическими требованиями к проектированию обучения являются установление межпредметных связей путем выделения взаимосвязанных понятий в интегрируемых предметных областях; разработка системы межпредметных задач, направленных на формирование межпредметных обобщенных способов действий.

Список литературы

1. Евсеева Е.Г., Коняева Ю.Ю. Фузионистский подход к обучению стохастике будущих физиков // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров: ВятГУ; Веси, 2022. С. 95–97.
2. Кадомская К.П., Костенко М.В., Левинштейн М.Л. Теория вероятностей и ее приложения к задачам электроэнергетики / отв. ред. Н.Н. Тиходеев. СПб.: Наука: Санкт-Петербург. отд-ние, 1992. 376 с.
3. Крайнева С.В., Шефер О.Р., Рогозин С.А. Междисциплинарная связь физики и электротехники при обучении студентов института путей сообщения // Вестник Южно-Уральского государственного гуманитарно-педагогического университета. 2020. № 2. С. 113–130.
4. Пытьев Ю.П., Шишмарев И.А. Теория вероятностей, математическая статистика и элементы теории возможностей для физиков. М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2010. 408 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ ВОСТОКА В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

М. Махкамов, кандидат пед. наук, доцент
Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни (Таджикистан, Душанбе),
e-mail: Mahkamov_M51@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается применение элементов истории математики Востока и вклад среднеазиатского математика и астронома Музаффара ибн Мухаммада ибн Музаффара Шарафуддина Туси в решение некоторых уравнений высшего порядка. По коэффициентам кубических уравнений, составленных Шарафуддином Туси, установлена дата его смерти. Он также предсказал дни своего рождения и смерти, используя коэффициенты при неизвестных кубических уравнений. С использованием исторических подобных фактов повышается эффективность усвоения материалов учащимися, и такой подход заставляет учащихся задуматься над некоторыми возникающими проблемами в процессе занятия.
Ключевые слова: история математики, математики Востока, Музаффар ибн Мухаммад ибн Музаффар Шарафуддин Туси, кубическое уравнение, закономерности коэффициентов, действительные корни, положительные корни, отрицательные корни, определение даты смерти.

THE USE OF ELEMENTS OF THE HISTORY OF MATHEMATICS OF THE EAST IN THE EDUCATIONAL PROCESS

M. MAKHKAMOV, candidate of ped. sciences, associate professor
Tajik general educational pedagogical university named after S. Aini

Abstract. The article deals with the application of elements of the history of Eastern mathematics to the activities of the Central Asian mathematician and astronomer Muzaffar ibn Muhammad ibn Muzaffar Sharafuddin Tusi in the educational process. According to the coefficients of the cubic equations compiled by SharafuddinTusi, the date of his death was established. SharafuddinTusi also predicted the days of his birth and death using the coefficients of cubic equations. With such material, the effectiveness of such a lesson will be much higher. This way of organizing the lesson makes students think and reflect on some facts.
Keywords: discovery, historical elements, XII century, Muzaffar ibn Muhammad ibn Muzaffar SharafuddinTusi, cubic equation, laws of coefficients, positive, negative, prediction of the day of death of Sharafuddin Tusi, algorithm, open lesson.

В разные времена учеными и методистами по-разному использовались элементы истории математики. При этом почти всегда ставились и до сих пор актуальны следующие цели:

1. Повышение интереса учащихся к изучению математики и углубление освоения изучаемого материала, развитие их умений.
2. Расширение научно-психологического кругозора учащихся и повышение их общей математической культуры.
3. Активизация учащихся с помощью исторических материалов по математике и ознакомление их с научными результатами и достижениями математиков Востока в разные периоды.

Естественно, каждый учитель предвидит эти цели и реализует их в своей профессиональной деятельности. По использованию элементов истории математики в существующих программах, методических указаниях и учебниках не имеется конкретных рекомендаций. Учителю непонятно, в каком периоде обучения и в каком объеме он должен сочетать элементы истории математики с основным материалом в учебном процессе. В связи с увеличением объема учебных пособий авторы не включают в них исторические сведения.

В существующих учебниках для общеобразовательных учреждений приводится недостаточно исторической информации. Информативное общение по истории математики не всегда способствует достижению вышеуказанных целей. Но знакомство учащихся с историей математики означает:

– целенаправленное и непрерывное использование сведений из истории науки в учебном процессе;

– тесную связь исторических сведений с изучаемыми учебными материалами и др. Только такие сочетания могут способствовать достижению поставленных целей.

Использование элементов истории математики способствует развитию логического мышления учащихся, их умственной зрелости и сознательному усвоению учебного материала.

Практика показывает, что использование исторических элементов предмета в учебном процессе и на внеклассных занятиях содействует развитию познавательного интереса, чувства патриотизма и самопознания учащихся.

В ходе открытого урока автора этих строк на тему «Разные способы решения кубических уравнений» в качестве примера приведены следующие кубические уравнения:

$$x^3 + 12x^2 + 102x = 34345395; \qquad (1)$$

$$x^3 + 6x^2 + 3000000x = 996694407; \qquad (2)$$

$$x^3 + 30000x^2 + 30x = 3124315791, \qquad (3)$$

которые были рассмотрены и изучены среднеазиатским математиком и астрономом Музаффаром ибн Мухаммадом ибн Музаффаром Шарафуддином Туси (1135–1213) [3, с. 46].

Внимание студентов было обращено на то, что решения этих уравнений не приведены в книгах по истории математики и имеющихся методических материалах либо просто мы с, ними незнакомы. Даже в работе [2, с. 40] уравнения (1)–(3) представлены без их решения.

Заметим, что в то время, когда были составлены кубические уравнения Шарафуддином Туси, не были известны общая формула нахождения корней кубического уравнения, теорема французского математика Безу (1730–1783) и метод Горнера – Руффини. Только в 1804 году итальянский математик Руффини Паоло (1765–1822), а в 1819 году английский математик Уильям Джордж Горнер (1786–1837) разработали метод (схему) нахождения корней уравнения высшего порядка. Математики же древнего Востока знали и использовали способы нахождения корней уравнений высокого порядка!

В этот период (XII век) исследователи решали уравнения геометрически, графически, способом группировки членов уравнения или методом подбора корней. Однако по уравнениям, составленных Шарафуддином Туси, можно сделать вывод, что ему удалось определить корни уравнений более высокого порядка на основе действий со свободным коэффициентом. Мы предполагаем, что Шарафуддину Туси не удалось систематизировать идею нахождения корней уравнения высшего порядка по свободному члену. Если ему удалось внедрить этот метод, то он до нас не дошел, или ему не хватило времени систематизировать использованный метод, или нам неизвестны его рукописи.

После открытого урока автор задал себе вопрос: не подумали ли студенты, что решение уравнений Шарафуддина Туси трудно для самих учителей.

Поэтому я приступил к решению уравнения (1) и определил методом подбора его первый корень 321. Затем я решил уравнения (2) и (3), и оказалось, что корнями этих уравнений также является число 321. Здесь возникает вопрос: какая связь может быть между найденного корня уравнений (1)–(3) и их коэффициентами? Сравнив ответ трех кубических уравнений 321 с коэффициентами кубических уравнений, можно сделать вывод, что число 321, записанное в смешанной форме, равно 213, и это число является последней цифрой числа 1213, т.е. года смерти Музаффара Шарафуддина Туси.

Конечно, решение кубических уравнений на основе коэффициентов – задача не из легких. Сначала следует разделить свободный член на коэффициенты при неизвестных, затем каждый найденный коэффициент поставить на место неизвестного и проверить, становится ли левая часть уравнения равной нулю или нет.

Чтобы точнее узнать секрет коэффициентов данных кубических уравнений, мы преобразовали их в вид произведения двух выражений и получили:

$x^3+\underline{1}2x^2+\underline{1}02x-\underline{3}434539\underline{5}=(x-321)(x^2+333x+106995)$; (1)

Отсюда $(x-321)(x^2+333x+106995)=0$. (1.1)

$x^3+6x^2+3000000x-996694407=(x-321)(x^2+327x+3104967)$; (2)

Отсюда $(x-321)(x^2+327x+3104967)=0$. (2.1)

$x^3+30000x^2+30x-3124315791=(x-321)(x^2+30321x+9733071)$ (3)

Отсюда $(x-321)(x^2+30321x+9733071)=0$. (3.1)

Теперь решим уравнения (1.1), (2.1) и (3.1).

Из уравнения (1.1) находим $x-321=0$ или $x^2+333x+106995=0$.

Из первого уравнения $x=321$, а дискриминант второго уравнения является отрицательным. То есть $D=-317091<0$. Значит, первое уравнение имеет единственный корень 321.

Из уравнения (2.1) имеем $x-321=0$ или $x^2+327x+3104967=0$.

Из первого уравнения находим, что $x=321$, а дискриминант второго уравнения является отрицательным. То есть $D=-12312939<0$.

Итак, второе уравнение также имеет единственный корень 321.

Из уравнения (3.1): $x-321=0$ или $x^2+30321x+9733071=0$.

Отсюда $x_1=321$ и $x_{2,3}=\dfrac{-30321\pm\sqrt{880430757}}{2}$.

Следовательно, это уравнение имеет три действительных корня.

Сравнивая квадрат числа 30321 с числом под квадратным корнем, определим, имеет ли квадратное уравнение положительные или отрицательные корни. Если их разность – положительное число, то квадратное уравнение имеет один положительный корень и один отрицательный корень. Если их разность меньше нуля, то уравнение имеет два отрицательных корня. Итак,

$$30321^2-919\,363\,041=880430757-919\,363\,041=-38932284<0.$$

Значит, корни x_2 и x_3 квадратного уравнения являются отрицательными. Таким образом, третье кубическое уравнение имеет один положительный корень и два отрицательных корня.

Интересным фактом является то, что годы рождения и смерти Музаффара Шарафуддина Туси можно определить по коэффициентам кубического уравнения

$x^3+12x^2+102x-34345395=0$.

1) Для определения года рождения запишем кубическое уравнение следующим образом: $x^3+\mathbf{1}2x^2+\mathbf{1}02x=\mathbf{3}434539\mathbf{5}=0$. Тогда обнаружим число 1135, которое соответствует году рождения Музаффара ШарафуддинаТуси.

2) Для определения года смерти запишем укрупненные числа кубического уравнения $x^3+\mathbf{12}x^2+\mathbf{1}02x=\mathbf{3}4345395=0$ по порядку, появится число 1213, что соответствует году смерти Музаффара Шарафуддина Туси.

Если прибавить сумму коэффициентов около x^2 и x кубического уравнения $x^3+12x^2+102x=34345395$ и вычесть из него сумму чисел свободного члена этого уравнения, то будет найден возраст Музаффара Шарафуддина Туси.

Итак, $12+102-(3+4+3+4+5+3+9+5)=114-36=78$.

Если обратить внимание на свободный член квадратного трехчлена во всех трех разложениях (1.1), (2.1), (3.1), то сумма цифр каждого из них равна 30.

1) Находим сумму цифр свободного коэффициента уравнения $x^2+333x+106995=0$, т.е. $1+0+6+9+9+5=30$.

2) Находим сумму цифр свободного коэффициента уравнения

$x^2+327x+3104967=0$, т.е. $3+1+0+4+9+6+7=30$.

3) Находим сумму цифр свободного коэффициента уравнения

$x^2+30321x+9733071=0$, т.е. $9+7+3+3+0+7+1=30$.

Отсюда можно сделать вывод, что исходные кубические уравнения были составлены за 30 лет до смерти математика, и, возможно, был определен год его смерти (или эта ситуация была обнаружена случайно).

По коэффициентам первого уравнения можно полагать, что Шарафуддин Туси указал год своего рождения и год смерти (своебразным образом выделяя соответствующие цифры коэффициентов).

Известно, что составление уравнений на основе указанных коэффициентов – непростая задача. Ибо в XII веке все математические расчеты производились вручную.

Шарафуддину Туси недостаточно было закономерностей, определенных в первом уравнении, поэтому он составил уравнение (3), в котором был правильно указан год рождения, время, день, месяц и год смерти. То есть с помощью уравнения (3) он полностью подтверждает предсказание, данное в уравнении (1).

Теперь проверим коэффициенты уравнения (3)

$$x^3+30\,000x^2+30x-3124\,315791=(x-321)(x^2+30321x+9733071).$$

1) $x^3+30\,000x^2+30x-3124315{\large 79}1=(x-321)\left(x^2+30321x+\overset{2}{{\large 9}}\overset{1}{{\large 7}}33071\right).$

Здесь число 79 – это возраст Шарафуддина Туси. То есть 78+1=79 (около 1 года пребывания в утробе матери).

2) $x^3+30\,000x^2+30x-\overset{4}{{\large 3}}\overset{3}{{\large 1}}\overset{2}{{\large 2}}43\overset{1}{{\large 1}}5791=(x-321)(x^2+30321x+9733071).$

Находим год смерти Шарафуддина Туси, записывая укрупненными цифрами справа налево: $1\,213$.

3) Если числа в уравнении (3) указать в следующем виде, то можно полностью определить год смерти Шарафуддина Туси:

$$x^3+30\,000x^2+30x-3\,12\overset{1}{{\large 4}}\,\overset{2}{{\large 3}}\,\overset{3}{{\large 15}}\,791=\left(x-\overset{7}{{\large 3}}2\overset{6}{{\large 1}}\right)\left(x^2+303\overset{5}{{\large 2}}\overset{4}{{\large 1}}x+9733071\right)$$

а) Выделенные числа в левой части уравнения: 4 – время рождения; 31 – день и 5 – месяц рождения.

б) Записываем укрупненными цифрами в правую часть уравнения справа налево, получаем год его смерти.

Итак, Музаффар Шарафуддин Туси умер 31 мая 1213 года в 4 часа (возможно!!!).

4) В третьем уравнении находим год смерти Шарафуддина Туси по цифрам, написанным слева направо

$$x^3+30\,000x^2+30x-\overset{4}{{\large 3}}\overset{3}{{\large 1}}\overset{2}{{\large 2}}24\,315\,79\overset{1}{{\large 1}}=(x-321)(x^2+30\,321x+9\,733\,071).$$

5) Записав в увеличенном виде цифры $\overset{1}{1}\overset{2}{1}\overset{3}{3}\overset{4}{5}$ из свободного коэффициента левой части уравнения, находим год рождения Шарафуддина Туси, т.е. 1135 год.

$$x^3+30\,000x^2+30x-3\overset{2}{1}\,224\,\overset{3}{3}1\overset{4}{5}\,79\overset{1}{1}=\left(x-\overset{8}{3}2\overset{7}{1}\right)\left(x^2+30\,3\overset{6}{2}\overset{5}{1}x+9\,733\,071\right).$$

Если записать увеличенные цифры в левой и правой части уравнения в отмеченной последовательности, то обнаружатся годы рождения и смерти Шарафуддина Туси $\left(\overset{1}{1}\overset{2}{1}\overset{3}{3}\overset{4}{5}-\overset{5}{1}\overset{6}{2}\overset{7}{1}\overset{8}{3}\right)$.

Чтобы установить время своей смерти, он не ограничился составлением одного уравнения, он дал понять, что даты его рождения и смерти были правильно определены путем составления трех уравнений, имеющих одинаковый корень – число 321.

По нашему мнению, Шарафуддин Туси правильно определил число 213, а, чтобы скрыть дату своей смерти, выбрал в качестве корня уравнений число 321.

Таким образом, через 809 лет после смерти Шарафуддина Туси мы узнали на основе составленных им уравнений, что он правильно предсказал час, день, месяц и год своей смерти с помощью уравнений. Также можно наблюдать время его рождения в уравнениях (1) и (3).

Год смерти Шарафуддина Туси – примерно 1214-й, как указано в книге А. Даан-Далмедико и Дж. Пейффер [1, с. 132], и мы выяснили погрешность этого показателя на основании коэффициентов кубических уравнений (1) и (3). Так, год смерти Музаффара ибн Мухаммада ибн Музаффара Шарафуддина Туси соответствует 1213 году.

Даже в двух уравнениях нелегко определить и дату рождения, и день смерти. Мы уверены, что добиться такого результата за счет разработки специальных компьютерных программ пока еще непростая задача. Предположение состоит в том, что мозг Шарафуддина Туси был подобен компьютеру и способен на составление и решение подобных уравнений.

Г.П. Матвиевская и Б.А. Розенфельд в книге «Математика и актономия мусульманского века (VIII-XVII вв.)» не дали никаких подробных сведений о свойствах коэффициентов кубического уравнения (1), (2) и (3). Они считают, что метод Горнера, использованный в XI веке для извлечения корней, применялся ШарафуддиномТуси для общих алгебраических уравнений [2, с. 36].

Математик и астроном Средней Азии Шарафуддин Туси большую часть своей жизни провел при дворе хамаданских эмиров. До нашего времени дошли следующие его работы: «Трактат об алгебре и взаимодействии» или он же известен как «Трактат об уравнениях». В книге «Трактат по алгебре и взаимодействию» есть восемь типов кубических уравнений с действительными корнями и пять типов кубических уравнений без действительных корней. Он предполагает необходимость использования дискриминанта кубических уравнений для нахождения решения некоторых типов кубических уравнений.

В «Трактате об уравнениях» Шарафуддин Туси рассматривает 8 типов кубических уравнений с положительными корнями и 5 типов кубических уравнений, которые могут не иметь положительных корней.

«Трактат об алгебре и взаимодействии» Шарафуддина Туси положил начало алгебраической геометрии. Это метод поэта и математика прошлого века Омара Хайяма (15.05.1048 – 1131), но Шарафуддин Туси развил теорию намного больше, чем его предшественники.

В отличие от Омара Хайяма, Шарафуддин Туси классифицирует кубические уравнения не по количеству и знаку коэффициентов, а по количеству положительных корней. Корни показаны как абсциссы точек пересечения двух частей парабол, а их существование обсуждается с помощью известных понятий. Он определяет приближенные корни уравнений методом, известным нам как метод Руффини – Горнера (хотя этот метод был найден Руффини и Горнером гораздо позже, после смерти Шарафуддина Туси), который до него применялся только для извлечения числа из кубического корня.

В работе «Трактат об алгебре и взаимодействии» приводится приближенный метод решения кубических уравнений, открытие которого приписывают Виету и Ньютону.

Шарафуддин Туси также использовал геометрический метод решения кубического уравнения $x^3 = ax + b$ путем разрезания гиперболы и параболы. В другом уравнении $x^3 + a = bx$ он использует геометрический метод решения, применение которого эквивалентно формуле Кардано (24.09.1501– 21.09.1576) [3; 4]. Он разработал новый метод определения условий наличия и отсутствия решения кубического уравнения и в нем рассматривает некоторые типы кубических уравнений с двумя, одним корнями или без решений.

В «Трактате об уравнениях» Шарафуддин Туси применяет свой метод к небиномиальным квадратным и кубическим уравнениям. Он демонстрирует свой метод на примере кубического уравнения $x^3 + 3ax = N$.

В книге А. Даан-Дальмедико и Дж. Пейффер «Пути и лабиринт. Очерки по истории математики» подробности метода Шарафуддина Туси приведены на примере кубического уравнения $x^3 + 36x = 91\ 750\ 087$ (4). Решение этого уравнения заключается в поиске каждой цифры числа N (миллионов, сотен, тысяч, ..., десятков, единиц) с помощью группировки слагаемых при кубе, которое состоит из определенного числа сотен (x_1), десятичных знаков (x_2) и количества единиц (x_3), и произведение этих величин равняется числу 36. Он решает кубическое уравнение (4) своим методом и находит число 451. Однако Шарафуддин Туси не зашифровал время своего рождения и смерти в коэффициентах уравнения (4) [1, стр. 133].

Список литературы

1. Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж. Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М.: Мир, 1986. 432 с.
2. Матвиевская Г.П., Розенфельд Б.А. Математики и астрономы мусульманского средневековья и их труды (VIII–XVII вв.). В 3 т. М.: Наука, 1983.
3. Махкамов М., Атаханов Р. История математики: поиски путей решения уравнений высшего уровня. Душанбе: Маориф, 2018. 144 с.
4. Махкамов М. Методы решения задач по алгебре. Душанбе: Маориф, 2021. 1040 с.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ УМЕНИЙ СТУДЕНТАМИ 1 КУРСА ПРИ АНАЛИЗЕ ДИАГРАММ

Е.П. Матвеева, кандидат пед. наук, доцент,
Е.С. Кощеева, кандидат пед. наук, доцент
Уральский государственный педагогический университет (Россия, Екатеринбург)
e-mail: melena1207@yandex.ru, kohe@mail.ru

Аннотация. В статье проводится анализ выполнения студентами 1 курса педвуза практики по анализу диаграмм как результата проявленных студентами метакогнитивных умений. Отмечается факт более низких результатов у студентов-нематематиков.

Ключевые слова: метапредметные умения, анализ диаграмм, студенты педвуза.

ABOUT THE USE OF META-SUBJECT SKILLS BY 1ST YEAR STUDENTS IN THE ANALYSIS OF DIAGRAMS

E.P. Matveeva, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
E.C. Kosheeva, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Ural State Pedagogical University (Russia, Yekaterinburg)

Abstract. The article analyzes the implementation of practical work by students of the 1st year of pedagogical university on the analysis of diagrams as a result of metacognitive skills shown by students. The fact of lower results among non-mathematical students is noted.
Keywords: meta-subject skills, diagram analysis, pedagogical university students.

Метапредметные умения учащихся как образовательный результат являются фактором достижения нового качества подготовки обучающегося, обеспечивающим непрерывность образования.

В связи с этим важно представлять, как метапредметные умения первокурсников проявляются в решении заданий, связанных со школьным содержанием и способами деятельности, имеющих практическую направленность. К таковым относятся, например, задания построения, чтения и анализа диаграмм – часто используемое в социальной сфере общества представление информации. В учебниках 5–6 классов в основном имеются задания на прочтение диаграмм и, в незначительном количестве, более сложные задания. Предполагается, что работа с диаграммами и таблицами будет продолжена на других предметах.

Полученные выпускником знания и умения проверяются заданиями ОГЭ и ЕГЭ. Поэтому преподаватели вуза вправе опираться на содержание КИМ и анализ выполнения заданий по предметам.

В КИМ ОГЭ-2021 по математике был введен блок практико-ориентированных задач (содержат таблицы с данными с последующим использованием формул), которые вызвали наибольшие затруднения у учащихся при выполнении. Допускаемые ошибки: вычислительные, неверное извлечение информации, неверное применение правил и алгоритмов – свидетельствуют о низком уровне вычислительных навыков и навыков смыслового чтения [1].

Введенная в КИМ ЕГЭ 2022 года практико-ориентированная задача содержит график, предполагает считывание информации без серьезного анализа и не вызывает сложностей. Как отмечается в комментариях, «данное задание наиболее явно выделяет участников, имеющих затруднения с чтением условия задачи, которые… отвечают не на тот вопрос» (средний процент выполнения – 81,4%). Задача в базовой версии также основана на чтении графика, ее выполнило практически 90% школьников.

В последнее время для развития метакогнитивных умений школьников рекомендуется использовать задачи PIZA. Задания по математике по преобразованию графических данных имеют разные уровни: как считывание информации, так и требующие выводов с использованием математических рассуждений, например аргументировать несогласие со сделанным ранее выводом. При этом ответы, которые просто описывают различия, но не содержат веских доводов, не принимаются.

Исходя из вышеизложенного, при подготовке занятий по дисциплине «Математические методы обработки данных», предлагаемой для освоения – 1 курса будущим педагогам всех направлений (1396 чел. на момент анализа), практика построения диаграмм планировалась как основа для изучения электронных таблиц и как возможность для приобретения опыта визуализации и анализа данных, уже представленных в виде таблицы.

Студенты выполняли практическую работу «Работа со знаковыми информационными моделями. Диаграммы». Особенность практики – использование реальных данных, взятых из доступных источников, с акцентом на современных проблемах молодежи и формирующем характере оценивания (для ответа на вопросы для самоконтроля предоставлялось три попытки). В процессе выполнения учащиеся должны были выбрать данные из таблиц для визуализации в виде диаграмм (с правильным оформлением) и ответить на вопрос задачи.

Работа состояла из трех заданий. Для выполнения первых двух заданий использовались «Результаты мониторинга первого этапа эксперимента по модернизации структуры и содержания общего образования» (http://centeroko.ru/shireks/shireks_res.html), представленные в электронной таблице (табл. 1). В качестве дополнительного теоретического материала были подготовлены файлы с описанием построения диаграмм в электронных таблицах и особенностей использования диаграмм для визуализации и анализа данных.

Содержание заданий:

1. Постройте гистограмму для визуализации данных таблицы (по оси ОХ – время, по оси ОУ – число учащихся).

2. Используя данные, создайте круговую диаграмму распределения свободного времени учащихся для подготовки домашних заданий.

Таблица 1

Данные для заданий 1 и 2 практической работы

Распределение времени учащихся в обычный день					
Виды деятельности	Распределение учащихся по времени, которое они тратят на некоторые виды деятельности (в %)				
	Нисколько	Менее 1 ч	1-2 ч	3-5 ч	Более 5 ч
Просмотр телепередач или видеофильмов	7,9	21,8	46	19,9	2,9
Работа с компьютером (компьютерные игры не считаются)	70,5	13	9,1	2,3	0,5
Компьютерные игры	65,9	15,2	10,1	3,2	1,3
Общение с друзьями	6,1	20,3	33,6	24,7	13,4
Занятия спортом	29,3	34	25	7,7	1,7
Чтение книг для собственного удовольствия	23,2	40,2	26,8	6,4	1,5
Подготовка домашних заданий по всем предметам	3,3	10,6	36,8	39,9	8,3

Предлагаемая информация в таблице может быть проанализирована по многим направлениям. Для определенности студентам предлагались стандартные вопросы с вариантами ответов (для самоконтроля), которые были направлены на использование метапредметных умений: анализировать, сопоставлять и делать осознанный выбор. Следует отметить, что на простые вопросы по считыванию информации практически все студенты ответили верно (кроме тех, кто пытался ответить, не выполняя работы). Сложность вызвали варианты ответов, содержащих множественный вывод или сформулированных в обобщённом виде, типа: «Объем домашних заданий (по всем предметам) должен быть таким, чтобы затраты времени на его выполнение не превышали (в астрономических часах): в 9–11 классах – до 3,5 ч (СанПиН 2.4.2.2821-10). Сделайте вывод по диаграмме задания 2». Нужно было выбрать один из вариантов, например (А): «Почти половина десятиклассников соблюдают нормы, хотя имеется маленькая часть (около 3%), которые вообще не делают домашнее задание дома или тратят на него слишком много времени (почти 8%)». Верный ответ с первой попытки был выбрали 62% студентов – нематематиков и 89% математиков (информатиков), с последующих попыток результат был повышен до 100%.

Формулировка задания 3 акцентировала внимание обучающихся на вопросах исследования: «Имеются данные ответов респондентов телефонного опроса ВЦИОМ

“Что больше всего повлияло на ваш выбор профессии, работы?” Для исследователя интересно выяснить: есть ли изменения в приоритетах выбора профессии? А именно: какие ответы были наиболее популярны все годы? Какие ответы были наименее популярны все годы? Какой ответ был популярным в 2021 году, но почти не встречался в 2017 и 2019 годах? Какие из ответов были трендом в каждый год? Постройте *пузырьковую* диаграмму “Зависимость ответов от года”: Ось ОХ – результаты 2017 года, ось ОУ – результаты 2019-го и размер пузырька – результаты 2021 года. Дополните визуализацию лепестковой диаграммой» (таблица 2).

Таблица 2

Данные для задания 3 практической работы

варианты ответов	кол-во ответов по годам(%)			Что больше всего повлияло на Ваш выбор профессии, работы?	
	2017(%)	2019(%)	2021(%)	в1	Собственные увлечения, интересы
в1	18	22	22	в2	Так сложились обстоятельства
в2	31	25	18	в3	Не было выбора
в3	10	12	14	в4	Оплата труда в данной профессии
в4	9	12	10	в5	Эта профессия востребована на рынке труда
в5	6	7	7	в6	Мнение родственников, друзей, знакомых
в6	6	4	3	в7	Эту профессию выбирали многие из моего ближайшего окружения
в7	2	1	12		
в8	9	9	7	в8	Престиж профессии, возможность карьерного роста
в9	6	5	4	в9	Следовал (а) семейной традиции, соображениям династийности
в10	2	1	0		
в11	0	1	2	в10	Высокий уровень обучения в ВУЗе
Итого	100	100	100	в11	Не хотел идти в армию

Наибольшее затруднение вызвал вопрос, содержащий результат анализа пузырьковой и лепестковых диаграмм: «Мой выбор ответа при анализе диаграмм на вопрос “Какие ответы были наиболее популярны все годы?” обусловлен тем, что….» Для продолжения были предложены варианты ответов, например: «пузырьки расположены выше и правее остальных и имеют больший размер, а на лепестковой диаграмме варианты соответствуют большему расстоянию от центра». С заданием с первой попытки справились 68% студентов-нематематиков и 84% математиков.

Ожидалось, что, в сравнении с результатами ОГЭ и ЕГЭ, с практической работой сразу справятся от 90% до 100% студентов. Однако в среднем с первой попытки набрал проходной балл (8,8 из 11) 81% студентов.

Неожиданностью были ответы студентов по обоснованию выбора вида диаграмм. Около 30% из них не могли верно продолжить утверждение: «Для выполнения задания был выбран тип диаграммы – гистограмма (круговая диаграмма, пузырьковая диаграмма), так как….». Варианты предложенных ответов: «самый популярный; постановка задачи требует вида анализа “динамика” (“рейтинг”, “структура”)». В теории ответы содержались явно при разборе конкретных примеров. Неверные ответы говорят о сниженном внимании к изучению теоретических источников.

Следует отметить положительные эмоции, которые проявляли студенты при достижении правильного результата по окончании выполнения практической работы и ответов на вопросы для самоконтроля.

Список литературы

1. Берсенева О.В., Бекешева И.С. Ожидания и последствия: анализ типичных ошибок выпускников 9-го класса при выполнении заданий ОГЭ по математике и пути их предупреждения // Вестник ХГУ им. Н.Ф. Катанова. 2022. № 2(40).

ХАРАКТЕР ПРЕДЪЯВЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ И ЕГО ВЛИЯНИЕ НА ОБУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКЕ

Ю.Б. Мельников[1], кандидат физ.-мат. наук, доцент
А.А. Суетин[2], студент
[1]Уральский федеральный университет, Уральский государственный горный университет (Россия, Екатеринбург)
e-mail: yu.b.melnikov@yandex.ru
[2]Уральский государственный экономический университет (Россия, Екатеринбург)
e-mail: andrei7318@yandex.ru

Аннотация. Представлены основы аксиоматической теории, описывающей дидактические аспекты трех вариантов предъявления информации: 1) последовательного предъявления информационных единиц; 2) единовременного предъявления информационных единиц с фиксированным порядком их анализа; 3) единовременного предъявления информационных единиц с нерегламентированным порядком анализа единиц информации.

Ключевые слова: обучение математике, предъявление информации.

THE NATURE OF PRESENTING INFORMATION AND ITS IMPACT ON TEACHING MATHEMATICS

Yu.B. Melnikov[1], candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor
A.A. Suetin[2], student
[1]Ural Federal University, Ural State Mining University (Russia, Yekaterinburg)
[2]Ural State University of Economics (Russia, Yekaterinburg)

Abstract.The foundations of the axiomatic theory are presented, which describe the didactic aspects of three options for presenting information: 1) sequential presentation of information units; 2) one-time presentation of information units with a fixed order of their analysis; 3) one-time presentation of information units with an unregulated procedure for analyzing information units.

Keywords: teaching mathematics, presentation of information.

Обмен информацией является постоянным объектом изучения. В качестве предмета изучения в этом случае выступают различные *аспекты* обмена информацией: особенности источников информации (вербальный – невербальный, бумажный – электронный, уровень интерактивности и т.д.), взаимодействие участников образовательного процесса с источниками информации, учебно-методическим обеспечением, средствами контроля и мониторинга и др.

В данной работе рассмотрим один из аспектов предъявления информации, ускользнувший от внимания исследователей: порядок предъявления единиц информации. В представленной модели мы рассматриваем процесс обмена информацией как взаимодействие субъектов деятельности, исполняющих одну из двух ролей, которые мы условно назовем «источником» и «приемником» информации, причем предполагается, что «исполнители» этих ролей еще и обрабатывают информацию в процессе обмена ею. Мы выделяем три возможные модели взаимодействия этих ролей: 1) последовательное предъявление единиц информации в порядке, предусмотренном «источником» информации (например, передача информации в форме устной речи, музыки и т.п.); 2) единовременное предъявление единиц информации с фиксированным порядком ее анализа (например, текст читается в определенном порядке, причем этот порядок зависит от языка, на котором этот текст представлен); 3) единовременное предъявление информационных единиц, порядок анализа которых не регламентирован или неизвестен «приемнику» информации (например, график функции, геометрический чертеж, таблица, не обязательно числовая).

Исследование вариантов предъявления информации мы решили провести в формате построения аксиоматической теории. Примем следующие утверждения в качестве постулатов.

1. Постулат субъективности. *Различие между единовременным предъявлением информации с фиксированным приоритетным порядком анализа и с неоднозначным порядком анализа имеет субъективный характер.*

В самом деле, «приемник» информации может либо не знать типового способа анализа информации, либо не понять, что в данном случае следует применить определенный типовой способ анализа информации (например, впервые в его практике название магазина написано вертикально).

2. Постулат иерархического и накопительного сочетания моделей при восприятии чрезмерного объема информации при одновременном предъявлении информационных единиц. *Если объем предъявляемой информации настолько велик, что система восприятия (например, сочетание органов чувств с системой обработки информации) не в состоянии воспринять ее целиком, обычно применяется сочетание одного из двух вариантов: 1) переход «от целого к частному», когда блок информации, в котором единицы информации представлены единовременно, в свою очередь рассматривается как единица информации, причем эти «составные» единицы информации могут предъявляться как последовательно, так и единовременно; 2) переход «от частного к целому», когда осуществляется восприятие относительно небольшого комплекса единиц информации, потом происходит выделение и перенос внимания на другой комплекс информационных единиц (в произвольном или фиксированном порядке).*

Иллюстрацию к теореме Пифагора (см. рис. 1), на которой чертеж визуально разделен на пять частей, отмеченных римскими цифрами, можно анализировать в варианте перехода «от целого к частному», если считать, что рисунок состоит из пяти «составных информационных единиц», а также в варианте перехода «от частного к целому», если сначала рассматривать каждый из фрагментов отдельно, а потом составить из них цельное рассуждение. Возможно, для арабоязычной аудитории порядок фрагментов надо сделать обратным.

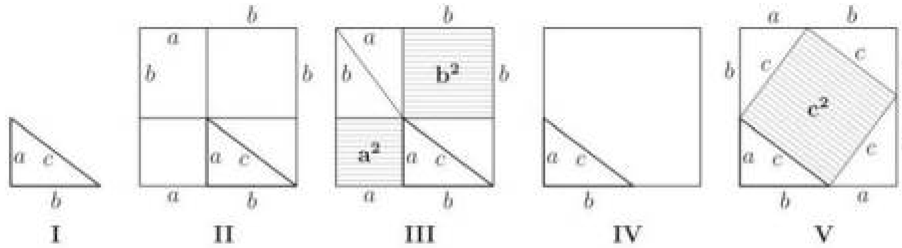


Рис. 1. Иллюстрация к теореме Пифагора

3. Постулат об основе механизма восприятия в случае единовременного предъявления информационных единиц. *В случае единовременного предъявления информационных единиц основой приоритетного анализа является система ассоциаций.*

Скажем, стратегия построения геометрического чертежа как иллюстративной геометрической модели текста задачи, может быть основана на базовых ассоциациях с терминами, обозначающими базовые геометрические фигуры. Например, для термина «биссектриса треугольника» у обучаемых должны быть сформированы ассоциации с понятиями «половина угла», «вписанная окружность» (ее центр совпадает с точкой пересечения биссектрис треугольника), «отношение длин сторон» (точка пересечения биссектрисы с противоположной стороной делит ее в том же отношении, что и длины прилежащих к ней стороной), «равные расстояния» (каждая точка биссектрисы равноудалена от сторон угла), а также ассоциация с утверждением, что биссектриса угла либо расположена между медианой и высотой, проведенными из этого же угла треугольника, либо совпадает с ними.

4. Постулат нелинейного роста расхода ресурсов при увеличении числа информационных единиц при единовременном предъявлении. *При увеличении числа информационных единиц сверх некоторого порогового значения расход ресурсов на анализ информации растет непропорционально быстрее роста числа информационных единиц.*

Например, среди рекомендаций по составлению электронных презентаций одной из приоритетных считается рекомендация по ограничению объема текстовой информации на слайде. Отметим, что, вопреки распространенному мнению, эта рекомендация не является безусловной. Дело в том, что мы выделяем три типа электронных презентаций по их предназначению: 1) презентация как элемент поддержки принятия решений (защита выпускной работы или диссертации, представление проекта перед потенциальными инвесторами и т.д.); 2) презентация сугубо информационного характера (например, доклад на научной конференции); 3) презентации учебного назначения. В последнем случае нередко возникают ситуации, когда слайд оказывается перегружен текстовой информацией, например, в случае громоздкой формулировки определения или теоремы, необходимости размещения на слайде всех элементов доказательства и т.п.

Из этих постулатов нами получено несколько следствий.

Следствие о приоритете синтеза и анализа в зависимости от характера предъявления единиц информации. *При восприятии информации в случае последовательного предъявления информационных единиц приоритетным является синтез, а при единовременном предъявлении информационных единиц приоритетным является анализ.*

Следствие об управлении усвоением стратегий анализа информации. *Организацию усвоения стратегий восприятия информации следует формировать с учетом принципиальной разницы между обработкой информации с последовательным и с единовременным предъявлением информационных единиц.*

Следствие об обучении многоаспектному восприятию информации. *При обучении восприятию информации с единовременным предъявлением информационных единиц следует формировать у обучаемых несколько наиболее важных вариантов приоритетных последовательностей восприятия.*

Следствие об управлении процессом формирования ассоциаций. *Важным компонентом обучения восприятию информации при единовременном предъявлении информационных единиц является управление процессом формирования ассоциаций.*

Следствие о существовании оптимальной структуры информации, предъявляемой с единовременным представлением информационных единиц. *Для оптимизации процесса восприятия информации при единовременном предъявлении информационных единиц количество информационных единиц в сообщении должно быть близко к критическому значению, существование которого утверждается в постулате нелинейного роста расхода ресурсов при увеличении числа информационных единиц при единовременном предъявлении.*

На основании этих результатов получены некоторые рекомендации для гармонизации учебного процесса, в частности при использовании современных информационных технологий. Например, использование электронных средств обучения оптимизировано для последовательного представления информации, в результате чего наиболее востребованной оказывается мыслительная операция «синтез», поэтому преподаватель и разработчик учебно-методического обеспечения должны уделять повышенное внимание развитию умения анализировать. Представлены перспективные направления исследований в этой области.

О РОЛИ СОВРЕМЕННОЙ АЛГЕБРЫ В ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ ИНЖЕНЕРОВ ИСПОЛЬЗОВАНИЮ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ

Е.А. Перминов, доктор пед. наук, доцент
Уральский технический институт связи и информатики
(Россия, Екатеринбург)
e-mail: perminov_ea@mail.ru

Аннотация. В подготовке будущих инженеров фундаментально значение систем компьютерной математики. Обоснована важная роль современной алгебры в их обучении корректному решению инженерных задач с использованием этих систем.

Ключевые слова: компьютер, символьные вычисления, решение инженерных задач.

ON THE ROLE OF MODERN ALGEBRA IN TEACHING FUTURE ENGINEERS TO USE COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS

E.A. Perminov, dr. ped. sciences, professor
Ural Technical Institute of Communications and Informatics
(Russia, Ekaterinburg)

Abstract. In the preparation of future engineers, the fundamental importance of computer mathematics systems. The important role of modern algebra in their training in the correct solution of engineering problems using these systems is justified.

Keywords: computer, character calculations, solution of engineering problems.

В цифровую эпоху, порожденную компьютерной революцией, фундаментальную роль в подготовке будущих инженеров приобретает их обучение корректному использованию систем компьютерной математики (СКМ). Эти системы получили широкое распространение во многих областях науки и производства. Поэтому осуществляется дальнейшая разработка и совершенствование систем, среди которых Mathematica, Matlab, Maple и многие другие. В них появляется широкий набор новых и улучшенных математических инструментов для решения важных инженерных задач.

Языки программирования, правила и алгоритмы, разработанные в СКМ для решения задач, пользователь может освоить только как процедуры и понимать, только как (а не почему «так») они выполняются. Поэтому инженер оказывается беспомощным, когда он не находит нужного *программного* средства в возникшей ситуации или если решение задачи не удается свести к цепочке стандартных задач, которые программа «умеет решать» и т.п. К сожалению, то, что раньше пришлось бы делать ему самому, теперь передоверяется машине, и это может повлечь за собой тяжелые последствия, особенно в высокотехнологичных отраслях производства.

В связи с этим следует подчеркнуть, что «рекламный звон вокруг инструментов и методов – это чума индустрии ПО» (*программного* обеспечения. – *Е.П.*) [1, с 23]. Имея в виду программное обеспечение систем компьютерной математики, видный ученый в области разработки этих систем В.П. Дьяконов констатирует: «К сожалению, на современном уровне разработки крупных программных продуктов ошибки в них неизбежны!» [3, с. 23]. Поэтому появляются многочисленные версии как широко известных, так и новых систем СКМ для решения множества разных сложных технических задач, в которых устраняются ошибки программного обеспечения прежних версий этих систем. Но инженеры высокой квалификации на всякий случай все же изыскивают возможность проверить все расчеты, что называется, «вручную» или другим образом, без использования СКМ.

Несомненно, научиться корректно использовать программные средства СКМ в решении задач не могут студенты со слабой подготовкой по математике. В первую очередь это студенты, у которых недостаточно развиты навыки устного счета при вычислении значений несложных арифметических выражений и умения преобразований простых алгебраических выражений школьной алгебры. При этом у них из-за регулярного многолетнего диалога с гаджетами обнаруживаются элементы клипового мышления с характерными для него малым объемом долговременной памяти и неспособностью к длительной концентрации внимания. Поэтому необходимая для использования СКМ информация такими студентами быстро забывается.

Следует подчеркнуть, что на самом деле даже для профессионального математика овладение принципами и инструментальными средами СКМ на начальном для него этапе их использования требует значительной концентрации внимания, объема долговременной памяти и умения логически рассуждать в процессе сведения решения задачи к цепочке стандартных задач.

Это объясняется тем, что, кроме всех известных ему математических операций, различные СКМ содержат огромное количество структурных операций, необходимых для манипуляции выражениями, и алгоритмических операций для управления ходом вычислений. Большинство таких структурных и алгоритмических операций имеют непривычные названия и обозначения, отличные от стандартных названий и обозначений классической математики.

Таким образом, не случайно у пользователей, в том числе инженеров, наряду с неправильным выполнением структурных и алгоритмических операций систем компьютерной математики возникают и другие многочисленные ошибки в решении задач. Большая часть из них являются ошибками в выполнении структурных операций, среди которых – ошибки в некорректном использовании формальных выражений СКМ по отношению друг к другу, в том числе вызов в них функций с не соответствующим для них числом аргументов или аргументов неправильных форматов, и другие ошибки такого рода.

В связи с ошибками использования систем компьютерной математики подчеркнем, что перечисленные и отмечаемые далее серьезные ошибки в их использовании возникают чаще всего из-за незнания базовых понятий и методов языка современной алгебры, широко известной также под названиями абстрактной или общей алгебры. О значении современной алгебры в использовании этих систем уже можно догадаться с помощью их другого названия – «системы компьютерной алгебры».

Действительно, в энциклопедии компьютерной алгебры широко известные «системы компьютерной математики (СКМ) условно делятся на две категории – системы компьютерной алгебры (или системы символьной математики) СКА и системы для численных вычислений» [4, с. 42]. Там же отмечается, что это деление является весьма условным и определяется просто тем, к какой из систем они относились изначально.

На самом деле «*символьные операции – это то*, что кардинально отличает системы компьютерной алгебры (СКА) от систем для выполнения численных расчетов» [там же, с. 42]. При этом в системах компьютерной алгебры с ее символьными операциями, как и в системах для численных вычислений, имеется возможность найти числовое значение формулы, полученной в результате операций. Для этого надо подставить требуемые числовые значения во все неопределенные переменные из этой формулы.

Следует подчеркнуть, что в использовании СКА как систем символьных вычислений фундаментальную роль играет знание современной алгебры с ее сложными символьными выражениями, называемыми термами (словами), определяемыми индуктивно. Поэтому даже профессиональный программист, незнакомый со спецификой символьных преобразований термов современной алгебры, не всегда осознает разницу между применением в СКА законов различных символьных операций с ее выражениями (например, разницу между законами ассоциативности и дистрибутивности). При этом он ошибочно исходит из того, что СКА сама производит преобразования и соответствующие им вычисления точно так же, как это делал бы в аналогичной ситуации человек.

Таким образом, является *актуальной проблема* системно осуществляемого обучения будущих инженеров элементам современной алгебры. К сожалению, анализ многочисленных учебных планов их подготовки показывает, что обучение элементам современной алгебры осуществляется разрозненно, не системно, обычно в рамках обучения курсам высшей математики, дискретной математики и математической логики. Это противоречит охарактеризованной роли современной алгебры в обучении будущих инженеров решению инженерных задач на основе СКМ.

Важно подчеркнуть, что отсутствие у будущих инженеров необходимых знаний из современной алгебры является основной причиной серьезных ошибок использования СКМ, как уже отмечалось, влекущих за собой тяжелые последствия, особенно в высокотехнологичных отраслях производства. В частности, ошибки возникают по причине незнания или непонимания основных принципов организации и последовательности выполнения символьных и других операций. В первую очередь это непонимание разницы между *формой и значением* выражения. В отличие от применения компьютера в вычислительной математике для выполнения разнообразных вычислений СКМ производят символьные операции с формой выражения, а не с его значением. При этом система скрупулезно различает как сами объекты, так и их имена.

В понимании разницы между формой и значением выражения необходимы умения в образовании форм – *формальных выражений*. В развитии этих умений важную роль играет теория формальных языков, и прежде всего формальный язык теории полугрупп как важной области современной алгебры. Как известно, «(формальный) язык – это попросту произвольное подмножество свободного моноида (являющегося полугруппой с единицей. – *Е.П.*)» [5, с. 5]. При этом в теории формальных языков основная операция *конкатенации,* то есть приписывания к слову из букв другого такого слова, точно так же определяется и в теории полугрупп и называется *конкатенацией* элементов (слов) свободной полугруппы [там же, с. 23].

Более того, в развитии умений корректного использования СКМ фундаментальное значение имеет формирование представлений будущих инженеров о формальных языках не только теории полугрупп, но и теорий групп, колец и полей как классических областей современной алгебры. Все эти языки лежат в основе обучения составлению несравнимо более сложных (чем комбинаторные) *алгебраических конфигураций*, определяющих взаимное расположение самых разных символов между собой, что особенно важно в обучении символьным операциям СКМ. Среди этих символов – буквы латинского, греческого, готического и других алфавитов, индексы и многие другие специальные символы для составления конфигураций. Операции или другие действия с конфигурациями, являющимися словами данной алгебры, выполняются в соответствии с аксиомами (тождествами, задающими эту алгебру или определяющими другие важные ее свойства или особенности).

Несомненно, обучение использованию формальных языков современной алгебры надо начинать с развивающего обучения языку школьной алгебры, раскрывая формальные правила образования его выражений. Важно сформировать у учащихся представления о школьной алгебре как основе формального языка тождественных преобразований алгебраических выражений. Все это создаст предпосылки для развития умений будущих инженеров в выполнении операций со словами формальных языков современной алгебры с целью последующего их обучения в вузе корректному использованию СКМ. Отметим, что в книгах [2; 6] для школьников на основе развивающего обучения осуществлена пропедевтика формального языка полугрупп, групп, колец и полей.

Как следует из изложенного, современная алгебра способствует формированию важных представлений будущего инженера о том, что можно и что нельзя сделать с помощью компьютера в решении инженерных задач с использованием СКМ.

Список литературы

1. Гласс Р. Факты и заблуждения профессионального программирования: пер. с англ. СПб: Символ-Плюс, 2007. 240 с.
2. Деменчук В. В. На пороге алгебры. Минск: Высшая школа, 1987. 144 с.
3. Дьяконов В.П. Maple 10/11/12/13/14 в математических расчетах. М.: ДМК Пресс, 2011. 800 с
4. Дьяконов В.П. Энциклопедия компьютерной алгебры. М.: ДМК Пресс, 2009. 1264 с.
5. Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения: пер. с англ. М.: Мир, 1985. 440 с.
6. Перминов Е.А. Дискретная математика: учеб. пособие для 8–9-х классов средней общеобразовательной школы. Екатеринбург: ИРРО, 2004. 206 с.

АЛГЕБРА ДЛЯ DATA SCIENCE

М.Ф. Гильмуллин, кандидат пед. наук, доцент
Елабужский институт Казанского федерального университета
(Россия, Елабуга)
e-mail: gilmullin.mansur@gmail.com

Аннотация. В статье обсуждается возможность использования технологий дистанционных систем обучения на примере базового курса «Алгебра для Data Science»: цели, содержание, средства, методы.

Ключевые слова: алгебра, Наука о данных, ученый по данным, базовый курс.

ALGEBRA FOR DATA SCIENCE

M.F. Gilmullin, PhD in Pedagogy, Associate Professor
Elabuga Institute of Kazan (Volga Region) Federal University (Russia, Elabuga)

Abstract. The article discusses the possibility of using technologies of distance learning systems on the example of the learning course «Algebra for Data Science»: goals, content, means, methods.

Keywords: algebra, Data Science, data scientist, learning course.

Работы по цифровой трансформации образования, особенно высшего, усиленно ведутся в последние десять лет. Обозначены цели цифровизации, выделены средства, созданы различные платформы для обучения студентов и школьников. Особенное развитие эти образовательные платформы получили в формате корпоративных дистанционных систем обучения и массовых, открытых онлайн-курсов и сред: Stepik, Mooc, Moodle, Intuit и Coursera. Через эти системы можно получить дополнительное образование и навыки, которые учащиеся не могут получить по образовательным программам, предлагаемым в их направлениях подготовки. Рассмотрим далее, как использовать средства и опыт данных образовательных платформ при подготовке специалистов в вузовском и послевузовском обучении.

Предприятия, учреждения, фирмы любых сфер деятельности нуждаются в специалистах, которые владеют IT-компетенциями и могут в более короткие сроки включиться в эффективную профессиональную деятельность. Следовательно, нужно подумать, как уже при их подготовке в вузе на основе профессионально направленных учебных дисциплин найти возможность познакомить учащихся с основными цифровыми средствами и компетенциями будущей профессии.

В качестве примера учета возможностей таких средств в процессе обучения студентов разных направлений подготовки (прикладная математика, информатика и экономика) по предмету «Алгебра» (или ее модификациям) мы предлагаем обсудить концепцию разрабатываемого нами курса «Алгебра для Data Science» с использованием различных платформ. Также он будет полезен и для специалистов, уже приступивших к решению задач анализа данных в разных сферах деятельности.

Наука о данных (Data Science, DS) – раздел науки об информации, изучающий проблемы анализа, обработки и представления данных цифровой формы большого объёма из любой сферы деятельности. Она сформировалась на стыке математики, компьютерных наук и бизнеса. Специалистов по исследованию данных называют data scientist («ученый по данным»). Эта наука разрабатывалась и получила широкое применение в 1990–2020 годах. В 2012 году профессия data scientist была названа одной из привлекательных и перспективных в современном мире (как ее называли «the sexiest job in the 21-st century» [5; 6]).

Базовой компетенцией специалиста по Data Science является его способность анализировать и интерпретировать данные. Его профессиональная деятельность связана с поиском закономерностей в данных, извлечением достоверных знаний из данных в обобщённой форме, оформлением выводов в виде, пригодном для обработки заинтересованными сторонами. Ими являются люди (разработчики проектов), интеллектуальные системы, управляющие устройства, которые должны принимать обоснованные решения.

Есть много профессий, доступных для людей, которые заинтересованы в освоении науки о данных: бизнес-аналитик (Business Analyst), инженер базы данных (Database Engineer), аналитик данных (Data Analyst), инженер данных (Data Engineer), исследователь данных (Data Scientist) и программист (Software Engineer).

Часто при погружении в профессию Data Scientist студенты, начинающие специалисты и даже опытные инженеры сталкиваются с тем, что им не хватает математической базы для решения прикладных задач. О современной прикладной алгебре для DS не рассказывают на школьных уроках и классических лекциях в вузе. А книги [1 – 3] и учебные курсы, как правило, написаны для профессиональных разработчиков различных специализаций и касаются только конкретных разделов математики [4 – 6].

Какая математика нужна для понимания науки о данных? Математической базой Data Science специалисты называют алгебру (в основном линейную алгебру), математический анализ, теорию вероятностей и статистику.

Большая часть используемых методов DS являются алгебраическими, или могут быть алгебраизированы. Алгебраические методы весьма полезны как при анализе модельных задач экономики, так и при конструировании архитектуры современных информационных систем. Поэтому мы назвали наш курс «Алгебра для Data Science». Без алгебры не получится разработать методы и нейросетевые алгоритмы машинного обучения (Machine Learning, ML), смоделировать поведение различных объектов или оптимизировать процесс кластеризации.

Оптимизационные методы математического анализа также лежат в основе Data Science и машинного обучения. Для аналитиков очень важно понимание основных понятий и методов статистики и теории вероятностей. Классическое машинное обучение есть статистическое обучение.

Кроме перечисленных основных разделов высшей прикладной математики, в DS нужны методы дискретной математики (теория множеств, комбинаторика, индукция и рекурсия, алгебра логики, структура данных и графы), разделы исследования операций (основы оптимизации, линейное программирование и симплекс-метод).

Курс «Алгебра для Data Science» будет состоять из трёх частей: базовый курс, продвинутый и профессиональный. Первый курс – базовый, он посвящён основным понятиям алгебры и их приложениям в анализе данных (понятия, методы и алгоритмы элементарной, высшей и линейной и компьютерной алгебры). Обучающийся должен научиться понимать основные понятия и методы современной алгебры, такие как множества, операции, отношения, функции, числа, векторы, матрицы, определители, группы, кольца, поля, векторные пространства, а также применять эти знания на практике.

Большинство понятий сопровождаются примерами из классической и компьютерной алгебры, теории алгоритмов и языков программирования (в основном Python). Делаются ссылки на материалы различных платформ: W3schools, Leetcode, Stackoverflow и Yandex Cup. Так как большинство терминов в Data Science используется на английском языке, приводится и английская терминология.

Разделы базового курса: Введение в алгебру DS; Векторное пространство; Матрицы и определители; Линейные операторы; Комплексные числа. Они имеют модульную структуру.

Каждый модуль курса сопровождается тестами. Задания охватывают как изученный алгебраический материал, так и его простые приложения на практике алгоритмизации.

Например, рассмотрим задание из теста по теме «Операции над множествами».

В Python метод x. intersection(y) возвращает множество, содержащее все элементы, которые принадлежат обоим множествам x и y. Какое множество z возвращает в Python метод x. intersection(y) по указанному коду?

```
x = {1,2,3}
y = {2,4,8}
z = x. intersection(y)
print(z)
```

Задание из теста по теме «Операции над высказываниями» может выглядеть так.

В Python побитовый (bitwise) оператор AND (&, логическая конъюнкция) возвращает 1, если оба бита равны 1, в противном случае – 0.

Например, a = 10 (Decimal) = 1010 (Binary),

b = 7 (Decimal) = 0111 (Binary).

a&b = 1010 & 0111 = 0010 = 2 (Decimal), 10 & 7 = 2.

Чему равен 2 & 2?

Полный курс классической алгебры нами издается отдельно, и мы на него ссылаемся. Для того чтобы понимать, о чем идет речь на курсе, нужно хорошо знать школьную программу математики. Тем, кто знает математику на уровне 1–2 курса вуза, будет легче.

В курсе мы будем рассматривать примеры, написанные для различных компьютерных технологий. Чтобы разбираться в них, нужно на базовом уровне программировать на языке Python, уметь работать с библиотеками Pandas и NumPy. Практические задания для курса можно будет выполнять в Юпитер-ноутбуке (Jupyter Notebook) как в среде разработки на Python. Для этого нужно уметь запускать его на своем компьютере или в облаке и иметь базовые навыки работы.

Курс подготовлен коллективом авторов на основе имеющейся литературы и по образу курсов по математике и Data Science, практики работы в компаниях, связанных с ITи информационной безопасностью, а также личного многолетнего опыта преподавания алгебры в вузе и школе. Мы учли опыт и рекомендации коллег, которые занимаются проблемами обучения математике для Data Science [1; 3; 5; 6].

В «продвинутом» курсе будут предложены разделы из теории чисел (делимость и сравнения), теории многочленов (многочлены от одной и от многих переменных). В «профессиональном» курсе будет уделено больше внимания вопросам алгоритмизации (оценка сложности, оптимизации, алгоритмы ML).

Список литературы

1. Абдрахманов М.И., Мамонов И.А. Линейная алгебра на Python. DevpracticeTeam, 2019. 115 с. URL: https://vk.com/wall-138477641_31376.
2. Бизли Д. Python. Подробный справочник: пер. с англ. СПб.: Символ-Плюс, 2010. 864 с. URL: http://prog.tversu.ru/library/Python.pdf.
3. Deisenroth M.P., Faisal A.A., Ong C.S. Mathematics for machine learning. Cambridge University Press, 2020. 412 c. URL: https://mml-book.github.io/book/mml-book.pdf.
4. Essence of linear algebra. URL: https://www.youtube.com/playlist?list=PLZHQObOWTQDPD3MizzM2xVFitgF8hE_ab.
5. Haider M. Course Text Book: Getting Started with Data Science. IBM Press, 2015.
6. IBM Data Science Professional Certificate. URL: https://www.coursera.org/professional-certificates/ibm-data-science.

ПРЕОДОЛЕНИЕ МЕТОДИЧЕСКИХ ЗАТРУДНЕНИЙ ПРИ ОБУЧЕНИИ ТРИГОНОМЕТРИИ

Э.И. Фазлеева, кандидат пед. наук, доцент
Казанский (Приволжский) федеральный университет (Россия, Казань)
e-mail: elmira.fazleeva@mail.ru
Н.В. Тимербаева, кандидат пед. наук, доцент
Казанский (Приволжский) федеральный университет (Россия, Казань)
e-mail: timnell@yandex.ru

Аннотация. В настоящей статье проведен анализ причин поверхностного понимания учащимися тригонометрического аппарата; рассмотрены примеры тригонометрических задач, направленных на развитие математических способностей; представлены методические рекомендации по преодолению затруднений при обучении тригонометрии.

Ключевые слова: подготовка будущих учителей математики, тригонометрия, изучение тригонометрии, обучение тригонометрии, методические затруднения при обучении тригонометрии.

OVERCOMING METHODICAL LEARNING DIFFICULTIES IN TRIGONOMETRY

E.I. Fazleeva, PhD Associate professor
Kazan (Volga region) Federal University (Russia, Kazan)
N.V. Timerbaeva, PhD Associate professor
Kazan (Volga region) Federal University (Russia, Kazan)

Abstract. This article analyzes the reasons for students' superficial understanding of the trigonometric apparatus. The examples of trigonometric problems aimed at the development of mathematical abilities are considered. Methodological recommendations for overcoming learning difficulties in trigonometry are presented.

Keywords: training of future math teachers, trigonometry, study of trigonometry, teaching trigonometry, methodical learning difficulties in trigonometry.

Тригонометрия является одним из сложных разделов школьного курса математики как для учащихся, так и для начинающих учителей.

Отметим, что даже сильные ученики могут испытывать значительные затруднения при изучении тригонометрии, что связано с фрагментарными представлениями о тригонометрии; высоким уровнем абстракции тригонометрических понятий; сложностью структур используемых тригонометрических выражений; обилием формул, необходимых для запоминания; низкой мотивацией, недостаточностью учебного времени на усвоение этого раздела.

С другой стороны, опыт также показывает, что и молодые учителя испытывают серьезные методические затруднения при обучении тригонометрии [7].

Изучение тригонометрии оказывает значительное воздействие на формирование у старшеклассников профессиональных умений, входящих в состав практической, учебной и познавательной деятельности [1 – 3].

В то же время отсутствуют конкретные предложения по преодолению трудностей, возникающих у начинающих учителей при обучении школьников тригонометрии.

Причиной поверхностного, фрагментарного понимания учащимися тригонометрии является отказ от индуктивного способа изучения тригонометрии в пользу формально-логического, уменьшение общего числа часов в курсе математики старшей школы. До 1966 года в 9–10 классах параллельно велось изучение трех дисциплин («Алгебры», «Геометрии» и «Тригонометрии»), что позволяло ученикам глубже осмысливать значение и прикладную направленность тригонометрии, видеть ее внутрипредметный и межпредметный характер, связь с геометрией, математическим анализом, физикой, химией и т.д.

Многолетний опыт педагогической деятельности [4; 5] показывает, что осознанное, уверенное владением аппаратом тригонометрии оказывает положительное влияние на формирование математического мышления учащихся, развитие их математических способностей, подробно описанных В.А. Крутецким. Расшифруем сущность каждой из них конкретными примерами [6].

Способность к свертыванию процесса математических рассуждений:

– использование различных формул косинуса двойного аргумента $(\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha, \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1, \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha)$ при решении соответствующих уравнений и неравенств.

Гибкость мыслительных процессов:

– предварительное сокращение дроби при вычислении произведений ($\frac{8\pi}{45} = \frac{8\cdot 180^0}{45} = 8\cdot 4^0$, а не $\frac{8\pi}{45} = \frac{8\cdot 180^0}{45} = \frac{1440^0}{45}$).

– применение большого арсенала методов при решении линейных тригонометрических уравнений вида $A\sin\alpha \pm B\cos\alpha = C$.

Стремление к ясности, простоте и экономичности решения:

– использование единичной окружности при решении тригонометрических неравенств, проведении отбора корней.

Способности к обобщению математических действий:

– при решении уравнений вида $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}, \sin 2x \sin 3x - -\cos 3x \cos 2x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ умение видеть, что это простейшие тригонометрические уравнения;

– при решении уравнения $3\cos^2 x + 2\sin x - 2 = 0$ умение видеть квадратное уравнение $3x^2 - 2x - 1 = 0$.

Дальнейшими нашими действиями мы готовим студентов к развитию этих способностей у учащихся.

Нами выработаны следующие рекомендации будущим учителям математики.

1. Обосновать мотивацию введения синуса и косинуса острых углов на начальном этапе изучения тригонометрии, исходя из подобия прямоугольных треугольников, мотивацию использования этих функций для нахождения расстояния до недоступных

точек (при решении прикладных задач), для вычисления расстояний и углов между плоскостями (при решении задач ЕГЭ) и т.п.

2. Использовать мнемонические правила для понимания и запоминания тригонометрических формул («правило жирафа» при применении формул приведения, «сико+коси» для запоминания формулы синуса суммы и разности двух углов, «косинус – эгоистичная функция» для запоминания формулы косинуса суммы и разности двух углов и т.д.).

3. Отработать методику формирования основных понятий (например, обоснование введения радианной меры угла, перевод ее в градусную и обратно, единичная окружность («это наше все»), ее назначение и аналогия с числовой прямой).

4. Отработать особенности действий с единичной окружностью. Этот материал хорошо представлен в учебно-методическом пособии А.Г. Мордковича «Беседы с учителями математики», где предложены пять типов задач с числовой окружностью [2]:

– отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, выраженным в долях числа π;

– отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, не выраженным в долях числа π;

– составление аналитических записей (двойных неравенств) для дуг числовой окружности;

– отыскание декартовых координат точек числовой окружности, центр которой совмещен с началом системы координат;

– отыскание на числовой окружности точек по заданным координатам (найти на числовой окружности точки с ординатой $\frac{1}{2}$ и записать, каким числам они соответствуют).

5. Проработать введение и взаимосвязь геометрического и аналитического определений синуса, косинуса, тангенса и котангенса; в соответствии с этим научить определять синус, косинус, тангенс и котангенс углов 0, $\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$, 2π (как пограничные углы, через систему координат).

6. Довести до автоматизма на начальных этапах решение уравнений вида $\sin t = a,\ \cos t = a,$где $a = 0, \pm 1, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ (так как этот процесс выполняет здесь роль средства для усвоения главного: синус – ордината, косинус – абсцисса).

7. Показать учащимся алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств с помощью числовой окружности (движение против числовой стрелки и учет периодичности функций).

8. Демонстрировать аналитическое и графическое решение уравнений и неравенств, так как оптимальным является разумное сочетание обоих этих способов.

9. При обучении отбору корней в тригонометрических уравнениях показать несколько способов (арифметический, алгебраический, геометрический и функционально-графический).

10. Использовать интеграцию различных разделов математики при изучении тригонометрии.

Считаем, что организованная таким образом методическая работа с будущими учителями математики позволит получить соответствующие результаты.

Список литературы

1. Амелькин В.В., Рабцевич Т.И. Тригонометрия. На страницах и за страницами школьного учебника. Минск: Красико-Принт, 2011. 256 с.

2. Мордкович А.Г. Беседы с учителями математики: учебно-методическое пособие. М.: Издательский дом «Оникс 21 век»; Мир и Образование, 2005. 336 с.

3. Садовничий Ю.В. Алгебра. Конкурсные задачи с решениями: учебное пособие. М.: Экзамен, 2007. 445 с.

4. Тимербаева Н.В., Фазлеева Э.И., Шакирова К.Б. Подготовка будущих учителей математики в современных условиях // Материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров, 2022. С. 245–248.

5. Фазлеева Э.И., Тимербаева Н.В., Шакирова К.Б. О подготовке будущих учителей к мотивации обучения математике // Нигматовские чтения: Гуманистическое воспитание: традиции, инновации, перспективы: сборник научных трудов III Международной научно-практической конференции (Казань, 3 декабря 2021 г.) / под общ. ред. Г.Ж. Фахрутдиновой. Казань: Отечество, 2021. С. 67–68.

6. Шакирова К.Б., Тимербаева Н.В., Фазлеева Э.И. О подготовке будущих учителей к развитию математических способностей учащихся // Математическое образование в школе и вузе: опыт, проблемы, перспективы (MATHEDU-2021): материалы X Международной научно-практической конференции (Казань, 22–28 марта 2021 г.) / отв. ред. Л.Р. Шакирова. Казань: Издательство Казанского университета, 2021. С. 220–226.

7. Timerbaeva N.V., Shakirova K.B., Fazleeva E.I. Independent Work as a Means of Activation Learning and Cognitive Activity of Future Mathematics Teachers / N.V. Timerbaeva, // ARPHA Proceedings. V INTERNATIONAL FORUM ON TEACHER EDUCATION (IFTE 2019). 2019. P. 711–723.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ НАВЫКОВ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ СРЕДСТВАМИ МАТЕМАТИКИ

М.В. Крутихина, кандидат пед. наук, доцент
С.И. Торопова, кандидат пед. наук
Вятский государственный университет (Россия, Киров)
e-mail: krumarvik@mail.ru, svetori82@mail.ru

Аннотация. В условиях распространенности в средствах массовой информации сообщений, содержащих некорректные приемы визуализации данных, востребованным становится совершенствование навыков критического мышления учащихся в процессе обучения математике.

Ключевые слова: критическое мышление, логарифмическая шкала.

IMPROVING THE CRITICAL THINKING SKILLS OF STUDENTS WITH MATHEMATICS

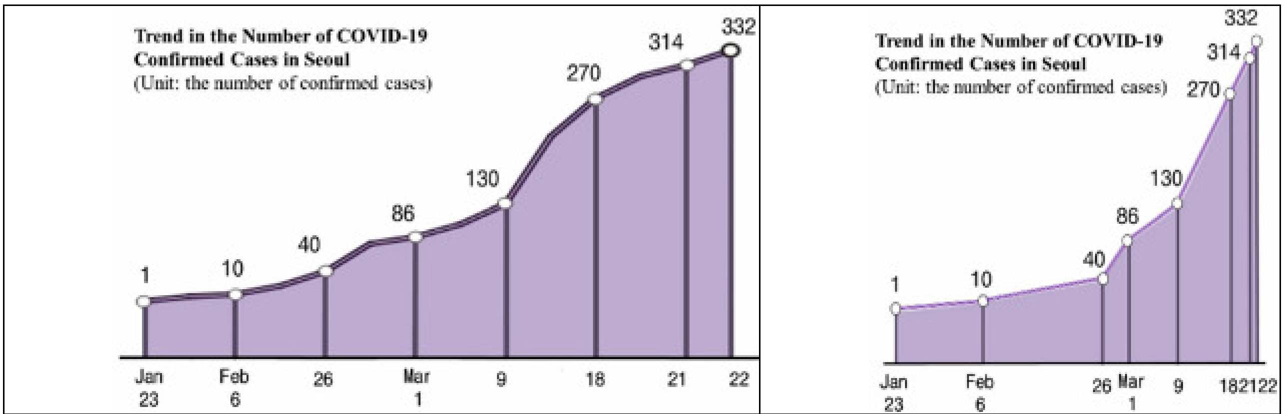
M.V. Krutikhina, Cand. Sci. (Education), Associate Professor
S.I. Toropova, Cand. Sci. (Education)
Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. In the context of the prevalence in the media of messages containing incorrect methods of data visualization, it becomes in demand to improve the skills of critical thinking of students in the process of teaching mathematics.

Keywords: critical thinking, logarithmic scale.

В современном обществе печатные и электронные средства массовой информации регулярно сопровождают приводимые в публикациях аргументы графиками и диаграммами. Особую важность и актуальность подобные визуализации приобрели в период пандемии Covid-19, поскольку они нередко облегчали передачу сложной научной или эмпирической информации. Однако исследователи в сфере математического образования по всему миру выявили ряд проблем в подобных сообщениях. Например, O.N. Kwon с соавторами установили, что в 16% случаев из проанализированных ими линейных графиков, демонстрирующих новости о Covid-19 в Южной Корее, наблюдается неравномерность масштабирования по координатной оси, что является математической ошибкой; 30% рассмотренных диаграмм и 44% различных графиков показали несоответствие соотношения между значениями реальных данных по заболеваемости и их изображениями [2].

Особую озабоченность ученых вызвал тот факт, что график, иллюстрирующий одни и те же данные, может иметь пологий или крутой наклон в зависимости от настроек масштаба. Так, на рисунке 1а) представлено количество ежедневных кумулятивных подтвержденных случаев заболевания Covid-19 в Сеуле, где даты по оси абсцисс (за исключением последнего интервала) расположены на равном расстоянии, однако временные интервалы между датами не являются постоянными. Создается впечатление, что рост числа подтвержденных случаев инфицирования замедляется. Однако это не соответствует действительности, о чем свидетельствует кривая инфицирования в исправленном масштабе (см. рис. 1б)).



а)	б)

Рис. 1. Подтвержденные случаи заражения Covid-19 в Сеуле [2]

По мнению A. Romano с коллегами, систематически используемая в СМИ логарифмическая кривая вследствие своего более пологого вида (в отличие от изображения в линейной шкале) может создать аналогичное впечатление, что заболеваемость вышла на плато [3]. Результаты проведенного ими в США исследования позволили заключить, что студенты испытывали существенные затруднения при интерпретации данных в логарифмической шкале и делали менее точные прогнозы развития заболеваемости по сравнению с линейным масштабом.

Рассмотренные и многие другие примеры свидетельствуют о целесообразности составления определенных заданий, направленных на совершенствование навыков критического мышления обучающихся по оценке и пониманию медиатекстов [1]. Приведенное ниже задание составлено на основе реальных данных и призвано познакомить студентов с особенностями визуализации в логарифмической шкале. При этом важно обратить внимание на различные интерпретации одинаковых фактов в разных шкалах. Данное задание выполняется в форме лабораторной работы при изучении раздела «Дифференциальное исчисление функции одной переменной».

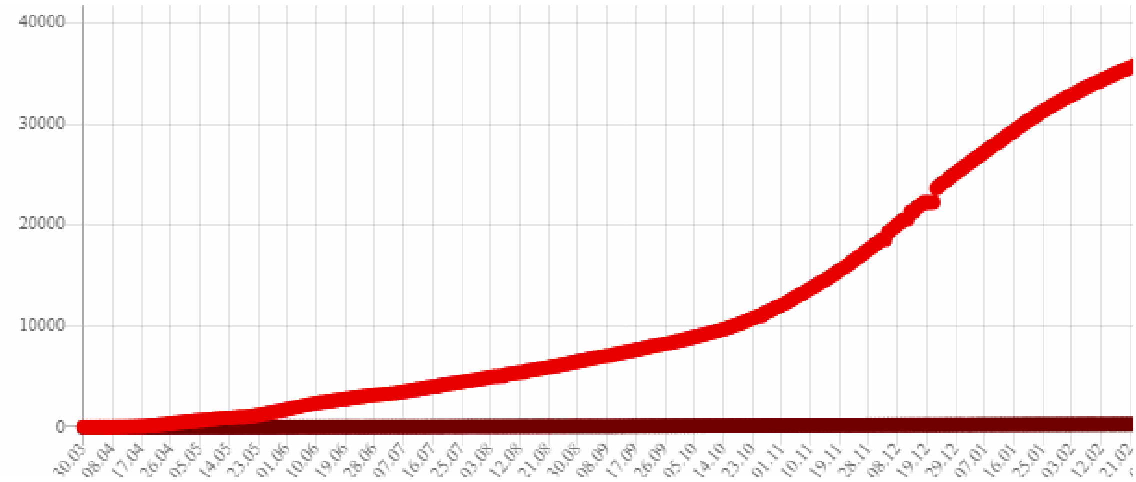


Рис. 2. Подтвержденные случаи заражения Covid-19 в Кировской области (линейная шкала)

Используя математические онлайн-инструменты, постройте данную кривую в логарифмической шкале в период с 12.10.2020 по 15.02.2021. На оси абсцисс нанесите даты, начиная с 12.10.2020, с интервалом в две недели. На оси ординат общее число зараженных y преобразуйте по формуле $\log_2 y$. Предварительно заполните таблицу (значения в третьей строке округлите до сотых).

x	12.10.2020	26.10.2020	…	15.02.2021
y	9496	11026	…	34759
$\log_2 y$	3,98	4,04	…	4,54

К построенному графику функции в логарифмической шкале проведите по две касательные в период с 11.10.2020 по 08.12.2020 (левый промежуток) и в период с 03.01.2021 по 16.02.2021 (правый промежуток). В качестве примера на рисунке 3 изображен такой график, созданный на сайте rapidtables.com, и проведены четыре касательные к нему.

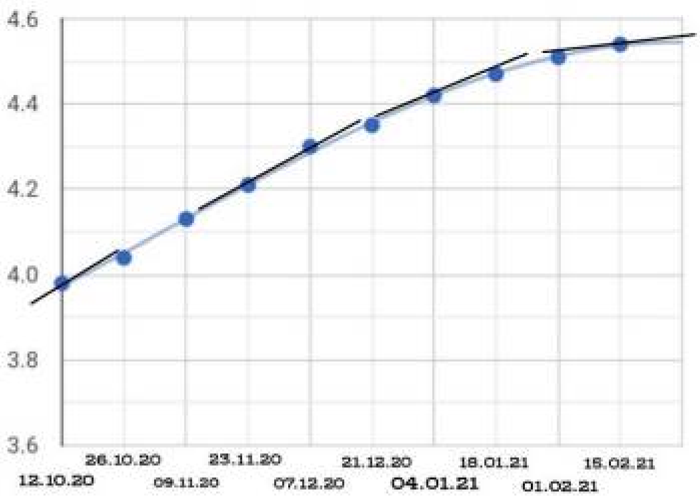


Рис. 3. Подтвержденные случаи заражения Covid-19 в Кировской области (логарифмическая шкала)

Задача исследования заключается в том, чтобы по кривой в логарифмической шкале определить примерное время, начиная с которого скорость заражения замедляется. Критерием для линейной шкалы воспользоваться не представляется возможным, поскольку характер выпуклости графика функции на рисунке 3 не меняется.

Сформулируйте аналогичный критерий для логарифмической кривой, предварительно ответив на вопросы.

1. Какое математическое понятие характеризует скорость изменения процесса?
2. Как по графику функции сравнить различные значения производной в точках левого и правого интервалов? (Уточняющий вопрос: в чем состоит геометрический смысл производной?)
3. Сравните угол наклона α_1 касательных, проведенных к точкам графика левого интервала, и угол наклона α_2 касательных, проведенных к точкам графика правого интервала. Выполните аналогичное сравнение для угловых коэффициентов k_1 и k_2 соответственно.
4. Опишите, как меняется скорость заражения (ускоряется или замедляется), с помощью наклона графика функции в логарифмической шкале в терминах «более пологая» / «более крутая».
5. Сформулируйте правило нахождения в логарифмической шкале примерного времени изменения скорости заражения на геометрическом и аналитическом языке.
6. Занесите результаты анализа данных, изображенных в линейной и логарифмической шкалах, в таблицу.

<table>
<tr><td rowspan="3">Кривая</td><td colspan="6">Левый интервал</td><td colspan="6">Правый интервал</td></tr>
<tr><td colspan="2">Знак</td><td colspan="2" rowspan="2">Возр. / убыв.</td><td rowspan="2">Выпукл. вверх / выпукл. вниз</td><td colspan="2">Знак</td><td colspan="2" rowspan="2">Возр. / убыв.</td><td rowspan="2">Выпукл. вверх / выпукл. вниз</td></tr>
<tr><td>y'</td><td>y''</td><td>y'</td><td>y''</td></tr>
<tr><td>в лин. шкале</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>в лог. шкале</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

7. Укажите, какой онлайн-инструмент вы применяли.
8. Объясните, с какой целью используется представление общего числа зараженных Covid-19 в логарифмической шкале. При ответе на вопрос можно обратиться к дополнительным источникам. Отметьте те, которыми пользовались вы.

Список литературы

1. Торопова С.И. Развитие критического мышления студентов – будущих биотехнологов средствами математики // Образование и наука. 2023. Т. 25, № 5. С. 49–76. DOI: 10.17853/1994-5639-2023-5-49-76.
2. Kwon O.N., Han C., Lee C. *et al.* Graphs in the COVID-19 news: a mathematics audit of newspapers in Korea // Educ Stud Math. 2021. 108, 183–200 (2021). DOI: 10.1007/s10649-021-10029-0.
3. Romano A., Sotis C., Dominioni G., Guidi S. The scale of COVID-19 graphs affects understanding, attitudes, and policy preferences // Health Economics. 2020; 1–13. DOI: 10.1002/hec.4143.

СОФИЗМЫ В ЗАДАЧАХ И УПРАЖНЕНИЯХ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ

Л.В. Панкратова, кандидат пед. наук, доцент

Вятский государственный университет (Россия, Киров)

e-mail: pankratovalarisa19@rambler.ru

Аннотация. В статье анализируются вопросы использования софизмов в обучении студентов математическому анализу. Приводятся примеры софизмов, заимствованные из известных учебных пособий.

Ключевые слова: математический анализ, софизм.

SOPHISMS IN TASKS AND EXERCISES FOR MATHEMATICAL ANALYSIS

L.V. Pankratova, candidate pedagogical sciences, associateprofessor
Vyatka State University (Russia, Kirov)
e-mail: pankratovalarisa19@rambler.ru

Abstract. The article analyzes the issues of using sophisms in teaching students' calculus. Examples of sophisms borrowed from well-known textbooks are given.

Keywords: mathematicalanalysis, sophism.

В известной книге [5] авторы называют софизмом умышленно ложное умозаключение, которое имеет видимость правильного. Математические же софизмы, по их мнению, основываются на «запрещенных» действиях, пренебрежении условиями теорем, формул и правил, использовании ошибочных чертежей или «очевидностей», приводящих к ошибочным заключениям.

Известно, что софизмы оказали существенное влияние на историю развития математики, способствуя повышению строгости математических рассуждений. При этом для современного математического образования софизмы не потеряли своей актуальности. Действительно, важными для современного выпускника школы или вуза являются умения точно и логично представлять свою точку зрения, а также критически оценивать и интерпретировать получаемую информацию. Развитие этих умений нередко связывают с использованием методов проблемного обучения и внедрением в образовательное содержание задач и упражнений, позволяющих активизировать учебно-познавательную деятельность обучающихся.

К факторам, определяющим положительное отношение учащихся к математике, согласно опросам М.А. Родионова (см.: [6]), относятся осознание ее объективности, доказательности, точности и универсальности (данный факт отметили 55% старшеклассников) и возможность подумать при решении нестандартных задач (50% школьников). Вероятнее всего, аналогичный опрос среди студентов вуза дал бы схожие результаты. Таким образом, использование математических софизмов в обучении не только практически значимо, но и увлекательно.

В рамках реализуемой учебной деятельности у нас имеется опыт обращения к математическим софизмам. Чаще всего подобные задачи мы используем при закреплении пройденного материала и организации самостоятельной работы студентов, но иногда они эффективны при текущем или промежуточном контроле знаний, поскольку позволяют оценить, насколько строго студент следит за точностью формулировок утверждений, законностью математических операций и выкладок.

Приведем примеры софизмов, связанных с освоением различных разделов математического анализа. Для удобства разобьем их по темам.

I. Предел и непрерывность функций.

Задача 1 [1, с. 41]. В равнобедренном прямоугольном треугольнике, катет которого равен a, гипотенуза разделена на n равных частей и из точек деления проведены прямые, параллельные катетам. При этом получается ломаная *AKLMNOPQRTB* (см. рис. 1). Длина этой ломаной при любом n равна $2a$, значит, и предел ее длины равен $2a$. Но, с другой стороны, при неограниченном возрастании n ломаная неограниченно приближается к гипотенузе треугольника. Следовательно, длина гипотенузы равна сумме длин катетов. Найти ошибку в рассуждении.

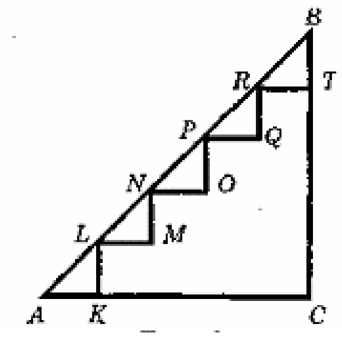


Рис. 1. Ломаная

Ошибка заключается в следующем: из того, что точки ломаной *AKLMNOPQRTB* сближаются с точками прямой *AB*, не следует, что длина ломаной будет стремиться к длине отрезка.

Мы считаем, что задачи, подобные приведенной, будут полезны при освоении обучающимися понятия длины кривой. В этом случае они смогут более грамотно комментировать свои рассуждения, опираясь на определение изучаемого понятия.

Задача 2 [2, с. 154]. Пусть $f(x) = x^2 \cos\frac{\pi}{x}$, $g(y) = sign^2\, y$. Показать, что $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$, $\lim\limits_{y\to -0} g(y) = 1$, $\lim\limits_{y\to +0} g(y) = 1$, но $\lim\limits_{x\to 0} g(f(x))$ не существует. Почему неприменима теорема о пределе сложной функции?

В данном случае существование односторонних пределов функции $g(y)$ в точке $y = 0$ не обеспечивает существование «обычного» предела в этой точке, что является необходимым условием теоремы.

II. Теоремы о среднем в дифференциальном исчислении функций одной переменной.

Задача 3 [1 с. 87]. Функция $y = \frac{2-x^2}{x^4}$ принимает равные значения на концах отрезка $[-1;1]$. Убедиться в том, что производная этой функции нигде на отрезке $[-1;1]$ в нуль не обращается, и объяснить такое уклонение от теоремы Ролля.

В данном случае функция $y = \frac{2-x^2}{x^4}$ не определена при $x = 0$, следовательно, о ее непрерывности на заданном отрезке и дифференцируемости внутри него не может быть речи. Заметим, что функцию в условии задачи можно изменить, например, на $y = |x|$ и продублировать вопрос.

Задача 4 [1, с. 89]. Рассмотрим функцию

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\frac{1}{x} & \text{при } x \neq 0, \\ 0 & \text{при } x = 0. \end{cases}$$

Эта функция дифференцируема при любом *x*. Напишем для нее формулу Лагранжа на отрезке $[0;x]$:

$$f(x) - f(0) = x \cdot f'(\xi)(0 < \xi < x).$$

Будем иметь:

$$x^2 \sin\frac{1}{x} = x \cdot \left(2\xi \sin\frac{1}{\xi} - \cos\frac{1}{\xi}\right),$$

откуда $\cos\frac{1}{\xi} = 2\xi \sin\frac{1}{\xi} - -x \sin\frac{1}{x}$. Заставим теперь *x* стремиться к нулю, тогда будет стремиться к нулю и ξ, и мы получаем: $\lim\limits_{\xi\to 0} \cos\frac{1}{\xi} = 0$. Объяснить этот парадоксальный результат.

Объяснить ошибку можно так: здесь $\xi \to 0$, принимая не все промежуточные значения, а лишь такую их последовательность, при которой $\cos\frac{1}{\xi}$ стремится к нулю.

III. Формула Ньютона – Лейбница.

Задача 5 [3, с. 186]. Объясните, почему формальное применение формулы Ньютона – Лейбница приводит к неверным результатам, если:

а) $\int_{-1}^{1}\frac{dx}{x}$; б) $\int_{0}^{2\pi}\frac{\sec^2 x\,dx}{2+tg^2 x}$; в) $\int_{-1}^{1}\frac{d}{dx}\left(arctg\frac{1}{x}\right)dx$.

Нетрудно видеть, что в каждом из примеров функции, играющие роль первообразных ($ln|x|$, $\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\left(\frac{tgx}{\sqrt{2}}\right)$, $arctg\frac{1}{x}$ соответственно), в промежутках интегрирования не являются непрерывными. В случае а) к тому же разрывна и сама подынтегральная функция.

IV. Замена переменной в определенном интеграле.

Задача 6 [1, с. 152]. Интеграл $\int_{0}^{2\pi}\frac{dx}{5-3\cos x}$ легко берется с помощью подстановки $tg\frac{x}{2}=z$. Имеем:

$$\int_{0}^{2\pi}\frac{dx}{5-3\cos x}=\int_{0}^{0}\frac{2\,dz}{(1+z^2)\left(5-3\frac{1-z^2}{1+z^2}\right)}=0.$$

Но, с другой стороны, $-3<-3\cos x<3$, следовательно,

$2<5-3\cos x<8$ и $\frac{1}{2}>\frac{1}{5-3\cos x}>\frac{1}{8}$.

Отсюда $\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{2}dx>\int_{0}^{2\pi}\frac{dx}{5-3\cos x}>\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{8}dx$, значит, $\int_{0}^{2\pi}\frac{dx}{5-3\cos x}>\frac{\pi}{4}$.

Найти ошибку в рассуждении.

Противоречие объясняется тем, что предлагаемая в задаче подстановка $tg\frac{x}{2}=z$ незаконна, так как функция $tg\frac{x}{2}$ разрывна при $x=\pi$.

Задания по данной теме, аналогичные приведенному, можно найти в [3, с. 189] и [4, с. 86]. Помимо перечисленных примеров, в цитируемых источниках есть и другие, связанные с вопросами почленного дифференцирования или интегрирования ряда и пр.

Анализируя представленные задания, можно сделать естественный вывод о возможности самостоятельного конструирования подобных примеров и их тиражирования. Соответствующие вопросы могут быть адресованы студентам, составлять предмет учебного исследования, в том числе курсовой или выпускной квалификационной работы.

Список литературы

1. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: уч. пособие. 22-е изд., перераб. СПб., Профессия, 2001. 432 с.

2. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу: пособие для университетов, пед. Вузов: В 2 ч. Ч.1: Дифференциальное и интегральное исчисление. 725 с.

3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учеб. пособие. М.: Астрель; АСТ, 2002. 558 с.

4. Задания и упражнения по началам математического анализа: пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики и для внеклассных

занятий математикой / сост. Е.С. Канин, С.И. Калинин; под общ. Ред. Е.С. Канина. Киров, 1991. 203 с.

5. Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С. Математическая шкатулка: пособие для учащихся 4– 8 классов сред. школы. 5-е изд. М.: Просвещение, 1988. 160 с.

6. Родионов М.А. Мотивация учения математике и пути ее формирования: монография. Саранск: МГПИ им. М.Е. Евсевьева, 2001. 252 с.

ОБ АКТУАЛЬНОСТИ ВВЕДЕНИЯ В ВУЗАХ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРИЯ РИСКА»

М.В. Воронов, доктор техн. наук, профессор
Московский государственный психолого-педагогический университет
(Россия, г.Москва)
e-mail: mivoronov@yandex.ru
П.В. Герасименко, доктор техн. наук, профессор
Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I (Россия, г. Санкт-Петербург)
e-mail: pv39@mail.ru

Аннотация. В статье обосновывается необходимость введения в вузах РФ дисциплины «Теория риска», рассматриваются базовые понятия, методические рекомендации и математический аппарат, используемые при построении алгоритма оценивания показателей риска, обсуждаются механизмы управления риском.

Ключевые слова: система, объект, субъект, риск, вероятность, прогноз.

ON THE RELEVANCE OF INTRODUCING THE DISCIPLINE "RISK THEORY" IN HIGHER EDUCATION INSTITUTIONS

M.V. Voronov, Doctor of Technical Sciences, full professor
Moscow State Psychological and Pedagogical University (Moscow, Russia)
e-mail: mivoronov@yandex.ru
P.V. Gerasimenko, Doctor of Technical Sciences, full professor
St. Petersburg State University of Railways of Emperor Alexander I
(Russia, St. Petersburg)
e-mail: pv39@mail.ru Annotation.

Abstract. The article substantiates the need to introduce the discipline "Risk Theory" in higher education institutions of the Russian Federation, discusses the basic concepts, methodological recommendations and mathematical apparatus used in the construction of an algorithm for assessing risk indicators, discusses risk management mechanisms.

Keywords: system, object, subject, risk, probability, forecast.

Жизнь отдельного человека и общества в целом существенно зависит от того, кто и как организует эту жизнь. Человек как субъект принятия решений наделен рядом отличительных и в некотором смысле противоречивых свойств, которые условно можно разделить на две группы. Так, каждый человек обладает своим индивидуальным, присущим только ему восприятием окружающего мира, что в значительной мере определяет его поведение (разные люди даже в одинаковых ситуациях часто поступают по-разному). Вместе с тем, являясь «человеком разумным» и находясь в обществе себе подобных, он осознает необходимость рационального поведения в этом обществе. Данное противоречие обусловливает необходимость формировать механизмы эффективного управления организационным поведением людей, что на протяжении веков ставило и продолжает ставить соответствующие задачи перед органами управления и наукой.

Развитие цивилизации в целом, техники и технологий в частности, вызывает постоянное усложнение бытия в современном обществе, что ведет к расширению спектра вопросов, ответы на которые должны быть найдены. Так, наряду с достижениями в области производства и комфорта жизни существенно расширяется спектр угроз, которые повышают уровень опасности для отдельных людей, их групп и общества в целом. В этой связи необходимость решения вопросов совершенствования управления организационным поведением людей только актуализируется.

На этом пути встают многочисленные трудности, среди которых резко выделяются те, которые обусловлены явлением, называемым «неопределенность» [1].

В обыденном понимании отвечающее за это понятие обычно связывают с такими терминами, как непредсказуемость, случайность, неоднозначность, нечеткость и др. В научных же кругах неопределенность понимается как категория, характеризующая уровень информированности субъекта. Она трактуется как одно из базовых свойств нашего мира, которое в значительной мере связано с нелинейностью развития, с явлением динамического хаоса, для которого характерно существование сложных нелинейных законов, и, как следствие, с неоднозначной зависимостью будущего состояния от начальных условий, что, в частности, исключает возможность однозначных прогнозов в широком диапазоне ситуаций.

Осознание значимости явлений неопределенности и потребность ее учета при рационализации практической деятельности находят отображение в сфере образования. В большинстве программ высшего образования введена учебная дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» (с основами этой науки уже знакомят в общеобразовательной школе), а также такие дисциплины, как «Теория надежности», «Нечеткие множества», «Теория систем», «Основы синергетики», где изучаются объекты и процессы, характерным предметом рассмотрения которых является неопределенность. По мере развития цивилизации такого рода научные дисциплины все более востребованы, поскольку вырабатываемые в них знания могут быть эффективно использованы при решении вопросов прогнозирования, предупреждения и смягчения возможных нежелательных последствий не только от природных явлений, но и от неверных решений людей [2].

Все более важное место в данном ряду занимает теория риска, которая уже изучается в ряде вузов в качестве учебной дисциплины [3]. В частности, этот курс поставлен и с успехом читается в ПГУПС. Введение курса «Теория риска» преследует ряд целей: изложить методологию такого явления, как риск, показать необходимость системного подхода к его изучению, развить умения и навыки принятия решений в условиях риска.

При разработке учебной дисциплины потребовалось уточнить ряд базовых понятий. В частности, оказалось, что наблюдаются недостаточно устоявшиеся взгляды на трактовку понятия «риск». В этой связи в курсе «Теория риска» обосновывается следующее определение риска: под риском понимается объясненная субъектом характеристика меры возможного отклонения фактического результата реализации принимаемого решения от ожидаемого (планируемого). Отсюда логически выводится ряд важных заключений [4]:

– рисковать означает принимать решение на функционирование объекта при наличии возможного риска;

– рискуют субъекты (физические или юридические лица), поскольку именно они при конкретных условиях и обстоятельствах принимают решение, а также несут ответственность за его последствия;

– при принятии решений в условиях риска представляется целесообразным следовать методологии системного подхода;

– риск существует тогда и только тогда, когда фактический исход субъекту неизвестен, когда при функционировании объекта возможно не единственное развитие событий и каждое из них может привести к ущербу или иному негативному последствию, затрагивая интересы субъекта;

– риск без принадлежности не существует.

Различают риск реально существующий и предполагаемый (возможный). Последний характерен для состояния системы до начала ее целевого функционирования. С некоторой мерой обоснованности судить о его оценке можно только после тщательного анализа ситуации и проведения соответствующего исследования, главным образом моделирования.

Реально существующий риск возникает уже после принятия решения субъектом на функционирование объекта и длится в течение всего периода функционирования объекта, обусловленного принятым решением. В этот период можно, учитывая обстоятельства развития процесса и, как следствие, изменения ситуации, продолжать проводить оценку риска, а в случае целесообразности и возможности изменять параметры процесса, тем самым управляя риском.

Эти заключения составили методологическую основу читаемого курса и обусловили следующую последовательность рассматриваемых в ходе изучения дисциплины тем [5].

1. Описание объекта рассмотрения как системы.
2. Качественный анализ функционирования объекта в заданной внешней среде и сложившихся условиях;
3. Выявление и анализ факторов, которые порождают риски при функционировании объекта рассмотрения.
4. Анализ возможных рисков.
5. Математическое моделирование функционирования системы с целью оценки возможных рисков.
6. Собственно принятие решения.
7. Управление риском в процессе реализации принятого решения.

Показателем риска обычно выступает математическое ожидание возможного ущерба. Следовательно, для его оценки должны быть получены значения вероятности возможных отклонений показателей функционирования объекта от плановых, а также значения показателей ожидаемых последствий (возможного ущерба). Эти обстоятельства обусловливают необходимость знания обучаемыми теории вероятности и математической статистики, методов математического моделирования, а также предметной области, к которой относится объект рассмотрения.

Как показывает практика, изучение учебной дисциплины «Теория риска» должно сопровождаться выполнением ряда практических и курсовых работ, тематически тесно связанных с осваиваемой предметной областью [6].

Итак, развитие цивилизации обусловливает актуализацию вопросов учета неопределенностей. Поскольку на практике управление часто осуществляется в условиях риска, становится все более актуальной потребность в развитии теории риска и активном применении ее на практике. Следовательно, выпускники многих направлений подготовки должны владеть методами обоснованного принятия решений в условиях риска. Одним из необходимых шагов на пути выполнения этого требования является введение в учебные планы учебной дисциплины «Теория риска».

Список литературы

1. Принятие решений при управлении организационными системами: монография / С.М. Вертешев [и др.]. Псков: Псковский государственный университет, 2019. 218 с.

2. Управление риском. Риск, устойчивое развитие, синергетика / В.А. Владимиров, Ю.Л. Воробьев, Г.Г. Малинецкий [и др.]. М.: Наука, 2000. 431 с.

3. Герасименко П.В. Теория оценивания риска: учебное пособие. СПб.: ФГБОУ ВПО ПГУПС, 2015. 51 с.

4. Теория и практика управления рисками / Р.М. Качалов, С.Г. Опарин, П.В. Герасименко [и др.]. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, 2020. 236 с.

5. Воронов М.В. Разработка модели структуры знаний учебного курса // Информатизация образования и методика электронного обучения: цифровые технологии в образовании: материалы VI Международной науч. конф., г. Красноярск, 20–23 сентября 2022 г. В 3 ч. Ч. 1 / под общ. ред. М.В. Носкова. Красноярск: Красноярский государственный педагогический университет им. В.П. Астафьева, 2022. С.216–219.

6. Герасименко П.В., Титов Г.Б. Оценивание рисков необеспечения своевременной доставки груза железнодорожным транспортом // Материалы 8-й Междунар. науч.-практич. конф. Киев: Гос. экономико-технологический ун-т транспорта, 2013. С. 293–295.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЧИСЛА КАК СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ОСНОВА УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Е.И. Деза, доктор пед. наук, профессор

Московский педагогический государственный университет (Россия, Москва)

e-mail: Elena.Deza@gmail.com

Аннотация. В работе проанализированы возможности специальных чисел натурального ряда как содержательной основы индивидуальной учебно-исследовательской деятельности студентов – будущих учителей математики. Рассмотрены методические особенности изучения «специальных» числовых множеств с точки зрения исследуемой проблемы. Выделены принципы организации учебно-исследовательской работы студентов на базе одного из классов специальных чисел. Рассмотрены примеры реализации предлагаемого подхода в практике работы со студентами Института математики и информатики Московского педагогического государственного университета.

Ключевые слова: профессиональная подготовка будущего учителя математики, учебно-исследовательская деятельность студентов, специальные числа натурального ряда, числа Каталана.

SPECIAL NUMBERS AS A CONTENT BASE OF STUDENTS' EDUCATIONAL AND RESEARCH WORK

E.I. Deza, doctor of pedagogical sciences, full professor

Moscow Pedagogical State University (Russia, Moscow)

e-mail: Elena.Deza@gmail.com

Abstract. In the work the possibilities of special numbers of the natural series as a meaningful base of the individual educational and research activities of students - future teachers of mathematics – are analyzed. Methodical features of «special» numerical sets are considered from the point of view of the problem under consideration. The principles of organizing the educational and research work of students on the base of one of the classes of special numbers are highlighted. Examples of the implementation of the proposed approach in the practice of working with students of the Institute of Mathematics and Informatics of Moscow Pedagogical State University are considered.

Keywords: professional training of the future teacher of mathematics, educational and research activities of students, special numbers of the natural series, Catalan numbers.

Число, являясь одним из основополагающих понятий математики, занимает важное место и в предметной подготовке будущего учителя. Мы неоднократно говорили о педагогических возможностях числовой содержательной линии для совершенствования системы профессиональной подготовки будущих педагогов [1]. В частности, неоднократно обсуждали эффективность использования тех или иных специальных чисел натурального ряда для организации индивидуальной исследовательской деятельности студентов [1; 2].

В этом контексте хороши любые числа, имеющие собственные имена. Они обладают рядом важных с точки зрения проблематики *особенностей*. Среди них – богатая и, как правило, длинная история, связанная с именами множества известных ученых, тесные и разнообразные связи с классическими разделами математической науки и со «школьной» математикой, разбросанность имеющегося материала по различным источникам, отсутствие в специальной литературе единого подхода к изложению теории и т.д. Это позволяет, используя в качестве содержательной базы то или иное «специальное» числовое множество, организовать эффективное учебное исследование, существенно ориентированное на индивидуальные возможности каждого обучающегося. Кто-то ограничится сбором и систематизацией имеющихся фактов, кто-то решит ряд задач, представленных в специальной литературе без доказательства, кто-то использует имеющиеся факты для построения собственной мини-теории и, в дальнейшем, для получения новых фундаментальных результатов в одной из областей математической науки.

Таким образом, начав работу в рамках курсового проекта, студент получает возможность завершить ее качественной выпускной квалификационной работой (ВКР) бакалавра (в дальнейшем – магистра) в области фундаментальной математики. При желании – продолжить работу уже в аспирантуре по одной из математических специальностей, как правило по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

С другой стороны, наработки, полученные на начальном этапе исследования, в рамках курсовой работы, позволяют студенту подготовить ВКР бакалавра (магистра) и в области теории и методики обучения и воспитания (математика). Как было сказано выше, специальные числа прекрасно вписываются как в вузовский, так и в школьный курс математики, и исследование возможностей внедрения элементов теории того или иного класса специальных чисел в учебный процесс всегда дает интересные и полезные с практической точки зрения результаты.

Наконец, многолетний опыт работы автора в стенах математического факультета (с 2018 года – Института математики и информатики) Московского педагогического государственного университета (ИМИ МПГУ) показывает, что такие студенческие исследования позволяют создать развернутую теорию избранных классов специальных чисел, изложив ее единым математическим языком, во всей полноте фундаментальных основ и практических приложений [3; 4]. Монографии подобного рода оказались очень востребованы. В 2012 году в издательстве World Scientific вышла книга «Figurate numbers» [5]; в 2015 году она была переведена на русский язык [6]. С 2020 года идет работа по созданию серии книг той же тематики: в 2021 году вышла монография «Mersenne numbers and Fermate numbers» [7]; в 2023 появилась вторая книга серии, «Perfect and amicable numbers» [8]. Продолжается работа над книгами «Stirling numbers» и «Catalan numbers».

Другими словами, постепенно происходит переход от числовых множеств «первого эшелона» (фигурные числа, числа Фибоначчи, числа Мерсенна и Ферма, совершенные и дружественные числа и т.д.) к более экзотическим и менее знаменитым числовым объектам, как правило, имеющим комбинаторную природу.

В рамках организации студенческого исследования соответствующей тематики мы ориентируемся на следующие *принципы*: интерес обучающегося к выбранной теме; индивидуальный подход к построению и реализации плана исследования; фундаментальность изложения математической базы исследования; единая схема изложения отобранного материала; ориентация на «школьные» приложения. Как правило, при построении мини-теории того или иного числового множества мы стараемся реализовать следующую *схему изложения*, полностью оправдавшую себя в ходе многолетней практической работы: «история вопроса – определение – рекуррентная формула – явная формула – производящая функция – простейшие свойства – специальные (теоретико-числовые, комбинаторные и др.) свойства – асимптотические формулы – приложения». Это дисциплинирует исследователя, задавая четкий вектор направления работы. Дело в том, что в различных источниках можно встретить самые разные подходы к проблематике, вплоть до разных определений и обозначений одного и того же объекта. В таком случае четкое изложение фактов по единой, заданной априори схеме требует от студента значительных усилий, реанимирует багаж его фундаментальных знаний, активизирует творческие способности.

Два примера.

В июне 2023 года студент магистратуры ИМИ МПГУ защитил магистерскую диссертацию на тему «Числа Шредера и Деланнуа в профессиональной подготовке педагога-математика: фундаментальные и методические аспекты» (направление подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, магистерская программа «Математическая подготовка преподавателя высшей школы»). Работа носила фундаментальный характер, в ней были систематизированы известные и получены новые свойства двух указанных классов специальных чисел комбинаторной природы, рассмотрен ряд интересных (и весьма непростых) приложений изучаемых числовых множеств. Получив красный диплом, студент планирует поступление в аспирантуру по специальности 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

В июне 2023 года студентка бакалавриата ИМИ МПГУ защитила ВКР бакалавра на тему «Специальные числа, представимые на целочисленной решетке» (направление подготовки 01.03.01 Математика, профиль «Преподавание математики и информатики»). Перед ней была поставлена четкая, интересная, но, как оказалось, очень непростая задача – рассмотреть несколько классов специальных чисел – числа Каталана, числа Моцкина, числа Деланнуа, числа Шредера, числа Нараяны, элементы треугольника Паскаля – с точки зрения перечислительных задач, связанных с двумерной целочисленной решеткой Z^2. Другими словами, определив то или иное числовое множество как количество специального вида путей на целочисленной решетке Z^2, требовалось построить мини-теорию указанного множества по приведенной выше схеме, исходя из заданного определения. Например, *числа Каталана* были исследованы по такой схеме.

Определение. Число C_n представляет собой количество возможных путей на квадратной целочисленной решетке размером $n * n$, не поднимающихся выше диагонали, проведенной из точки $(0;\ 0)$ в точку $(n; n)$, если точка $(0;\ 0)$ – левый нижний угол решетки, а движение разрешено строго вверх и вправо (число C_0 будем считать равным единице).

Пример. Нетрудно видеть, что существует ровно два разрешенных пути в квадрате размером $2 * 2$, то есть $C_2 = 2$. Аналогичным образом, $C_3 = 5$.

Замечание. Число C_n представляет собой количество возможных путей на двумерной целочисленной решетке из точки *(0; 0)* до точки *(0; 2n)*, если движение разрешено строго по диагоналям вверх-вправо и вниз-право, с запретом спускаться ниже оси абсцисс.

Рекуррентная формула: $C_0 = C_1 = 1,\ C_n = \sum_{k=0}^{n-1} C_k C_{n-1-k}$

Производящая функция: $\sum_{n=0}^{\infty} C_n x^n = \frac{1-\sqrt{1-4x}}{2x}, |x| < \frac{1}{4}$.

Явная формула: $C_n = \frac{(2n)!}{n!(n+1)!}$.

Комбинаторные задачи, приводящие к числам Каталана.

1. Задача о расстановке скобок (проблема Каталана): число C_n представляет собой количество возможных расстановок $n-2$ пар скобок в n сомножителях [3; 4].

2. Перечисление деревьев: число C_n представляет собой количество возможных деревьев с $n+1$ листьями, в которых каждый узел содержит не более двух дочерних узлов [3; 4].

Аналогичным образом построено в работе изложение элементов теории других выделенных числовых множеств. Заметим, что, помимо очевидных методических достоинств такого подхода, представленные материалы имеют несомненную научную новизну. Мы планируем продолжить работу в данном направлении.

Список литературы

1. Деза Е.И. Индивидуальные траектории предметной подготовки учителя математики в системе вариативного образования: монография. М.: Прометей, 2011. 239 с.
2. Деза Е.И. Вопросы организационно-содержательной поддержки исследовательской работы студентов педвузов // Преподаватель 21 век. 2017. № 2. С. 167– 179.
3. Деза Е.И. Специальные числа натурального ряда: учебное пособие. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2015. 240 с.
4. Деза Е.И. Специальные комбинаторные числа: учебное пособие. М.: USSR, 2018. 316 с.
5. Deza E.I., Deza M.M. Figurate numbers: monograph. World Scientific, 2012. 476 p.
6. Деза Е.И., Деза М.М. Фигурные числа: монография. М.: МЦНМО, 2015. 350 с.
7. Deza E.I. Mersenne numbers and Fermat numbers: monograph. World Scientific, 2021. 328 p.
8. Deza E.I. Perfect and amicable numbers: monograph. World Scientific, 2023. 564 p.

ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К РЕАЛИЗАЦИИ МЕТАПРЕДМЕТНОСТИ В ШКОЛЕ

Л.В. Котова, кандидат пед. наук

Московский городской педагогический университет (Россия, Москва)

e-mail: kolv@inbox.ru

Аннотация. В статье рассматриваются основные аспекты метапредметного подхода к обучению и пути реализации подготовки будущего учителя математики к внедрению этого подхода в свою профессиональную деятельность.

Ключевые слова: метапредметный подход к обучению, подготовка учителя математики.

PREPARATION OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER FOR THE IMPLEMENTATION OF META-SUBJECTS IN SCHOOL

L.V. Kotova, Candidate of Pedagogical Sciences

Moscow City Pedagogical University (Russia, Moscow)

e-mail: kolv@inbox.ru

Abstract. The article discusses the main aspects of the meta-subject approach to teaching and the ways to implement the preparation of a future mathematics teacher to implement this approach in their professional activities.

Keywords: meta-subject approach to teaching, mathematics teacher training.

Одним из ключевых этапов становления полноценной образованной личности является комплексное формирование исследовательских и поисковых навыков. Успешная подготовка будущих учителей математики заключается в формировании у них метапредметных умений, которые основаны на реализации творческого потенциала, усилении мотивации к изучению предмета. Это означает, что знания должны приобретаться не на «дальнейшую перспективу», а на «здесь и сейчас».

В современном образовательном процессе в последнее время особо уделяется внимание *метапредметному подходу* к обучению. Считается, что этот подход ориентирован на формирование новых способностей у учеников и, соответственно, способствует новым образовательным результатам.

Основными компонентами метапредметного подхода являются метапредмет, метапредметное обучение, метапредметный подход, метапредметные результаты обучения, метаметоды, метанавыки.

Эти понятия нашли отражение в работах таких ученых, как А.Г. Асмолов, С.В. Гальян, Н.В. Громыко, А.В. Хуторской и др. На современном этапе развития вопрос о метапредметном подходе рассматривают Е.Л. Пупышева, А.П. Родионова, Т.А. Файн и др. Что касается внедрения метапредметного подхода в образовательный процесс, этим занимаются М.Д. Даммер, В.И. Павловец, И.Н. Ратикова и др.

Впервые метапредметный подход был упомянут еще Аристотелем. Однако, несмотря на столь длинную историю, ученые до сих пор не сошлись во мнении касательно сущности метапредметного подхода, поэтому утвержденного определения данного феномена нет по сей день.

В работах Н.В. Громыко [1] и А.В. Хуторского [2] рассматривается метапредметный подход как обучение «целостному образному восприятию мира, метадеятельности».

Можно выделить *ключевые признаки* метапредметного подхода.

1. В ходе образовательного процесса с применением метапредметного подхода обучающийся не только получает возможность овладеть системой знаний по предмету, но и учится пользоваться этими знаниями в жизни. Он видит связь науки и окружающего современного мира, учится делать выводы на основе полученных знаний по предмету и устанавливать связь предмета с другими предметами, что повышает его познавательную активность.
2. Метапредметный подход подразумевает решение задач, возникших в ходе образовательной деятельности, и в результате генерируются новые подходы к решению задач и проблем.

А.В. Хуторской [2] также выделяет две основные *функции* метапредметности в образовании: интеграция содержания и организация метапредметной деятельности учащихся.

Многие ученые сходятся во мнении, что математику как образовательный предмет следует рассматривать на уровне метапредмета и, соответственно, подходить к обучению математике с точки зрения метапредметного подхода. Это гарантирует достижение практико-ориентированной цели образования.

Метапредметные результаты могут быть получены при условии:

– формирования представлений о математике в рамках общечеловеческой культуры, о значении математики в развитии современного общества;

– развития представлений о математике как форме описания и способе познания действительности, создания условий для первого опыта математического моделирования;

– формирования общих способов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и составляющих основу познавательной культуры, значимых для различных сфер деятельности человека.

Математические термины очень сложно изучать, обучающиеся всегда понимают их с большим трудом, и очень сложно найти примеры использования математических терминов в других науках. Если преподаватель научится грамотно использовать метапредметный подход в процессе преподавания, если сможет подобрать примеры, найти или разработать метапредметные задачи, то процесс обучения математике станет интереснее.

Для реализации метапредметного подхода в образовании необходимы компетентные в этом вопросе учителя. В базовой подготовке будущих учителей математики важную роль отводят формированию умений разрабатывать метапредметные задачи, выявлять метапредметные связи в различных науках.

О.Г. Селиванова [3] рассматривает три этапа внедрения в учебный процесс метапредметности: *внутрисубъектный* (выявление внутрипредметных связей); *межпредметный* («исследование изучаемого явления или объекта с разных сторон, интеграция содержания учебных материалов и методов познания»); *надпредметный* («осмысление отношений в системе человек – природа – общество»).

Рассмотрим эти уровни на трех задачах из дискретной математики [4].

1. *Если в связном графе удалить одно ребро, включенное в некоторый цикл, то останется ли граф связным?*

(Внутрипредметные связи: анализируем свойства связности и свойства циклов, ребро *e* будет включено в некоторый цикл лишь при условии, что между его граничными точками будут существовать две цепи, одной из этих цепей и будет рассматриваемое ребро *e*.)

2. *Каково количество диагоналей любого n-угольника?*

(Межпредметные связи: анализируем геометрические свойства *n*-угольника, соотносим вершины *n*-угольника с вершинами графа и стороны – с ребрами, комбинаторно находим все пары несоседних вершин.)

3. *На 6 островах, соединенных мостами, расположилась вражеская сторона. Сколько мостов или островов нужно уничтожить для того, чтобы противник потерял бдительность (рис. 1)?*

(Надпредметная: необходимо сначала построить графовую модель, а затем проанализировать свойства связности графа (трехсвязность), сделать выводы.)

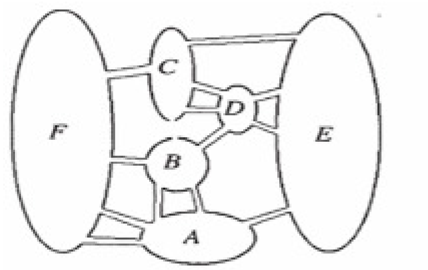


Рис. 1. К задаче 3

Т.Г. Князева выделяет следующие компоненты внедрения метапредметного подхода при подготовке будущих учителей математики: *деятельностный, познавательный, личностный*.

Деятельностный – формирование комплекса профессионально-ориентированных умений и навыков, которые способствуют достижению метапредметных результатов, а именно:

– «знание и понимание компонентов метапредметности (метазнаний, метаумений, ценностей) и средств их интеграции в образовательный процесс;

– знание и понимание способов реализации межпредметных связей, интеграции как средства формирования целостной картины студенческого мира;

– знание и понимание межпредметных связей, интеграция содержания и деятельности в рамках компонентов метапредметов и то, как они включаются в учебный процесс в классе» [5]

Познавательный – формирование педагогических знаний, которые будут способствовать утверждению естественно-научной картины мира в качестве результата образовательного процесса.

Личностный – формирование таких черт характера, которые в дальнейшем обеспечивают мотивацию и желание достичь метапредметных результатов.

При подготовке учителя в рамках математических дисциплин следует организовать работу, направленную на выявление метапредметных связей в изучаемом материале, и того, как они способны оказывать влияние на полноценное восприятие изучаемого курса.

Для качественной подготовки будущего учителя математики необходимо самого учить так, чтобы каждое новое понятие проходило через сознание, а не запоминание, а в контексте его будущей профессиональной деятельности еще и находило отражение в материале школьной программы, то есть выстраивать образовательный процесс таким образом, чтобы была возможность использовать метапредметные задания для лучшего понимания учащимися материала, для межпредметного видения изучаемого и практической его значимости.

Список литературы

1. Громыко Н.В. Метапредмет «Знание»: учеб. пособие. М.: Пушкинский институт, 2001. 34 с.
2. Хуторской А.В. Метапредметное содержание и результаты образования: как реализовать ФГОС // Эйдос: интернет-журнал. 2012. № 1. URL: http://www.eidos.ru/journal/2012/0229-10.htm (дата обращения 11.06.2023).
3. Селиванова О.Г. Метапредметные результаты образовательной деятельности школьников и способы их достижения // Ученые записки ПетрГУ. 2014. № 4. С. 36–40.
4. Котова Л.В., Деза Е.И. К вопросу об использовании геометрических структур в курсе дискретной математики для студентов педвуза // Классическая и современная геометрия: материалы международной конференции (к 100-летию со дня рождения Л.С. Атанасяна). М.: МПГУ, 2022. С. 83–89.
5. Князева Т.Г. Система подготовки учителя к реализации метапредметного подхода в условиях общеобразовательной организации // Международный научно-исследовательский журнал. 2017. № 08(62). С. 81–84.

ВИДЕОМАТЕРИАЛЫ НА ЗАНЯТИЯХ ПО МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

М.Н. Кочагина, кандидат пед. наук, доцент
Московский городской педагогический университет (Россия, Москва)
e-mail: KochaginaMN@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются виды видеоматериалов и способы их использования при изучении дисциплины «Методика обучения и воспитания (математика)» в процессе подготовки будущих учителей математики.

Ключевые слова: видеоматериалы, методика обучения математике, профессиональная подготовка будущего учителя.

VIDEO MATERIALS FOR STUDY METHODS OF TEACHING MATHEMATICS

M.N. Kochagina, candidat of pedagogical sciences, docent
Moscow City University (Russia, Moscow)

Abstract. The article considers the types of video materials and ways of their use in the study of the discipline «Methods of teaching and upbringing (mathematics)» in the preparation of future teachers of mathematics.

Keywords: video materials, methods of teaching mathematics, professional training of a future teacher.

Видеоматериалы стали широко использоваться во время дистанционного обучения студентов. Их преимуществами являются возможность многоразового просмотра и выбор удобного для зрителя времени просмотра. Как только обучение вернулось к прежнему формату, видеоматериалами стали пользоваться реже. Это закономерно, но образовательный потенциал таких материалов следует использовать.

В МГПУ использование видеоматериалов на занятиях по «Методике обучения и воспитания (математика)» (МОиВ) началось около 20 лет назад. Опишем наиболее удачные способы применения видеоматериалов при обучении студентов.

Как для любого средства обучения, использование видеоматериала в учебном процессе определяется целями обучения, выбранными формами и методами обучения и должно соответствовать изучаемому содержанию. Можно выделить два основных способа использования видеоматериалов при обучении студентов: демонстрация готовых видеоматериалов и создание студентами собственных видеоматериалов.

Демонстрация готовых видеоматериалов в обучении студентов.

Преподаватель использует видеоматериалы на лекционных (семинарских) занятиях или для организации самостоятельной работы студентов. Такие видеоматериалы преподаватель может подготовить самостоятельно или с помощью студентов, также он может выбрать готовые видеоресурсы сети Интернет.

Электронные материалы для организации самостоятельной работы студентов можно дополнять короткими видеороликами. Обычно такие материалы сопровождают дистанционные курсы или материалы в lms. Опыт использования подобных материалов есть во многих вузах. Качественные материалы получаются при профессиональной видеозаписи в студии.

Просмотр заранее записанных видеофрагментов уроков математики целесообразно использовать на практических занятиях по МОиВ. После просмотра таких материалов можно организовать со студентами групповое обсуждение с целью установления соответствия этапа обучения школьников методическим требованиям, выявления и коррекции методических ошибок. Такой способ удачно применяют при знакомстве с организацией обучения математике (этапами урока математики, методами и формами обучения математике и т.д.), при обучении работе с компонентами математического содержания (математическими понятиями, теоремами и т.д.), при изучении отдельных вопросов частной методики. Просмотр фрагмента нужно сопроводить вопросами, которые планируется обсудить по окончании просмотра. Таким образом, видеоматериал вместе с описанием ситуации и вопросами представляет собой кейс. Сам видеофрагмент не должен быть больше 5–7 минут. Если видеофрагмент длится дольше, то следует разделить его на несколько частей с прерыванием на обсуждение после просмотра каждой логической части.

Небольшие видеофрагменты мы использовали в контрольных работах по МОиВ для проверки умений проводить методический анализ урока (фрагмента) или постановки проблемы, решить которую нужно студентам.

На лекционных занятиях также можно использовать видеоматериалы разного характера, в том числе видеофрагменты уроков математики. Здесь их цель – показать примеры применения в обучении учащихся тех теоретических вопросов, которые рассматриваются на лекции.

Для организации самостоятельной домашней работы студентов, при подготовке к конкурсным мероприятиям можно предлагать студентам видеоматериалы большей длительности (до 45 минут). Это могут быть записи вебинаров или уроков математики, например, уроков опытных учителей математики или конкурсных уроков.

Создание студентами собственных видеоматериалов.

Требование по созданию собственных видеоматериалов присутствует в ряде профессиональных состязаний и конкурсов для учителей и студентов. Так, например, среди конкурсных заданий чемпионата Worldskills по педагогической компетенции «Учитель основной и средней школы» содержится задание на подготовку видеоматериалов. Учителя московских школ, участвующие в разработке проекта «Московская электронная школа» (МЭШ), должны уметь создавать видеоматериалы как одну из разновидностей атомиков, а затем включать их в сценарий урока. Такие же требования к подготовке будущих учителей проверяются в проекте «Сертификат “Московский учитель”» [1], который проводит МГПУ при поддержке Департамента образования и науки города Москвы. Технические умения по созданию видеоконтента формируются у студентов при изучении дисциплины «Информационные и телекоммуникационные технологии в образовании», а применять умения студенты учатся в процессе освоения соответствующих дисциплин методического модуля.

На занятиях по методике обучения решению математических задач студенты выполняют индивидуальное задание «Видеозадача». Каждый из студентов записывает видеоролик, в котором нужно продемонстрировать работу с задачей на дистанционном уроке для учащихся 5–7 классов. Критерии оценивания сообщаются студентам, а также демонстрируются примеры удачных видеоматериалов. Видеоролик должен длиться не более 5 минут. Оценивается наглядность материала, проведение поиска решения, наличие всех этапов работы с задачей, правильность оформления решения, грамотность речи учителя. Видеоматериалы размещаются в открытом доступе для студентов группы, активно просматриваются и обсуждаются. Таким образом, у студентов накапливается банк видеоматериалов, которыми они могут пользоваться на практике, но главное – появляется опыт создания собственных материалов, который им пригодится во время педагогической практики (даже если она не проходит в дистанционном формате). Этот опыт они будут использовать в своей профессиональной деятельности и на конкурсных мероприятиях.

Еще одним индивидуальным заданием для студентов при изучении дисциплин методического модуля является создание буктрейлера по книге дополнительного чтения по математике для школьников, обычно научно-популярного характера. Буктрейлер – это короткий видеоролик (до трех минут), рассказывающий в увлекательной форме о некоторой книге, побуждая к ее прочтению. Такое задание имеет несколько целей: знакомство студентов с дополнительной литературой для школьников и приемами организации работы школьников с дополнительной литературой по математике [2], стимулирование интереса к изучению такой литературы, создание собственного медиапродукта, получение навыков по популяризации математики, создание банка материалов.

Приведем пример буктрейлера, созданного студенткой 4 курса В.И. Филатовой по книге И.Ф. Шарыгина «Уроки дедушки Гаврилы, или Развивающие каникулы», который можно открыть с помощью QR-кода (рис. 1).

Рис. 1. QR-код для просмотра буктрейлера

На старших курсах студенты участвуют в организации вебинаров для школьников, проводят дистанционные уроки во время цифровых практик [3], участвуют в профессиональных конкурсах. Здесь они используют самостоятельно созданные видеоматериалы.

Можно перечислить сложности, с которыми могут встретиться студенты при создании собственных видеоматериалов:

– сложности технического характера (требуется наличие оборудования для записи видео, установка специальных программ для монтажа видеоматериалов, владение навыками работы с видеофайлами);

– сложности временного характера (видеосъемка и видеомонтаж, даже при наличии достаточных знаний и умений, могут занимать много времени; поиск готовых видеоматериалов также небыстрый процесс).

При подготовке видеоматериалов для дисциплин методического модуля, кроме перечисленных сложностей, можно столкнуться со сложностями организационного характера, требующими соблюдения норм, обеспечивающих сохранность жизни и здоровья обучающихся, работников образовательной организации (получение согласия на проведение видеозаписи в образовательных организациях, прежде всего в школах).

Несмотря на сложности, использование видеоматериалов приносит результат. Создается эффект присутствия студентов на реальном уроке, что невозможно организовать в реальности, прежде всего из-за отсутствия места в школьных кабинетах для всей группы студентов. Создавая свои видеоматериалы, студенты готовятся к будущей педагогической деятельности, оттачивают мастерство и проявляют творческий подход.

Список литературы

1. Проект «Сертификат “Московский учитель”» для будущих учителей математики: цели, этапы, оценка предметной подготовки // Подготовка будущих учителей математики к участию в проекте «Сертификат “Московский учитель”» / Л.О. Денищева, Т.А. Захарова, О.В. Кирюшкина и др. М.: МГПУ, 2022. С. 151–169.
2. Кочагина М.Н. Дополнительное чтение по математике в цифровую эпоху / Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: Информатика и информатизация образования. 2020. № 4(54). С. 79–87.
3. Кочагина М.Н. О цифровых практиках при подготовке учителей математики // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров: ВятГУ; ВЕСИ, 2022. С. 113–115.

О ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЕ МОЛОДЫХ УЧИТЕЛЕЙ ПО МАТЕМАТИКЕ И МЕТОДИКЕ ЕЕ ПРЕПОДАВАНИЯ

Ю.А. Семеняченко, кандидат педагогических наук, доцент
Московский городской педагогический университет (Россия, Москва)
email: semua@rambler.ru

Аннотация. Тезисы посвящены одной из проблем подготовки учителей математики, а именно дефицитам в области владения геометрическими знаниями и методики обучения геометрии школьников. Освещена проблема умения решать практико-ориентированные задачи, подразумевающие использование геометрии. Результаты, отраженные в тезисах, получены на основе анализа отборочного этапа Всероссийской олимпиады молодых учителей по математике и методике ее преподавания.

Ключевые слова: олимпиада, учитель математики, обучение геометрии, практико-ориентированная задача.

ABOUT THE ALL-RUSSIAN OLYMPIAD OF YOUNG TEACHERS IN MATHEMATICS AND ITS TEACHING METHODS

Yu.A. Semenyachenko, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Moscow City Pedagogical University (Russia, Moscow)

Abstract. The theses are devoted to one of the problems of training teachers of mathematics, namely, deficits in the field of possession of geometric knowledge and methods of teaching geometry to schoolchildren. The problem of the ability to solve practice-oriented problems involving the use of geometry is highlighted. The results reflected in the theses were obtained based on the analysis of the qualifying stage of the All-Russian Olympiad of Young Teachers in Mathematics and the methodology of its teaching.

Keywords: olympiad, mathematics teacher, geometry training, practice-oriented task.

Второй год проводится Всероссийская олимпиада молодых учителей по математике и методике ее преподавания, впервые состоявшаяся в 2022 году. Организаторами ее являются три вуза, заключившие договор о сотрудничестве: МГПУ (Москва), УлГПУ (Ульяновск) и ПГГПУ (Пермь). Цель олимпиады – выявление и поддержка молодых талантливых людей, обладающих профессиональными компетенциями, необходимыми для обеспечения качества образования, достижения обучающимися предметных, метапредметных и личностных результатов [3]. Олимпиада проводится в два этапа: отборочный и основной. Участниками ее могут стать молодые педагоги, которые проявляют интерес к преподаванию математики. Зарегистрировавшиеся участники разделяются на три возрастные номинации: 18–22 года, 23–28 лет и 29–35 лет. Возрастная номинация каждого участника определяется количеством полных лет на момент регистрации.

Каждый год олимпиада посвящается некоторой теме, отражающей какую-либо содержательную линию в школьном курсе математики. Темой олимпиады 2023 года стало «Обучение геометрии в школе». В 2023 году в олимпиаде приняло участие 583 человека из более чем 55 регионов России. Среди них были как молодые учителя математики, так и студенты, которые еще только получают эту профессию, из 38 вузов России, большинство из которых педагогические. Распределение участников по номинациям и соотношение студентов и практикующих учителей показано на рисунках 1 и 2.

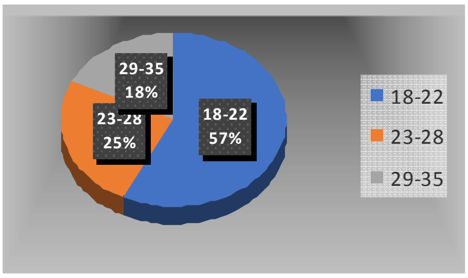


Рис. 1. Распределение по номинациям

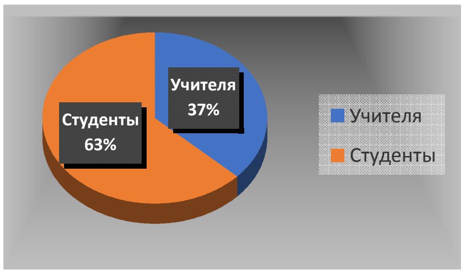
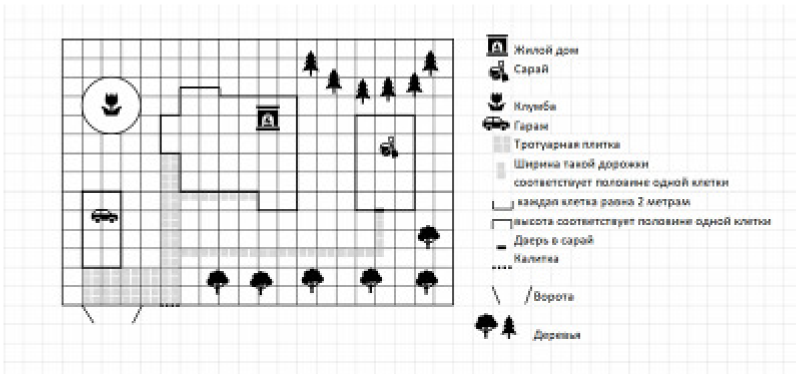


Рис. 2. Число студентов и учителей

Остановимся немного подробнее на результатах отборочного этапа. Отборочный этап олимпиады проходил в дистанционном формате, предполагал автоматическую проверку и длился пять дней. В этот период в любое удобное для себя время каждому зарегистрировавшемуся участнику было необходимо с одной попытки в течение 90 минут решить 15 заданий. Многие задания содержали несколько вопросов, поэтому было необходимо ответить на 31 вопрос. Задания для отборочного тура составлялись в соответствии со школьным курсом геометрии, различными аспектами геометрических знаний, а также были направлены на проверку деятельности учителя по обучению геометрии. Среди задач, включенных в отборочный этап, были как задачи олимпиадного характера, так и задачи, направленные на проверку элементарных геометрических знаний, в том числе задачи, подобные включенным в ОГЭ и ЕГЭ. Автоматическая проверка решений отборочного этапа показала, что всего 32% участников выполнили правильно более половины заданий.

Рассмотрим результаты решения одной из геометрических задач отборочного этапа более подробно. Это практико-ориентированная задача, предполагающая проверку элементарных геометрических знаний и умений выполнять простые расчеты площадей правильных плоских фигур. Отметим, что при выполнении именно таких заданий из ОГЭ обучающиеся 9 классов допускают большое количество ошибок.

Задача. На рисунке изображен план дачного участка 288 с жилым домом, гаражом и сараем, расположенными в дачном товариществе «Дубровка». Участок имеет прямоугольную форму. Сторона каждой клетки плана равна 2 м. Все дорожки на участке, а также площадка перед гаражом вымощены тротуарной плиткой размером $0,5 \times 0,5$ м^2.



К задаче было дано четыре вопроса.

1. Для расчета схемы высаживания цветов на клумбе хозяйке требуется вычислить ее площадь. Чему равна площадь клумбы? В ответ запишите число, округленное до целого. (Ответ: 28.)

Правильно на этот вопрос ответили 123 человека, 430 участников дали неверный ответ, 30 человек не ответили вовсе.

2. Для проектирования ландшафтного дизайна участка хозяину требуется вычислить отношение площади жилого дома к площади всего участка. Сколько процентов площади всего участка занимает жилой дом? (Ответ: 12,5.)

Правильно на этот вопрос ответили 344 человека, 203 участника дали неверный ответ, 36 человек не ответили вовсе.

3. Для укладки плиткой всех дорожек и площадки перед гаражом хозяева покупали тротуарную плитку, которая продавалась в упаковках по 8 штук. Магазин продавал плитку только упаковками. Сколько упаковок потребовалось купить? (Ответ: 49.)

Правильно на этот вопрос ответили 118 человек, 417 участников дали неверный ответ, 48 человек не ответили вовсе.

4. Хозяева рассматривают возможность сделать дорожку, напрямую ведущую от калитки до сарая. Какова будет ее длина в метрах, если принять это расстояние по плану от правого края калитки до левого края двери в сарай? В ответ запишите число, округленное до десятых. (Ответ: 22,4.)

Правильно на этот вопрос ответили 199 человек, 318 участников дали неверный ответ, 66 человек не ответили вовсе.

Общая статистика ответов на вопросы этой задачи приведена на диаграмме (рис. 3):

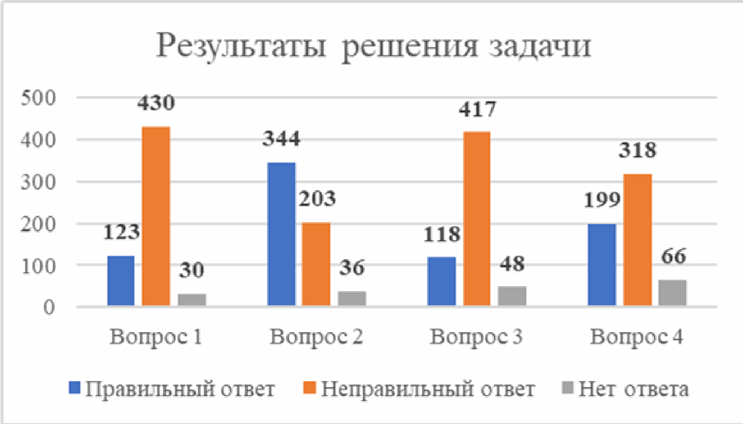


Рис. 3. Статистика решения практико-ориентированной задачи

Количество неверных ответов по каждому из вопросов задачи заставляет задуматься о том, что у молодых учителей имеются пробелы в умениях решать практико-ориентированные задачи, предполагающие использование элементарных геометрических знаний. Данное задание было направлено на проверку умений применять геометрические знания в реальной жизни. Поэтому специфика задания состоит в необходимости:

а) внимательно и осмысленно прочитывать условия заданий;

б) вычленять из текста задачи необходимую для конкретной ситуации информацию;

в) грамотно считывать информацию с плана, учитывая масштаб;

г) выполнять несложные геометрические расчеты (вычисление площадей правильных фигур, применение теоремы Пифагора) для конкретных практических ситуаций.

Возможные ошибки при решении задачи могли быть допущены по следующим причинам:

а) невнимательное прочтение условий задачи;

б) вычисления без учета масштаба, а именно того, что длина одной клетки равна 2 метрам;

в) небрежность в расчетах.

Конечно, по результатам решения одной лишь задачи сделать значительные выводы нельзя. Однако статистика вполне показательна, чтобы понять, что у молодых учителей математики имеются значительные пробелы в подготовке по геометрии, а следовательно, и в обучении геометрии.

Список литературы

1. Возможности школьной математики в формировании математической грамотности: учебно-методическое пособие / Л.О. Денищева [и др.]. Москва: Спутник+, 2021. 192 с.

2. Захарова Т.А., Молчева Е.А., Семеняченко Ю.А. Практико-ориентированные задания по математике для формирования математической грамотности учащихся: учебно-методическое пособие. М.: Московский городской педагогический университет, 2022. 104 с.

3. Положение о Всероссийской олимпиаде молодых учителей по математике и методике ее преподавания. URL: https://www.mgpu.ru/olympiad/vserossijskaya-olimpiada-molodyh-uchitelej-po-matematike-i-metodike-ee-prepodavaniya-2 (дата обращения: 10.07.2023).

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЙ КРИЗИС «ВСЕПОБЕЖДАЮЩЕЙ МАТЕМАТИЗАЦИИ» СОВРЕМЕННОЙ НАУКИ

Н.Б. Филимонов, доктор техн. наук, профессор
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова (Россия, Москва)
Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана (Россия, Москва)
*Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова РАН (Россия, Москва)*e-mail: nbfilimonov@mail.ru

Аннотация. Обсуждаются феномен «непостижимой эффективности» всеобщей математизации и особенности методологического кризиса «чрезмерной математизации» современной науки. Рассмотрены причины сложившегося кризиса и показано, что ключом к его преодолению является достижение в научных исследованиях органического единства математической строгости и физического смысла.

Ключевые слова: математика и реальный мир, математический сверхабстракционизм, методологический кризис непомерной математизации современной науки, причины и пути выхода из кризиса.

METHODOLOGICAL CRISIS OF "ALL-CONQUERING MATHEMATIZATION" OF MODERN SCIENCE

N.B. Filimonov, doctor of technical sciences, full professor
Lomonosov Moscow State University (Russia, Moscow)
Bauman Moscow State Technical University (Russia, Moscow)
Trapeznikov Institute of Control Problems of RAS (Russia, Moscow)

Abstract. The phenomenon of the «incomprehensible efficiency» of universal mathematization and the features of the methodological crisis of «excessive mathematization» of modern science are discussed. The causes of the current crisis are considered and it’s shown that the key to overcoming it is the achievement in scientific research of the organizational unity of mathematical rigor and physical meaning.

Keywords: mathematics and the real world, mathematical over-abstractionism, methodological crisis of excessive mathematization of modern science, causes and ways out of the crisis.

> Невероятная эффективность математики в естественных науках есть нечто граничащее с мистикой, ибо никакого рационального объяснения этому факту нет.
>
> *Юджин Поль Вигнер, нобелевский лауреат*

Феномен необъяснимой эффективности математики

Важная закономерность развития современной науки – повышение сложности и нарастание абстрактности научного знания. В связи с этим одной из характерных ее тенденций является процесс математизации, т.е. все более широкое и глубокое проникновение средств математики (языка математики и математических методов исследования) в практику научного познания. Как выразился Б.В. Гнеденко, «в наше время математизация знаний совершает своеобразный победный марш». Важно подчеркнуть, что здесь речь идет об использовании ее методов не столько для вычислений, расчетов, обработки данных наблюдений и экспериментов, сколько для формулирования проблем, построения математических моделей, выдвижения гипотез, эвристического поиска законов и теорий.

Принцип математизации познания был сформулирован еще в XVII веке Г. Галилеем. Сторонниками математизации научного знания со времен Античности и Средневековья являлись Евклид, Архимед, Птолемей, Ф. Бэкон, Р. Декарт, Б. Спиноза, Х. Гюйгенс, И. Ньютон, Г. Лейбниц и др.

Математика была взята за эталон, поскольку она считалась образцом стройности и истинности, играя в науке, по выражению И.Р. Шафаревича, ту же роль, что и стандартизация в технике. По мнению ряда выдающихся мыслителей, уровень развития любой науки может быть установлен в первую очередь, по степени использования в ней математики.

Современный уровень познания мира служит убедительным подтверждением «непостижимой эффективности математики в естественных науках», как образно назвал бурный процесс математизации научного знания выдающийся физик Ю. Вигнер. Даже А. Эйнштейн удивленно спрашивал: «Как математика, продукт человеческой мысли, не зависящая от опыта, может так превосходно соответствовать объектам реальности?»

Однако приходится констатировать, что упомянутая эффективность математики все же переоценивается. Математика создает иллюзию эффективности, если мы концентрируем свое внимание на удачных примерах, хотя существует намного больше примеров ее неэффективности.

Взаимосвязь математики с реальным миром и кризис «избыточной математизации» науки

Центральным философским вопросом математики является вопрос об отношении математики к реальному миру. Группа французских математиков, известных под псевдонимом Н. Бурбаки (Ж. Дьедонне, А. Вейль, А. Картан и др.), подчеркивала, что основная проблема состоит во взаимоотношении мира экспериментального и мира математического: считать ли математику наукой, изучающей определенные отношения действительности, или же утверждать, что она имеет дело лишь с формальными преобразованиями символов, не отражающих никакие реальные отношения? [2].

Природу математики и ее взаимосвязь с реальным миром оценивают по-разному, нередко с взаимоисключающих позиций. Так, еще древнегреческие философы дали два прямо противоположных взгляда на природу математических объектов: *пифагорийско-платоновский*, рассматривающий тождественность реального мира и мира математических сущностей, и *аристотелевский*, рассматривающий последние как абстрактные умозрительные построения, весьма далекие от реальности.

Ряд современных естествоиспытателей и математиков склонен придерживаться аристотелевского воззрения на природу математических объектов как на мысленные конструкции, не имеющие отношения к реальности. Так, согласно А. Гейтингу, математическая мысль «не выражает истину о внешнем мире, а связана исключительно с умственными построениями», а согласно М. Стоуну, «подлинный переворот в наших представлениях о математике – открытие полной ее независимости от физического мира». Д. Эббот подчеркивает, что математика определенно не «чудо», которому стоит удивляться, а продукт человеческого воображения, который мы подгоняем под описание реальности.

В последнее время и математики, и те, кто применяет ее в своей практической деятельности, часто высказывают озабоченность тем, что математические объекты, и в частности модели, во многих случаях оказываются заметно оторванными от реальности. Не случайно Н.Н. Красовский математическую модель назвал «карикатурой на реальность». Здесь же напомним реплику А. Эйнштейна: «Математика – это единственный совершенный метод водить самого себя за нос». Можно привести ряд ярких и метких высказываний выдающихся ученых (Д. Гильберт, Р. Фейнман, Б. Рассел, Р. Музиль, Ю. Вигнер, К. Вильсон и др.) типа: «Эквилибристикой математики можно внушить доверие даже к самой ложной теории».

Дж. фон Нейман писал: «Математическая дисциплина становится всё более эстетической, всё более приближается к чистому искусству для искусства… возникает опасность ее вырождения». Близкие мысли о математике как гуманитарной науке высказывали А.А. Марков и Л.С. Понтрягин, а Ю.И. Манин прямо заявлял: «Математика – это отрасль лингвистики или филологии, занимающаяся преобразованием конечных цепочек символов некоторого алфавита в другие цепочки при помощи конечного числа «грамматических» правил».

Органическое единство математизации и физикализации науки

В результате «всеобщей математизации» в некоторых областях знаний сложилась критическая ситуация, обусловленная их непомерной формализацией: математический «перебор» обострил вопрос о соотношении сложных математических конструкций и объективной реальности, которую они призваны отображать. Речь идет о подмене сущности формой, при которой применение большой и сложной математики чревато уходом от содержательных, сущностных вопросов в сферу формалистики. Так, например, А. Эйнштейн заявил: «С тех пор как математики взялись за Теорию относительности, я сам перестал ее понимать».

Кстати, выдающиеся отечественные ученые считали излишний формализм недопустимым, а прикладную направленность обязательной. В связи с этим А.Н. Колмогоров выдвинул в качестве одной из ключевых следующую *цель математического исследования*: «Уничтожить расхождение между “строгими” методами чистых математиков и “нестрогими” приемами математических рассуждений, применяемыми прикладными математиками, физиками и техниками».

«Победный марш» математизации науки продолжается, несмотря на незатухающий ее методологический кризис. Данный кризис можно рассматривать как форму развития современной науки, поскольку это явление не только закономерное, но и плодотворное. Кризисные фазы в развитии науки являются неизбежными, составными частями ее циклической динамики, причем они носят не только болезненный и разрушительный, но и созидательный характер, открывая простор и давая импульс новым перспективным направлениям на следующих фазах циклической динамики. Ключом к преодолению данного кризиса должна стать новая парадигма развития науки – *физикализация*, которая мыслится в виде некоторого синтеза «математической формализованности» и «физической содержательности», обеспечивающего достижение в научных исследованиях органического единства математической строгости и физического смысла, восстановление взаимообратной связи между теорией и практикой, сочетая инженерную направленность с обновляющимся математическим аппаратом, обеспечивая отображение физического содержания (прикладного) получаемых математических результатов – правильный учет всех существенных в данном исследовании факторов.

Список литературы

1. Математизация современной науки: предпосылки, проблемы, перспективы: сб. трудов. М.: Центральный совет философских (методологических) семинаров при Президиуме АН СССР. М.: ВИНИТИ, 1986. 151 с.
2. Вигнер Е. Непостижимая эффективность математики в естественных науках // Успехи физических наук. 1968. Т. 94, вып. 3. С. 535–546.
3. Гнеденко В.Б. О математике. М.: Эдиториал УРСС, 2000. 208 с.
4. Новиков С.П. Вторая половина XX века и ее итоги: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе // Вестник ДВО РАН. 2006. Вып. 4. С. 3– 22.

5. Филимонов Н.Б. Методологический кризис «всепобеждающей математизации» современной теории управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. № 5. С. 291–301.

6. Филимонов Н.Б. «Непостижимая эффективность» математики в современной теории управления // Математические методы в технике и технологиях. 2016. № 11(93). С. 3–13.

7. Филимонов Н.Б. Феномен «непостижимой эффективности» математизации науки и физикализация современной теории управления // Известия Тульского государственного университета. 2019. № 8. С. 255–262.

ПОДГОТОВКА БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ К ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЦЕССА ПОИСКА РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ОБУЧАЮЩИМИСЯ

Э.Х. Галямова, кандидат пед. наук, доцент
Набережночелнинский государственный педагогический университет
(Россия, Набережные Челны)
e-mail: egalyamova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности организации процесса поиска решения геометрических задач с применением цифрового тренажера. Затрагиваются вопросы подготовки будущего учителя математики в области решения практических задач профессиональной деятельности.

Ключевые слова: обучение доказательству, цифровой тренажер.

PREPARATION OF A FUTURE MATHEMATICS TEACHER TO THE ORGANIZATION OF THE PROCESS OF FINDING SOLUTIONS TO GEOMETRIC PROBLEMS BY STUDENTS

E.H. Galyamova, PhD, Associate Professor
Naberezhnye Chelny State Pedagogical University (Russia, Naberezhnye Chelny)

Abstract. The article discusses the features of the organization of the process of finding solutions to geometric problems using a digital simulator. The issues of training a future mathematics teacher regarding the solution of practical tasks of professional activity are touched upon.

Keywords: proof training, digital simulator.

Образовательное пространство будущего учителя математики в условиях цифровой трансформации системы образования обогащается новыми цифровыми дидактическими средствами. В ряде исследований указывается, что совокупность информационных систем, ориентированных на развитие способности функционировать в динамичных средах, будет обеспечивать условия профессиональной деятельности современного учителя в ближайшем будущем [3]. Процесс взаимодействия участников образовательных отношений в различных видах учебной деятельности требует дополнительного исследования средств и методов обучения. В системе подготовки будущего учителя математики активно внедряются цифровые симуляторы и тренажеры с целью формирования практического опыта по решению педагогических задач в условиях цифровой среды [1]. Данные дидактические средства ориентированы на получение первоначального опыта организации взаимодействия с учениками в виртуальной среде. Для решения задачи формирования компетентности будущего учителя математики в организации поиска решения задачи назрела объективная необходимость в новых цифровых средствах обучения, позволяющими повысить эффективность методической подготовки студентов педвузов в рамках освоения математических и методических дисциплин. Исследователями НГПУ разработан геометрический тренажер, с помощью которого будущий учитель осваивает как предметные, так и методические умения. Приступая к работе на цифровом тренажере, пользователь сначала самостоятельно решает геометрическую задачу, далее принимает на себя роль учителя по организации поиска решения данной задачи в виртуальном классе. Только после этапа проверки программой уровня владения различными способами решения задачи студент допускается к проведению виртуального урока геометрии. Программой предоставляет выбор пользователем различных этапов работы над задачей, наборы различных вопросов виртуальным школьникам на соответствующих этапах урока. В определенные моменты возможен переход к диалогу с виртуальным классом или с учеником. В ходе виртуального урока студент может проверить записи ученика в тетради и дать соответствующие рекомендации. При этом он должен контролировать временные затраты, так как урок рассчитан на 40 минут по таймеру.

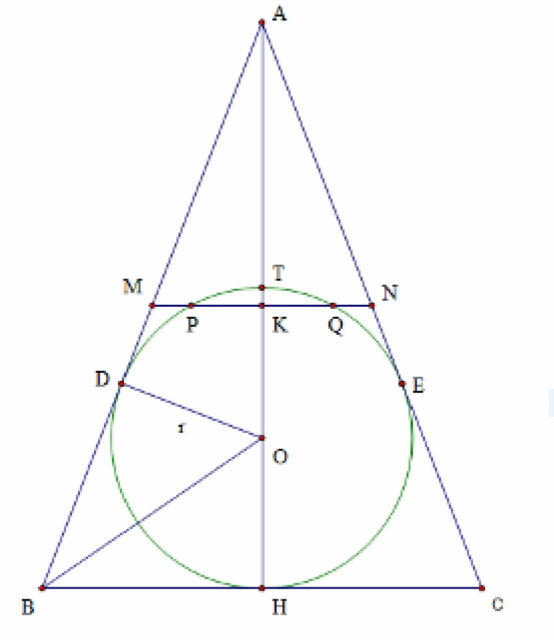
Решение задач играет одну из ведущих ролей в процессе обучения математике. Как показывает анализ результатов ЕГЭ по математике, особую сложность представляют геометрические задачи на доказательство. Под обучением доказательству понимают обучение учащихся анализу готовых доказательств, их воспроизведению, самостоятельному открытию фактов, поиску и конструированию доказательств, а также опровержению предложенных доказательств [4]. Реализация требования доказать предполагает выполнение ряда действий, таких как преобразование требования задачи в равносильное ему, сопоставление условия задачи с требованием, выведение следствий и овладение логическими приемами работы с текстом задачи.

Для обеспечения понимания студентами логики организации процесса поиска решения задач в содержание математических дисциплин необходимо встроить специальные предметно-методические элементы. Ключевым моментом процесса поиска решения геометрической задачи является выбор подходящей стратегии. В рамках освоения математических дисциплин важно ознакомить студентов со следующими стратегиями: визуальное представление и организация данных; действие от обратного и анализ экстремальных ситуаций; принятие другой точки зрения и распознавание закономерности; решение более простой задачи с визуальным представлением (схематичным изображением); организация данных и распознавание закономерности.

В процессе поиска решения задачи на доказательство часто приходится не только осуществлять выведение следствий, заменять требование задачи новым, равносильным первоначальному, но и самостоятельно формулировать промежуточные задачи. В разработанном цифровом тренажере будущий учитель может предложить виртуальным ученикам самостоятельно выбранный вопрос из имеющегося набора.

В трактовке В.А. Гусева умение «выполнять анализ текста задачи» есть «выделение элементов задачи» [2]. Элемент задачи – это геометрические фигуры и отношения из текста задачи. Рассматривая этап анализа текста задачи, выявляем общее понимание содержания работы с обучающимися над текстом задачи через учебные действия: «чтение текста задачи», «разбиение текста задачи на условие и требование», «выделение существенных свойств понятий». Выделение существенных свойств понятий весьма полезно, так как данное умение позволяет повторить определения понятий, систематизировать их и выявить неизвестные элементы задачи. В случае, если пользователь тренажера игнорирует этап анализа текста задачи или выделения элементов задачи в процессе организации поиска решения в виртуальном классе, цифровой куратор пояснит методические ошибки и даст рекомендации при подведении итогов сеанса на тренажере. Рассмотрим задачу, которая легла в основу цифрового тренажера с различным набором числовых данных.

Задача. Основание и боковая сторона равнобедренного треугольника равны 34 и 49 соответственно. а) Докажите, что средняя линия треугольника, параллельная основанию, пересекает окружность, вписанную в треугольник. б) Найдите длину отрезка этой средней линии, заключённого внутри окружности.



Дано: $AB = AC = 49, BC = 34,$

MN – средняя линия треугольника ABC, O – центр окружности, вписанной в треугольник ABC.

а) Доказать, что средняя линия MN пересекает окружность, вписанную в треугольник.

Доказательство: квадрат отрезка касательной от точки A до точки касания D равен произведению длины отрезков секущей от точки A до точек ее пересечения с окружностью: $AD^2 = AT \cdot AH,$ значит, $AT = \frac{AD^2}{AH},$ где $AD = AB - BD = AB - BH = 49 - 17 = 32$. Катет AH в треугольнике ABH определяется теоремой Пифагора

$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{49^2 - 17^2} = 8\sqrt{33}$.

Тогда $AT = \frac{32^2}{8\sqrt{33}} = \frac{4 \cdot 32}{\sqrt{33}}$. $AK = \frac{1}{2} \cdot AH = 4 \cdot \sqrt{33} = \frac{4 \cdot 33}{\sqrt{33}}$. Итак, $AK > AT$, значит, радиус OT рассматриваемой окружности больше расстояния OK от ее центра до средней линии MN треугольника ABC.

б) Решение: пусть $PK = x$, тогда по свойству пересекающихся хорд

$PK \cdot KQ = HK \cdot KT,$ где $KT = AK - AT = \frac{4}{\sqrt{33}},$ так как K – середина хорды и точка средней линии, то PK=KQ и $HK = AK$. В итоге имеем: $x^2 = \frac{4 \cdot 33}{\sqrt{33}} \cdot \frac{4}{\sqrt{33}},$ $x^2 = 16,$ откуда $x = 4$ и $PQ = 2x = 8$. Ответ: $PQ = 8$.

Предметные умения будущего учителя включают в себя не только умение правильно и быстро решить задачу, но и умение найти (обоснование причины затруднений) ошибки в решении ученика. Поэтому базовая часть тренажера включает в себя не только поиск различных способов решения задачи, но и определение верного решения из набора решений, предложенных различными учениками. Рассмотрим решение с ошибкой.

Доказательство. Предположим, что средняя линия MN лишь касается окружности, вписанной в треугольник ABC, то есть в равнобедренную трапецию $BCMN$ вписана окружность, что возможно лишь тогда и только тогда, когда $BC + MN = BM + CN$, по-другому $BC + MN = 2BM$. Однако для точек M и N – середины сторон AB и AC соответственно имеем: $BC + MN \neq 2BM$, а именно $34 + 17 \neq 2 \cdot \frac{49}{2}$, т.е. $BC + MN \neq BM + CN$, значит, окружность не может быть вписанной в трапецию BCMN, поэтому MN пересекает окружность, вписанную в треугольник ABC.

б) Пусть средняя линия пересекает окружность в точках P и Q. Применим свойство секущей MQ и касательной MD. Квадрат отрезка касательной от точки M до точки касания

D равен произведению длины отрезков секущей от точки M до точек ее пересечения с окружностью:

$MD^2 = MP \cdot MQ$.

Для этого вычислим $AD = AB - BD = AB - BH = = 49 - 17 = 32$

и $MD = AD - AM = 32 - \frac{49}{2} = \frac{15}{2}$,

$MP = NQ = \frac{1}{2}(MN - PQ) = \frac{1}{2}(17 - PQ) MQ = MP + PQ = \frac{1}{2}(17 + PQ)$. Подставив выражения в записанное равенство, получим $\left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}(17^2 - PQ^2)$. В итоге: $PQ = 8$.

Об эффективности выбранного будущим учителем методического приема и организации поиска решения говорят верное решение задачи большей частью виртуального класса и баллы, полученные по итогам сеанса.

Список литературы

1. Галямова Э.Х. Разработка урока математики в цифровом симуляторе педагогической деятельности // Проблемы современного педагогического образования. 2021. № 72-3. С. 115–118.
2. Гусев В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике. М.: Вербум-М, 2003.
3. Жигалова О.П. Формирование у студентов педагогического вуза готовности к решению профессиональных задач в условиях цифровой образовательной среды // Вестник педагогического опыта. 2021. № 48. С. 92– 96.
4. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студ. мат. спец. пед. вузов и ун-тов. М.: Просвещение, 2002.

РОЛЬ И МЕСТО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПРАКТИКИ В ФОРМИРОВАНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЦИФРОВОЙ КОМПЕТЕНТНОСТИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

М.В. Глебова, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Пензенский государственный университет (Россия, Пенза)
e-mail: mvmorgun@mail.ru
Н.Н. Яремко, доктор пед. наук, профессор
НИТУ «МИСИС» (Россия, Москва),
МПГУ (Россия, Москва)
e-mail: yaremki@yandex.ru

Аннотация. В статье проанализированы место и роль вычислительной практики в формировании математической цифровой компетентности бакалавров – будущих учителей математики. Системы компьютерной алгебры GeoGebra, Mathcad используются в качестве ведущих средств обучения. Эти пакеты программ студенты – будущие учителя математики учатся использовать для решения различных учебных задач и в различных методических ситуациях: для решения стандартных упражнений по курсу математики, проверки решений учеников, разработки дидактических материалов и контрольных работ, демонстрации образцов решения стандартных задач, визуализации информации, для осуществления поиска решения задач. Получен вывод, что вычислительная практика является эффективной формой обучения бакалавров – будущих учителей математики с целью формирования математической цифровой компетентности.

Ключевые слова: математическая цифровая компетентность, цифровая подготовка учителей математики, вычислительная практика.

THE ROLE AND PLACE OF COMPUTATIONAL PRACTICE IN THE FORMATION OF MATHEMATICAL DIGITAL COMPETENCE OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

M.V. Glebova, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, associate professor
Penza state University (Russia, Penza)
N.N. Yaremko, doctor of pedagogical sciences, full professor
National University of Science and Technology «MISIS»
(Russia, Mockow)

Abstract. The article analyzes the place and role of computational practice in the formation of mathematical digital competence of bachelors – future teachers of mathematics. Computer algebra systems GeoGebra, Mathcad are used as the leading teaching tools. Students – future teachers of mathematics learn to use these software packages to solve various educational problems and in various methodological situations: to solve standard exercises in the course of mathematics, to check students' solutions, to develop didactic materials and control papers, to demonstrate samples of solving standard problems, to visualize information, to search for solutions to problems. It is concluded that computational practice is an effective form of teaching bachelors – future teachers of mathematics in order to form mathematical digital competence.

Keywords: mathematical digital competence, digital training of mathematics teachers, computational practice**.**

За последние десятилетия цифровая компетентность стала необходимой для работников почти любой сферы деятельности. В настоящее время трудно найти работу, где не требуются навыки в области ИКТ. Сфера образования, в частности и учителя математики не является исключением в таком тренде. Цифровая трансформация образовательного процесса касается различных его сторон и требует внесения изменений на всех его этапах [6].

В связи с этим возникают как методологические проблемы [7], так и методические, причем не только в обучении школьников [1–4] но и при подготовке педагогических кадров [3; 8]. Важность этого подчеркивается и на государственном уровне: так, в профессиональном стандарте педагога 2022 года добавились требования к владению цифровыми технологиями и инструментами в сфере профессиональной деятельности [5]. Причем при подготовке учителей математики важно рассматривать математическую и цифровую компетентность как единое целое. Необходимо, чтобы была сформирована не только универсальная, но и профессиональная (математическая) цифровая компетентность. В работе [9] предложена концепция математической цифровой компетентности, в которой математическая компетентность и цифровая компетентность рассматриваются как единое целое.

В данной статье проанализируем место и роль вычислительной практики в формировании математической цифровой компетентности бакалавров – будущих учителей математики.

Учебная вычислительная практика у студентов, обучающихся по направлению «Педагогическое образование», профиль «Математика», проходит в конце второго курса в 4-м семестре в объеме 108 часов (3 з.е.). Студенты к этому времени уже изучали основы высшей вузовской математики, они уже получили базовые знания по алгебре, математическому анализу и геометрии.

Целями вычислительной практики являются формирование и развитие у студентов умений и навыков использования математических программ. В качестве ведущих средств обучения применяются Mathcad и GeoGebra.

Используя математические программы GeoGebra и Mathcad, студенты решают стандартные упражнения по курсу школьной и вузовской математики.

В программе Mathcad студенты учатся выполнять базовые задания из линейной алгебры и математического анализа. А именно из линейной алгебры: учатся в программе выполнять действия над матрицами, решать системы уравнений основными методами. Из математического анализа: проводят построение двумерных и трехмерных графиков (что пригодится им при решении задач с параметрами), полное исследование функций (нахождение пределов, исследование на непрерывность и дифференцирование функций), а также решают задачи на интегрирование функций одной переменной.

Задания по геометрии выполняются с помощью GeoGebra – программы по созданию так называемых "живых чертежей". Студенты получают общие сведения о системах динамической геометрии, знакомятся с методическими основами применения компьютерных средств для визуализации геометрических чертежей, проводят построение основных геометрических объектов в GeoGebra, рассматривают геометрические связи между объектами, динамические аспекты работы с чертежами.

Отдельно во время выполнений заданий вычислительной практики стоит обратить внимание студентов на то, что полученные навыки им пригодятся в различных методических ситуациях: проверки решений учеников, разработки дидактических материалов и контрольных работ, демонстрации образцов решения стандартных задач, визуализации информации. Графические возможности этих систем обеспечивают наглядное представление изучаемых зависимостей. Система компьютерной математики Mathcad позволит составить индивидуально для каждого школьника полноценную самостоятельную работу, включающую различные уравнения, неравенства или системы, а также построение графиков элементарных функций. При этом учитель будет иметь правильные ответы, позволяющие быстро проверить решения школьников, что значительно сэкономит время; тем самым создается возможность более эффективного использования рабочего времени учителя. Система компьютерной математики GeoGebra в работе учителя станет незаменимым помощником при построении чертежей в процессе решения школьных задач по геометрии. Следовательно, на вычислительной практике у студентов-бакалавров не только закрепляются приобретенные математические знания, но и формируются эффективные приемы составления авторских заданий, соответствующих различным учебным задачам.

Таким образом, учебная вычислительная практика является эффективной формой подготовки учителей математики в плане формирования математической цифровой компетентности. Вычислительная практика позволяет бакалаврам – будущим учителям математики приобрести способность и готовность к инновационной профессиональной творческой деятельности в образовательных учреждениях различного уровня, вида и профиля.

Список литературы

1. Босова Л.Л., Босова А.Ю. О профессиональной деятельности учителя информатики в условиях цифровой трансформации образования // Информатика в школе. 2021. № 7(170). С. 10–14. DOI: 10.32517/2221-1993-2021-20-7-10-14. EDNVUDIVU.
2. Дворяткина С.Н., Сафронова Т.М., Евтеев В.С. Цифровизированный диалог культур в игровой деятельности школьников как способ формирования финансовой грамотности: на примере математики // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2022. № 1(25). С. 38–47. DOI: 10.24888/2500-1957-2022-1-38-47. EDN NNKBLQ.
3. Егупова М.В., Деза Е.И. Об актуальных направлениях исследований по научной специальности «Теория и методика обучения и воспитания (математика)» // Преподаватель XXI век. 2022. № 2-1. С. 23–33. DOI: 10.31862/2073-9613-2022-2-23-33. EDNEPBNBW.

4. Каким может быть образовательное пространство темы в мире цифровых технологий / Э.Г. Гельфман [и др.] // Математическое образование в цифровом обществе: материалы XXXVIII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Самара, 26–28 сентября 2019 года. Самара: Московский городской педагогический университет, 2019. С. 281–283. EDN KVGBSW.

5. Проект приказа Министерства труда и социальной защиты РФ «Об утверждении профессионального стандарта «Педагог (педагогическая деятельность в сфере начального общего, основного общего, среднего общего образования) (учитель)» (подготовлен Минтруда России 31.01.2022)». URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/56809182/ (дата обращения: 06.07.2023).

6. Роберт И.В. Развитие информатизации образования в условиях цифровой трансформации / И.В. Роберт // Педагогика. 2022. Т. 86, № 1. С. 40–50. EDNFWHKKG.

7. Тестов В.А. О некоторых методологических проблемах цифровой трансформации образования // Информатика и образование. 2019. № 10(309). С. 31–36. DOI: 10.32517/0234-0453-2019-34-10-31-36. EDN YHBXPS.

8. Уваров А.Ю. Цифровая трансформация и сценарии развития общего образования. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Институт образования. М.: НИУ ВШЭ, 2020. 108 с. (Современная аналитика образования. № 16(46)).

9. Thurm D., Geraniou E., Jankvist U.T. Preservice teachers' beliefs about mathematical digital competency – a «hidden variable» in teaching mathematics with digital technology? // Conference: Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12) conference. 2022.

МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ К РЕАЛИЗАЦИИ ОБНОВЛЕННЫХ ФГОС ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

И.Н. Власова, канд. пед. наук, доцент
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Пермь)
e-mail: vlasova@pspu.ru

Аннотация. Статья посвящена одному из аспектов методической подготовки будущего учителя математики – проектированию и проведению уроков в соответствии с требованием ФГОС общего образования. В статье описана система практических заданий, используемых в изучении курса «Методика обучения математике».

Ключевые слова: методика обучения математике, обновленные ФГОС, проектирование урока, профессиональные компетенции.

METHODICAL PREPARATION OF FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS FOR THE IMPLEMENTATION OF THE UPDATED FEDERAL STATE EDUCATIONAL STANDARDS OF GENERAL EDUCATION

I.N. Vlasova, Ph.D. ped. Sciences, Associate Professor
Perm State Humanitarian and Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. The article is devoted to one of the aspects of methodological training of a future mathematics teacher – designing and conducting lessons in accordance with the requirements of the Federal State Educational Standard of General Education. The article describes a system of practical tasks used in the study of the course «Methods of teaching mathematics».

Keywords: methods of teaching mathematics, updated FGOS, lesson design, professional competencies.

Эффективность реализации основных направлений модернизации школьного образования определяется не только профессионализмом учителя, но и во многом его творческим поиском, его восприимчивостью к новым идеям и способностью их практически воплощать. С введением обновленных ФГОС общего образования требования к организации современного урока расширились и уточнились, обязательными характеристиками урока стали:

нацеленность на результат: при построении урока учитель должен точно представлять, к каким результатам он ведет школьника всем ходом урока, какие знания, умения, способы деятельности были у ученика в начале урока, какой прирост должен быть на уроке, как его измерить;

субъект-субъектные отношения учителя и ученика: проявляются в совместном целеполагании, выборе видов и форм учебной деятельности, планировании хода работы на уроке, выработке критериев и выборе процедуры оценивания, общей атмосфере сотрудничества;

разнообразие источников знания: помимо информации, которую ученик может узнать с помощью учителя, на современном уроке предусматривается самостоятельная работа ученика с другими источниками информации; меняется задача учителя: важно не столько сообщить нужную информацию школьнику (ее он может найти и сам), сколько сформировать у ученика умение работать с разными источниками информации, отбирать существенную информацию, систематизировать, обобщать, преобразовывать и интерпретировать ее;

оценочная деятельность учителя и учеников: переход к развернутой критериальной само- и взаимооценке учащихся, совместному определению критериев выполнения задания, применению разных форм и видов оценочной деятельности.

В методической подготовке будущего учителя математики особое внимание уделяется разработке урока в логике системно-деятельностного подхода, который и должен обеспечить достижение результатов, заявленных в обновленных стандартах. При проектировании урока в курсе методики обучения математике, а затем и в ходе производственной практики у студента формируется понимание, что урок – это целостная единица процесса обучения со специально организованной деятельностью и ученика, и учителя. И как всякая деятельность, она подразумевает мотивированность, целенаправленность, осмысленность, выбор способов и инструментов, фиксацию результатов. Поэтому на практических занятиях по методике обучения математике акцентируется внимание на деятельностной составляющей, прежде всего при проектировании урока, а также проводится анализ реальных видео-уроков и в диалоге определяется, создавались ли условия для самостоятельного осмысления учащимися своей деятельности.

Освоение профессиональных компетенций в педагогическом вузе требует от студентов как теоретической, так и практической подготовки. Поэтому представляется необходимым «погружение» будущих педагогов в решение разноуровневых педагогических ситуаций в процессе изучения методических дисциплин. Речь идет о таких заданиях, решая которые будущий учитель математики актуализирует имеющиеся у него знания по педагогике, психологии и математике, учится проектировать образовательный процесс, развивает аналитические и рефлексивные умения.

Готовность студента к проектированию урока математики, например по изучению новых знаний, связана с ориентированием в теоретических аспектах системно-деятельностного подхода, обладанием практическими умениями создавать урок деятельностной направленности: определять цель и задачи урока, точно выстраивать этапы урока, отбирать подходящие средства, приемы, наглядный предметный материал, продумывать особенности организации оценочной деятельности. Проект урока может быть зафиксирован в виде конспекта, сценария, развернутого плана, технологической карты.

При освоении проектирования урока в технологии деятельностного метода будущему учителю важно научиться:

– соблюдать структуру выбранного типа урока в данной технологии,

– ориентироваться в условиях организуемой деятельности,

– обдумывать и реализовывать содержание каждого структурного компонента урока,

– точно понимать возможности для достижения результатов данного урока (выполнение поставленных задач, уровень знаний, умений и навыков учащихся),

– составлять конспект урока, оценивать его и корректировать (вносить изменения, позволяющие оптимально достичь цели).

Урок, построенный в технологии деятельностного метода, позволяет организовать учебную деятельность учеников так, что становится возможным достижение не только предметных, но и метапредметных, личностных образовательных результатов, что соответствует требованиям ФГОС [2].

Для организации самостоятельной и практической работы будущих учителей математики по освоению умений проектировать современный урок используется система практических заданий и вопросов, которые сгруппированы согласно таксономии Б. Блума по группам: знание и понимание, применение, анализ и оценка, разработка [1].

Практические задания на знание, понимание и применение направлены на формирование у студентов информационно-аналитических умений и опыта работы с компонентами системно-деятельностного подхода: этапами урока, принципами обучения, приемами, методами, средствами; формирование умения проектировать фрагменты уроков по математике в зависимости от поставленных целей обучения, особенностей класса и математического содержания.

Рассмотрим примеры на знание и применение:

1. Заполните пропуски в тексте.

В технологии деятельностного метода сочетаются ……………., как в классической дидактике, и ………….. подход к обучению, реализованный в развивающем обучении. Суть этого подхода заключается в том, что учащиеся не получают знания в ………., а добывают их ……….. в процессе ...

2. Прочитайте текст «Особенности урока открытия нового знания» из монографии и выпишите семь особенностей урока изучения нового материала.

3. Запишите этапы урока, на которых можно продуктивно организовать групповую работу учеников.

4. Заполните пропуски.

В урок изучения нового знания по теме «Действия с целыми числами» на этапе ________________можно включить задание: «Найдите значения выражений: 17 + 25; 25 – 17; – 25 + (– 17); – 17 + 25; 17 – 25; 17 + (– 25)».

Практические задания на анализ, оценку и разработку направлены на формирование рефлексивно-оценочных умений студентов, методического опыта по проектированию целого урока математики с реализацией системно-деятельностного подхода.

5. Определите этап урока по фрагменту конспекта. Какая ошибка допущена на этом этапе?

6. Познакомьтесь с конспектом урока математики. Определите тему и цель урока, предметные результаты. Выделите этапы урока. Определите, соответствует ли структура урока требованиям к уроку изучения новых знаний в системно-деятельностном подходе.

7. Проанализируйте фрагмент урока математики. Определите тему и этап урока. «Достройте» фрагмент до целого урока.

Такая система заданий, на наш взгляд, способствует эффективному освоению компонентов методической системы учителя, включающей цели и содержание математического образования, методы, средства и формы обучения, структуру личности и закономерности ее развития, образовательные результаты.

Проведение занятий по методике обучения математике с применением такой системы практических заданий показало, что студенты испытывают наибольшие затруднения с анализом и оценкой готовых методических материалов: не могут определить цель урока и планируемые метапредметные результаты, понять, была ли организована поисковая деятельность обучающихся, состоялось ли «открытие» нового знания школьниками. Поэтому при изучении таких дисциплин, как «Электронная школа учителя математики», «ЦОР при изучении математики», особое внимание уделяется заданиям на анализ и оценку готовых ресурсов, на установление их соответствия требованиям обновленных стандартов и возрастным особенностям обучающихся.

Список литературы

1. Основы проектирования современного урока: практикум: учебное пособие для вузов / И.Н. Власова (отв.), Л.В. Женина, Л.В. Селькина, А.В. Худякова, О.В. Шабалина. Пермь, 2022. 136 с.
2. Приказ министерства Просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». URL: https://edsoo.ru/Prikaz_Ministerstva_prosvescheniya_Rossijskoj_Federacii_ot_31_05_2021_287_Ob_utverzhdenii_federalnogo_gosudarstvennogo_obrazovat.htm (дата обращения: 17.05.2023).

ОБ ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В ДИСТАНЦИОННОМ ФОРМАТЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЕТЕНТНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАНИЙ

Л.П. Латышева, кандидат пед. наук, доцент
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (Россия, Пермь)
e-mail: lublat@mail.ru
А.Ю. Скорнякова, кандидат пед. наук, доцент
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (Россия, Пермь)
e-mail: skornyakova_anna@pspu.ru
Е.Л. Черемных, к. пед. н., доцент
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (Россия, Пермь)
e-mail: cheremnyh.e@inbox.ru

Аннотация. Дается обзор цифровых инструментов для эффективной дистанционной поддержки образовательного процесса; демонстрируются примеры компетентностно-ориентированных заданий, предъявляемых в дистанционном формате будущим учителям математики как на занятиях, так и во внеаудиторной работе.

Ключевые слова: студент педвуза, обучение математике, компетентностно-ориентированные задания, дистанционный формат обучения.

ON TEACHING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS IN REMOTE FORMAT USING COMPETENCE-ORIENTED TASKS

L.P. Latysheva, candidate of pedagogical sciences, associate professor
A.Yu. Skornyakova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
E.L. Cheremnykh, candidate of pedagogical sciences, associate professor,
Perm State Humanitarian Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. An overview of digital tools for effective remote support of the educational process is given; examples of competency-oriented tasks presented in a remote format to future mathematics teachers both in the classroom and in extracurricular work are demonstrated.

Keywords: student of a pedagogical university, teaching mathematics, competence-oriented tasks, distance learning format.

Акцентирование внимания в педагогическом образовании на аспектах дистанционного обучения, использования цифровой образовательной среды [4] требует, с одной стороны, повышения цифровой грамотности [3] и ИКТ-компетенций [5] будущих учителей математики, а с другой − улучшения качества предметной подготовки педагогических кадров, в частности посредством предъявления компетентностно-ориентированных заданий (КОЗ), направленных на эффективное формирование профессиональных компетенций студентов. Авторы [1] определяют КОЗ как интегративную дидактическую единицу содержания, технологии и мониторинга качества подготовки обучающихся, а доминирующей функцией выступает предметно-деятельностная, состоящая в формировании у студентов способности применять знания и умения, приобретенные при изучении дисциплин посредством решения познавательных, квазипрофессиональных, профессиональных задач.

В то же время стремление максимально способствовать интерактивности в учебной работе студентов педвузов [2] приводит к необходимости комбинации имеющихся в арсенале преподавателя инструментов обеспечения дистанционного обучения, в основе которого лежит использование современных средств коммуникации: создание заметок, написание комментариев на веб-форумах, демонстрация экрана; запись вебинара и дальнейшее обращение к ней; обращение к интерактивной онлайн-доске. Причем это оказывается наиболее эффективным, если по изучаемой дисциплине имеются предварительно подготовленные учебные и методические материалы, представленные в электронном виде и размещенные, например, в системе электронной поддержки курсов на платформе Moodle, а также реализуются дополнительные возможности платформ для проведения вебинаров. Так, например, объектом демонстрации в MS Teams может быть активность на онлайн-доске, что позволяет преподавателю в режиме реального времени делать наглядные записи, синхронно выполняемые студентами. Это призвано способствовать, в частности, выработке необходимых навыков решения типовых математических задач в форме контактного обучения. Но, так как комфортное включение онлайн-доски в учебный процесс предполагает наличие тачскрина или графического планшета, при их отсутствии приходится изыскивать некоторые нетривиальные решения, например обращаться к комбинированному использованию в рамках одного и того же занятия различных интерактивных пространств (например, MS Teams и Zoom).

На практике в дистанционном обучении студентов первого и второго курсов нами довольно успешно было освоено использование планшета Apple iPad с сенсорной ручкой (стилусом) и Apple Pencil для новых устройств. Проиллюстрируем такую возможность примером представления фрагмента учебного материала при организации занятия практического характера по одной из тем в рамках курса «Основы математического анализа» (рис. 1) [2].

Использование КОЗ является одним из приоритетных направлений реализации компетентностного подхода в высшем образовании, разработана их структура, описаны специфические особенности, но дидактические материалы с готовыми к применению в образовательном процессе компетентностно-ориентированными заданиями отсутствуют.

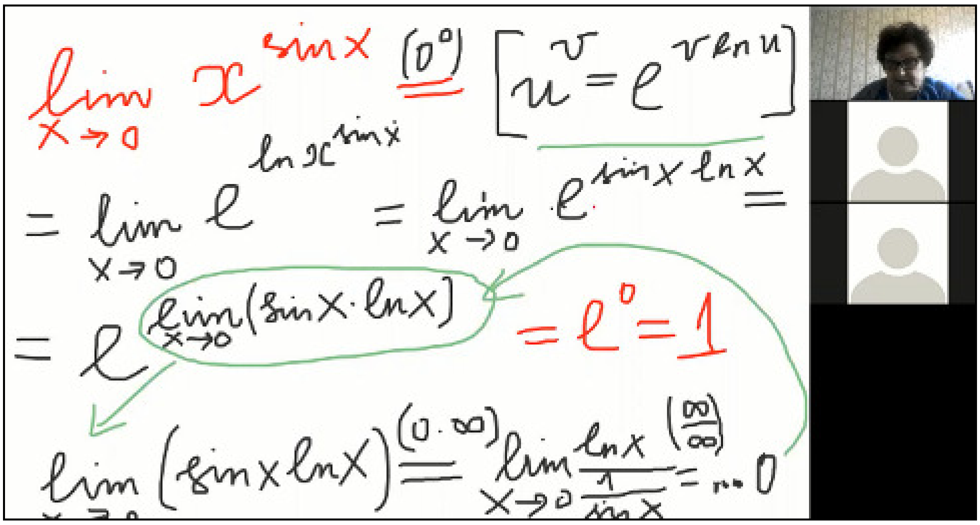


Рис. 1. Фото фрагмента записи занятия с применением доски сообщений и Apple iPad

В качестве примеров приведем допускающие предложение в дистанционном формате компетентностно-ориентированные тестовые задания по математическому анализу, в которые включены вопросы предметного и метапредметного характера для студентов математического факультета педвуза.

Задание 1. Заполните пропуски в тексте: на практике, пользуясь необходимым условием для некоторого утверждения, следует помнить, что в соответствии с известной общематематической схемой рассуждений достоверный вывод о выполнении утверждения можно сделать, лишь если ... необходимое условие (в противном случае утверждение может оказаться как истинным, так и ложным).

Задание 2. Вставьте пропущенное слово или словосочетание. Пользуясь …смыслом производной, можно дать определения

а) угловой скорости неравномерного движения точки по окружности;
б) скорости радиоактивного распада;
в) силы переменного тока;
г) теплоемкости тела;
д) скорости химической реакции относительно участвующего в ней вещества;
е) линейной плотности неоднородного тела.

Задание 3. Заполните пропуски в тексте: рассматривая вопрос о пределе $\lim\limits_{x\to 0} \sin\frac{1}{x}$, который определяется в смысле Коши, не предполагающем рассмотрения каких-либо последовательностей точек, полезно обратиться к их рассмотрению и убедиться, что в разных случаях предел соответствующих последовательностей значений функции будет разным и, следовательно, в силу свойства единственности указанный выше предел ... .

Задание 4. Выберите один вариант ответа. Каким числом является значение выражения $\log_{\sqrt{3}} \sqrt[4]{3}$:

1) целым;
2) рациональным;
3) натуральным;
4) иррациональным?

Математическое образование студентов педвуза охватывает большое разнообразие типов задач, возникающих как внутри математики (связанных с дальнейшим развитием или внутренним строением математических теорий), так и вне математики (основанных на её приложениях в различных областях жизнедеятельности человека). Зачастую именно предъявляемые математике извне новые задачи обусловливают дальнейшее развитие математических теорий. Это наряду с упрочением фундаментальных знаний и профессиональных умений является важнейшим при отборе основных типов проблем для компетентностно-ориентированных заданий. Таким образом, приведенные материалы демонстрируют потенциал применения компетентностно-ориентированных заданий при реализации дистанционного обучения математике будущих педагогов.

Список литературы

1. Компетентностно-ориентированные задания в системе высшего образования / А.А. Шехонин [и др.]. СПб: НИУ ИТМО, 2014. 99 с.
2. Латышева Л.П., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л. О применении интерактивных методов в дистанционном обучении математике студентов педагогического вуза / Л.П. Латышева, // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология. 2020. № 3. С. 26–35.
3. Латышева Л.П., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л. О цифровой грамотности будущих учителей математики // Advanced Science, 2020. № 4(19). С. 27–30.
4. Латышева Л.П., Скорнякова А.Ю., Черемных Е.Л. Подготовка будущих учителей к работе в цифровой образовательной среде // Информационные системы и коммуникативные технологии в современном образовательном процессе: материалы IV Международной научно-практической конференции, Пермь, 26–28 ноября 2020 года. Пермь: ИПЦ Прокростъ, 2020. С. 149–154. EDN JZWMLB.
5. Формирование ИКТ-компетенций будущего учителя математики при обучении стохастике в условиях цифровой трансформации образования / Л.П. Латышева [и др.] // Информатика и образование. 2022. Т. 37, № 2. С. 64–77. DOI: 10.32517/0234-0453-2022-37-2-64-77. EDN TMBYZH.

КОНСТРУИРОВАНИЕ И ИЗУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРИВЫХ И ПОВЕРХНОСТЕЙ ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА НА КООРДИНАТНЫЕ ГИПЕРПЛОСКОСТИ КАК НАПРАВЛЕНИЕ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ

Е.А. Богданова, кандидат пед. наук, доцент
П.С. Богданов, кандидат физ.-мат. наук
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (Россия, Самара)
e-mail: bogdanovaea2014@gmail.com; poulsmb@rambler.ru
С.Н. Богданов, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Самарский филиал Московского городского педагогического университета (Россия, Самара)
e-mail: bogdanovsan@rambler.ru

Аннотация. В данной статье представлено направление научно-исследовательской работы студентов, в основе которого лежит конструирование и исследование геометрических объектов с использованием проектирования кривых и поверхностей евклидова пространства на координатные гиперплоскости.

Ключевые слова: научно-исследовательская деятельность, проектирование, кривые, поверхности.

FORMATION AND STUDY OF GEOMETRIC OBJECTS USING THE PROJECTION OF EUCLIDE SPACE'S CURVES AND SURFACES ON COORDINATE HYPERPLANES AS THE DIRECTION OF STUDENTS' RESEARCH ACTIVITIES

E.A. Bogdanova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
P.S. Bogdanov, candidate of physical and mathematical sciences
Samara National Research University named after academician S.P. Korolev (Russia, Samara)
S.N. Bogdanov, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
Samara Branch of the Moscow City University (Russia, Samara)

Abstract. This article presents the direction of students' research work, which is based on the formation and study of geometric objects using the projection of curves and surfaces of Euclidean space onto coordinate hyperplanes.

***Keywords*:** research activity, projection, curves, surfaces.

Конструирование и изучение геометрических объектов с помощью проектирования кривых и поверхностей евклидова пространства на координатные гиперплоскости имеет большой потенциал для реализации научно-исследовательской деятельности обучающихся.

Пример одного из таких исследований представлен в работе [4], где некоторые плоские кривые рассматриваются как проекции сечений линейчатых поверхностей.

В работах [1; 3] описано конструирование кривых цилиндрической поверхности с помощью «наматывания» плоскости на круговой цилиндр радиуса 1, а также получение плоских кривых за счет проектирования кривых круговой цилиндрической поверхности на плоскости, параллельные оси цилиндра. Каждый из перечисленных вариантов построения кривых реализуется аналитически.

Действительно, пусть на евклидовой плоскости σ задана прямоугольная декартова система координат *Ptu*, а в евклидовом трехмерном пространстве E^3 с прямоугольной декартовой системой координат *Oxyz* – круговой цилиндр *F* с уравнением $x^2 + y^2 = 1$. Тогда «наматывание» плоскости σ на цилиндр *F* – это отображение $\varphi: \sigma \to F$, которое аналитически задается равенствами $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = u \end{cases}$. В частности, если на плоскости σ задана кривая γ, являющаяся графиком функции $u = f(t)$, то её образом при отображении φ служит кривая $\gamma': \begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = f(t) \end{cases}$ цилиндрической поверхности *F*. Ортогональной проекцией кривой γ' на координатную плоскость *Oxz* является кривая $\gamma_y: \begin{cases} x = \cos t \\ z = f(t) \end{cases}$, а на координатную плоскость *Oyz* – кривая $\gamma_x: \begin{cases} y = \sin t \\ z = f(t) \end{cases}$.

Таким образом, последовательное выполнение двух геометрических действий («наматывания» плоской кривой γ на круговую цилиндрическую поверхность *F* и проектирования полученной кривой γ' на координатные плоскости) является наглядным методом конструирования новых плоских кривых γ_y и γ_x, обладающих многими интересными свойствами. Полученное аналитическое задание этих кривых позволяет изучать их с помощью методов аналитической геометрии и математического анализа, а значит, такие исследования могут проводить как учащиеся старших классов средней школы, так и студенты младших курсов университетов в рамках реализации научно-исследовательской деятельности обучающихся. Некоторые возможные темы осуществления такой деятельности в указанном направлении представлены в статье [1].

Одной из тем, доступной для школьников и студентов, является конструирование функций с заданными свойствами. Рассмотрим элементы такого исследования для функций специального вида. Пусть $u = tg\frac{t}{2n}, -\pi n < t < \pi n, n \in Z$. Тогда кривая γ_y задается параметрическими уравнениями $\begin{cases} x = \cos t \\ z = tg\frac{t}{2n} \end{cases}$, а кривая γ_x– уравнениями $\begin{cases} y = \sin t \\ z = tg\frac{t}{2n} \end{cases}$. Визуализация кривых γ_y и γ_x с помощью системы динамической математики GeoGebra позволяет выдвинуть гипотезу о наличии у них следующих свойств.

1. Для каждого натурального значения n кривые γ_y и γ_x являются графиками некоторых функций $x = x_n(z)$ и $y = y_n(z)$ соответственно. Область определения любой из этих функций – множество R действительных чисел, множество значений – отрезок $[-1; 1]$. Эти функции допускают явное задание. Например, $y = y_2(z) = \frac{4z(1-z^2)}{(1+z^2)^2}$. График этой функции представлен на рисунке 1.

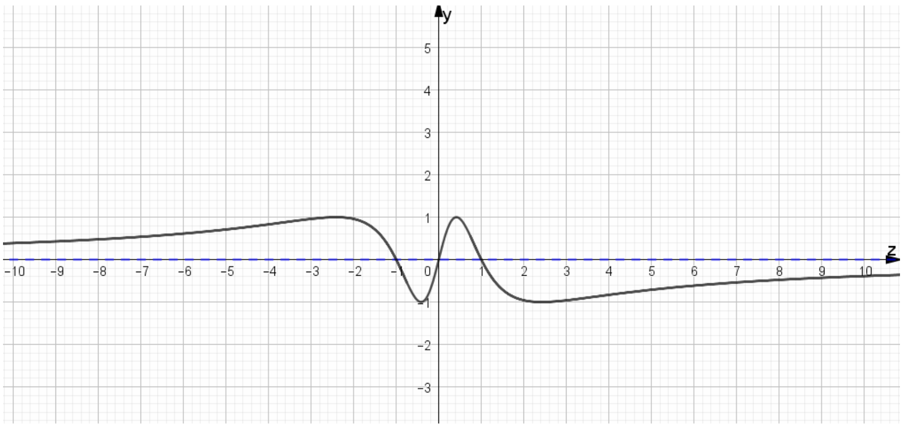


Рис. 3. График функции

2. Кривая γ_y имеет горизонтальную асимптоту с уравнением $x=1$ при четном значении n и с уравнением $x=-1$ при нечетном значении n. Кривая γ_x имеет горизонтальную асимптоту с уравнением $x=0$.

3. Для каждого натурального значения n функция $x = x_n(z)$ является четной, а функция $y = y_n(z)$ – нечетной.

4. График функции $x = x_n(z)$ имеет $2n-1$ точек экстремума, причем при четном значении n – n точек минимума и $n-1$ точек максимума; при нечетном значении n – $(n-1)$ точек минимума и n точек максимума. График функции $y = y_n(z)$ имеет $2n$ точек экстремума, причем n точек минимума и n точек максимума.

Целью исследования является формулировка этих и других свойств изучаемых функций, их математическое обоснование и конструирование совокупности функций с аналогичными свойствами для использования их в индивидуальных заданиях по математическому анализу, например таких: исследовать функцию $y = \frac{x^4-54x^2+81}{(9+x^2)^2}$ ($y = \frac{8x(4-x^2)}{(4+x^2)^2}$) и построить её график.

В рассмотренном примере научно-исследовательской работы обучающего существенным образом используются возможности систем динамической математики, например программы GeoGebra. В частности, осуществляя визуализацию пространственных кривых и их проекций на координатные плоскости, молодые исследователи замечают закономерности, выдвигают гипотезы, а затем, используя доступный математический аппарат, обосновывают истинность сформулированных утверждений.

Идею использования проектирования в научно-исследовательской деятельности студентов можно развить, увеличивая размерность евклидова пространства, в которое вложены проецируемые фигуры. Наиболее подходящим для этого является четырехмерное евклидово пространство, поскольку его кривые и поверхности можно проектировать на трехмерные координатные гиперплоскости, а фигуры трехмерного пространства уже легко визуализировать с помощью систем динамической математики. Такой подход предоставляет возможность строить пространственные кривые и поверхности. Пример конструирования поверхностей описанным выше способом приведен в работе [2].

Таким образом, проектирование кривых и поверхностей евклидова пространства на координатные гиперплоскости позволяет рассматривать новые научно-исследовательские задачи.

Список литературы

1. Богданова Е.А., Богданов П.С., Богданов С.Н. О применении параметрического задания кривых при изучении математики в средней школе // Математика в школе/ 2023. № 3, С. 20–32.
2. Князева М.С. Построение и изучение ортогональных проекций поверхностей трехмерного цилиндрического многообразия с привлечением среды динамической математики GeoGebra // День науки: сборник статей XXIV студенческой научной конференции. Самара: СФ ГАОУ ВО МГПУ, 2023. С. 120–124.
3. Кривенкова А.С. Конструирование плоских кривых с помощью проектирования кривых цилиндрической геометрии // День науки: сборник статей XXII студенческой научной конференции. Самара: СФ ГАОУ ВО МГПУ, 2021. С. 124–127.
4. Севастьянова А.А. Проектирование сечений линейчатых поверхностей как средство построения известных плоских кривых // День науки: сборник статей XX студенческой научной конференции. Самара: СФ ГАОУ ВО МГПУ, 2019. С. 71–72.

СВОЙСТВО ЧЁТНОСТИ (НЕЧЁТНОСТИ) ФУНКЦИИ – КАК ЕГО ПРИМЕНЯТЬ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Л.Н. Евелина, кандидат пед. наук, доцент,
О.М. Кечина, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Самарский государственный социально-педагогический университет (Россия, Самара)
e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru; omka-83@mail.ru

Аннотация. Внимание авторов статьи сосредоточено на формировании у будущих учителей математики обобщённых знаний о свойствах функции на примере чётности (нечётности) и умений применять их при решении разнообразных задач школьного курса математики.

Ключевые слова: функция, свойства функции, свойство чётности (нечётности) функции, методика обучения решению задач.

THE PARITY (ODD) PROPERTY OF A FUNCTION – HOW TO APPLY IT IN THE PROCESS OF SOLVING PROBLEMS

L.N. Evelina, candidate of pedagogical sciences, associate professor
O.M. Kechina, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
Samara State University of Social Sciences and Education (Russia, Samara)

Abstract. The attention of the authors of the article is focused on the formation of generalized knowledge about the properties of a function by the example of parity (odd) and the ability to apply them in solving various problems of the school mathematics course.
Keywords: function, properties of function, property of parity (odd) of function, method of teaching problem solving.

Функциональная линия является одной из ведущих в содержании школьного курса математики. Освоение всех существенных свойств понятия функции происходит постепенно: в 7 классе появляется термин «функция», на конкретных примерах раскрывается смысл функциональной зависимости двух переменных, вводится понятие графика функции. Затем формально определяют конкретные функции: линейную, обратную пропорциональность, квадратичную и т.д. Все свойства вводимых функций исследуют, исходя из наглядных графических представлений конкретной зависимости. И лишь в 9 классе школьники переходят к строгим определениям функции и всех её свойств. К этому времени у обучающихся уже накоплен практический опыт в изучении свойств всех основных функций, рассмотренных ранее. Необходимо обобщить, систематизировать все имеющиеся на данный момент сведения о функциях и распространить их на более сложные зависимости, другими словами, происходит трансформация изученных фактов в изменённых условиях.

Понятие функции является сложным для учащихся, так как требует специфической терминологии, символики и логики, поэтому замедленный темп его усвоения оправдан. Можно провести аналогию с введением этого понятия в науке. Исторический путь развития функциональной линии в математике был тоже тернистым и долгим: впервые этот термин появился в науке лишь в XVII веке, после чего его содержание стало стремительно обрастать новыми сведениями. Из всего сказанного следует, что только кропотливая работа учителя над разъяснением и усвоением функциональной терминологии позволит ученикам свободно оперировать всеми фактами, относящимися к функциональной линии.

Математика, как никакой другой школьный предмет, вмещает в себя наибольшее количество отводимого на его изучение времени и при этом сопровождает учебный процесс в каждом классе, с 1-го по 11-й включительно. Многие понятия, впервые появившись в школьных учебниках, не покидают их вплоть до окончания школы, причём не только в курсе математики. Сказанное относится и к функции. Чтобы усвоение всех существенных свойств стало понятным и доступным для школьников, учителю необходимо всякий раз обращаться к интерпретации сложных терминов реальными примерами. Не вдаваясь в суть всех терминов, связанных с функциональной зависимостью, обратимся к одному из её свойств – чётности (нечётности). Несмотря на уже имеющийся опыт в описании особенностей чётных и нечётных функций [1; 3], мы вновь уделим им внимание с позиции формирующегося у будущего учителя математики опыта усвоения и его использовании при решении различных задач школьного курса математики.

Понимание свойства может быть достигнуто на различных примерах. Так, точки, расположенные на прямой и имеющие противоположные координаты, равноудалены от начала отсчёта – точки 0; на координатной плоскости всегда можно найти точки, равноудалённые как от оси Oy, так и от начала координат. Изображение кривой или ломаной также может быть симметричным относительно оси Oy либо относительно начала координат. Введение графической интерпретации чисел позволяет на пропедевтическом уровне формировать у школьников понимание чётности и нечётности как будущее свойство функции. То же относится и к различным графическим изображениям, позволяя доступными средствами описывать симметричность области определения функции как важнейшее свойство чётности или нечётности функции. К сожалению, нередко школьники, да и студенты педагогических вузов, отвечая на вопрос, является ли функция $y = f(x)$чётной (нечётной), сразу начинают подставлять вместо x значение $(-x)$, не задумываясь о симметричности области определения функции, тем самым демонстрируют отсутствие знания существенных свойств понятия.

Числовые или буквенные выражения также могут иметь симметричность в записях входящих в них членов. Всем известен интегративный характер многих различных понятий, именно интеграция позволяет по-разному посмотреть на одну и ту же ситуацию и выбрать наиболее приемлемый способ её разрешения. Например, для решения уравнений $x^2 + 3|x| + 2 = 0$, $x^2 - |x| - 15 = 0$ достаточно ввести промежуточный аргумент $t = |x|$ (представляющий собой чётную функцию относительно x), а далее рассмотреть квадратное уравнение относительно t для всех неотрицательных x и, воспользовавшись свойством чётности, записать решения и для отрицательных значений x. Аналогично поступаем с неравенством $x^2 + 5|x| - 24 > 0$. Решив его на промежутке $x \geq 0$, остаётся найти симметричные относительно нуля отрицательные решения неравенства.

Построение графиков функций с использованием свойств чётности (нечётности) функции также достаточно выполнить для неотрицательных значений аргумента, а затем достроить график полностью. Примеры таких функций: $y = -x^2 + 6|x| - 8, y = \left|sin|x|\right|$, $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Исследование свойств функции, отыскание наибольших и наименьших значений функции при условии, что функция является чётной или нечётной,3 значительно упрощает действия, так как достаточно сначала решить задачу для всех неотрицательных значений области определения функции, а затем воспользоваться отмеченным свойством для остальных значений области определения.

Задача. Найти множество значений функции $y = x \cdot \sqrt{2 - x^2}$.

Заметим, что функция задана на симметричном относительно нуля отрезке $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ и является нечётной. Достаточно провести исследование функции на неотрицательной части области определения. После некоторых преобразований в силу нечётности рассмотрим на отрезке $[0; \sqrt{2}]$функцию $y = \sqrt{t}$, где $t = 2x^2 - x^4$.Введём вспомогательную функцию $t(u) = 2u - -u^2$, где $u = x^2$. Заметим, что вспомогательная функция на заданном множестве принимает значения $E(t) = [0; 1]$, следовательно, данная функция имеет множество значений $[-1; 1]$.

Многие задачи с параметрами также могут быть решены с использованием свойства чётности (нечётности) функции [2].

Пример 1. Найдите все значения параметра b , при которых уравнение $b^2x^2 - b\, tg(cos\, x) + 1 = 0$ имеет единственное решение.

Пример 2. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} a(x^4 + 4) = y + 2(1 - |x|), \\ |x| + |y| = 2 \end{cases}$имеет единственное решение.

Пример 3. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a^2 - 4x^2 + 8|x| - 4 = 0$ имеет ровно два различных решения.

Пример 4. Найдите, при каких значениях параметра a неравенство $\cos x - 2\sqrt{x^2+9} \le -\frac{x^2}{a+\cos x} - a$ имеет единственное решение.

Пример 5. Найдите наименьшее целое значение параметра a, при котором уравнение $\left|\frac{7-|x|}{|x|-2}\right| = a$ имеет ровно четыре корня.

Ответ в последнем примере легко можно получить, если сначала преобразовать функцию $y = \left|\frac{7-|x|}{|x|-2}\right|$, выделив в ней основную функцию для неотрицательных значений аргумента, при условии, что $x \neq 2$, а затем, воспользовавшись свойством чётности, найти все такие значения a, при которых прямая $y = a$ будет пересекать построенный график функции ровно в четырёх точках. В качестве основной функции здесь выступает обратная пропорциональность $y = \frac{1}{x}$. Действительно,

$$\frac{7-x}{x-2} = \frac{-(x-2)+5}{x-2} = \frac{5}{x-2} - 1.$$

Выполнив сдвиг графика функции $y = \frac{1}{x}$ вдоль оси Ox на 2 единицы вправо, растяжение вдоль оси Oy в 5 раз и сдвиг вдоль оси Оу на единицу вниз, получим преобразованный график данной функции. Теперь остаётся лишь воспользоваться свойством чётности заданной функции и отобразить построенный график симметрично относительно оси Oy, а затем, использовав условие неотрицательности самой функции и отобразив нижнюю часть графика симметрично относительно оси Ox, найти ровно четыре точки пересечения построенного графика и прямой $y = a$.

Применение свойства (чётности) нечётности в случае симметричного относительно нуля отрезка упрощает вычисление определённых интегралов. Если подынтегральная функция нечётна, то интеграл равен нулю, а в случае чётной функции интеграл будет равен удвоенному значению интеграла от этой функции по половине заданного отрезка.

Таким образом, знание свойств функций, в частности чётности (нечётности), позволяет не только выполнять различные задания, связанные непосредственно с самой функцией, но и использовать их в решении других задач. Применяя конкретные математические знания в разнообразных ситуациях, учитель формирует у обучающихся способность распознавать благоприятные для данного случая ситуации и успешно находить способы их разрешения.

Список литературы

1. Кириченко Т.Ф. Элективный курс «Функции. Свойства функций» как средство систематизации знаний учащихся о функции // МНКО. 2009. № 5. С. 142–146.

2. Краснова Г.Г. Использование симметрии при решении уравнений с параметрами в средней школе // Актуальные проблемы современного образования. 2020. № S2(29). С. 55–60.

3. Тимофеева И.Л. Размышления об определениях четной и нечетной функции в школьном курсе математики // Наука и школа. 2016. № 4. С. 168–174.

«Я ИДУ НА УРОК…» НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

М.Е. Иванюк, кандидат пед. наук, доцент
Самарский государственный социально-педагогический университет, (Россия, Самара)
e-mail: Ivanyuk.maria@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые аспекты и способы организации методической подготовки будущих учителей математики.

Ключевые слова: профессиональные конкурсы, методика обучения математике, молодые педагоги.

«I'M GOING TO A LESSON …» SOME ASPECTS OF PREPARING FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

M.E. Ivanyuk, candidate of pedagogical sciences, professor associate
Samara State University of Social Sciences and Education (Russia, Samara)

Abstract. The article discusses some aspects and some ways of organizing of the methodological training of mathematics.

Keywords**:** professional competitions, methods of teaching, young teachers.

Развитие профессиональных качеств у будущих учителей математики требует эффективной математической методической подготовки в системе высшего педагогического образования.

Становление учителя начинается задолго до начала профессиональной деятельности. Первый этап приходится на время обучения в вузе.

Практические навыки можно получить только во время реальной педагогической практики при условии, что со студентом работают два наставника: преподаватель вуза и школьный учитель. Один помогает проанализировать приобретенный опыт, обнаружить ошибки, второй поддерживает на месте.

Однако, кроме традиционной практики, на факультете математики, физики и информатики Самарского государственного социально-педагогического университета имеется целый комплекс мероприятий для личностного и профессионального роста. Студенты направления подготовки «Педагогическое образование», профили «Математика и физика», «Математика и информатика», принимают участие в проектах профессиональной направленности. Это факультетский конкурс методических разработок и наглядных материалов «Я иду на урок…», Всероссийский конкурс профессионального мастерства «Я – учитель!», Межрегиональный конкурс профессионального мастерства будущих педагогов «Я будущий учитель» и многие другие. Студенты делятся своими методическими и дидактическими наработками на площадках разного уровня – от факультетских до международных.

Свои методические и дидактические разработки студенты факультета математики физики и информатики могут апробировать не только в рамках аудиторных занятий по методике обучения математике и на практиках. На факультете действует научно-методический кружок «Первые шаги в профессию» и математическая школа «Решение олимпиадных задач по математике (5–6 класс)».

В рамках занятий математической школы «Решение олимпиадных задач по математике (5–6 класс)» изучаются отдельные темы школьной программы, дополнительные темы школьного курса математики и стандартные методы решения нестандартных задач.

Таблица 1

Учебно-тематический план математической школы «Решение олимпиадных задач по математике (5–6 класс)»

№	Название темы	Количество часов
1	Знакомство	2
2	Взвешивание и переливание	2
3	Задачи на разрезание Задачи со спичками	2
4	Логические задачи	2
5	Математическая карусель (командное соревнование по решению задач	1
6	Четность.	2
7	Делимость и остатки	2
8	Принцип Дирихле	2
9	Задачи, решаемые с конца	2
10	Подсчет двумя способами Комбинаторные задачи	2
11	Математическая регата (командное соревнование по решению задач)	1
12	Круги Эйлера	2
13	Деревья (графы). Обходы	2
14	Длина. Площадь. Объем	2
15	Математический бой (командное соревнование по решению задач)	1
16	Арифметические задачи	2
17	Числовые неравенства	2
18	Суммы и среднее арифметическое	2
19	Игры	2
20	Математическая карусель (командное соревнование по решению задач)	1

Студенты 3–4 курсов принимают активное участие в работе математической школы в дни школьных каникул. Совместно с преподавателем кафедры физики, математики и методики обучения студенты разрабатывают задания, форму занятия, а затем проводят разработанное занятие.

Традиционно занятия проходят по одному плану:

– разминка;

– основная часть занятия;

– решение задач (нерешенные задания становятся домашним заданием);

– разбор решения задач, заданных на прошлых занятиях.

К каждому занятию готовятся традиционные листки. Кружковцам на каждом занятии выдается некоторая подборка задач и обговаривается время работы над ними. Особенность проводимых занятий состоит в том, что сразу три студента являются учителями. Один из студентов становится «главным учителем» в его функции входит проведение разминки и основной части занятия. Двое других являются его помощниками, проверяют решенные задачи у учащихся, а также отвечают на возникшие в ходе решения вопросы. Конечно, при такой организации может быть шумновато, но это рабочий шум, к тому же учащиеся быстро привыкают говорить тихо. Подобный подход позволяет охватить при проверке решений сразу несколько учащихся, большинство учеников могут высказаться, поделиться своей идеей решения задачи, не отвлекая от процесса решения остальных участников кружка. Разбор решений задач – это самый важный этап занятия. Учащиеся не только узнают, как решить задачи, которые у них не получились по разным причинам, но и услышат правильные, математически грамотные решения. Каждое решение может быть рассказано учащимся или учителем-студентом. На этом этапе учащиеся учатся задавать вопросы, учителя-студенты учатся объяснять, отвечать грамотно на вопросы в режиме реального времени. Примерно каждое третье занятие кружка организовано в виде математического конкурса, соревнования: математическое домино, математический футбол, математический бой или карусель. Математические конкурсы пользуются большим успехом как у учащихся, так и у учителей-студентов. Такие занятия помогают учащимся обучаться и общаться. Для студентов это огромное поле для творчества. Будущие учителя придумывают, пробуют проводить новые математические соревнования. Конечно, какие-то из придуманных занятий оказываются более удачными, какие-то – менее.

Принимая участие в работе математической школы, студенты начинают понимать роль теоретических знаний по математике, необходимость соблюдения основных принципов наглядности, доступности, научности, а также важность методических знаний и способов действий, что, несомненно, способствует формированию профессиональных качеств.

Еще одно направление работы наших студентов – будущих учителей математики, физики и информатики – это работа в качестве экспертов и членов жюри регионального конкурса исследовательских работ и проектов школьников в области математики и прикладной математики «Математика вокруг нас».

Конкурс «Математика вокруг нас» на кафедре физики, математики и методики обучения проводится ежегодно в два этапа. На первый этап учащиеся школ городского округа Самары и Самарской области представляют свои исследовательские работы и проекты в номинациях «Математика в моей жизни» и «За страницами учебника математики» в трех возрастных категориях: 5–6 классы, 7–8 классы и 9–11 классы. На этом этапе студенты 4–5 курсов принимают участие в качестве экспертов, совместно с преподавателями кафедры отбирают работы для второго этапа конкурса. На втором этапе учащиеся образовательных учреждений Самарской области представляют, сопровождая презентацией, сообщение, в котором отражают актуальность исследования, суть исследуемой проблемы, полученные результаты. На этом этапе студенты входят в состав жюри конкурса.

В результате участия в конкурсе в качестве экспертов и членов жюри у студентов появляется уникальная возможность поработать с методом проектов вживую; проанализировать возникающие ошибки, отметить интересные факты, темы, поработать с критериями оценивания проектов в зависимости от возрастных особенностей, от типов проектов.

Будущему учителю уже на ступени подготовки к профессиональной деятельности необходимо быть готовым организовать проектную и исследовательскую деятельность своих учеников, уметь применять различные технологии, организовывать соревнования и готовить своих учеников к выступлению на этих соревнованиях

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЙ ТРЕХМЕРНОЙ ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ

О.В. Ключникова, старший преподаватель
Самарский филиал Московского городского педагогического университета (Россия, Самара)
e-mail: klyuchnikovaov@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности использования технологий трехмерной виртуальной реальности на уроках в школе. Затрагиваются вопросы применения технологий трехмерной виртуальной реальности не только на уроках информатики, но и при изучении других предметов школьного курса.

Ключевые слова: трехмерная виртуальная реальность, современные информационно-коммуникационные технологии.

USE OF THREE-DIMENSIONAL VIRTUAL REALITY TECHNOLOGIES IN EDUCATION OF SCHOOLCHILDREN

O.V. Klyuchnikova, *Senior lecturer*
Samara Branch of Moscow City Pedagogical University (Samara, Russia)

Abstract. The article discusses the features of the use of three-dimensional virtual reality technologies in the classroom at school. The issues of application of technologies of three-dimensional virtual reality are touched upon not only in computer science lessons, but also in other subjects of the school course.

Keywords: three-dimensional virtual reality, modern information and communication technologies.

Технологии трехмерной виртуальной реальности – это современный и растущий тренд, ключ к принципиально новому уровню взаимодействия современного человека с новым цифровым миром.

Трехмерная виртуальная реальность коснулась всех сфер человеческой деятельности, и особенно системы образования. Именно в образовательном процессе данная технология получила свою популярность, так как она помогает учителям информатики и учителям-межпредметникам сделать процесс обучения наглядным, разнообразным, познавательным, что особенно важно для современного школьника – для развития его креативности, логического мышления, пространственного воображения. Кроме того, умение создавать виртуальные миры и трехмерные объекты, а также использовать VR-технологии является актуальным и востребованным навыком в современном информационном мире.

Трёхмерная виртуальная реальность (3DVR) – это технология, которая создает иллюзию присутствия и взаимодействия в полностью смоделированной трёхмерной среде, которая может быть реалистичной или фантастической.

Использование системы трехмерной виртуальной реальности в образовательном процессе на уроке в школе предполагает применение дополнительных средств, таких как очки виртуальной реальности, шлемы и различные гарнитуры.

На сегодняшний день существует достаточно много программных продуктов для создания трехмерного виртуального пространства и представления его через очки виртуальной реальности, но не все могут выстроить четкий виртуальный мир и ответить современным требованиям, предъявляемым к созданным виртуальным объектам. Наиболее современной и отвечающей всем требованиям к разработке трехмерных виртуальных объектов является программа CoSpaces.

С помощью данной программы учащиеся и учителя получают возможность не только создавать трехмерные виртуальные модели и проекты, но и использовать их для просмотра на компьютере или планшете, а также в виртуальных очках, которые поставляются в школы в рамках проекта «Современная школа» национального проекта «Образование» в центры «Точка роста».

Основными возможностями программы CoSpaces являются следующие.

1. Создать собственный виртуальный мир. Ученики могут снимать и загружать свои фотографии в формате 360 градусов в CoSpacesEdu, чтобы создавать иммерсионный тур, а также организовывать свои изображения как сцены с добавлением текста и различных деталей.

2. Создать интерактивные истории. Ученики могут использовать свое воображение и исследовать творческие способности, чтобы представить свою собственную историю либо воссоздать ту историю, которую они изучают в классе.

3. Создать выставки. Ученики знакомятся с новым материалом, изучаемым в любом классе и по любому предмету (виртуальный музей математики, виртуальное искусство, картинная галерея и т.п).

4. Программировать свою игру и играть в нее. Ученики могут легко программировать на основе визуальных блоков свою собственную игру и затем, поиграв, протестировать разработанный продукт.

5. Проводить стимуляции в 3D. Можно использовать программу CoSpaces в качестве виртуальной лаборатории. Здесь обучающиеся и педагоги могут проводить эксперименты посредством виртуального моделирования объектов по различным предметам (физика, химия и т.п.). Библиотека CoSpacesEdu содержит планы уроков, которыми могут воспользоваться педагоги при подготовке урока с использованием данной программы. Планы содержат теоретический материал, а также трехмерный объект для демонстрации или проведения эксперимента.

Незаменимым плюсом использования программы CoSpaces в образовательном процессе является возможность создавать как индивидуальные проекты, так и совместные проекты обучающихся, объединив их в один класс.

Обучению информатике в школе отводится особая роль, так как именно на данном уроке школьников знакомят и учат работать с современными информационно-коммуникационными технологиями. Применяя программу CoSpaces на уроках информатики, учитель выводит свой урок на новый уровень современного образования, тем самым повышая качество образования. С помощью данной программы обучающимся можно рассмотреть объекты со всех сторон и попасть туда, где они ни разу не были.

Уникальность платформы состоит в том, что она содержит необходимые инструменты и объекты для создания и реализации уроков по различным предметам школьного курса.

Благодаря использованию данной программы у обучающихся развиваются следующие компетенции:

– навыки наблюдения, анализа, а также поиска решений проблем;

– нестандартное мышление, творческие способности, разработка уникальных идей;

– коммуникативные навыки, то есть работа с другими учениками, которая приводит к развитию командной работы путем совместного творчества;

– цифровые навыки и способность к кодированию информации, необходимые обучающимся для будущей карьеры;

– культурное и социальное понимание, навыки межличностного общения.

Основными положительными сторонами использования трехмерной виртуальной реальности в обучении школьников являются следующие.

1. Формат виртуальной игры, трехмерного изображения позволяет произвести полное погружение в мир виртуальной игры, виртуального 3D-пространства.

2. Учитель выступает в роли не только носителя информации, но и навигатора в трехмерном виртуальном образовательном пространстве, что позволяет ему контролировать образовательный процесс.

3. В процессе применения технологии трехмерного образовательного пространства в обучении школьников устанавливается обратная связь у учителя с обучающимися.

4. Деятельность обучающихся в теории и на практике реализует метапредметные связи.

5. Программа CoSpaces подходит для реализации проектов разного уровня, для всех обучающихся в школе.

Список литературы

1. Сайт программного обеспечения CoSpaces. URL: https://cospaces.io/edu/ (дата обращения: 09.07.2023).
2. Сайт Министерства экономического развития Российской Федерации. URL: //https://www.economy.gov.ru/material/departments/d01/razvitie_iskusstvennogo_intellekta/ (дата обращения: 07.07.2023).

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ БУДУЩИМИ УЧИТЕЛЯМИ МАТЕМАТИКИ

Ю.С. Шатрова, кандидат пед. наук, доцент
Самарский филиал Московского городского педагогического университета (Россия, Самара)
e-mail: shatrova.julia.s@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается содержание дисциплины «Теория чисел». Описывается методическая составляющая данной дисциплины в процессе подготовки будущего учителя математики.

Ключевые слова: теория чисел, образовательные результаты, математика.

METHODOLOGICAL ASPECTS OF STUDYING NUMBER THEORY BY FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

Y.S. Shatrova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Samara branch of the State Autonomous educational institution of Moscow «Moscow city university» (Russia, Samara)

Abstract. The article deals with the content of the discipline «Number Theory». The methodological component of this discipline in the process of preparing a future teacher of mathematics is described.

Keywords: number theory, educational results, mathematics.

Одним из важных разделов в предметной подготовке будущего учителя математики является теория чисел, поскольку при изучении данной дисциплины происходит не только содержательное обогащение, но и, при особой организации, методическое. У студентов формируется представление об аппарате теории чисел. Акцент делается на вопросах теории делимости и теории сравнений в кольце целых чисел, доказательстве основной теоремы арифметики, свойствах простых чисел, в том числе теореме Евклида о бесконечности простых чисел.

Стоит отметить, что перечисленные темы являются теоретической базой соответствующего учебного материала, изучаемого в курсе основной школы, а также позволяют овладеть навыками решения практических задач и арифметическими приложениями теории чисел. Поэтому при рассмотрении основных разделов дисциплины стоит проводить параллели со школьным курсом математики.

Основное содержание дисциплины «Теория чисел» включает в себя:

– теорию делимости в кольце целых чисел: деление в кольце целых чисел нацело и с остатком; теорему о делении с остатком; общий делитель; общее кратное; наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел; алгоритм Евклида; простые и составные числа и их свойства; основную теорему арифметики;

– конечные цепные дроби и их применение; решение в целых числах неопределенных уравнений первой степени с двумя неизвестными;

– теоретико-числовые функции, свойство мультипликативности; сумму всех положительных делителей числа; количество всех положительных делителей числа; функцию Эйлера;

– сравнения целых чисел по модулю m; классы чисел по модулю m; полную и приведенную системы вычетов по модулю m; теорему Эйлера; теорему Ферма; арифметические приложения теории сравнений: нахождение остатков при делении; последних цифр числа, вывод признаков делимости;

– сравнения с неизвестной величиной; классы решений; системы сравнений первой степени (китайская теорема об остатках); неопределенные уравнения; сравнения высших степеней; показатель числа по данному модулю; первообразные корни и индексы.

Примерная основная образовательная программа основного общего образования курса «Математика» предлагает следующие теоретико-числовые темы для изучения и определяет предметные результаты освоения Примерной рабочей программы курса математики, представленные в таблице 1.

Таблица 1

Теоретико-числовые темы и планируемые предметные результаты изучения школьного курса математики

Темы, изучаемые в школьном курсе математики	Планируемые предметные результаты освоения Примерной рабочей программы курса математики
5 класс	
Делители и кратные числа, разложение на множители. Простые и составные числа. Признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9. Деление с остатком.	–пользоваться признаками делимости, раскладывать натуральные числа на простые множители
6класс	
Делители и кратные числа; наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Делимость суммы и произведения. Деление с остатком.	
7класс	
Применение признаков делимости, разложение на множители натуральных чисел	– применять признаки делимости, разложение на множители натуральных чисел
Углубленный уровень	
7 класс	
Делимость целых чисел. Свойства делимости. Простые и составные числа. Чётные и нечётные числа. Признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11. Признаки делимости суммы и произведения целых чисел при решении задач с практическим содержанием. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух чисел. Взаимно простые числа. Алгоритм Евклида. Деление с остатком. Арифметические операции над остатками.	– доказывать и применять при решении задач признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, признаки делимости суммы и произведения целых чисел; – раскладывать на множители натуральные числа; – свободно оперировать понятиями: чётное число, нечётное число, взаимно простые числа; – находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел и использовать их при решении задач, применять алгоритм Евклида;

	– оперировать понятием остатка по модулю, применять свойства сравнений по модулю
8 класс	
Действия с остатками. Остатки степеней. Применение остатков к решению уравнений в целых числах и текстовых задач.	– свободно оперировать понятием остатка по модулю; – применять свойства сравнений по модулю; находить остатки суммы и произведения по данному модулю

Отметим основные виды деятельности обучающихся при изучении теоретико-числового материала. На базовом уровне [2]: формулировать определения делителя и кратного, НОД и НОК, простого и составного чисел; называть делители и кратные числа; распознавать простые и составные числа; формулировать и применять признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10; применять алгоритм разложения числа на простые множители, алгоритмы вычисления НОД и НОК двух чисел, признаки делимости; находить остатки от деления и неполное частное; использовать изученные понятия при решении задач. Исследовать условия делимости на 4 и 6. Исследовать, обсуждать, формулировать и обосновывать вывод о чётности суммы, произведения: двух чётных чисел, двух нечётных чисел, чётного и нечётного чисел. Исследовать свойства делимости суммы и произведения чисел. Приводить примеры чисел с заданными свойствами, распознавать верные и неверные утверждения о свойствах чисел, опровергать неверные утверждения с помощью контрпримеров. Решать текстовые задачи, включающие понятия делимости, арифметическим способом.

На углубленном уровне [2]: применять свойства делимости. Приводить примеры и распознавать простые и составные числа, чётные и нечётные числа. Доказывать и применять признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 3, 6, 9, 10, 11, признаки делимости суммы и произведения целых чисел. Находить НОД и НОК двух чисел. Решать практико-ориентированные задачи, используя НОД, НОК двух чисел. Распознавать взаимно простые числа. Применять алгоритм Евклида. Формулировать определения делимости нацело, чисел, сравнимых по данному модулю. Выполнять деление с остатком. Доказывать и применять свойства сравнений по модулю. Находить остатки суммы и произведения по данному модулю.

Таким образом, от учителя математики требуется серьезная подготовка в области теории чисел, как предметная, так и методическая.

Поэтому при организации процесса обучения дисциплине «Теория чисел» следует предлагать анализировать школьные учебники базового и углубленного уровней, обсуждать теоретический и задачный материал, предложенный в этих учебниках, решать задачи школьных олимпиад по теории чисел, исторические задачи.

Пример некоторых задач:

– Крестьянка несла на базар яйца. Проезжавший всадник толкнул ее, и все яйца разбились. На вопрос, сколько было яиц, она сказал: «Когда я раскладывала яйца по 2, одно оказалось лишним. То же самое случилось, когда я раскладывала их по 3, по 4, по 5 и по 6. А вот когда я разложила их по 7, остатка не оказалось». Сколько яиц было у крестьянки?

– Ученик решает задание из 20 задач. За верно решенную задачу ему ставят 8 баллов, за неверно решенную – (– 5) баллов, за задачу, которую не брался решать, – 0 баллов. Сколько задач он брался решать, если в сумме он получил 13 баллов?

В результате изучения дисциплины «Теория чисел» будущий учитель математики должен научиться решать основные типы теоретико-числовых задач (делимость целых чисел, арифметические функции, простые числа, сравнения, арифметические приложения теории сравнений); применять полученные знания при решении практических задач профессиональной деятельности; осуществлять математическое моделирование для решения задач теории чисел; владеть навыками выбирать целесообразный метод решения теоретико-числовых задач.

Список литературы

1. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2022. URL: https://fgosreestr.ru/uploads/files/48f0c657a155e6e9b9ce99ac9d5b2604.pdf (дата обращения: 31.05.2023).
2. Примерная рабочая программа основного общего образования. Математика. Базовый уровень. М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2021. URL: https://fgosreestr.ru/uploads/files/5b42fd5fc9cd25fc3571440d5d3f7610.pdf (дата обращения: 31.05.2023).
3. Примерная рабочая программа основного общего образования. Математика. Углуюленный уровень. М.: Институт стратегии развития образования РАО, 2022. URL: https://fgosreestr.ru/uploads/files/eaeefd07cd5d4cd40e2cd82b5542bb2a.pdf (дата обращения: 31.05.2023).

РАНЖИРУЮЩИЙ ТЕСТ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕРВОГО КУРСА С ЦЕЛЬЮ РЕКОМЕНДАЦИИ ИМ УРОВНЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИН МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

А.Р. Ершов, студент 3 курса факультета информационных технологий и программирования
Национальный исследовательский университет ИТМО (Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: alex2002andr@mail.ru
П.А. Баранова, ассистент Научно-образовательного центра математики
Национальный исследовательский университет ИТМО (Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: poli.nabaranova@itmo.ru

Аннотация. В статье представлена информация о том, как в университете ИТМО проводится тест на определение уровня знаний математики у студентов первого курса, и о том, как эта информация позволяет выстраивать учебные процессы в университете. В статье показано решение таких задач, как составление портрета целевой аудитории, алгоритм подбора задач. Приведены пример задания для теста и описание приложения данных после тестирования для дальнейшей аналитики.

Ключевые слова: тестирование, школьная математика, методика проведения тестирования студентов, высшая математика, индивидуальные траектории обучения, образовательная платформа.

A RANKING TEST FOR FIRST-YEAR STUDENTS TO RECOMMEND TO THEM THE LEVEL OF MASTERY OF THE DISCIPLINES OF THE MATHEMATICAL CYCLE IN HIGHER EDUCATION

A.R. Ershov, 3rd year student of the Faculty of Information Technologies and Programming
National Research University ITMO (Russia, St. Petersburg)
P.A. Baranova, Assistant at the Research and Education Centre of Mathematics *National Research University ITMO (Russia, St. Petersburg)*

Abstract. The article presents information about how ITMO University conducts a test to determine the level of mathematics knowledge of first-year students and how this information allows building educational processes at the university. The article shows the solution of such tasks as drawing up a portrait of the target audience, the algorithm of task selection. An example of a test task and a description of the application of post-test data for further analyses are given.

Keywords: testing, school mathematics, student testing methodology, higher mathematics, individual learning trajectories, educational platform.

В национальный исследовательский университет ИТМО (далее ИТМО) ежегодно поступают абитуриенты, которые исходно имеют разный уровень математической подготовки. Наряду со студентами, которые являются выпускниками таких известных школ, как ФТШ, ФМЛ 239, лицей 30 и другие, есть выпускники обычных общеобразовательных школ. Также среди студентов первого курса технических специальностей есть выпускники классов гуманитарной направленности (с углубленным изучением иностранных языков, филологические классы и другие). Важной задачей для университета и научно-образовательного центра математики является определение входного уровня знаний студента по математике с целью поддержки персонификации высшего образования. Эта информация позволяет дать рекомендации по прохождению адаптационного курса по математике или продвинутого трека освоения таких дисциплин как математический анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения и другие предметы математического цикла.

Для решения задачи было принято решение о проведении ранжирующего тестирования в дистанционном (онлайн) формате на платформе GeoLin, которую разработали сотрудники научно-образовательного центра математики ИТМО и струденты. Данное программное решение позволяет выдавать задания из банка генераторов задач. Технически каждый класс-генератор задачи представляет собой реализацию интерфейса Generic Problem и содержит методы, представленные на рисунке 1. Определенных полей у класса Generic Problem нет, потому что задачи разных разделов математики уникальны и содержат абсолютно разные типы данных, с которыми приходится работать генератору.

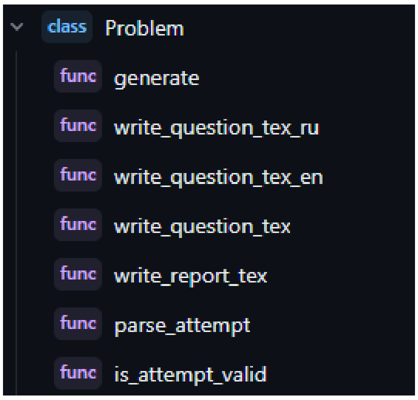


Рис. 1. Реализация интерфейса Generic Problem

Данное решение позволяет определить содержание задачи и параметры генерации условия, что позволит конечному пользователю видеть лишь одно из возможных условий задачи. На рисунке 2 приведен пример задачи, которую генерирует система GeoLin.

Условие Улитка-путешественница Глафира движется на плоскости, стартуя из точки с координатами $(a;b)$. Причем в произвольный момент времени t местоположение $(x(t);y(t))$ можно определить согласно следующим зависимостям

$$x(t) = -t^3 + 3t^2 + 10$$

$$y(t) = -t - 5$$

Известно, что рассотяние между некоторыми точками $(x_1;y_1)$ и $(x_2;y_2)$ можно вычислить по формуле $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.
Найдите расстояние между точкой плоскости, в которой оказалась улитка в момент времени $t=3$ и точкой начала движения.

Ответу 5 соответствует
Пример ввода: 5

Рис. 2. Пример задачи в системе GeoLin

Для того чтобы составить задания ранжирующего теста, был определен список тем, которые являются пререквизитами для изучения дисциплин математического анализа, линейной алгебры и дискретной математики. Ниже выборочно представлен список тем, которые вошли в перечень.

1. Тригонометрия.
2. Основы комбинаторики и теории чисел.
3. Множества и законы логики.
4. Текстовые задачи.
5. Функции и их свойства.
6. Стереометрия.

Для того чтобы сбалансировать нагрузку на тестирующую систему и распределить поток из всех абитуриентов, было решено выбрать следующий дизайн теста. Десять заданий по количеству тем представляют собой вопрос с форматом ответа «Да» или «Нет». По каждой теме формируется банк из десяти и более таких задач, которые генераторы платформы GeoLin выбирают для каждого пользователя произвольно в количестве пяти штук на каждую тему. Так мы получаем десять заданий и 50 вопросов с бинарным ответом, что сводит к минимуму, в силу случайности выбора задач, число возможных повторений условий теста.

Результаты по этим задачам используются для того, чтобы произвести распределение студентов в категории «рекомендовать адаптационный курс» и «рекомендовать основной уровень усвоения». Для того чтобы выделить группу студентов, которым можно «рекомендовать продвинутый уровень усвоения» дисциплин математического цикла, в тесте предусмотрены задачи, которые требуют численного ответа и прикрепленного решения. С технической точки зрения введенный ответ пользователя проверяется по системе критериев конкретного генератора задачи. Это позволяет выдавать задачи с такими формулировками, как «укажите такое целое значение параметра, чтобы система не имела решений».

В нашем ранжирующем тесте студенту предлагается для решения не более десяти подобных задач. По результатам решения этих задач и с учетом задач, которые содержат ответы «Да» или «Нет», производится динамическая аналитика для рекомендации к изучению дисциплин математического цикла на продвинутом уровне. Более точные критерии устанавливаются каждый семестр в рамках совета центра математики ИТМО, исходя из количества абитуриентов, количества мест в потоках дисциплин продвинутого уровня и других внешних критериев.

В заключение отметим, что предлагаемый нами ранжирующий тест по математике как средство аналитики и рекомендации, обусловленное информатизацией и ориентированное на построение индивидуальных траекторий обучения, позволяет собрать данные для дальнейшей аналитики и поддержки индивидуальных траекторий. Наше решение отвечает запросам интеграции цифровых решений в процесс обучения математики в высшей школе.

Список литературы

1. Математика. Адаптационный курс: учеб. пособие / сост.: А.М. Кытманов, Е.К. Лейнартас, С.Г. Мысливец. Красноярск: ИПК СФУ, 2009. 196 с.
2. Ткачук В.В. Математика-абитуриенту. М.: МЦНМО, 2007.
3. Шабунин М.И. Математика: пособие для поступающих в вузы. 7-е изд., испр. и доп. М.: Лаборатория знаний, 2016. 744 с.
4. Будак А.Б., Щедрин Б.М. Элементарная математика. М., 2003.
5. Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: профил. уровень. М.: Просвещение, 2009. 415 с.
6. Пратусевич М.Я., Столбов К.М., Головин А.Н. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: профил. уровень. М.: Просвещение, 2010. 463 с.

АРХИТЕКТУРА ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЫ

Ф.А. Новиков, доктор тех. наук, профессор
С.В. Крашенинников, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Д.А. Курносов, аспирант, **М.А. Нахатович**, аспирант
Санкт Петербургский политехнический университет Петра Великого, (Россия, Санкт-Петербург)

Аннотация. В статье рассматривается возможность и особенности построения интеллектуальной цифровой образовательной среды в рамках образовательного процесса. Обсуждается их взаимное влияние, прогнозируется понятийная архитектура возможных решений.

Ключевые слова. Образование, символический искусственный интеллект, большие данные, автоматическая проверка, представление знаний, онтологии.

ARCHITECTURE OF AN ARTIFICIAL INTELLIGENT DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT

F.A. Novikov, D.Sc. of Computer Science, professor,
S.V. Krasheninnikov, Ph.D. of Computer Science, associate professor,
D.A. Kurnosov, postgraduate, **M.A. Nakhatovich**, postgraduate
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University (Russia, Saint Petersburg)

Abstract. The article considers the possibility and features of building an artificial intelligent digital educational environment within the framework of the educational process. Their mutual influence is discussed, and the conceptual architecture of possible solutions is predicted.

Keywords: education, symbolic artificial intelligence, big data, automatic verification, knowledge representation, ontologies.

Исследовательский проект «Интеллектуальная образовательная среда» (далее – ИОС) инициирован в Политехническом университете Санкт-Петербурга в 2022 году и направлен на совершенствование образовательного процесса для инженерных специальностей высшей школы Российской Федерации. В рамках данного проекта ставятся следующие основные задачи:

– запустить эволюционирующую цифровую искусственно интеллектуальную образовательную среду высшего инженерного образования, которая сможет служить помощником преподавателя при всех формах передачи знаний от преподавателя к студенту, а также использования для контроля качества этой передачи;

– выступить катализатором перехода от управления образованием, основанного на учёте посещаемости, к управлению образованием, основанному на учёте успеваемости;

– исследовать эффективность и целесообразность применения подобных систем и тем самым до некоторой степени определить перспективы высшего инженерного образования в нашей стране.

В основу предлагаемой концепции положен количественный анализ процесса обучения в прошлом, настоящем и будущем в предположении, что главным итогом обучения является его качество.

В прошлом образование было преимущественно индивидуальным. В предельном случае процесс предполагает участие двух *действующих лиц* (термин унифицированного языка моделирования UML [5]): один преподаватель (гуру) и один студент (адепт, см. рис. 1). Очевидно, что в данном случае решающее влияние на качество и скорость обучения оказывают личные способности гуру и адепта (главным образом гуру). Если способности гуру велики, то качество образования достигается очень высокое, но скорость обучения при этом постоянна и невелика. Процесс индивидуального обучения не масштабируется или масштабируется в пренебрежимо малых пределах.

Рис. 1. Модель образования в прошлом

Современное образование является массовым: знания передаются от каждого преподавателя множеству студентов, и это происходит в вузе (рис. 2). Цель процесса расширяется: речь идет не только о передаче накопленных знаний, но и о массовом увеличении количества носителей этих знаний. Область образования ограничена рамками специальности и направления подготовки. Блоки знаний сгруппированы по дисциплинам, и их подача разнесена во времени с помощью специальной структуры – образовательной программы (расписания). Расписание не обладает свойством динамической адаптации, и, как следствие, нужные изменения вносятся со значительным запаздыванием. В качестве меры, определяющей качество подготовки, берется вычисляемая по расписанию величина, пропорциональная произведению количества студентов на часы аудиторных занятий, то есть посещаемость. Для преподавателей оценка их труда производится по похожей схеме: вычисляется величина, пропорциональная произведению количества студентов на часы аудиторных занятий преподавателя, то есть нагрузка. Масштабируемость данного процесса в принципе возможна, но на деле ограничена объективными и субъективными факторами, связанными с расписанием. В среднем коэффициент масштабирования не превышает одного порядка: $k = n/m \approx 10$.

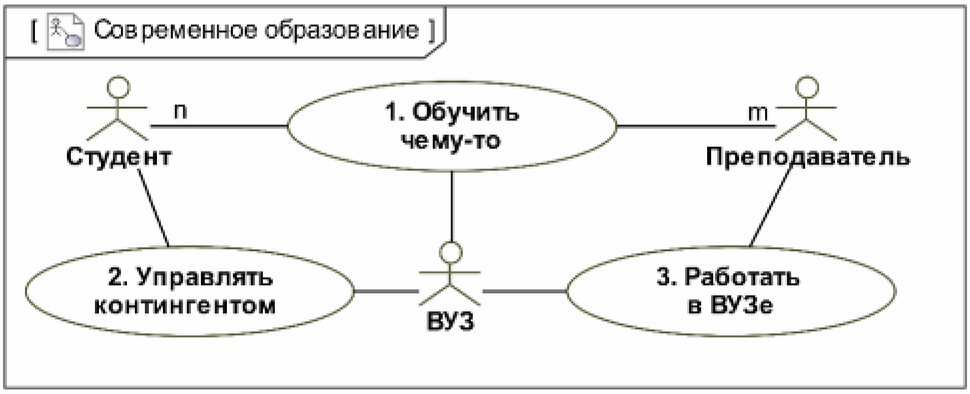


Рис. 2. Модель современного образования

В будущем нас ждет цифровизация образования. Это неизбежно и произойдёт быстро, буквально на наших глазах. Главным преимуществом цифровизации образования является возможность и необходимость использования символического искусственного интеллекта [4] для передачи знаний. Мы рассматриваем интеллектуальную образовательную среду (ИОС) как интеллектуального помощника и посредника между преподавателем и студентом (рис. 3).

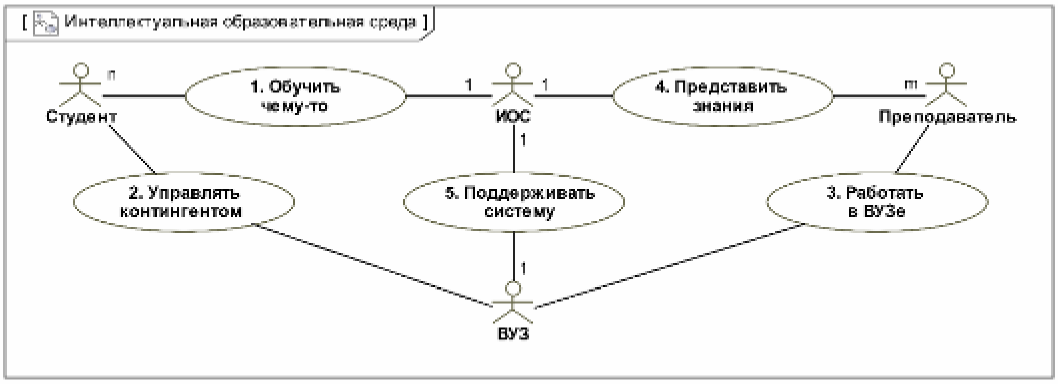


Рис. 3. Модель образования будущего

Техническая реализация ИОС может быть выполнена, например, в форме клиентского приложения, установленного в смартфонах студентов, и тогда выигрыш очевиден: масштабирование процесса ограничено только пропускной способностью Интернета, то есть практически безгранично; качество обучения возрастает, поскольку студенты учатся у лучших преподавателей; обучение нет нужды втискивать в прокрустово ложе расписания. Варианты использования 2, 3, 5 (рис. 3) уже реализованы в большинстве систем автоматизации обучения, и мы на них не останавливаемся. Внимания заслуживает основной вопрос: возможно ли так представить в ИОС знания преподавателя, чтобы студенты смогли получить эти знания, взаимодействуя преимущественно с ИОС?

Чтобы ответить на основной вопрос, необходимо конкретизировать понятие «знания». Мы используем классификацию С.С. Лаврова [1], который предложил различать фактографические знания, алгоритмические знания и понятийные знания. Этим видам знаний прямо соответствует расшифровка компетенций «знать, уметь, владеть», принятая в ФГОС ВПО, и соответствующая видам учебных занятий в вузах (рис. 4).

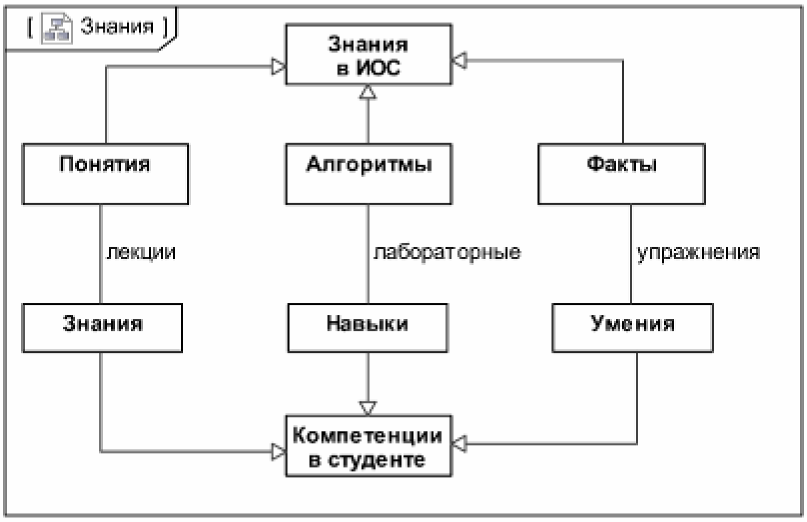


Рис. 4. Виды знаний, представленные в ИОС

Фактографические знания надежно представляются базами данных, алгоритмические знания – пакетами прикладных программ, а понятийные знания – онтологиями, правилами продукций или формулами логических исчислений. Знания в ИОС не подменяют, а дополняют знания, представленные традиционными генераторами задач, системами автоматического тестирования, библиотеками видеолекций и мастер-классов. Коротко говоря, искусственный интеллект в ИОС на основе данных о текущем положении каждого студента подсказывает, какую задачу следует решить или какую лекцию посмотреть наиболее целесообразно в этот момент. Иными словами, реализация варианта использования «4. Представить знания» опирается на достаточно развитые технологии современного символического искусственного интеллекта [4].

Вариант использования «Обучить чему-то» состоит из трёх частей (рис. 5).

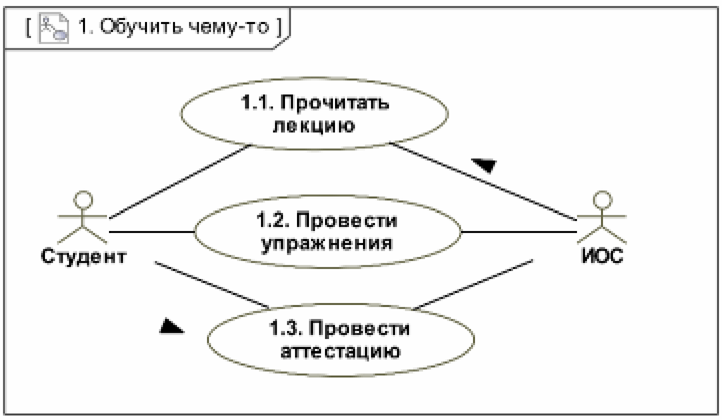


Рис. 5. Вариант использования «Обучить чему-то»

1.1. Прочитать лекцию. Предполагает однонаправленный информационный поток от обучающего агента к студенту. 1.2. Провести упражнения / семинары / лабораторные. Предполагает распространение информации в обе стороны. 1.3. Провести аттестацию. Предполагает поток информации от студента к обучающему агенту.

Сама возможность автоматизации этих видов деятельности посредством взаимодействия студента с ИОС не очевидна. Наша уверенность в осуществимости проекта ИОС основана на ряде уже проведённых экспериментов, давших положительные результаты. Во-первых, значительная часть дискретной математики [3] может быть изложена в форме онтологий [2], представленных интерактивными диаграммами UML [5]. Студенты слушают лекции и отвечают на контрольные вопросы, манипулируя картинками. Во-вторых, начиная с 2014 года в Политехническом университете был реализован целый ряд систем автоматической проверки правильности решения задач студентами [6]. Эти системы показали неплохие результаты в процессе опытной эксплуатации. Автоматическая проверка хода решения каждой задачи по шагам даёт намного больший эффект по сравнению с проверкой ответа. В-третьих, детальное протоколирование всей деятельности студентов в процессе обучения в семестре предоставляет для анализа «большие данные», на основании которых возможна объективная аттестация. Фактически, если достоверно знать, сколько секунд студент смотрел (или не смотрел) на каждую страницу учебника, решал (или не решал) каждую задачу, и собрать эту информацию для всех студентов и всех инженерных дисциплин, объективная автоматическая аттестация вполне реализуема.

Таким образом, цифровая образовательная среда с элементами искусственного интеллекта реальна здесь и сейчас.

Список литературы

1. Лавров С.С. Представление и использование знаний в автоматизированных системах // Микропроцессорные средства и системы, № 3, 1986.
2. Молотков И.И., Новиков Ф.А. Онтология дискретной математики в образовании // Компьютерные инструменты в образовании. 2021. № 1. С. 69–85.
3. Новиков Ф.А. Дискретная математика. 3-е изд. СПб., Питер, 2017. 496 с.
4. Новиков Ф.А. Символический искусственный интеллект: математические основы представления знаний. М.: Юрайт, 2016. 278 с.
5. Новиков Ф.А., Иванов Д.Ю. Моделирование на UML. Теория, практика, видеокурс. СПб.: Наука и техника, 2010. 40 с.
6. Новиков Ф.А., Кацман И.В. Автоматическая проверка решений учебных задач на основе комбинации методов перебора логических правил и тестирования / Цифровые технологии в инженерном образовании: новые тренды и опыт внедрения. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2020. С. 266–273.

ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ YOUTUBE-КАНАЛ ПО МАТЕМАТИКЕ

К.В. Правдин, кандидат тех. наук
Университет ИТМО (Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: construeman@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается опыт создания образовательного ютуб-канала по математике и результаты его применения при обучении студентов Университета ИТМО.

Ключевые слова: учебное видео, смешанное обучение, преподавание математики.

EDUCATIONAL YOUTUBE CHANNEL ON MATHEMATICS

K.V. Pravdin, candidate of engineering sciences
ITMO University (Russia, Saint Petersburg)

Abstract. The article discusses the experience of creating an educational YouTube channel on mathematics and the results of its implementation in teaching ITMO University students.

Keywords: educational videos, blended learning, math teaching.

Современные студенты – это преимущественно молодые люди 17–23 лет, которые живут одновременно в физическом и в цифровом мирах. Они активно используют Интернет, привыкли получать информацию через строку поиска и часто предпочитают видеоформат текстовому. В связи с этим неудивительно, что обучающие видео представляют нарастающий тренд в образовании.

Судя по современным тенденциям, рынок труда в будущем станет быстро меняться. Для освоения новых навыков будет важна доступность учебной информации, концентрированность и ёмкость подачи, а также возможность учиться независимо от времени и места. В таких условиях видеоформат оказывается незаменимым инструментом, отлично дополняющим классические формы обучения (очные лекции, семинары и другие).

Также заметен тренд на глобализацию рынка труда, когда компании ищут будущих сотрудников по всему миру. В связи с этим молодым кандидатам на должности важно не только быть квалифицированными специалистами, но и демонстрировать гибкие навыки, а также ярко и убедительно презентовать себя и свои проекты (например, в формате видеовизитки). Для этого, безусловно, требуется тренировка и возможность получения обратной связи от экспертов.

Таким образом, использование видеоформата в обучении может помочь сегодняшним студентам улучшить свои образовательные результаты. А создание конкурентной среды для студенческих проектов в форме видеодокладов – предложить творческий вид деятельности и помочь в формировании предметных и надпредметных компетенций.

Актуальность и эффективность применения видеоформата в образовании подтверждается многими исследованиями. Например, коллеги из Старого Университета Доминиона (штат Виргиния, США) [1] получили результаты, показывающие, что мультимедийное видео является продуктивным учебным инструментом для передачи содержания курса. Исследование Открытого Университета Нидерландов [2] выявило, что студенты используют записанные лекции как замену пропущенным лекциям, а также при подготовке к экзаменам и контрольным испытаниям. Коллеги из Австралийского Католического Университета [3] провели мета-анализ и установили, что добавление видео к существующему обучению даёт значительный прирост в успеваемости студентов. А исследование Университета Центральной Флориды (США) [4] показало, что создание обучающимися видеороликов по изучаемым темам увеличивает их вовлеченность и количество воспринимаемой ими информации.

С учётом вышесказанного автором был создан образовательный канал «Плюс ЦЭ» на популярной онлайн-платформе YouTube [5] (далее – ютуб-канал). На нём представлены серии учебных видео по математическим дисциплинам, среди которых можно выделить следующие.

Короткие обучающие видеоролики с качественным теоретическим и практическим материалом, грамотным монтажом и ярким оформлением. С их помощью зритель имеет возможность быстро и полно познакомиться с основными математическими понятиями по выбранной теме, свойствами и теоремами, а пересматривая – запомнить их. При этом концентрированная подача способствует удержанию внимания зрителей.

Записи очных и онлайн-лекций, некоторые из которых дополнены онлайн-тестами и квизами, предлагающими зрителю закрепить и глубже осмыслить пройденный материал (например, плейлист «Матанализ 2021 – Лекции»). Вопросы тестов составлены так, чтобы мотивировать зрителя к анализу связей между понятиями и внимательному отношению к содержанию теорем. Зачастую они содержат ловушки и требуют критического подхода. Это даёт возможность зрителю глубже понять материал и лучше запомнить его.

Студенческие видеодоклады. Это относительно новый жанр учебной работы, пересматривающий классические очные доклады [6]. В отличие от выступлений на занятиях, доклад специально подготовлен как видеоролик для широкой публики. Его создание – это вызов, который предполагает командную работу и самоорганизацию, требует проектного подхода и погружения в изучаемую тему, тренирует навыки публичных выступлений, даёт простор для творческой реализации, а также знакомит с методами съёмки и монтажа видео. В комплексе такая деятельность полезна для будущих профессионалов, ведь создать проект в команде и достойно его представить – востребованный навык в бизнесе и науке. А умение записать яркую и содержательную видеовизитку всё чаще пригождается молодым кандидатам на должности.

Внедрение ютуб-канала «Плюс ЦЭ» в образовательный процесс принесло положительные результаты. Самым значимым из них стало **повышение успеваемости студентов**. Для сравнения были взяты итоговые оценки студентов Университета ИТМО по дисциплинам «Математический анализ» и «Математика» в 1–3 семестрах нескольких учебных годов (например, рис. 1).

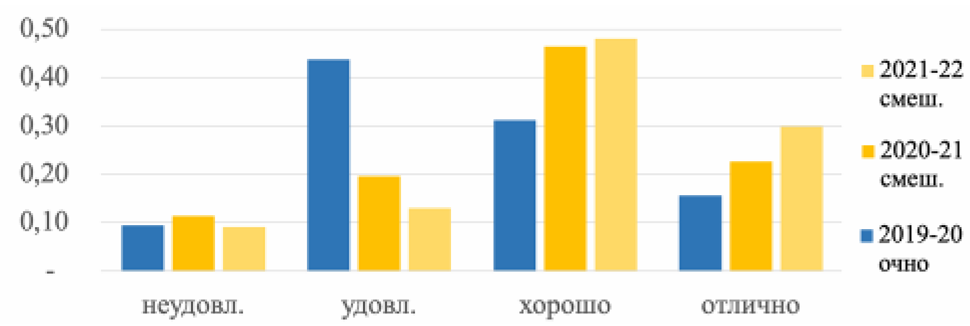


Рис. 1. Сравнение успеваемости студентов в 3 семестре в долях

Из проведённых сравнений следует, что при реализации смешанного формата обучения с использованием ютуб-канала «Плюс ЦЭ» (в отличие от обучения без него только в очном формате или с ним только в онлайн-формате) наблюдается увеличение суммарной доли оценок «хорошо» и «отлично» и уменьшение доли оценок «удовлетворительно».

Также у студентов **повысилась мотивация к обучению**, о чём свидетельствуют *востребованность* учебных видео, положительные *отзывы* и результаты проведённых *интервью*. Например, востребованность видна по растущему количеству подписчиков (более 1 тыс. на январь 2022 года и более 2,2 тыс. на июль 2023 года) и увеличению числа просмотров видео на канале (67 000 на январь 2022 года и 210 000 на июль 2023 года). Также были получены многочисленные положительные отзывы от студентов и других зрителей (например, рис. 2).

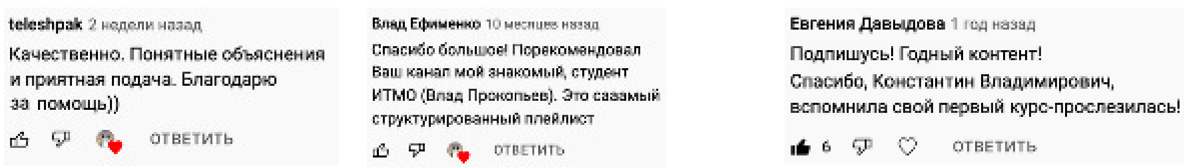


Рис. 2. Примеры некоторых отзывов об учебных видео

Кроме того, были проведены интервью со студентами об их опыте работы над видеодокладами. Среди 18 обучающихся, принявших участие в интервью, 13 хотели бы вновь попробовать себя в создании видеодокладов. Опрошенные отмечали, что им понравилось работать в командах, творчески подходить к задаче, разбираться в новом материале и рассказывать о нем остальным, при этом излагая сложные темы простым и доступным языком. Также многие отмечали полезность самостоятельно приобретённых навыков съёмки и монтажа видео.

Образовательный ютуб-канал помог автору в **организации обучения в смешанном формате**. Наличие учебных видео дало возможность студентам выбирать в часы самостоятельной работы удобное время и место для обучения, позволило пересматривать видео или перематывать на нужный момент, регулировать скорость воспроизведения. При возникновении вопросов студенты оставляли комментарии под видео, на которые отвечал преподаватель. Другие студенты видели их и при возникновении таких же вопросов уже имели ответы на них. А онлайн-тесты и квизы по темам лекций позволили студентам глубже разобраться в предлагаемом материале и лучше подготовиться к экзамену.

Таким образом, ютуб-канал «Плюс ЦЭ» с учебными видео, записями лекций и студенческими видеодокладами по математическим дисциплинам выступает актуальным и эффективным образовательным инструментом, ориентированным на студентов. Результатами его применения стали повышение успеваемости студентов, усиление их мотивации к учёбе, а также помощь в организации обучения в смешанном формате. Полученные результаты вдохновляют на дальнейшее развитие проекта – как с точки зрения создания образовательного контента, так и со стороны совершенствования и разработки новых методик по применению ютуб-канала в образовательном процессе.

Список литературы

1. Miner S. and Stefaniak J.E. Learning via Video in Higher Education: An Exploration of Instructor and Student Perceptions // Journal of University Teaching and Learning Practice. 2018. 15(2). URL: https://ro.uow.edu.au/jutlp/vol15/iss2/2/.
2. Gorissen P., van Bruggen J., and Jochems W. Students and recorded lectures: survey on current use and demands for higher education // Research in Learning Technology. 2012. 20. DOI: 10.3402/rlt.v20i0.17299.
3. Noetel M., Griffith Sh., Delaney O., et al. Video Improves Learning in Higher Education: A Systematic Review // Review of Educational Research. 2021. 91(2): 204–236. DOI: 10.3102/0034654321990713.
4. Campbell L.O., Heller S., and Pulse L. Student-created video: an active learning approach in online environments. Interactive Learning Environments. 2020. DOI: 10.1080/10494820.2020.1711777.
5. Плюс ЦЭ. Онлайн-ресурс. URL: https://www.youtube.com/@Plus_C/.
6. Правдин К.В. Видеодоклад как жанр учебной работы. ITMO Open Education, 21 мая 2021, Санкт-Петербург. URL: https://youtu.be/FDePuXCRHuA

РЕДАКТОР МОДЕЛЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ ЗНАНИЙ, ОСНОВАННЫХ НА ГРАФАХ

М.В. Свинцов
Университет ИТМО (Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: misha.svintsow@gmail.com

Аннотация. В статье представлены способы построения моделей предметных областей, которые основаны на кластерно-графовой структуре. Основным результатом работы является разработка редактора онтологий и построенная с его помощью модель предметной области «Высшая математика».

Ключевые слова: модель предметной области, обучение математике, системы управления обучением, высшая математика.

EDITOR FOR GRAPH-BASED KNOWLEDGE ORGANIZATION MODELS

M.V. Svintsov,
ITMO University (Russia, Saint-Petersburg)

Abstract. This article presents methods for building models of subject domains based on a cluster-graph structure. The main outcome of the study is the development of an ontology editor and the construction of a subject domain model, «Higher Mathematics», using this editor.

Keywords: domain modeling, mathematics education, learning management systems, higher mathematics.

Один из главных трендов образования – цифровизация. Информационные технологии во всей своей полноте проникают в образовательные процессы. Внедрение цифровизации происходит на всех уровнях образования – от непосредственной организации образовательного процесса до систем оценивания успеваемости. Преподавание математики в университете также должно следовать трендам и процессам, отвечающим современным потребностям.

Построение образовательного процесса, в том числе разработка систем управления обучением (англ. Learning management system, LMS), требует тщательно разработанного подхода к структурированию информации предметной области. Следовательно, возникает потребность в создании моделей организации знаний, которые могут использоваться как на этапах методической разработки, так и непосредственно во время обучения и тестирования [1].

В данной работе предлагается модель организации знаний, преимущественно созданная для предметной области «Высшая математика». Однако принципы, которые в нее заложены, являются в достаточной степени универсальными и могут применяться в совершенно разных областях. Основой представленной модели служит разбиение на следующие компоненты [2]:

– тематическая: темы и разделы, перечисленные на уровне названий и определяющие общую структуру курса;

– функциональная: описание смысловых элементов курса таких как понятия, аксиомы, теоремы, формулы, уравнения, алгоритмы и т.д.;

– семантическая: декларативные, или фактические знания, выявляющие объекты и отношения между ними;

– процедурная: знания о преобразованиях объектов;

– операционная: общие, предметные и метапредметные навыки, приобретаемые в процессе обучения.

Роль тематической компоненты модели предметной области заключается в возможности ее разбиения на множество кластеров, где каждый кластер соответствует одному из разделов предметной области. Как правило, разделы, из которых состоит модель, не являются независимыми друг от друга, а связаны отношениями «является пререквизитом». Иными словами, существуют базовые разделы, которые могут не требовать специфических для предметной области знаний. В то же время каждый раздел может являться пререквизитом (необходимым условием для освоения) для других разделов, содержащих более глубокие знания о предмете.

В свою очередь, основное содержание предметной области отражается в семантической и процедурной компонентах, так как именно они определяют основные смысловые единицы. Тип этих смысловых единиц определяется в функциональной компоненте предметной области. Здесь также можно отметить наличие определенных связей между смысловыми единицами. Рассматривая, к примеру, понятия произвольной предметной области, можно увидеть структуру, которую они образуют вследствие того, что понятийный аппарат имеет определенную иерархию: от базовых понятий до более сложных или специфичных.

Процедурная компонента модели может быть построена на основе анализа основных сценариев предметной области. Рассматриваемая предметная область «Высшая математика» является сильно формализованной областью, что позволяет точно описывать эти сценарии. В качестве таковых могут рассматриваться стратегии решения типовых задач. Каждая задача в процессе решения служит для формирования умения. В то же время данная стратегия может подразумевать наличие некоторого множества уже приобретенных умений.

Таким образом, математическая модель предметной области представляется в виде кластерно-графовой структуры. Каждый кластер модели состоит из набора семантических фактов и сценариев, основанных на стратегиях решения задач. Наличие иерархической структуры между ними позволяет представить каждый кластер в виде направленного ациклического графа. Связь от вершины 1 к вершине 2 задается необходимостью освоения семантической единицы 1 для последующего освоения семантической единицы 2. В свою очередь, кластеры сами по себе образуют схожую структуру и также могут быть организованы в виде направленного ациклического графа.

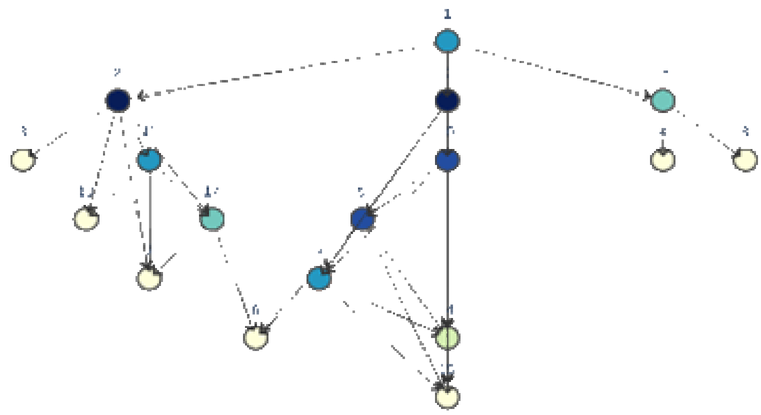


Рис. 1. Графовая модель связей между кластерами

Для создания конкретной реализации модели предметной области был предложен инструмент, позволяющий разрабатывать различные компоненты предметной области. Представленный в данной работе редактор моделей предметной области реализован в виде web-приложения, что в дальнейшем позволит его с легкостью масштабировать. На текущий момент редактор позволяет определять и редактировать кластерную структуру предметной области (рис. 1), а также реализует функционал создания процедурной компоненты при помощи описания последовательности действий в рамках стратегий решения задач.

Процедурная компонента модели содержит более 400 умений (рис. 2), которыми можно овладеть в рамках решения типовых задач. На начальном этапе рассматривались умения из следующих разделов.

1. Дискретная математика:
   Основы теории множеств;
   Соответствия и отношения на множествах;
   Комбинаторика.
2. Линейная алгебра:
   Основные алгебраические структуры;
   Аналитическая геометрия;
   Линейные пространства;
   Линейные операторы.

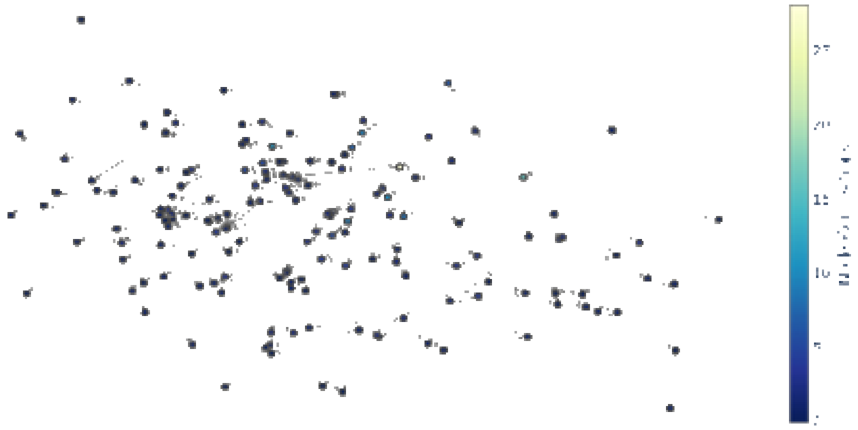


Рис. 2. Граф умений предметной области «Высшая математика»

Разработанный редактор и созданная модель предметной области удовлетворяют первичным требованиям к задаче – позволяют составлять множество умений предметной области и устанавливать связи между ними.

В качестве перспектив развития редактора рассматриваются:

– реализация функциональной компоненты предметной области;

– разработка функционала редактирования семантической компоненты;

– внедрение алгоритмов работы с графами для дальнейшего анализа предметной области;

– модификация методов визуализации графов в соответствии с целями дальнейшего использования модели.

Построенный редактор моделей предметной области может быть использован как универсальный инструмент, лежащий в основе методической разработки различных курсов, рекомендательных систем для самостоятельного обучения [3], а также построения инструментов тестирования текущей успеваемости обучающихся.

Список литературы

1. Оценка информационно-коммуникационной компетентности учащихся: подходы, инструмент, валидность и надежность результатов / С.М. Авдеева [и др.] // Вопросы образования. 2017. № 4. С. 104–132. DOI:10.17323/1814-9545-2017-4-104-132.

2. Атанов Г.А., Пустынникова И.Н. Обучение и искусственный интеллект. Донецк: Изд-во ДОУ, 2002. 504 с.

3. Гаврилова Т.А., Червинская К.Р. Извлечение и структурирование знаний для экспертных систем. М.: Радио и связь, 1992.

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ В ЗАДАЧАХ

Г.Г. Хамов, доктор пед. наук, профессор
Российский государственный педагогический университет имени А.И. Герцена (Россия, Санкт-Петербург)
Л.Н. Тимофеева, кандидат пед. наук
Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (Россия, Санкт-Петербург)
email: gghamov@yandex.ru, vka@mil.ru

Аннотация. В работе рассматриваются примеры текстовых задач, решение которых предполагает составление и исследование диофантовых уравнений.

Предложенные задания показывают возможности теоретико-числовых задач для вовлечения обучающихся в творческую деятельность.

Ключевые слова: диофантовы уравнения, теория делимости, деление с остатком, составное число, простое число.

DIOPHANTINE EQUATIONS IN PROBLEMS

G.G. Khamov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Russian State Hertsen University of Teaching (Russia, St. Petersburg)
L.N. Timofeeva, Candidate of Pedagogical Sciences
Military Mozhaisky Academy (Russia, St. Petersburg)

Abstract. The paper considers examples of textual problems, the solution of which involves the compilation and study of diophantine equations. The proposed tasks show the possibilities of number-theoretic problems for involving students in creative activity.

Keywords: diophantine equations, divisibility theory, division with remainder, composite number, prime number.

Одним из особенно трудных разделов математического образования является решение текстовых задач, который, однако, дает богатый материал для развития и воспитания обучающихся. Научить решать задачи, представляющие собой описание количественных отношений между значениями искомых величин, связанных чаще всего с вычислениями, сложнее, чем помочь овладеть какими-то темами математической теории.

Сам процесс решения такой задачи связан с проведением исследования. Поэтому деятельность на практическом занятии по алгебре и теории чисел или самостоятельная работа, связанная с использованием текстовых задач, дает возможности для анализа (когда идет восприятие задачи и выбирается путь реализации решения); помогает устанавливать взаимосвязи между объектами задачи, строить рациональную схему решения. Последующий переход к диофантовому уравнению подводит к новой исследовательской задаче, решение которой представляет отдельную проблему. Оценивая значение решения текстовых задач, отметим, что на занятии предполагается использование готовых условий. Составление аналогичных задач и новых под силу любознательным студентам. В то же время элемент самостоятельной творческой работы проявляется и в решении известных задач.

Приведём примеры условий и решений задач, которые могут быть использованы непосредственно для закрепления пройденного теоретического материала. В качестве математической модели будут выступать диофантовы уравнения.

Задача 1. Найдите натуральное число, которое при умножении на 5 станет кубом, а при умножении на 2 – квадратом числа [1].

Обозначим m искомое число, $5m = x^3, 2m = y^2$.

Получаем уравнение

$$x^3 + y^2 = 7m. \qquad (1)$$

Куб целого числа x может давать при делении на 7 остатки 0; 1; 6. Квадрат целого числа y при делении на 7 может давать остатки 0; 1; 2; 4. Следовательно, число вида $x^3 + y^2$ делится на число 7, если x^3 при делении на 7 дает остаток 0 или 6, а y^2, соответственно, 0 или 1.

Выбираем ненулевой вариант остатков. Число x^3 при делении на 7 может давать остаток 6, если $x = 7t+3$, $x = 7t+5$, $x = 7t+6$; число y^2 при делении на 7 дает остаток 1, если $y = 7s+1$, $y = 7s+6$, $t, s \in \mathrm{N}$.

Заметим, что делимость $x^3 + y^2$ на число 7 – это необходимое условие, но не достаточное для выполнения условия задачи.

Например, при $x = 7t + 3$, $y = 7s + 6$; $t = 1$, $s = 2$ получаем $x = 10$, $y = 20$. Тогда из равенства (1) получаем $m = 200$, $5m = 10^3$, $2m = 20^2$:

$$1000 + 400 = 7m,\ m = 200 \Leftrightarrow 2^3 \cdot 5^3 + 2^4 \cdot 5^2 = 7 \cdot 200. \qquad (2)$$

Для получения другого числа m, удовлетворяющего условию задачи умножим обе части равенства (2) на число p^6, $НОД(p, 7) = 1$. В этом случае по теореме Ферма $p^6 \equiv 1 (\mathrm{mod}\, 6)$ и левая часть полученного равенства будет делиться на 7.

Например, при умножении равенства (2) на 2^6 получим решение задачи: $m = 12800,\ x = 40,\ y = 160$.

При умножении равенства (2) на 3^6 получаем:

$$2^3 \cdot 5^3 \cdot 9^3 + 2^4 \cdot 5^2 \cdot 27^2 = 7 \cdot (200 \cdot 729).$$

Решение задачи: $x = 90$, $y = 540$, $m = 145800$, $5m = 90^3$, $2m = 540^2$.

При умножении равенства (2) на p^6, число p на 7 не делится, получаем:

$$2^3 \cdot 5^3 \cdot \left(p^2\right)^3 + 4^2 \cdot 5^2 \cdot \left(p^3\right)^2 = 7 \cdot 200 \cdot p^6.$$

Тогда в равенстве (1) имеем:

$$x = 10p^2,\ y = 20p^3,\ m = 200p^6.$$

При этом: $5m = 10^3\left(p^2\right)^3 = x^3$,

$$2m = 400\left(p^3\right)^2 = y^2.$$

Условие задачи и построение необходимого уравнения не вызывают затруднений, тогда как исследование решения предполагает использование знаний по теории делимости и сравнений.

Задача 2. Произведение некоторого натурального числа на 9 оканчивается числом 2023. Найти наименьший такой множитель.

Обозначим x искомое число. Из условия задачи составляем уравнение

$$9x - 10000y = 2023.$$

Полученное уравнение является линейным с двумя неизвестными. Решения уравнения находим по формулам:

$$\begin{cases} y = 9t + 2, \\ x = 10000t + 2447. \end{cases}$$

По условию требуется найти наименьшее натуральное число, поэтому выбираем $t = 0$ и получаем в ответе $x = 2447$, при этом $9x = 22023$.

Задача 3. Придумайте такое двузначное число, сумма которого и числа, запись которого представлена теми же цифрами, но в обратном порядке, является полным квадратом. Найдите все такие числа.

Пусть x и y – некоторые цифры. Составляем уравнение

$$(10x + y) + (10y + x) = n^2 \Leftrightarrow 11(x + y) = n^2.$$

Левая часть делится на простое число 11, значит, правая должна делиться на 11^2. Из последнего равенства после деления обеих частей на 11 следует

$$x + y = 11z^2.$$

Так как $x + y \le 18$, то $z = 1$ и $x + y = 11$.

Числа, соответствующие условию задачи, образуют пары:

92 и 29, 83 и 38, 47 и 74, 56 и 65.

Задача 4. Некоторое натуральное число обладает свойствами:

1) десятичная запись оканчивается цифрой 6;

2) при перестановке цифры 6 из конца числа в его начало полученное число увеличивается в 4 раза.

Обозначим искомое число n . Из условия задачи следует $n = 10x + 6, x$ – число его всех десятков. Получаем уравнение:

$$4 \cdot (10x + 6) = 6 \cdot 10^t + x \Leftrightarrow 2 \cdot (10^t - 4) = 13x.$$

Из уравнения следует сравнение

$$10^t \equiv 4(\mathrm{mod}\, 13) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 5 + 12s, \\ t + 11 + 12s, \quad s \in Z, \quad s \geq 0. \end{array}\right.$$

Например, при $s = 0,\ t = 5$ получим:

$$x = \frac{2(10^5 - 4)}{13} = 15384; \quad n = 10x + 6 = 153846,$$

при этом $615384 = 4n$.

Задача 5. Найдите год рождения тех людей, которым в 2023 году исполняется столько лет, какова сумма цифр года их рождения.

Эта задача имеет два варианта решения. Обозначим год рождения $19xy$. Составляем уравнение, соответствующее условию задачи:

$$2023 - 19xy = 10 + x + y \Leftrightarrow 123 - 10x - y = x + y + 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 11x + 2y = 113 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = -11t + 51. \end{cases}$$

Условию задачи удовлетворяют: $t = 4,\ x = 9,\ y = 7$.

Год рождения – 1997 , возраст – 26 лет.

Другой вариант (год рождения $20xy$):

$$2023 - 20xy = x + y + 2 \Leftrightarrow 11x + 2y = 21 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = -11t + 5; \end{cases}$$

$t = 0,\ x = 1,\ y = 5$. Год рождения – 2015, возраст – 8 лет.

Задача 6. Может ли натуральное число вида $4p + 1,\ p$ – простое натуральное число, быть кубом натурального числа.

В соответствии с условием задачи составляем уравнение

$$x^3 = 4p + 1.$$

Число x нечетное, то есть $x = 2y + 1$, тогда

$$x^3 = 4p + 1 \Leftrightarrow (2y + 1)^3 = 4p + 1 \Leftrightarrow 2p = 4y^3 + 6y^2 + 3y.$$

Из полученного уравнения имеем: $y = 2t$ – четное число. При $t = 1$, $y = 2$ имеем $p = 31$, откуда $4p + 1 = 5^3$. Других решений нет, так как при $t > 1$: $p = 16t^3 + 12t^2 + 3t$, то есть p делится на число $t > 1$, следовательно, p – число составное.

Список литературы

1. Хамов Г.Г., Тимофеева Л.Н. Об арифметической составляющей математического образования будущего учителя математики // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Вып. 17. Киров: Радуга-ПРЕСС, 2015. С. 184–189.

НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ ПРОЕКТОВ БУДУЩИХ ПЕДАГОГОВ-МАТЕМАТИКОВ В ОБЛАСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

И.К. Кондаурова, кандидат пед. наук, доцент
Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского (Россия, Саратов)
e-mail: i.k.kondaurova@yandex.ru
А.А. Коростелев, доктор пед. наук, доцент
Самарский государственный социально-педагогический университет (Россия, Самара)
e-mail: kaa1612@yandex.ru

Аннотация. В статье охарактеризованы некоторые интерактивные проекты будущих педагогов-математиков в области организации внеурочной деятельности и дополнительного образования. Рассматриваются особенности научно-педагогического сопровождения подобных проектов.
Ключевые слова: научно-педагогическое сопровождение, внеурочная деятельность, дополнительное математическое образование, педагог-математик.

SCIENTIFIC AND PEDAGOGICAL SUPPORT OF INTERACTIVE PROJECTS OF FUTURE TEACHERS-MATHEMATICIANS IN THE FIELD OF ORGANIZATION OF EXTRACURRICULAR ACTIVITIES AND ADDITIONAL EDUCATION

I.K. Kondaurova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Saratov National Research State University (Russia, Saratov)
A.A. Korostelev, Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Samara State Socio-Pedagogical University (Samara, Russia)

Abstract. The article describes some interactive projects of future teachers-mathematicians in the field of organization of extracurricular activities and additional education. The features of scientific and pedagogical support of such projects are considered.
Keywords: scientific and pedagogical support, extracurricular activities, additional mathematical education, teacher-mathematician.

Под научно-педагогическим сопровождением будущих педагогов-математиков в рамках данной публикации будем понимать систему деятельности научно-педагогических работников, направленную на создание условий для становления будущего педагога-математика как субъекта предстоящей профессиональной деятельности, в частности в интересующей нас области организации внеурочной деятельности и дополнительного образования. Как правило, подобное научно-педагогическое сопровождение координирует научный руководитель, работа которого предполагает:

– научное руководство проектом (проблемой, темой), разрабатываемым будущим педагогом-математиком;

– научно-методическое сопровождение экспериментальной работы;

– помощь в реализации разработанных проектов в условиях школы и учреждений дополнительного образования;

– рецензирование и редактирование статей, методических разработок и других видов работ будущих педагогов-математиков в области организации внеурочной деятельности и дополнительного образования;

– совместное написание научно-методической литературы, публикации в соавторстве.

Покажем, каким образом осуществлялось научно-педагогическое сопровождение некоторых реализованных интерактивных проектов будущих педагогов-математиков в области организации внеурочной деятельности и дополнительного образования.

Один из наиболее интересных реализованных интерактивных проектов был посвящен изучению истории малой Родины в математических задачах [1; 2]. Проект разрабатывался в соавторстве с А.О. Тутаровой. Апробация проекта осуществлялась в октябре – ноябре 2020 года с 25 участниками математической смены (8–9 классы) на базе образовательного центра «Сириус» в городе Сочи и с 27 будущими учителями математики – студентами 2 курса механико-математического факультета СГУ имени Н.Г. Чернышевского во время летнего семестра 2020/2021 учебного года.

Цель проекта «МатИс (Математика-История) в УКЕКЕ: взгляд из 21 века» – в рамках изучения исторического прошлого золотоордынского города Укек разработать образовательный трек с элементами проектной сессии по пяти направлениям, основанный на математическом содержании представленных в нём заданий, и реализовать в контексте междисциплинарной связи математики, истории, краеведения, географии, искусства.

По итогам реализации проекта составлен сборник из 25 этноматематических задач, опубликован ряд статей в сборнике научных работ и журналах из Перечня ВАК [1 – 3].

Два интересных проекта, тематически связанных друг с другом, были реализованы в соавторстве с Юлией Дмитриевной Захарюта в период 2019–2022 годов. Первый проект (2019–2020) был посвящён разработке концептуальных основ интерактивного музея математики для школьников «Всезнариум» с тематическими экспозиционными зонами: кинопоказ «Зачем нужна математика?»; «Головоломки»; «Математические трюки»; кинопоказ «Будущее за математикой»; «Оптические иллюзии»; «Математические фокусы». Результаты апробации работы музея представлены в публикации в журнале из Перечня ВАК [4].

Второй, предметно-методический, проект «Интерактивный музей математики», реализованный в 2020–2022 годах, позволил осуществить подготовку студентов – будущих учителей математики к продвижению интерактивных форм обучения вообще и музейной в частности в образовательном процессе современной школы. На основном этапе проекта был проведен ряд предметно-методических мероприятий: семинар-практикум «Интерактивный музей как инновационная форма обучения математике», мастер-классы по разработке и проведению интерактивных музейных экскурсий, по использованию QR-кодов в интерактивных экскурсиях и др. Проект апробировался в течение двух лет на базе механико-математического факультета СГУ имени Н.Г. Чернышевского. Результаты апробации опубликованы в журнале из Перечня ВАК [5].

Еще один проект, посвященный изучению и систематизации инновационных форм дополнительного математического образования школьников, был реализован со студентами 4 курса направления подготовки «Педагогическое образование» (профиль – Математическое образование) СГУ имени Н.Г. Чернышевского во время зимнего семестра 2022/2023 учебного года. Цель проекта – разработка на платформе Genially.com интерактивного плаката «Инновационные формы дополнительного математического образования школьников».

В интерактивный плакат вошли следующие формы организации деятельности детей: интерактивный музей математики; интерактивный проект по истории Укека; историко-математические мероприятия с использованием средств кинопедагогики; литературно-математическая гостиная; математический онлайн-вечер; музыкально-математический клуб; спортивно-математический клуб; воскресный математический клуб; математический лагерь (площадка); математическая лотерея; математическая монополия; математические проекты в Интернете; этноматематическая студия; математический театр; математический туризм; математический астрофестиваль; математика на кухне; математический марафон по игрографии разных стран и народов; мероприятия с использованием средств музейной педагогики; семейная математическая олимпиада и др. Каждая форма представлена по схеме: определение, краткое описание, фотографии и видео с проведения мероприятий, QR-код на уточняющую информацию (статьи, презентации, авторефераты бакалаврских / магистерских работ и др.).

Ряд интерактивных проектов был реализован в социальных сетях, в частности в сети «ВКонтакте»: математический интернет-проект «Наследники Пифагора» по подготовке 9-классников к ОГЭ по математике [6]; методико-математический интернет-проект «Подготовка студентов, обучающихся на направлении 44.03.01 Педагогическое образование (профиль – математическое образование), к государственному экзамену»; историко-математический онлайн-марафон для младших подростков «Математическое путешествие в историю товарно-денежных отношений».

В общей сложности в разные годы осуществлено научно-педагогическое сопровождение более ста интерактивных проектов. В их числе: детский эколого-математический туризм (С.А. Ковшарова) [7], школьный математический театр (Т.Д. Ильина) [8], математические этномарафоны (Н.С. Нестерова) [9], математика на кухне для детей с ограниченными возможностями здоровья (А.Н. Корнеева), проект «Геометрия архитектурных сооружений Саратовской области» (О.А. Скоробогатиова), фестивали – этнофестиваль «Геометрия в костюмах народов России» (В.В. Синдюкова), математический астрофестиваль [10] (А.И. Бычкин), математический артфестиваль (Е.П. Михайлина) и др.

Список литературы

1. Кондаурова И.К., Тутарова А.О. Общая характеристика интерактивного проекта «История малой Родины в математических задачах» // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2021. Т. 10, № 3(36). С. 289–295.
2. Кондаурова И.К., Тутарова А.О. Интерактивный проект «История малой Родины в математических задачах (на примере золотоордынского города Укек)» // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов: материалы 40-го Международного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Брянск, 2021. С. 398–400.
3. Кондаурова И.К., Тутарова А.О. Методическое обеспечение и опыт реализации проекта «История малой Родины в математических задачах (на примере средневекового золотоордынского города Укек)» // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2021. Т. 10, № 4 (37). С. 139–144.
4. Кондаурова И.К., Захарюта Ю.Д. Интерактивный музей математики // Балтийский гуманитарный журнал. 2020. Т. 9, № 3(32). С. 98-107.
5. Кондаурова И.К., Захарюта Ю.Д. Общая характеристика предметно-методического проекта «Интерактивный музей математики» для будущих педагогов-математиков // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2022. Т. 11, № 4(41). С. 10–18.
6. Кондаурова И.К., Волошина О.С. Математический образовательный интернет-проект как инновационная форма дополнительного образования // Карельский научный журнал. 2019. Т. 8, № 3(28). С. 24–27.
7. Кондаурова И.К., Ковшарова С.А. Детский эколого-математический туризм // Балтийский гуманитарный журнал. 2023. Т. 12, № 1(42). С. 40–44.
8. Кондаурова И.К., Ильина Т.Д. Школьный математический театр как форма дополнительного образования подростков // Балканское научное обозрение. 2019. Т. 3, № 3(5). С. 20–25.
9. Кондаурова И.К., Нестерова Н.С. Этномарафон для младших подростков "Математическая игрография разных стран и народов» // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2022. Т. 11, № 3(40). С. 21–26.
10. Кондаурова И.К., Бычкин А.И. Математический астрофестиваль // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2023. Т. 12, № 1(42). С. 47–53.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ И ПРОМЫШЛЕННОСТИ НА СОВРЕМННОМ ЭТАПЕ

Д.А. Бояринов, кандидат пед. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: dmboyarinov@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются взгляды отечественных исследователей на подходы к решению проблемы взаимодействия системы образования и промышленности в современных условиях. Отмечается необходимость исследования вопросов, относящихся к описанию и исследованию информационно-организационной среды, в рамках которой происходит взаимодействие образовательного учреждения и потенциального работодателя, выявлению её специфики, влияющей на ход и конечный результат рассматриваемого взаимодействия. В качестве перспективного подхода предлагается рассмотрение образовательного ландшафта как основы формирования метаязыка описания образовательной деятельности, протекающей в условиях информатизации и включающей в себя сетевые формы организации учебного процесса.

Ключевые слова: информатизация, инженерное образование, непрерывное образование, субъект образовательного процесса, сетевое обучение, образовательные карты, образовательный ландшафт.

INTERACTION OF HIGHER SCHOOL AND INDUSTRY AT THE PRESENT STAGE

D.A. Boyarinov, candidate of pedagogical sciences, associated professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The views of domestic researchers on approaches to solving the problem of interaction between the education system and industry in modern conditions are discussed in the article. The need to study issues related to the description and study of the information and organizational environment within which the interaction of the educational institution and the potential employer takes place, to identify its specifics that affect the course and final result of the interaction under consideration is noted. The educational landscape is proposed to consider as the basis for the formation of a metalanguage for describing educational activities that take place in informatization conditions and include network forms of organizing the educational process.

Keywords: informatization, engineering education, continuous learning, subject of the educational process, network learning, educational maps, educational landscape.

В последнее время в области взаимодействия высшей школы и промышленности произошли значительные перемены, обусловленные формированием серьезной потребности в подготовке кадров, в первую очередь относящихся к инженерным специальностям. Эти перемены, в частности, нашли своё выражение в реализации следующих организационных мероприятий в сфере образования:

– существенная корректировка правил проведения целевого приёма в высшие учебные заведения;

– создание «центров компетенций НТИ» в форме инженерно-образовательных консорциумов, организованных на базе высших учебных заведений и научных организаций;

– организация «центров трансфера технологий», ориентированных на внедрение новейших научно-исследовательских разработок в промышленное производство;

– значительная модернизация сетевой формы обучения, ориентированная на поддержку реализации учебного процесса в рамках коллаборации нескольких высших учебных заведений и с опорой на материальную и кадровую базу потенциальных работодателей;

– формирование «центров Национальной технологической инициативы» на базе организаций высшего образования и научных организаций.

Отмеченные перемены произошли в отечественной педагогической системе на протяжении последних месяцев, и ставить вопрос об их систематической рефлексии со стороны научного сообщества пока преждевременно. Однако можно ставить вопрос об анализе предыдущего опыта, накопленного в отечественной педагогике применительно к проблеме взаимодействия системы образования и промышленности, что и является содержанием настоящего исследования.

Можно констатировать разнообразие подходов к исследованию отмеченной проблемы, реализованных в исследованиях современных авторов.

Оригинальный и во многом новаторский подход представлен в исследовании Э.Б. Аваковой и А.А. Кузнецова [1]. Данные авторы предлагают строить взаимодействие системы образования и промышленности на основе анализа бизнес-процессов и корпоративных коммуникаций. В качестве безусловного приоритета они позиционируют значимость «выстраивания эффективных коммуникаций между работодателем и потенциальными работниками из числа молодых специалистов» [1]. Э.Б. Авакова и А.А. Кузнецов полагают, что процессы цифровизации будут способствовать повышению эффективности взаимодействия образовательных учреждений с предприятиями промышленности и снятию коммуникативных барьеров: «цифровая трансформация позволяет успешно решать проблему привлечения представителей профильных организаций, специалистов-практиков, потенциальных работодателей к процессу развития профессионального потенциала молодежи» [1]. При этом повышается эффективность таких каналов коммуникации, как «карьерные сайты компаний, сервисы и платформы по поиску работы и сотрудников, социальные сети, чат-боты, видео- и аудио интервью и др.» [1].

П.А. Амбарова с соавторами [2] демонстрирует в определённом смысле «психологический» подход, помещая в фокус своего исследования определённые личностые факторы, характеризующие обучающегося. При этом практически не уделяется внимание потребностям и запросам промышленности, что в настоящее время является императивом.

В работе Г.Н. Фомицкой и Т.С. Базарова [3] основной акцент ставится на принятии решений в ситуации неопределенности, характеризующейся динамичными изменениями целевых установок. Такие изменения, в свою очередь, влияют на перечень специальностей и направлений подготовки, наиболее востребованных промышленностью на текущий момент, и на запросы будущих работодателей к уровню профессиональной подготовки выпускников.

Мы ранее отмечали значительные возможности в области гибкого учёта запросов социума в условиях информатизации образования [4 – 6]. При этом возникают предпосылки для оперативного отражения системой образования меняющихся требований к уровню профессиональной подготовки, содержанию, формам и методам обучения [7].

В.И. Волков в своём исследовании [8] обращает основное внимание на обеспечение взаимодействия субъектов (образовательных организаций и потенциальных работодателей) с целью гармонизации использования их организационных и материальных ресурсов в процессе подготовки профессиональных кадров для промышленности.

А.И. Гибадуллина использует аналогичный подход [9] и в качестве ведущего фактора взаимодействия образовательных организаций и промышленных предприятий рассматривает «отношения партнерства».

В работе А.О. Ольховик [10] осуществляется конкретизация системы ключевых задач, направленных на создание, развитие и поддержание организационных механизмов, позволяющих осуществлять согласование системы образования с потребностями экономики.

А.Н. Подтяжкина [11] рассматривает проблему взаимодействия промышленных предприятий с образовательными организациями на основе рыночного подхода в контексте синхронного развития рынка труда рынка и образовательных услуг.

В исследовании И.И. Свирелкиной [12] большое внимание уделяется системе непрерывного образования как ведущей сфере взаимодействия высшей школы и промышленности на современном этапе. В качестве главного фактора успешности взаимодействия она выделяет согласованность и даже «единство» целей всех субъектов этого взаимодействия.

А.В. Штолер с соавторами [13] особо отмечают значимость придания промышленным предприятиям, организациям статуса и роли независимого полноправного субъекта образовательного процесса. Таким образом, по их мнению, будет обеспечено полное отражение в деятельности системы образования запросов и потребностей потенциальных работодателей.

В исследовании А.Ф. Щура [14] реализован достаточно традиционный подход, ставящий во главу угла совершенствование информационного взаимодействия между образовательным учреждением и промышленным предприятием или организацией, направленное на наиболее полное отражение запросов и потребностей потенциального работодателя.

Проведенное нами исследование позволяет констатировать, что современные исследования проблематики взаимодействия образовательного учреждения с работодателем не отражают в полной мере перемены, обусловленные формированием значительной потребности в подготовке кадров, в первую очередь относящихся к инженерным специальностям.

Как нам представляется, наиболее существенной чертой рассмотренных исследований является отсутствие внимания к описанию и исследованию информационно-организационной среды, в рамках которой происходит взаимодействие образовательного учреждения и потенциального работодателя, выявление её специфики, влияющей на ход и конечный результат рассматриваемого взаимодействия. Хотя информатизация образования относится к числу актуальных вопросов, привлекающих внимание многочисленных исследователей, проблема влияния процессов информатизации на взаимодействие высшей школы и промышленности к настоящему времени не отрефлексирована научным сообществом в полной мере, хотя отдельные работы в данном направлении начинают появляться [1]. Мы полагаем, что один из возможных подходов к её решению может заключаться в придании центральной роли понятию «образовательный ландшафт» (представляющему собой результат генерализации массива образовательных карт [7]) как основе формирования метаязыка описания образовательной деятельности, протекающей в условиях информатизации и включающей в себя сетевые формы организации учебного процесса на основе взаимодействия с потенциальными работодателями.

Список литературы

1. Авакова Э.Б., Кузнецов А.А. Взаимодействие образовательных учреждений и организаций-работодателей в условиях цифровизации // Телескоп. 2021. № 1. С. 82–88. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/vzaimodeystvie-obrazovatelnyh-uchrezhdeniy-i-organizatsiy-rabotodateley-v-usloviyah-tsifrovizatsii (дата обращения: 10.07.2023).

2. Амбарова П.А., Зборовский Г.Е., Захарова Л.Р. Дополнительное образование как ресурс преодоления образовательной неуспешности // Вестник Сургутского государственного педагогического университета. 2020. № 5(68). URL:

https://cyberleninka.ru/article/n/dopolnitelnoe-obrazovanie-kak-resurs-preodoleniya-obrazovatelnoy- neuspeshnosti (дата обращения: 10.07.2023).

3. Базарова Т.С., Фомицкая Г.Н. Механизмы взаимодействия работодателей и профессиональных образовательных организаций в ситуации неопределенности // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: «Психолого-педагогические науки». 2021. Т. 18. № 4. С. 21–34. DOI: https://doi.org/10.17673/vsgtu-pps.2021.4.2.

4. Бояринов Д.А. Педагогическое проектирование информационного образовательного пространства личностного развития учащихся // Фундаментальные исследования. 2014. № 12–2. С. 379–383. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22780629 (дата обращения: 10.07.2023).

5. Бояринов Д.А. Реализация идей инклюзивного образования в условиях информационного образовательного пространства // Современные проблемы науки и образования.2015. № 6. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25389999 (дата обращения: 10.07.2023).

6. Бояринов Д.А. Модель управления качеством обучения в условиях адаптивного сетевого образовательного пространства // Проблемы современного образования. 2019. № 4. С. 202–211. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=41097438 (дата обращения: 10.07.2023).

7. Бояринов Д. А. Индивидуальные образовательные траектории и образовательные карты // Системы компьютерной математики и их приложения: материалы XXI Международной научной конференции. – Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2020. Вып. 21. С. 371–375. URL: https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44238006 (дата обращения: 10.07.2023).

8. Волков В. И. Механизм взаимодействия образовательных организаций и работодателей // Политика, экономика и социальная сфера: проблемы взаимодействия. 2016. № 2. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/mehanizm-vzaimodeystviya-obrazovatelnyh-organizatsiy-i-rabotodateley (дата обращения: 10.07.2023).

9. Гибадуллина А. И. Партнерская модель взаимоотношений: «Высшее учебное заведение – выпускники – рынок труда – государство» // МНИЖ. 2014. № 4-4(23). URL: https://cyberleninka.ru/article/n/partnerskaya-model-vzaimootnosheniy-vysshee-uchebnoe-zavedenie-vypuskniki-rynok-truda-gosudarstvo (дата обращения: 10.07.2023).

10. Ольховик А.О. Анализ механизмов, направленных на согласование системы образования с потребностями экономики (на примере высшего образования в Вологодской области) // Креативная экономика. 2015. Т. 9, № 5. С. 645–658. URL: http://journals.creativeconomy.ru/index.php/ce/article/view/268/ (дата обращения: 10.07.2023).

11. Подтяжкина А.Н. Взаимодействие работодателей и образовательных организаций для формирования востребованного работника // Евразийское научное объединение, 2019, 5-4(51). С. 277–282.

12. Свирелкина И.И. Взаимодействие между образовательными учреждениями и хозяйствующими субъектами как основа системы непрерывного образования // Проблемы развития территории. 2009. № 2. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/vzaimodeystvie-mezhdu-obrazovatelnymi-uchrezhdeniyami-i-hozyaystvuyuschimi-subektami-kak-osnova-sistemy-nepreryvnogo-obrazovaniya(дата обращения: 10.07.2023).

13. Штолер А.В., Штолер Н.Н., Япринцева К.Л. Проблемы взаимодействия образовательной организации и организаций-работодателей в сфере культуры: опыт исследования // Высшее образование в России. 2022. Т. 31, № 6. С. 136–151. DOI: 10.31992/0869-3617-2022-31-6-136-151.

14. Щур А. Ф. Взаимодействие образовательного учреждения и работодателей в процессе подготовки специалистов // Профессиональное образование: проблемы, исследования, инновации: сб. материалов Международной науч.-практ. конф. Екатеринбург, 24 сентября 2015 г. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2015. Т. 2. С. 306–313.

НЕПРЕДИКАТИВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЛИ ОБ ОДНОМ ПОЛЕЗНОМ СОВЕТЕ БАРОНА МЮНХГАУЗЕНА

С.А. Гомонов, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: gomonov.serg@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые проблемы методического и логического характера, возникающие в математике, а также в процессе ее преподавания при использовании так называемых непредикативных определений.

Ключевые слова: порочный круг, непредикативное определение, метод сведения на себя.

NON-PREDICATIVE DEFINITIONS OR ON ONE USEFUL ADVICE BY BARON MUNCHHAUSEN

S.A. Gomonov, Candidate of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Annotation. The article deals with some problems of a methodological and logical nature that arise in mathematics, as well as in the process of teaching it when using the so-called non-predicative definitions.

Key words: vicious circle, non-predicative definition, self-reduction method.

– Вы утверждаете, что человек может поднять себя за волосы?
– Обязательно. Мыслящий человек просто обязан время от времени это делать.
Григорий Горин «Тот самый Мюнхгаузен»

1. В математике ещё с античных времен известна логическая ошибка, делающая весьма доброкачественное на первый взгляд рассуждение совершенно не заслуживающим ни малейшего доверия. Это тот печальный случай, когда доказываемое утверждение (или ему равносильное) используется в процессе его же собственного доказательства. Хорошо известно название данного логически несостоятельного рассуждения: «порочный круг» (circulusvitiosus) ([1; 2]). Именно таким «образцовым» по несостоятельности рассуждением, обосновывающим числовое равенство:
$\sqrt[3]{38+\sqrt{1445}}+\sqrt[3]{38-\sqrt{1445}}=4$ (подарок от формулы Кардано–Тартальи), прославилось в своё время пособие [3] (в последующих переизданиях этот промах был ликвидирован).

Этот логический изъян в рассуждениях отнюдь не всегда считается недопустимым. Просто к подобным рассуждениям, если от них нет возможности отказаться, приходится присовокуплять дополнительные исследования, что, разумеется, требует определённых усилий.

2. Справедливые возражения против использования подобных рассуждений и определений были выдвинуты еще в 1906 году знаменитым французским математиком и философом Анри Пуанкаре [2]. Ему же принадлежит и честь введения термина «непредикативное определение». Однако попытки обойтись совсем без подобных определений оказались не слишком удачными, хотя и предпринимались (например, Б. Расселем [2]).

К настоящему времени можно считать общепринятой традицию сопровождать подобные непредикативные определения и рассуждения дополнительными исследованиями.

3. Приведем простейшие примеры из школьного курса математики таких определений, выделяющих некоторыми конкретными требованиями по тем или иным причинам интересующие нас действительные числа (существование которых, впрочем, без дополнительных исследований гарантировать затруднительно).

1) Уравнение $x = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x \in \{\pm 1\}$;

2) Уравнение $x = -\frac{1}{x} \Leftrightarrow x \in \varnothing$;

3) Любое алгебраическое уравнение степени выше первой с вещественными коэффициентами – пример непредикативного определения его корней в **R:**

$x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x \in \{1; -2\}$, а вот

$x^2 + 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow x \in \varnothing$, так как

$D(x^2 + 3x + 5) = 3^2 - 4 \cdot 5 = -11 < 0$.

4) Ещё в VI веке до н.э. определения самых знаменитых трех средних величин двух положительных чисел *a* и *b* древние греки давали с помощью пропорций:

$\frac{a-x}{x-b} = \frac{a}{a}$, т.е. $x = \frac{a+b}{2}$ – среднее арифметическое чисел *a* и *b*;

$\frac{a-x}{x-b} = \frac{a}{x}$, т.е. $x = \sqrt{ab}$ – среднее геометрическое чисел *a* и *b*;

$\frac{a-x}{x-b} = \frac{a}{b}$, т.е. $x = \frac{2ab}{a+b}$ – среднее гармоническое чисел *a* и *b.*

А ведь эти определения непредикативные, как и определение «золотого сечения» *a* отрезка длиной *a* + *b,* где *a* > 0, *b* > 0, *a* > *b* и $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$, то есть $a = b\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

5) Непредикативны и «школьные» определения бесконечной арифметической и геометрической прогрессий:

$(a_n): a_{n+1} = a_n + d, n \in N$, *d* – фиксированное число;

$(b_n): b_{n+1} = q \cdot b_n, n \in N$, *q* – ненулевое фиксированное число;

иначе говоря:

$(a_{n+1}) = (a_n + d)$ и

$(b_{n+1}) = (q \cdot a_n)$.

Замечание. a_1 и b_1 задаются «отдельно» – это начальные условия.

6) Ещё интереснее выглядит задание произвольной бесконечной последовательности Фибоначчи $(a_n) \subset C$.

Вот ее один из самых популярных частных случаев:

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 (\text{начальные условия}), \\ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, n \in N \end{cases}$$

(рекуррентное, т.е. возвратное соотношение).

Второе условие можно заменить следующим равенством:

$(a_{n+2}) = (a_{n+1}) + (a_n)$

или, если подробнее:

$$(a_3, a_4, a_5, a_6, ..., a_{n+2}, ...) = (a_2, a_3, a_4, a_5, ..., a_{n+1}, ...) + (a_1, a_2, a_3, a_4, ..., a_n, ...).$$

4. Обращения к непредикативным определениям весьма широко применяются в высшей математике ([4; 5]), в частности, это вычисление интегралов и определителей методом сведения на себя, исследование последовательностей на сходимость и нахождение всех их частичных пределов. Вот два классических примера, когда метод сведения на себя хорошо срабатывает.

Пример 1. Найдем все сходящиеся последовательности Фибоначчи.

Решение. Так как бесконечная последовательность Фибоначчи $(x_n) \subset C$ определяется следующим рекуррентным соотношением $x_{n+2} = x_{n+1} + x_n, n \in N$, то, предполагая, что $\lim\limits_{n\to+\infty} x_n = \lambda \in C$, переходя к пределу, получаем: $\lambda = \lambda + \lambda$, т.е. $\lambda = 0$, т.е. единственный случай, когда последовательность Фибоначчи может быть сходящейся, – это когда она сходится именно к нулю. Выясним, существует ли такая последовательность. Воспользуемся формулой Бинэ:

$$(x_n) = c_1 \cdot \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n \right) + c_2 \cdot \left(\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right),$$

где $c_1, c_2 \in C$.

Но из равенства

$$\lim_{n\to+\infty} x_n = \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n \cdot \left(c_1 + c_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \right)^n \right) \right) = 0,$$

учитывая, что

$$\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n = \infty, \text{ а } \lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} \right)^n = 0,$$

имеем: $c_1 + 0 \cdot c_2 = 0$, т.е. $c_1 = 0$, а c_2 – любое комплексное число, а значит, все сходящиеся к нулю последовательности Фибоначчи имеют вид

$$(x_n) = \left(c_2 \cdot \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right),$$

где c_2 – любое комплексное число.

Замечание. Очевидно, что если $c_2 \neq 0$, то (x_n) – геометрическая прогрессия, сходящаяся к нулю.

Пример 2. Исследуем на сходимость последовательности:

а) $(\cos n)$, б) $(\sin n)$, в) $(\operatorname{tg} n)$.

Решение. Последовательность $(\cos n)$ ограничена, значит, предположив, что она сходится к числу $\lambda \in R$, можно утверждать, что $\lambda \in [-1;1]$. Но так как:

$$\begin{cases} (\cos 2n) = (2\cos^2 n - 1) \subset (\cos n), \\ (\cos 3n) = (4\cos^3 n - 3\cos n) \subset (\cos n), \end{cases}$$

а значит, переходя к пределам при $n \to +\infty$, имеем

$$\begin{cases} \lambda = 2\lambda^2 - 1, \\ \lambda = 4\lambda^3 - 3\lambda; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda \in \{1; \frac{1}{2}\}, \\ \lambda \in \{0; 1; -1\} \end{cases} \Leftrightarrow \lambda = 1.$$

А значит, получаем, что единственным «подозрительным на предел» последовательности $(\cos n)$ может быть лишь число $\lambda = 1$ (если эта последовательность сходится!). Но тогда если $\lim\limits_{n\to+\infty}\cos n = 1$, из тождества $\cos^2 n = 1-\sin^2 n$ следует, что $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-\sin^2 n) = 1$, т.е. $\lim\limits_{n\to+\infty}\sin n = 0$, то тогда из тождества $(\cos(n+1)) = (\cos n\cdot\cos 1 - \sin n\cdot\sin 1)\subset(\cos n)$ при $n\to+\infty$ получаем, что $\lambda = \lambda\cdot\cos 1 - 0\cdot\sin 1$, то есть $\lambda(\cos 1 - 1) = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0$. Появилось еще одно «подозрительное на предел» последовательности $(\cos n)$ число, но предел, если и существует, то он единственный, значит, предположение о сходимости последовательности $(\cos n)$ привело к противоречию, поэтому последовательность расходится. Последовательности (б) и (в) тоже расходятся, что подробно исследовано в [5].

Список литературы

1. Кондаков Н.И. Логический словарь-справочник. М.: Наука, 1975. 720 с.
2. Математическая энциклопедия. Т. 3. М.: Советская Энциклопедия, 1982. 1184 стб.
3. Сборник задач для поступающих во втузы: учебное пособие / В.К. Егоров [и др.]; под ред. М.И. Сканави. 5-е изд. М.: Высш. шк., 1988. 431 с.
4. Гомонов С.А. Непредикативные определения и некоторые приемы исследования числовых последовательностей на сходимость методом сведения на себя и вычисление их пределов // СКМП: материалы XX международной научной конференции. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2019. Вып. 20. Ч. 2. С. 20–43.
5. Гомонов С.А., Светлаков А.В., Дюдькин А.А. Непредикативные определения и методы сведения на себя при вычислении пределов числовых последовательностей. М.: Инновации и инвестиции. № 2. 2022. С. 162–171.

ОБ АЛГОРИТМЕ ПЕРЕВОДА РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ МЕТОДОМ СОСРЕДОТОЧЕНИЯ МАСС НА ЯЗЫК ШКОЛЬНОЙ ВЕКТОРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

С.А. Гомонов, кандидат физ.-мат. наук, доцент

Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)

e-mail: gomonov.serg@yandex.ru

Аннотация. В статье на основе свойств центра масс излагается простой алгоритм перевода на язык школьной векторной геометрии решений задач или доказательств теорем, использующих метод сосредоточения масс.

Ключевые слова: конечная система материальных точек, центр масс, правило рычага Архимеда, деление отрезка в заданном отношении.

ABOUT THE ALGORITHM FOR TRANSLATING THE SOLUTION OF A GEOMETRIC PROBLEM BY THE METHOD OF MASS CONCENTRATION IN THE LANGUAGE OF SCHOOL VECTOR GEOMETRY

S.A. Gomonov, Candidate of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor

Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Annotation. Based on the properties of the center of mass, the article presents a simple algorithm for translating solutions to problems or proofs of theorems using the mass concentration method into the language of school vector geometry.

Key words: the finite system of material points, the center of mass, the rule of the Archimedes lever, the division of the segment in a given ratio.

В память о профессоре Марке Беневиче Балке (1923–2018), в год, когда ему могло бы исполниться сто лет.

1. Замечательный древнегреческий учёный Архимед Сиракузский оставил человечеству невероятное количество идей, методов и приёмов рассуждения и доказательства. Не все они получили широкое распространение в «учёном» мире, некоторые оказались утерянными и забытыми. Однако идея использования системы материальных точек, т.е. пар вида «число – геометрическая точка», а также ряда свойств всякой конечной системы таких точек сохранилась и была развита многими замечательными математиками прошлого (Эйлер, Лагранж, Якоби, Мёбиус). Сам Архимед считал найденный способ рассуждений вполне пригодным не только для обнаруживания интересных свойств и геометрических объектов, но и построения для этих свойств обоснования.

2. Можно сказать, что такой геометрический объект, как центр масс (барицентр) любой конечной системы материальных точек $m_1A_1, m_2A_2, ..., m_nA_n$ (*), обладает уникальными свойствами. (Договоримся далее считать, что все числа $m_1, m_2, ..., m_n$ – положительные [1].)

Определение. Центром масс или барицентром конечной системы материальных точек (*) называется такая точка Z*,* для которой выполняется равенство $m_1 \cdot \overline{ZA_1} + m_2 \cdot \overline{ZA_2} + ... + m_n \cdot \overline{ZA_n} = \overline{0}$. (**)

Естественно, возникают проблемы существования и единственности для последовательности (*) такой точки Z со свойством (**), однако следующее очевидное свойство барицентра всё-таки можно уже сформулировать и без сложных рассуждений.

Свойство 1. Если у набора (*) имеется хотя бы один центр масс, то его расположение в пространстве никак не зависит от порядка, в котором располагаются материальные точки в последовательности (*).

Замечание. Очевидное равенство

$$\overline{ZA_k} = \overline{OA_k} - \overline{OZ} \, (k = 1, 2, ..., n),$$

причём точка O – любая точка пространства, позволяет получить следующее свойство.

Свойство 2. Если точка Z – центр масс последовательности (*), то для любой точки O справедливо равенство

$$\overline{OZ} = \frac{m_1 \cdot \overline{OA_1} + m_2 \cdot \overline{OA_2} + ... + m_n \cdot \overline{OA_n}}{m_1 + m_2 + ... + m_n}. \text{ (***)}$$

Свойство 2 помогает установить следующее важное свойство.

Свойство 3. Для любой последовательности (*) существует и единственный центр масс.

Свойство 4. Пусть в наборе материальных точек $m_1A_1, m_2A_2, ..., m_kA_k, m_{k+1}A_{k+1}, ..., m_nA_n$, где $n \geq 3$, первые $k \geq 2$ точек этого набора заменили их центром масс $\tilde{Z}$ и сосредоточили в нём их суммарную массу $m_1 + ... + m_k$ (как часто говорят: склеили точки $m_1A_1, m_2A_2, ..., m_kA_k$), то тогда система (*) и система $(m_1 + ... + m_k)\tilde{Z}, m_{k+1}A_{k+1}, ..., m_nA_n$ имеют совпадающие центры масс.

Доказательство. Непосредственно следует из равенства (***)

Свойство 5. Для любых двух материальных точек m_1A_1 и m_2A_2 ($A_1 \neq A_2$) их центр масс *Z*:

а) является внутренней точкой отрезка A_1A_2;

б) делит отрезок A_1A_2 по правилу архимедова рычага т.е. обратно пропорционально массовым сосредоточенным в A_1 и A_2 (а значит, чем «массивнее» концевая точка, тем ближе к ней точка *Z)*;

в) для любой точки Oтрёхмерного пространства вектор $\overline{OZ}$ представляет собой следующую линейную комбинацию:

$$\overline{OZ} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\overline{OA_1} + \frac{m_2}{m_1 + m_2}\overline{OA_2},$$

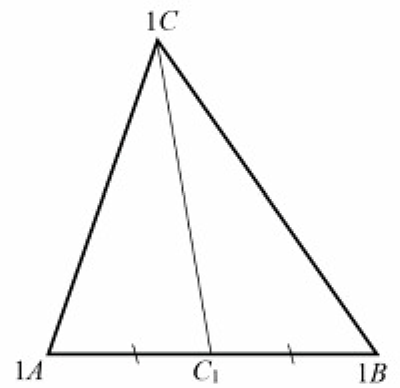
то есть перед нами формула деления отрезка A_1A_2 в заданном отношении $m_2 : m_1$;

г) найти центр масс двух материальных точек m_1A_1 и m_2A_2 ($A_1 \neq A_2$) – всё равно что разделить отрезок A_1A_2 точкой *Z*в отношении $m_2 : m_1$, считая от точки A_1.

Доказательство. Если $m_1\overline{ZA_1} + m_2\overline{ZA_2} = \overline{0}$ то тогда $-m_1\overline{A_1Z} + m_2\overline{ZA_2} = \overline{0}$, то есть $m_1\overline{A_1Z} = m_2\overline{ZA_2}$. Отсюда следует сонаправленность векторов $\overline{A_1Z}$ и $\overline{ZA_2}$ (m_1и m_2 – положительные), а также равенство $\frac{\overline{\overline{A_1Z}}}{ZA_2} = \frac{m_2}{m_1}$.

Вывод. При склеивании нескольких материальных точек из (*) мы можем осуществлять данный процесс в несколько приёмов, склеивая на каждом этапе ровно по две материальные точки, при этом мы будем иметь полную информацию о расположении каждого «промежуточного» центра масс Z_j, а значит, на каждом этапе соответствующий вектор $\overline{OZ_j}$ будет представлен как линейная комбинация соответствующих «предыдущих» векторов.

Замечание. Определённая информация о «концевых» массах при решении задачи методом сосредоточения масс окажется полезной при замене соответствующего центра масс Z_j на вектор $\overline{OZ_j}$, однако в некоторых случаях исследуемое утверждение (например, свойство медиан) уже содержит нужную информацию, а вот похожее свойство биссектрис внутренних углов треугольника – нет.



3. Рассмотрим несколько примеров перехода от метода сосредоточения масс к чисто векторному рассуждению.

Пример 1. У любого треугольника медианы пересекаются в одной точке, которая делит каждую из медиан в отношении 2 : 1, считая от соответствующей вершины треугольника.

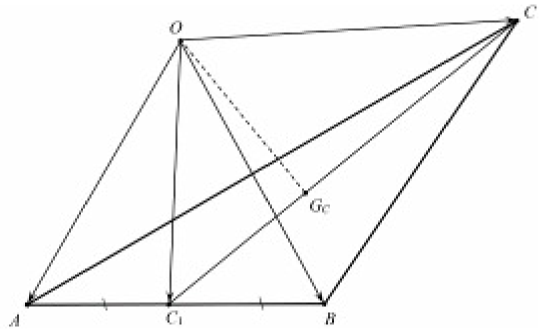
Доказательство I. 1) Рассмотрим произвольный $\triangle ABC$ и три материальные точки 1*A,* 1*B,* 1*C*, у них имеется единственный центр масс – точка *G*;

2) Склеиваем 1*A* и 1*B*: $\underbrace{1A, 1B}_{2C_1}, 1C \to 2C_1, 1C;$ тогда у этих двух систем материальных точек один и тот же центр масс *G* и он делит медиану *CC*$_1$в отношении 2 : 1, считая от вершины *C*.

3) Склеивания такого $1A,\underbrace{1B,1C}_{2A_1}\to 1A,2A_1$ и такого $\underbrace{1A,1C}_{2B_1},1B\to 2B_1,1B$ видов дают аналогичный результат: точка *G* лежит на всех трех медианах и делит каждую из них в отношении 2 : 1, считая от соответствующей вершины. Теорема доказана.

Доказательство II (чисто векторное). 1). Рассмотрим произвольный $\triangle ABC$ и произвольную точку *O* (вне плоскости (ABC)).

2. Рассмотрим векторы $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ и медиану CC_1 , а на ней точку G_C , делящую её в отношении 2 : 1, считая от вершины *C*, тогда:



$$\overline{OC_1}=\frac{1}{2}\overline{OA}+\frac{1}{2}\overline{OB};$$

$$\overline{OG_C}=\frac{2}{3}\overline{OG}+\frac{1}{3}\overline{OC}=$$

$$=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overline{OA}+\frac{1}{2}\overline{OB}\right)+\frac{1}{3}\overline{OC}=\frac{1}{3}\left(\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OB}\right),$$

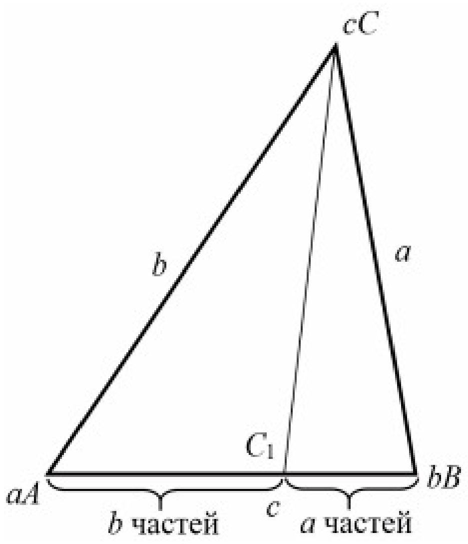
аналогичные результаты будут иметь место и для двух других точек на соответствующих медианах: каждая делит «свою» медиану в отношении 2 : 1, но выражения для $\overline{OG_A}$ и $\overline{OG_B}$, как и для $\overline{OG_C}$, одинаковы – это $\frac{1}{3}\left(\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OB}\right)$, значит, $G_C=G_A=G_B$ и теорема доказана.

Впрочем, это рассуждение не слишком опирается на первое доказательство (см. [2, с. 35]).

Пример 2. Биссектрисы внутренних углов любого треугольника пересекаются в одной точке.

Доказательство I. 1) Пусть дан произвольный $\triangle ABC$. Обозначим длины его сторон: $a=|BC|$, $b=|AC|$ и $c=|AB|$; рассмотрим три материальные точки aA , bB , cC и их центр масс Θ ; склеивая aA и bB , получим: $\underbrace{aA,bB}_{(a+b)C_1},cC\to(a+b)C_1,cC$, т.е. Θ лежит на биссектрисе CC_1 и делит её в отношении $(a+b):c$, считая от вершины *C*.

2) Аналогичную информацию получаем, используя другие склеивания: Θ лежит на всех трёх биссектрисах. Теорема доказана.



Доказательство II. Рассмотрим три вектора $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ и $\overline{OC}$ ($O\notin(ABC)$ – для удобства), тогда если рассмотреть точку G_C на биссектрисе CC_1 , делящую её в отношении $(a+b):c$, считая от вершины *C*, то легко проверить, что

$$\overline{OC_1}=\frac{a}{b+a}\cdot\overline{OA}+\frac{b}{b+a}\cdot\overline{OB},$$

а значит:

$$\overline{OG_C}=\frac{c}{a+b+c}\cdot\overline{OC}+\frac{a+b}{a+b+c}\cdot\underbrace{\left(\frac{a}{b+a}\overline{OA}+\frac{b}{b+a}\overline{OB}\right)}_{\overline{OC_1}}=$$

$$=\frac{1}{a+b+c}\cdot\left(c\cdot\overline{OC}+a\cdot\overline{OA}+b\cdot\overline{OB}\right).$$

Точно такое же выражение будет получено, если работать с двумя другими биссектрисами, а значит, они (все три) пересекаются в одной точке.

Приведем ещё три весьма известные задачи, позволяющие подобные рассуждения использовать и для их решения.

Пример 3. Для любого четырёхугольника (в том числе и «пространственного») две его средние линии и отрезок, соединяющий середины его диагоналей, пересекаются в одной точке, которая делит каждый из этих отрезков пополам.

Пример 4. (см. [3, с. 91], теорема 1). Бимедианы тетраэдра пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них пополам.

Пример 5. (см. [3, с. 92], теорема 2). Медианы тетраэдра пересекаются в его центроиде и делятся им в отношении 3 : 1, считая от вершины.

Список литературы

1. Балк М.Б., Болтянский В.Г. Геометрия масс. М.: Наука, 1987. 160 с.

3. Понарин Я.П. Элементарная геометрия. В 2 т. Т. 1: Планиметрия, преобразования плоскости. М.: МЦНМО, 2004. 312 с.

4. Понарин Я.П. Элементарная геометрия. В 2-х т. Т. 2. Стереометрия, преобразования пространства. М.: МЦНМО, 2006. 256 с.

ДИСЦИПЛИНА «СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ» В СИСТЕМЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Е.В. Морозова, кандидат педагогических наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: elena_morozova1972@mail.ru

Аннотация. В статье обоснована актуальность включения дисциплины «Современные методы обучения математике» в образовательную программу бакалавриата, представлено возможное содержание указанной дисциплины (основные содержательные блоки программы), названы ключевые формы организации обучения при реализации дисциплины.

Ключевые слова: педагогическое образование, метод обучения, технологии обучения, математика, учитель математики

DISCIPLINE «MODERN METHODS OF TEACHING MATHEMATICS» IN THE VOCATIONAL TRAINING SYSTEM

E.V. Morozova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article substantiates the relevance of the inclusion of the discipline "Modern methods of teaching mathematics" in the undergraduate educational program, presents the possible content of this discipline (the main content blocks of the program), names the key forms of the organization of training in the implementation of the discipline.

Keywords: pedagogical education, teaching method, teaching technologies, mathematics, mathematics teacher

Проблема организации процесса образования является наиболее важной в современном мире. Инновационные процессы в образовании привели к изменению роли учителя в современной школе. Главной задачей педагога становится мотивация учеников на инициативу и самостоятельность открытия нового знания, на поиск способов применения полученных знаний при решении различных задач. Поэтому современные педагогические технологии приобретают огромное значение в создании новой развивающей образовательной среды.

Тенденция технологизации всех уровней образования обуславливает необходимость включения в систему профессиональной подготовки будущих учителей таких дисциплин, которые позволят осуществить их подготовку не только к критическому и всестороннему осмыслению сути, признаков, классификаций существующих технологий обучения предмету, но и к применению изучаемых технологий обучения в будущей педагогической деятельности. Требования к квалификации, компетентности выпускников направления подготовки «Педагогическое образование» возрастают не только в контексте современных федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования, но и со стороны педагогического сообщества и работодателей.

В рабочем учебном плане по программе бакалавриата направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» дисциплина «Современные методы обучения математике» относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, и способствует развитию у будущих учителей математики таких профессиональных компетенций (ПК), как:

ПК-1. «Способен планировать и осуществлять учебный процесс в соответствии с основной общеобразовательной программой основного общего и среднего общего образования»;

ПК-2. «Способен выбирать и использовать педагогические технологии для достижения планируемых результатов обучения по основной общеобразовательной программе основного общего и среднего общего образования»;

ПК-5. «Способен использовать научные знания в предметной области (математика) в процессе формирования предметной компетенции обучающихся в рамках реализации основной общеобразовательной программы».

Дисциплина «Современные методы обучения математике» реализуется на IV курсе (8 семестр). Освоение дисциплины опирается на компетенции студентов, полученные в ходе изучения таких дисциплин как «Педагогика», «Теория и методика обучения математике», «Современные средства оценивания результатов обучения». Трудоёмкость дисциплины – 108 часов.

Несмотря на то, что технологии обучения активно изучаются на современном этапе развития методической науки [1; 2], открытыми остаются вопросы их реализации в учебном процессе, а именно конструирование уроков математики с целью достижения образовательных результатов в соответствии с ФГОС основного общего образования [3; 4].

Содержание дисциплины включает следующие основные тематические блоки.

1. *Технологический подход к обучению математике.* Понятие о педагогической технологии, ее сущность, основные параметры, признаки, уровни функционирования. Общие вопросы внедрения технологий образования в процесс обучения математике в средней школе. Основные направления развития цифровых технологий при обучении математике. Возможности использования цифровых технологий на разных этапах урока математики.

2. *Ведущие технологии профильного обучения математике.* Совершенствование системы контроля и оценки знаний учащихся в условиях гуманизации общего математического образования. Использование технологии «портфолио» в обучении математике. Технология модульного обучения. Конструирование учебных элементов в системе модульного обучения с использованием цифровых инструментов (Удоба – конструктор учебных ресурсов, 1С урок и др.). Учебно-исследовательская работа учащихся. Поисковая модель урока как рамка организации исследовательских технологий. Виртуальная математическая лаборатория для организации исследовательской

деятельности школьников «Живая математика», использование портала с интерактивными наглядными учебными материалами (в том числе и виртуальными лабораториями) «1С урок».

3. Сквозные технологии современной школы в обучении математике. Игровая технология на уроках математики. Использование цифрового сервиса Classtools для создания интерактивных дидактических игр. Создание игрового интерактивного контента с помощью образовательных платформ Kahoot!, Joyteka (веб-квесты, викторины, игры с терминами и т.д.). Технология деловой игры. Технология проблемного обучения. Эвристики в обучении математике Технология коллективных способов обучения. Варианты организации работы в парах сменного состава. Конструирование учебных элементов в технологии КСО. Использование цифровых сервисов для совместной работы учащихся (Miro, Sboard). Интерактивная математическая среда («Математический конструктор», «GeoGebra», «Desmos»). Проектная технология. Технология развития критического мышления (ТРКМ). Приёмы ТРКМ в обучении математике.

Основным принципом проектирования и реализации дисциплины «Современные методы обучения математике» является ориентация на обогащение и взаимообогащение опыта студентов по применению технологий обучения математике в профессиональной деятельности.

Вполне очевидно, что дисциплина «Современные методы обучения математике» органично дополняет комплекс методических дисциплин в подготовке учителей математики. Однако следует учитывать, что при реализации данной учебной дисциплины могут возникнуть определённые трудности, связанные с наличием полноценного учебного обеспечения и его достаточностью, а также с объективными рисками возможного устаревания её содержания.

В процессе обучения дисциплине используются следующие основные формы его организации: лекции с элементами дискуссии, семинарские занятия, самостоятельная работа в системе дистанционного обучения Смоленского государственного университета на платформе Moodle. На семинарских занятиях осуществляются работа с терминологическим аппаратом по теме занятия, выступления с докладами и презентациями, анализ научных публикаций с целью использования изучаемых технологий в практической деятельности, проведение фрагментов учебных занятий с использованием приемов технологий обучения математике с их последующим анализом и самоанализом. Предусматривается возможность по результатам работы в семестре студентам принять участие в научных конференциях или конкурсах по соответствующей проблематике и представить свои разработки по темам дисциплины в форме публикации статей. Так, по итогам изучения дисциплины «Современные методы обучения математике» в 2022/2023 учебном году из 15 студентов, обучающихся на IV курсе:

– 2 студента приняли участие в Международном профессионально-исследовательском конкурсе «Педагогический талант 2023», 6 студентов участвовали в научно-исследовательских конкурсах «Старт в науке – 2023», «Современные исследователи за устойчивое развитие», «Лучшая исследовательская статья 2023». Указанные конкурсы организованы Международным центром научного партнёрства «Новая наука». По итогам конкурсов получены шесть дипломов I степени, два диплома II степени;

– 7 студентов приняли участие в научных конференциях различного уровня с подготовкой статей, что подтверждается сертификатами о публикации.

Студенты, прошедшие обучение в рамках дисциплины «Современные методы обучения математике», демонстрируют абсолютную заинтересованность в её изучении. Благодаря её освоению они увереннее чувствуют себя на педагогической (производственной) практике, где им приходится применять различные приёмы педагогических технологий в процессе обучения, что позволяет сделать уроки математики интересными для обучающихся.

Перспективным представляется дальнейшее исследование содержания и проектирования дисциплины «Современные методы обучения математике» направления подготовки «Педагогическое образование» с учётом основных тенденций цифровизации образовательного процесса.

Список литературы

1. Современные педагогические технологии основной школы в условиях ФГОС / О.Б. Даутова [и др.]. СПб: КАРО, 2015.176 с.
2. Даутова О.Б., Крылова О.Н. Педагогические технологии для старшей школы в условиях цифровизации современного образования: учебно-методическое пособие для учителей. СПб: КАРО, 2020. 176 с.
3. Крылова О.Н., Муштавинская И.В. Новая дидактика современного урока в условиях введения ФГОС ООО: методическое пособие. СПб.: КАРО, 2014. 144 с.
4. Гончарова М.А., Решетникова Н.В. Образовательные технологии в школьном обучении математике: учебное пособие. Ростов н/Д: Феникс, 2014. 264 с.

О ПРЕПОДАВАНИИ КУРСА БАЗЫ ДАННЫХ В СМОЛЕНСКОМ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

В.И. Мунерман, кандидат техн. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: vimoon@gmail.com
Т.А. Самойлова, кандидат техн. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: tatsamoilova24@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются особенности методики преподавания курса "Базы данных" для специальностей, связанных с подготовкой разработчиков информационных систем. Затрагиваются вопросы изучения фундаментальных основ и практических методов обработки данных.

Ключевые слова: базы данных, информационные системы, программирование.

ABOUT TEACHING A DATABASE COURSE IN SMOLENSK STATE UNIVERSITY

V.I. Munerman, PhD (computer science), associate professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)
T.A. Samoilova, PhD (electro physics), associate professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article discusses the features of the methodology of teaching the course «Databases» for specialties related to the training of developers of information systems. The issues of studying the fundamentals and practical methods of data processing are touched upon.

Keywords: databases, information systems, programming.

В статье рассматривается методика преподавания курса «Базы данных» для направлений бакалавриата «Прикладная математика и информатика» по профилю Математическое и информационное моделирование (01.03.02) и «Прикладная информатика» по профилю «Информационные системы организаций и предприятий» (09.03.03). Особенность этого курса для указанных специальностей состоит в том, что в нем необходимо сочетать три основных требования: математические, а именно алгебраические, основы баз данных (БД); технологии разработки систем управления базами данных и проектирование БД для конкретных приложений; проектирование интерфейсов взаимодействия пользователя с БД, как локальных, так и удаленных, размещенных в локальных и глобальных вычислительных сетях. Кроме того, студенты должны научиться разрабатывать программное обеспечение реализации запросов, используя современные языки программирования, включая языки манипулирования данными, и современные библиотеки (фреймворки). Исходя из этих посылок, было принято решение разделить курс на две части, каждая из которых занимает один семестр третьего курса.

Часть первая. В этой части рассматриваются только структурированные БД. В качестве основной литературы для самостоятельной работы студентов рекомендуются [1 – 3], поскольку это наиболее фундаментальные книги, обеспечивающие глубокое понимание процессов, связанных с проектированием БД и СУБД. Основная СУБД – MSSQLServer, однако при желании студенты могут использовать PostgreSQL. В последнем случае они получают дополнительные консультации как на лекциях, так и на лабораторных занятиях.

Первая часть курса содержит следующие разделы:

1. Основные понятия. Здесь студенты знакомятся с определениями БД и СУБД, такими основными понятиями, как метаданные, индексация и методы доступа к данным. Рассматриваются основные СУБД, реализующие обработку структурированных данных.
2. Типизированные файлы и операции над ними. Студентам предлагается к изучению алгебра типизированных файлов [4]. Приводится строгое теоретико-множественное определение типизированного файла. Вводятся основные операции над файлами и даются их формальные теоретико-множественные определения.
3. Реляционная алгебра. Дается строгое теоретико-множественное определение отношения и показывается, как этому определению соответствует табличное представление данных. Рассматривается проблема уменьшения дублирования данных и принципы нормализации.
4. Алгебра многомерных матриц (по Н.П. Соколову). Вводится понятие многомерной матрицы и определяются операции над такими матрицами.
5. Модели данных и модели вычислений. Доказывается гомоморфизм, а в частных случаях – изоморфизм рассмотренных алгебр данных. Студентам предлагается алгебраический подход к выбору алгебры в качестве модели данных и модели вычислений [4 – 6].
6. Языки программирования для БД. На основе курса «Языки и методы программирования» рассматриваются процедурные языки манипулирования данными: TransactSQL, PGSQL. Изучаются методы разработки функций пользователя как CLR-функций на языке программирования C#, а для PostgreSQL – как динамически загружаемых объектов (функций).
7. Объектно-ориентированный подход. Здесь на основе алгебраического определения абстрактного типа данных у студентов вырабатывается понимание того факта, что необъектных БД не существует.
8. Параллельная обработка данных. Здесь рассматриваются способы распараллеливания конкретных операций над данными и параллельная обработка распределенных данных [4].
9. Практическая деятельность. Студенты разрабатывают собственные БД из различных предметных областей. Например, управление производством, поиск путей в графах [7] и т. п..

Часть вторая. Эта часть курса направлена на выработку у студентов знаний и навыков практической разработки информационных систем в сервис-ориентированной архитектуре с использованием современных web-технологий. Особенная трудность как для преподавателя, так и для студентов состоит в том, что независимо от платформ, используемых для разработки, изменения этих технологий идут потоком, обновляясь, практически, ежегодно. Поэтому все учебные пособия устаревают мгновенно. Поскольку основу второй части курса составляет технология MVC (model-view-controller: модель данных – отображение данных и операций – программы связи и управления обработкой), было принято решение использовать фирменные интернет-руководства [8–11]. Дополнительная трудность для части студентов состоит в том, что большинство руководств написано на английском языке. Однако наличие автоматических переводчиков и уже выработанное у студентов в предыдущих курсах знание основной терминологии и понимание программистских текстов значительно уменьшает эту трудность.

Вторая часть курса содержит следующие разделы.

1. Основные понятия. Здесь студенты знакомятся с основными понятиями сервис-ориентированных архитектур для разработки информационных систем. Даются определения и краткие описания основных технологий разработки таких систем.

2. Полуструктурированные данные. Поскольку в web-приложениях широко используются полуструктурированные данные, особенно, для передачи информации, студенты знакомятся с представлением данных в форматах XML и JSON.

3. Автоматизированная разработка web-сервисов. Здесь студенты учатся разрабатывать простые web-сервисы на основе технологии автоматизации программирования Razor Pages. Такой подход позволяет студентам сконцентрировать внимание на вопросах проектирования web-сервиса, не утруждая себя разработкой сложного программного обеспечения.

4. Разработка web-сервисов со сложной обработкой данных. В этом разделе студенты обучаются разработке систем, требующих достаточно сложной обработки данных как на уровне клиента, так и на уровне сервера (frontend и backend). В этом случае они должны самостоятельно разработать как программу представления и обработки данных у клиента – view, так и программу, принимающую / отправляющую данные и осуществляющую связь с БД, включая выполнение запросов – controller. В этом разделе студенты также обучаются использованию библиотечных программ в системе API (интерфейсы межпрограммного взаимодействия) и разработке пользовательских приложений для различных устройств в технологии PWA (технология в web-разработке, которая визуально и функционально трансформирует сайт в мобильное приложение в браузере).

5. Практическая деятельность. Студенты разрабатывают собственные web-сервисы с использованием изученных технологий. При этом могут быть использованы БД, как разработанные студентами в первой части курса, так и разработанные ими для решения задач второй части.

Опыт преподавания курса «Базы данных» по предложенной методике показал, что студенты не только усваивают фундаментальные основы БД и работы с ними, но и приобретают устойчивые практические навыки проектирования БД и информационных систем. Это подтверждается тем фактом, что наших выпускников охотно берут на работу серьезные организации и предприятия, поскольку их время вхождения в рабочих режим минимально.

Список литературы

1. Кузнецов С.Д. Основы баз данных. М.: Интернет-университет информационных технологий - ИНТУИТ.ру, 2005. 488 с. URL: http://citforum.ru/database/osbd/contents.shtml.

2. Когаловский М.Р. Энциклопедия технологий баз данных. М.: Финансы и статистика, 2002. 800 с.

3. Гарсиа-Молина Г., Ульман Д., Уидом Д. Системы баз данных. Полный курс: пер. с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. 1088 с.

4. Мунерман В.И. Массовая обработка данных. Алгебраические модели и методы: монография. М.: ИНФРА-М, 2023. 229 с. (Научная мысль). DOI: 10.12737/1906037. URL: https://znanium.com/catalog/product/1906037 (дата обращения: 23.07.2023).

5. Емельченков Е.П., Левин Н.А., Мунерман В.И. Алгебраический подход к оптимизации разработки и эксплуатации систем управления базами данных // Системы и средства информатики. 2009. Т. 19, № 2. С. 114–137.

6. Мунерман В.И. Построение архитектур программно-аппаратных комплексов для повышения эффективности массовой обработки данных // Системы высокой доступности. 2014. Т. 10, № 4. С. 3–16.

7. Мунерман В.И., Самойлова Т.А. Параллельная реализация решения оптимизационных задач средствами баз данных // Системы высокой доступности. 2015. Т. 11, № 1. С. 18–22.

8. Get started with ASP.NET Core MVC. URL: https://learn.microsoft.com/en-us/aspnet/core/tutorials/first-mvc-app/start-mvc?view=aspnetcore-7.0&tabs=visual-studio.

9. Tutorial: Get started with Razor Pages in ASP.NET Core. URL: https://learn.microsoft.com/en-us/aspnet/core/introduction-to-aspnet-core?view=aspnetcore-7.0.

10. Tutorial: Create a web API with ASP.NET Core. URL: https://learn.microsoft.com/en-us/aspnet/core/tutorials/first-web-api?view=aspnetcore-7.0&tabs=visual-studio.

11. Tutorial: Create a gRPC client and server in ASP.NET Core. URL: https://learn.microsoft.com/en-us/aspnet/core/tutorials/grpc/grpc-start?view=aspnetcore-7.0&tabs=visual-studio.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИКИ ПО ОСНОВАМ РОБОТОТЕХНИКИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ

А.Е. Самарина, канд. пед. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
a.e.samarina@gmail.com
Н.А. Максимова, канд. пед. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: ruta-baga@yandex.ru

Аннотация. На современном этапе модернизации российского образования включение базовых знаний из области робототехники в основное и дополнительное образование школьников позволяет образовательным учреждениям в полной мере реализовать требования ФГОС нового поколения. В статье рассматриваются вопросы подготовки студентов направления «Педагогическое образование» физико-математического факультета к преподаванию курса образовательной робототехники в школе. Проанализированы результаты внедрения образовательных робототехнических комплектов в рамках учебной практики.

Ключевые слова: робототехника, практика, подготовка учителя, ИКТ-компетенции, цифровое образование, техническая культура

ORGANIZATION OF PRACTICE ON THE BASICS OF ROBOTICS IN TRAINING STUDENTS IN THE DIRECTION «PEDAGOGICAL EDUCATION»

A.E. Samarina, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)
a.e.samarina@gmail.com
N.A. Maksimova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)
ruta-baga@yandex.ru

Abstract. At the present stage of modernization of Russian education, the inclusion of basic knowledge from the field of robotics in the basic and additional education of schoolchildren allows educational institutions to fully implement the requirements of the new generation of the Federal State Educational Standard. The article deals with the issues of preparing students of the direction "Pedagogical education" of the Faculty of Physics and Mathematics for teaching the course of educational robotics at school. The results of the introduction of educational robotic kits within the framework of educational practice are analyzed.

Keywords: robotics, practice, teacher training, ICT competencies, digital education, technical culture

Сегодня основной стратегической задачей развития России является достижение нового уровня экономического и технического развития, построение цифровой экономики и цифровизация всех сфер общественной жизни человека. Особенно актуально становится вопросы, связанные с организацией технического образования, одним из направлений которого является образовательная робототехника.

В мировой системе обучением робототехнике на основе существующих конструкторов занимаются уже более 15 лет. В российском же секторе образования данная активность школьников существенно возросла лишь в последние 7-10 лет. Содержательные, методические и технические аспекты организации занятий по робототехнике обсуждаются в работах учителей, педагогов дополнительного образования, методистов и инженеров: Д.А. Каширина, Н.Д. Федоровой, М.В. Ключниковой, Н.А. Криволаповой, Л.Г. Белиовской, А.С. Филиппова, Д.Г. Копосова, С.Я. Вязовова, О.Ю. Калягиной, К.А. Слезина, В.Н. Халамова, М.Г. Ершова и некоторых других.

Изучение робототехники является актуальным и важным в современном мире по нескольким причинам.

1. Рост робототехнической индустрии: робототехника становится все более распространенной и востребованной отраслью, применяемой в различных сферах жизни, начиная от производства и медицины и заканчивая домашними и сервисными роботами. Изучение робототехники позволяет быть в курсе последних технологических достижений и готовиться к будущим профессиям.

2. Развитие искусственного интеллекта: роботы все больше оснащаются искусственным интеллектом, что позволяет им выполнять сложные задачи, принимать решения и обучаться. Изучение робототехники помогает понять основы искусственного интеллекта и его применение в различных областях.

3. Улучшение навыков программирования: робототехника требует знания программирования для создания роботов и управления ими. Изучение робототехники помогает развить навыки программирования и логического мышления, что полезно во многих сферах деятельности.

4. Развитие технического мышления: изучение робототехники способствует развитию технического мышления и умения решать проблемы. Студенты учатся анализировать задачи, проектировать и строить роботов, а также находить инновационные решения для улучшения их функциональности.

5. Подготовка к будущим профессиям: робототехника является одной из областей, которая будет иметь большой спрос на специалистов в будущем. Изучение робототехники позволяет студентам приобрести необходимые навыки и знания для работы в этой области, открывая им новые возможности для карьерного роста.

Очевидно, что студенты по направлению «Педагогическое образование» должны ориентироваться в методике обучения основам робототехники и уметь работать с различными видами робототехнических конструкторов, имеющихся в образовательных учреждениях [1; 2]. Для этого в основную образовательную программу по направлению «Педагогическое образование» была введена ознакомительная практика по основам образовательной робототехники.

Целями ознакомительной практики по основам робототехники являются:

1) приобретение знаний и навыков в области робототехники: изучение робототехники помогает понять основы работы роботов, принципы их управления, программирования и механики. Это позволяет развить техническое мышление и умения в области технологий;

2) подготовка к преподаванию основ робототехники в школе и в системе дополнительного образования;

3) развитие логического мышления и проблемного мышления: изучение робототехники требует анализа задач, поиска эффективных решений и тестирования их на практике. Это помогает развить навыки логического мышления, критического мышления и способность решать проблемы;

4) развитие коммуникационных навыков: работа в робототехнике может потребовать сотрудничества с другими людьми. Изучение робототехники может помочь развить коммуникационные навыки, такие как умение объяснять свои идеи, работать в команде и эффективно общаться с коллегами;

5) развитие творческого мышления: создание и программирование роботов может быть творческим процессом, требующим оригинальных и инновационных идей. Изучение робототехники может помочь развить творческое мышление и способность находить новые способы решения задач;

При проведении практики студенты знакомятся с наиболее распространенными образовательными робототехническими конструкторами, приобретают навыки работы с ними, учатся конструированию электронных схем, программированию созданных устройств.

Будущие учителя должны уметь обучать робототехнике детей разного возраста: начальной, средней и старшей школы, поэтому необходимо освоить разные способы программирования робототехнических устройств, начиная с визуально-ориентированных сред и заканчивая текстовыми «взрослыми» языками. В ходе практики студенты изучают робототехническое оборудование от компании Makeblock (роботы mBot), сборку и программирование устройств на основе микроконтроллеров Arduino, комплекты LEGO Mindstorms.

Программирование роботов mBot подходит для начального уровня освоения учащимися начальной школы, 5–6 классов. Подобные устройства программируются в визуальной среде mBlock, разработанной на основе Scratch [3]. Студенты знакомятся с техническими возможностями роботов, осваивают типовые задачи: подачу световых и звуковых сигналов, обработку значений с датчиков, управление движением робота: избегание препятствий и движение по линии. Кроме того, студенты знакомятся с методикой обучения робототехнике путем создания разнообразных проектов – моделей умных устройств на основе датчиков робота, а также с возможностями визуального программирования в mBlock других устройств – роботов LEGO Mindstorms, контроллеров Arduino и прочих [4].

Одним из самых распространенных робототехнических конструкторов в России является конструктор на базе LEGO Mindstorms, поэтому изучение основ его работы также является частью ознакомительной практики. Студенты выполняют сборку устройств на базе данного конструктора, знакомятся с контроллером, моторами и датчиками, изучают визуальную среду программирования. Реализация тех же типовых задачи организации движения и обработки сигналов позволяет выявить общие подходы к изучению обоих конструкторов, выделить инвариантные методические подходы – задачи, способы действий [5].

Для обучения учащихся среднего и старшего школьного возраста в проектной деятельности очень часто используются комплекты на базе микроконтроллера Arduino, поэтому знакомство с этой платформой занимает большую часть практики. Студенты знакомятся со сборкой электронных схем, набором электронных компонентов учебного комплекта, закрепляют знания по электротехнике, выполняют программирование устройств на языке C/C++ [6].

Знакомство с робототехникой Arduino происходит в смешанной форме. Часть проектов студенты выполняют с использованием реального оборудования – плат Arduino и электронных компонентов. Другая часть проектов выполняется в виртуальной среде Tinkercad с использованием встроенной библиотеки. Это позволяет изучить большее количество датчиков, чем имеется в реальности, сделать акценты на программировании, выявлении общих подходов к работе с цифровыми и аналоговыми датчиками, сэкономить время, что также является немаловажным фактором в условиях ограниченности срока практики. Работа в виртуальной среде позволяет облегчить сборку схем, их проверку на корректность, исправление ошибок как в сборках, так и в программировании.

Студенты присоединяются к классу в Tinkercad, созданному преподавателем. Такой способ работы имеет несколько преимуществ: облегчается проверка проектов преподавателем; все проекты студента сохраняются в личном кабинете и могут быть использованы в дальнейшем; студенты знакомятся с системой управления обучением в сервисе Tinkercad, что весьма полезно будущим учителям.

По результатам проведения практики по основам робототехники в 2022 и 2023 годах среди студентов было проведено анкетирование для выяснения мнений о результатах работы. В опросе приняли участие 32 студента по направлению «Педагогическое образование», профили «Математика, информатика» и «Физика, информатика».

Результаты анкетирования

Значительная часть студентов (43,8%) до практики вообще не была знакома с робототехникой, 53,1% отметили, что имеют представление, но не занимались ею.

Мнения о робототехнических конструкторах распределились следующим образом. 56,3% студентов предпочли бы для работы Arduino, 31,3% выбрали роботов mBot (Makeblock), 40,6% – LEGO Mindstorms (студенты могли выбрать несколько вариантов).

Опрошенные отметили положительные качества платформ:

1) Arduino – открытость и гибкость, вариативность, сборка своими руками, работа с электронными схемами;

2) LEGO Mindstorms – наглядность, интерактивность, легкость освоения, доступность для младшего школьного возраста, привычность для детей, знакомых с конструкторами LEGO;

3) Makeblock – простота программирования для начального уровня, интерактивность, интерес для школьников.

По-разному студенты оценили возможности конструкторов в обучении робототехнике: они считают Arduino более подходящим вариантом для создания технических проектов школьниками и обучения студентов, а роботов mBot и LEGO Mindstorms – для обучения программированию школьников (рис. 1).

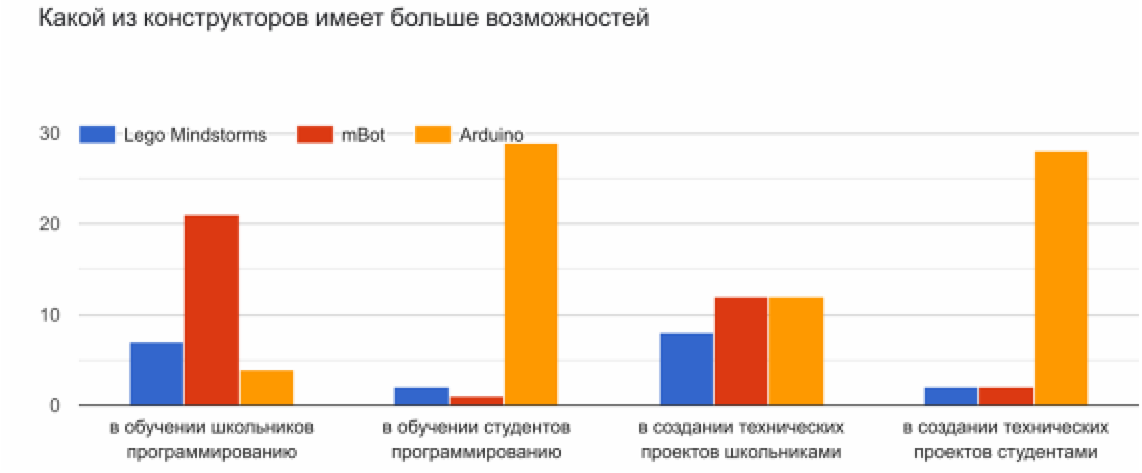


Рис. 1. Результаты опроса. Возможности робототехнических платформ в обучении

Наибольшую трудность для студентов представляло программирование устройств на Arduino на языке C/C++ (71,9% опрошенных), остальные среды (mBlock и LEGO Mindstorms) особых трудностей не вызвали. Мнения о понравившихся средах программирования распределились так: 43,8% указали C/C++ для Arduino, 28,1% студентов понравилась среда Scratch, 28,1% – среда программирования для LEGO Mindstorms.

Студенты отметили значительное удобство изучения программирования для Arduino в виртуальной среде Tinkercad. 96,9% опрошенных предпочли бы работу в смешанном формате – часть проектов выполнять в реальности, проводить сборку вручную из реальных элементов, а часть проектов, сложных в сборке или включающих отсутствующие компоненты, – в виртуальной среде.

Сравнив работу в разных конструкторах, студенты отметили общие принципы работы с ними: сборку устройств, наличие контроллера и датчиков, типовые задачи, логику разработки проектов. Это подтверждает необходимость изучения различных робототехнических платформ для выделения инвариантной части содержания обучения основам робототехники: программирование и управление контроллером, сборка конструкций, работа с датчиками.

Уровень удовлетворенности студентов проведением практики составил 94,4%. Таким образом, структура и содержание ознакомительной практики по основам робототехники для студентов педагогического направления являются достаточно обоснованными и результативными.

Таким образом, поскольку робототехника в современном мире становится одним из направлений образования современного человека, в условиях введения ФГОС возникает потребность в организации урочной и внеурочной деятельности в этой области. Современный учитель должен обладать соответствующими компетенциями в области образовательной робототехники, чему способствует проведение ознакомительной практики соответствующего содержания для студентов педагогического направления.

Список литературы

1. Рыжова Н.И., Королева Н.Ю., Филимонова Е.В. Направления подготовки бакалавров педагогического образования основам робототехники // Наука и школа. 2019. № 6. С. 33– 45.

2. Исяндавлетова Э.Х. Роль робототехники в образовательном процессе // Молодой ученый. 2018. № 8(194). С. 120–122. URL: https://moluch.ru/archive/194/48380/ (дата обращения: 28.06.2023).

3. Максимова Н.А., Самарина А.Е. О разработке курса по основам робототехники для начальной школы // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи: сборник научных трудов. 2017. С. 17–22.

4. Самарина А.Е. Возможности использования визуальных сред программирования ARDUINO в обучении робототехнике // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи: сборник научных трудов II Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Киров. 2018. С. 40–46.

5. Максимова Н.А. Методические особенности обучения робототехнике // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи. Сборник научных трудов II Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. Киров. 2018. С. 35–40.

6. Самарина А.Е. Изучение основ темы "Электричество" в курсе робототехники для учащихся 5–8-х классов // Развитие научно-технического творчества детей и молодежи: сборник материалов III Всероссийской научно-практической конференции с международным участием. 2019. С. 13–18.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В СИСТЕМЕ MATHCAD ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ В ВУЗЕ

А.Г. Суханова, кандидат техн. наук, доцент
Военная академия ВПВО ВС РФ имени Маршала Советского Союза А.М. Василевского (Россия, Смоленск)
e-mail: Ann-Sukhanova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема формирования некоторых компетенций обучающихся при обучении математике за счет применения компьютерного моделирования для формирования базы статистических данных, необходимых для решения задач и изучения особенностей моделируемых процессов. Рассматривается конкретный пример компьютерного моделирования базы статистических данных и дальнейшее решение предложенной задачи в системе Mathcad.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, база статистических данных.

COMPUTER MODELING IN THE MATHCAD SYSTEM WHEN TEACHING MATHEMATICAL STATISTICS AT A UNIVERSITY

A.G. Sukhanova, candidate of technical sciences, Associate Professor
Military Academy of Army Air Defence of the RF Armed Forces named after Marshal of the Soviet Union A.M. Vasilevsky (Russia, Smolensk)

Abstract. The article deals with the problem of the formation of students' competencies in teaching mathematics through the use of computer modeling to form a database of statistical data necessary for solving problems and studying the features of the simulated processes. A concrete example of computer modeling of a statistical database and a further solution of the proposed problem in the Mathcad system are considered.

Keywords: computer modeling, statistical database.

Федеральные государственные образовательные стандарты высшего образования различных направлений подготовки требуют от выпускников сформированных компетенций. Преподавание, в частности, математических дисциплин должно быть построено таким образом, чтобы оно способствовало формированию требуемых стандартами компетенций, умений и навыков. Так, например, от выпускников направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)» требуется сформированность такой общепрофессиональной компетенции, как способность понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности, и универсальной компетенции – способности осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач [3].

При изучении математической статистики для осуществления статистической обработки данных необходимы статистические данные. На первых этапах обучения у обучающихся часто таких данных в наличии нет. Находить, получать и использоватьданные обучающиеся смогут при выполнении научных работ: лабораторных, курсовых, написании выпускной квалификационной работы. Поэтому при обучении математической статистике можно прибегнуть к компьютерному моделированию. Это возможно сделать, так как, например, в соответствии с [1] «при построении модели статистических данных, как правило, постулируется, что имеющиеся конкретные числа (или наборы чисел) можно представлять себе как реализовавшиеся значения некоторых случайных величин».

Многие компьютерные программы позволяют смоделировать данные, которые можно принимать за значения случайных величин, подчиняющихся различным законам распределения. Построение таких моделей данных необходимо для решения предложенных задач и изучения особенностей моделируемых процессов.

Во многих вузах при изучении математики в качестве программного обеспечения используется система компьютерной математики Mathcad. В данной статье приведены некоторые возможности системы Mathcad для моделирования необходимых статистических данных на конкретном примере. Требуется установить уровень статистической значимости различий распределений частот рангов.

Решение задачи в системе Mathcad представлено на рисунках 1–2.

$ORIGIN := 1 \quad N := 10$ Число рангов $\quad i := 1..N$

$A_i := Round(rnd(30), 1) \quad B_i := Round(rnd(20), 1)$ Задание выборок частот

$A^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	22	8	20	22	4	25	16	13	28	16

$B^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9	17	9	20	15	4	17	10	1	11

$ACUM_1 := A_1 \quad BCUM_1 := B_1 \quad i := 1..N-1$

$ACUM_{i+1} := ACUM_i + A_{i+1} \quad BCUM_{i+1} := BCUM_i + B_{i+1} \quad i := 1..N$

Накопленные частоты

$ACUM^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	22	30	50	72	76	101	117	130	158	174

$BCUM^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	9	26	35	55	70	74	91	101	102	113

Рис. 1. Моделирование выборок частот и расчет накопленных частот в системе Mathcad

Для решения данной задачи сначала необходимо смоделировать две выборки частот рангов. В системе Mathcad имеются различные встроенные функции для моделирования случайных чисел с заданными законами распределения. Для решения предложенной задачи была использована функция *rnd*, задающая случайные числа, равномерно распределенные на данном промежутке. Так как частоты должны быть целыми числами, то была использована функция *Round*, округляющая число до ближайшего целого.

Для проверки гипотезы *H0* «Различий между распределениями двух выборок частот рангов нет» был использован λ-критерий Колмогорова – Смирнова. Решение задачи выполнено в соответствии с алгоритмом, представленным в работе [2].

Так как в составленной модели статистических данных используются датчики случайных чисел, малейшие ее изменения (даже порой простое форматирование – выравнивание строк) приводят к изменению полученных данных и соответственно меняется результат статистического вывода. Данное обстоятельство в некотором роде тоже является проверкой правильности составленной модели.

Из рисунка 2 можно сделать вывод, что выявлены статистически значимые различия ($p \leq 0,05$) распределений двух смоделированных выборок частот рангов.

При решении предложенной задачи был использован искусственный прием, чтобы заведомо частоты в двух выборках отличались. Для первой выборки задано *rnd*(30), т.е. частоты не должны превысить 30, для второй – 20. При написании данной статьи, несмотря на это обстоятельство, были отмечены случаи, когда программа выдавала справедливость гипотезы *H0*, то есть распределения двух выборок частот рангов значимо не различаются. Поиск ответа на вопрос, почему так произошло: составленная программа содержит ошибки или программа составлена верно в соответствии с имеющимся алгоритмом, но есть разумные объяснения наблюдаемого факта, способствует формированию навыка осуществлять критический анализ информации.

Опыт составления простейших компьютерных программ в системе Mathcad для решения задач математической статистики позволяет организовать проверку правильности решения предложенных задач, способствует эффективному изучению дисциплины, привитию интереса к изучаемой дисциплине, пониманию принципов работы современных информационных технологий и использованию их для решения задач профессиональной деятельности, формированию критического мышления в соответствии со стандартами компетенций.

$n1 := ACUM_N \quad n1 = 174 \quad n2 := BCUM_N \quad n2 = 113$ Обьемы выборок

$APCUM_i := \frac{ACUM_i}{n1} \qquad BPCUM_i := \frac{BCUM_i}{n2}$

Процентильные накопленные частоты

$APCUM^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.126	0.172	0.287	0.414	0.437	0.58	0.672	...

$BPCUM^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.08	0.23	0.31	0.487	0.619	0.655	0.805	...

$md_i := \left|APCUM_i - BPCUM_i\right|$

$md^T =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.047	0.058	0.022	0.073	0.183	0.074	0.133	0.147	$91 \cdot 10^{-3}$	0

$d := \max(md) \quad d = 0.183$ Наибольшее значение из модуля разности процентильных накопленных частот

$\lambda := d \cdot \sqrt{\frac{n1 \cdot n2}{n1 + n2}} \quad \lambda = 1.512$ Наблюдаемое значение λ-критерия Колмогорова-Смирнова

Программный модуль статистического вывода

```
v(λ) := | y ← 0
        | y ← "H0"  if λ < 1.22
        | y ← "H1(p<=0,10)"  if λ ≥ 1.22 ∨ λ < 1.36
        | y ← "H1(p<=0,05)"  if λ ≥ 1.36 ∨ λ < 1.63
        | y ← "H1(p<=0,01)"  if λ ≥ 1.63
        | y
```

$v(\lambda) = \text{"H1(p<=0,05)"}$ Статистический вывод

Рис. 2. Программный модуль статистического вывода в системе Mathcad

Полученные на занятиях по математике навыки составления компьютерных программ по известному алгоритму помогут в дальнейшем обучающимся при выполнении выпускных квалификационных работ.

Список литературы

1. Валландер С.С. Лекции по статистике и эконометрике. СПб.: Изд-во Европ. ун-та в С.-Петербурге, 2005. 248 с.
2. Некрасов С.Д. Математические методы в психологии (MS Excel): учеб. пособие. 3-е изд., испр. и доп. / С.Д. Некрасов. Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2014. 147 с.
3. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки). URL: https://base.garant.ru/71897864/53f89421bbdaf741eb2d1ecc4ddb4c33/ (дата обращения: 01.07.2023).

ТЕХНОЛОГИИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ В КУРСЕ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛИЗА ПРИ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В ВУЗЕ

В.В. Сушков, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина (Россия, Сыктывкар)
e-mail: vvsu@mail.ru

Аннотация. В работе рассмотрен вопрос о применении технологий визуализации при изучении студентами педагогических направлений подготовки дисциплины ТФКП на примере темы «Конформные отображения». Приведен пример электронного приложения для решения задачи.

Ключевые слова: технологии визуализации, теория функций комплексного переменного, электронные обучающие средства.

VISUALIZATION TECHNOLOGIES IN COMPLEX ANALYSIS COURSE IN TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS AT THE UNIVERSITY

V.V. Sushkov, Candidate of Physics and Mathematics, associate professor
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University (Russia, Syktyvkar)

***Abstract*.** The issue of using imaging technologies when students study the pedagogical directions of training the TFKP discipline on the example of the topic «Conformal Mapping» was considered. An example of an electronic application for solving a problem is given.

Keywords: visualization technologies, complex analysis, electronic training tools.

Вопросы использования технологий визуализации при изучении математических дисциплин в рамках подготовки учителей математики порождаются необходимостью решения двух основных задач: 1) обеспечение визуальной составляющей методических моделей обучения дисциплинам, 2) обучение студентов возможностям технологий визуализации при обучении математике для дальнейшего использования в профессиональной деятельности. Неудивительно поэтому, что рассматриваемая проблема в целом зародилась в недрах математического образования (а именно – в обучении геометрии, 1957 год, визуальноцентричная модель Пьера и Дины Ван Хиель) и по сей день остаётся одной из магистральных тем исследований специалистов в области методики преподавания математики, IT, психологии [1–3].

При этом необходимо подчеркнуть значительное изменение в последние годы самого предмета исследования. Традиционные средства визуализации, понимаемые в широком смысле и пригодные для организации образовательного процесса по всем мыслимым образовательным программам (графики, диаграммы, таблицы, блок-схемы, матрицы, карты и картограммы), в последнее время в силу распространения общедоступных информационных средств дополнились не менее общими – инфографикой, пиктограммами и рисунками, интеллект-картами и пр., однако в рамках математического образования задачи визуализации заключаются не только и не столько в структурировании понятийного материала и взаимосвязей между его элементами, сколько, в первую очередь в обеспечении наглядности самого материала – материала высокой степени абстрактности, что позволяет повысить степень его усвоения, осознать свойства изучаемых объектов не только на аналитическом уровне.

В качестве примера такого подхода к визуализации традиционно приводятся примеры из области геометрии и математического анализа (геометрические объекты и их взаимное расположение, геометрический смысл производной и интеграла, само понятие функции [4] и пр.). Визуальное мышление в перечисленных областях, как правило, формируется с помощью традиционных же технологий (рисунок, схема, чертеж) ещё на этапе школьного образования, а в университете только углубляется и конкретизируется. В то же время в рамках подготовки учителей математики возникает необходимость визуализации более общих понятий – и возможность применения для этого актуальных технологий.

Проиллюстрируем, каким образом технологии визуализации могут быть применены при обучении комплексному анализу (теории функций комплексного переменного, ТФКП). В работе [5] мы рассматривали взаимосвязи ТФКП как учебной дисциплины и отрасли математики с другими разделами знания, опираясь на традиционный подход к комплексному анализу как расширению и в известном роде «замыканию» вещественного анализа. В то же время существует раздел ТФКП, обладающий для студента набором объектов и их свойств, принципиально отличающихся от привычных, ранее изученных, – это элементы теории конформных отображений, чьи приложения в картографии, электростатике, механике сплошных сред не позволяют допустить легковесного отношения к материалу при изучении университетского курса.

Теория конформных отображений идеологически представляет собой развитие (с некоторым сужением в силу ограничений, накладываемых требованиями конформности) «школьного» раздела «Функции и их графики». Однако построение и исследование графиков изучаемых функций как базовое средство визуализации в вещественном случае – в случае ТФКП оказывается совершенно непригодно в силу увеличения размерности такого «графика». Стандартным подходом к решению проблемы является построение образов / прообразов конформных отображений – либо, наоборот, определение неизвестного отображения по известным образу и прообразу в комплексной плоскости. Осознание методов и понятийного аппарата рассматриваемого раздела лежит в основе понимания обучающимся самого понятия «функций комплексного переменного», при этом решение сформулированных задач требует значительной (по сравнению с классическим анализом) подготовки и значительных же трудозатрат.

В работе [6] мы рассматривали концепцию «задачника-трансформера», электронного обучающего средства, позволяющего формировать гибкие образовательные траектории при изучении комплексного анализа. Его специфика заключается в настройке электронного обучающего средства (в части глубины проработки конкретной темы, описания связей между различными разделами) в соответствии с задачами изучения дисциплины в рамках конкретной образовательной программы. При таком подходе к учебному процессу именно организация информационного поля обучающегося становится одной из приоритетных задач преподавателя. И с учетом того, что центральное обучающее средство – электронное, само информационное поле должно формироваться из электронных компонентов.

Именно применение электронных ресурсов может в значительной степени облегчить задачу визуализации учебного материала по теории конформных отображений, с одной стороны. С другой – использование таких ресурсов предоставит будущему учителю математики практику применения дополнительного инструментария для работы со школьниками. Существует большое разнообразие готовых программных решений, позволяющих визуализировать конформные отображения (в том числе в свободном доступе), такие как динамические среды типа GeoGebra (анализ динамических сред как инструментов, математических средств визуализации приведен в [7]) или веб-сервисы типа Wolfram|Alfa, однако, с нашей точки зрения, для решения специальной задачи имеет смысл разработка специального же инструментария, возможно комбинированного, с учетом специфики поставленной задачи.

Например, поставленная задача была решена студентом направления подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Сыктывкарского государственного университета имени Питирима Сорокина В.Н. Тороповым. Приложение, разработанное им с помощью языка программирования Python и среды разработки Jupyter с применением библиотек SymPy, Numpy, Plotly и ряда других, обладает следующими существенными характеристиками:

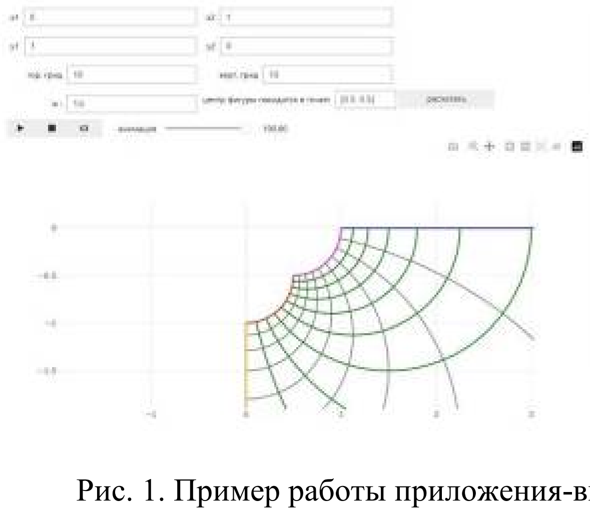
– возможность настройки исходной области-образа;

– возможность максимально произвольного задания применяемого конформного отображения;

– доступность приложения в режиме онлайн с максимально широким выбором браузеров;

– наличие анимации переходов при преобразовании исходной области-образа с помощью выбранного конформного отображения.

Приложения такого типа позволяют эффективно визуализировать основные конформные отображения, рассматриваемые в курсе ТФКП. Подобный электронный инструментарий, очевидно, позволяет решить основные задачи визуализации в выбранном разделе комплексного анализа, дать обучающемуся представление о результатах конформного преобразования областей комплексной плоскости (для конкретного заданного преобразования), а также может использоваться для организации самостоятельной работы обучающихся (в частности, для проверки результатов самостоятельного решения задач, предложенных в рамках электронного задачника).



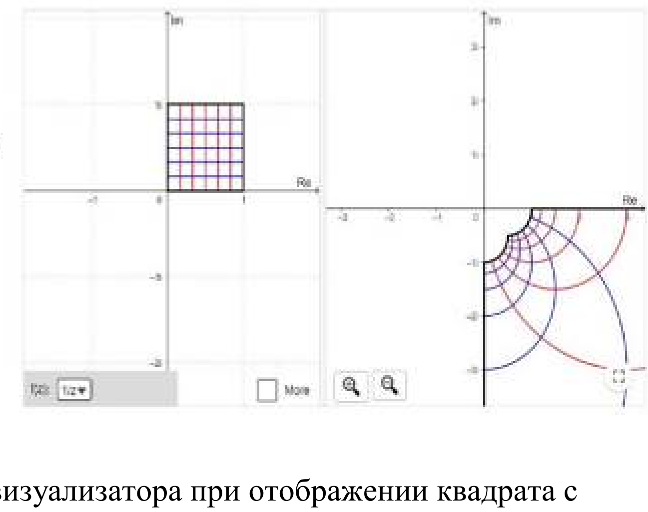


Рис. 1. Пример работы приложения-визуализатора при отображении квадрата с вершинами {0, i, 1+i, 1} с помощью функции w=1/z

Использование подобных электронных ресурсов и инструментов не только позволяет решать учебные задачи в рамках изучения курса ТФКП, но и дает будущим учителям математики представление о возможностях применения информационных технологий для решения задач визуализации в предстоящей профессиональной деятельности.

Список литературы

1. Далингер В.А. Когнитивно-визуальный подход к обучению математике как фактор успешности ученика в учебном процессе // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 5–2. С. 206–209.
2. Giaquinto M. Visual thinking in mathematics. NewYork: Oxford University Press, 2007. 298 p.
3. Hanna G., Sidoli N. Visualisation and proof: A brief survey of philosophical perspectives // ZDM – International Journal on Mathematics Education. 2007. Vol. 39, No. 1–2. P. 73–78.
4. Туктамышов Н.К., Горская Т.Ю. О роли визуализации в обучении математике (на примере понятия функции) // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. Серия: Педагогика, психология. 2022. № 3. С. 51–58.
5. Асланов Р.М., Сушков В.В. Исторические пути возникновения и развития теории функций комплексного переменного // Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика. 2022. № 3(44). С. 47–63.
6. Асланов Р.М., Сушков В.В. Электронный задачник как инструмент нового образовательного пространства // Web-технологии в реализации удалённого формата образования: сборник статей участников Международной научно-практической конференции. Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2021. С. 156–161.
7. Рванова А.С., Григоренко О.В. Динамические среды как средство визуализации учебного материала по математике // Актуальные вопросы образования. 2020. Т.1. С. 212–217.

ПРОЕКТНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СТУДЕНТОВ НА ЗАНЯТИЯХ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Н.П. Пучков, доктор пед. наук, профессор
Т.Ю. Дорохова, кандидат пед. наук, доцент
Тамбовский государственный технический университет (Россия, Тамбов)
e-mail: *tandor81@mail.ru*

Аннотация. В статье рассматриваются методические подходы наполнения содержания учебного курса «Высшая математика» в соответствии с условиями проектного метода обучения. Затрагиваются вопросы рационального сочетания элементов классической и компьютерной математики при решении прикладных математических задач.

Ключевые слова: методология математики, комплексные проекты, организация педагогического процесса по математике в вузе.

METHODOLOGICAL FOUNDATIONS OF DESIGN IN UNIVERSITY COURSE HIGHER MATHEMATICS

N.P. Puchkov, doctor ped. sciences, professor,
T.Yu. Dorokhova, Ph.D. Sciences, Associate Professor
Tambov State Technical University (Russia, Tambov)

Abstract. Article deals with methodological approaches to filling content "Higher Mathematics" training course in accordance with conditions project-based teaching method. Issues rational combination elements classical and computer mathematics in solving applied mathematical problems are touched upon.

Keywords: methodology mathematics, complex projects, organization pedagogical process in mathematics at university.

Введение. Современные образовательные программы по математике, построенные на идеях формирования профессиональных компетенций, непроизвольно отводят математическим курсам вспомогательную роль по вполне укоренившейся в сознании людей причине их преимущественно прикладной направленности. Непонимание методологии математики – существенный недостаток для эффективной деятельности современного специалиста ввиду её универсальности. Наметившаяся в последнее время активизация проектной деятельности студентов является несомненным успехом системы высшего образования России на пути преодоления трудностей практической подготовки кадров, способных разрешать проблемы интенсивного экономического развития.

Проектный метод, или метод проектов, можно определить как образовательную технологию, нацеленную на приобретение студентами новых знаний в тесной связи с реальной жизненной практикой, формирование у них специфических умений и навыков посредством системной организации проблемно-ориентированного научного поиска. В процессе освоения образовательной программы студенты сталкиваются с выполнением цепочки образовательных проектов по математике, физике, компьютерной графике и, естественно, дисциплинам специализации. Проектные работы на определённом уровне выполняются и в школах, поэтому возможно соблюдение преемственности методов. Эффективность такой работы существенно возрастает при наличии её мотивирования путём проведения различного рода конкурсов, рейтинговых оценок, повышенных аттестационных баллов в среде как студентов, так и преподавателей.

Проектирование содержания. Метод проектов создаёт благоприятные условия для более полного раскрытия возможностей математики и как науки, и как учебной дисциплины, формулируя при этом определённый набор новых требований к преподаванию математики. Так, в частности, каждому преподавателю необходимо не только владеть методическими приёмами преподавания математики, но и вникать хотя бы в самых общих чертах, в те основные приёмы исследования, которыми пользуется математика как наука, в ту связь, которая устанавливается между нею и общим мировозрением; выяснять, как осуществляется руководящая роль философии в математике, т.е. понимать основы методологии математики. Методика преподавания математики должна быть тесно связана с её методологией. Комплекс и проект помогают не односторонне, а в общей связи познать материальный мир природы и общества. Проектная или комплексная система работы, увязывающая математику со всей работой над конкретным материалом действительности, не сужает математической работы и не противоречит методологическим задачам математики как науки.

Для правильной постановки исследовательской работы по математике необходимо познание законов её развития как науки, её логической структуры (а логическое есть переработанное и очищенное историческое), На всех стадиях усвоения комплексных знаний, осуществляемых теперь на основе метода проектов, перед преподавателем возникает вопрос о наилучшем использовании на своём месте и в своё время всё более и более оттачивающего математического инструмента, который позволяет глубже проникнуть в исследуемый круг вопросов окружающей жизни. Начинать проектную деятельность надо с совершенно конкретных задач, решение которых требуется как практикой работы вуза, так и производственно-технической, общественно-полезной работой общества.

На наш взгляд, основное требование к преподавателю звучит следующим образом: сумей включиться в проект так, чтобы поставленные задачи стимулировали студента к изучению им новых, но посильных ему математических знаний и навыков, разработай методику воспитания этих навыков на материале поставленной задачи. Подбери задачи, тренирующие как имевшиеся ранее навыки, так и вновь приобретённые.

Осуществление этого требования более или менее гарантирует такая, например, схема организации педагогического процесса по математике:

1. Постановка практически значимой задачи как стимула изучения новых вопросов: содержание задачи непременно соответствует уровню восприятия обучающимися нового материала.

2. Изучение теоретических предпосылок, необходимых для разрешения поставленной задачи, убеждение обучающихся в востребованности теоретических знаний.

3. Первичное закрепление навыков отдельных математических действий в процессе разрешения поставленной задачи.

4. Закрепление навыков в процессе разрешения ряда практических задач различного уровня аналогий с первоначально поставленной.

5. Возвращение к разрешению первоначально поставленной задачи на уровне расширения области применения приобретённых навыков и углубление в связи с этим теоретических вопросов, оценка перспектив использования полученного решения в математике.

Педагогический процесс по математике должен быть организован так, чтобы студент умел видеть и осознавать математическую сторону всех окружающих его явлений, обладал пониманием математических приёмов как общих приёмов исследования количественных сторон данных явлений. Как нельзя лучше это реализуется, например, при изучении функциональных зависимостей.

Подбирая задачи к теме, необходимо следить за тем, чтобы жизненным было не только содержание, на котором строится задача, но и структура задачи, чтобы она возникала перед студентом примерно в такой же форме, как она ставится в быту, производстве, экономических отношениях и исследованиях, не допуская при этом просто искусственных связей чисел.

Практические предложения. Хорошие возможности для включения педагогических идей математического проектирования представляются при изучении дисциплины «Математическая статистика» [1]. Проект (комплексное задание) должен предполагать использование всех пройденных студентами разделов учебного курса: сбор статистических данных, их предварительная обработка, нахождение основных характеристик исследуемых процессов, анализ и оценка факторов влияния, построение статистических моделей и их исследование математическими методами.

Весьма эффективными в плане достижения цели данной работы оказались проектные задания для будущих архитекторов по теме «Симметрия», в частности использование этого математического свойства при проектировании архитектурных объектов (как в историческом прошлом, так и в настоящем времени) [2].

И ещё одна практическая рекомендация: при составлении комплексных заданий проектирования необходимо включать элементы нового, ещё не изученного материала и, таким образом, стимулировать его изучение хотя бы на уровне теоретических знаний, позволяющих строить прогнозы практического решения. В этом случае можно считать, что выполнение проектного решения допускает как результат только теоретическое проектирование какой-то его части и возможность продолжения исследования. Например, при изучении темы «Системы линейных алгебраических уравнений» стоит не ограничиваться поиском «хороших» решений, а сформулировать проблемы «плохо обусловленных» систем (имеющих неустойчивое решение), систем «переопределённых» (содержащих неизвестных меньше числа уравнений) и, наоборот, «недоопределённых».

Полезно обозначать и проблемы, решения которых будут найдены при более позднем изучении курса математики, в других её разделах.

Многолетний опыт использования авторами проектных, проблемных заданий убеждает в целесообразности использования этой методики, Основанием для утверждения является наличие таких фактов, как стремление студентов попасть в проектные группы, повышение уровня академической успеваемости этих студентов, а также результативности их участия в олимпиадах и конкурсах.

Включение математики в проектно-исследовательскую деятельность студентов должно стимулировать их к изучению новых, но посильных им математических знаний и навыков, к стремлению видеть и осознавать математическую сторону всех окружающих явлений, обладать пониманием математических приёмов как общих приёмов исследования количественных сторон этих явлений.

Список литературы

1. Пучков Н., Забавникова Т. Математика и архитектура: к вопросу развития межпредметных связей при подготовке архитекторов // Вопросы современной науки и практики. Университет им. В.И. Вернадского. 2019. № 2(72). С 133–143.

2. Пучков Н. Цифровизация при изучении курса математической статистики. Тамбов, 2020. 36 с.

ПРОБЛЕМА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОСНОВ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ ИНФОРМАТИКИ

Е.В. Бахусова, кандидат педагогических наук, доцент
Поволжская академия образования и искусств имени Святителя Алексия, Митрополита Московского
e-mail: bahusova@mail.ru

Аннотация. В статье ставится проблема преподавания математических основ нейронных сетей в процессе подготовки учителя математики.

Ключевые слова: нейронные сети, искусственный интеллект, математические основы, алгоритм Хебба, тринадцатая проблема Давида Гильберта, теорема Арнольда – Колмогорова – Хехт – Нильсена.

THE PROBLEM OF TEACHING THE MATHEMATICAL FUNDAMENTALS OF NEURON NETWORKS IN THE PREPARATION OF THE TEACHER OF INFORMATICS

E.V. Bakhusova, candidate of pedagogical sciences, docent
The Volga Academy of Education and Arts named after Saint Alexius, Metropolitan of Moscow

Abstract. The article deals with the problem of teaching the mathematical foundations of neural networks in the process of preparing a mathematics teacher.

Keywords: Neural networks, artificial intelligence, mathematical foundations, Hebb's algorithm, David Hilbert's thirteenth problem, Arnold – Kolmogorov – Hecht – Nielsen theorem.

Идеи и методы искусственного интеллекта прочно зарекомендовали себя в решении множества самых разнообразных задач, выдвигаемых в современном обществе. Имея более чем 700-летнюю историю своего развития, начиная с логической машины Раймунда Луивилля (XIII-XIV века), сегодня искусственный интеллект признан самостоятельной отраслью науки. Современный учитель информатики обязан владеть знаниями о самых последних достижениях данной отрасли науки и уметь транслировать эти знания учащимся во всей полноте. Учебные планы педвузов по подготовке учителя информатики содержат дисциплины, изучающие искусственный интеллект. Названия дисциплин, изучающих искусственный интеллект, следующие:

– «Интеллектуальные информационные системы»;
– «Нейронные сети»;
– «Интеллектуальные системы»;
– «Интеллектуальные системы и технологии»;
– «Интеллектуальные технологии»;
– «Основы искусственного интеллекта»;
– «Прикладные методы искусственного интеллекта» и др.

В преподавании дисциплин по искусственному интеллекту в педвузах существует опасная тенденция игнорирования математической составляющей дисциплины. Причины этой тенденции разнообразные: дефицит времени на изучение дисциплины, нехватка качественной учебной литературы, где изложены математические основы дисциплины, отсутствие желания или соответствующей квалификации у преподавателя. Игнорирование математической основы той или иной дисциплины обедняет процесс изучения дисциплины, создает иллюзию непричастности математики к изучаемой области знаний. Не раз приходилось слышать от студентов, изучающих информатику, что математику изучать не надо, это напрасная трата времени, информатика – самостоятельная отрасль знаний и т.д.

Игорь Анатольевич Соколов, декан факультета вычислительной математики и кибернетики МГУ на третьем Всероссийском съезде учителей и преподавателей математики и информатики, проходившем в МГУ 18–19 ноября 2021 года, в своем пленарном докладе подчеркнул: «Информатика есть производная от математики. Все, что сейчас называется информатикой, информационными и компьютерными науками, есть отрасль математики, совмещенная с вычислительной техникой. Фактически это вычислительные процедуры, позволяющие решать множество задач, которые не очень эффективно решаются прямыми аналитическими, математическими методами. Но не только: в целом информатику мы определяем как науку об анализе информационных процессов» [1].

Искусственный интеллект – междисциплинарная наука на стыке математики, информатики, лингвистики и когнитивных наук. Учебные дисциплины по искусственному интеллекту должны содержать математическую составляющую, так как «искусственный интеллект не что иное, как отрасль вычислительной математики, но особая отрасль с особыми математическими методами, с особыми технологиями и с особыми инструментами» (из выступления И.А. Соколова [1]).

Учитель информатики должен владеть полными знаниями о каждом разделе информатики, в том числе об искусственном интеллекте, уметь передавать эти знания учащимся в полном виде, включая историческую справку и математические основы дисциплины.

Рассмотрим некоторые математические основы дисциплины «Нейронные сети».

Начнем с задачи обучения персептрона распознаванию образов. Наша позиция такова: студенты должны изучать все алгоритмы. Но на практике зачастую студенты используют разработанные инструменты, где уже запрограммированы алгоритмы, не знакомясь с самими алгоритмами. Если студенты изучают алгоритм, то у них должен возникнуть вопрос: всегда ли алгоритм обучения персептрона дает желаемый результат? Ответ на этот вопрос дает *теорема сходимости персептрона*, сформулированная и доказанная американским ученым в области искусственного интеллекта Френком Розенблаттом в конце 60-х годов прошлого века. Теорема имеет следующую формулировку: если существует множество значений весов, которые обеспечивают требуемое распознавание образов, то в итоге алгоритм обучения персептрона приводит либо к этому множеству, либо к другому множеству, такому, что требуемое распознавание образов будет достигнуто [4]. Отметим, что теорема – чемпион по количеству предложенных доказательств, обогнавших теорему Пифагора.

Для минимизации функции-ошибки персептронов с непрерывными активационными функциями используются *градиентные оптимизационные методы*, которые изучаются в курсе математического анализа в разделе «Дифференциальное и интегральное исчисление функции нескольких переменных». Преподавателям математического анализа было бы полезно упомянуть в диалоге со студентами о применении градиентных оптимизационных методов в теории нейронных сетей.

Одним из инструментов в теории нейронных сетей являются *активационные функции*, которые осуществляют преобразование взвешенной суммы входных сигналов нейрона в его выходной сигнал. Используются разные типы таких функций: функции-ступеньки, линейные активационные функции с ограниченными и неограниченными областями изменения, сигмоидные активационные функции с симметричными и несимметричными областями изменения, логарифмические активационные функции, радиально-базисные активационные функции. От вида и свойств активационных функций зависят функциональные возможности нейронных сетей, а также выбор алгоритмов их обучения.

Важнейшее место в теории нейронных сетей занимает *теорема Арнольда – Колмогорова – Хехт-Нильсона.* А.Н. Колмогоров и В.И. Арнольд доказали, что любая непрерывная функция n аргументов $f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ всегда может быть записана в виде конечной композиции функций одной переменной и операции сложения [2; 3]. Теорема Колмогорова – Гильберта тесно связана с 13-й проблемой Гильберта и по сути является ее опровержением.

В 1987–1991 годах профессор Калифорнийского университета Р. Хехт-Нильсон переработал теорему Арнольда – Колмогорова применительно к нейронным сетям. Он доказал, что для любого множества пар, различающихся между собой входными и выходными векторами произвольной размерности, существует двухслойный персептрон с сигмоидными активационными функциями и с конечным числом нейронов, который для каждого входного вектора X_q формирует соответствующий ему выходной вектор D_q. Эта теорема доказывает возможность построения нейронной сети, выполняющей преобразование, заданное любым множеством различных обучающих примеров; такой нейронной сетью является двухслойный персептрон, причем активационные функции его нейронов должны быть сигмоидными.

Из теоремы Арнольда – Колмогорова – Хехт-Нильсона следует формула, с помощью которой можно определять необходимое количество синоптических весов нейронной сети [4; 5].

Список математических основ теории нейронных сетей можно продолжить.

Наша принципиальная позиция заключается в следующем: будущие учителя информатики обязаны хорошо знать математические основы изучаемых дисциплин из области искусственного интеллекта, чтобы впоследствии уметь транслировать эти знания учащимся. Пренебрежение преподавателями дисциплин из области искусственного интеллекта математическими основами дисциплины обедняет процесс ее изучения.

Решение этой проблемы мы видим в следующем:

– разработка качественных учебников для педагогических вузов по искусственному интеллекту, в которых подробно изложены математические основы дисциплины;

– подготовка и переподготовка преподавателей вузов, способных излагать дисциплины по искусственному интеллекту с учетом математической основы дисциплины;

– пересмотр содержания математических дисциплин, преподаваемых для будущих учителей информатики, с позиции включения примеров применения той или иной математической теории в теории искусственного интеллекта;

– разработка дисциплины «Математические основы искусственного интеллекта» и включение ее в учебные планы подготовки учителей информатики.

Список литературы

1. Пленарный доклад на третьем съезде учителей и преподавателей математики и информатики, МГУ, 19.11.2022. https://m.youtube.com/watch?v=oE4tNu04reE&feature=youtu.be.
2. Арнольд В.И. О функциях трех переменных // Доклады АН СССР. Т. 114. № 4. 1957.
3. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиций непрерывных функций одного переменного и сложения // Доклады АН СССР. Т. 114. № 4. 1957.
4. Ясницкий Л.Н. Искусственный интеллект. Элективный курс: учебное пособие. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2011.
5. Ясницкий Л.Н. Интеллектуальные системы: учебник. М.: Лаборатория знаний, 2016.

О РЕЗУЛЬТАТАХ ДИАГНОСТИКИ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ ДЕФИЦИТОВ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ УЛЬЯНОВСКОЙ ОБЛАСТИ В 2023 ГОДУ

Н.Г. Кузина, кандидат пед. наук, доцент
Ульяновский государственный педагогический университет имени И.Н. Ульянова (Россия, Ульяновск)
e-mail: metod-matematika@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются результаты диагностики профессиональных дефицитов учителей математики общеобразовательных школ Ульяновской области, проведенной в 2023 году. Выделяются вопросы и задачи вызывающие наибольшую сложность при прохождении диагностики.

Ключевые слова: диагностика, результаты, затруднения педагогов.

ON THE RESULTS OF DIAGNOSTICS OF PROFESSIONAL DEFICIENCY OF MATHEMATICS TEACHERS IN ULYANOVSK REGION IN 2023

N.G. Kuzina, Ph.D. Sciences, Associate Professor
Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanova (Russia, Ulyanovsk)

***Abstract*.** The article discusses the results of the diagnostics of professional deficits of mathematics teachers in the Ulyanovsk region, conducted in 2023. The questions and tasks that cause the greatest difficulty in the diagnosis are highlighted.

***Key words*:** diagnostics, results, teachers' difficulties.

В условиях формирования региональной системы научно-методического сопровождения педагогических работников и управленческих кадров педагоги Ульяновской области проходили диагностику профессиональных дефицитов предметной компетенции. Диагностика осуществлялась в дистанционном формате в Цифровой экосистеме ДПО («Симуляционный центр выявления профессиональных дефицитов», ФГАОУ ДПО «Академия Минпросвещения России»). Задания для экзаменационной работы разрабатывались сотрудниками Академии Минпросвещения России.

Представляем вашему вниманию анализ результатов диагностики профессиональных дефицитов предметной компетенции учителей математики Ульяновской области. В диагностике профессиональных дефицитов приняли участие 256 учителей математики, что составляет 10% от общего числа педагогов по данному предмету. Педагогам была предложена экзаменационная работа, включающая в себя 19 заданий, из них 1–6 задания базового уровня сложности, 7–17 высокого уровня сложности, 18–19 повышенного уровня сложности.

Содержание экзаменационной работы дает возможность проверить комплекс умений по предмету:

– уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

– уметь выполнять вычисления и преобразования;

– уметь решать уравнения и неравенства;

– уметь выполнять действия с функциями;

– уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;

– уметь строить и исследовать математические модели.

Особую сложность у педагогов вызвали задания 10, 18, 19. Рассмотрим их подробнее.

№ задания	Проверяемые требования (умения)	Процент выполнения (сумма всех баллов/на количество участников, умноженное на 100)	Коды проверяемых требований к результатам освоения (по кодификатору ФИПИ)	Коды проверяемых элементов (по кодификатору ФИПИ)
10	уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	56,9	моделировать реальные ситуации на языке теории вероятностей и статистики, вычислять в простейших случаях вероятности событий	элементы теории вероятностей (вероятности событий; примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач)
18	уметь решать уравнения и неравенства	69,5	решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков; использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;	уравнения и неравенства

19	уметь выполнять действия с геометрическими фигурами и векторами	65,3	проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения	прямые и плоскости в пространстве; многогранники; тела и поверхности вращения; измерение геометрических величин; координаты и векторы

Особую сложность у педагогов вызывает решение задач по теории вероятности и математической статистике: 43,1% из всех педагогов, принимавших участие в диагностике, не смогли справиться с решением задачи данного типа.

34,7% педагогов не смогли решить задачу по стереометрии, у них возникали сложности как с процессом поиска решения задачи, так и с обоснованием предложенного решения.

30,5% педагогов не смогли решить уравнение и (или) неравенство, используя свойства функций.

Анализируя федеральный реестр программ дополнительного образования, мы обратили внимание, что разработано множество различных программ ДПО по теме «Элементы теории вероятности и математической статистики», объем часов от 36 до 72. На данный момент получаем запросы от педагогов региона на курсы повышения квалификации по данной теме объемом не более чем 18 часов, также поступают запросы на отдельные семинары, мастер-классы по решению задач данной темы повышенной сложности.

Хочется обратить особое внимание на то, что при обучении студентов педагогического направления подготовки по профилю «Математика» необходимо особое внимание уделять таким важным разделам как теория вероятности и математическая статистика, прямые и плоскости в пространстве; многогранники; тела и поверхности вращения; измерение геометрических величин; координаты и векторы.

ДИСТАНЦИОННЫЙ УРОК МАТЕМАТИКИ: ПОДГОТОВКА И ПРОВЕДЕНИЕ

С.А. Севостьянова, кандидат пед. наук, доцент
Е.В. Мартынова, доцент
Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Челябинск)
e-mail: sevostyanovasa@cspu.ru, martynova@cspu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности построения современного урока математики в дистанционном формате. Описывается учебно-методический проект, направленный на разработку онлайн-урока.

Ключевые слова: онлайн-урок, проектная деятельность, методика преподавания математики.

REMOTE MATH LESSON: PREPARING AND CONDUCTING

S.A. Sevostyanova, ph. d. education, associate professor
E.V. Martynova, associate professor
South Ural State Humanitarian Pedagogical University, *(Russia,* Chelyabinsk*)*
e-mail: sevostyanovasa@cspu.ru, martynova@cspu.ru

Abstract. The article discusses the features of building a modern mathematics lesson in a remote format. An educational and methodological project aimed at developing an online lesson is described.

Keywords: online lesson, project activities, methodology of teaching mathematics.

Постоянное развитие информационных технологий способствует созданию различных виртуальных образовательных сред, которые позволяют применять в образовательном процессе новые инструменты и педагогические подходы, активизирующие самостоятельную работу обучающихся. Дистанционное образование используется как новая, альтернативная форма непрерывного обучения, преимущество которой – в снятии формальных барьеров за счет сокращения расстояний и временных ограничений [1].

Несмотря на явные плюсы, дистанционное обучение открывает ряд проблем, связанных с его реализацией:

– отсутствие у участников образовательного процесса большого опыта работы в дистанционном формате;

– необходимость новых подходов к планированию личного времени учеников и учителя;

– ограничение личного контакта между участниками учебного процесса и изменение его формы;

– изменения в требованиях к подготовке учебных материалов;

– снижение роли педагогического мастерства учителя.

В этой связи для подготовки будущих учителей становится актуальной разработка эффективных методов дистанционного обучения.

Учителям необходимо уметь использовать в учебном процессе интернет-инструменты и сервисы (вики, блоги, обмен мгновенными сообщениями, социальные сети, анкеты, опросы, базы данных и др.) для создания и распространения учебной информации и организации коммуникации, а для организации дистанционного урока необходимо владение методикой использования систем управления обучением.

В период пандемии наибольшую популярность в России завоевали Microsoft Skype, Microsoft Teams, Zoom, LMS Moodle и др. В настоящее время появилось большое количество их отечественных аналогов (решений): «Яндекс. Телемост», «Видеозвонки Mail.ru», «Видеозвонки Вконтакте», платформ дистанционного обучения «Сферум», «Толк» и др.

К приложениям для администрирования учебных курсов предъявляется ряд требований: открытость, наличие хорошего дизайна, адаптивность и инклюзивность. Выбор системы – важный этап разработки дистанционного урока, влияющий на качество организации занятия [2; 3].

В курсе «Методика обучения и воспитания (математика)» хорошо зарекомендовала себя работа над методическими проектами [4].

Для обучения будущих учителей математики методике подготовки и проведения дистанционного урока в рамках этого курса предусмотрено выполнение учебно-методического проекта «Современный урок математики в дистанционном формате» (разработка урока, его апробация и защита результатов).

Рассмотрим этапы выполнения методического проекта.

Проблемно-целевой этап проекта: студент выбирает одну из тем («Сложение десятичных дробей», «Округление чисел», «Деление десятичных дробей на натуральное число», «Модуль числа», «Противоположные числа», «Сравнение чисел», «Задачи практической направленности»), формулирует задачи проекта, выбирает форму его презентации.

Информационно-содержательный этап: студент знакомится с опытом проведения дистанционных уроков, выделяет достоинства и недостатки данной формы организации учебного занятия, разрабатывает алгоритм построения онлайн-урока.

На конструктивном этапе проекта студент разрабатывает дистанционный урок по выбранной теме, следуя алгоритму.

Выделяют основные учебные элементы, формулируют цели урока, в которых отражены способы реализации деятельности учащегося по освоению учебного материала, а также планируемые результаты обучения.

При определении типа и формы проведения дистанционного урока большинство студентов остановились на практической или лабораторной работе.

Выбор системы управления уроком проводился с учетом уровня цифровой компетентности учащихся и технических возможностей участников. Для проведения уроков студентами были выбраны следующие цифровые ресурсы: программа для видеоконференций Zoom, интерактивная доска Miro, программное обеспечение для администрирования опросов google-forms.

При разработке конспекта студенты должны были отразить мотивационную часть; инструкции и рекомендации по проведению урока; содержание и способы информационного наполнения урока; способы контроля; систему интерактивного взаимодействия участников дистанционного урока.

Рассмотрим краткое описание этапов одного из разработанных уроков.

Актуализация знаний проводилась посредством устного опроса.

На этапе выполнения практического задания была использована групповая форма работы. Деление на группы осуществлялось посредством программы zoom с использованием функции «сессионные залы». Сами практические задания обучающиеся выполняли на интерактивной доске Miro. Для каждой группы создавалась индивидуальная доска, к которой обучающиеся могли присоединиться, перейдя по ссылке, находившейся в чате. Во время работы в отдельных комнатах учащиеся не слышат другую группу, но при этом могут отправлять сообщения в чат для связи с учителем. При возникновении проблем с Интернетом или дисциплинарных проблем, учащемуся предлагается выполнить работу самостоятельно в тетради.

По окончании выполнения практической работы учащиеся защищали свое решение посредством демонстрации заполненной ими доски и устного объяснения решения одним или несколькими участниками группы.

На этапе рефлексии учащиеся проходили опрос по оценке работы в группах. Переход на страничку опроса осуществлялся с помощью QR-кода, представленного на слайде презентации. По окончании урока учащимся был выслан весь наработанный ими материал в pdf-формате, который они могли при желании вклеить в тетрадь и в дальнейшем использовать.

На презентационном этапе методического проекта разработанный урок апробировался на студенческой аудитории.

На этапе рефлексии проводился развернутый анализ урока. Отмечались способы достижения поставленных целей и трудности, с которыми сталкивались участники проекта. В ходе обсуждения студенты отмечали возникшие у них трудности в отборе контента для дистанционного урока, преобладание в конспектах уроков репродуктивных заданий, попытки подмены обучения контролем. Студенты, выбравшие для разработки уроки изучения нового материала, отмечали трудности проектирования этапов мотивации и объяснения, выбора методических приемов для продуктивной деятельности учащихся. При анализе проектов уроков были отмечены умения студентов выстроить логику урока, критически отобрать содержание, творчески его переработать, включить собственные задания, направленные на развитие познавательной деятельности учащихся.

Выполнение учебно-методических проектов студентами группы позволило собрать подборку методических материалов и идей для разработки и проведения дистанционных уроков математики разных типов.

Разработка методических подходов к подготовке и проведению дистанционных уроков готовит студентов – будущих учителей математики к решению сложных профессиональных задач, стоящих перед современной школой, повышает интерес к выбранной профессии и формирует положительное отношение к профессиональной деятельности.

Список литературы

1. Севостьянова С.А., Мартынова Е.В. Применение дистанционных технологий при обучении математике в педагогическом вузе // Математика – основа компетенций цифровой эры. Семинар посвящен 80-летию организатора и бессменного руководителя Александра Григорьевича Мордковича. М., 2020. С. 377–380.
2. Кузнецов А.А. Цифровизация российского образования: Перспективы развития // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. 2022. № 2. С. 97–101. EDN: QKJYWK.
3. Перевощикова Е.Н., Кузнецова А.А. Особенности разработки интерактивного онлайн-урока математики // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе: материалы VI международной научной интернет-конференции / под общ. ред. Л.И. Боженковой, М.В. Егуповой. М. 2021. С. 135–139.
4. Севостьянова С.А., Мартынова С.А. Методический проект в профессиональной подготовке учителя математики // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. 2018. № 20. С. 147–150.

ПРИОБРЕТЕНИЕ ОПЫТА ТВОРЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ ПЕДВУЗА ПРИ ИЗУЧЕНИИ МЕТОДИЧЕСКОГО МОДУЛЯ ПО МАТЕМАТИКЕ

Т.Н. Карпова, кандидат пед. наук, доцент
Г.Ю. Буракова, кандидат пед. наук, доцент
Ярославский государственный педагогический университет имени К.Д. Ушинского (Россия, Ярославль)
e-mail: karpovafmf@mail.ru
burakova.galina@inbox.ru

Аннотация. Подготовка будущих учителей математики к организации творческой деятельности школьников связана с поиском путей и методов обучения. При изучении дисциплин и прохождении практик методического модуля необходимо целенаправленно включать студентов в активную деятельность по выполнению творческих заданий с применением различных видов ИКТ, приложений. В работе рассматриваются различные виды творческой деятельности при изучении методического модуля, приводятся примеры. Особая роль отводится приобретению студентами опыта творческой деятельности на разных этапах обучения.

***Ключевые слова*:** творчество, творческая деятельность, методическая подготовка студентов.

ACQUIRING EXPERIENCE IN CREATIVE ACTIVITY FOR UNIVERSITY STUDENTS THROUGH THE METHODOLOGICAL MODULE ON MATHEMATICS

T.N. Karpova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
G.Y. Burakova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Yaroslavl State Pedagogical University named after Ushinsky K.D. (Russia, Yaroslavl)

Abstract. Preparing future teachers of mathematics for organizing students' creative activities involves finding ways and methods of teaching. During the study of disciplines and practice of the methodical module, students should be intentionally engaged in creative tasks using various types of ICT and applications. The work considers different types of creative activities in the learning of the methodological module and provides examples. A special role is assigned to students' experience of creative activity at different stages of learning.
Keywords: creativity, creative activity, methodological training of students.

В результате освоения образовательной программы по направлению «Педагогическое образование», профиль «Математика», реализуемой в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, у студентов должен быть сформирован определенный набор компетенций, достижение которых можно выявить через разработанный перечень индикаторов.

Готовность будущего учителя математики к осуществлению творческой профессиональной деятельности может быть определена на основе индикаторов достижения компетенций:

– осуществляет отбор педагогических и других технологий, в том числе информационно коммуникационных, используемых при разработке основных и дополнительных образовательных программ, и их элементов (ОПК-2.3);

– использует педагогически обоснованные содержание, формы, методы и приемы организации совместной и индивидуальной учебной и воспитательной деятельности обучающихся (ОПК-3.2);

– демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные (ПК-1.3);

– владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.) (ПК-3.1);

– разрабатывает и реализует индивидуальную и совместную учебно-проектную деятельность обучающихся в соответствующей предметной области (ПК-5.2);

– конструирует, накапливает и систематизирует различные методы и приемы доказательства теорем, решения задач, банки ключевых задач (ПК-6.2).

Приобретение опыта творческой деятельности студентами педвуза происходит через целенаправленную работу при освоении дисциплин и практик методического модуля по математике. Для этого требуются знания основ психолого-педагогических теорий, посвященных проблеме творчества; владение основными идеями и методами математики, приемами формирования творческой активности учащихся на уроках и во внеурочной деятельности.

Согласно Толковому словарю С.И. Ожегова, творчество определяется как создание новых по замыслу культурных или материальных ценностей [5].

Л.С. Выготский понимал творчество как необходимое условие существования человека, как все, что выходит за пределы рутины и в чем заключено новое [4].

Творчество, по В.И. Андрееву, один из видов человеческой деятельности, направленный на разрешение противоречия (решение творческой задачи), для которого необходимы объективные (социальные, материальные) и субъективные (личностные) условия (знания, умения, творческие способности), результат которого обладает новизной и оригинальностью, личной и социальной значимостью и прогрессивностью [1].

В.В. Афанасьев и Е.И. Смирнов определяют творчество как творческую деятельность: «Творчество есть свойственная человеку целенаправленная деятельность, отмеченная неординарностью, оригинальностью, нешаблонностью мышления, чувствований, действий и направленная на получение новых, существенных свойств, признаков, качеств у привычных процедур и процессов, конечного продукта практического и умственного труда, а также на реализацию своих собственных возможностей в интеллектуальной, эмоциональной и предметно-практических сущностных сферах деятельности человека» [2, с.111].

Творческая деятельность студентов не ограничивается только приобретением новых знаний – в ней должны проявляться собственный замысел, постановка новых целей и задач, поиск и осуществление самостоятельных способов их решения. Будущие учителя в процессе обучения приобретают ценный опыт творческой деятельности на занятиях по дисциплинам методического модуля по математике, во время учебных и производственных практик, при выполнении курсовых и выпускных квалификационных работ, участвуя в различных творческих конкурсах.

При прохождении учебных практик на младших курсах студенты изучают учебно-методическую литературу, различные информационные источники по предмету, разрабатывают проекты по изучению конкретных тем школьного курса математики, создают уроки с использованием ИКТ, формируют методическую копилку учителя по теме, анализируют проделанную работу. Выносимые на защиту выступления и презентации показывают уровень творческой деятельности будущих учителей, являются стимулом для самосовершенствования в профессиональном плане.

При дальнейшем освоении дисциплин методического модуля по математике прослеживается рост творческой активности студентов, меняются в лучшую сторону как содержание и структура выполненных работ, так и качество их оформления, применяются широкие возможности ИКТ. Студенты демонстрируют умение разрабатывать различные виды и формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии персонализации обучения, приобретая опыт творческой деятельности по повышению мотивации и интереса школьников к предмету, осуществляя дифференцированный подход.

Будущие учителя математики активно используют различные виды ИКТ при выполнении творческих методических заданий. Изучая инновационные формы занятий, студенты по определенной теме школьного курса математики составляют сказки, подбирая занимательные и известные учащимся сюжеты, визуализируя созданный материал по теме с помощью ИКТ. При защите выделяются лучшие по содержанию и оформлению работы, в которых удается соединить интересный сюжет с достаточно высоким уровнем математической сложности («Сказки о жизни в математическом царстве», «Сказка о Фунтике и его друге Ёжике в волшебном координатном лесу», «Сказка о королеве Функции в математическом королевстве (в стихах)», «Барбоскины и положительные и отрицательные числа», «Путешествия по планетам галактики «Дроби» с Маленьким принцем»).

Используя возможности цифровых технологий, будущие учителя математики в конспекты уроков включают созданные ими тесты (Google-формы), таблицы для совместного заполнения (Google-документы), наборы упражнений на learningapps; разрабатывают банки практико-ориентированных задач, электронные курсы по разделам школьной математики (например, на платформе Eduardo – «Модуль действительного числа», «Логарифмы в школьном курсе математики», «Окружность», «Сечения многогранников»; на платформе Stepik.org – «Положительные и отрицательные числа», «Квадратичная функция» и др.).

На старших курсах при прохождении производственных практик творческая деятельность осуществляется через инновационные формы работы на уроках и во внеурочной деятельности. Будущие учителя математики разрабатывают и проводят интегрированные уроки, уроки одной задачи, уроки-сказки, квесты, кейс-уроки, занятия с использованием игровых технологий, учебные проекты. На кафедре математического анализа, теории и методики обучения математике ЯГПУ имени К.Д. Ушинского собраны материалы, творческие работы, созданные студентами при изучении методических дисциплин и прохождении практик.

Одним из примеров творческой деятельности является разработка различных методических проектов разнообразной тематики. Так, студенты математики третьего курса составляли междисциплинарные проекты по темам «Равенство вокруг нас», «Неравенство в нашей жизни», защита которых осуществлялась в форме математических дебатов. Все представленные материалы отличались высоким уровнем самостоятельности, творческим подходом к их составлению. Студенты проявили творческую активность, заинтересованность к выполняемой деятельности.

Таким образом, можно сделать вывод, что необходимо целенаправленно включать студентов в творческую деятельность в процессе обучения в вузе. Этому способствуют выполнение и презентация творческих заданий при изучении дисциплин и прохождении практик методического модуля по математике, участие в различных конкурсах, студенческих конференциях, написание статей, ВКР. Приобретя опыт осуществления творческой деятельности при обучении, будущий учитель математики сможет организовать подобную работу с обучающимися в дальнейшей профессиональной деятельности.

Список литературы

1. Андреев В.И. Педагогика: учебный курс для творческого саморазвития. 6-е изд. Казань: Центр инновационных технологий, 2006. 608 с.
2. Афанасьев В.В., Смирнов Е.И. Экспериментальное исследование творческой активности студентов в процессе обучения математике // Ярославский педагогический вестник. 1996. № 3. С. 110–115.
3. Буракова Г.Ю., Карпова Т.Н. Формирование профессиональных компетенций будущих учителей математики через систему методических заданий // Математика и информатика, астрономия и физика, экономика и совершенствование их преподавания: материалы Международной конференции «Чтения Ушинского» физико-математического факультета. Ярославль: РИО ЯГПУ, 2018. С. 67–75.
4. Выготский Л.С. Педагогическая психология. М.: Педагогика: Пресс, 1999. 536 с.
5. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка: около 100 000 слов, терминов и фразеологических выражений / под общ. ред. Л.И. Скворцова. 28-е изд., перераб. М.: Мир и Образование: ОНИКС, 2012. 1375 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ КЕЙС-ЗАДАНИЯ – СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ БУДУЩЕГО УЧИТЕЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

И.В. Налимова, кандидат пед. наук, доцент
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского (Россия, Ярославль)
e-mail: inalimova@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена проблеме формирования математической грамотности будущего учителя начальных классов. Приведены результаты диагностики, рассмотрен один из компонентов математической грамотности – терминологический.

Описаны кейс-задания, которые возможно применить в процессе обучения математике на педагогическом факультете.

Ключевые слова: математическая грамотность, методика обучения математике.

METHODOLOGICAL CASE-TASKS - A MEANS OF FORMING MATHEMATICAL LITERACY OF A FUTURE PRIMARY TEACHER

I.V. Nalimova, ph. d. sciences, associate professor
Yaroslavl State Pedagogical University. K.D. Ushinsky (Russia, Yaroslavl)

Abstract. The article is devoted to the problem of the formation of mathematical literacy of the future primary school teacher. The results of diagnostics are given, one of the components of mathematical literacy, terminological, is considered. The case tasks that can be applied in the process of teaching mathematics at the Faculty of Education are described.

Keywords: mathematical literacy, methods of teaching mathematics.

Цель современного профессионального образования связана с развитием профессионально-личностных качеств выпускника педагогического университета, формированием его профессиональной компетентности [2].

Одна из профессиональных компетенций отражает грамотность учителя, в том числе и математическую. Математическую грамотность можно рассматривать с разных точек зрения. С одной стороны – как составляющую математической культуры, с другой – как компонент функциональной грамотности. В статье Н.Л. Марголиной, И.В. Налимовой дается анализ различных подходов к формулированию содержания термина «математическая культура». Авторы выделили «основные составляющие исследуемого понятия: грамотность математической речи; владение математическими понятиями; умение правильно формулировать определения и утверждения; способность применять математику для решения задач в разнообразных практических контекстах и интерпретировать полученные результаты» [1, с. 150]. В данной статье коснемся одного компонента математической грамотности – терминологического.

С целью поиска новых методов и средств обучения будущего учителя начальных классов было проведено исследование среди студентов педагогического факультета ЯГПУ имени К.Д. Ушинского. В исследовании приняли участие студенты 2, 3 и 4 курсов. Студентам было предложено анонимно ответить на вопросы теста и исправить ошибки, встречающиеся в методических пособиях для начальной школы. В ходе анализа работ были получены следующие результаты. Студенты затрудняются правильно дать определение квадрата. Правильно дали определение: 2 курс – 0%, 3 курс – 11,8%, студенты 4 курса – 83,3%. Правильно назвали математическую запись: 8+5=13 – 2 курс – 45,2%, 3 курс – 82,3%, студенты 4 курса – 58, 25%.

Студенты попытались исправить ошибки, встречающиеся в методических пособиях по математике, но были допущены ошибки при изложении материала. Перечислим их:

– употребление термина «вес»;
– применение формулировки «решить выражение»;
– смешение понятий «число» и «цифра»;
– незнание названий компонентов действия умножения, использовали термин «сомножитель».

К современным технологическим средствам формирования компетенций студентов педагогического факультета можно отнести кейс-задания. Такого рода задания возможно использовать на разных этапах работы со студентами при изучении курса методики преподавания математики. И.В. Налимовой, О.С. Бекиш приведены примеры кейс-заданий междисциплинарного характера. Авторы статьи показали применение кейсов для проверки сформированности профессиональной компетенции [1]. На практических занятиях курса «Методика обучения математики» студентам направления «Начальное образование» предлагается систематически выполнить методические задания. Опишем некоторые из них.

Задание 1

Учитель при подготовке к уроку математики во втором классе по теме «Нумерация» подобрал задания к ряду числе: 45….49, …54, 55. Но, у него возникли сомнения в формулировке текста. Вставьте вместо пропуска □ термин «число» или «цифра»:

– запишите все пропущенные □;

– расставьте □ в порядке возрастания;

– сравните □ 45 и 54, чем они похожи и отличаются;

– что обозначает каждая □ в записи □ 45 и 54.

Комментарий: при выполнении этого задания студенты отрабатывают правильное употребление терминов «число» и «цифра».

Задание 2

На уроке в третьем классе учитель предложил ученикам распределить математические записи по группам и дать название каждой.

14+26; 18– 3=15; 78–54; 45+12=67; 67 · 3; 78· 2+4; 34 · 3 = 102.

Как будет оформлено задание у учащихся в тетрадях? Какие ошибки могли допустить обучающиеся?

Комментарий: при выполнении задания акцентируется внимание студентов на понятиях «числовое выражение», «равенство», которые впоследствии будут важны для формирования понятия «уравнение».

Задание 3

Подбирая задачи для урока математики в четвертом классе, учитель воспользовался сборником задач для начальной школы. По теме урока «Задачи на нахождение неизвестного по двум разностям» ему понравились такие задачи:

– В фермерском хозяйстве собирали клубнику. С одного участка собрали 15 ящиков ягод, а с другого 18 ящиков. Сколько килограммов клубники собрали с каждого участка, если вес клубники со второго участка оказался на 12 кг больше?

– Во время уборки ржи два водителя возили зерно. Один сделал 5 рейсов, а другой 3 рейса за день. Первый перевез на 30 т зерна больше, чем второй. Сколько зерна перевез второй водитель?

Внимательно прочитайте тексты задач исправьте или уточните формулировку. Опишите работу над задачами на уроке.

Комментарий: при выполнении этого задания будущий учитель учится подбирать грамотные тексты, внимательно читать материал в разных источниках информации.

Эффективность применения методических кейс-заданий в процессе профессиональной подготовки учителя начальных классов к обучению математике зависит от ряда факторов:

– наличие банка кейс-заданий;

– разработка критериев оценки выполнения заданий;

– классификация кейс-заданий по уровню сложности [1, с. 232].

Наряду с кейс-заданиями при изучении дисциплин естественно-математического цикла как базовой, так и вариативной частей учебного плана целесообразно предусмотреть включение такого рода заданий:

– Исправить ошибки в формулировке задания для учащихся.

o Например: «Вес кита 1500 кг, а моржа – 1000 кг. На сколько килограммов вес моржа меньше веса кита?»

– Проанализировать задания учебника математики, рабочей тетради, сборника задач.

– Привести рассуждения учеников при выполнении задания.

- Например: «Длина прыжка зайца 3 м. Длина прыжка кенгуру в 4 раза больше. Найдите длину прыжка кенгуру. Измените условие задачи так, чтобы надо было найти длину прыжка зайца. Запиши новое условие».

– Проанализировать видеофрагмент урока математики.

– Проанализировать конспект урока студента.

Уровень математической грамотности студентов педагогического факультета повысится, если при обучении будет создана определенная обучающая среда, преподаватель будет правильно применять математическую терминологию, учить будущих учителей начальных классов рассуждать, используя математический язык

Список литературы

1. Марголина Н.Л., Налимова И.В. Математическая грамотность как важный компонент подготовки будущего учителя // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 2. С. 149–153.

2. Налимова И.В. Совершенствование профессиональной подготовки будущих учителей начальных классов к обучению математике: в сб. Дошкольное и начальное образование: современные методические подходы. Ч.1. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2015. С. 257– 261.

3. Налимова И.В., Бекиш О.С. Использование кейс-заданий естественно-математического содержания для проверки сформированности профессиональной компетенции будущих учителей начальных классов // Герценовские чтения. Начальное образование. 2018. Т. 9. № 1. С. 227–232.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ В ШКОЛЕ

ПРИЕМЫ РАЗВИТИЯ КРИТИЧЕСКОГО МЫШЛЕНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ СЮЖЕТНЫХ ЗАДАЧ

Е.Ф. Фефилова, кандидат пед. наук, доцент
Арктический морской институт имени В.И. Воронина – филиал Государственного университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова (Россия, Архангельск)
e-mail: fefilova.helen@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрен вопрос развития критического мышления обучающихся, анализируются приемы развития критического мышления при обучении решению сюжетных задач.

Ключевые слова: критическое мышление, приемы развития критического мышления учащихся, сюжетные задачи.

TECHNIQUES OF DEVELOPING CRITICAL THINKING IN THE PROCESS OF LEARNING TO SOLVING PLOT PROBLEMS

E.F. FEFILOVA, candidate of pedagogical sciences, full docent
Voronin Arctic Maritime Institute – Branch of Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping (Russia, Arkhangelsk)

Abstract. The article deals with the issue of developing students' critical thinking, methods for developing critical thinking when teaching how to solve plot problems.

Keywords: critical thinking, techniques for developing critical thinking of students, plot tasks.

Современный школьник каждый день сталкивается с огромным количеством информации самого различного рода, а также оказывается в ситуациях, когда эту информацию нужно найти. Каждый раз при этом возникают вопросы такого плана: где найти необходимую информацию? Как лучше интерпретировать информацию для решения указанной задачи? Какая информация будет достоверна? Возможны ли другие пути решения задачи, кроме предложенного решения? Результаты исследования имеют однозначное решение или найдутся другие? С этими и многими другими вопросами поможет критическое мышление.

Критическое мышление – процесс мышления, в котором мы интерпретируем, анализируем, оцениваем информацию и принимаем решения. Этот процесс состоит из интеллектуальных действий: наблюдения и описания, формулирования вопросов, рассуждения и интерпретации, сравнения и построения связей, исследования точек зрения, понимания сути информации и ее оценки. Когда мы мыслим критически, то соединяем мыслительные действия в *единую систему*: наблюдение ведёт к описанию, описание – к интерпретациям и рассуждениям, которые углубляются и расширяются за счет построения связей, что в итоге приводит к пониманию сути, формулированию выводов и принятию решений.

В своих работах Дайана Халперн, американский психолог, говорит о возможности и необходимости развития критического мышления в любом возрасте [1] средствами изучаемых предметов, в том числе и математики.

Критическое мышление не развивается автоматически вместе с изучением предмета. Для его развития необходима целенаправленная организация деятельности с соответствующими задачами.

В рамках данной статьи рассмотрим возможность развития критического мышления в процессе обучения решению сюжетных задач на уроках математики в основной школе. Возникают вопросы: какие это должны быть задачи? Какие приемы целесообразно применять для развития критического мышления в процессе решения соответствующих задач?

Для ответа на поставленные вопросы рассмотрим основные составляющие развития критического мышления, выделенные в психолого-педагогических исследованиях, и приемы их развития [2].

1. *Умение анализировать информацию*. Сюжетная (текстовая) задача в первую очередь при ее решении требует качественно проведенного анализа, включающего анализ текста и выделение главного в задаче. Анализ задачи позволяет выделить структурные элементы задачи и основные величины, определить основное отношение и возможные связи между структурными элементами и величинами. Результатом анализа текста задачи может быть поисковая модель (краткая запись, таблица, схема, диаграмма, рисунок, и др.), которая позволит найти не только явно видимые зависимости, но и скрытые автором задачи (неявно представленные в тексте связи). С целью развития критического мышления можем выделить следующие приемы:

«Мозговой штурм», который позволит актуализировать знания и умения, необходимые для решения задачи, осуществить поиск решения (набросать идеи и предположения по ее решению; определить метод и способ решения).

«ИНСЕРТ». Данный прием предполагает чтение текста с пометками: + (я это знал), – (я этого не знал), ! (это меня удивило), ? (хотел бы узнать подробнее). Основные положения из текста задачи при этом оформляются в виде таблицы.

+	–	!	?

«Прогнозирование с помощью открытых вопросов». Прием, который позволяет разбить текст на части, выделить главное в каждой части и сформулировать открытые вопросы для поиска решения задачи. Решение сюжетной задачи начинается с вопросов: о чем говорится в задаче? Сможете ли вы сформулировать ее своими словами? Каково основное отношение в задаче? Что необходимо знать для решения этой задачи (например, может быть задача с математическим, физическим, химическим содержанием)? Почему так думаете? Опишите другие связи и т.д.

В психолого-педагогических исследованиях определяют таксономию вопросов. Они могут быть простыми (фактические), уточняющими (ты так считаешь? То есть ты сказал…), объясняющими (почему?), творческими (в вопросе есть частица «бы», элементы условности, предположения, прогноза), оценочными (выяснение критериев оценки тех или иных событий, явлений, фактов, чем что-то отличается от того-то), практическими (вопрос направлен на установление взаимосвязи между теорией и практикой). Вопросы можно оформить по-разному, в том числе используя ромашку Блума. Приведем примеры возможных задач: «Трое рабочих копали канаву. Сначала первый из них проработал половину времени, необходимого двум другим, чтобы вырыть всю канаву. Затем второй человек трудился половину времени, необходимого двум другим, чтобы вырыть всю канаву. И наконец, третий участник проработал половину времени, необходимого двум другим, чтобы вырыть всю канаву. В результате работа была полностью выполнена, а с начала процесса прошло 8 часов. За какое время могли бы вырыть эту канаву все трое землекопов, действуя вместе?» или «Среди населения некоторой африканской деревни 800 женщин. Три процента из них носят по одной серьге, половина жительниц, составляющих остальные 97%, носит по две серьги, а другая половина вообще не носит серёг. Сколько серёг можно насчитать в ушах у всего женского населения деревни?»

2. *Умение подвергать сомнению любую информацию*. Для развития этого умения подойдут сюжетные задачи, содержащие противоречивые данные, лишние данные, ошибки в решении задачи, несоответствие условия реальной ситуации и др. Приведем примеры таких задач: «Группа студентов принимала участие в лыжном кроссе. Число студентов, выполнивших норматив, оказалось в интервале от 96,8% до 97,2%. Найдите, какое наименьшее число студентов участвовало в кроссе» (это задача на оценку), «Из пункта А в пункт В вышел поезд со скоростью 60 км/ч. Спустя 3 ч из пункта В ему навстречу вышел другой поезд, скорость которого на 10 км/ч больше, чем у первого. Расстояние между пунктами 570 км. Сколько часов до встречи был в пути второй поезд, если его скорость в 1,5 раза больше скорости первого поезда?» (противоречивые данные).

3. *Развитие умения аргументировать* – одна из важных составляющих критического мышления. Здесь возможен, например, такой прием, как ***перекрестная дискуссия.*** По прочитанному тексту формулируется бинарный вопрос. Учащиеся работают в парах, выписывают аргументы в пользу каждой версии. Делятся на группы с противоположным мнением. Высказываются при этом разные точки зрения, аргументируются и доказываются. Аргументы одной группы – контраргументы другой. Группы сидят в разных углах кабинета. Учащиеся могут менять свою точку зрения и переходить из группы в группу в течение дискуссии. Для этого приема мы выделяем логические задачи и задачи на оценку. Например: «Вы должны доставить заказ для званого обеда, но из-за недочётов планирования попали в ситуацию, когда необходимого вам сока не оказалось в плане поставок. Хозяйка, сделавшая заказ, весьма озабочена тем, чтобы сок был именно в обозначенном ею количестве – точно 6 л. А всё, чем вы располагаете, это три контейнера, в которых, как вам известно, может содержаться ровно 2, 5 и 7 л соответственно» или «У вас есть три экземпляра песочных часов. Каждые часы можно использовать только раз. Как только вы их переворачиваете, обратное движение песка невозможно из-за особого клапана в центре. Каждый из трёх экземпляров часов рассчитан на разное время пересыпания песка. Первые песочные часы пересыпаются за 1 минуту. Вторые – за 4 минуты. Третьи – за 7 минут. Нужно измерить определённое время – 10 минут. Как сделать это с точностью до минуты, используя только три имеющихся экземпляра?»

4. *Умение рассматривать заданную в задаче ситуацию с разных точек*, что позволяет решить задачу разными способами. Здесь возможен прием «*Шесть шляп мышления*». Смотрим на вещи с разных точек зрения (из-под разных шляп). Технику «Шести шляп мышления» создал Эдвард Де Боно [3] – британский психолог и писатель, эксперт в области творческого мышления. В ее основу легло убеждение автора, что в процессе жизни мышление человека становится довольно однобоким, стереотипным, а этот прием помогает справиться с данной проблемой. Приведем пример задач, решаемых разными способами: «На ферме 1000 кроликов. У них 3150 ног. Сколько кроликов и сколько кур на ферме?»; «Один рабочий выполняет всю работу на 12 дней быстрее другого. Совместно же эту работу они выполняют за $14\frac{2}{5}$ дня. За сколько дней может выполнить всю работу каждый в отдельности?»

5. *Развитие умений в области самооценки и взаимооценки*. Здесь возможен прием *постановка вопросов себе и группе*. Например, Почему…? Зачем? или Каковы причины…? Как было бы иначе, если бы…? (может иначе сформулировать) Что, если…? Предположим, что…? Что изменится, если…? Что, если бы мы знали…? А также, например, прием *«Построй мост»*. «Наводим мосты» между идеями при получении новой информации, между своим первыми и новыми идеями. Это могут быть задачи с вопросами «Мог ли? Догонит ли? Успеет ли?» Приведем пример такой задачи: «Иванов приобретает всю нужную ему литературу у знакомого книготорговца со скидкой 20%.

С 1 января цены всех книг повышены на 20%. Иванов решил, что он будет теперь платить за книги столько, сколько остальные покупатели платили до 1 января. Прав ли он?»

В заключение отметим, что критическое мышление относится к так называемым softskills, то есть гибким, личностным навыкам, и именно в силу этого представляет интерес для повышения качества обучения математике на современном этапе.

Список литературы

1. Халперн Д. Психология критического мышления. М., 2004. 240 с.
2. Муштавинская И.В. Технология развития критического мышления на уроках и в системе подготовки учителя: учебно-методическое пособие. СПб., 2009. 144 с.
3. Эдвард де Боно. Шесть шляп мышления. Минск: Попурри. 2006. 208 с.

РЕАЛИЗАЦИЯ БАЗОВОЙ МЕТОДИКИ ФОРМИРОВАНИЯ УМЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ СЛОЖЕНИЯ»

Ф.К. Гусалова, *учитель математики МБОУ СОШ № 6 г. Беслана*
(РСО – Алания, Беслан)

Аннотация. Приведена структура урока по фоормированию базовых умений на примере темы «Решение системы линейных уравнений методом сложения», рассмотрено содержание конспекта урока.

Ключевые слова: базовые методики, формирование умений, линейные уравнения, учащиеся, обучение математике.

IMPLEMENTATION OF THE BASIC METHOD OF FORMING SKILLS ON THE EXAMPLE OF THE THEME "SOLUTION OF SYSTEMS OF LINEAR EQUATIONS BY THE METHOD OF ADDITION"

F.K. Gusalova, teacher of Mathematics,
Secondary school No. 6 (North Ossetia – Alania, Beslan)

Abstract. The structure of the lesson on the formation of basic skills on the example of the topic «Solution of a system of linear equations by addition method» is given, the content of the lesson summary is given.

Keywords: basic methods, skills formation, linear equations, students, teaching mathematics.

В соответствии с идеологией нового образовательного стандарта требуются новые методические решения, нацеленные на достижение учащимися предметных, метапредметных и личностных результатов при изучении математики. Основной задачей учителя является организация учебной деятельности таким образом, чтобы у учащихся сформировались потребности в осуществлении творческого преобразования учебного материала с целью овладения новыми знаниями. В данной статье на примере урока «Решение систем линейных уравнений методом сложения» в 7 классе, показаны закономерности, связанные с освоением учащимися алгоритмов, которые отражены в методике формирования умений. Методика формирования математических умений включает три этапа: введение алгоритма, усвоение алгоритма, закрепление умения.

В статье представлен конспект и методический комментарий к его этапам.

Конспект урока

I. Обобщение знаний учащихся о системах уравнений

Учитель. Как называется такая запись?

$$\begin{cases} 2x+3y=12, \\ 5x-2y=11. \end{cases}$$

Что значит решить систему уравнений?

Ученик. Это система двух линейных уравнений с двумя переменными. Решить систему уравнений – значит найти все ее решения или доказать, что решений нет.

II. Целеполагание

Учитель. Сегодня на уроке мы изучим еще один метод решения системы уравнений с двумя переменными. Этот метод называется методом сложения.

III. Обнаружение идеи решения систем уравнений методом сложения

Учитель. Рассмотрим систему: $\begin{cases} 2x-3y=7, \\ 4x+3y=5. \end{cases}$

Мы знаем: чтобы решить систему с двумя переменными, нужно получить уравнение с одной переменной. Давайте попробуем предположить: что здесь можно сделать, если опираться на название метода – метод сложения?

$$+\begin{cases} 2x-3y=7, \\ 4x+3y=5. \end{cases}$$

$2x-3y+4x+3y=7+5$,

$x=2$.

Далее составим систему уравнений: к полученному уравнению $x=2$ припишем любое из данных уравнений системы, будем иметь $\begin{cases} x=2, \\ 2x-3y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases}$

IV. Составление алгоритма решения систем уравнений методом сложения

Учитель. Рассмотрим систему, которую назовем фокус-пример:

$$\begin{cases} 2x+3y=12, \\ 5x-2y=11. \end{cases}$$

Коэффициенты перед y имеют разные знаки, что будем делать? Ученик. Для этого первое уравнение умножим на 2, а второе на 3:

$$\begin{cases} 2x+3y=12, \\ 5x-2y=11. \end{cases} \left| \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 3 \end{array} \right.$$

Имеем:

$$+\begin{cases} 4x+6y=24, \\ 15x-6y=33; \end{cases}$$

$4x+6y+15x-6y=24+33$,

$19x=57$, $x=3$.

Ученик. Теперь составим систему, в которой одно уравнение – уравнение с найденной переменной , а второе – любое из исходных.

$$\begin{cases} x=3, \\ 5x-2y=11. \end{cases}$$

$y=2$.

То есть $\begin{cases} x=3, \\ y=2; \end{cases}$

Учитель. Вернемся к нашей системе, фокус-примеру:

$$\begin{cases} 2x+3y=12, \\ 5x-2y=11. \end{cases}$$

Учитель. Как вы думаете, какие множители нужно подобрать, чтобы коэффициенты перед переменной x стали равными?

Ученик. Первое уравнение умножить на 5, второе уравнение – на 2:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12, \\ 5x - 2y = 11. \end{cases} \left| \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot 2 \end{array} \right.$$

Получим:

$$- \begin{cases} 10x + 15\,y = 60, \\ 10x - 4y = 22. \end{cases}$$

Обратим внимание: 1) знак « – » перед вторым уравнением – это знак « – » перед всей левой частью, поэтому лучше поставить скобку; 2) знак«–» меняет знаки всех слагаемых на противоположные:

$10x+15y – (10x– 4y) = 60 – 22$,

$10x+15y– 10x+4y=38$,

$19y=38$,

$y=2$.

Дальнейшее решение осуществляется под диктовку учащихся.

Составим систему: запишем одним из уравнений системы результат вычитания. Вторым – любое уравнение исходной системы, например:

$$\begin{cases} y = 2, \\ 2x + 3y = 12; \end{cases}$$

$2x + 3·2 =12$,

$x=3$.

То есть $\begin{cases} x = 3, \\ y = 2. \end{cases}$

Ответ: (3;2).

Составим алгоритм решения систем уравнений методом сложения.

Учитель. В первом способе мы исключали переменную y, во втором – переменную x.

Итак, с чем нам нужно определиться на первом шаге алгоритма?

1 шаг. Что мы должны делать, чтобы подготовить систему к исключению выбранной переменной?

2 шаг. Ученик. Подобрать «выгодные» множители, так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными или равными числами, и составить новую систему.

3 шаг. Учитель. Что делать дальше, когда подготовили уравнения системы?

Ученик. Сложить или вычесть почленно левые и правые части уравнений подготовленной системы и решить уравнение с одной переменной.

4 шаг. Учитель. Что затем будем составлять и как?

Ученик. Составим систему уравнений: первое – результат решения уравнения с одной переменной, второе – любое из исходных уравнений.

5 шаг. Учитель. Что делать дальше?

Ученик. Подставить найденное значение переменной в выбранное уравнение системыи вычислить значение второй переменной.

6 шаг. Учитель. Что останется сделать?

Ученик. Записать ответ.

Замечание. Во время диалога учитель расставляет номера шагов в решении фокус-примера.

VI. Постановка домашнего задания.

Пример 3. Решите систему

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}y = -1, \\ \frac{2}{7}x + \frac{1}{14}y = \frac{3}{7} \end{cases}$$

Каждый учитель при построении урока пользуется своими методическими приёмами и наработками. И в то же время, думается, что каждый учитель бывает готов постоянно постичь новое в нашей замечательной профессии. Когда выдается возможность поработать в тандеме с профессионалами уровня доктора математических наук, учитель получает заряд для творчества на долгое время. Данная работа – итог такого сотрудничества. Методика формирования умений воплотилась на уроке алгебры 7 класса по теме «Решение систем линейных уравнений методом сложения».

Реализация методики формирования умения потребовала от учителя решения методических задач:

1) как помочь учащимся «открыть» основную идею решения;
2) на каком примере вводить алгоритм решения;
3) на каких примерах организовать усвоение алгоритма;
4) как выстроить диалог при составлении алгоритма;
5) как организовать этап отработки шагов алгоритма;
6) какие задания можно отнести к этапу закрепления алгоритма.

В заключении следует отметить, что участие во всероссийской конференции может продемонстрировать сложный, но единый и слаженный механизм деятельности кураторов и учителей, направленный на обучение и воспитание интеллектуально развитой и духовно богатой личности.

Список литературы

1. Теория и методика обучения математике в средней школе / Малова И.Е. [и др.]. М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2009. С. 155 – 171.
2. Мерзляк А.Г. Алгебра. 7 класс. М.: Издательский центр «Вентана-Граф», 2021.

НАУКА – МАТЕМАТИЧЕСКОМУ ОБРАЗОВАНИЮ: ПОРА ДОГОВОРИТЬСЯ

И.Е. Малова, доктор пед. наук, профессор
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского (*Россия, Брянск*)
Южный математический институт Владикавказского научного центра Российской академии наук (*Россия, Владикавказ*)
e-mail: mira44@yandex.ru

Аннотация. Представлены вопросы, которые требуют согласования между учеными-методистами.

Ключевые слова: деятельностный подход, личностно ориентированное обучение, компетентностный подход, результаты обучения.

SCIENCE – MATHEMATICAL EDUCATION: IT'S TIME TO NEGOTIATE

I.E. Malova, doctor of pedagogical sciences, full professor
Bryansk State Academician I.G. Petrovski University (Russia, Bryansk)
Southern Mathematical Institute of the Vladikavkaz Scientific Center of the Russian Academy of Sciences (Russia, Vladikavkaz)

Abstract. The issues that require coordination between methodologists are presented.

Keywords: activity-based approach, personality-oriented learning, competence-based approach, learning outcomes.

Математическое образование вновь вступило в этап модернизации: введена новая программа по математике; рекомендован обязательный учебник; распространяется единая программа для курсов повышения квалификации учителей, образован сайт Минпросвещения России и Института стратегии развития образования «Единое содержание общего образования». И вновь в двух программах, в методических материалах сайта – одни призывы, а школьные учебники не отражают требований, которые декларируются в ФГОС. Получается, что решение ключевых вопросов математического образования опять перекладывается на учителя математики, что, на наш взгляд, является недопустимым.

Семинар А.Г. Мордковича собирает представителей различных регионов страны, объединяет всех известных методистов России. Значит, пришло время договориться по ряду вопросов обучения математике.

Требуется согласовать следующие вопросы.

1. Какова взаимосвязь понятий: деятельностный подход; личностно ориентированное обучение; компетентностный подход? Какова ответственность каждого из них? Какой смысл следует вкладывать в слово «системно», которое через дефис используется в сочетании с деятельностным подходом? Есть ли взаимосвязь понятий «компетентностный подход» и «гуманитаризация образования»?

2. Какова взаимосвязь личностных, предметных и метапредметных результатов? Как эти результаты должны отражаться в программе и технологических картах (конспектах) урока? Как эти результаты определяются содержанием школьного курса математики и процессом его освоения?

3. Что может служить фундаментальной основой (основами) решения указанных вопросов?

Деятельностный подход. Ключевыми понятиями деятельности являются понятия: цель (как планируемый конкретный результат) и ориентировочная основа деятельности (как часть умственной деятельности, отвечающая за управление этой деятельностью). В методике обучения математике разработаны как ориентировочные основы практически для всех тем школьного курса, так и ориентировочные основы деятельности учителя в связи с формированием понятий, умений, изучением теорем, решением задач. Таким образом, можно сделать вывод, что деятельностный подход отвечает за достижение предметных результатов обучения, поскольку есть методические опоры для этого.

Важный вопрос связан с пониманием термина «системно-деятельностный», который в документах пишется через дефис. В русском языке прилагательные пишутся через дефис, если они равноправны по значению, т.е. между ними можно поставить союз «и». Можно ли союз «и» поставить в данном термине? Если «да», то как понимать «инструкцию» по его реализации на практике: как систематическое (на каждом этапе) использование деятельностного подхода («На всех этапах урока должен быть реализован деятельностный подход»); как применение деятельностного подхода при формировании системы знаний («Деятельностный подход должен быть реализован при обобщении и систематизации знаний»); как одновременную реализацию деятельностного и системного подходов («Деятельностный подход должен быть реализован при выделении элементов системы знаний, установлении связей между ними»)? Предлагаем не использовать слово «системно» вообще, а ограничиться ответственностью деятельностного подхода за достижение предметных результатов, поскольку они не могут быть достигнуты без системы знаний.

Личностно ориентированное обучение. Ключевое понятие личностно ориентированного обучения – субъектный опыт, такой опыт не ограничивается предметными результатами, значит, личностно ориентированное обучение может отвечать за достижение метапредметных результатов обучения.

Компетентностный подход. Технологически это менее разработанный в методике обучения математике подход. Поэтому на сегодняшний день можно ограничиться только переносом метапредметных умений в различные ситуации по мере освоения математики. Такое предложение устанавливает общее назначение компетентностного подхода и гуманитаризации обучения математике, значит, можно использовать результаты разработки вопросов гуманитаризации образования при реализации компетентностного подхода.

Взаимосвязь понятий «деятельностный подход», «личностно ориентированное обучение», «компетентностный подход» представляется как система трех вложенных множеств: без деятельностного подхода нет и личностно ориентированного обучения, без личностно ориентированного обучения не может быть реализован компетентностный подход (рисунок 1).

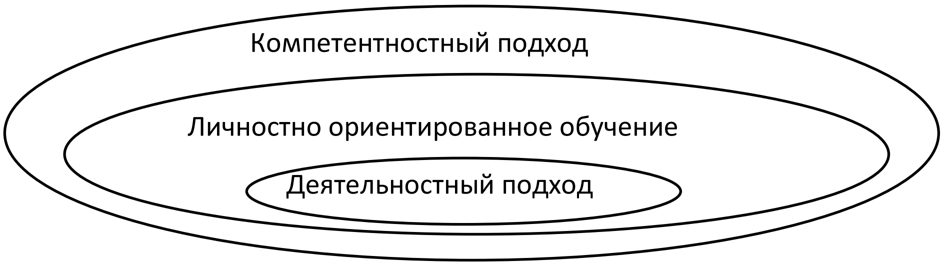


Рис. 1. Взаимосвязь реализации деятельностного подхода, личностно ориентированного обучения, компетентностного подхода

Аналогичная взаимосвязь и между предметными, метапредметными и личностными результатами: без предметных результатов не может быть метапредметных, без метапредметных не может быть и личностных (рис. 2).

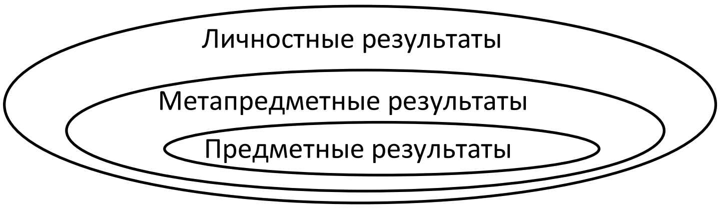


Рис. 2. Взаимосвязь предметных, метапредметных и личностных результатов обучения

Надо договориться, как отражать соответствующие результаты в конспектах уроков, чтобы избежать формального их представления. Предлагаем представлять не результаты, а цели. А поскольку планируемый результат можно достичь только применительно к предметным и метапредметным целям, то именно их отражать в конспектах. Дополнительные личные результаты предсказать невозможно, кроме того, они у каждого могут быть свои. Просто учителю на уроке нужно замечать то или иное личностное проявление каждого и как-то их поощрять.

Предметные результаты связаны с содержанием курса математики, метапредметные – как с содержанием, так и с процессом его освоения. Метапредметные результаты, связанные с содержанием, отражают гуманитарные вопросы математики, именно они должны быть представлены в программе, поскольку учителю их трудно выделить. А результаты, связанные с процессом изучения математического содержания, достигаются за счет эффективных приемов организации деятельности учащихся. Их уже много выработано в методике обучения математике, кроме того, каждый учитель может предложить свои приемы.

Основой для решения всех перечисленных вопросов является, на наш взгляд, структура педагогического процесса, разработанная Г.Е. Сенькиной (рис. 3) [1].

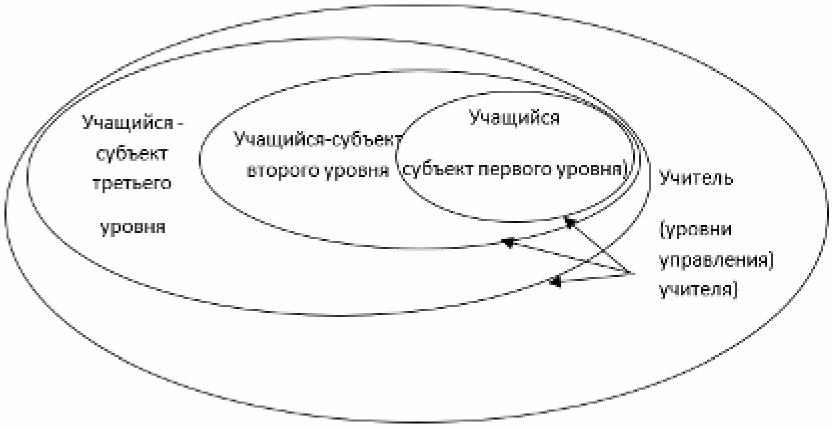


Рис. 3. Структура педагогического процесса по модели Г.Е. Сенькиной

Организация учебно-познавательной деятельности учащихся с опорой на ориентировочные основы деятельности отражает реализацию деятельностного подхода (учащийся – субъект первого уровня).

Организация познавательной и рефлексивной деятельности с опорой на субъектный опыт учащихся отражает реализацию личностно ориентированного обучения (учащийся – субъект второго уровня).

Организация переноса метапредметных результатов из одной темы в другую отражает реализацию компетентностного подхода (учащийся – субъект третьего уровня).

Список литературы

1. Алимухамбетова (Сенькина) Г.Е. Теория педагогического процесса как основа формирования готовности школьников к познавательной деятельности. Алматы: Гылым, 1994. 131 с.

ВЕКТОРНЫЕ МОДЕЛИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР В УЧЕБНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

В.И. Горбачев, доктор пед. наук, профессор
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского (Россия, Брянск)
e-mail: enibgu@mail.ru
Е.Н. Пузырева, преподаватель кафедры информатики и прикладной математики,
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского (Россия, Брянск)
e-mail: puzyreva-knysh@yandex.ru

Аннотация. В содержании двумерного евклидова пространства исследуется понятие векторной модели геометрической фигуры с целью теоретического обоснования закономерностей векторного метода исследования пространственных и метрических свойств.

Ключевые слова: общее математическое образование, теория и методика обучения математике, геометрическое и евклидово пространства, методика изучения геометрических фигур.

VECTOR MODELS OF GEOMETRIC FIGURES IN EDUCATIONAL GEOMETRIC ACTIVITIES

V.I. Gorbachev, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky (Russia, Bryansk)
E.N. Puzyreva, Lecturer of the Department of Informatics and Applied Mathematics
Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky (Russia, Bryansk)

Abstract. In the content of two-dimensional Euclidean space, the concept of a vector model of a geometric figure is investigated in order to theoretically substantiate the regularities of the vector method of studying spatial and metric properties.

Keywords: general mathematical education, theory and methods of teaching mathematics, geometric and Euclidean spaces, methods of studying geometric shapes.

Геометрическое и евклидово пространства являются различными математическими конструкциями учебной геометрической деятельности [1]:

– базовыми в геометрическом пространстве выступают понятия геометрической фигуры, преобразования плоскости, отношения движения и подобия;

– евклидово пространство описывается понятиями вектора, векторных операций, базиса, отношений коллинеарности, ортогональности, компланарности векторов;

– теория геометрического пространства описывается системами аксиом типа Д. Гильберта;

– теория евклидова пространства задается аксиомами Г. Вейля.

В классической методике обучения геометрии эти имеющие фундаментальный мировоззренческий характер конструкции, как правило, не различаются. В содержании аналитико-синтетического и векторного методов геометрические фигуры, как плоские, так и пространственные, исследуются в слитном представлении двух различных математических пространств. Для учебной геометрической деятельности характерны зачастую неосознаваемое сочетание терминологии теории геометрического пространства и теории евклидова пространства, конструирование условных изображений геометрической фигуры и выбор базиса из ее конструктивных элементов, использование ранее установленных свойств евклидовой геометрии и свойств векторных операций.

В математическом мировоззрении разделение геометрического и евклидова пространств выступает исходным [2; 3]:

– в геометрическом пространстве есть геометрические фигуры, но нет векторов и векторных операций;

– в евклидовом пространстве есть векторы и векторные операции, но нет геометрических фигур;

– в геометрическом пространстве исследование свойств геометрических фигур осуществляется в содержании аналитико-синтетического метода;

– в евклидовом пространстве используется векторный метод исследования пространственных и метрических свойств векторных моделей геометрических фигур;

– геометрическое и евклидово пространства связаны процедурами моделирования и интерпретации – в евклидовом пространстве выстраиваются векторные модели геометрических фигур, установленные в евклидовом пространстве свойства векторных моделей получают свою интерпретацию в геометрическом пространстве.

Понятие векторной модели геометрической фигуры базируется на понятиях векторных операций, базиса, свойств коллинеарности, ортогональности, компланарности векторов:

– для прямой l, заданной точкой O и ненулевым вектором $\vec{a}$, ее векторная модель $l = l(O, \vec{a}) = \{M | \overrightarrow{OM} = k\vec{a}, k \in \mathbb{R}\}$ является объектом евклидова пространства;

– для плоскости π, заданной точкой O и неколлинеарными векторами $\overrightarrow{a_1}$ и $\overrightarrow{a_2}$, ее векторная модель $\pi = \pi(O, \overrightarrow{a_1}, \overrightarrow{a_2}) = \{M | \overrightarrow{OM} = k_1\overrightarrow{a_1} + k_2\overrightarrow{a_2}, k_1, k_2 \in \mathbb{R}\}$ также является объектом евклидова пространства.

В трехмерном евклидовом пространстве конструируются векторные модели не только базовых геометрических фигур:

– векторная модель отрезка на прямой:

$$[AB] = \{M | \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}, k \in [0,1]\};$$

– векторная модель окружности на плоскости:

$$O(A, r) = \{M | M \epsilon \pi, |\overrightarrow{AM}| = r\};$$

– векторная модель треугольника на плоскости:

$$\Delta ABC = \left\{M \middle| \begin{matrix} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} - \text{неколлинеарные}, \quad \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}, \\ \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \text{ или } \overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC} \text{ или } \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}, \ k \in [0,1] \end{matrix}\right\};$$

– векторная модель ромба на плоскости:

$$\text{ромб } ABCD =$$

$$\left\{M \middle| \begin{matrix} \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} - \text{компланарные}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} - \text{неколлинеарные}, \\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} - \text{неколлинеарные}, \ \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD} - \text{неколлинеарные}, \\ \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}, |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}|, \\ \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AD} \text{ или } \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \text{ или } \overrightarrow{BM} = k\overrightarrow{BC} \text{ или } \overrightarrow{CM} = k\overrightarrow{CD}, \ k \in [0,1] \end{matrix}\right\}.$$

Построение векторных моделей выделенных геометрических фигур осуществляется в системе условий:

– визуального представления конструктивного изображения геометрической фигуры в геометрическом пространстве;

– задания субъектом базиса из векторов, определенных отрезками конструктивного изображения геометрической фигуры;

– описания средствами аппарата векторной алгебры в выбранном базисе характеристических свойств геометрической фигуры, фиксируемых ее определением.

Каждая из геометрических фигур геометрического пространства задается своим конструктивным изображением, определяется в совокупности пространственных и метрических свойств, и каждое из пространственных и метрических свойств имеет свою, однозначно определенную, векторную форму описания. В условиях взаимно однозначного соответствия пространственных, метрических свойств геометрических фигур и их векторных форм описания для каждой из геометрических фигур в структуре трехмерного евклидова пространства выделяется векторная модель геометрической фигуры.

Главные функции векторных моделей геометрических фигур в учебной геометрической деятельности определены закономерностями модельного метода исследования евклидова пространства (табл. 1):

– построение в одномерном пространстве (прямая) векторной модели геометрической фигуры, которая характеризуется определенным ненулевым вектором, выбранным в качестве базисного;

– построение в двумерном пространстве (плоскость) векторной модели геометрической фигуры, которая характеризуется парой неколлинеарных базисных векторов;

– построение в трехмерном евклидовом пространстве векторной модели геометрической фигуры, которая характеризуется базисом из трех некомпланарных векторов;

– исследование пространственных и метрических свойств векторной модели геометрической фигуры средствами аппарата векторной алгебры в трехмерном евклидовом пространстве;

– интерпретация результатов исследования свойств векторной модели в системе пространственных и метрических свойств геометрической фигуры в геометрическом пространстве.

Таблица 1

Векторные модели геометрических фигур в евклидовом пространстве

Геометрическое пространство	***Трехмерное евклидово пространство (векторная модель)***
Конструктивное изображение геометрической фигуры. →	Конструктивное изображение геометрической фигуры в определенном базисе соответствующего евклидова пространства.
Определение геометрической фигуры в системе еехарактеристических ←	Векторная модель геометрической фигуры в

Список литературы

1. Горбачев В.И. Предметные компетенции общего математического образования в категории субъектного развития: монография. М.: ИНФРА-М, 2020. 403 с. (Научная мысль). DOI: 10.12737/1031176. URL: https://znanium.com/catalog/product/1031176.
2. Горбачев В.И. Теория геометрических фигур геометрического пространства в методологии теоретического типа мышления // Наука и школа. 2016. № 4. С. 132/144.
3. Горбачев В.И. Теория трехмерного евклидова пространства в методологии теоретического типа мышления // Ученые записки Орловского государственного университета. 2016. № 1(70). С. 151–158.

АНАЛИЗ ОШИБОК ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ЕГЭ ВЫСОКОГО УРОВНЯ СЛОЖНОСТИ

Ю.А. Еловикова, кандидат физ.-мат. наук, доцент
Брянский государственный университет
имени академика И.Г. Петровского (Россия, Брянск)
e-mail: elov77@yandex.ru

Аннотация. В статье анализируются типичные ошибки участников единого государственного экзамена по профильной математике при решении одной из задач высокого уровня сложности (задача 18). Предлагаются пути преодоления указанных затруднений учащихся.

Ключевые слова: единый государственный экзамен, задача высокого уровня сложности, анализ ошибок.

ANALYSIS OF ERRORS IN SOLVING THE UNIFIED STATE EXAM PROBLEM OF A HIGH LEVEL OF COMPLEXITY

I.A. Elovikova, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
Bryansk State Academician I. G. Petrovski University (Russia, Bryansk)

Abstract. The article analyzes typical mistakes of participants of the unified state exam in specialized mathematics when solving one of the tasks of a high level of complexity (task 18). The ways of overcoming these difficulties of students are proposed.
Keywords: unified state exam, a task of a high level of complexity, error analysis.

Среди задач, предлагаемых на ЕГЭ по математике профильного уровня в последние несколько лет, одной из самых сложных для участников экзамена является задача № 18 (до 2021 года – № 19). Успешное решение этой задачи, частичное или полное, является необходимым условием для получения высокого балла на экзамене.

На наш взгляд, причиной многих затруднений и ошибок в работе с такими задачами является непонимание учениками, а часто и учителями, предназначения этой задачи и ее роли в структуре экзамена.

Согласно документам, определяющим структуру и содержание КИМ ЕГЭ, данная задача проверяет «умение строить и исследовать простейшие математические модели: проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать логически некорректные рассуждения» [1]. В отличие от многих других задач, при решении которых используются без доказательства известные факты и алгоритмы, приведенные в учебниках, эта задача «имеет исследовательский характер, требуя подчас проверки подтверждения или опровержения гипотез. Верное выполнения всего задания даёт возможность продемонстрировать готовность к продолжению образования в ведущих вузах» [2].

Исходя из опыта работы в предметной комиссии по проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ участников ЕГЭ по математике, приведем и прокомментируем примеры некоторых типичных ошибок, встречавшихся в экзаменационных работах.

Задача 1 (ЕГЭ 2023 года, основная волна). Из пары натуральных чисел (a; b) где $a > b$ за один ход получают пару ($a+b$; $a-b$). а) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары (50; 9) пару, большее число в которой равно 200? б) Можно ли за несколько таких ходов получить из пары (50; 9) пару (408; 370)? в) Какое наименьшее a может быть в паре (a; b), из которой за несколько ходов можно получить пару (408; 370)?

Решение б) Действуя по условию, получим (50; 9), (59; 41), (100; 18), (118; 82), (200; 36), (236; 164), (400; 72), (472; 328). Поскольку 472 > 408, то требуемую пару получить нельзя.

В решении подразумевается гипотеза о том, что первые элементы пар возрастают, поэтом, если первый элемент пары 472 превысил требуемое число 408, то при следующих ходах пару с первым элементом 408 получить будет невозможно. Однако данное предположение основано на примере нескольких ходов и никак ***не обосновано в общем виде для всех случаев****, для произвольного номера хода. Считать этот факт очевидным нельзя, так как требуется исключить возможность получения при вычитании отрицательных вторых элементов пар, а на следующем ходе – уменьшение первого элемента пары. Решение не вполне обосновано.*

Другое решение б) Заметим, что всякий раз через один ход элементы пар удваиваются. Действительно, из пары (a; b) получим пару ($a+b$; $a-b$), а на следующем ходе (($a+b$)+($a-b$); ($a+b$)–($a-b$)), то есть ($2a$; $2b$). Но тогда из пары (50; 9) можно будет получить пары (100; 18), (200; 36), (400; 72), (800; 144). Так как далее первый элемент пары будет только увеличиваться, то требуемую пару (408; 370) получить не сможем.

В решении гипотеза об удвоении элементов пар доказана в общем виде. Поскольку a и b – натуральные числа, то каждый второй ход элементы пар будут возрастать, этот факт также можно считать обоснованным. Однако прослеживается только последовательность пар после 2-го, 4-го, 6-го ходов. При этом не исключена возможность получения искомой пары после 1-го, 3-го, 5-го ходов. Выполнен ***неполный перебор случаев****, решение не вполне обосновано.*

Задача 2 (ЕГЭ 2022 года, основная волна). Имеются три коробки: в первой – 31 камень, во второй – 50 камней, в третьей пусто. За один ход разрешается взять по камню из двух коробок и положить в оставшуюся. а) Может ли в первой коробке оказаться 31 камень, во второй – 29, в третьей – 21? б) Может ли в третьей коробке оказаться 81 камень? в) Известно, что в первой коробке 1 камень. Найдите наибольшее возможное количество камней в третьей коробке.

Решение б) За 31 ход перенесем из первой и второй коробки в третью 62 камня. Получим (0; 19; 62). Из второй и третьей коробки положим в первую по 6 камней, получим (12; 13; 56). За 12 ходов перенесем из первой и второй коробок по 12 камней в третью, получим (0; 1; 80). Но теперь мы не можем один камень из второй коробки переложить в третью. Значит, в третьей коробке не может быть 81 камня.

В решении содержится логическая ошибка. ***Рассмотрен частный пример*** *перекладывания камней, не приводящий к заданной комбинации. После этого ученик* ***делает вывод, что этим свойством обладают все возможные варианты*** *перекладывания камней.*

Решение в) Рассмотрим разность числа камней во второй и первой коробках. При перекладывании камней в третью коробку она не изменяется, при перекладывании во вторую коробку она увеличивается на 3, при перекладывании в первую коробку – уменьшается на 3. В любом случае, остаток от деления этой разности на 3 не изменяется. Изначально разность была равна 50–31=19 и имела остаток 1 при делении на 3. Так как, по условию, в первой коробке 1 камень, то минимальное количество камней во второй коробке – 2 (для получения разности 2–1=1, дающей остаток 1 при делении на 3). Если учитывать общее число камней в трех коробках, в третьей может оказаться не более 81–1–2=78 камней. Ответ: 78.

Решение близко к верному, выявлено свойство, сохраняющееся при любых ходах (инвариант), оно использовано для определения минимального количества камней во второй коробке. Однак, явно не показано, почему меньшее количество камней во второй коробке (0 или 1) не удовлетворяет инварианту. Следовало бы вычислить искомые разности (0–1=–1; 1–1=0) и их остатки при делении на 3. Наблюдается ***неполный перебор случаев****. Кроме этого в приведенном решении лишь оценено сверху искомое количество камней: «не более 78».* ***Не показан пример****, как можно при помощи разрешенных ходов получить комбинацию камней (1; 2; 78).*

Задача 3 (ЕГЭ 2021 года, основная волна). Отношение трехзначного натурального числа к сумме его цифр – целое число. а) Может ли это отношение быть равным 11? б) Может ли это отношение быть равным 5? в) Какое наибольшее значение может принимать это отношение, если число не делится на 100 и его первая цифра равна 7?

Решение в) Обозначим через a, b, c соответственно первую, вторую и третью цифру числа. По условию a=7, b и c не равны 0 одновременно. Данное число имеет вид $\overline{7bc}=700+10b+c$. Тогда искомое отношение $k=\frac{700+10b+c}{7+b+c}$. Чтобы дробь принимала наибольшее значение, ее знаменатель должен быть наименьшим. Будем рассматривать наименьшие возможные значения b и c такие, чтобы k было целым числом. При b=0 и c=1 получим k=701/8 – не целое; при b=1 и c=0 получим k=710/8 – не целое; при b=1 и c=1 получим k=711/9=79 – целое число. Значит, наибольшее значение отношения, удовлетворяющее условию, равно 79.

Ошибочным в решении является утверждение «чтобы дробь принимала наибольшее значение, ее знаменатель должен быть наименьшим», примененное к дроби, числитель которой не постоянный, а также возрастает с ростом b и с. Убывание значения k с ростом b и с можно было обосновать, например, преобразованием $k=\frac{\overline{7bc}}{7+b+c}=\frac{700+10b+c}{7+b+c}=10+\frac{630-9c}{7+b+c}=10+\frac{9(70-c)}{7+b+c}$. *Кроме того, в результате* ***неполного перебора возможных значений*** *b и с не рассмотрен случай* $b=0$ и $c=2$, дающий искомое наибольшее значение $k=720/9=80$.

Рассмотренные ситуации показывают, что для повышения успешности решения данного задания ЕГЭ наряду с овладением специальными приемами теории чисел (свойства делимости, последовательностей, простых чисел, методы решения целочисленных уравнений и др.) следует предупреждать логические ошибки в решениях задач. На наш взгляд, для этого при работе с доказательством утверждений на уроках ***могут быть эффективны следующие приемы***:

– четкое выделение структуры утверждения (дано…, требуется доказать…), метода доказательства (от противного, необходимость и достаточность, рассмотрение всех возможных случаев и т.п.);

– если рассуждение требует рассмотрения различных случаев, выделить все возможные ситуации в начале и обосновать, что других нет;

– на всех этапах рассуждения задавать вопрос: «Что считаем известным и почему?» (по условию, по доказанному, по известному из учебника утверждению и т.п.);

– акцентировать внимание на различии ситуаций «доказать, что утверждение справедливо *в любом случае*» (доказательство ведется в общем виде или перебором всех случаев, четко выделяется, какие случаи возможны) и «доказать, что утверждение *может* выполняться *хотя бы в каком-то случае*» (приводится конкретный пример);

– использовать для упражнений готовые доказательства «с ошибками», аналогичные рассмотренным выше решениям задач, с целью выявления ошибок.

Список литературы

1. Кодификатор проверяемых требований к результатам освоения ООП СОО и элементов содержания для проведения ЕГЭ по математике // ФГБНУ Федеральный институт педагогических измерений: официальный сайт. URL: https://fipi.ru/ege/demoversii-specifikacii-kodifikatory (дата обращения: 13.07.2023)
2. Ященко И.В., Высоцкий И.Р., Семенов А.В. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2022 года по математике. М.: ФИПИ, 2022. 35 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОПОРНЫХ ФАКТОВ КАК СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ В СОДЕРЖАНИИ УЧЕБНОЙ ПРАКТИКИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ

Н.А. Малинникова, кандидат пед. наук, доцент
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского (Россия, Брянск)
e-mail: nasom68@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются приемы работы с опорными фактами в геометрии. Затрагиваются вопросы организации учебной практики для студентов педагогических специальностей.

Ключевые слова: опорные факты, опорные геометрические конструкции, опорная геометрическая формула, планиметрическая задача, учебная практика.

APPLIANCE OF SUPPORTING FACTORS AS A MEANS OF TEACHING STUDENTS HOE TO SOLVE PLANIMETRY TASKS IN THE COURSE OF THE IN-SERVICE EDUCATION PROGRAM OF THE WOULD-BE TEACHERS

N.A. Malinnikova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Bryansk State University named after academician I.G. Petrovsky
(*Russia, Bryansk)*

Abstract. The article touches upon the techniques of dealing with supporting factors in geometry. There are discussed the issues of the arrangement of the in-service education program for the students specializing in pedagogics.

Key-words: supporting factors, supporting geometry constructions, supporting geometry formula, planimetry task, in-service education program.

Изучение геометрии не только состоит в формировании специальных геометрических знаний, но и способствует развитию логического мышления, формирует умение обоснованно доказывать истинность утверждений. Владение геометрией означает сформированное у учащихся умение решать геометрические задачи, алгоритмов решения которых нет. Однако успешность школьников в их решении во многом зависит от знания ими теоретических фактов и умения их применять.

Чаще всего теоретические факты представлены в школьных учебниках по геометрии в виде определений, аксиом, теорем, следствий из теорем. Но есть и такие факты, которые формулируются при решении задач на доказательство. Данные факты принято называть опорными (полезными [2]).

Удачный выбор в каждом конкретном случае востребованного опорного факта достигается путем решения достаточно большого количества задач [6]. Но не всегда количество может перерасти в качество. Очень сложно увидеть тот или иной опорный факт в задаче повышенной сложности, каковой, например, является задача № 16 в содержании единого государственного экзамена по математике профильного уровня.

Нам представляется целесообразным поэтапное формирование у учащихся умения «видеть опорный факт» в планиметрических задачах, которое определяется следующими составляющими:

– знание словесной формулировки опорного факта, опорной геометрической конструкции, опорной геометрической формулы;

– умение преобразовывать опорную геометрическую конструкцию;

– умение преобразовывать опорную геометрическую формулу данного факта относительно той или иной геометрической конструкции.

Поясним сказанное на примере.

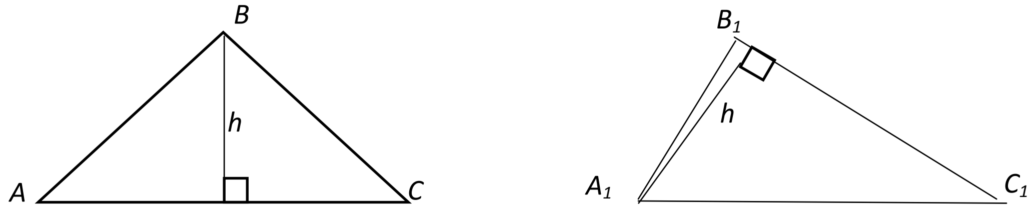
Опорный факт

1. Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания (следствие из теоремы [1]).
2. Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как их стороны, к которым эти высоты проведены (следствие из задачи на доказательство [5]).
3. Если точка M лежит на стороне BC треугольника ABC, то площади треугольников AMB и AMC пропорциональны отрезкам BM и CM (полезный факт [2], следствие из задачи на доказательство [5]).

Данные утверждения имеют одинаковую смысловую суть, но подразумевают разные опорные геометрические конструкции. Задача учителя – в процессе знакомства учащихся с данным опорным фактом представить все возможные геометрические конструкции, тем самым формируя его «возможные образы».

Рассмотрим вторую формулировку факта.

Опорная геометрическая конструкция



Опорная геометрическая формула.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \frac{AC}{B_1C_1}$$

Для усвоения данного опорного факта возможны следующие вопросы учащимся:

– Как изменится геометрическая конструкция, если равные высоты в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ проведены к сторонам AC и A_1B_1 соответственно?

– Как изменится геометрическая формула, описывающая эту конструкцию?

Умения преобразовывать опорную геометрическую конструкцию и формулу, описывающую ее, формируется через выполнение учащимися следующих заданий.

Задание 1. Создайте опорные геометрические конструкции к данному факту при условии, что стороны AC и A_1C_1 треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ лежат на одной прямой, а противолежащие им вершины – на прямой, ей параллельной. Как можно преобразовать словесную формулировку известного вам опорного факта? Запишите формулу, описывающую данную конструкцию.

Задание 2. Как может измениться опорная конструкция, если вершина A_1 треугольника $A_1B_1C_1$ будет принадлежать отрезку AC? Изменится ли словесная формулировка опорного факта? Изменится ли формула? Что надо изменить в условии, чтобы можно было говорить о равенстве площадей данных треугольников?

Задание 3. Как может измениться утверждение, геометрическая конструкция и формула ей соответствующая, если на стороне AC треугольника ABC лежит точка D и необходимо найти отношение площадей треугольников ADB и BDC?

Обсуждение результатов третьего задания может осуществляться вокруг вопросов:

– Как надо изменить положение точки D так, чтобы основания треугольников ADB и BDC были равны?

– Как в этом случае называется отрезок BD?

– Что изменится в геометрической формуле к этой конструкции?

– Как можно сформулировать новый опорный факт?

Результаты работы над заданиями целесообразно оформлять как обобщающую таблицу следующего вида.

Формулировка опорного факта	Опорная геометрическая конструкция	Опорная геометрическая формула
…	…	…

Таблица может пополняться новыми опорными фактами и служить справочным материалом для решения планиметрических задач повышенной сложности.

Данный подход к изучению опорных фактов планиметрии был реализован и в содержании учебной практики (предметно-содержательной практики по геометрии с элементами информационных технологий) на третьем курсе направления «Педагогическое образование», профиль «Математика», физико-математического факультета Брянского государственного университета имени академика И.Г. Петровского.

Студентам были предложены следующие индивидуальные задания.

1. Рассмотреть опорный факт планиметрии, определить его место в курсе геометрии 7– 9 классов, соотнести его формулировки в различных школьных учебниках,

выделить всевозможные опорные геометрические конструкции и преобразовать формулу для каждой конструкции.

2. Сконструировать комплексы:

– заданий, преобразующих геометрическую конструкцию опорного факта, а следовательно, и формулу;

– заданий вычислительного характера на закрепление опорного факта, таким образом, чтобы последней задачей комплекса являлась планиметрическая задача № 16 из содержания ЕГЭ по профильной математике.

3. Составить список планиметрических задач, решаемых с помощью опорного факта.

4. Оформить результаты выполнения задания 2 практики и создать тренажер, направленный на усвоение опорного факта, в программе GeoGebra.

Организованная таким образом учебная практика позволяет студенту – будущему учителю овладевать опытом профессиональной деятельности.

Список литературы

1. Геометрия. 7–9 классы. учеб. для общеобразоват. организаций / Л.С. Атанасян [и др.]. 2-е изд. М.: Просвещение, 2014. 383 с.
2. Гордин Р.К. ЕГЭ 2016. Математика. Геометрия. Планиметрия. Задача 16 (профильный уровень) / под ред. И.В. Ященко. М.: МЦНМО, 2016. 224 с.
3. Малинникова Н.А. Планирование учащимися самостоятельной поисковой деятельности на основе опорных геометрических конструкций, связанных с комбинацией тел // Розвиток інтеллектуальних умінь І творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання математики: матеріали Всеукр. наук.-метод. конф. (3– 4 грудня 2009 р., м. Суми). Суми: Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2009. С. 49–50.
4. Теория и методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов вузов / И.Е. Малова [и др.]. М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2009. 445 с. (Практикум для вузов).
5. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М.: Вентана-Граф, 2013. 208 с.
6. Потоскуев Е.В. ЕГЭ 2018. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Опорные задачи по геометрии. Планиметрия. Стереометрия. М.: УЧПЕДГИЗ, 2018. 223 с.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПРИЕМОВ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМ В РАБОЧЕЙ ТЕТРАДИ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

М.С. Фролова, заместитель директора по учебной работе
ГАОУ «Брянская кадетская школа» (Россия, Брянск)
e-mail: *sosh2math@yandex.ru*

Аннотация. В статье рассматривается вопрос представления в рабочей тетради по стереометрии приемов доказательства теорем, связанных с выделением условия и заключения теоремы, построения рисунка, анализа способа доказательства в учебнике, оформления доказательства.

Ключевые слова: теорема, рабочая тетрадь по стереометрии, методика преподавания геометрии.

M. S. Frolova, Deputy Director for Academic Affairs
State Autonomous Educational Institution "Bryansk Cadet School" (Russia, Bryansk)

Abstract. The article deals with the issue of presenting methods of proving theorems related to highlighting the conditions and conclusions of a theorem, drawing a picture, analyzing the method of proof in a textbook, and designing a proof in a workbook on stereometry.

Key words: theorem, workbook on stereometry, methods of teaching geometry.

Доказательства теорем по геометрии всегда были краеугольным камнем в работе учителей математики и учебной деятельности обучающихся школы. В учебном пособии «Методика обучения геометрии» под редакцией доктора педагогических наук, профессора В.А. Гусева также поднимается вопрос о том, как учителя должны учить рассуждать и доказывать на уроках геометрии. Автор указывает, что имеется противоречие в реализации данного вопроса между подходом авторов школьных учебников по геометрии, в которых практически совсем нет попыток учить ученика рассуждать и доказывать, и потребностью ученика в развитии [4, с. 233].

В.А. Гусевым делается следующий вывод: «… в учебнике имеем, как правило, уже готовые мысли, часто совершенно непонятно откуда взявшиеся, и без достаточных ссылок на те положения, из которых эти мысли получены» [4, с. 233].

В.А. Далингер в учебном пособии «Обучение учащихся доказательству теорем» также поднимает вопросы методики обучения доказательству, рассматривает различные к ним подходы и методы. Например, указывается, что синтетический метод доказательства теорем несет основную нагрузку, так как является составной частью доказательства любым другим методом [1, с. 48] и раскрывает его достоинства и недостатки.

К достоинствам данного метода относятся «…сжатость, краткость, исчерпывающая полнота, логическая безупречность образца рассуждений» [1, с. 49]. Автор отмечает, что недостатками данного метода являются следующие положения:

– учащимся неясно для, как можно обнаружить такое доказательство;

– непонятно, почему в рассуждениях поступают так, а не иначе;

– не аргументируется, почему нужны те или иные дополнительные построения;

– школьники не представляют, в каком направлении должны протекать рассуждения, так как этому методу свойственна большая неопределенность и многозначность при выборе пути доказательства теоремы [там же].

Авторским коллективом под руководством В.А. Гусева формулируются требования к проведению доказательств:

– «прежде всего, должно быть совершенно ясно, что дано и что требуется доказать;

– очень велика роль чертежа, причем чертежи сопровождают весь ход доказательства, в динамике, а не как обычно – на одном чертеже сразу все;

– главное – *постоянно формировать потребность у учащихся в проведении доказательств,* общая стратегия доказательства и любого его этапа должны быть смотивированы, обсуждены, самостоятельно осмыслены, только после этого есть смысл в проведении этих доказательств;

– все основные этапы доказательства нумеруются, при этом, во-первых, их удобно видеть, а во-вторых, на них удобно ссылаться;

– очень важно, что в конце каждого пункта доказательства в скобках даны основания сделанных выводов – это либо определения, либо доказанные ранее теоремы, либо ссылки на предыдущие этапы доказательства» [4, с. 284].

Можно ли в рабочей тетради по стереометрии предусмотреть устранение недостатков синтетического метода, выделенных В.А. Далингером, и реализовать требования В.А. Гусева? Это становится возможным за счет акцентирования внимания в рабочей тетради на приемах доказательства теорем, связанных с выделением условия и заключения теоремы, построения рисунка, анализа способа доказательства в учебнике, оформления доказательства.

Рассмотрим приемы доказательства теорем, в которых устанавливается связь между параллельностью прямых и их перпендикулярностью к плоскости, из учебника

«Геометрия. 10–11 классы» авторов Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, С.Б. Кадомцева и др. [3, с. 35–36] и их представление в рабочей тетради по стереометрии.

Прием выделения условия и заключения теоремы реализован в рабочей тетради через составление учащимися краткой записи формулировки теоремы. Прием построения рисунка предусматривает описание последовательности построения фигур как по условию теоремы, так и в процессе доказательства.

На рисунке 1 показано представление приемов на примере теоремы: «Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости» (далее – теорема 1).

Теорема	Изображение	Краткая запись условия теоремы
Запишите формулировку теоремы _________________________ _________________________ _________________________	Сделайте рисунок к теореме и опишите последовательность его построения. Построение: 1) (из условия) 2) (из условия) 3) (из доказательства)	Дано: Доказать:

Рис. 1. Приемы работы с формулировкой теоремы 1 и рисунком к ней

Прием анализа способа доказательства теоремы выделяем в отдельный блок рабочей тетради «Изучение предложенного в учебнике доказательства». Реализуем его через систему вопросов, на которые нужно найти ответ. Вопросы связаны с используемым методом от противного, если этим методом доказывается теорема, и с приемом, разработанным И.Е. Маловой: «Как только появляется новая фигура, выясняют ее взаимное расположение с другими фигурами» [2, с. 314–315].

На рисунке 2 показано представление приема на примере теоремы 1.

Изучите предложенное в учебнике доказательство. 1) Какая новая геометрическая фигура появляется в доказательстве? 2) Каково ее взаимное расположение с прямой a? 3) Каково ее взаимное расположение с прямой a_1?

Рис. 2. Прием анализа доказательства теоремы 1

Во второй теореме рассматриваемого пункта учебника: «Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны» (далее – теорема 2) используется метод доказательства от противного.

В теореме 2 (рис. 3), которая доказывается методом от противного, также вводятся новые фигуры, поэтому идет опора и на прием теоремы 1.

Изучите предложенное в учебнике доказательство. 1) Предположите противоположное тому, что надо доказать. Сравните свое предположение с учебником. 2) Какие новые геометрические фигуры появляются в доказательстве? 3) Каково взаимное расположение плоскостей, прямых и плоскостей, прямых? 4) С каким положением получено противоречие? 5) Какой вывод делают?

Рис. 3. Прием анализа доказательства теоремы 2

Приемы оформления доказательства реализованы через выделение его этапов с помощью нумерации и глаголов, использование конструкции «перечисляем условия – делаем вывод – указываем обоснование».

Возможная реализация приемов в рабочей тетради по стереометрии для теоремы 1 показана на рисунке 4.

Доказательство

1) Построим произвольную ___________________ в плоскости α.

2) Выясним взаимное расположение ___ с ___ и ___.

а) $a \perp \alpha$ (по _________), ___ $\subset \alpha$ (по построению), значит, __ $\perp a$ (по определению: прямая называется перпендикулярной к плоскости, если _________________________ _________________________________).

б) $a \parallel a_1$ (по __________), __ $\perp a$ (по доказанному), значит, __ $\perp a_1$(по лемме: если одна из двух параллельных прямых ____).

3) Сделаем вывод:

x – произвольная прямая
__ $\subset \alpha$ (по ____________)
__ $\perp a_1$ (по ____________)

$\Rightarrow a_1$ _ α (по ___________________ ____).

Рис. 4. Приемы оформления доказательства теоремы 1

Подводем итог: средствами рабочей тетради по стереометрии можно обеспечить выполнение всех требований к доказательству теорем. А используемые приемы доказательства помогут обучающимся в самостоятельном преодолении стадии перехода от одного шага к другому и использовании этих навыков при решении задач.

Список литературы

1. Далингер В.А. Обучение учащихся доказательству теорем: учебное пособие. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2002. 419 с.
2. Малова И.Е. Учимся и учим формулировать вопросы // Математический форум (Итоги науки. Юг России). 2014. № 2. С. 308–317.
3. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / Л.С. Атанасян [и др.]. 10-е изд., стер. М.: Просвещение, 2022. 287 с.
4. Методика обучения геометрии: учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В.А. Гусев [и др.]; под ред. В.А. Гусева. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 368 с.

ДИДАКТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ОБУЧЕНИЯ КОМБИНАТОРИКЕ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

С.В. Чиспияков, канд. физ.-мат. н., доцент
Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского,
Гимназия № 7 имени Героя России Сергея Васильева
(Россия, Брянск)
e-mail: chispiyakoff@yandex.ru

Аннотация. Рассматриваются дидактические приемы, которые можно применять в процессе обучения комбинаторике.

Ключевые слова: множество, методика, набор, последовательность.

DIDACTIC METHODS OF TEACHING COMBINATORICS IN HIGH SCHOOL.

S.V. Chispiyakov, Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor
Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky,
Gymnasium No. 7 named after Hero of Russia Sergey Vasilev
(Russia, Bryansk)
e-mail: chispiyakoff@yandex.ru

Abstract. Didactic techniques that can be used in the process of learning combinatorics are considered.
Keywords: set, technique, set, sequence.

С нового учебного года в школьный курс математики вводится новый предмет «Теория вероятностей», который ранее изучался в курсе алгебры. Введение нового предмета связано с тем, что учащиеся не получают знания, умения и навыки на достаточном уровне. Основами изучения теории вероятностей в средней школе являются дискретные множества и как следствие комбинаторика, то есть наука о том, как считать количества различных конфигураций множеств в практических задачах. В связи с этим дидактические приемы обучения комбинаторике являются актуальными и полезными как для учителей, так и для учащихся. Такими вопросами занимаются И.Е. Малова, Ю.А. Еловикова, М.А. Корпачева, Н.А. Малинникова, С.В. Чиспияков [1 – 4].

Для того, чтобы перейти непосредственно к приемам обучения комбинаторике, необходимо определиться с фундаментальным понятием множества. В своей работе Георг Кантор (G. Cantor, 1845–1918) – немецкий математик, основатель теории множеств писал: «Под многообразием или множеством я понимаю вообще все многое, которое возможно **мыслить** как единое, т.е. такую совокупность определенных элементов, которая посредством одного закона может быть соединена в одно целое» [5]. Таким образом, множество является продуктом человеческого сознания.

При обучении комбинаторике используем прием ***наглядности*** для формирования понятий: набор, множество, объект, элемент. Для этого можно приготовить конверт, в который поместим несколько геометрических фигур: круг, квадрат, прямоугольник, ромб, треугольник.

Рассмотрим конверт, в котором находятся фигуры. Для формирования понятий рассмотрим следующие вопросы.

Как можно назвать фигуры? (Объекты) – формируем понятие объекта как предмета реального мира, который можно оценить органами чувств.

Какими характеристиками можно описать фигуры в конверте? (Количество, произвольное расположение, набор) – формируем численный подход к объектам и взаимосвязи между ними, закладываем понятие последовательности.

Давайте каждому объекту сопоставим натуральные числа:

Как можно записать набор фигур с помощью символов? ({1, 2, 3, 4, 5}) – формируем понятие множества.

Как называются символы множества? (Элементы) – формируем понятие элемента.

Подводим первый промежуточный итог.

Приведите примеры

объект – 

набор – 

элемент – 1

множество – {1, 2, 3, 4, 5}

Следующими понятиями комбинаторики, для формирования которых можно использовать прием ***наглядности,*** будут комбинаторные конфигурации. Для этого из конверта выберем произвольно три фигуры.

Что можно из них составить? 

Набор Последовательность

Как их можно представить с помощью символов элементов 1, 2,3?

{1, 2, 3} (1, 2, 3) = 123

Установим соответствие между набором и количеством последовательностей.

Набору {1, 2, 3} соответствует шесть последовательностей 123, 132, 213, 231, 312, 321. В математике такое соответствие называется правилом произведения, которое можно сформулировать в следующем виде: если в последовательности первый элемент можно выбрать k1 способами, второй – k2 способами, ..., n-й элемент kn способами, то количество таких последовательностей равно произведению k1* k2* ... *kn.

Набор из n элементов будем называть n-множеством.

Последовательность из n элементов будем называть упорядоченным n-множеством.

Для формирования понятий комбинаторных конфигураций (коротко КК) используем ***классификацию***. Пусть имеется множество из n элементов, которое будем называть основным ({1,2,3,4,5}).

1. Перестановка. Последовательность, составленная из всех элементов. 12345.
2. Размещение n элементов. Последовательность составленная из k элементов n множества. 124, 451, 32.
3. Сочетание k элементов. Множество, составленное из k элементов nмножества. {1,2,4}, {2,4}.

Можно ли составить другие КК? Да, если элементы основного множества можно использовать несколько раз.

Для формирования понятия таких КК можно использовать следующий прием: выбираем произвольный объект исходного набора  и обводим его несколько раз.

В таком случае будем говорить, что выбранный объект является ***типом*** элемента. Пусть имеется множество из n ***типов*** элементов, которое будем называть основным.

4. Размещение с повторением из k элементов. Последовательность составленная из k элементов множества n типов. 2234, 1212, 123455512.

5. Сочетание с повторением из k элементов. Множество из k элементов множества n типов. {1,1,2,3,4,4,5} {2,2,2,3}.

6. Перестановка с повторением. В этом случае рассматривается особое множество, в котором k1 элементов первого типа, k2 второго типа, ..., kn n-го типа. ({1,1,2,2,2,3}). Последовательность из всех элементов всех типов. 112223, 121223, 322211.

Проведем классификацию используя ***математическую карту***.

Комбинаторные конфигурации					
Без повторения. Множество элементов			С повторением. Множество типов		
Не упорядочено	Упорядочено		Не упорядочено	Упорядочено	
	Все	Не все		Все	Не все
Сочетание	Перестановка	Размещение	Сочетание с повторением	Перестановка с повторением	Размещение с повторением

Для использования классификации КК используем следующую технологию.

1. Определить основное множество.
2. Привести пример КК.
3. Можно ли один элемент основного множества использовать два раза? (элементы, типы элементов)
4. Изменится ли суть КК, если поменять местами два различных элемента КК? (последовательность, набор)
5. (дополнительный) Все ли элементы основного множества используются в КК? (перестановка, размещение)

Пример использования. Сколько треугольников можно составить из вершин выпуклого десятиугольника?

1. {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10} n=10.
2. 1 2 3 k=3.
3. 1 2 2 нельзя построить треугольник – множество элементов.
4. 1 3 2 тот же треугольник – набор.

Вывод: сочетание без повторений из 10 по 3.

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3!\,7!} = \frac{8 * 9 * 10}{6} = 120.$$

Список литературы

1. Задачи с экономическим содержанием и работа с ними как с текстовыми. Часть 1 / И.Е. Малова [и др.] // Математика в школе. 2019. № 6. С.38–49.
2. Задачи с экономическим содержанием и работа с ними как с текстовыми. Часть 2 / И.Е. Малова [и др.] // Математика в школе. 2019. № 7. С.14–25.
3. Правила построения сечений: материалы XXXVII международного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Набережные Челны: Принт Эксперт Плюс, 2018. 352 с.
4. Решение 17 задач на оптимизацию как текстовых // Материалы XXXIX Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов «Математика – основа компетенций цифровой эры». М.: ГАОУ ВО МГПУ, 2020. С. 52–56.
5. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика: учеб. для втузов / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. 2-е изд., стер. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 744 с. URL: https://library.bmstu.ru/Authors/Details/705d631a-4af5-41af-b2c4-aaaec25d8da4.

О РАЗВИТИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ МЕТОДИЧЕСКОЙ КОМПЕТЕНЦИИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

В. С. Абатурова, кандидат пед. наук, старший научный сотрудник/
заведующий отделом развития математического образования
Владикавказский научный центр Российской академии наук
(Южный математический институт – филиал ВНЦ РАН / Северо-Кавказский центр математических исследований ВНЦ РАН)
(Россия, Владикавказ)
e-mail: veronika-abaturova@yandex.ru

Аннотация. В статье представлены некоторые результаты исследования проблемы развития у учителей математики исследовательской методической компетенции, в том числе выявлены некоторые внутренние и внешние мотивы, а также организационно-педагогические условия осуществления учителями математики исследовательской методической деятельности. В качестве основного организационно-педагогического условия выступает специально созданная и реализуемая нами в Республике Северная Осетия-Алания интегрированная научно-образовательная математическая среда «школьник – студент – учитель – методист-исследователь – математик-исследователь», в рамках которой осуществляется система взаимосвязанных научно-практических и образовательных мероприятий, объединенных единым методологическим принципом и способом осуществления исследовательской методической деятельности «Исследуем – Разрабатываем – Внедряем». Вовлечение учителей в данную среду способствует развитию их внутренней мотивации для осуществления исследовательской методической деятельности, обобщению и трансляции приобретенного в ходе этой деятельности субъектного опыта.

Ключевые слова: исследовательская методическая компетенция, внешняя и внутренняя мотивация, организационно-педагогические условия, научный метод.

ON THE DEVELOPMENT OF RESEARCH METHODOLOGICAL ACTIVITIES OF A MATHEMATICS TEACHER

V.S.Abaturova, candidate of Pedagogical Sciences, senior researcher / head of department of mathematical education development
Vladikavkaz Scientific Centre of Russian Academy of Sciences
(Southern Mathematical Institute – the Affiliate of VSC RAS / North Caucasus Center for Mathematical Research (Russia, Vladikavkaz)

Abstract. The article presents some results of a study of the problem of developing research methodological competence among mathematics teachers, including identifying some internal and external motives, as well as organizational and pedagogical conditions for the implementation of research methodological activities by mathematics teachers. The main organizational and pedagogical condition is the integrated scientific and educational mathematical environment specially created and implemented by us in the Republic of North Ossetia - A, «schoolchild – student – teacher – methodologist-researcher – mathematician-researcher», within the framework of which a system of interconnected scientific and practical and educational events, united by a single methodological principle and method of carrying out research methodological activities «Research – Develop – Implement». The involvement of teachers in this environment contributes to the development of their internal motivation for carrying out research methodological activities, generalization and translation of the subjective experience acquired during this activity.

Keywords: research methodological competence, external and internal motivation, organizational and pedagogical conditions, scientific method.

Изучение проблемы развития исследовательской методической компетенции учителя математики связана с актуальным вопросом: какие формы, методы, средства, организационно-педагогические условия могут помочь учителю развить профессиональные компетенции, отраженные в Профессиональном стандарте педагога [1] и в Федеральных государственных стандартах среднего и общего образования [2, 3] необходимые для успешного осуществления учащимися учебно-исследовательской деятельности и получения планируемых результатов освоения основной образовательной программы.

Так, в [1] зафиксированы следующие *необходимые умения* учителя математики: «организовывать исследования – эксперимент, обнаружение закономерностей, доказательства в частных и общем случаях; проведение совместно с обучающимися анализа учебных и жизненных ситуаций, в которых можно применить математический аппарат и математические инструменты». В числе *трудовых действий* педагога: «формирование у учащихся способности к постижению основ математических моделей реального объекта или процесса, готовности к применению моделирования для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; формирование внутренней (мысленной) модели математической ситуации (включая пространственный образ); формирование у обучающихся умения пользоваться заданной математической моделью, в частности, формулой, геометрической конфигурацией, алгоритмом, оценивать возможный результат моделирования (например – вычисления)». В [3] зафиксировано требование к педагогу «организовывать и сопровождать учебно-исследовательскую и проектную деятельность обучающихся, выполнение ими индивидуального проекта». Анализ указанных российских нормативных документов показывает, что роль учителя в формировании исследовательских умений учащихся является приоритетной, в связи с чем, одним из актуальных видов деятельности самого учителя должна стать исследовательская деятельность.

Чаще всего научным направлением исследовательской деятельности учителя математики (по роду деятельности) является теория и методика обучения математике, реже – математика. Как известно, научная деятельность осуществляется с целью теоретического отражения действительности и направлена на получение или применение на практике нового знания. При этом, результатом фундаментального научного исследования является получение нового знания, результатом прикладного исследования – применение результатов фундаментальных исследований к решению практических проблем (изобретения, практические разработки, технологии). Продуктом проведенного научного исследования являются: научная публикация, патент, научный отчет и др.

В ходе своей профессиональной деятельности учитель может осуществлять теоретическое и/или экспериментальное исследование по выбранной им методической проблеме, результатом исследования при этом может стать новое знание в области дидактики математики, новая научно-методическая разработка, новая образовательная технология и др. В ходе этой деятельности педагог-исследователь осуществляет циклический процесс применения научного метода как метода познания: I этап – постановка задачи; II этап – наблюдение, эксперименты и их анализ, поиск закономерностей; III этап – выдвижение гипотезы; IV этап – построение теории; V этап – проверка гипотезы, вывод; VI – принятие гипотезы, в случае её подтверждения (задача решена) или непринятие гипотезы и возвращение ко второму этапу алгоритма (продолжение решения задачи).

Под исследовательской методической компетенцией учителя математики будем понимать готовность, способность и успешную реализацию собственной исследовательской деятельности в области теории и методики обучения математике (исследовательской методической деятельности).

В ходе нашего исследования были выявлены внешние и внутренние мотивы осуществления учителями математики исследовательской методической деятельности. В числе *внешних мотивов*: аттестация на высшую квалификационную категорию, одним из условий которой является наличие публикаций в профильных методических журналах или сборниках; защита диссертации; успешное выступление на научных конференциях и профессиональных конкурсах; присвоение новых статусов – учитель-методист, учитель-наставник; карьерный рост и др. В числе *внутренних мотивов* – желание узнавать и внедрять в школьный учебный процесс современные научные результаты в области математики и теории и методики обучения математике; желание повысить свою методическую компетентность, овладеть специальными умениями и приемами исследовательской деятельности; желание получить профессиональное признание своих результатов и результатов своих учащихся в кругу коллег, учащихся, общественности и др.

В ходе нашего исследования выявлено, что внешняя мотивация у учителей, участвующих в исследовании, постепенно переросла во внутреннюю мотивацию, а достижение поставленной цели в начале их исследовательского пути (с целью, например, успешно пройти аттестацию на высшую категорию), не остановило от продолжения ими осуществления исследовательской методической деятельности в дальнейшем, признавая, что этот процесс непрерывный и интересный сам по себе, тем самым, исследовательская методическая компетенция этих учителей стала ключевой компетенцией.

В ходе нашего исследования мы также отвечали на вопрос: как организовать исследовательскую методическую деятельность учителя математики так, чтобы по итогам этого процесса он смог подготовить и опубликовать свою статью в профильном журнале или сборнике статей?

В качестве основного организационно-педагогического условия развития исследовательской методической компетенции учителя математики и, фактически, экспериментальной площадкой нашего исследования стала специально созданная и реализуемая нами в Республике Северная Осетия-Алания интегрированная научно-образовательная математическая среда «школьник – студент – учитель – методист-исследователь – математик-исследователь», в рамках которой осуществляется система взаимосвязанных научно-практических и образовательных мероприятий, объединенных единым методологическим принципом и способом осуществления исследовательской методической деятельности «Исследуем – Разрабатываем – Внедряем» [4].

Учитель математики выступает на этих мероприятиях в разных ролях:

- как *обучающийся*: на ежегодной Летней математической школе учителей, которая проводится в РСО-А; на межрегиональной Школе учителя математики которая была организована в 2022/2023 учебном году в Брянском государственном университете д.пед.н., профессором И.Е. Маловой году для учителей Брянской области и учителей Республики Северная Осетия-Алания (куратор учителей РСО-А – В.С.Абатурова); на мероприятиях еженедельно проводимого научно-образовательного в онлайн формате проекта «Владикавказский педагогический математический марафон» (научно-практический семинар «Наука-Школе» и учебно-методический лекторий «Методиекая мастерская»);
- как *докладчик:* на ежегодной Региональной научно-практической конференции «Владикавказские Колмогоровские чтения» в ходе Междисциплинарной секции для учителей по методике обучения физико-математическим, естественно-научным и гуманитарным дисциплинам; на Международной научной конференции «Порядковый анализ и смежные вопросы математического моделирования», которая проводится один раз в два года, в ходе работы секции «Современные проблемы математического образования»;
- как *научный руководитель* учащегося*:* на ежегодном Конкурсе исследовательских работ для школьников в рамках Региональной научно-практической конференции «Владикавказские Колмогоровские чтения»);
- как *наставник* команды учащихся: на Региональном командном турнире школьников «Математическая регата» для учащихся 5-9 классов, проводимом во Владикавказе два раза в год, весной и осенью;
- как *практик:* на Владикавказской школе молодого учителя математики, проводимой для студентов педагогического направления математического факультета СОГУ; на Зимней олимпиадной математической школе для школьников 5-8 классов; на ежегодной Летней школе точных наук, проводимой в РСО-А для школьников 5-10 классов.
- как *эксперт:* на Региональном командном турнире школьников «Математическая регата» для учащихся 5-9 классов.

Тем самым, учитель, участвуя в каждом из этих мероприятий, обогащает свой субъектный исследовательский методический опыт, осуществляет апробацию своих результатов, что становится основой для подготовки его собственной научной публикации.

Необходимо отметить, что одними из важных организационно-педагогических условий развития исследовательской методической деятельности учителя являются: *работа с наставником* – исследователем-методистом (происходит вертикальная образовательная интеграция), который осуществляет постоянную научно-методическую поддержку учителя, а также *работа в команде педагогов-исследователей*, которая позволяет проводить обсуждение работы и полученные результаты, осуществлять обмен опытом (происходит горизонтальная образовательная интеграция).

В результате данного исследования учителями математики РСО-А за последние три года опубликованы 7 статей во Всероссийском методическом журнале для учителей математики «Математика» и в иных профильных журналах и сборниках статей.

Список литературы

1. Профессиональный стандарт педагога https://base.garant.ru/70535556/
2. Федеральный государственный стандарт среднего общего образования http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202209120008
3. Федеральный государственный стандарт основного общего образования http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202208170012
4. Абатурова В.С. Интеграция как ключевая идея развития математического образования в регионе / В.С. Абатурова // Математика и проблемы образования: Материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов, Киров, 22–24 сентября 2022 года. – Киров: Издательство «Веси», 2022. – С. 187-191.

ПОДГОТОВКА К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ ОБУЧАЮШИХСЯ 7–8 КЛАССОВ: ОТ СИСТЕМЫ ЗАЧЕТОВ К УСТНОМУ ЭКЗАМЕНУ ПО ГЕОМЕТРИИ

А.К. Акоева, учитель математики
Республиканский лицей искусств (Россия, Владикавказ)
e-mail: aida-akoeff@yandex.ru

Аннотация. Статья описывает опыт внедрения системы тематических зачетов и устного экзамена по предмету «Геометрия» в 7–8 классах – инструмента эффективной подготовки обучающихся к сдаче основного государственного экзамена (далее – ОГЭ) по математике. В процессе применения данного подхода автором был получен ряд преимущественно положительных результатов.

Ключевые слова: система тематических зачетов, промежуточная аттестация, устный экзамен, подготовка к основному государственному экзамену.

TRAINING FOR THE OGE IN MATHEMATICS FOR STUDENTS IN 7th–8th GRADES: FROM THE CREDIT SYSTEM TO THE ORAL EXAM IN GEOMETRY

A.K. Akoeva, Teacher of Mathematics
Republican lyceum of arts, Vladikavkaz, Russia

Abstract. The article describes inculcation of the 7th–8th grades geometry thematical examination system experience – an instrument for effective training of students for the OGE in mathematics. In process of applying this approach a number of predominantly positive results was discovered by author.

Keywords: thematical examination system, interim assessment, the oral exam, training for the main state exam.

На сегодняшний день почти каждый школьник испытывает переживания по поводу предстоящей государственной итоговой аттестации в 9-м и 11-м классах. Переживания эти начинаются намного раньше – в 7-м, 8-м классах.

Настоящая статья рассматривает постепенное внедрение новой для образовательного учреждения системы контроля знаний обучающихся с целью создания благоприятных условий для успешной сдачи выпускного экзамена по математике, учитывая и практические, и психологические аспекты подготовки к сдаче ОГЭ [4]. Ведь немаловажную роль играет преодоление детьми психологического барьера и страха перед выпускным экзаменом.

Автор статьи применил описываемую систему контроля знаний в рамках обучения геометрии семиклассников и восьмиклассников. Почему именно геометрии?

Согласно письму Рособрнадзора[6], минимальное количество первичных баллов ОГЭ, соответствующее отметке «3» по пятибалльной системе оценивания по учебному предмету «Математика», составляет 8 баллов, «из них не менее 2 баллов должно быть получено за выполнение заданий по геометрии» [1].

В связи с этим, начиная с первой изученной главы учебника [2] по предмету «Геометрия» в 7-х классах, автор статьи решил ввести систему внеурочного устного опроса материала. Каждый семиклассник в свободное от уроков время сдавал «теорию». То есть проверялось, «насколько качественно выучены формулировки, как ученик умеет рассуждать, доказывать теоремы, применяя теорию» [5].

В первой половине учебного года на заседании школьного методического объединения учителей было предложено апробировать проведение промежуточной аттестации по геометрии в формате *итогового опроса* или, другими словами, устного экзамена по билетам. Апробация новой формы промежуточной аттестации по геометрии началась с обучающихся 7-х классов. Таким образом:

– в течение года производился устный тематический опрос обучающихся;

– в декабре был составлен и выдан перечень вопросов устной части билетов предстоящего итогового опроса;

– в феврале был составлен и выдан банк задач (по две задачи каждого типа) для подготовки к итоговому опросу;

– в марте руководство образовательного учреждения утвердило состав аттестационной комиссии (учителя математики), даты консультаций и дату проведения итогового опроса по геометрии;

– в мае был проведен итоговый опрос по билетам.

Итоги состоявшейся промежуточной аттестации по геометрии в 7-х классах показали, что:

1) 83% обучающихся получили отметку «3» и выше, 17% получили отметку «2» и были отправлены на пересдачу;

2) «красоту» абстрактного и образного мышления при доказательстве теорем и построении чертежей в большей степени продемонстрировали ученики художественного отделения лицея[7];

---

[6] Письмо Рособрнадзора № 04−57 от 21.02.2023 [1].

[7] Государственное бюджетное нетиповое образовательное учреждение «Республиканский лицей искусств» (или лицей) – это учебное заведение г. Владикавказа, в котором, помимо общеобразовательных предметов, осуществляется углубленное изучение специальностей художественно-эстетического профиля: музыки, хореографии и изобразительного искусства [3].

3) последовательность шагов в ходе доказательного рассуждения была присуща обучающимся музыкального отделения;

4) большую стрессоустойчивость проявили семиклассники музыкального и хореографического отделений: две девочки-хореографа не смогли преодолеть психологический барьер и сдать аттестацию;

5) менее устойчивыми к стрессовой ситуации оказались обучающиеся художественного отделения: по причине сильных волнений восемь лицеистов-художников не справились с итоговым опросом.

На следующий учебный год было продолжено проведение тематических зачетов по программе геометрии за 8-й класс. Однако сама система зачетов была немного оптимизирована. Теперь была разработана таблица, в которой фиксировался каждый ответ обучающегося по соответствующей теме: на каждую четверть учебного года – своя таблица.

Преимущества ведения таблицы заключались в следующем:

– статистика количества и качества ответов обучающихся;

– наглядность объема усвоения материала по предмету;

– прозрачность результатов для всех.

В конце учебного года к дате проведения промежуточной аттестации[8] на основании количества сданных тем был составлен список, согласно которому обучающиеся заходили отвечать.

Также было предложено дать возможность лицеистам получить «автомат» по промежуточной аттестации в конце учебного года, если объем сданных зачетов в течение года составляет более 80%. Кроме того, обязательным условием не только получения «автомата», но и сдачи самой промежуточной аттестации стало наличие двух тетрадей с записями: в одной – записи устной части билетов (грамотное оформление доказательства теорем), во второй – записи решений задач, выданных для подготовки к экзамену.

Помимо всего прочего, была введена возможность для обучающихся, сдавших все темы на «отлично» и получивших «автомат», войти в состав экзаменационной комиссии в качестве помощников.

Ниже приведены результаты промежуточной аттестации, проведенной в 8-х классах:

1) 20% всех обучающихся получили «автомат»: отметку «5» получили 6 лицеистов, отметку «4» – 4 лицеиста, отметку «3» – 1 лицеист;

2) 89% всех экзаменуемых получили отметку не ниже «3», 11% были отправлены на пересдачу;

3) ученики-экзаменаторы оказали большую поддержку экзаменуемым: задавали наводящие вопросы, которые логически выводили сдающих на правильный ответ;

4) присутствие помощников снимало психологическое напряжение экзаменуемых;

5) лицеисты-художники проявили большую стрессоустойчивость по сравнению с прошлым годом;

6) уровень развития математической речи значительно вырос по сравнению с уровнем прошлого года обучения.

Хотелось бы также отметить важную роль, которую сыграла подготовка восьмиклассников к сдаче всероссийской проверочной работы по математике (далее – ВПР). Геометрические задания ВПР дублируют некоторые геометрические задания из ОГЭ. Именно здесь обучающиеся и смогли применить багаж теоретических знаний и навыков, приобретенных в ходе сдачи тематических зачетов и устного экзамена.

Опыт внедрения системы тематических зачетов и устного экзамена по геометрии показывает, что создание благоприятных условий для успешной сдачи выпускного экзамена по математике является в полной степени возможным.

---

[8] Здесь формат промежуточной аттестации был сформулирован как **устный экзамен** по геометрии.

Список литературы

1. Письмо Рособрнадзора № 04−57 от 21.02.2023 «О рекомендациях по переводу суммы первичных баллов за экзаменационные работы ОГЭ и ГВЭ-9 в пятибалльную систему оценивания в 2023 году и по определению минимального количества первичных баллов, подтверждающих освоение образовательных программ ООО в соответствии с требованиями ФГОС ООО». URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_441844/ (дата обращения: 14.07.2023).
2. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Геометрия: 7 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций. М. С. Якир. М.: Вентана-Граф, 2018. 192 с.
3. Республиканский лицей искусств: сайт. URL: https://artlyceum.aln.muzkult.ru/ (дата обращения: 14.07.2023).
4. Тачан Л.В. Психологические аспекты подготовки учащихся к успешной сдаче ОГЭ // Школа как платформа для успешной социализации обучающихся на уровне профессионального образования: материалы VI региональной научно-практической (очно-заочной) конференции, Волгоград – Котово, 15 февраля 2019 года. Волгоград – Котово: Волгоградский государственный технический университет, 2019. С. 175-177. EDN GORNLG.
5. Хасанова Е.И. Система проведения и подготовки тематических зачетов по геометрии в 7 классе // Сайт для воспитателей и учителей «Педразвитие». URL: http://pedrazvitie.ru/raboty_osnovnoe_obshhee_new/index?n=50844 (дата обращения: 14.07.2023).

ИНТЕРАКТИВНЫЙ РАБОЧИЙ ЛИСТ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Л.П. Охват, учитель математики
Северо-Кавказское суворовское военное училище
Министерства обороны Российской Федерации
(Россия, Владикавказ)
e-mail: 2909-72@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются примеры применения интерактивных рабочих листов при организации учебного процесса в школе.

Ключевые слова: интерактивный рабочий лист, урок математики.

INTERACTIVE WORKSHEETS AS A MEANS FOR FORMING INDEPENDENT COGNITIVE ACTIVITY OF STUDENTS

L.P. Ochvat, mathematics teacher
North Caucasus Suvorov Military School of the Ministry of Defense
of the Russian Federation (Russia, Vladikavkaz)

Abstract. The article discusses examples of the use of interactive worksheets in the organization of the educational process at school.

Keywords: interactive worksheet, math lesson.

На сегодняшний день одной из основных образовательных задач школы является обучение детей умению учиться. Интерактивный рабочий лист позволяет организовать образовательный процесс, направленный на решение этой задачи. С его помощью можно организовать самостоятельную познавательную деятельность обучающихся.

Рабочий лист в первоначальном значении – это лист бумаги, на котором человек выполняет работу [1]. Применительно к образованию работа связана с учебными заданиями для обучающихся. Рабочий лист – специально разработанный учителем лист с заданиями, которые необходимо выполнить по ходу объяснения материала или после изучения темы. На листе могут быть вопросы для детей и места для записи ответов. Это может быть распечатанная страница, которую ученик заполняет с помощью пишущего инструмента. Такие рабочие листы (карточки) для самостоятельной работы учителя делали всегда. В настоящее время появилась возможность сделать рабочий лист интерактивным, что позволяет получать мгновенную обратную связь. «**Интерактивный рабочий лист – это цифровое средство организации учителем самостоятельной учебной деятельности обучающихся с помощью облачных сервисов и веб-инструментов»** [2].

С помощью современных интернет-ресурсов можно создавать интерактивные рабочие листы различных форматов: интерактивные карточки, содержащие теорию, тесты, опросы, пазлы, викторины, игры мемори и сопоставления, слайд-шоу и т.п., а значит, и применятьих можно как на уроке, так и для самостоятельной работы вне урока.

1. На уроке изучения нового материала.

а) При реализации базовой методики формирования понятия на этапе усвоения его определения возникает необходимость предложить обучающимся задание на распознавание нового понятия. К сожалению, в учебниках такие задания встречаются редко, и тут на помощь приходит интерактивный рабочий лист. Так, при изучении декартовой системы координат на плоскости, чтобы обучающиеся «научились проверять, подходит ли объект под рассматриваемое понятие или нет, и запомнили определение» [3], можно предложить специально составленное интерактивное упражнение на «да» и «нет», которое формулируется так: «Является ли изображенная на картинке система декартовой или нет?» Отвергнув один или несколько существенных признаков, можно предложить примеры на «нет»:

– под прямым углом пересекаются не координатные оси, так как они имеют стрелки по обе стороны;

– присутствует только одна координатная ось;

– под прямым углом пересекаются не координатные оси, так как на них указан единичный отрезок;

– нет двух перпендикулярных прямых;

– координатные оси пересекаются не под прямым углом;

– координатные оси пересекаются не в точке (0, 0).

А варьируя несущественные признаки, можно предложить примеры на «да»:

– перпендикулярные координатные оси представлены горизонтально и вертикально;

– перпендикулярные координатные оси изображены не горизонтально и вертикально [4].

Если обучающийся получает не устраивающий его результат, то он имеет возможность проанализировать ошибки и исправить их, повторно выполнив задание.

б) Для формирования умения распознавать понятие «трапеция» можно предложить интерактивный рабочийлист с подсказками. Обучающийся выбирает четырёхугольник, который, по его мнению, является трапецией. Если четырёхугольник выбран ошибочно, то выполняющий задание увидит определение трапеции и сможет сделать вывод. В результате запомнит определение понятия и научится формулировать существенные признаки трапеции.

2. На уроке закрепления изученного материала.

а) Один из этапов урока закрепления материала по теме «Сложение целых чисел» можно организовать, предложив заполнить пропуски в интерактивном рабочем листе, содержащем теоретический блок:

Продолжите предложения:

– натуральные числа, им противоположные и ноль называются …,

– при сложении целых чисел с одинаковыми знаками, модули слагаемых надо …,

– при сложении целых чисел с разными знаками, модули слагаемых надо…;

и практический блок:

– вычислить значение числовых выражений – сумм чисел с разными и одинаковыми знаками.

Результат выполнения заданий на интерактивном рабочем листе обучающиеся получают мгновенно, что позволяет провести коррекцию знаний на этом же уроке.

б) При изучении формул сокращённого умножения использование интерактивного рабочего листа позволяет обучающимся усвоить формулу на более качественном уровне. Необходимые теоретические сведения, образец применения формулы, специально подобранные задания для отработки каждого шага использования формулы, расположенные на одном листе, и мгновенная оценка результата работы являются удобным средством организации учебного процесса закрепления.

в) С помощью интерактивного рабочего листа можно организовать проверку уровня усвоенности учебного материала. При этом результат проверки будет получен автоматически, что сэкономит время преподавателя и позволит обучающимся провести работу над ошибками на том же уроке.

3. На самоподготовке.

а) Интерактивный рабочий лист можно предложить обучающемуся, у которого обнаружились проблемы при выполнении какого-либо математического действия, для самостоятельной работы. Например, по теме «Сложение обыкновенных дробей» можно сформировать два рабочих листа: для дробей с одинаковыми знаменателями и для дробей с разными знаменателями, разместив в них правила сложения дробей, образец выполнения действия и примеры для самостоятельного решения с пошаговым заданием.

б) Разобрать тему пропущенного урока самостоятельно обучающимся поможет интерактивный рабочий лист, приготовленный преподавателем. Для этого в лист можно включить вопросы по изучаемому тексту учебника и задания, подтверждающие понимание учебного материала.

в) Тренажёр для отработки некоторого умения, например умения сокращать обыкновенные дроби, размещённый на интерактивном рабочем листе, позволит организовать самостоятельную работу обучающихся в удобное для них время и в комфортном для них темпе.

Обобщая сказанное, можно сделать вывод, что интерактивный рабочий лист является удобным дидактическим средством организации учебного процесса. Использовать его можно на этапе усвоения определения математического понятия; на уроке изучения нового, чтобы облегчить запоминание материала за счёт активизации всех видов памяти и концентрации внимания; на уроке повторения учебного материала, чтобы вовлечь всех обучающихся в активную деятельность; для самостоятельного изучения материала в процессе дистанционного обучения или при пропуске урока; в виде тренажёров для домашнего задания или карточек для коррекции, с целью ликвидации пробелов в знаниях; как опору для исследовательской работы или решения нестандартных задач с пошаговыми инструкциями во время внеурочных занятий и т.д. В результате использование интерактивного рабочего листа позволяет активизировать самостоятельную познавательную деятельность обучающихся, обеспечить эффективную обратную связь, что приводит к усвоению учебного материала, систематизации и обобщению знаний на более качественном уровне.

Список литературы

1. http:// ru.wikipedia.org.
2. http://didaktor.ru.

3. Теория и методика обучения математике в средней школе / И.Е. Малова [и др.]. М.: Гуманитар. изд. центр ВЛАДОС, 2009/

4. Охват Л.П. Изучение темы «Декартова система координат на плоскости» // Математика, сентябрь 2022. № 7.

СПОСОБЫ И МЕТОДЫ РАЗВИТИЯ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Е.П. Тедеева, *заслуженный учитель РСО – Алания*
МБОУ СОШ № 1 с. Октябрьское
(Россия, Владикавказ)
e-mail: tedeeva_elena@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются способы мотивации школьников к изучению математики в современной школе. Приводятся конкретные примеры использования этих методов на уроках математики.

Ключевые слова: мотивация к учению, методика проведения уроков математики.

WAYS AND METHODS OF DEVELOPING MOTIVATION TO STUDY MATHEMATICS

E.P. Tedeeva, Honored Teacher of RSO – Alania
MBOU SOSH No. 1 s. Oktyabrskoye
(Russia, Vladikavkaz)

Abstract. The article discusses ways to motivate schoolchildren to study mathematics in a modern school. Specific examples of the use of these methods in mathematics lessons are given.

Keywords: motivation to study, methods of conducting mathematics lessons.

Математика является одним из важнейших предметов в образовательной программе. В последние годы проблемы, связанные с преподаванием математики в современной школе, становятся все более актуальными и значимыми. Многие школьники испытывают трудности в понимании и усвоении материала, что ведет к низким результатам на экзаменах и общему недоверию к этому предмету. Важной проблемой является отсутствие мотивации у учащихся. Математика часто воспринимается как скучный и абстрактный предмет, далекий от реальной жизни. Недостаток интересных и практических примеров, а также применения материала в реальных ситуациях создает нетерпимость и отчуждение у учеников, что негативно сказывается на их академических достижениях [1].

В данной статье мы рассмотрим различные способы и методы мотивации, которые помогут учащимся в улучшении их усвоения математики.

Игровой подход в обучении математике. Один из наиболее эффективных способов мотивации к обучению математике – использование игрового подхода. Игра в сочетании с математическими заданиями помогает учащимся увлечься предметом и применить полученные знания в практических ситуациях. Например, можно использовать математические головоломки, задачи со спортивным контекстом или даже создать компьютерные игры, в которых игрок должен применить математические навыки для прохождения уровней.

Применение практических примеров на уроках математики. Практический подход является еще одним способом мотивации к обучению математике. Решение реальных проблем и задач, связанных с повседневной жизнью, позволяет учащимся увидеть применение математических знаний на практике. Можно организовывать уроки с предложением заданий, где учащиеся могут использовать математику для решения различных ситуаций, таких как, планирование бюджета, расчеты времени и т.д. [2].

Индивидуальный подход в обучении математике. Каждый учащийся индивидуален, поэтому важно учитывать этот фактор при разработке методов мотивации к обучению математике. Некоторым ученикам может быть интересно использование технологий, таких как интерактивные доски или онлайн-курсы, для демонстрации математических концепций и проведения практических упражнений. Другим ученикам необходимо применение визуальных материалов, таких как рисунки и диаграммы, для лучшего понимания математических терминов и концепций [3].

Итак, выделяются следующие способы мотивации к изучению математики:

1. Создание интересных задач и игр.
2. Предоставление практических примеров и контекстов, чтобы показать применение математики в реальной жизни.
3. Поощрение и поддержка учеников в их успехах.
4. Использование различных учебных материалов, таких как видеоуроки, аудиоуроки, интерактивные задачи и т.д.
5. Предоставление возможностей для участия в конкурсах и олимпиадах по математике.
6. Создание дружеской и поддерживающей атмосферы в классе или группе изучающих математику.
7. Признание и поощрение индивидуальных достижений учеников.
8. Помощь при решении сложных задач и объяснение материала по мере достижения понимания обучающимися.
9. Регулярное проведение обзоров знаний, чтобы измерять прогресс.
10. Приведение к изучению математики через увлечение, соответствующее интересам и хобби учеников.

Многие школьники часто не любят математику из-за устаревающих методов преподавания, которые фокусируются на абстрактных понятиях и формулах, кажущихся им бесполезными. Однако можно изменить этот подход и учить математику через увлечения и интересы.

Так, если ученик любит футбол, можно использовать примеры математических задач, которые относятся к этому спорту. Например, можно рассмотреть, как рассчитывается площадь поля, среднее число голов в игре или вероятность победы команды в зависимости от статистических данных о предыдущих играх.

Если ученик увлекается видеоиграми, то можно подобрать задачи, которые связаны с графикой и алгоритмами, используемыми в игровой индустрии. Это может быть, например, расчёт оптимального угла и скорости, чтобы попасть в цель, или понимание того, как работает искусственный интеллект в играх.

Если же ученик интересуется моделированием и конструированием, то математика может быть изучена через аппликации и программы для трехмерного моделирования. Они заставляют учеников работать с математическими концепциями, такими как пространственное мышление, геометрия и алгебра.

Изучая математику через увлечения и интересы учеников, мы можем создать более вовлекающий и вспомогательный опыт обучения, который поможет ученикам понять, как математика используется в их повседневной жизни, в любимых хобби и профессиональных интересах.

Приведение к изучению математики через увлечение можно реализовать с помощью образов увлекательных игр, приложений и головоломок. Например, можно предложить ребятам решать задачки из приложения «Алгебра и геометрия на улице». Также можно проводить уроки на открытом воздухе, где ученики могут изучать геометрию и алгебру на конкретных примерах, например, измеряя и рассчитывая расстояния и углы между деревьями или зданиями. Важно находить связи между математикой и интересами учеников, чтобы они не чувствовали, что учат что-то ненужное и скучное.

Подведем итоги.

1. Мотивация играет важную роль в процессе обучения математике. Использование игровых подходов, применение реальных примеров и учет индивидуальных потребностей учащихся помогут повысить интерес и эффективность их обучения. Опыт и экспертное знание в применении данных способов и методов мотивации к обучению математике позволят преодолеть трудности, с которыми сталкиваются учащиеся, и вдохновить их на активное изучение этого важного предмета.

2. В целом мотивация школьников к обучению математике требует инновационных подходов и внимания к индивидуальным потребностям каждого ученика. Создание интерактивных уроков, демонстрация практического применения математики и похвала за достижения – все это поможет стимулировать интерес и мотивацию у школьников к изучению математики.

Список литературы

1. Фридман Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: пособие для учителей, методистов и пед. высш. учеб. заведений. М.: Моск. психол.-соц. ин-т: Флинта, 1998. 217 с. (Библиотека педагога-практика).
2. Денищева Л.О., Савинцева Н.В., Федосеева З.Р. Избранные вопросы методики преподавания математики: учебно-метод. пособие. М.: МГПУ, 2016. с.122–155.
3. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: кн. для учителя. М.: Просвещение, 2003. 223 с.
4. Васильева Г.Н., Пестерева В.Л. Современные технологии обучения математике.: учебное пособие. Пермь: Пермский гос. гуманитарно-пед. ун-т, 2013. Ч. 1. 114 с. URL: http://www.iprbookshop.ru/32091.html.
5. Далингер В.А. Методика обучения математике. Изучение дробей и действий над ними: учебное пособие для вузов. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2020. 194 с. (Высшее образование). URL: http://www.biblio-online.ru/bcode/452014.

ПУТИ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕМЫ «ФУНКЦИЯ» В ШКОЛЕ

Н.Х. Хубаева, кандидат пед. наук, учитель
МБОУ СОШ № 3 имени С.В. Корневой (Россия, Владикавказ)
e-mail: nanulixx@gmail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются проблемы освоения понятий функциональной линии в школьном курсе математики и эффективные пути их решения.

Ключевые слова: функции в школе, методика преподавания математики, математика в средней школе, математическое образование.

WAYS TO INCREASE THE EFFICIENCY OF TEACHING THE THEME «FUNCTION» IN SCHOOL

N.K. Khubaeva, candidate of pedagogical sciences, teacher
MBOU secondary school № 3 named after S.V. Korneva (Russia, Vladikavkaz)

Abstract. The article deals with the problems of mastering the concepts of a functional line in a school course in mathematics and effective ways to solve them.

Keywords: functions at school, methods of teaching mathematics, mathematics in secondary school, mathematical education.

Изучение функций укрепляет основы математического образования и развивает навыки, которые могут быть полезными во многих сферах жизни, включая научные и технические области, экономику, информационные технологии и многое другое.

Изучение функций является важной составляющей математического образования в школе по нескольким причинам:

– развитие абстрактного мышления;

– понимание зависимостей;

– решение реальных проблем;

– Подготовка к более сложным математическим концепциям, таким как дифференциальное и интегральное исчисление, теория вероятности, статистика и другие разделы математики. Изучение функций в школе обеспечивает базу для дальнейшего изучения более продвинутых математических тем;

– развитие навыков решения проблем: Изучение функций развивает умение анализировать проблемы, разрабатывать стратегии решения и проверять их эффективность. Решение задач, связанных с функциями, требует от учеников критического мышления, логического обоснования и умения применять математические методы для достижения решения.

Однако не всегда эффективность изучения темы «Функция» высока. «Усвоение является формальным, т.е. учащиеся не имеют ясных и точных представлений о таких свойствах функций, как возрастание и убывание, четность и нечетность; не умеют читать графики; не приобретают навыков в использовании свойств функций при решении уравнений и неравенств» [1].

Анализ результатов ВПР, ОГЭ, ЕГЭ, беседы с учителями, наблюдения подтверждают следующие проблемы изучения функций у школьников:

Таблица 1

Анализ результатов

1.	Абстрактность и сложность концепции функций	Функции представляют собой абстрактные математические концепции, которые сложны для понимания. Концепции, такие как зависимость переменной от другой и использование графиков, могут быть сложными для усвоения
2.	Отсутствие связи с реальными примерами и приложениями	Некоторые учащиеся не видят практической пользы в изучении функций и не понимают, как они могут быть применены в реальной жизни
3.	Ошибки в символике и нотации	Ошибки в использовании символов и нотации функций приводят к неправильному пониманию материала и затрудняют усвоение новых концепций
4.	Неудачное объяснение и преподавание	Плохое объяснение концепций и недостаточное использование примеров и визуализации затрудняют понимание функций
5.	Недостаток практических задач и упражнений	Отсутствие достаточного количества практических задач и упражнений, которые позволили бы учащимся применить знания о функциях на практике, может привести к недостаточной развитости навыков и понимания
6.	Отсутствие подготовки и недостаточная мотивация учителей	Некоторые учителя имеют недостаточную подготовку или мотивацию для обучения функциям, что отражается на качестве объяснений и инструкций, предоставляемых учащимся

7.	Отсутствие развития логического мышления и умения решать проблемы	Изучение функций требует развития логического мышления и умения решать проблемы. Недостаток развития этих навыков затрудняет понимание и применение функций
8.	Недостаточное использование технологий и современных методов обучения	Использование интерактивных учебных материалов и программ, таких как графические калькуляторы или компьютерные программы, делает для современного школьника изучение функций более интересным и доступным.

Это невозможно, когда целью обучения является не понимание сути, а выработка навыка решения задач определенного типа [1]. Поэтому такие свойства учителя, как способность оценивать достижения ученик вызывать доверие учеников, коллективная эффективность учителей являются показателями эффективности обучения и образования в целом [2].

Оценка успеваемости учащихся, сделанная учителем, исходит из вопросов, наблюдений, письменных работ, того, как ученик реагирует на рост сложности заданий, а также заданий и тестов.

Эти суждения учителя:

– могут помочь установить ожидания;

– могут использоваться для оценки понимания учеников предыдущего материала;

– участвуют в постановке последующих задач;

– выявляют тех, у кого могут быть ранние признаки трудностей;

– определяют выбор способа помощи и распределения по группам;

– влияют на выбор инструментов обучения [2].

В помощь учителям предлагается схема изучения темы «Функция».

1. Понятийное введение: первоначально учащиеся знакомятся с понятием функции, ее основными элементами и свойствами. Учитель старается установить связь функций с реальными примерами или ситуациями, что помогает учащимся увидеть практическую ценность и применение функций.

2. Визуализация: визуальные инструменты, такие как графики и диаграммы, могут быть использованы для наглядной демонстрации зависимостей и преобразований функций. Учащимся предлагается рассмотреть различные виды графиков и их характеристики, что помогает им лучше понять, как функции меняются в зависимости от различных факторов.

3. Решение задач: практическое решение задач и упражнений помогает учащимся применить изученные понятия и методы работы с функциями Задачи могут быть как стандартными, так и контекстными, связанными с реальными ситуациями, чтобы учащиеся видели применение функций в практических задачах.

4. Коллективное и групповое обсуждения: они могут способствовать взаимному обучению и обмену идеями. Ученики могут обсуждать и анализировать различные виды функций, их графики, преобразования и особенности, сравнивать свои рассуждения и выводы.

5. Использование технологий: компьютерные программы, интерак-тивные учебники или графические калькуляторы могут быть полезными инструментами, которые помогут учащимся визуализировать функции, строить графики и проводить различные манипуляции с функциями. Это также может сделать изучение более интерактивным и привлекательным для учащихся.

6. Примеры и демонстрации: практические демонстрации и моделирование могут помочь учащимся лучше понять, как функции работают на практике.

Важно использовать разнообразные методы и подходы для преподава-ния функций, чтобы соответствовать потребностям и различным учебным стилям учащихся.

Также важно давать учащимся достаточно времени на осмысление и закрепление изученного материала через повторение и разнообразные практические задачи.

Список литературы

1. Грецкая А.Н., Бронникова Л.М. О проблемах изучения функциональной линии в школьном курсе математики / сборник научных трудов по материалам VII Международной научно-практической конференции. Смоленск, 09 декабря 2019 года. С. 25-27.

2. Хэтти Джон А.С. Видимое обучение. Синтез результатов более 50 000 исследований с охватом более 80 мил. школьников. Пер. Н.В. Селивановой, ред. В.К. Загвоздкин, Е.А. Хамраева. URL: https://my-shop.ru/shop/product/2798101.html.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ КАК ИНСТРУМЕНТ УСПЕШНОЙ СОЦИАЛИЗАЦИИ ШКОЛЬНИКОВ В СОВРЕМЕННОМ ОБРАЗОВАНИИ

Е.И. Антонова, кандидат. пед. наук
Институт развития образования (Россия, Владимир)
e-mail: antonova-e-i@mail.ru

Аннотация. В работе раскрыта важность формирования функциональной математической грамотности школьников в современном образовании. Показана роль математической грамотности как инструмента успешной социализации школьников.

Ключевые слова: функциональная грамотность, математическая грамотность, социализация школьников.

FUNCTIONAL MATHEMATICAL LITERACY AS A TOOL FOR SCHOOLCHILDREN'S SUCCESSFUL SOCIALIZATION IN MODERN EDUCATION

E.I. Antonova, ph. d (Pedagogy)
Institute of development of education (Russia, Vladimir)

Abstract. The article highlights the importance of developing schoolchildren's functional mathematical literacy in modern education. It also shows the role of mathematical literacy as a tool for successful socialization of schoolchildren.

Keywords: functional literacy, mathematical literacy, socialization of schoolchildren.

Сегодня функциональная грамотность рассматривается как планируемый результат обучения. Уровень образованности современного школьника подразумевает использование полученных знаний и умений для решения актуальных проблем обучения и общения, социального и личностного взаимодействия.

Российский педагог Н.Ф. Виноградова полагает, что функциональная грамотность – это «базовое образование личности» [1, с. 16–17]. «Функционально грамотный человек способен использовать все постоянно приобретаемые в течение жизни знания, умения и навыки для решения максимально широкого диапазона жизненных задач в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений», – считает психолог А.А. Леонтьев [3, с. 35].

С реализацией обновленных ФГОС общего образования в образовательных организациях должны создаваться условия, которые обеспечивают возможность формирования функциональной грамотности обучающихся, включающей овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу готовности к успешному взаимодействию с изменяющимся миром и дальнейшему успешному образованию [5, с. 29].

В определении «математической грамотности» основной упор сделан не на овладение предметными умениями, а на функциональную грамотность, позволяющую свободно использовать математические знания для удовлетворения различных потребностей – как личных, так и общественных.

Принятое в РФ определение математической грамотности повлекло за собой разработку особого инструментария исследования: учащимся предлагаются нетипичные учебные задачи, близкие к реальным проблемным ситуациям, представленные в некотором контексте и разрешаемые доступными учащемуся средствами математики (размещены на электронной платформе РЭШ) [6].

Все это привело и к изменению контрольно-измерительных материалов ОГЭ по математике, где представлены практико-ориентированные задания (№ 1 – 5), направленные на оценку уровня сформированности функциональной математической грамотности выпускников основной школы.

Основным критерием оценки математической грамотности обучающихся является формирование и развитие таких умений, как умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, формулировать их на языке математики, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, создавать математические модели, интерпретировать и оценивать полученные результаты [4].

Проблема формирования математической грамотности требует изменения содержания деятельности на уроке. Современный урок является основным звеном формирования и развития функциональной математической грамотности обучающихся.

Как отмечают ведущие педагоги, научиться действовать ученик может только в процессе самого действия. Обучающиеся должны активно принимать участие в работе на всех этапах учебного процесса: выдвигать собственные гипотезы, формулировать вопросы, определять цели для себя, давать консультации друг другу, интерпретировать и оценивать полученные результаты.

Формировать математическую грамотность надо постепенно, начиная уже с 1 класса (определено обновленным ФГОС начального общего образования). На ступени основного общего образования с 5 класса регулярно включать в ход урока задания на темы «Пространство и форма», «Неопределенность», «Изменение и зависимости», «Количественные рассуждения» и т.п. Эти задания можно использовать по выбору педагога:

– как проблемный элемент в начале урока;

– как задание – «идея» к созданию гипотезы для учебного исследования или проекта;

– как модель реальной жизненной ситуации, иллюстрирующей необходимость изучения какого-либо математического понятия на уроке;

– как задание, устанавливающее межпредметные связи в процессе обучения. Некоторые задания потребуют выдвинуть свою точку зрения и найти аргументы для её защиты.

Как учителю организовать работу по формированию математической грамотности? Необходимо:

– формировать готовность к взаимодействию с математической стороной окружающего мира - погружать в реальные ситуации (отдельные задания; серии заданий, объединенных ситуацией; проектные работы);

– формировать опыт поиска путей решения жизненных задач, учить математическому моделированию реальных ситуаций и переносить способы решения учебных задач на реальные объекты;

– в каждой теме в соответствии с кодификатором содержания выполнять задания, построенные на реальных жизненных сюжетах. Акцент делать на обсуждение: обсуждение ситуации, выявление математических закономерностей, переформулированиеи моделирование объектов, перевод на язык математики, обсуждение ограничений, допущений, предложение различных способов решения, обсуждение их рациональности; обсуждение результатов: оценка и интерпретация, соотнесение с реальной ситуацией;

– продолжать формирование у школьников базовых логических действий, в основе которых лежат мыслительные операции (анализ, синтез, классификация, сравнение и т.п.);

– усилить формирование базовых исследовательских действий.

Для этого требуется:

– включать в урок учебные задания, для выполнения которых учащимся необходимо будет сформулировать вопросы, которые будут решаться с помощью исследования, гипотезу, тему, цель исследования, выстроить ход работы, сформулировать и оценить достоверность полученных выводов;

– проводить урок-исследование и урок-практическую работу, в рамках которых можно давать соответствующие знания об исследовании и формировать умения.

Акцент в работе учителя делается на формировании умений работать с информацией. Для этого необходимо:

– представлять школьникам знания о сущности понятия «информация» и ее видах, о способах работы с информацией (поиск и отбор информации с учетом имеющейся ситуации, анализ, систематизация, интерпретация различных источников информации, оценка информации, перевод информации из одной формы в другую);

– включать в урок учебные задания, направленных на формирование умений работать с различными видами текстов, в том числе и электронными.

Таким образом, необходимо комплексно подходить к формированию математической грамотности школьников, соотносить его с формированием метапредметных результатов обучения, а также учитывать переориентацию системы образования на новые результаты, связанные с «навыками XXI века» – функциональной грамотностью учащихся и развитием позитивных стратегий поведения в различных ситуациях [2, с. 4].

Список литературы

1. Функциональная грамотность младшего школьника: книга для учителя / Н.Ф. Виноградова [и др.]; под ред. Н.Ф. Виноградовой. М.: Российский учебник: Вентана-Граф, 2018. 288 с.
2. Методические рекомендации по формированию математической грамотности обучающихся 5–9-х классов с использованием открытого банка заданий на цифровой платформе / под ред. Г.С. Ковалевой, Л.О. Рословой. М.: Академия Минпросвещения России, 2021.
3. Образовательная система «Школа 2100». Педагогика здравого смысла / под ред. А.А. Леонтьева. Москва: Баласс, 2003.
4. Примерные рабочие программы по математике (базовый и углубленный уровни). URL: https://edsoo.ru/Primernie_rabochie_progra.htm.
5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» [Электронный ресурс]. URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027?index=30&rangeSize=1\ (дата обращения: 14.07.2023).
6. РЭШ (Российская электронная школа). URL: https://resh.edu.ru/.

ИСТОРИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ КАК СРЕДСТВО АКТИВИЗАЦИИ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

И.Л. Мирошниченко, кандидат пед. наук, доцент
Глазовский государственный педагогический институт имени В.Г. Короленко (Россия, Глазов)
e-mail: irrmir@mail.ru
В.А. Родыгина, учитель математики
Средняя общеобразовательная школа №7 г. Слободского Кировской области (Россия, Слободского)
e-mail: rodiginavalentina1999@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается приемы введения исторического материала на уроках математики, способствующие активизации познавательной деятельности обучающихся.
Ключевые слова: исторический материал, познавательная деятельность, приемы.

HISTORICAL MATERIAL IN MATHEMATICS LESSONS AS A MEANS OF ACTIVATING COGNITIVE ACTIVITY

I. L. Miroshnichenko, candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Glazovsky State Pedagogical Institute named after V.G. Korolenko (Russia, Glazov)
V.A. Rodygina, mathematics teacher
Secondary school No. 7, Slobodsky, Kirov region (Russia, Slobodsky)

Abstract. The article discusses the methods of introducing historical material in mathematics lessons, contributing to the activation of cognitive activity of students.
Keywords: historical material, cognitive activity, techniques.

Педагоги, психологи всегда занимались вопросами усовершенствования процессов обучения и воспитания. Необходимость формирования и развития познавательного интереса обучающихся является одним из ключевых вопросов в дидактике. Такие педагоги, психологи, как Л.И. Божович, Н.А. Менчинская, Г.И. Осипов, М.Н. Скаткин, Ю.В. Шаров, рассматривают познавательный интерес как потребность в знаниях, которая заставляет обучающихся активно стремиться к познанию, к поиску способов и средств удовлетворения имеющейся у них «жажды знаний». В.А. Сластенин отмечает познавательный интерес как внутреннюю движущую силу учения, которая проявляется в целенаправленном состоянии ученика, обусловленном знаниями, умениями, опытом творческой деятельности и характеризующемся потребностью в знаниях, а также готовностью к активному познанию.

Ш.А. Амонашвили познавательный интерес определяет как форму стремлений личности, как направленность самостоятельного поиска, постижения секретов, свободного обсуждения проблемы, решения трудных задач, утверждения собственного мнения.

Использование исторического материала на уроках математики не только поможет восполнить пробелы в знаниях о формировании и развитии математики как науки, но и повысит познавательный интерес к предмету, расширит кругозор обучающихся. Профессор, доктор педагогических наук Ю.А. Дробышев считает, что использование элементов истории позволяет как реализовать воспитательные функции обучения, так и развивать познавательную активность и самостоятельность обучающихся, а также осуществлять профессиональную направленность обучения [1, с. 168].

При введении исторических сведений необходимо учитывать следующие принципы: охват основных тем школьного курса математики; актуальность темы для истории края и страны; раскрытие общих закономерностей в историческом развитии науки, особенность развития отечественной математики; разнообразие методов и приемов; учет интереса обучающихся.

При подготовке урока, на котором есть возможность использовать исторический материал для активации познавательной деятельности обучающихся, следует предопределить место исторического материала при изучении темы; установить взаимосвязь между элементами данной темы или группы тем с использованным историческим материалом; обозначить место исторического материала в структуре урока, возможность использования его на протяжении всего урока или фрагментарно; выбрать средства, приемы и методы реализации, которые могут быть использованы наиболее результативно на данном уроке; предусмотреть внеклассные занятия для более полного обсуждения данного вопроса [2, с. 69].

Рассмотрим приемы критического мышления, с помощью которых можно вводить исторический материал на уроках математики. Основными из них являются кластер, синквейн, фишбоун, пресс-конференция, чтение с пометками, кроссворд, мозговой штурм и так далее.

Прием «Фишбоун» – прием развития критического мышления, которыйможно использовать в индивидуальной и групповой форме. Дословно название приема с английского языка переводится как «рыбья кость» или «скелет рыбы». Работу с данным приемом следует начинать с проблемы, а схема структуры «рыбьей кости» представляет собой шаблон для выявления и систематизации причин и фактов по проблеме. В схему входит четыре основных блока, с которыми учитель знакомит учащихся: голова – то, что подлежит анализу – это вопрос, проблема; верхние косточки – то, что привело к проблеме – это причины, которые привели к поднятию данного вопроса; нижние косточки – то, что подтверждает наличие сформулированных причин – это факты или суть понятий, указанных на схеме; хвост – то, как данная проблема разрешилась, или предполагаемый выход из неё – выводы, обобщения. Данный прием используется при изучении темы «Координатная плоскость» (7 класс). Ученикам предлагается текст, по которому они составляют фишбоун самостоятельно или в группах. Способ проверки получившихся работ учитель выбирает самостоятельно. В случае включения данной работы в домашнее задание учитель может на свое усмотрение выдать готовый текст или, если класс сильный в поиске и выделении нужной информации, не выдавать [3, с. 260].

Кластер – это графическая форма структурирования групп похожих объектов, собранных в виде схемы с выделением основной смысловой единицы. Данный прием способствует систематизации и обобщению учебного материала. Составление кластера занимает немного времени, поэтому его можно использовать в конце урока в качестве рефлексии.

Кроссворд – головоломка, представляющая собой переплетение рядов клеточек, которые заполняются словами по заданным значениям. Например, при составлении кроссворда можно использовать следующие вопросы, связанные с единицами измерения.

Вопросы по горизонтали

1. Это урожайная мера. Её использовали для определения площадей сенокосных угодий.

2. В современном мире мы можем сказать «не допустить на пушечный выстрел». Эта мера полностью зависела от силы человека. Например, в греческой поэме «Одиссея» главный герой с легкостью стрелял из этого предмета, который никто не мог даже согнуть.

3. От слова до дела целая …

4. Как называется мера длины, когда измеряют шириной кисти руки?

5. Мера введена в Древнем Риме и подразумевает тысячу шагов солдат в полном обмундировании на марше.

6. Что за старинная единица измерения используется в поговорке: семь … во лбу? Эта мера использовалась на Руси и означает расстояние между большим и указательным пальцами.

7. В Эстонии моряки применяли этот способ измерять расстояние, но условием применения была нормальная скорость корабля, хорошая погода. Подсказка: это набивают табаком.

Вопросы по вертикали

2. В плечах – косая ...

3. От горшка два …

8. Эта мера служила морякам в Испании и означает расстояние, за которое выкуривается это.

9. Эта английская мера длины. 16 человек выстроились друг за другом так, чтобы каждый следующий касался концами пальцев своих ног пяток предыдущего. Одно звено такой цепи, то есть одна ступня и есть эта единица измерения.

10. Устаревшая мера измерения длины, которая использовалась в Чехии. Она равняется 1/30 локтя, 4 зернам или 1,98 сантиметрам.

11. Каждый купец на свой … меряет.

12. Это одна из самых известных единиц измерения старины. Этим способом измеряли и продавали ткани. Среди купцов ценились продавцы с короткими руками.

13. Эту меру ввел английский король Генрих I., и она подразумевала расстояние от кончика его носа до большого пальца вытянутой руки.

14. Эта мера длины равна росту Дюймовочки.

15. Эта мера использовалась в Сибири и равна расстоянию, на котором человек прекращает видеть раздельно рога быка.

Ученикам предлагается пустая сетка (см. рис. 1) и вопросы, которые учитель задает сам при групповой работе или раздает на парты, если работа индивидуальная.

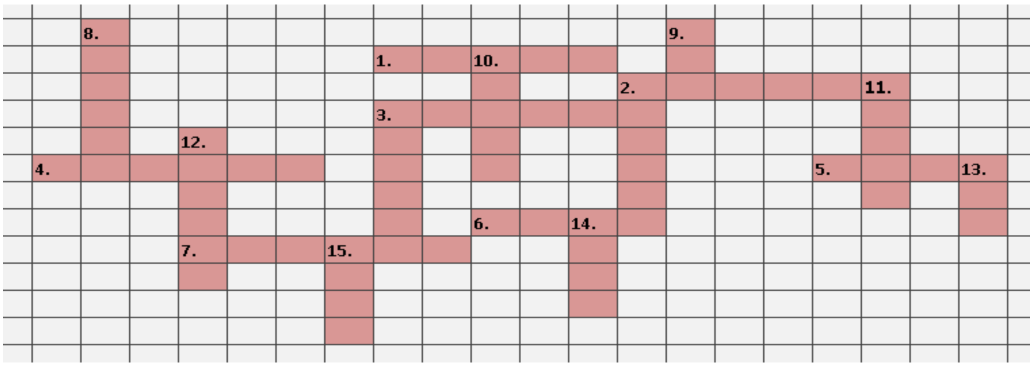


Рис. 1. Кроссворд

Список литературы

1. Дробышев Ю.А., Дробышева И.В. О некоторых направлениях использования элементов истории математики при изучении дисциплин математического цикла // Математическое моделирование в экономике, управлении, образовании: материалы Международной научно-практической конференции / под ред/ Ю.А. Дробышева и И.В. Дробышевой. Калуга: Эйдос, 2015. С. 167–172.

2. Колягин Ю.М. Еще раз о занимательности в обучении // Начальная школа. 1992. № 9–10. с. 69–70.

3. Родыгина В.А. Приемы введения исторического материала на уроках математики // Воспитание будущего учителя-исследователя: сборник материалов по итогам научной сессии студентов «Наука и технологии в педагогическом образовании». Глазов: ГГПИ, 2021. С. 255–262.

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К КОНСТРУИРОВАНИЮ МЕТАПРЕДМЕТНОГО СОДЕРЖАНИЯ (НА ПРИМЕРЕ ДИСЦИПЛИН ЕСТЕСТВЕННО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА)

Т.Е. Рыманова, кандидат пед. наук, доцент
Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина (Россия, Елец)
e-mail: barkarelez@mail.ru
Н.В. Черноусова, кандидат пед. наук, доцент
Елецкий государственный университет имени И.А. Бунина (Россия, Елец)
e-mail: chernousovi@mail.ru

Аннотация. Исследование посвящено вопросам реализации метапредметного направления ФГОС в современной школе. Особое внимание уделено технологическим процедурам конструирования содержательного компонента в контексте исследуемой проблемы.

Ключевые слова: образовательная технология, метапредметность, технологические процедуры.

TECHNOLOGICAL APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF METASUBJECT CONTENT (EXAMPLES OF NATURAL-MATHEMATICAL CYCLE DISCIPLINES)

T.E. Rymanova, candidate of Pedagogical Sciences, associate Professor
Yelets Bunin Yelets state University (Russia, Yelets)
N.V. Chernousova, candidate of Pedagogical Sciences, associate Professor
Yelets Bunin Yelets state University (Russia, Yelets)

Abstract. The study is devoted to the implementation of the meta-subject direction of the Federal State Educational Standard in a modern school. Special attention is paid to the technological procedures for constructing a meaningful component in the context of the problem under study.

Keywords: educational technology, meta-subject, technological procedures.

В реализуемых в настоящее время образовательных стандартах особое внимание привлекает метапредметное направление. Данная категория не является традиционной по названию, но не по содержанию. На наш взгляд, первооснова метапредметности была заложена Л.Ф. Магницким в первом печатном русском учебнике «Арифметика». На сегодняшний день нет единой точки зрения на определение данного понятия [1]. К сожалению, также до конца не выработан методический подход к реализации метапредметной составляющей ФГОС. В настоящей публикации предлагается авторское видение проблемы, ее решение рассматривается через призму аксиоматического подхода, который воплощается в проектировании системы метапредметов, охватывающей все классы с пятого по одиннадцатый (рис. 1). Отметим, что в действующих сегодня нормативных документах нет понятия «метапредмет», но, по нашему мнению, такое название четко отражает пути решения соответствующей дилеммы.

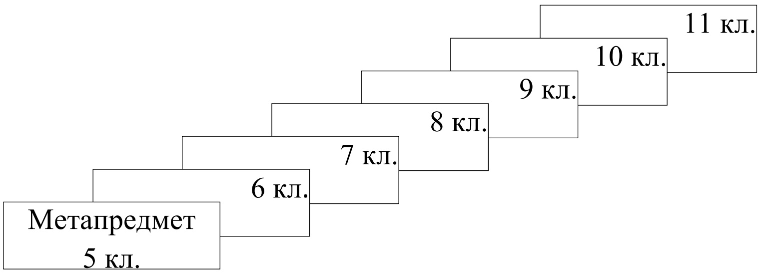


Рис. 1. Атлас метапредмета

В контексте указанной проблематики мы считаем, что общее название курсов «Математика вокруг нас» наиболее точно отражает смысл метапредметности. Чтобы не загромождать учебный план, для их проведения можно использовать часы, отводимые на внеурочную деятельность (1 час в неделю). По нашему мнению, метапредмет «Математика вокруг нас» должен всесторонне отражать не только метапредметность математики, но и корреляционные процессы в естественно-математической сфере, что, в конечном счете, будет способствовать формированию целостного представления о научной картине мира. Исходя из этого, в 5-м, 6-м и 7-м классах курсы носят в основном межпредметный характер, в дальнейшем идейное наполнение сдвигается в область надпредметности.

В качестве концептуальной основы встраивания данного компонента стандарта в образовательный процесс средней школы предлагается подход, основанный на системе аксиом, подробно изложенный в ранее опубликованных работах [1; 2].

Остановимся на содержательной стороне вопроса. В качестве примера рассмотрим метапредмет «Математика вокруг нас» (6 класс). Данный курс строится на интеграции математики, географии и физики. Необходимо отметить, что в области математики происходит обобщение и систематизация ранее полученных на уроках знаний. В 6 классе школьники продолжают изучать географию, с которой познакомились еще в прошлом году. Получение знаний в области физики носит пропедевтический характер. Учебно-тематическое планирование включает разделы «Измерения», «Величины и зависимости», «Координаты», «Экономические вопросы».

Первым этапом проектирования курса является исследование его содержательного потенциала. Вначале необходимо выстроить цепочку: содержание $\rightarrow$ результат деятельности. Наглядно итог такой работы представлен на примере модуля «Измерения». В результате данного анализа выстраивается понятийное поле I.

Таблица 1

Понятийное поле I

Модуль программы	Основное содержание	Результат деятельности
Модуль I. Измерения	Математика	
	Отрезок, ломаная, углы, расстояния, шар, окружность. Приближённое значение величины. Округление чисел. Диаграммы	Измерять расстояния и углы, строить отрезки, углы. Делать выводы о точности приближения. Выполнять вычисления с реальными данными, прикидку и оценку результатов вычислений
	География	
	План, масштаб и его виды, градусная сеть, распределение солнечного света, относительная и абсолютная высота. Способы глазомерной съёмки местности.	Определять азимут объекта, пользоваться масштабом, уметь читать по условным знакам, ориентироваться на местности

Модуль программы	Основное содержание	Результат деятельности
	Длина экватора, радиусов, площадь поверхности Земли	
	Физика	
	Измерение величин, международная система единиц	Переводить величины из одних единиц в другие
	Метапредметное содержание	
	Моделирование с помощью схем, рисунков, реальных предметов. Анализ и осмысление информации	Устанавливать причинно-следственные связи между объектами

Второй шаг в цепочке технологических процедур – конструирование понятийного поля II. Один из возможных вариантов представлен на рисунке 2.

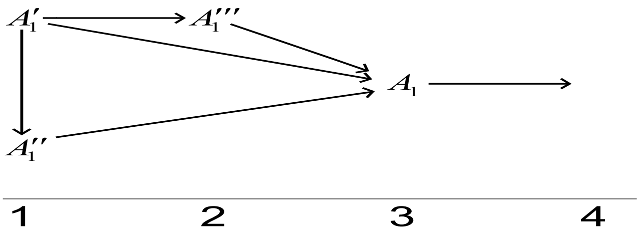


Рис. 2. Модель понятийного поля II

Предположим, что на первом уроке рассматриваются два вспомогательных понятия: «расстояние» (A_1') (математика) и «план» (A_1'') (география). На следующем занятии исследуется вопрос измерения физической величины (A_1''') с точки зрения пропедевтики понятия. На третьем уроке появляется метапредметная категория «моделирование» (A_1).

Таким образом, осуществляется реальное воплощение аксиомы 4 из общего списка: *«Аксиома 4.* (аксиома нормирования рабочего поля). Конструирование понятийных полей I и II позволяет нормировать рабочее поле, которое формирует логическую структуру учебного процесса» [2].

После этого приступают к очередной технологической процедуре – конструированию задачного материала в контексте метапредметности. Например, рисунок 3 предоставляет возможность для творческого подхода в составлении подобных задач.

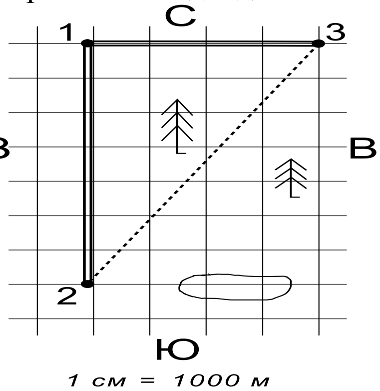


Рис. 3. Рисунок для конструирования метапредметной задачи.

Фабула задания может быть следующей: «На плане местности пруд находится поблизости от села Васильки. Из него в деревню Ромашкино можно добраться по шоссе через хутор Лютики и по проселочной дороге. Охарактеризуйте местность, представленную на плане. Укажите, где находятся село Васильки, деревня Ромашкино и хутор Лютики. Определите расстояния между указанными населенными пунктами (ответ дайте в километрах). Предельная скорость на машине по шоссе 60 км/ч, по проселочной дороге – 40 км/ч. За какое время можно преодолеть расстояния между этими населенными пунктами? Как можно быстрее добраться из села Васильки в Ромашкино? Какой маршрут целесообразно выбрать в зимнее время? Почему?»

Отметим, что предложенное задание соответствует всем ранее указанным аспектам, а рассмотренные процедуры являются составной частью разрабатываемой образовательной технологии.

Список литературы

1. Рыманова Т.Е. Аксиоматический подход к реализации метапредметной составляющей новых образовательных стандартов по математике // Вестник Оренбургского государственного педагогического университета. 2019. № 1(29). С. 242–250.

2. Rymanova T.E., Chernousova N.V., Melnikov R.A. Designing the educational process of mathematics in the context of educational metadisciplinarity // RevistaOn Line De Politica E Gestao Educational. 2021. T. 25, No. 3. P. 2226–2240.

ИЗ ОПЫТА ОБУЧЕНИЯ УЧАЩИХСЯ 6 КЛАССОВ ЭЛЕМЕНТАМ КОМБИНАТОРИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Е.Р. Садыкова, канд. пед. наук, доцент
Казанский (Приволжский) федеральный университет (Россия, Казань)
e-mail: sadikova_er@mail.ru
О.В. Разумова, канд. пед. наук, доцент
Казанский (Приволжский) федеральный университет (Россия, Казань)
e-mail: miraolga@rambler.ru
Л.Р. Гилемшина, студентка Института математики и механики
имени Н.И. Лобачевского
Казанский (Приволжский) федеральный университет (Россия, Казань)
e-mail: glandish99@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена изучению элементов комбинаторики и теории вероятностей в курсе математики 6 класса, приводится опыт работы со сборником задач с интерактивными элементами с использованием викторин, квест-комнат, QR-кодов.

Ключевые слова: комбинаторика, теория вероятностей, комбинаторный стиль мышления, квест-комната, викторина.

FROM THE EXPERIENCE OF TEACHING 6 GRADE STUDENTS THE ELEMENTS OF COMBINATORICS AND PROBABILITY THEORY

E.R. Sadykova, Ph.D. in Pedagogy, Associate Professor
Kazan (Volga region) Federal University (Russia, Kazan)
O.V. Razumova, Ph.D. in Pedagogy, Associate Professor
Kazan (Volga region) Federal University (Russia, Kazan)
L.R. Gilemshina, student of the Institute of Mathematics
and Mechanics named after N.I. Lobachevsky
Kazan (Volga region) Federal University (Russia, Kazan)

Abstract. The article is devoted to the description of the elements of combinatorics and probability theory in the study of mathematics of the 6th grade, the experience of working on a collection of tasks with interactive phenomena using quizzes, quest rooms, QR codes is given.

Keywords: combinatorics, probability theory, combinatory style of thinking, quest room, quiz.

В условиях реализации обновленных федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования в структуру учебного предмета «Математика» включен новый курс – «Вероятность и статистика», основными линиями содержания которого стали вероятность, статистика, комбинаторика, графы, логика, множества. Изучение элементов комбинаторики, теории вероятностей, математической статистики способствует развитию таких качеств, как системность, гибкость, многовариантность, избирательность. Все это требует поиска новых эффективных приемов и средств обучения, направленных на усвоение вероятностно-статистической линии в школьном курсе математики, усиливающtй его прикладное и практическое значение.

Вопросы изучения и включения элементов комбинаторики и теории вероятностей в школьный курс математики рассматривались в трудах Е.П. Виноградовой, Е.Е. Белокуровой, Л.В. Евдокимовой, В.Ф. Волгиной, О.С. Медведевой, А.П. Шиховой [1–3, 5]. В исследованиях отражены различные аспекты изучения элементов комбинаторики и теории вероятностей. Так, в работе В.Ф. Волгиной [2] показано систематическое изложение комбинаторики на графовой основе, в исследовании А.П. Шиховой [7] актуализирована подготовка мышления учащихся через введение элементарных комбинаторных заданий в начальной школе. В диссертации О.С. Медведевой [5] обоснованы вопросы развития комбинаторного стиля мышления.

Анализ литературы показал, что изучение элементов комбинаторики и теории вероятностей у детей и подростков характеризуется значительными трудностями, медленным темпом, а также ярко выраженной индивидуальной вариативностью, при которой комбинаторные представления значительной части подростков сохраняются на уровне младшего школьника или даже дошкольного возраста.

Для лучшего усвоения курса «Вероятность и статистика» в 7–9 классах нами на уроках математики 6 класса проводилась специальная работа, организованная на базе СОШ-интерната для одаренных детей Сабинского муниципального района в период с ноября 2022 года по май 2023 года. В проведенном исследовании участвовали учащиеся 6 класса. Обучение осуществлялось по учебному пособию [6], а также [4]. Работа была направлена на развитие у учеников комбинаторного стиля мышления с учетом его характерных черт. Для достижения поставленной цели нами разработан факультативный курс «Изучаем комбинаторику и теорию вероятностей». На занятиях ученики знакомились с задачами на конфигурации, путем исследования учились представлять явления в различных комбинациях и целенаправленно перебирать из ограниченного круга возможностей. Часть уроков была посвящена изучению типов комбинаторных соединений, которые дались ученикам как единая целостная система. Благодаря этому приему для учащихся сходства и различия типов соединений становились более наглядными, они осознанно воспринимали информацию. В содержание факультативного курса нами были включены следующие темы: «Знакомство с комбинаторикой», «Магические и латинские квадраты», «Линии и точки на ней», «Методы решения комбинаторных задач», «Комбинаторное поле-чудес», «Правила суммы и произведения для решения комбинаторных задач», «Введение в теорию вероятностей», «Решение задач на классическое определение вероятностей», «Математическое лото». На факультативных занятиях использовался разработанный нами сборник задач с интерактивными элементами «Изучаем комбинаторику и теорию вероятностей». Задачи из данного сборника выводились на проекторный экран. Во время урока ученики знакомились с Комбиком, который помогал им углубляться в мир комбинаторики (рис. 1).

Рис. 1. Приветствие Рис. 2. Задание

Материал сборника разделен на 5 блоков. В начале каждого блока ученикам предлагался небольшой теоретический материал, который охватывал самые важные моменты по теме. Объяснение темы проводилось с опорой на задачу, а подробный разбор материала приводился с использованием наглядных картинок, схем и таблиц. Также на некоторых уроках ученики проходили викторины, находили выход из квест-комнаты, который предлагал им Комбик с помощью QR-кода (рис. 2). На рисунке 3 представлена такая квест-комната. Чтобы ученикам выйти из комнаты, нужно было решить задачи. Для создания квест-комнат, викторин нами использовалась образовательная платформа Joyteka. Данная платформа помогает учителям создавать интересные, увлекательные и нестандартные задания.

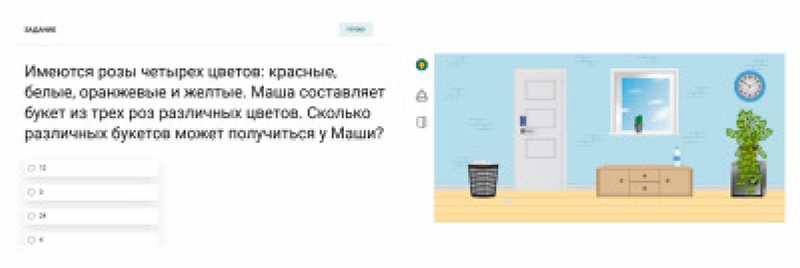


Рис. 3. Квест-комната

На уроках факультативного курса нами проводилась частично-поисковая работа, в процессе которой ученики научились представлять явления в разных комбинациях. Правильность своих ответов учащиеся проверяли благодаря Комбику. По предложенным QR-кодам ребята переходили на страницу с верными ответами. На уроках «Методы решения комбинаторных задач» применялась предметная деятельность при решении задач с использованием перебора возможных вариантов и осуществлялся дальнейший переход к более абстрактным методам перебора, таких как дерево возможных вариантов, таблицы и графы.

Сборник задач с интерактивными элементами, предназначенный для учащихся 6 класса, стал дополнением к урокам математики. Задачи, теоретический материал использовался как учителем на уроках в качестве дополнительных задач, способствующих развитию комбинаторных умений, так и самими учащимися для подготовки к урокам и контрольным работам. Для более подготовленных учащихся, стремящихся углубить собственные знания, и тех, кто готовится к олимпиадам, в сборнике присутствовал раздел олимпиадных задач с решением.

Список литературы

1. Виноградова Е.П. Комбинаторные задачи в системе развивающего обучения четырехлетней начальной школы: дис. ... канд. пед. наук. М., 2003. 180 с.
2. Волгина В.Ф. Графовые модели в методике преподавания математики: дис. ... канд. пед. наук. М., 1976. 224 с.
3. Евдокимова Л.В. Формирование комбинаторного мышления у младших школьников и подростков: дис. ... канд. психолог. наук. М., 2006. 201 с.
4. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 6 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений. 8-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2009. 264 с.
5. Медведева О.С. Решение задач комбинаторного характера как средство развития мышления учащихся 5–6 классов: дис. ... канд. пед. наук. М., 1990. 175 с.
6. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б. Математика: 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций. М.: Вентана-Граф, 2014. 304 с.
7. Шихова А.П. Обучение комбинаторике и ее приложениям в средней школе. Москва, 1978. 253 с.

ОБ ОПЫТЕ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ КАК ОТДЕЛЬНОГО ПРЕДМЕТА В БАЗОВОЙ ШКОЛЕ РАН ГАУ КО ОО «ШКОЛА-ИНТЕРНАТ ЛИЦЕЙ-ИНТЕРНАТ» г. КАЛИНИНГРАДА

А.М. Михеенко, Д.С. Михеенко, О.М. Омельян

Школа-интернат лицей-интернат г. Калининграда

e-mail: artem-miheenko9@yandex.ru, darja.savich@yandex.ru, omelanmola@gmail.com

Аннотация: Работа посвящена обоснованию важности введения и изучения курса теории вероятностей и статистики как отдельной учебной дисциплины в школьный курс математики.

Ключевые слова: теория вероятностей, статистика, вероятность, методика преподавания математики, закон больших чисел.

ABOUT THE EXPERIENCE OF TEACHING THE COURSE OF PROBABILITY THEORY AND STATISTICS AS A SEPARATE SUBJECT AT THE BASIC SCHOOL OF THE RUSSIAN ACADEMY OF SCIENCES (GAU KO OO SHILI BOARDING SCHOOL-LYCEUM (RUSSIA, KALININGRAD)

A.M. Mikheyenko, D.S. Mikheyenko, O.M. Omelyan

Boarding School-lyceum (Russia, Kaliningrad)

e-mail: artem-miheenko9@yandex.ru, darja.savich@yandex.ru, omelanmola@gmail.com

Abstract. The paper is devoted to substantiating the importance of studying and introducing the course of probability theory and statistics as a separate academic discipline in the school mathematics course

Keywords: probability theory, statistics, probability, methods of teaching mathematics, the law of large numbers.

В следующем учебном году во всех школах России в школьную программу будет добавлен новый предмет – Теория вероятностей и математическая статистика (ТВиМС). Ранее этот предмет был встроен в рабочую программу курса математики (5–11 классы) в виде небольшого раздела, но его изложение не носило системного характера и могло, в принципе, быть исключено из плана по причине отсутствия в различных аттестациях и государственном стандарте до недавнего времени.

Стоит отметить, что выделение данного курса как отдельной дисциплины имеет как положительные стороны, так и несёт определенные риски. В первую очередь стоит сказать, что обособление данного курса продолжает установление взаимосвязи обучения математике в школе и в дальнейшем в вузе (на данный момент высшей школе часто приходится вводить адаптационные курсы для студентов 1 курса, чтобы осуществить более плавный процесс обучения).

Также отметим, что отделение данного курса представляется нам максимально логичным за счёт того, что как алгебра, геометрия, так и другие науки (физика, химия…) работают в рамках предопределенности и закономерности событий. Напротив, теория вероятности работает в рамках стохастической линии. Учащиеся в рамках изучения этого предмета будут получать первые представления об элементах статистики, вероятности и комбинаторики. Статистическая культура является важной составляющей общей культуры, и каждый человек будет тем успешнее в жизни, чем полнее и глубже будет понимать статистическую природу окружающего мира и его законы (например, закон больших чисел).

С другой стороны, появление нового предмета приведет к усложнению заданий на всевозможных ВПР, ОГЭ и ЕГЭ. Дисциплине будет отводиться не менее 34 часов в каждом классе, что может послужить триггером для добавления новых задач в государственные аттестации и проверочные работы и усложнения старых, что и наблюдается в последние годы в ЕГЭ (2 задачи посвящены теории вероятностей). Кроме того, не стоит забывать и очевидную неготовность большинства преподавателей читать данный курс полноценно, а не поэлементно. В настоящее время появилась острая необходимость в проведении курсов повышения квалификации для учителей, как опытных, так и молодых, только что окончивших педагогический вуз. Так что, увы, есть и неприятные последствия такого решения.

Наша школа предвосхитила планы И.В. Ященко и И.Р. Высоцкого [1, 2] по введению данной дисциплины как обязательного предмета для всех школьников как базового, так и профильного обучения, и уже несколько лет назад в нашем лицее ГАУ КО ОО ШИЛИ мы ввели преподавание ТВиМС для профильных классов. В ТВиМС главный акцент в обучении мы ставим не на том, как считать, а а на том, чтобы научить пониманию, что мы и делаем при решении задач по этой дисциплине. В своей работе мы стараемся провоцировать у учащихся понимание того, что происходит в задаче, и лишь затем правильно воспринимать формулы ТВиМС.

По поводу методологии ведения начнём с младших классов. Мы считаем важным для успешного изучения курса следующие моменты:

– минимум математического формализма. Отметим, что даже в высшей школе при изучении данного предмета процент его понимания достаточно невысокий. А теперь спустимся на несколько ступеней обучения вниз, в 7 класс. Много ли детей поймут или запомнят формулу среднеквадратичного отклонения?

– от статистики к теории вероятностей. Школьный курс, в отличие от курса высшей школы, должен идти по пути эмпирического метода познания, от статистики к теории вероятностей. Более того, за счёт такого подхода, теория вероятностей будет восприниматься как расширение статистики;

– необходимо показать естественность теории вероятностей. Например, закон больших чисел, который можно наглядно продемонстрировать и за счет этого организовать огромный спектр практических работ, работ в парах, соревнований и т.д.;

– разнообразие актуальных примеров. Области применения статистики и вероятности в последнее время очень сильно разрослись. Немалый вклад в это сделали развитие искусственного интеллекта и сопутствующие сферы знаний (Data Science, Big Data, Machine Learning), требующие генерации и хранения огромного количества данных обо всех сферах жизнедеятельности. Также большой вклад внесло развитие экономической теории (Теория игр, Эконометрика). За счёт такого количественного скачка в информации появилось огромное количество таблиц, диаграмм для изучения. Буквально каждый учащийся сейчас способен отыскать любую интересную для себя информацию для анализа, что открывает большой фронт педагогических возможностей для проведения уроков. Больше не нужно использовать устаревшие примеры из азартных или других игр, ведь для всего есть лучшие альтернативы, которые более понятны и доступны современному поколению учащихся.

Теперь относительно методики обучения учащихся старших классов. В этом возрасте дети часто спрашивают о роли дисциплины в мире, и, чтобы проиллюстрировать значимость и место ТВиМС в реальной жизни, мы приводим, например, вот такую задачу.

Задача. Пусть есть тест, точность которого 95% в обе стороны. Если протестировать большую группу заведомо больных, то в 5% случаев он покажет **ложно**отрицательный результат, и если протестировать большую группу здоровых, то в 5% случаев он покажет **ложно**положительный результат. Будем для определенности считать, что некой серьезной болезнью болеет 1/1000 населения. У вас нет симптомов болезни, вы сделали домашний тест, точность которого 95%. Результат положительный. Как вы думаете, вероятность того, что вы больны: 1) более 90%; 2) примерно 50%; 3) менее 10%? (понятно, что очень мало учащихся приходит сразу без предварительного обоснования к правильному выводу, а именно к третьему).

Анализируя данную задачу (кстати, такие задачи сейчас входят в перечень задач ЕГЭ по математике профильного уровня), мы видим, что это задача на условную вероятность. Доля больных людей среди людей с положительным тестом определяется по формуле:

$$\frac{0{,}001 \cdot N \cdot 0{,}95}{0{,}001 \cdot N \cdot 0{,}95 + 0{,}999 \cdot N \cdot 0{,}05} \approx 0{,}02.$$

Данное число 0,02 мы интерпретируем как рост возможной болезни по сравнению с ожидаемой по условию задачи вероятностью 0,001. Задача еще раз реально показывает, что именно теория вероятностей дает эмоционально правильное восприятие чисел.

После такой яркой иллюстрации учащиеся более охотно приступают к изучению довольной сложной дисциплины ТВиМС, а не только потому, что данные задачи входят в ОГЭ и ЕГЭ.

В рамках своего предмета по выбору для 10–11 классов нам удается изучить довольно сложные темы ТВиМС, что ранее не было возможным в рамках обычных уроков математики, такие как:

– зависимые и независимые случайные величины, теорема сложения вероятностей;

– условная вероятность и теорема умножения вероятностей;

– формула полной вероятности и формула Байеса;

– распределение вероятностей, геометрическое распределение и распределение Бернулли;

– дискретные случайные величины, математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение и др.

В заключение хочется отметить: анализ списка задач на сайте ФГБНУ «ФИПИ» (fipi.ru) по ТВиМС говорит о том, что уже сейчас есть задачи на все вышеперечисленные темы, но пока они, к счастью, не все «проявились» на реальном ЕГЭ и ОГЭ. Теперь, после введения нового предмета, можно почти со стопроцентной уверенностью утверждать, что задачи серьезно усложнятся, что еще раз высвечивает проблему качественной подготовки педагогов по данным темам дисциплины ТВиМС.

Список литературы

1. Ященко И.В., Высоцкий И.Р. Теория вероятностей и статистика. М.: Просвещение, 2023.
2. Высоцкий И.Р. Кружок по теории вероятностей 8-11 классы.М.: МЦНМО, 2023.

ОБ ОПЫТЕ ПРЕПОДАВАНИЯ КУРСА КОНСТРУКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ В ЛИЦЕЕ

М.А. Долговец, И.С. Маклахова
Школа-интернат лицей-интернат (Россия, Калининград)
e-mail: m.dolgovec@gmail.com, imaklakhova@mail.ru

Аннотация. В статье описан опыт преподавания курса конструктивной геометрии в лицее. Курс посвящён применению оригами как метода решения задач элементарной геометрии.

Ключевые слова: конструктивная геометрия, оригами, методика преподавания математики.

ON THE EXPERIENCE OF TEACHING THE COURSE OF CONSTRUCTIVE GEOMETRY AT THE LYCEUM

M.A. Dolgovec, **I.S. Maklakhova**
Boarding school - lyceum (Russia, Kaliningrad)
e-mail: m.dolgovec@gmail.com, imaklakhova@mail.ru

Abstract. The article describes the experience of teaching the course of constructive geometry at the lyceum. The course is devoted to origami which is used as a method of solving problems in the elementary geometry.

Keywords: constructive geometry, origami, methods of teaching mathematics.

> Время, затраченное человеком на обдумывание того, как начертить одну-единственную вспомогательную прямую в геометрической задаче, (…) вознаграждается, даже если (…) конечный результат может быть и ошибочным [6].

Общеизвестны проблемы с преподаванием (и изучением) геометрии. В нашем лицее – базовой школе РАН эти проблемы не менее актуальны. Кроме уменьшения часов, отводимых школьными программами геометрии, очевиден и ещё один аспект: современные дети почти не имеют возможности «пощупать руками» пространство. Они рано получают доступ к сложным технологиям – конструкторам, роботам, электронной технике, но зачастую лишены возможности поиграть в кубики. И совсем не лишней оказывается любая форма школьной занятости, позволяющая компенсировать такой дефицит.

В наш лицей дети приходят в 7-й класс и сразу погружаются в профильное обучение. Лепить из пластилина или вырезать из бумаги, разумеется, особо некогда. Мы постарались найти выход – предложить школьникам внеурочный курс конструктивной геометрии. Столь ёмкое наименование позволит в перспективе существенно расширить этот курс, а пока в его нынешнем виде он базируется на древнем японском искусстве складывания бумаги – оригами. Мы не претендуем на новизну или оригинальность, просто хотим поделиться опытом.

Приоритет в соединении оригами и геометрии, бесспорно, принадлежит Японии. «В учебнике математики, изданном перед Второй мировой войной, оригами уже использовалось для формулировки математических задач. Было известно, что оригами помогает при изучении элементарной математики» [10].

В современной японской школе оригами – школьный предмет. Японский школьник, «занимаясь геометрическими построениями, (…) просто не может ограничиться европейским подходом. Ему совершенно непонятно, почему бумага не участвует в работе. Напротив, бумага должна стать главным инструментом» [10]. (Напомним, Япония уверенно занимает верхние строки рейтингов по качеству образования).

К концу XX века оригами занялись «серьёзные» математики. В 80-х годах вышла книга профессора-геометра Кунихико Касахары «Оригами для знатоков» [6]. Отдельного упоминания заслуживает тот факт, что книга вышла в Токио и Нью-Йорке на японском, английском и русском языках.

В 1991 году оригамист и математик Фумияки Фудзита сформулировал шесть правил складывания бумаги, в 2001 году его коллега Косиро Хатори нашёл седьмое. Позднее выяснилось, что Жак Жюстен сформулировал все эти семь правил ещё в 1989 году. В 2003 году Роберт Лэнг доказал, что данными правилами описываются все возможные действия в оригами. В англоязычной литературе чаще говорят об «аксиомах» (англ. HJA, Huzita-Justin Axioms) [см.: 2; 4]. После формулировки этих «аксиом» методы оригами стали «строгими», т.е. формально обоснованными.

Таким образом, можно говорить о возникновении в XXI веке нового метода решения задач элементарной геометрии – оригами (появились термины – оригамика или оригаметрия).

Это направление геометрии (и не только элементарной) в последнее время становится всё более популярным. Большая часть публикаций появляется за рубежом [см.: 1 – 3; 6; 10]. Однако не может не внушать оптимизма и интерес отечественных авторов к этой теме (см.: [5; 7; 9]).

Итак, вернёмся к структуре учебного курса. Он состоит из четырёх разделов (разного объёма и разной значимости).

Вводная часть двухгодового курса посвящена «традиционному» оригами: мы складываем журавликов, рыбок и бабочек. Уже на этом этапе ученики самостоятельно приходят к вполне очевидным выводам: количество осей симметрии квадрата и прямоугольника различно, точки биссектрисы равноудалены от сторон угла и т.д. Разумеется, на протяжении всего изучения геометрии на «обычных» уроках никто не мешает время от времени пользоваться сложенным листом бумаги как средством доказательства (или хотя бы возможностью демонстрации) каких-то геометрических фактов.

Следующий раздел курса позволяет перейти к знакомству со стереометрией. А точнее – мы приступаем к складыванию и одновременному изучению платоновых тел, т.е. правильных многогранников. Эта работа также включает в себя много аспектов.

Во-первых, подробно исследуем устройство самих многогранников. Так как для складывания подобных конструкций применяется техника модульного оригами, а число модулей соответствует либо числу граней, либо числу рёбер многогранника (реже – числу вершин), то сразу естественным образом возникают пары гексаэдр – октаэдр и икосаэдр – додекаэдр. Заодно можно поговорить, почему тетраэдр – самый простой многогранник (а красивые термины типа «симплекс» обычно аудиторией приветствуются).

Во-вторых, в наиболее распространённых моделях многогранников модули складываются не всегда из классического квадрата. Зачастую – из правильного треугольника или различных прямоугольников (с соотношениями сторон, например, $\sqrt{2}:2$

или $\sqrt{3}:2$). То есть здесь возникают такие темы для обсуждения, как пропорции, подобные и вписанные / описанные фигуры, отношения отрезков в треугольнике, иррациональные числа и т.д. Надо осмысливать, откуда взялся «формат А4» (прямоугольник со сторонами $\sqrt{2}:2$), в какой прямоугольник можно вписать правильный треугольник и сколько есть способов вписать эти фигуры.

Стоит отметить, что вопрос построения правильных многоугольников (квадрата, треугольника и шестиугольника) обсуждается ещё в самом начале курса: начинается всё с листа бумаги произвольной формы, базовые для оригами фигуры надо получить самостоятельно. То есть с самого начала становится очевидно: держа в руках лист бумаги, мы имеем дело с очень хорошим способом решения задач на построение – без всяких инструментов (ни циркуля, ни линейки у нас нет).

Третий раздел курса приходится на начало восьмого класса. Можно возвращаться к основам – к вопросам аксиоматики. Как уже упоминалось, в англоязычной литературе за правилами, описывающими основные складки оригами, закрептлось название «аксиомы» (Huzita-Justin Axioms). Это название несколько некорректно. Но даёт хороший повод поговорить (в данном случае с достаточно маленькими для осмысления подобных вопросов детьми) о том, как устроены основания геометрии и почему «аксиомы оригами» аксиомами по сути не являются (интересующиеся могут познакомиться с замечательной работой Д.И. Грищенко [5]).

На этом этапе становится очевидной ещё одна сторона курса – она порождает задания для самостоятельной работы, часть из которых может перерасти в темы для проектно-исследовательской деятельности (неотъемлемой составляющей нынешнего учебного процесса).

И четвёртая часть курса конструктивной геометрии посвящена оригами как методу решения задач на построение.

Большая часть классических элементарных задач (деление отрезка пополам, построение биссектрисы, серединного перпендикуляра) складыванием бумаги решается гораздо проще, чем традиционным набором инструментов – циркулем и линейкой. Поэтому их рассматривать неинтересно.

Зато интересно решить задачу деления отрезка в произвольном отношении $m:n$, где $m, n \in N$. Метод решения этой задачи вытекает из теоремы Хага (см.: [10]), но в самой книге он явно не описан, – то есть здесь опять возникает необходимость в каких-то элементах исследования.

Далее можно вернуться к задаче построения правильных многоугольников. В частности, рассмотреть известное в классическом оригами построение пятиугольника и доказать, что полученный многоугольник не является правильным.

Ну и, наверное, самая интересная часть курса – решение «нерешаемых» задач на построение. Речь идёт о задачах удвоения куба и трисекции угла (ещё раз хочется упомянуть, что в нашем случае отсутствие инструментов является лучшим инструментом). Описание складок, приводящих к решению этих задач, найти легко. А вот доказательство корректности построений – уже чуть сложнее (см.: [7]). В любом случае, решение этих задач представляет интерес не только для восьмиклассников, но и для гораздо более старшей аудитории.

В завершение хочется упомянуть, что у наших лицеистов есть опыт успешных выступлений с докладами по описанной тематике на различных конференциях, например на Сахаровских чтениях (см.: [8]).

Список литературы

1. Clemens F. Angle trisection with origami and related topics // Swiss Mathematical Society. 2011, № 6.

2. Lang Robert J. Origami Design Secrets: mathematical Models for an Ancient Art. A. K. Peters, 2003.
3. Sheri Yin. The Mathematics of Origami. URL: https://sites.math.washington.edu/~morrow/336_09/papers/Sheri.pdf.
4. Афонькин С., Афонькина Е. Всё об оригами. СПб.: Кристалл, 2004.
5. Грищенко Д., Оригами, или Что можно получить с помощью складывания листа бумаги. М.: МЦНМО, 2013. (Математическое просвещение. Третья серия, вып.17).
6. Касахара Кунихико, Такахама Тоши. Оригами для знатоков. Токио: ALSIO, 1987.
7. Петрунин А. Оригами и построения // Квант. 2008. № 1. С. 38–40.
8. XXVII Сахаровские чтения (2017). URL: http://www.school.ioffe.ru/readings/2017/.
9. Табачников С., Фукс Д. Математический дивертисмент. М.: МЦНМО, 2016.
10. Хага Кадзуо/ Оригамика. Геометрические опыты с бумагой. М.: МЦНМО, 2012.

СТРУКТУРА ПОСТРОЕНИЯ ДИСТАНЦИОННОГО КУРСА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ К ОГЭ В ОНЛАЙН-ШКОЛЕ «МИР МАТЕМАТИКА»

В.Д. Зайкова, соискатель
Вятский государственный университет (Россия, Киров)
e-mail: Zaykova1988@yandex.ru

Аннотация. В статье осмысляются три основных принципа построения курса репетиторской онлайн-школы «Мир_математика». Отмечается, что дистанционный курс необходим для закрепления учащимися пройденного материала по математике за 5–9 классы, более эффективной педагогической диагностики и контроля знаний школьников. Подчеркивается: данный вид обучения должен сопровождать процесс освоения материала в основной школе, а не заменять полноценное и логически выстроенное преподавание курса математики. Выявлено различие отношения учащихся и учителей математики к дистанционному образованию: к его повсеместному применению, условиям реализации, качеству. Сделан вывод о том, что отсутствует специальная подготовка сетевых педагогов.

Ключевые слова: дистанционный курс, математика, подготовка к ОГЭ, дистанционное обучение, информационно-коммуникационные технологии (ИКТ), основная школа, онлайн-школа «Мир_математика».

THE STRUCTURE OF CONSTRUCTING A REMOTE COURSE FOR PREPARING STUDENTS FOR THE OGE IN THE ONLINE SCHOOL "WORLD_MATHEMATICS"

V.D. Zaikova, *competitor*
Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. The article comprehends the three main principles for constructing the course of the online tutoring school "World_Mathematics". It is noted that the distance course is necessary for students to consolidate the material covered in mathematics for grades 5–9, more effective pedagogical diagnostics and control of students' knowledge. It is emphasized that this type of education should accompany the process of mastering the material in the basic school, and not replace the full-fledged and logically structured teaching of the mathematics course. The difference in the attitude of students and teachers of mathematics to distance education is revealed: to its widespread use, conditions for implementation, quality. It is concluded that there is no special training for network teachers.

Keywords: distance course, mathematics, preparation for the OGE, distance learning, information and communication technologies (ICT), primary school, online school «Mir_Mathematics».

Быстрое развитие информационных технологий оказывает колоссальное влияние на все сферы деятельности современного общества, в особенности на процесс получения образования в основной школе. В настоящее время в образовательной системе произошли новые преобразования, в частности, обусловленные повсеместным применением дистанционного формата обучения в условиях Covid-19 в 2020–2021 учебных годах. Известно, что точные науки сложнее даются учащимся общеобразовательной школы, чем гуманитарные. Следовательно, математика требует повышенного внимания, ведь именно с этой дисциплиной возникает множество трудностей. Эффективность обучения данной дисциплине во многом определена синхронной и системной работой ученика и учителя, основанной на методике формирования основных математических умений и навыков. В связи с этим требуется перестройка процесса обучения математике в условиях дистанционной подготовки к ОГЭ с целью формирования у учащихся целостных систем математических понятий.

Уровень полученных школьником знаний оценивается в ходе государственной итоговой аттестации (ГИА), а именно основного государственного экзамена. В целях построения системы эффективного обучения в условиях дистанционной подготовки в онлайн-школе «Мир_математика» выделяется три основных принципа, которые положены в основу конструирования методической системы подготовки к ОГЭ [1, с. 84–94]. Вся система обучения, уроки, рабочие тетради, чек-листы с формулами были созданы на основе принципов, описанных ниже.

1. Тематический принцип.

Подготовка обучающихся строится поэтапно: сначала – простые типовые задания первой части экзамена, затем – второй части. Распределение однотипных задач по подгруппам особенно эффективно, поскольку дает возможность научиться логическим умозаключениям и рассуждениям непосредственно при решении. Развитие логического и дивергентного мышления учащихся основной школы осуществляется с помощью подбора различных типов заданий и примеров с постепенным увеличением уровня трудности их выполнения.

2. Принцип использования комплексных тестов.

Предполагает постепенный переход к комплексным тестам, когда учащиеся основной школы освоили общие подходы к решению основных типов задач и примеров, используемых на экзамене, и у них уже появился опыт их применения при решении заданий различной степени сложности. Применение данного принципа рекомендуется начинать со второго полугодия девятого класса, когда освоено более 70% тем основного государственного экзамена по математике. Этот принцип также позволяет производить постоянное повторение пройденного материала и делает знания школьников более прочными.

3. Принцип контроля времени выполнения заданий.

Уроки подготовки к сдаче экзамена необходимо проводить в ускоренном режиме, осуществляя контроль времени выполнения работы учащимися, так как во время проведения ОГЭ по математике будет установлен лимит времени – 3 часа 55 минут. Приведенная схема работы сначала достаточно тяжело воспринимается девятиклассниками, так как у подростков разная скорость мышления. Но через некоторое время они привыкают к данному условию работы и вследствие этого чувствуют себя на ОГЭ по математике более спокойными, уверенными и собранными. Сокращать время решения заданий рекомендуется постепенно, чтобы школьники успевали пройти адаптацию к этим условиям.

Рассмотрим подробнее применение указанных принципов в построении курса подготовки к ОГЭ на примере созданной нами онлайн-школы «Мир_математика».

Блоки системы дистанционного курса по математике, каждый из которых построен на контроле выполнения трех принципов освоения программы подготовки к ОГЭ по математике, включают следующие компоненты:

1) представительский блок: руководитель, тьютор, преподаватели, координатор, автор курса ДО;

2) административный: учебная программа по подготовке к ОГЭ по математике, учебно-тематический план, порядок регистрации на курсе ДО, расписание курса, график выполнения заданий; мониторинг активности участников курса; сроки обучения на курсе;

3) организационный: описание курса по подготовке к ОГЭ по математике, его задачи и цели; описание видов деятельности учащихся основной школы во время прохождения данного курса; критерии успешного прохождения этапов курса; условия пересдачи материала во время обучения на онлайн-курсе; требования к техническому и программному обеспечению учеников и преподавателей курса;

4) теоретический: методические пособия; рабочие тетради; сборники формул; памятки по рефлексии для обучающихся; разработка чек-листов для курса; ссылки на веб-сайты; разработки конспектов занятий, таблиц и графиков;

5) разработки контента: составление контента для группы Вконтакте, Инстаграм и текстов для бота в Вконтакте и Телеграм; разработка рекламных буклетов; контент для обновления информации на вебсайтах онлайн-школы;

6) мультимедийный: создание видеофайлов уроков, рекламных роликов; дополнительные учебные материалы (электронные учебники и т.д.); запись подкастов для дистанционных уроков по математике; составление и разработка веб-квестов в рамках курса подготовки к ОГЭ по математике; разработка стратегии внедрения в курс геймификации; электронные библиотеки;

7) интерактивного взаимодействия: проведение индивидуальных (Skype, Zoom) и групповых занятий (Zoom, Getcourse), видеоуроков (Getcourse, Youtube), вебинаров (ClickMeeting); информационные рассылки с документацией о курсе подготовки к ОГЭ по математике (Email); сервисы совместного редактирования документов для учеников курса ДО (Google-таблицы); информирование учащихся о прохождении курса (Telegram, Вконтакте); общение учеников (WhatsApp, Вконтакте);

8) контроля успеваемости: составление графика проведения контрольных мероприятий онлайн-курса, описание критериев прохождения его этапов; составление тестирований для замера уровня усвоения учебного материала; обновление таблиц рейтинга учащихся онлайн-школы; заполнение таблиц с баллами учащихся, полученными в результате игр и веб-квестов, при выполнении дополнительных заданий;

9) информационных технологий: разработка и обновление структур веб-сайта; обновление страниц в других социальных сетях курса; обработка технических запросов учащихся; настройка функционирования вебинаров и видеоуроков; выгрузка информационной аналитики по учащимся курса подготовки к ОГЭ.

Для наиболее эффективного проведения дистанционного курса подготовки к ОГЭ по математике учителю необходимо управлять учебной деятельностью учащихся основной школы, консультировать их на всех этапах обучения, начиная с предоставления информации о процессе подготовки к экзамену и заканчивая проведением контрольных мероприятий по оценке знаний на момент окончания дистанционного курса. Кураторы и преподаватели совместно осуществляют мониторинг процесса обучения, а также контроль посещения занятий учащимися 9-х классов. Правильная организация совместной коммуникативной деятельности и интерактивного общения учеников курса подготовки к выпускному экзамену помогает преодолеть психологический барьер и страх перед экзаменом.

Стоит отдельно отметь, что учащимся 9-х классов, обучающимся на дистанционных курсах подготовки к ОГЭ по математике, рекомендуется осуществлять рефлексию своей учебной деятельности после прохождения каждого этапа обучения. На основе компетенций учителя математики при работе в режиме дистанционного обучения разработаны критерии для измерения уровня знаний обучающихся и создана модель методической системы дистанционного курса эффективной подготовки к ОГЭ по математике, примененная на практике в нашей онлайн-школе.

Модель виртуального класса заключается в пространственной удаленности ученика от школы, но не от учителя, общение с которым строится на платформах с использованием дистанционных технологий (Zoom и Skype) [1, с. 84–94].

В нашей онлайн-школе «Мир_математика» процесс обучения построен таким образом, чтобы полностью учитывать все потребности ученика, создать для него комфортную среду для восполнения знаний в период подготовки к экзаменам. Система обучения дает возможность поэтапно проходить модули подготовки к ОГЭ по математике, а также своевременно идентифицировать пробелы в знаниях школьников, что позволяет эффективно выстраивать систему повторения материала. В то же время были проработаны и учтены комментарии дистанционных учителей и создана целая экосистема для эффективного взаимодействия с учениками для достижения максимальных результатов на выпускных экзаменах.

Список литературы

1. Зайкова В.Д. Сетевой учитель и онлайн-школа «Мир-математика» // Педагогика. 2022. № 2. С. 84–94.

ГАРМОНИЧЕСКИ ВЫПУКЛЫЕ ФУНКЦИИ И НЕРАВЕНСТВА

С.И. Калинин, доктор пед. наук, профессор
Е. А. Анфертьева, аспирант
Вятский государственный университет (Россия, Киров)
e-mail: kalinin_gu@mail.ru; katya_anfert-eva@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются возможности использования гармонически выпуклых функций в математической подготовке школьников и студентов. В частности, обсуждается вопрос о применения свойств таких функций при обосновании неравенств.

Ключевые слова: гармонически выпуклая функция, неравенство.

HARMONICALLY CONVEX FUNCTIONS AND INEQUALITIES

S. I. Kalinin, doctor of ped. sciences, professor
E. A. Anfertieva, postgraduate student
Vyatka State University (Russia, Kirov)

Abstract. The article discusses the possibilities of using harmonically convex functions in the mathematical training of pupils and students. In particular, the question of applying the properties of such functions to justify inequalities is discussed.

Keywords: harmonically convex function, inequality.

Краткое введение. Хорошо известно, что тематика выпуклых функций продуктивно используется в современном содержании профильного математического образования школьников и студентов. В данной заметке внимание читателя акцентируется на применении так называемых гармонически выпуклых функций при обучении решению математических задач. В частности, мы рассматриваем задачи на обоснование неравенств.

Заметим, затрагиваемая тематика может быть использована преподавателями математики при организации исследовательской и проектной деятельности учащихся школ и студентов вузов. Школьный учитель может взять её на вооружение для реализации внеурочной деятельности, для разработки факультативных и элективных курсов, для организации внеклассной работы по предмету, а также для подготовки детей к олимпиадам и конкурсным испытаниям.

Определение понятия гармонически выпуклой функции. Условимся считать, что промежуток l числовой прямой Ox удовлетворяет условию $l \subset \mathbf{R}\setminus\{0\}$. Будем говорить, что функция $f: l \to \mathbf{R}$ – *гармонически выпуклая* на данном промежутке, если $\forall a, b \in l, \forall \lambda \in [0;1]$ выполняется неравенство

$$f\left(\frac{ab}{\lambda b+(1-\lambda)a}\right) \le \lambda f(a) + (1-\lambda) f(b). \qquad (1)$$

Аналогично определяется понятие *гармонически вогнутой* функции – для этого в неравенстве вида (1) следует использовать знак $\ge$.

Если в приведенных определениях $\forall a \ne b, \forall \lambda \in (0;1)$ соответствующие неравенства строгие, то функцию f назовём *строго гармонически выпуклой / строго гармонически вогнутой* на промежутке l.

Замечание. Понятие гармонически выпуклой функции впервые использовалось в работах [1; 3] от 2014 года Как отмечено в [4], гармонически выпуклая функция есть p-выпуклая функция, где $p = -1$.

Из соотношения между взвешенным средним гармоническим и взвешенным средним арифметическим положительных чисел следует, что функция $f(x) = x, x > 0$, является строго гармонически выпуклой, а функция $f(x) = x, x < 0$, – строго гармонически вогнутой. Кроме того, легко проверить, функция $f(x) = c + \frac{\gamma}{x}$, где c и γ – вещественные константы, является как гармонически выпуклой, так и гармонически вогнутой на всяком промежутке, не содержащем нуля. Это следует из того, что для нее неравенство (1) выполняется со знаком =.

Достаточные условия гармонической выпуклости функции. В работе [5] доказана следующая теорема о достаточных условиях строгой гармонической выпуклости или вогнутости непрерывной на промежутке l, $0 \notin l$, и дважды дифференцируемой внутри данного промежутка функции.

Теорема А. Пусть $f: l \to \mathbf{R}$ – функция, непрерывная на промежутке $l \subset (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$ числовой прямой Ox, дважды дифференцируемая внутри данного промежутка. Если для внутренних точек x из l выполняется условие $\Delta_f(x) = 2xf'(x) + x^2 f''(x) > 0$, то f – строго гармонически выпуклая на промежутке l функция. Если же для таких точек выполняется условие $\Delta_f(x) < 0$, то f – строго гармонически вогнутая на рассматриваемом промежутке функция.

В цитируемой работе также отмечается, что техника доказательства теоремы А позволяет сформулировать следующее аналогичное этой теореме утверждение.

Теорема А$_1$. Если в условиях теоремы А для внутренних точек x из l выполняется условие $\Delta_f(x) \ge 0$, то f – гармонически выпуклая на промежутке l функция; выполнение же для таких точек неравенства $\Delta_f(x) \le 0$ обеспечивает вывод о гармонической вогнутости функции *f* на рассматриваемом промежутке.

Приведём иллюстрации применения сформулированных теорем. Так, для функций $f(x) = x, x > 0$, и $g(x) = x, x < 0$, имеем: $\Delta_f(x) = 2x > 0$, $\Delta_g(x) = 2x < 0$. Значит, по теореме А f – строго гармонически выпуклая функция, а g – строго гармонически вогнутая.

Для рассмотренной выше функции $f(x) = c + \dfrac{\gamma}{x}$ (c и γ – вещественные константы) величина $\Delta_f(x)$ тождественно равна нулю, следовательно, по теореме A_1 данная функция и гармонически выпукла, и гармонически вогнута на всяком промежутке $l \subset (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$.

Рассмотрим теперь функцию $f(x) = x^2, x \ne 0$. Для неё $\Delta_f(x) = 6x^2 > 0$, поэтому она является строго гармонически выпуклой функцией на каждом из интервалов $(-\infty; 0)$ и $(0;+\infty)$.

Общая степенная функция $f(x) = x^\alpha, x > 0, \alpha \in \mathbf{R}$, будет строго гармонически выпуклой при $\alpha \in (-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$ и строго гармонически вогнутой при $\alpha \in (-1;0)$. Такой вывод следует из теоремы А и вида величины $\Delta_f(x) = \alpha(\alpha+1)x^\alpha$.

Некоторые задачи на обоснование неравенств. Сформулируем несколько задач, связанных с доказательством неравенств средствами гармонически выпуклых функций.

Задача 1. Докажите, что для положительных *x* и *y* справедливо неравенство

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \le \frac{4}{x+y}. \qquad (2)$$

Р е ш е н и е. Неравенство (2) равносильно неравенству

$$\frac{xy}{\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}x} \le \frac{x+y}{2}. \qquad (3)$$

Но (3) – это неравенство (1), записанное для гармонически выпуклой на интервале $(0;+\infty)$ функции $f(x) = x$ с $\lambda = \dfrac{1}{2}$.

Заметим, равенство в (3), а значит и в (2), достигается только при условии совпадения *x* и *y*.

Аналогично решается следующая задача, обобщающая задачу 1.

Задача 2. Докажите неравенство $(\lambda x + (1-\lambda)y)\left(\frac{\lambda}{x} + \frac{1-\lambda}{y}\right) \ge 1$, где *x* и *y* – положительные величины, $\lambda \in (0; 1)$.

Задача 3. Докажите, что для любых чисел $x, y \in \mathbf{R}$, $x \cdot y > 0$, справедливо неравенство

$$27x^2y^2 \le (x^2 + 2y^2)(y + 2x)^2. \qquad (4)$$

Р е ш е н и е. Деля обе части (4) на $3(y + 2x)^2$, получаем неравенство $\frac{9x^2y^2}{(y+2x)^2} \le \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}y^2$, которое равносильно неравенству

$$\left(\frac{1}{\frac{1/3}{x} + \frac{2/3}{y}}\right)^2 \le \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}y^2.$$

Справедливость же последнего следует из строгой гармонической выпуклости функции x^2 на каждом из интервалов $(-\infty;0)$ и $(0;+\infty)$.

Подобным образом обосновывается неравенство, представляемое следующей задачей.

Задача 4. Докажите, что для любых положительных x, y справедливо неравенство $x^\pi y^\pi \leq (\lambda x^\pi + (1-\lambda)y^\pi)(\lambda y + (1-\lambda)x)^\pi$.

Для решения данной задачи следует использовать строгую гармоническую выпуклость функции $f(x) = x^\pi$, $x > 0$.

Задача 5. Покажите, что функция lnx является строго гармонически выпуклой на своей области определения. Используя данный факт, установите весовое соотношение

$$\left(\lambda a^{-1} + (1-\lambda)b^{-1}\right)^{-1} \leq a^\lambda b^{1-\lambda},\ \lambda \in (0;1),$$

между средним геометрическим и средним гармоническим положительных чисел a иb.

Задача 6. Докажите неравенство $8xy \leq (x+y)^2 + 2\sqrt{xy}(x+y)$, где x и y – положительные числа.

Р е ш е н и е. Доказываемое неравенство равносильно неравенству $\frac{2xy}{x+y} \leq \frac{1}{4}\left(x+y+2\sqrt{xy}\right)$, или $\sqrt{\frac{2xy}{x+y}} \leq \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{2}$ Но последнее соотношение следует из строгой гармонической выпуклости функции $f(x) = \sqrt{x}$.

Список литературы

1. İşcan İ. Hermite – Hadamard type inequaities for harmonically convex functions // Hacettepe Journal of Mathematics and Statistic. 2014. № 43(6). С. 935–942.
2. İşcan İ., Wu S. Hermite – Hadamard type inequalities for harmonically convex functions via fractional integrals // Applied Mathematics and Computation. 238 (2014). P. 237–244.
3. Noor M.A., Noor K.I., Awan M.U. Some characterizations of harmonically log-convex functions // Proceedings of the Jangjeon Mathematical Society. 17 (2014). № 1. P. 51–61.
4. Калинин С.И. p-Выпуклые функции и уравнения // Математика в школе, 2022. № 5. С. 26–32.
5. Калинин С.И. О достаточных условиях гармонической выпуклости функции // Advanced science, VyatSU. 2018. № 1. С. 9–12.

ГРАФЫ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ «ВЕРОЯТНОСТЬ И СТАТИСТИКА»

Г.Н. Гиматдинова, учитель математики

МАОУ СШ № 150 (Россия, Красноярск)

e-mail: frenchwomen_2014@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются готовые элементы методической разработки урока по теме «Графы» школьного курса «Вероятность и статистика» в контексте реализации такой модели смешанного обучения как перевёрнутое обучение.

Ключевые слова: графы, вероятность и статистика, перевернутое обучение.

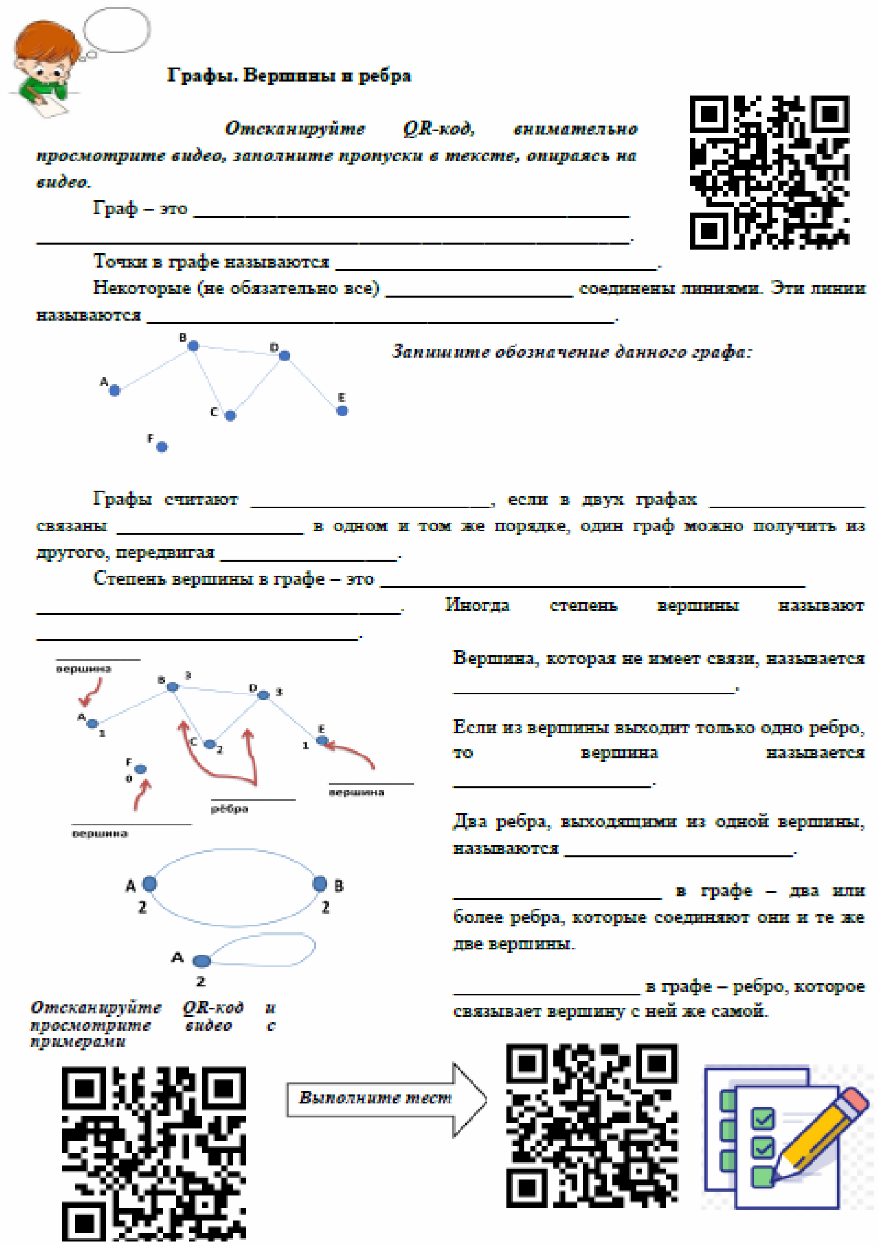
GRAPHS IN THE SCHOOL COURSE "PROBABILITY AND STATISTICS"

G.N. Gimatdinova, Teacher of Mathematics
Secondaryschool No. 150 (Russia, Krasnoyarsk)

Abstract. The article discusses the ready-made elements of the methodological development of a lesson on the topic «Graphs» of the school course «Probability and Statistics» in the context of the implementation of such a model of blended learning as flipped learning.
Keywords: graphs, probability and statistics, flipped learning.

Согласно рабочей программе основного общего образования, начиная с 7-го класса учебный предмет «Математика» разделен на три отдельных курса: «Алгебра», «Геометрия», «Вероятность и статистика» [3]. Введение в школьную программу элементов теории вероятностей, статистики и комбинаторики обосновывается необходимостью осознания обучающимися вероятностного характера законов природы и общества, важностью принятия решений на основе имеющихся данных, в том числе в условиях избыточности или отсутствия информации. Программа учебного курса «Вероятность и статистика» основной школы включает следующие содержательно-методические линии: «Представление данных и описательная статистика»; «Вероятность»; «Элементы комбинаторики»; «Введение в теорию графов» [1]. Заметим, что раздел «Введение в теорию графов» ранее в школьном курсе математики образовательных организаций не изучался, основы этого раздела предлагались обучающимся в рамках внеурочной деятельности при подготовке к олимпиадам, при выполнении проектных и исследовательских работ. Рабочая программа предусматривает, что тема «Графы» изучается в 7-м классе, тема «Деревья» – в 8-м классе.

Отметим недостаточное количество методических разработок по разделу «Введение в теорию графов», которые педагоги могут применять на своих уроках. В рамках данной статьи приведем в качестве примера разработку темы «Графы. Вершины и рёбра графа. Степень вершины». Подчеркнем, что при проектировании урока были заложены идеи такой модели смешанного обучения, как перевернутое обучение [2]. Процесс изучения данной темы состоит из нескольких этапов. На первом этапе учитель формулирует обучающимся домашнее задание, мотивируя их к изучению темы «Графы». На втором этапе обучающиеся 7-го класса самостоятельно в домашних условиях работают с предоставленным им учебным материалом, включающего заполнение интерактивного рабочего листа. Поясним, что интерактивный рабочий лист в обязательном порядке содержит ссылки на короткие видео с теорией и практикой (теория – https://youtu.be/6iQ3uZrF0Hk, практика - https://youtu.be/dtS1NHcOU-c), а также теста для закрепления учебного материала (https://onlinetestpad.com/7d65ntg2o37vw). Ссылка на разработанный интерактивный рабочий лист: https://clck.ru/34jx69 (рис. 1).



Графы. Вершины и ребра

Отсканируйте QR-код, внимательно просмотрите видео, заполните пропуски в тексте, опираясь на видео.

Граф – это ______________________________

Точки в графе называются ____________________.

Некоторые (не обязательно все) ______________ соединены линиями. Эти линии называются ______________________.

Запишите обозначение данного графа:

Графы считают ______________, если в двух графах ____________ связаны ____________ в одном и том же порядке, один граф можно получить из другого, передвигая ____________.

Степень вершины в графе – это ______________________________. Иногда степень вершины называют ______________________.

Вершина, которая не имеет связи, называется ____________________.

Если из вершины выходит только одно ребро, то вершина называется ______________.

Два ребра, выходящими из одной вершины, называются __________________.

______________ в графе – два или более ребра, которые соединяют они и те же две вершины.

______________ в графе – ребро, которое связывает вершину с ней же самой.

Отсканируйте QR-код и просмотрите видео с примерами

Выполните тест

Рис. 1. Интерактивный рабочий лист

Третий этап – обсуждение учебного материала в очном формате. Обучающимся предлагается проверить домашнее задание по готовому конспекту, который можно найти по ссылке https://clck.ru/34jwh6, а также ответить на ряд теоретических и практических вопросов на понимание учебного материала.

После проверки домашнего задания обучающимся можно предложить листы для индивидуальной работы (https://clck.ru/34mGcK) (рис. 2), которые были составлены на основе рабочей программы [3] и в которых учитывалось основное содержание темы (граф, вершина, ребро, степень (валентность) вершины). Для дальнейшей проверки работ можно предложить взаимопроверку обучающихся.

Лист индивидуальной работы по теме
«Графы. Вершины и ребра графа. Степень вершины»

Задание 1.
На рисунке 1 изображен граф. Укажите:
- вершины графа ________________________________
- ребра графа _________________________________
- изолированные вершины _________________________
- висячие вершины ______________________________

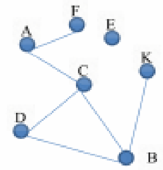


Рисунок 1

Задание 2.
По рисунку 1 определите степень каждой вершины.

deg A = deg C = deg E = deg K =

deg B = deg D = deg F =

Задание 3.
На рисунке 2 изображен граф. Придумайте и изобразите одинаковый ему граф.

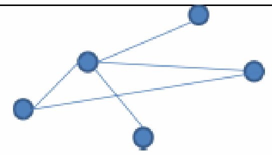


Рисунок 2

Задание 4.
Нарисуйте какой-нибудь граф, у которого 6 вершин, степени которых равны 1, 2, 2, 3, 3, 3.

Задание 5.
Самостоятельно придумайте граф из 5 вершин, в котором должна быть одна висячая и одна изолированная вершины. Подпишите вершины, укажите получившиеся ребра, определите степень каждой вершины.

	рёбра графа – ______________________ deg __ = _____; deg __ = _____; deg __ = _____; deg __ = _____; deg __ = _____;

Рис. 2. Лист индивидуальной работы

На основе полученных знаний о графах в дальнейшем обучающиеся должны приступить к изучению темы «Цепи и циклы. Пути в графах». При организации этого урока рекомендуем применять игровую технологию, а за основу задачного материала использовать практико-ориентированные задания, тем самым акцентировать внимание обучающихся на практическую значимости темы «Графы».

В заключение отметим, что графы являются универсальным инструментом решения различного типа задач. Их применение способствует не только упрощению поиска решения, но и развитию логического мышления.

Список литературы

1. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Математика. Вероятность и статистика: 7–9-е классы: базовый уровень: методическое пособие к предметной линии учебников по вероятности и статистике. М.: Просвещение, 2023.
2. Гиматдинова Г.Н. «Перевернутый класс» и «Ротация станций» в процессе обучения математике обучающихся 7–9 классов // Актуальные проблемы качества математической подготовки школьников и студентов: материалы VII Всероссийской

с международным участием научно-методической конференции. Красноярск. 2020. С. 133–137.

3. Рабочая программа основного общего образования. Математика. Базовый уровень (для 5–9 классов образовательных организаций): одобрена решением Федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол 3/21 от 27.09.2021. URL: https://clck.ru/an8wQ (дата обращения: 20.06.2023).

О РОЛИ КОМПЬЮТЕРНОЙ АНИМАЦИИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ НАПРАВЛЕННОСТИ В ШКОЛЕ

В.Р. Майер, доктор пед. наук, профессор
Красноярский государственный педагогический университет имени В.П. Астафьева (Россия, Красноярск)
e-mail: mavr49@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы, связанные с обучением решению задач прикладной направленности средствами школьного курса начал математического анализа с использованием анимационных чертежей.

Ключевые слова: прикладные задачи, компьютерная анимация, среда Живая математика.

ABOUT THE ROLE OF COMPUTER ANIMATION IN SOLVING APPLIED PROBLEMS AT SCHOOL

V.R. Mayer, doctor of pedagogical sciences, full professor
Krasnoyarsk State Pedagogical University named after V.P. Astafyev (Russia, Krasnoyarsk)

Abstract. The article deals with issues related to teaching the solution of applied problems by means of a school course of the principles of mathematical analysis using animated drawings.

Keywords*:* applied tasks, computer animation, the Geometer's Sketchpad.

Как отмечается в [1], трудности при изучении в школе основных понятий и методов математического анализа группируются в основном вокруг двух методических проблем: проблемы неформального введения основных изучаемых в школе понятий анализа и проблемы обучения учащихся применению этих понятий к решению задач прикладного характера. В статье [2] авторами подробно рассмотрены возможности компьютерной анимации, способствующие формированию у обучающихся основной школы интуитивного представления о пределе, одном из важнейших понятий математического анализа.

Данная статья посвящена вопросам, связанным с решением второй методической проблемы, а именно проблемы обучения учащихся применению производной к решению задач прикладной направленности. Цифровизация современного образования предоставила учителю уникальную возможность обучения решению прикладных задач с использованием не только математического, но и компьютерного моделирования. Очевидно, математическая и компьютерная модели тесно взаимосвязаны, причём математическая модель, по сути, является теоретической основой компьютерной модели. Однако именно наличие возможности пополнить визуальную компоненту обучения анимационным сопровождением нередко играет существенную роль в понимании и осмыслении различных теоретических и практических аспектов школьного курса математики, в том числе задач прикладной направленности.

Привитие навыков применения аппарата производных к решению задач прикладного характера является важнейшим, если не ключевым элементом обучения учащихся началам анализа. Вместе с тем часто именно здесь, а не в изложении теории, учителя испытывают наибольшие трудности. Основная проблема не в том, что трудно научить учащихся исследовать уже построенную аналитическую модель. Эта процедура (в объёме школьной программы) при желании и достаточном усердии усваивается большинством обучающихся без особого труда. Значительно сложнее научить их строить такие модели по условию задачи. И хотя делать это учащимся приходится не только при изучении начал анализа, но и при решении многих текстовых задач на составление уравнений, каких-либо общих навыков в этой деятельности они, как правило, не приобретают.

Одна из основных трудностей освоения этапа решения задачи, связанного с построением математической модели, заключается в том, что большинство обучающихся не всегда имеют чёткое представление о тех зависимостях, которые фигурируют в условии задачи. Авторы некоторых учебников нередко включают необходимые формулы в условие задачи. Однако это существенно снижает воспитательный эффект обучения. Конечно, лучший способ помочь обучающимся – продемонстрировать им в условиях, близких к реальным все нюансы того сюжета, о котором идёт речь в формулировке задачи. Однако в обычном классе общеобразовательной школы это не всегда представляется возможным.

На наш взгляд, более оптимальным и реалистичным является построение виртуальной модели того процесса, о котором идёт речь в условии задачи. Желательно, чтобы такая модель была не просто аналогом рисунка, который обучающийся выполняет при решении прикладной задачи, заменив лишь традиционный лист бумаги на экран компьютера. По нашему убеждению, анимационный чертёж кроме традиционного эффекта визуальной динамичности должен адекватно реагировать и на изменения пользователем тех параметров, которые заданы условием задачи и использовались при построении чертежа. Такой анимационный чертёж, который, по сути, будет являться виртуальной моделью исследуемой ситуации, даёт возможность не только визуализировать сам процесс, но и проводить необходимые эксперименты, выявлять искомые зависимости, верифицировать найденное решение. Готовить анимационные чертежи, поддерживающие решение каждой задачи прикладной направленности, необходимо заранее. В их разработке вместе с учителями математики могут принимать участие педагоги по соответствующим естественно-научным дисциплинам и информатике, а также заинтересованные школьники.

Для построения анимационного чертежа подходит любая система динамической математики, мы рекомендуем использовать среду Живая математика, которая, на наш взгляд, максимально адаптирована для этой цели. Для создания анимационной модели исследуемого процесса необходимо определиться с системой участвующих в нём величин, затем найти целевую функцию, по которой, зная основную величину (аргумент) и вспомогательные величины (параметры), можно вычислить исследуемую величину. Далее вывести на рабочее поле среды Живая математика параметры с основной величиной (аргументом) и вспомогательными величинами, создать в среде Живая математика собственные инструменты фигурирующих в условии задачи объектов (зачастую применяются готовые инструменты). Эти инструменты, найденная целевая функция, а также конструктивные, графические и вычислительные возможности среды Живая математика используются для создания анимационной модели описанного в условии задачи процесса. Продемонстрируем эту схему на примере следующей задачи, которая взята нами из [1].

Задача. *На горизонтально расположенную плоскость из закреплённой над ней воронки с постоянной скоростью 30 см^3/с сыпется песок. Определите, как со временем меняется площадь засыпаемой песком части плоскости, а также чему равна скорость ее роста в момент, когда эта площадь равна 100 см^2.*

Описанный в задаче процесс сравнительно прост и без особых проблем осознаётся обучающимися. Из соображений симметрии учащиеся достаточно быстро понимают, что засыпаемую часть плоскости, естественно, считать кругом. Сложнее понять им то, какую форму будет иметь образующаяся куча песка в различные моменты времени. Преодолеть эту сложность им помогает просмотр подготовленной презентации (см. рис. 1), в соответствии с которой на плоскость высыпается песок, образуя в каждый момент времени подобные геометрические фигуры, похожие на прямые круговые конусы с

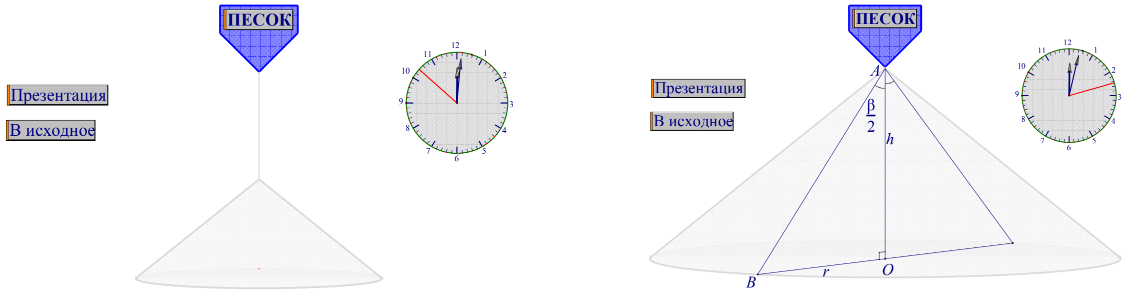


Рис.1. Стоп-кадры анимационного чертежа к задаче

постоянным углом при вершине. Величину этого угла можно установить из натурного эксперимента, его результат будет зависеть от структуры песка, его вязкости и степени влажности.

Итак, основное допущение: падающий на плоскость песок принимает форму прямого кругового конуса с постоянным углом при вершине. Величины, явно и неявно фигурирующие в условии задачи: время – t (основной аргумент); радиус основания конуса – r; высота конуса – h; угол при вершине осевого сечения конуса – β; площадь основания конуса – S; скорость увеличения площади – - S_t'; объём конуса – V.

На рабочем поле среды Живая математика задаются параметры t, r и h, разрабатываются собственные инструменты пользователя «Часы» и «Конус», конструируется анимационный чертёж в форме презентации.

Фиксируются зависимости между величинами: $r = h\cdot tg(\beta/2)$; $S = \pi r^2$; $V = \pi r^2 h/3 = 30\cdot t$. Исследуется зависимость величины S от времени t. Целевая функция будет иметь вид: $S=\sqrt[3]{8100\pi\cdot tg^2(\frac{\beta}{2})\cdot t^2}$, где $t \geq 0$. Эта функция показывает, как с течением времени t меняется площадь S, засыпаемая песком, запишем ее в виде, удобном для дифференцирования: $S = \alpha\cdot t^{2/3}$, где $\alpha=\sqrt[3]{8100\pi\cdot tg^2(\frac{\beta}{2})}$. Дифференцируя S по t, получаем $S_t' = =\frac{2}{3}\cdot\frac{\alpha}{\sqrt[3]{t}}$. Выражая t из формулы $S = \alpha\cdot t^{2/3}$ и подставляя в $S_t' = \frac{2}{3}\cdot\frac{\alpha}{\sqrt[3]{t}}$, получаем, $S_t' = \frac{2}{3}\cdot\frac{\alpha^{3/2}}{\sqrt{S}}$. При S = 100 см^2 $S_t' = 6\sqrt{\pi}\cdot tg\frac{\beta}{2}\approx 10{,}6\cdot tg\frac{\beta}{2}$. Чтобы получить окончательный числовой результат, остаётся подставить в это соотношение значение β, полученное в натурном эксперименте, например, $\beta = 100^o$, получим $S_t' \approx 12{,}67$ см^2/с.

Подводя итог, отметим, что нами разработаны анимационные чертежи для 92 задач учебного пособия [1], некоторые из них с успехом апробируются в гимназии № 14 г. Красноярска. Учителя, использующие их на уроках алгебры в 10 классе, констатируют заинтересованность обучающихся в решении задач прикладной направленности, формирование у них соответствующих умений и навыков.

Список литературы

1. Майер Р.А., Колмакова Н.Р. Задачи прикладной направленности как средство формирования основных понятий и методов математического анализа в школе: учебное пособие. Красноярск: КГПИ, 1989. 136 с.

2. Колмакова Н.Р., Салчак А.Э., Макарова Д.А. Компьютерная анимация как средство визуального сопровождения решения задач на формирование интуитивного представления о пределе / Майер В.Р. [и др.] // Информационные технологии в математике и математическом образовании: материалы XI Всероссийской с международным участием научно-методической конференции. Красноярск, 2022. С. 100–108.

ГЕОМЕТРИЗАЦИЯ ТРАДИЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ О ДЕЙСТВИЯХ НАД КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ КАК СРЕДСТВО СНИЖЕНИЯ УРОВНЯ ФОРМАЛИЗМА ПРИ ИХ ИЗУЧЕНИИ

В.С. Миналто, магистрант
Е.П. Кузнецова, кандидат педагогических наук, доцент
Белорусский государственный педагогический университет имени Максима Танка
(Республика Беларусь, Минск)
e-mail: minalto.v.s@gmail.com,
elenapav@tut.by

Аннотация. На основании результатов анализа заданий о комплексных числах обоснована целесообразность геометризации их формулировок для снижения уровня формализма при изучении темы; указаны приёмы геометризации заданий и приведены соответствующие примеры.

Ключевые слова: комплексные числа, задания, геометризация, приёмы.

GEOMETRIZATION OF TRADITIONAL TASKS ON ACTIONS ON COMPLEX NUMBERS AS A MEANS OF REDUCING THE LEVEL OF FORMALISM IN THEIR STUDY

V.S. Minalto, undergraduate
E.P. Kuzniatsova, candidate of sciences in pedagogy, associate professor
Belarusian State Pedagogical University named after Maxim Tank
(Belarus, Minsk)

Abstract. Based on the results of the analysis of tasks on complex numbers, the expediency of geometrization of their formulations to reduce the level of formalism in the study of the topic is justified; methods of geometrization of tasks are indicated and appropriate examples are given.

Keywords: complex numbers, tasks, geometrization, techniques.

Знакомство с комплексными числами (далее – КЧ) естественным образом может помочь актуализации и переосмыслению большого массива программного материала школьного курса математики. Однако эта возможность не предусмотрена действующими общеобразовательными (и другими) учебными программами по математике в Беларуси.

В некоторых странах постсоветского пространства (Азербайджан, Армения, Молдова, Россия, Туркменистан, Узбекистан) тема «КЧ» рассматривается в классах с повышенным или углубленным уровнем изучения математики. Результаты анализа особенностей изложения темы «КЧ» в современных учебных пособиях этих стран показали, что проблема формализма, из-за чего данная тема была изъята из общеобразовательных программ школ СССР в 1967 году, остаётся до сих пор не решенной. В рассмотренных учебных пособиях содержательные связи КЧ с другими понятиями школьного курса математики демонстрируются только при изложении теории и практически отсутствуют в упражнениях, что, по нашему мнению, не позволяет организовать неформальное обучение понятиям темы. Действительно, М.Н. Скаткин (1900–1991) среди основных педагогических причин формализма в обучении называл абстрактность изложения учебного материала, недостаточную степень реализации принципов наглядности, сознательности и активности обучающихся [8].

Таблица 1

Распределение количества заданий учебных пособий о комплексных числах в зависимости от использования в формулировках или решениях их геометрической интерпретации и разных форм записи

Знания о комплексных числах (КЧ), которые надо использовать для решения заданий	Страны постсоветского пространства и их учебные пособия, в которых сохранена тема «Комплексные числа»				
	Азербайджан [3]	Армения [4]	Молдова (реал. проф.) [6]	Туркменистан [1]	Узбекистан [5]
	Количество заданий (k / %)				
Алгебраическая форма записи КЧ	62/40,5	80/53	91/64,5	231/61,9	68 / 39
Геометрическая интерпретация КЧ	–	–	–	–	–
Геометрическая интерпретация алгебраической формы записи КЧ	10 / 6,5	12 / 7,9	14 / 9,9	38 / 10,2	10 / 6
Тригонометрическая форма записи КЧ	23 / 15	22 / 14,6	5 / 3,5	49 / 13,1	48 / 27
Алгебраическая и тригонометрическая формы записи КЧ	42 / 27,5	37 / 24,5	31 / 22	49 / 13,1	50 / 28
Геометрическая интерпретация тригонометрической формы записи КЧ	10 / 6,5	–	–	6 / 1,6	–
Алгебраическая и тригонометрическая формы записи КЧ и их геометрическая интерпретация	6 / 3,9	–	–	–	–
Всего заданий	153 / 100	151 / 100	141 / 100	373 / 100	176 / 100

По таблице 1 можно сделать вывод, что в формулировках и решении подавляющего большинства практических заданий используется только алгебраическая форма записи КЧ и, значит, при их решении от учащихся требуется лишь знание правил действий над многочленами (материал курса алгебры 7-го класса).

Типичным во многих современных учебных пособиях (для школ и вузов) является то, что авторы при формулировании заданий и в их решениях фактически не показывают связь КЧ с геометрией.

Условия и требования практических заданий, на наш взгляд, следует формулировать так, чтобы при их решении была необходимость использования в различных комбинациях геометрической интерпретации КЧ, алгебраической и тригонометрической (а возможно, и показательной) форм записи КЧ. Полагаем, что решение именно таких заданий будет способствовать снижению уровня формализма при овладении содержанием темы «КЧ» за счет повторения и осмысления с новых позиций изученного ранее программного материала. Соответственно, целесообразны поиск, формулирование таких заданий, а также методическая переработка текстов традиционных заданий.

Продемонстрируем примеры ***геометризации*** при формулировании условий и/или требований традиционных заданий о КЧ, то есть использования в их текстах геометрической интерпретации КЧ и/или изученных ранее геометрических понятий.

Геометризация требования задания часто встречается в рассмотренных учебных пособиях, когда, например, требуется геометрически интерпретировать результат действий над КЧ, заданными в алгебраической или тригонометрической форме записи.

Пример 1 (*алгебраическая форма КЧ + геометрическая интерпретация КЧ*) [2, с. 205]. Зная, что $z_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$ и $z_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} i$, изобразите на комплексной плоскости z_1, z_2, z и найдите аргумент указанного числа $z = z_1 \cdot z_2$.

Геометризацию условия традиционного задания можно осуществить двумя приёмами: а) заменив заданную в условии алгебраическую или тригонометрическую форму записи КЧ на их геометрическую интерпретацию; б) переформулировав условие задания с использованием ряда геометрических понятий, например преобразований плоскости.

Пример 2 (*геометрическая интерпретация КЧ + тригонометрическая форма КЧ***)**. На комплексной плоскости *Oxy* изображены точки A_1 и A_2, соответствующие комплексным числам z_1 и z_2. Изобразите на комплексной плоскости геометрическую интерпретацию результата следующего действия над числами z_1 и z_2:

1) $z_1 \cdot z_2$; 2) $z_1 : z_2$.

Задание из примера 2 составлено с применением приёма а); при его решении необходимо использовать построения циркулем и линейкой, а также знания действий над КЧ в тригонометрической форме их записи.

Пример 3 (*алгебраическая форма КЧ + тригонометрическая форма КЧ*) [7, с. 207]. Найдите комплексное число *z*, если $|z| = 4$, а $arg(z) = \frac{\pi}{6}$.

В примере 3 не очень ясно требование задания. Но данные модуль и аргумент КЧ сразу пригодны для его записи в тригонометрической форме, а после раскрытия скобок в полученном выражении легко записать и алгебраическую форму КЧ. Можно было бы добавить в требование примера 3 и демонстрацию геометрической интерпретации КЧ.

Покажем на примере 4, как можно выполнить геометризацию условия традиционного задания (типа примера 3) с помощью приёма б), используя геометрическое преобразование поворота плоскости и геометрическую интерпретацию КЧ.

Пример 4 (*геометрические понятия и геометрическая интерпретация КЧ +алгебраическая форма КЧ + тригонометрическая форма КЧ*).На комплексной плоскости *Oxy* точка *M* получена поворотом точки *K* (2; 0) на 115° относительно начала координат. Запишите в алгебраической и тригонометрической форме комплексное число, которое на плоскости *Oxy* изображается соответственно точкой: 1) *K*; 2) *M*.

Решение задания из примера 4 не так однозначно, как из примера 3: здесь потребуется применять определения синуса и косинуса произвольного угла или геометрические знания.

Таким образом, снижение уровня формализма при изучении КЧ возможно посредством геометризации традиционных заданий о действиях над КЧ, поскольку при этом ликвидируются (характерные для современных учебных пособий стран постсоветского пространства) превалирование в их текстах наиболее абстрактной алгебраической формы записи КЧ и недостаточное использование наглядной геометрической интерпретации КЧ.

Список литературы

1. Алгебра и элементы математического анализа для 11 класса общеобразовательных школ / Г. Гельдиев [и др.]. Ашхабад: Туркм. гос. издат. служба, 2014. 232 с.
2. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. В 2 ч. Ч. 2: Задачник для учащихся обшеобразовательных учреждений (профильный уровень) / А.Г. Мордкович [и др.]. 6-е изд. М.: Мнемозина, 2009. – 343 с.
3. Гахраманова Н., Керимов М., Гесейнов И. Математика: учебник. Баку: Радиус, 2017. 320 с.
4. Геворкян Г.Г., Саакян А.А. Элементы алгебры и математического анализа: учебник. Ереван: Тигран Мец, 2009. 208 с.
5. Математика: учеб. пособие. В 2 ч. / М.А. Мирзаахметов [и др.]. Ташкент: Extremum Press, 2017. Ч. 2. 144 с.
6. Математика: учебник / И. Акири [и др.]. Кишинев: Prut International, 2020. 304 с.
7. Рубин А.Г., Чулков П.В. Алгебра и начала математического анализа. 11 кл.: учеб. для организаций, осуществляющих образовательную деятельность. Базовый или углубленный уровни. М.: Баласс, 2016. 256 с.
8. Скаткин М.Н. Формализм в знаниях учащихся и пути его преодоления // Совет. педагогика. 1945. № 10. С. 16–24.

НАПРАВЛЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ВЕБ-ОРИЕНТИРОВАННЫХ РЕСУРСОВ В ПРОЦЕССЕ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Д.И. Прохоров, кандидат пед. наук, доцент
Минский городской институт развития образования (Республика Беларусь, Минск)
e-mail: prohorov@minsk.edu.by
Д.В. Жудро, магистр пед. наук
Средняя школа № 70 г. Минска им. Л.Н. Гуртьева (Республика Беларусь, Минск)
e-mail: zudrod@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются научно-теоретические и методические подходы к разработке и использованию веб-ориентированных ресурсов в процессе повышения квалификации учителей математики. Дано определение веб-ориентированного ресурса, а также предложена система структурирования содержания обучения для данных ресурсов.

Ключевые слова: методика обучения математике, дополнительное образование взрослых, веб-ориентированный ресурс обучения.

DIRECTIONS OF APPLICATION OF WEB-ORIENTED RESOURCES IN THE PROCESS OF PROFESSIONAL DEVELOPMENT OF MATHEMATICS TEACHERS

D.I. Prokhorov, Ph.D., Associate Professor
Minsk City Institute for the Development of Education (Belarus, Minsk)
D.V. Zhudro, master of ped. sciences
Secondary School No. 70 of Minsk named after. L.N. Gurtiev (Belarus, Minsk)

Abstract. The article deals with scientific, theoretical and methodological approaches to the development and use of web-oriented resources in the process of advanced training for teachers of mathematics. The definition of a web-oriented resource is given, and a system for structuring the content of training for these resources is proposed.

Keywords: mathematics teaching methodology, additional adult education, web-based learning resource.

Согласно концепции ЮНЕСКО, для решения задач повышения эффективности образования в инновационных условиях необходимо выполнение основополагающих требований, которые позволяют специалисту в сфере образования *научиться познавать* – обеспечат его необходимым инструментарием для понимания происходящего в мире; *научиться делать* – осуществлять необходимые изменения; *научиться совместной жизни* – принимать участие во всех видах человеческой деятельности и сотрудничать с другими людьми [1, с. 3]. В.В. Гриншкун, М.В. Носков, О.Е. Носкова, L.H. Nieves, E.C. Moya, R.M. Soldado и др. отмечают актуальность разработки современных информационных ресурсов и методик их применения в обучении, что с учетом особенностей андрагогики также актуально для системы повышения квалификации учителей математики. Актуальность данной темы подтверждается также выявленным нами противоречием между потенциально эффективными дидактическими возможностями современных веб-ориентированных ресурсов обучения по организации повышения квалификации и самообразовательной деятельности учителей математики в межкурсовой период с учетом особенностей дидактического дизайна и отсутствием научно обоснованной дидактической системы данного процесса.

Проведенный нами анализ генезиса системы повышения квалификации, выявленные теоретические основания этой системы [2], а также опыт работы в Минском городском институте развития образования показали, что **при разработке веб-ориентированных ресурсов обучения для системы повышения квалификации и самостоятельной деятельности учителей математики в межкурсовой период (далее – ПКиСД) необходимо учитывать следующие научно-теоретические и методические позиции**:

– на уровне методологии – *полипарадигмальный характер системы ПКиСД*, т.е. учет положений синергетического, системно-деятельностного, компетентностного, логистического, коннективистского и инструментального подходов в обучении;

– на общенаучном уровне – *опора на положения когнитивной теории, андрологии, дидактического дизайна, дифференциации содержания* с увеличением смысловой и визуальной насыщенности содержания ПКиСД, требований эргономики, инфографики и оптимальной информационной насыщенности содержания ПКиСД, *представленного в веб-ориентированных ресурсах обучения*;

– на методико-технологическом уровне – *необходимость выявления и учета мотивационно-ценностных установок слушателей, психолого-педагогических закономерностей внимания, памяти, мышления, профессионального опыта* при разработке учебно-программной и учебно-методической документации ПКиСД учителей математики, форм проведения промежуточной и итоговой аттестации.

Мы рассматриваем ***веб-ориентированные ресурсы обучения*** как гибкие и мобильные ресурсы, которые решают задачи обеспечения образования профессиональными кадрами высокого уровня квалификации, кадровой поддержки процессов разработки инновационных методик обучения и их учебно-методического обеспечения на основе дидактического дизайна, удовлетворения потребностей педагогов в профессиональном совершенствовании с использованием образовательной среды, основанной на дистанционных и онлайн-технологиях. Следует отметить, что понятие «веб-ориентированный ресурс обучения» в широком значении может включать весь арсенал существующих ИКТ (элементы дистанционных и онлайн-систем обучения, веб-квестов, сервисов дополненной, виртуальной и смешанной реальности, обучающих сайтов, мобильных обучающих ресурсов, размещенных в социальных медиа (сетях), сервисов видеоконференций и т.д.).

Содержание и инструментарий таких веб-ориентированных ресурсов обучения способствуют формированию профессиональных компетенций учителя математики в опоре на спиралевидное расширение и углубление предметно-методических профессиональных знаний, необходимых для освоения современных педагогических методик и технологий. Такой подход позволяет развернуть горизонтальный цикл *обучение на повышении квалификации – самообразовательная деятельность в межкурсовой период – консультирование в межкурсовой период – обучение на повышении квалификации* в многомерную спиралевидную конструкцию, каждый виток которой включает ***три пласта***: *содержательный*, предназначен для освоения слушателями ПКиСД теоретического обобщения укрупненных дидактических единиц математического и профессионального знания; *информационно-технический*, включает инструкции и алгоритмы работы с существующими ресурсами, рекомендации по самостоятельной разработке веб-ориентированных ресурсов обучения, направлен на освоение учителями технологических приемов профессиональной деятельности; *методический*, предполагает обучение слушателей методике и технологиям последующего применения веб-ориентированных ресурсов обучения с учетом требований дидактического дизайна на учебных занятиях по математике.

На каждом последующем витке спирали содержательная, информационная и методическая стороны представленного цикла выходят на более высокий качественный уровень. Например, на **первом витке** учителя математики осваивают возможности дидактического дизайна по структурированию и представлению учебной информации для учащихся при помощи простых алгоритмов в графическом виде (таблицы, блок-схемы и т.д.) с использованием презентации и/или интерактивной доски; на **втором витке** слушатели обучаются навыкам использования различных существующих веб-ориентированных ресурсов для применения на учебных занятиях информационно емких визуальных изображений (учебные математические апплеты, инфографика, структурно-логические схемы и т.д.) по отдельным учебным темам в готовом виде; на **третьем витке** слушатели сами разрабатывают веб-ориентированные ресурсы, осваивают методические аспекты обучения учащихся навыкам обобщения и структурирования учебной информации по укрупненным темам (логико-смысловые модели, учебные математические апплеты и т.д.), прогнозируют свою педагогическую деятельность в конкретном классе на несколько лет вперед; на **четвертом витке** учителя обучаются не только способам построения процесса обучения математике на основе веб-ориентированных ресурсов обучения с учетом требований дидактического дизайна, но и транслируют свой педагогический опыт коллегам.

Целесообразность использования веб-ориентированных ресурсов обучения определяет *принцип оптимальной информационной насыщенности содержания*, предполагающий такую организацию учебного материала, которая дает возможность наиболее полно реализовать развивающие функции обучения в предметном поле математики, будет способствовать эффективности восприятия и понимания слушателями

ПКиСД учебной информации. Это позволит развивать и поддерживать мотивацию учения без ущерба математической строгости изложения, способствовать личностному развитию слушателей, т.е. обеспечит достижение максимально возможного результата при минимально необходимых затратах времени и усилий. Информационная насыщенность содержаниявеб-ориентированных ресурсов ПКиСД выражается в ***послойном распределении учебной информации с нарастающей сложностью заданий*** (без увеличения объема выполняемой учебной работы) с учетом требований инфографики и эргономики. В зависимости от уровня исходных знаний слушателя предусмотрен выбор информационного слоя веб-ориентированного ресурса. Например, **I информационный слой** предназначен для изучения и закрепления основных понятий, свойств, формул, закономерностей; **II слой** позволяет повторить, закрепить и обобщить изученный материал путем установления и исследования взаимосвязей изучаемых объектов; **III слой** способствует обогащению связей между ближайшими и отдаленными понятиями, а также введению понятий и связей, выходящих за пределы учебной программы ПКиСД.

Список литературы

1. Делор Ж. Образование: сокрытое сокровище. Доклад Международной комиссии по образованию для XXI века. М.: ЮНЕСКО, 1996. 31 с.
2. Бровка Н.В., Прохоров Д.И. Научно-теоретические аспекты дополнительного образования учителей математики // Вестн. Могилев. гос. ун-та. 2022. № 2. С. 7–13.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ КУРСОВ АЛГЕБРЫ И ФИЗИКИ 7-го КЛАССА В РАМКАХ ТРЕБОВАНИЙ ОБНОВЛЕННЫХ ФГОС

Т.Ю. Гаврилова, учитель математики
МОУ Дергаевская СОШ №23, МО Раменского г. о.
e-mail: tomagavrilova@mail.ru
О.Г. Игнатова, учитель математики
МОУ Быковская СОШ №15 МО Раменского г. о.
e-mail: markovka0@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности изучения физики с опорой на знания по математике. Затрагиваются вопросы последовательности изучения теоретического материала и синхронизации календарно-тематического планирования посредством приенения обобщенных методов решения практических задач и построения математических моделей.

Ключевые слова: обучение математике, обучение физике, межпредметные связи.

T. Yu. Gavrilova, mathematics teacher
Dergaevskaya secondary school No. 23, Moscow region of Ramenskoye
O.G. Ignatova, mathematics teacher
Secondary school No. 15
Moscow Region of Ramenskoye,

Abstract. The article discusses the features of studying physics using knowledge of mathematics. The issues of studying theoretical material and solving practical problems are touched upon.

Keywords: teaching mathematics, teaching physics, interdisciplinary connections.

Интеграция предметов в современной школе – реальная потребность времени, которую необходимо учитывать всем, кто заинтересован в формировании всесторонне развитой личности.

В рамках перехода на обновленный ФГОС ООО были конкретизированы требования к личностным, предметным и метапредметным результатам обучения [1]. Следует отметить, что математика служит опорным предметом для изучения смежных дисциплин. Практическая полезность математики обусловлена тем, что её предметом являются фундаментальные структуры нашего мира: пространственные формы и количественные отношения от простейших, усваиваемых в непосредственном опыте до достаточно сложных, необходимых для развития научных и прикладных идей.

Математика и физика – два тесно связанных между собой предмета, поэтому важно понимание, какие именно математические понятия могут быть применены при изучении курса физики. Обратимся к Примерной рабочей программе по «Математике» 5–9-го класса [2]. Одной из приоритетных целей обучения математике в 5–9-х классах является формирование функциональной математической грамотности, а именно: умения распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей, формулировать их на языке математики и создавать математические модели, применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты [2].

Рассмотрим содержание, которое заложено в примерной рабочей программе в курсе алгебры 7-го класса по теме «Координаты и графики. Функции», и выделим содержательные элементы, которые непосредственно связаны с курсом физики. К таким содержательным элементам относятся примеры графиков, заданных формулами, чтение графиков реальных зависимостей, понятие функции, график функции, свойства функций [2].

Обращаясь к планируемым результатам обучения, отметим, что ключевыми моментами служат умения описывать с помощью функций известные зависимости между величинами: скорость, время, расстояние; цена, количество, стоимость; производительность, время, объём работы; понимать графический способ представления и анализа информации; извлекать и интерпретировать информацию из графиков реальных процессов и зависимостей.

Можно отметить, что в учебнике алгебры 7-го класса, включенном в федеральный перечень, понятие графика функции даётся как «множество точек координатной плоскости». Такая формулировка не ограничивает рассмотрение только линейной зависимостью, а позволяет свободно работать и с другими видами зависимостей (квадратичной функцией, кусочной функцией). В учебнике рассматриваются примеры и нелинейной зависимости, ученикам предлагаются задания по практическому применению понятия «график функции».

Рассмотрим примеры заданий из учебника для отработки навыка чтения графиков реальных зависимостей [4].

№ 293 (для работы в парах). На рисунке 1 изображены графики зависимости тормозного пути автомобиля от скорости его движения на сухом асфальте (кривая OA), на мокром асфальте (кривая OB), при гололёде (кривая OC). Для каждого случая ответьте на вопросы:

а) чему равен тормозной путь автомобиля при скорости 50 км/ч;

б) с какой скоростью должен двигаться автомобиль, чтобы его тормозной путь не превышал 60 м?

Указания для учеников:

1) выполните каждый задания а) и б);

2) сравните полученные ответы. Исправьте ошибки, если они допущены;

3) обсудите, насколько велико различие в тормозном пути на сухом и мокром асфальте.

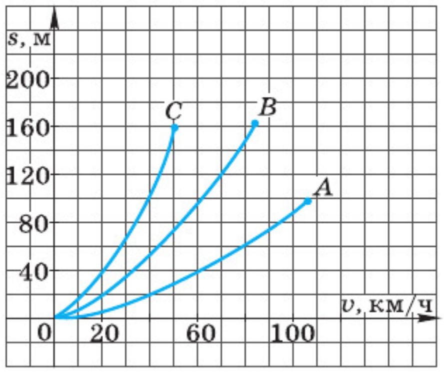


Рис. 4. График движения

Особенностью данной задачи служит то, что в условии даны графики нелинейной зависимости пути от скорости движения тела, что говорит о том, что рассматриваемое движение не является равномерным (это требуется отдельно подчеркнуть при работе с данными графиками).

Если ориентироваться на примерную рабочую программу по «Физике» [3], то можно заметить, что основное внимание в курсе 7-го класса уделяется рассмотрению именно равномерного движения. Однако учитель физики свободен рассматривати и понятие неравномерного движения. Для наиболее эффективной работы с данным понятием необходима соответствующая математическая подготовка учеников. Ярким примером в данном случае является рассмотрение зависимости отсекаемой площади треугольника от длины отрезка. В рамках изучения этой зависимости получается кусочная функция [4]. Данный пример не входит в материал, обязательный для изучения. Однако рассмотрение подобных задач позволяет формулировать практико-ориентированные задания для реализации межпредметных связей физики и математики.

Интегрированное задание. Дан график функции $v = at_1$ (рис. 2). Отрезок MN, параллельный оси v, движется от 0 в сторону увеличения аргумента t. Показать, что площадь отсекаемого треугольника является функцией длины отрезка.

В процессе решения такой задачи может быть выведена формула для пути: $s = \frac{at^2}{2}$.

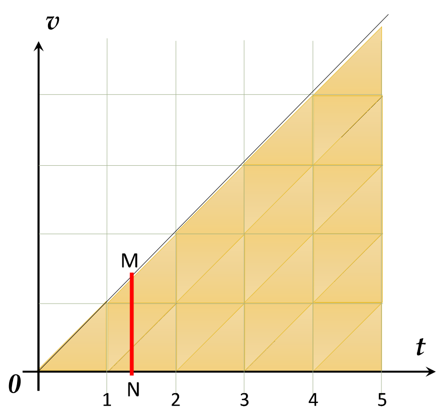


Рис. 5. График функции

После рассмотрения задачи на нахождение пути, пройденного телом, по графику можно решить ещё несколько практико-ориентированных задач, для которых потребуется сперва построить графики кусочно-заданных функций, а затем найти площадь под графиком.

Обращаясь к примерной программе по алгебре 7-го класса [2], отметим асинхронное по отношению к курсу физики расположение темы «Координаты и графики». Изучение темы «Функции» в конце учебного года затрудняет применение межпредметных связей математики и физики, поскольку не совпадает хронология изучения связанных понятий.

При построении рабочей программы учитель может учитывать порядок расположения тематических блоков в учебнике. То есть, не меняя количество часов на изучение темы, изменить порядок изучения разделов. Например, тему «Координаты и графики. Функции» можно рассмотреть не в конце учебного года, а в начале (ноябрь-декабрь). Таким образом будет достигнута синхронизация содержательного материала, что позволит усилить практико-ориентированную направленность данного материала, существенно расширить систему учебных задач как по физике, так и по математике.

Список литературы

1. Приказы Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 № 286, № 287 «Об утверждении федеральных государственных образовательных стандартов начального и основного общего образования».
2. Примерная рабочая программа основного общего образования «Математика». Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 27 сентября 2021 г. № 3/21.
3. Примерная рабочая программа основного общего образования «Физика». Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 27 сентября 2021 г. № 3/21.
4. Математика. Алгебра: 7-й класс: базовый уровень: учебник / Ю.Н. Макарычев [и др.]; под ред. С.А. Теляковского. 15-е изд., перераб. Москва: Просвещение, 2023. 255 с.

ИЗУЧЕНИЕ СТАРШИМИ ШКОЛЬНИКАМИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СИСТЕМЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Н.Н. Яремко, доктор пед. наук, доцент
НИТУ «МИСИС» (Россия, Москва)
e-mail: yaremki@yandex.ru
Н.И. Лобанова, педагог дополнительного образования
Центр внешкольной работы (Россия, Зеленокумск)
e-mail: lobantchik@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема формирования целостной картины мира (ЦКМ) школьника при изучении дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования. Отличительными особенностями построения методики курса дифференциальных уравнений являются, во-первых, использование различных IT-инструментов и IT-средств при нахождении аналитических решений дифференциальных уравнений и, во-вторых, тщательный отбор и структурирование математического содержания курса в строгом соответствии с целью обучения – формированием ЦКМ школьника. К изучению берутся наиболее общие естественно-научные и социальные законы, формой выражения которых являются дифференциальные уравнения и которые свидетельствуют о целостности и единстве окружающего мира. Такие особенности курса позволяют избежать дублирование классической вузовской учебной дисциплины и свести к минимуму технические вычислительные трудности. Изучение дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования позволяетпредоставить школьникам возможность удовлетворить свои образовательные потребности вне школы, познакомиться с новыми математическими понятиями и методами, расширить математический кругозор, развить интерес к математике, достичь определенных результатов в плане формирования целостной картины мира. В методических построениях реализованы положения системно-деятельностного подхода, теоретические утверждения практико-ориентированного обучения, приемы математического моделирования.

Ключевые слова: целостная картина мира, дифференциальные уравнения, практико-ориентированная задача, метод математического моделирование.

THE STUDY OF DIFFERENTIAL EQUATIONS BY HIGH SCHOOL STUDENTS IN THE SYSTEM OF ADDITIONAL EDUCATION

N.N. Yaremko, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
NUST MISIS (Russia, Moscow)
N.I. Lobanova*,* teacher of additional education
Center for Extracurricular Work" (Russia, Zelenokumsk)

Abstract. The article deals with the problem of forming a holistic picture of the world (HPW) of a student when studying differential equations in the system of additional education. Distinctive features of the construction of the methodology of the course of differential equations are, firstly, the use of various IT- tools in finding analytical solutions to differential equations and, secondly, careful selection and structuring of the mathematical content of the course in strict accordance with the purpose of training - the formation of the student's HPW. The most general natural – scientific and social laws are taken to study, the form of expression of which are differential equations. Such features make it possible to avoid duplication of the classical university course of differential equations, to minimize technical computational difficulties. The study of differential equations in the system of additional education allows students to provide an opportunity to satisfy their educational needs outside of school, get acquainted with new mathematical concepts and methods, expand their mathematical horizons, develop an interest in mathematics, achieve certain results in terms of forming a holistic picture of the world -HPW. The methodological constructions implement the provisions of the system-activity approach, theoretical statements of practice-oriented learning, methods of mathematical modeling.

Keywords: holistic picture of the world, differential equations, practice-oriented problem, mathematical modeling method.

В Федеральном законе об образовании в Российской Федерации [14] при определении дополнительного образования отмечено, что это «вид образования, который направлен на всестороннее удовлетворение образовательных потребностей человека в интеллектуальном… совершенствовании и не сопровождается повышением уровня образования». Кроме того, во ФГОС СОО среди требований к образовательным результатам указано, что «школьники должны обладать сформированным умением использовать производную для исследования функций, приводить примеры математического моделирования с помощью дифференциальных уравнений» [13]. Поэтому целесообразность изучения дифференциальных уравнений (ДУ) в среднем общем образовании и в дополнительном образовании не вызывает сомнений. Проблема, которую предстояло решить, состояла в следующем: каким образом построить курс изучения ДУ для школьников в системе дополнительного образования, чтобы не отвратить подростков от этого изучения ввиду сложностей теоретического и вычислительного характера, которые неизбежно возникают при работе с ДУ? Выход был найден в использовании программ компьютерной алгебры, различных IT-решателей, в чем хорошо ориентируются современные школьники, в визуализации получаемых решений, в очень тщательном отборе математического содержания.

Проведенное методическое исследование подробно описано в наших работах [5 – 7; 16]. Курс ДУ, ориентированный на целенаправленное формирование ЦКМ школьника, реализуется в рамках дополнительного образования в программе «Математика плюс» в Муниципальном учреждении дополнительного образования «Центр внешкольной работы г. Зеленокумска Советского района», г. Зеленокумска http://zelcvr.ru/ Или https://xn--26-kmc.xn--80aafey1amqq.xn--d1acj3b/program/3340-matematika

Программа курса включает следующее содержание: основные понятия теории ДУ (пропедевтика изучения ДУ, [10]) – 3 часа; актуализация навыков работы в среде MathCad и решение ДУ в среде MathCad – 3 часа; законы естественного роста, логистический, колебаний, взаимодействия противоборствующих видов – каждый закон по 3 часа [2; 4; 9; 15]; работа над исследовательским проектом и его защита, решение практико-ориентированной задачи [1; 15] – 3 часа. Критерии оценивания исследовательских проектов: https://school.hse.ru/nis/criteriap.

Организация учебной деятельности в этом курсе в полной мере обеспечивает активную творческую работу школьников, способствующую освоению предлагаемого математического содержания и развитию навыков работы с гипотезами, формированию ценностно-смысловых ориентаций школьника.

Конструирование диагностики сформированности ЦКМ школьника на основе ДУ основывается на том, что ЦКМ – это отражение в сознании школьника окружающего мира в виде знаний, умений, установок, личностных ориентаций, отношения к предмету изучения [3; 8]. Поэтому для оценки сформированности ЦКМ использовались три критерия: знаниевый, операционно-деятельностный, ценностно-смысловой.

Для диагностики сформированности ценностно-смысловой составляющей ЦКМ проводилось анкетирование. При обработке результатов, полученных методом экспертной оценки для знаниевой и операционно-деятельностной составляющей, использовался парный t-критерий Стьюдента для небольших зависимых выборок [11; 12]. Данные проведенного эксперимента свидетельствуют о результативности выбранных методических установок.

Список литературы

1. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе: проблемы и перспективы научных исследований // Наука и школа. 2022. № 4. С. 85–95. DOI: 10.31862/1819-463X-2022-4-85-95.

2. Егупова М.В. Математическое моделирование как необходимый компонент математического образования школьников Практико-ориентированный подход в условиях трансформации образования: монография / под ред. Т.И. Шукшиной. Саранск, 2022.

3. Ермак Е.А. Геометрическая составляющая естественнонаучной картины мира старшеклассников: автореф. дисс… д-ра пед. наук. СПб, 2005. 40 с.

4. Далингер В.А., Симонженков С.Д. Моделирование с помощью дифференциальных уравнений: учебное пособие. Омск: Сфера, 2008. 44 с.

5. Лобанова Н.И. Элементы теории дифференциальных уравнений в системе дополнительного образования // Мир науки. 2016. Т. 4, № 6. URL: http://mir-nauki.com/PDF/32PDMN616.pdf.

6. Лобанова Н.И., Яремко Н.Н. Методические особенности построения курса дифференциальных уравнений с целью формирования целостной картины мира школьника // Ученые записки Орловского государственного университета. 2023. № 1(90). С. 257–265.

7. Лобанова Н.И., Яремко Н.Н. Логистический закон как основа математического моделирования при формировании целостной картины мира школьника // Образование и общество. 2023 № 3(140). С. 28–34.

8. Максимова С.М. Формирование у старших дошкольников целостной картины мира средствами театрализованной деятельности: автореф. дисс… канд. пед. наук. М., 2021. 24 с.

9. Родина Л.И., Егорова А.В. Применение дифференциальных уравнений для решения прикладных задач. Владимир: Изд-во ВлГУ, 2022. 83 с.

10. Селютин В.Д., Яремко Н.Н. Пропедевтика обучения решению некорректных задач при подготовке будущего учителя математики в вузе // Ученые записки Орловского государственного университета. 2022. № 1(94). С. 268–272.

11. Селютин В.Д., Лебедева Е.В., Яремко Н.Н. Применение линейных регрессионных моделей в педагогических исследованиях // Ученые записки Орловского государственного университета. 2018. № 3(80). С. 354–359.

12. Селютин В.Д., Яремко Н.Н. Определение вида линейной зависимости в исследованиях закономерностей обучения математике // Образование и общество. 2018. № 5. С. 60–64.

13. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (ФГОС СОО, Приказ № 732 от 12.08.2022. URL: https://fgosreestr.ru/ (дата обращения: 20.06.2023).

14. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (ред. от 29.07.2017) «Об образовании в РФ». URL: https://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/ (дата обращения 12.06. 2023).

15. Яремко Н.Н., Тихонова Н.Б., Глебова М.В. Содержательная трансформация математической практико-ориентированной задачи в уровневом образовании. Практико-ориентированный подход в условиях трансформации образования: монография / под ред. Т.И. Шукшиной. Саранск, 2022.

16. Lobanova N.I., Ammosova N.V., Rodionov M.A., Akimova I.V., Puchcov N.P. Elements of the theory of differential equations as a means of forming ideas about a holistic picture of the world among senior students // International Congress on Academic Research in Society, Technology and Culture (october 24–25, 2020 Grozny) / «European Proceedings of Social and Behavioural Sciences» (Великобритания). Web of Science Core Collection. Vol. 107 – ISCKMC 2020. P. 981–989. DOI: 10.15405 / epsbs.2021.05.131.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАГЛЯДНЫХ СХЕМ В ОБУЧЕНИИ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

М.В. Егупова, доктор пед. наук, профессор
Московский педагогический государственный университет
(Россия, Москва)
e-mail: mv.egupova@mpgu.su

Аннотация. В статье рассматриваются приемы обучения решению планиметрических задач на уроках геометрии в 7 классе на базовом уровне. Приведены примеры составления схем, демонстрирующих последовательность шагов решения.

Ключевые слова: приемы обучения, решение планиметрических задач, базовый уровень обучения.

THE USE OF VISUAL SCHEMES IN TEACHING SCHOOLCHILDREN TO SOLVE PLANIMETRIC PROBLEMS

M.V. Egupova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Moscow Pedagogical State University (Russia, Moscow)

Abstract. The article discusses the methods of teaching the solution of planimetric tasks in geometry lessons in the 7th form at the basic level. Examples of drawing up diagrams demonstrating the sequence of solution steps are given.

Keywords: teaching techniques, solving planimetric tasks, basic level of training.

Как известно, изучение курса геометрии вызывает наибольшие затруднения у школьников, особенно на базовом уровне. Об этом свидетельствуют и результаты итоговой аттестации: ОГЭ и ЕГЭ по математике. Однако значение этого раздела школьной математики для будущей социальной жизни и профессиональной деятельности трудно переоценить. В рабочей программе учебного курса «Геометрия» (7–9 классы) в качестве целей обучения указываются следующие: «проводить доказательные рассуждения, строить логические умозаключения, доказывать истинные утверждения и строить контрпримеры к ложным...» [1]. Перечисленные умения, безусловно, применимы как в обыденной жизни, так и в любой современной профессии. Однако овладение такими умениями не происходит стихийно. Для этого требуется целенаправленная совместная работа учителя и обучающихся.

Одним из приемов обучения рассуждениям при решении планиметрических задач является составление схем, которые предназначены для наглядного представления шагов решения. Причем, в 7-м классе использование таких схем представляется особенно целесообразным, так как необходимость проведения доказательных рассуждений является новым умением для школьников, а неалгоритмичность решения задач планиметрии добавляет дополнительные трудности в изучение геометрии, особенно на базовом уровне, когда познавательный интерес к предмету недостаточен. Подчеркнем, что доказательные рассуждения имеют место во всех типах геометрических задач – на доказательство, вычисление и построение.

В новой рабочей тетради по геометрии для 7 класса такие наглядные схемы представлены в форме заданий для учащихся [2]. Приведем примеры и прокомментируем заложенные авторами методические идеи.

В учебнике геометрии для 7–9 классов авторов Л.С. Атанасяна и др. слова «теорема» и «доказательство» впервые встречаются во второй главе «Треугольники», в первом параграфе «Первый признак равенства треугольников» [3]. Соответственно, и первая схема, иллюстрирующая получение следствий из утверждения о равенстве треугольников, помещена в рабочей тетради тоже в этой главе (рис. 1) в следующем задании:

✓ *Известно, что треугольники EFH и OKR равны. Сформулируйте выводы о равенстве углов и сторон этих треугольников. Результат оформите в виде схемы.*

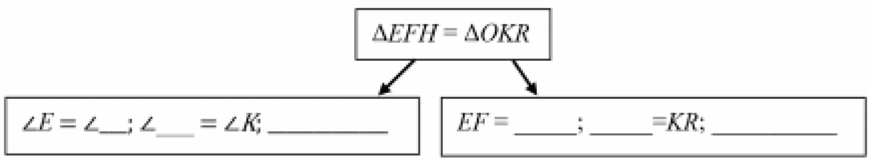


Рис. 1. Схема оформления результата

Задание предлагается до рассмотрения доказательства признака равенства треугольников по двум сторонам и углу между ними. С помощью этой схемы на конкретном примере иллюстрируется утверждение, имеющееся в учебнике: «Если два треугольника равны, то элементы (т.е. стороны и углы) одного треугольника соответственно равны элементам другого треугольника» [3, с. 30], выделяется условие и заключение.

Подобные схемы и упражнения на их основе возможно использовать и при изучении материала первой главы упомянутого учебника, где также приводятся доказательные рассуждения, но доказываемые утверждения словом «теорема» не отмечаются.

Следующий прием работы со схемой состоит уже в явном выделении и обозначении условия и заключения. Задание может быть сформулировано так:

Изучите схему решения задачи на доказательство, заполнив пропуски. На схеме записано, что дано (условие) и что требуется доказать (заключение), а также показан ход рассуждений при доказательстве.

Задача. Отрезки AC и BD точкой пересечения делятся пополам. Докажите, что $\Delta ABD = \Delta BCD$.

Ограниченный объем статьи не позволяет привести схему к этому заданию, но ее довольно легко воспроизвести. Далее целесообразно предложить упражнения на составление или заполнение готовой схемы по проведенному доказательству или решению задачи. Задания могут быть даны в следующей обобщенной формулировке: *изучите доказательство / решение и представьте его в виде схемы.* Вслед за таким заданием уже предлагается школьнику проследить по схеме и воспроизвести доказательство, например, такого утверждения: *медианы, проведенные к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны.*

К сожалению, схема доказательства этого утверждения в задании 73 рабочей тетради, как и схема в задании 72, содержит существенную ошибку, которая сделана в издательстве из-за экономии места на странице 29 [2]. Два последних шага объединены и обозначены как заключение. Приведем здесь верную схему (рис. 2).

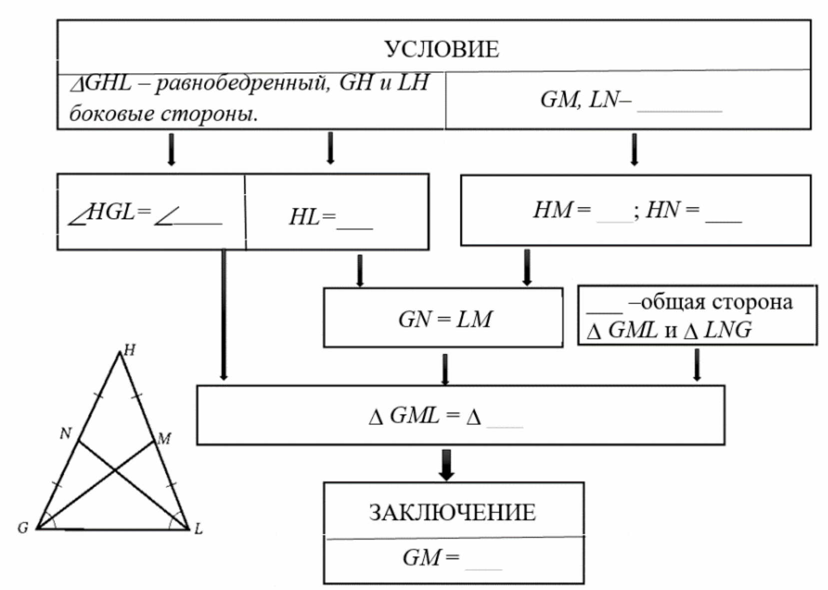


Рис. 2. Схема доказательства утверждения

Заметим, что каждый переход к следующему шагу, обозначенный стрелкой на схеме, должен быть обоснован. Обучение верным обоснованиям также возможно с помощью заданий на схемах.

Например, постановка задания может быть такой: *дополните схему доказательства /решения задач и обоснованиями некоторых шагов: соотнесите номер шага на схеме с номером утверждения из представленного списка.* К заданию составляется избыточный список утверждений, нужные шаги на схеме перенумеровываются, обозначается место для записи номера утверждения.

Еще один возможный прием работы со схемой состоит в восстановлении порядка рассуждений. В качестве примера приведем следующее задание.

Восстановите стрелки на схеме, связывающие шаги доказательства свойства прямоугольного треугольника.

УСЛОВИЕ	Дополнительное построение	
ΔABC, $\angle ACB =$ ___°, $\angle ABC =$ __°.	Отметить точку D на луче AC так, чтобы ___ = ____.	Соединить точки __и __.

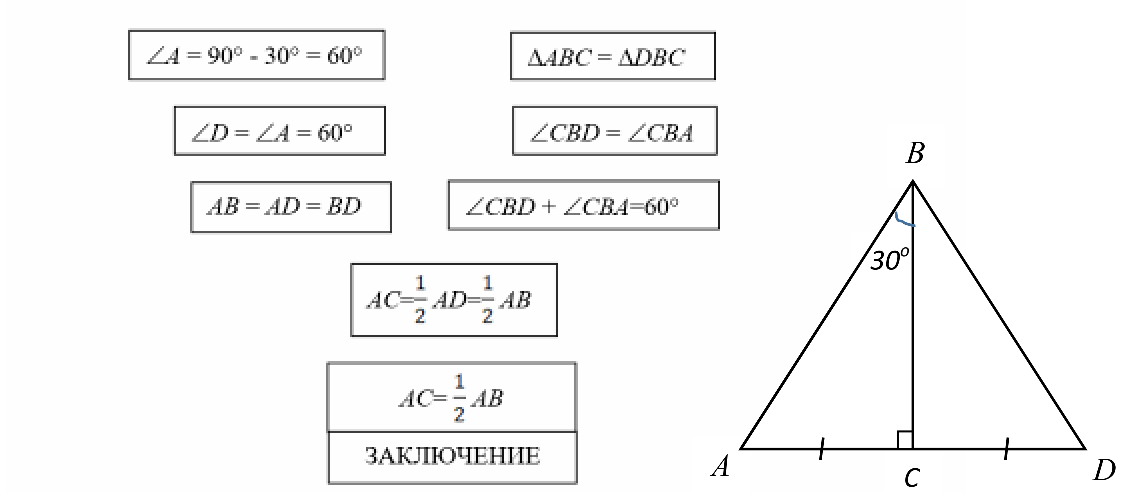


Рис. 3. Неполная схема доказательства

В методике обучения математике уделено много внимания формированию умений школьников проводить доказательные рассуждения в курсе геометрии. Однако специальные упражнения для формирования такого умения в учебниках и учебных пособиях обнаружить довольно трудно. Эта задача возложена на учителя. Считаем, что предложенные приемы работы со схемами позволят учителю не только организовывать учебную работу со школьниками по готовым заданиям рабочей тетради, но и составлять аналогичные задания и для других разделов курса геометрии 7-9 классов. Надеемся, что это позволит достичь требуемого уровня понимания учебного предмета и, соответственно, повышения уровня образовательных результатов.

Список литературы

1. Рабочая программа основного общего образования предмета «Математика» базовый уровень. URL: https://edsoo.ru/Primernaya_rabochaya_programma_osnovnogo_obschego_obrazovaniya_predmeta_Matematika_proekt_.htm (дата обращения: 27.06.2023).
2. Глазков Ю.А., Егупова М.В. Математика. Геометрия. Рабочая тетрадь. 7 класс. Базовый уровень. М.: Просвещение, 2023. 96 с.
3. Математика. Геометрия: 7-9-е классы: базовый уровень: учебник / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев [и др.]. М.: Просвещение, 2022. 415 с.

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ 7–9 КЛАССОВ ПОИСКУ РЕШЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Л.Ю. Есина, аспирант, учитель математики
Московский педагогический государственный университет,
школа «Алгоритм» (Россия, Москва)
e-mail: laesina@gmail.com

Аннотация. Рассматривается проблема обучения школьников 7–9 классов самостоятельному поиску решения планиметрических задач. Анализируется роль регулятивных универсальных учебных действий в процессе поиска решения геометрической задачи. Приводятся упражнения, предназначенные для отработки приемов поиска решения планиметрических задач.

Ключевые слова: поиск решения планиметрической задачи, регулятивные универсальные учебные действия, упражнения.

FEATURES OF TEACHING TO SEARCH FOR SOLUTIONS TO GEOMETRIC PROBLEMS

L.Yu. Esina, PhD student

Moscow State Pedagogical University (Russia, Moscow)

Abstract. The problem of teaching how to search for solutions to planimetric problems without prompting is considered. The role of regulative universal learning actions in the process of searching for a solution to a geometric problem is considered. The article provides exercises designed to refine the techniques for finding solutions to planimetric problems.

Keywords**:** search for a solution to a geometric problem, regulative universal learning actions, exercises.

В настоящей статье рассматриваются пути совершенствования методики обучения геометрии в 7–9 классах в соответствии с требованиями федерального государственного стандарта основного общего образования [11]. В научных публикациях регулярно проводится анализ низких показателей решаемости задач по планиметрии на ОГЭ или ЕГЭ с целью определить причины этого явления, а также найти способы улучшения ситуации [1; 12; 13]. Среди причин обычно указывается несформированность у учащихся:

– умения анализировать условие задачи (в особенности если формулировка отличается от известных учащимся);

– умения организовать самостоятельный поиск решения (из-за неверного использования доступности готовых решений задач);

– умения осуществлять самоконтроль в условиях экзамена.

Описанные умения относятся к категории регулятивных универсальных учебных действий (далее – УУД). Их содержание для предмета «Математика» уточняется в примерной рабочей программе основного общего образования [8; 9]. В указанных документах описываются умения по организации собственной мыслительной деятельности учащихся при решении задач и контролю правильности найденного решения.

В то же время для решения геометрических задач, особенно повышенной сложности, необходима сформированность умений:

– проводить аналитико-синтетические рассуждения;

– распознавать определенные геометрические конфигурации;

– выполнять дополнительные построения;

– использовать различные методы решения задач.

В методической литературе широко представлены приемы обучения поиску решения планиметрических задач, но вопрос их применения в практике работы школьного учителя остается открытым. В частности, нет достаточного количества дидактических материалов для формирования перечисленных умений.

Проблемой обучения школьников решению геометрических задач занимались многие методисты: Л.И. Боженкова, В.А. Гусев, Л.О. Денищева, М.В. Егупова, Г.А. Клековкин, Ю.М. Колягин, В.И. Крупич, В.В. Орлов, В.И. Рыжик, Г.И. Саранцев, И.Ф. Шарыгин.

Методика формирования у школьников умений, адекватных поиску решения задачи, описана в работах Л.И. Боженковой, В.А. Гусева, Л.О. Денищевой, Ю.М. Колягина, В.В. Орлова, Г.И. Саранцева, И.Ф. Шарыгина.

В работах Г.А. Клековкина, В.И. Рыжика, А.А. Столяра, И.Ф. Шарыгина приводятся рекомендации по формированию описанных выше умений с помощью систем задач.

Способы применения учителем указаний, наводящих вопросов или других видов помощи в процессе обучения поиску решения задач освещены в работах Л.И. Боженковой, В.А. Гусева, М.В. Егуповой, Ю.М. Колягина, В.И. Крупича.

Знакомство учащихся с основными элементами теории задач (понятием задачи, ее структурой, ориентированным графом поиска решения, этапами решения задачи) и систематическое фокусирование внимания учащихся в процессе решения задач при работе на уроке на их использовании позволяет учителю придать поиску решения задач, который осуществляют учащиеся, более осмысленный и целенаправленный характер. Напоминание учащимся об общих подходах теории задач в процессе решения частной задачи также может рассматриваться как реализация «дозы помощи».

Для реализации методики обучения поиску решения планиметрических задач представляется эффективным использование специальных упражнений в работе с учащимися. Г.И. Саранцев указывает, что умения формируются не за счет решения большого количества задач, а за счет выполнения школьниками упражнений [10]. Они формируют приемы выполнения действий, составляющих умения. Систему упражнений, направленную на формирование УУД в неразрывном единстве с освоением учебной информации предмета, Л.И. Боженкова называет системой обогащающих упражнений [1]. Выбор упражнений для обучения поиску решения планиметрических задач определяется содержанием и последовательностью учебной информации в курсе планиметрии, содержанием умений, адекватных поиску решения задачи, этапом освоения умения.

В целях обучения школьников поиску решения задачи для каждой темы в курсе планиметрии целесообразно составить набор упражнений, с помощью которых можно отработать специальные приемы поиска. Основываясь на этих приемах, выделим упражнения четырех типов:

– на аналитико-синтетические рассуждения (вывод следствий из условия и требования);

– на выполнение дополнительных построений;

– на распознавание геометрических конфигураций;

– на применение известных учащимся методов решения задач.

Подход к составлению упражнений для развития у школьников способности осуществлять вывод следствий из условия или требования задачи известен и представлен в исследованиях Л.И. Боженковой, В.А. Гусева. Например, для составления упражнений для выведения следствий из требования задачи рекомендуется использование поисковых областей – набора достаточных условий, которые позволяют установить отношения равенства, подобия, параллельности, перпендикулярности объектов [1]. Другой способ подвести учащегося к тому, чтобы он сумел вывести следствие из требования задачи, предоставить ему выбрать из списка утверждений те, что помогут решить задачу.

Больший интерес представляет выполнение дополнительных построений. Дополнительные построения можно рассматривать и как специальный прием поиска, и как метод решения планиметрической задачи. Начинать обучение дополнительным построениям необходимо в 7 классе. Освоение умения выполнять дополнительные построения связано с приемами учебной работы, которые реализуются на трех основных этапах: введение приема; обучение школьников путям переноса приема в новые условия (решение аналогичных задач) и нахождение нового приема; подведение учащихся к обобщению приема [2]. Например, при изучении темы «Четырехугольники» проведение описанной трехэтапной работы по формированию приема решения задач с помощью метода дополнительных построений занимает два-три урока [4].

Под геометрическими конфигурациями понимаются геометрические отношения между основными понятиями и фигурами планиметрии. Ряд авторов рассматривают такие геометрические конфигурации как метод решения задач [5].

Для составления упражнений для обучения применению методов решения задач целесообразно использовать их описания, имеющиеся в работах Л.И. Боженковой, В.А. Гусева, А.Г. Мордковича [1; 2; 6].

Таким образом, повышение показателей «решаемости» планиметрических задач на ОГЭ и ЕГЭ может быть достигнуто при условии проведения методической работы, основанной на применении таких типов упражнений в каждой теме курса планиметрии. Тогда школьники смогут осуществлять самостоятельный поиск решения задачи. Если каждое действие, составляющее умение, отрабатывать отдельно, то в дальнейшем оно будет выполняться осознанно. Получив опыт самостоятельной деятельности и почувствовав себя уверенно при выполнении упражнений, школьники смогут достичь лучшей концентрации и более высоких результатов на экзаменах при решении планиметрических задач.

Список литературы

1. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.
2. Гусев В.А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. М.: Лаборатория знаний, 2017.
3. Теория и методика обучения математике в школе: учебное пособие / Л.О. Денищева [и др.]. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014.
4. Есина Л.Ю. Метод дополнительных построений – ключ к решению задачи // Математика в школе. 2023. № 2. С. 19–30.
5. Маракулин А.Ю., Липатникова И.Г. Геометрические ситуации как один из способов обучения учащихся поиску решения задач // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики, информационных технологий. 2017. № 2. С. 222–227.
6. Мордкович А.Г. 25 бесед с учителями математики на актуальные темы. М.: Мнемозина, 2014.
7. Моросанова В.И., Фомина Т.Г., Цыганов И.Ю. Осознанная саморегуляция и отношение к учению в достижении учебных целей. М., СПб: Нестор-История, 2017.
8. ПРП ООО. Математика (углубленный уровень). URL: https://edsoo.ru/Primernaya_rabochaya_programma_osnovnogo_obschego_obrazovaniya_predmeta_Matematika_uglublennij_uroven.htm (дата обращения: 14.07.2023).
9. ПРП ООО. Математика (базовый уровень). URL: https://fgosreestr.ru/uploads/files/5b42fd5fc9cd25fc3571440d5d3f7610.pdf (дата обращения: 14.07.2023).
10. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. М.: Просвещение, 1995. 240 с.
11. ФГОС ООО. URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/ (дата обращения: 14.07.2023).
12. Шашкина М.Б. ЕГЭ 2020 в условиях пандемии: разбор заданий // Математика в школе. 2020. № 7. С. 3–11.
13. Якубов А.В. О некоторых аспектах ОГЭ по математике // Математика в школе. 2022. № 2. С. 51–55.

ФОРМИРОВАНИЕ КРЕАТИВНОСТИ В РАМКАХ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ

В.С. Котов, учитель математики, аспирант
ГБОУ Школа № 1502 «Энергия» (Россия, Москва)
Московский городской педагогический университет (Россия, Москва)
e-mail: valekotov.rab@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются возможности формирования математической креативности школьников в рамках проектной деятельности.

Ключевые слова: Креативность, креативное мышление, 4К-концепция, проектная деятельность, межпредметность.

BUILDING CREATIVITY IN STUDENT PROJECT ACTIVITIES

V.S. Kotov, teacher of mathematic, PhD Student
GBT School No. 1502 "Energia" (Russia, Moscow)
Moscow City Pedagogical University (Russia, Moscow)

Abstract. The article considers the opportunities of the formation of mathematical creativity of schoolchildren in the framework of project activities.

Keywords: Creativity, creative thinking, 4C concept, project activity, intercompany.

Сегодня в бурно развивающемся обществе от человека требуется прежде всего готовность быстро реагировать на изменяющиеся обстоятельства, мыслить и действовать нестандартно, находить решения в совершенно новых областях, оперируя междисциплинарными знаниями и метапредметными навыками, позволяющими поступать необычным, нестандартным способом. Важно создавать такие условия, при которых еще со школы человек мог бы не только получать знания, но и уметь анализировать их практическую значимость, комбинировать их для решения современных задач.

Способность мыслить и действовать оригинально, нестандартно, находить новые подходы к решению задач и проблем называют сегодня креативностью. В современном мире, где каждый день появляются новые технологии и идеи, развитие креативного мышления играет важную роль во всех сферах жизни людей.

Развитие креативного мышления начинается с детства. Обучение и тренировка в этой сфере помогает детям и молодежи развивать свои творческие способности, улучшать качество мышления, повышать уровень интеллекта. Кроме того, креативность важна для саморазвития и личностного роста. Она помогает человеку проявить свои лучшие качества и потенциалы, освоить новые навыки и умения, научиться преодолевать трудности и решать проблемы.

Однако важно понимать, что развитие креативного мышления не ограничивается только творческой деятельностью. Оно также включает в себя умение мыслить критически и аналитически, способность работать в команде и принимать решения.

Модель коммуникативности, критического мышления, креативности и кооперации (*4К-концепция*) – это педагогическая концепция, которая описывает компетенции, необходимые для успешной адаптации к современному информационному обществу и для эффективного участия в его функционировании. Эта концепция включает четыре ключевых компонента: *коммуникативность* (способность общаться и взаимодействовать с другими людьми, умение эффективно выражать свои мысли и идеи, слушать и понимать точку зрения других людей, а также использовать различные формы коммуникации, включая устную, письменную и визуальную), *критическое мышление* (способность анализировать, оценивать и интерпретировать информацию, делать выводы и принимать обоснованные решения, определять проблемы, проводить исследования и оценивать качество информации, используемой в процессе принятия решений), *креативность* (способность генерировать новые идеи и решать проблемы, используя нестандартные подходы и инновационные методы, умение применять свою фантазию для создания новых продуктов, идей и проектов), *кооперация* (способность работать в команде и взаимодействовать с другими людьми, включая разные культуры и национальности, для достижения общих целей, умение эффективно сотрудничать, обмениваться знаниями и опытом, учитывать потребности других людей и находить компромиссы).

Таким образом, концепция 4К представляет собой важный инструмент для развития личных и профессиональных компетенций в современном информационном обществе, а под креативностью понимаем весь спектр компетенций, представляющих 4К концепцию, во взаимодействии.

Что может учитель математики, чтобы помочь формированию креативности школьников? «Необходимо создавать проблемы, формировать умение анализировать ситуацию и определять, что неизвестно, просить учащихся формулировать гипотезы, проверять их...» [1], а именно вовлекать их в исследовательскую деятельность.

Таким образом, мы сможем говорить о формировании учителем математики *математической креативности учащихся*, под которой мы понимаем способность рассматривать теоретическую и практическую задачу как объект всестороннего исследования и готовность использовать классические и новейшие методы во взаимодействии для выработки новых оригинальных идей решения таких задач.

Важной составляющей современного школьного образования является индивидуальная исследовательская деятельность, которая не только позволяет развить критическое и креативное мышление обучающихся, но и демонстрирует необходимость и область практических применений углубленного изучения предметов для исследований смежных областей знаний [2].

В основной образовательной программе среднего общего образования (СОО) говорится, что индивидуальный проект выполняется обучающимся самостоятельно под руководством учителя (тьютора) по выбранной теме в рамках одного или нескольких изучаемых учебных предметов, курсов в любой избранной области деятельности: познавательной, практической, учебно-исследовательской... Индивидуальный проект выполняется обучающимся в течение одного года или двух лет в рамках учебного времени, специально отведенного учебным планом.

Для целенаправленной и эффективной подготовки школы к реализации требований Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС) СОО [3], в школе должна реализовываться система внеурочной деятельности по вовлечению учащихся в проектную исследовательской деятельности.

Проектная деятельность учащихся является одним из методов развивающего (личностно-ориентированного) обучения, направлена на выработку самостоятельных исследовательских умений, способствует развитию креативного и критического мышления, учит работать в команде, особенно когда речь идет о групповых проектах. То есть мы говорим о формировании креативности и всех ее сопутствующих аспектах.

Основной целью введения в учебный процесс проектной деятельности является создание условий для вовлечения учащихся в осознанное приобретение и применение знаний, умений и навыков при обучении, а также интеграции всех формирующихся компетенций для решения практических задач.

Задачи проектной деятельности в учебном процессе.

1. Обучение планированию (учащийся должен уметь четко определить цель, поставить задачи и спланировать основные этапы деятельности до получения результата).

2. Формирование навыков сбора и обработки информации, материалов (учащийся должен знать где он может получить достоверную информацию, уметь отобрать подходящую для своего исследования и корректно ее использовать).
3. Развитие умения анализировать (креативность и критическое мышление).
4. Развитие умения составлять отчет о самостоятельной работе над проектом (грамотно оформлять письменный отчет, презентовать этапы и выводы, уметь делать ссылки на используемые источники).
5. Формирование позитивного отношения к работе (учащийся должен проявлять заинтересованность, стараться придерживаться плана и сроков работы).

Анализируя возможности проектной деятельности учащихся для формирования их креативности, сразу отметим единство *целей*.

Содержание проектной деятельности не имеет выраженной области, но обладает вполне выраженными свойствами, такими как практическая направленность, межпредметность и фундаментальность, что, несомненно, способствует развитию критического и креативного мышления. Так, современная математическая тематика, как правило, требует привлечения программной реализации, имеет инженерную или экономическую направленность. Выбор темы основывается прежде всего на интересе и уровне подготовки учащегося, а также на актуальности исследования. «Именно в этот момент учащиеся начинают понимать важность своей математической подготовки и вклад математических исследований в развитии науки и техники» [2].

Говоря об исследовательских *методах*, мы опять же говорим о необходимости сформированного критического мышления и креативности, без которой исследование превращается просто в констатацию фактов.

Отметим, что по обновленным ФГОС выполнение индивидуального проекта в 10–11 классах является обязательным. Подготовка к такой работе должна вестись заблаговременно, начинаяс с 7–8 классов и носить пропедевтический характер. В данном возрасте подросток начинает ценить свои отношения с ровесниками, переключая свое внимание от семьи и родителей на товарищей. То есть учащимся 8–9 классов будет интересно выполнять проекты совместно. Таким образом, можно выстраивать систему групповой проектной деятельности в рамках внеурочных занятий для 8–9 классов, что позволит говорить обо всех четырех составляющих формирующейся креативности. В свою очередь, 10–11 классы при работе над проектом сосредотачиваются на индивидуальной подготовке, то есть мы разделяем *форму* работы с проектами на *групповую* (прежде всего для учащихся 8–9 классов) и на *индивидуальную* (прежде всего для учащихся 10–11 классов).

Такая работа невозможна без современной поддержки, позволяющей выстраивать взаимодействие учителя и учеников, учащихся в группе, получать обратную связь и своевременное консультирование. Большинство школ сегодня работают над проектными офисами, способными обеспечить всем необходимым проектную деятельность для школы и создать все условия для формирования у учащихся актуальных на сегодня качеств.

Таким образом, полагаем, что проектная деятельность отвечает целям, соответствет содержанию и является эффективным методом, формой и средством формирования математической креативности учащихся.

Список литературы

1. Денищева Л.О. Возможно ли развивать креативность школьников на уроках математики // Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике. К 80-летию со дня рождения В.А. Гусева: материалы VII Международной научно-практической конференции / под ред. М.В. Егуповой. М., 2022. С. 71–80.
2. Котов В.С. Математика в прикладные задачах в проектной деятельности учащихся // Задачи в обучении математике, физике и информатике в условиях цифровой

трансформации: материалы III Международной научно-практической конференции, посвященной 130-летию П.А. Ларичева. Вологда: ВоГУ, 2022. С. 23–27.

3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (10–11 кл.) (ред. от 11.12.2020). URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/ (дата обращения: 07.07.2023).

МЕЖПРЕДМЕТНАЯ СВЯЗЬ МАТЕМАТИКИ И ЭКОНОМИКИ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ И НАЧАЛ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Е.А. Матвеева, учитель математики
ГБОУ города Москвы «Школа № 2033» (Россия, Москва),
Д.В. Сенников, учитель математики
ГБОУ города Москвы «Школа № 504» (Россия, Москва)
e-mail: matvliz45@mail.ru, sennikov_dv@lyc504.ru

Аннотация. Обзор научных исследований показывает, что проблемы взаимосвязи математики и экономики на уроках алгебры и начал математического анализа исследованы достаточно глубоко. Тем не менее методические аспекты реализации данной межпредметной связи, а также практика внедрения в учебный процесс оставляют желать лучшего. Поиск методики реализации взаимосвязи математики и экономики на уроках алгебры и начал математического анализа определяет актуальность данной статьи.

Ключевые слова: межпредметные связи, математика, экономика, алгебра и начала математического анализа.

INTERDISCIPLINARY CONNECTION OF MATHEMATICS AND ECONOMICS IN THE LESSONS OF ALGEBRA AND THE PRINCIPLES OF MATHEMATICAL ANALYSIS

E.A. Matveeva, Teacher of Mathematics
School No. 2033 of the city of Moscow (Russia, Moscow),
D.V. Sennikov, Teacher of Mathematics
School No. 504 of the city of Moscow (Russia, Moscow)

Abstract. A review of scientific research shows that the problems of the relationship between mathematics and economics in the lessons of algebra and the principles of mathematical analysis have been studied quite deeply. Nevertheless, the methodological aspects of the implementation of this interdisciplinary communication, as well as the practice of implementation in the educational process, leave much to be desired. Thus, the search for a methodology for implementing the relationship between mathematics and economics in algebra lessons and the principles of mathematical analysis determines the relevance of this article.

Keywords: interdisciplinary connections, mathematics, economics, algebra and the beginning of mathematical analysis.

Алгебра и начала математического анализа является одним из предметов, на которых происходит реализация межпредметных связей, и решение задач, на наш взгляд, – самый эффективный метод для обеспечения межпредметных умений школьников. Подход к решению задач на реализацию межпредметных связей связан с применением материала других курсов. Важность решения указанных задач связана в первую очередь с тем, что в последнее время уделяется большое внимание развитию прикладной математики и экономической направленности образования.

Согласно Ю.М. Колягину, под практической направленностью в процессе обучения математике понимают «целесообразное по объему, содержанию и логической последовательности сочетание теоретического и практического учебного материала, т.е. направленность содержания и методов обучения на формирование у школьников навыков самостоятельной деятельности математического характера» [2]. Важно отметить, что в практическую направленность входит формирование вычислительных умений, умений решать уравнения и неравенства, выработка соответствующих навыков, навыков построения графиков функций.

Прикладная направленность обучения – это направленность содержания обучения и методов на использование математики в профессиональной деятельности, в других науках, в обычной жизни. Как правило, именно прикладная направленность формирует у учеников умения, без которых невозможно решать прикладные задачи.

Особый интерес среди различных прикладных задач имеют задачи, связанные с экономикой. Их решение требует применения математического аппарата.

Для формирования указанных выше умений важно на уроках алгебры и начал математического анализа учить школьников следующим этапам: «составлять математическую модель практической задачи; решать задачу в рамках математической теории; переводить результат решения задачи на язык, на котором была сформулирована исходная практическая задача» [4].

Одним из важнейших направлений межпредметных связей считается математическое моделирование экономических процессов. Математическое моделирование – это построение математической модели. Другими словами, создание математической модели – перевод с одного языка на другой – с естественного языка, на котором сформулирована проблема, практическая задача, на математический язык.

Моделирование экономических процессов имеет свои особенности. Экономические объекты могут описываться сотнями, тысячами параметров, многие носят случайный характер. Кроме того, в экономике действует человеческий фактор. Предсказать поведение человека невозможно. Экономика зависит от социального устройства общества, от политики, природных условий и многих других факторов.

Суть метода математического моделирования заключается в переводе конкретной задачи на язык математики, то есть описание процессов с помощью формул, чертежей схем, уравнений, неравенств и их систем и решение уже «новой» математической задачи с последующим переводом результатов на язык исходной задачи, так называемой интерпретацией результатов.

Приведем примеры таких задач.

Задача 1. Стоимость «р» доставки груза определяется затратами на его транспортировку, которые зависят от веса груза «х». А также затратами на его погрузку, разгрузку, охрану и сопровождение. Определить стоимость доставки груза от 1 кг до 500 кг из Москвы в Тольятти на автомобиле, по железной дороге.

При доставке груза по железной дороге расходы в рублях составят $p_1 = b_1x + a_1$, при доставке автомобилем $p_2 = b_2x + a_2$. С точки зрения математики уравнения $p_1 = b_1x + a_1$и $p_2 = b_2x + a_2$ представляют собой уравнения прямых в системе координат хОр. Графики данных прямых пересекаются в точке x_0. Точка пересечения заданных прямых определяет расстояние x_0, при перевозке груза на которое затраты одинаковы. При $x < x_0$ выгоднее перевозить груз автомобилем, при $x > x_0$ выгоднее перевозить по железной дороге.

Задача 2. Определить среднее ежегодное увеличение численности сотрудников. Предполагая, что численность сотрудников увеличивается ежегодно по закону $y = b \cdot ax$, найдем параметры a и b этой зависимости методом наименьших квадратов.

Искомая функциональная зависимость такова: $y = 345 \cdot 1{,}09x$. Уравнение показывает, что численность сотрудников данного предприятия в среднем росла ежегодно в 1,09 раза, или на 9% ежегодно. Таким образом, если предположить, что изменение численности происходило по данному закону, то в данном году численность сотрудников предприятия составит $345 \cdot 1{,}092 = 409{,}8945$ (примерно 409 человек).

По нашему мнению, именно этот этап является самым ответственным и трудоёмким, поскольку речь идет о том, чтобы построить математическую модель.

Этап решения задач в рамках математической теории. По сути, экономика и математика связаны друг с другом функциональной зависимостью. С другой стороны, экономическая наука изобилует множеством примеров различных функций. В то же время, знания о функциональном материале могут быть полезны в решении экономических задач, например при определении оптимального баланса на разных рынках и так далее.

В математике, ориентированной на практическую деятельность, важную роль играет функция. Учащимся, изучающим математику, необходимо научиться анализировать факты из реальной жизни и наблюдать за тем, как различные величины соотносятся друг с другом.

В процессе обучения школьники учатся понимать, что такое производная и как ее можно использовать в практической деятельности. Например, это задачи на спрос и предложение. В экономике, как правило, требуется определить максимальное или минимальное значение какого-либо показателя. К таким задачам относят задачи на вычисление максимального и минимального значения функции. Учащимся предлагается использовать производную для решения задач, связанных с определением оптимального поведения фирмы на разных рынках.

Интегральное исчисление, в свою очередь, позволяет формировать математические и экономические знания. Познакомить учащихся с основными методами вычисления интегральных коэффициентов можно на уроке математики в процессе решения экономических задач.

На занятиях по алгебре и математическому анализу, а также на уроках математики создаются необходимые предпосылки для ознакомления с теорией дифференциальных уравнений. Это можно сделать с помощью моделирования экономических процессов, которые на сегодняшний день происходят, к примеру, выявление эффективности рекламы, рост выпуска продукции. Учащиеся 11-го класса вполне способны понять теорию дифференциальных уравнений. «Самое сложное, что здесь требуется, – это понимание смысла понятия производной и начальное умение дифференцировать» [1].

Умение составлять дифференциальные уравнения, знание методов и алгоритмов их решения выходит на передний план. Сюда относятся однородные, линейные уравнения, уравнения с разделяющимися переменными, уравнения Бернулли и т.д. Таким образом, можно сказать, что решение любой задачи с дифференциальным уравнением включает в себя два этапа. Первый этап – творческий (непосредственно само составление уравнения), второй – технический (процесс решения).

Итак, главным на этапе решения задач является умелое планирование данного процесса. К этому процессу относится выделение основных составляющих, составление и анализ модели, само решение, переход от одной модели к другой (в случае необходимости), поиск оптимальных путей решения задачи.

Этап интерпретации результата решения задачи. Основное умение данного этапа – правильный перевод результата, полученного в ходе решения математической задачи, на ее исходный язык. Здесь важно уметь применять методы проверки решения, распространять найденное решение на другие аналогичные практические задач. Также важно, чтобы учащиеся могли верно оценить итоговую точность полученных результатов, чтобы выяснить, как они влияют на корректность решения.

Таким образом, эффективное использование межпредметных связей на уроках алгебры и начал математического анализа позволит развить у учеников не только математические знания и навыки, но и способность к аналитическому мышлению, критическому анализу и принятию рациональных решений в экономических ситуациях.

Список литературы

1. Абчук В.А. Экономико-математические методы: элементарная математика и логика. Методы исследования операций. СПб.: Союз, 1999. 318 с.
2. Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 4-е изд. М.: Просвещение, 2011. 368 с.
3. Орусова О.В. Методические рекомендации по решению заданий Теоретического этапа Московского конкурса межпредметных навыков и знаний «Интеллектуальный мегаполис. Потенциал» в номинации «Академический класс» по направлению «Социально-экономическое». М., 2022. 31 с.
4. Федеральный государственный образовательный стандарт. URL: http://минобрнауки.рф/documents/2365.

МЕТОДИКА РЕАЛИЗАЦИИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЛИНИИ В 7−9-х КЛАССАХ

Д.В. Сенников, учитель математики
ГБОУ города Москвы «Школа № 504» (Россия, Москва),
Е.А. Матвеева, учитель математики
ГБОУ города Москвы «Школа № 2033» (Россия, Москва)
e-mail: sennikov_dv@lyc504.ru, matvliz45@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена методическим основам реализации стохастической линии в школьном курсе математики в аспекте требований обновленного ФГОС основного общего образования. В современном мире, где объем информации и знаний постоянно увеличивается, стохастическая линия в обучении математике занимает особое место. Стохастические методы используются в различных научных областях, таких как физика, биология, экономика и другие, что делает обучение этой теме важным аспектом в подготовке школьников к будущей профессиональной деятельности. Рассмотрены методические особенности изучения типов соединений и формул подсчета их количества.

Ключевые слова: основное общее образование, стохастическая линия, теория вероятностей и математическая статистика, типы соединений, перестановки, размещения, сочетания, треугольник Паскаля.

THE METHOD OF IMPLEMENTATION OF THE STOCHASTIC LINE IN GRADES 7–9

D.V. Sennikov, Teacher of Mathematics
School No. 504 of the city of Moscow (Russia, Moscow),
E.A. Matveeva, Teacher of Mathematics
School No. 2033 of the city of Moscow (Russia, Moscow)

Abstract. The article is devoted to the methodological foundations of the implementation of the stochastic line in the school mathematics course in the aspect of the requirements of the updated Federal State Educational Standard of basic general education. In the modern world, where information and knowledge are constantly increasing, the stochastic line in teaching mathematics occupies a special place. Stochastic methods are used in various scientific fields, such as physics, biology, economics and others, which makes teaching this topic an important aspect in preparing students for future professional activities. The methodological features of studying the types of compounds and formulas for calculating their quantity are considered.

Keywords: basic general education, stochastic line, probability theory and mathematical statistics, connection types, permutations, placements, combinations, Pascal's triangle.

Когда начинается уже систематическое изучение комбинаторики, учащихся знакомят с видами соединений и их формулами. Наибольшую трудность при этом вызывает узнавание упорядоченных и неупорядоченных наборов и, соответственно, выбор правильной формулы – размещения или сочетания.

Для преодоления этих трудностей целесообразно знакомство с комбинаторными соединениями начинать с серии задач с похожими сюжетами. Наглядное представление переборов вариантов поможет обосновать выбор соответствующей формулы.

Перестановки

Изучение данной темы следует начать с рассмотрения некоторого количества нетрудных задач.

Задача 1. В 7 «А» в понедельник 5 уроков: ИЗО, иностранный язык, алгебра, физика, литература. Сколько вариантов расписания можно составить на этот день?

Решение. Очевидно, что первый урок можно выбрать пятью способами, второй − четырьмя и т.д. Согласно правилу произведения, общее количество последовательностей уроков, то есть вариантов расписания, равно $5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1 = 120$.

Для краткости произведение чисел $5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1$, то есть произведение подряд идущих натуральных чисел от одного до пяти, принято записывать в виде $5!$.

Ответ: 120.

Задача 2. Вероника совершенно точно помнит начало телефонного номера подруги. Она также помнит, что он оканчивается цифрами 6, 8, 9, но забыла, в каком порядке они идут. Каково наименьшее количество звонков, которое гарантирует, что Вероника дозвонится до подруги?

Решение. Очевидно, что необходимо перебрать все возможные трехзначные числа, составленные из цифр 6, 8 и 9. Заметим, что первую цифру можно выбрать тремя способами, вторую − двумя, а третья цифра определится однозначно. Согласно правилу произведения, искомое число звонков равно $3{\cdot}2{\cdot}1 = 3! = 6$.

Ответ: 6.

Задача 3. Сколько шестизначных чисел (без повторений цифр) можно составить из цифр: 1, 2, 5, 6, 7, 8?

Решение. Рассуждая так же, как при решении предыдущей задачи, получаем, что количество чисел равно $6{\cdot}5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1 = 6! = 720$.

Ответ: 720.

Три рассмотренные задачи дают основание для следующего обобщения.

Обобщающая задача. Пусть имеется множество, состоящее из n элементов. Сколько различных ***упорядоченных*** множеств можно составить из всех элементов такого множества?

Решение. По правилу произведения: $n(n-1)(n-2)\ldots2{\cdot}1 = n!$

Ответ: $n!$

После решения данных задач сформулируем определение. Упорядоченное множество, состоящее из n элементов, называется ***перестановкой*** из n элементов. Число перестановок обозначается через P_n. $P_n = n!$

Размещения

Как и в предыдущем пункте, начнем изучение темы с набора простых заданий.

Задача 1. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 5, 6, 7, 8, если цифры в числе не повторяются?

Решение. По правилу произведения получаем $6{\cdot}5{\cdot}4{\cdot}3 = 360$.

Ответ: 360.

Задача 2. Из 25 участников собрания надо выбрать председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

Решение. Пользуясь правилом произведения, получаем, что председателя и секретаря можно выбрать $25 \cdot 24 = 600$ способами.

Ответ: 600.

Задача 3. Сколькими способами можно сделать трехцветный флаг с одинаковыми горизонтальными полосками, если в наличии есть материал семи различных цветов?

Решение. Аналогично прошлым задачам $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$.

Ответ: 210.

Три рассмотренные задачи дают основание для следующего обобщения.

Обобщающая задача. Пусть имеется множество, состоящее из n элементов. Сколько упорядоченных k-элементных подмножеств можно составить из элементов данного множества?

Решение. По правилу произведения: $n\,(n-1)\,(n-2)\ldots(n-k+1)$.

После решения данных задач сформулируем определение. Упорядоченное k-элементное подмножество n-элементного множества называется ***размещением*** из n элементов по k. Количество размещений из n элементов по k принято обозначать через A_n^k.

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1) = \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-k+1)(n-k)\ldots2\cdot1}{(n-k)\ldots2\cdot1} = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

Сочетания

Как и ранее, сначала предложим несколько несложных заданий.

Задача 1. В 9 «Б» классе 9 человек занимаются математикой олимпиадного уровня. Сколько существует способов выбрать двоих из них для участия в математической олимпиаде?

Решение. Сразу стоит заметить, что в данной задаче порядок неважен: к примеру, если выберут учеников А и Б, это то же самое, если бы выбрали сначала Б, а потом А. Этим задача и отличается от предыдущих: порядок элементов в выбранном подмножестве неважен. Поэтому, можно сосчитать количество размещенений из 9 человек по 2, а затем полученное число разделить на 2: $\frac{A_9^2}{2} = 36$.

Ответ: 36.

Задача 2. В список книг для чтения летом вошло 10 литературных произведений. Лера захотела взять 6 из них на дачу. Сколько у нее существует способов выбора?

Решение. Анализируя условия, приходим к тому, что всего в множестве 10 элементов, интересующее нас подмножество должно состоять из 6 элементов, причем порядок этих элементов неважен. Значит, сосчитаем число размещений без повторений из 10 элементов по 6: $A_{10}^6 = \frac{10!}{4!}$. Но если выбрано подмножество из 6 элементов, то из него можно составить $P_6 = 6!$ перестановок, которые с точки зрения задачи будут неразличимыми (один и тот же набор элементов). Поэтому искомое число способов равно $\frac{10!}{4!6!} = 210$.

Ответ: 210.

Сделаем обобщение с помощью следующей задачи.

Обобщающая задача. Пусть имеется множество, состоящее из n элементов. Сколько существует различных k-элементных подмножеств, составленных из данного множества?

Решение. Рассуждая аналогично решению задачи 2, получаем, что количество таких множеств вычисляется по формуле: $\frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Теперь приходим к точному определению: k-элементное подмножество n-элементарного множества называется ***сочетанием*** из n элементов по k.

Количество сочетаний из n элементов по k принято обозначать через $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Если число n небольшое, то число сочетаний можно взять из треугольной таблицы, которая называется ***треугольником Паскаля***. Обычно треугольник Паскаля изображают в виде равнобедренного треугольника, поэтому столбцы в треугольнике получаются наклонные. Число C_n^k стоит в n-й строке и в k-м столбце. Например, чтобы найти C_6^4, нужно посмотреть, какое число стоит на пересечении 6-й строки и 4-го столбца. Это число 15. Проверим полученный результат с помощью формулы: $C_6^4 = \frac{6!}{2!4!} = 15$.

Список литературы

1. Александров П.С., Колмогоров А.Н. Алгебра: пособие для учащихся средней школы. М.: Наука, 1992. 192 с.
2. Брадис В.М. Методика преподавания математики в средней школе. М.: Учпедгиз, 1954. 505 с.
3. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: Наука, 1969. 328 с.
4. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. М.: Наука, 1974. 120 с.

О НАУЧНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ШКОЛЬНОГО КУРСА ГЕОМЕТРИИ

В.А. Смирнов, доктор физ.-мат. наук, профессор
Московский педагогический государственный университет (*Россия, Москва*)
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru
И.М. Смирнова, доктор пед. наук, профессор
Московский педагогический государственный университет (*Россия, Москва*)
e-mail: i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация. В статье формулируются требования к построению школьного курса геометрии на научной основе; анализируются учебники геометрии с точки зрения выполнения этих требований.
***Ключевые слова*:** научный подход, школьный курс геометрии.

ON A SCIENTIFIC APPROACH TO THE CONSTRUCTION OF A SCHOOL COURSE OF GEOMETRY

V.A. Smirnov, doctor of physics and mathematics sciences, full professor
Moscow State Pedagogical University (*Russia*, *Moscow*)
I.M. Smirnova, doctor of pedagogical sciences, full professor
Moscow State Pedagogical University (*Russia*, *Moscow*)

Abstract. The article formulates the requirements for building a school geometry course on a scientific basis; geometry textbooks are analyzed from the point of view of the fulfillment of these requirements.
Keywords: scientific approach, school geometry course.

Здесь мы рассмотрим два основных подхода к построению школьного курса геометрии, предлагаемые в учебниках геометрии [1–5].

1. Подход, при котором допускаются нестрогие определения, использующие рисунок, и нестрогие доказательства, использующие перегибания листа бумаги, наложение и др. Он реализован в учебниках [1; 2].

2. Подход, построенный на научной основе, при котором формулируются аксиомы геометрии, даются строгие математические определения основных понятий, основанных на аксиомах, приводятся строгие математические доказательства. Он реализован в учебниках в учебниках [3–5].

Академик А.Н. Колмогоров в приложении к учебнику геометрии [3] писал:

«Логически строгий курс геометрии строится следующим образом:

1. Перечисляются основные геометрические понятия, которые вводятся без определений.

2. Формулируются аксиомы.

3. При их помощи даются определения всех остальных геометрических понятий.

4. На основе аксиом и определений все дальнейшие геометрические предложения доказываются».

Научный подход предполагает строгие определения основных понятий геометрии, основанные на аксиомах. Учащиеся должны понимать, что такое определение, уметь формулировать определения; распознавать верные и неверные определения; приводить примеры и контрпримеры; устанавливать объект по его определению; по данному объекту формулировать его определение.

Нестрогие определения, опирающиеся на рисунок, не вполне соответствуют этому требованию. Например, в учебнике [2] при введении отрезка написано следующее:

«На рисунке 20 изображена прямая a, проходящая через точки A и B. Эти точки ограничивают часть прямой a, выделенную синим цветом. Такую часть прямой вместе с точками A и B называют отрезком».

Конечно, этот текст не является математическим определением отрезка, которое должны знать учащиеся. То же самое относится к определениям луча, многоугольника и других фигур.

В учебниках [3–5] даны математические определения отрезка, луча и других фигур, основанные на аксиомах.

Важным требованием к вводимым определениям является соответствие целям их использования, согласованность с приводимыми доказательствами.

В качестве примера такого несоответствия приведём определение выпуклого многоугольника в учебнике [2], которое нужно только для доказательства теоремы о сумме углов выпуклого многоугольника.

В этом учебнике многоугольник называется выпуклым, если все его углы меньше развёрнутого угла. В доказательстве теоремы используется то, что диагонали многоугольника, проведённые из одной вершины, разбивают его на треугольники. Однако обоснование этого не приводится. Исходя из данного определения, сделать это довольно трудно.

Гораздо более удобным для доказательства указанной теоремы является следующее определение выпуклости, данное в учебнике [5], которое может быть распространено на произвольные фигуры на плоскости и в пространстве.

Выпуклым многоугольником называется многоугольник, который вместе с любыми двумя своими точками содержит и соединяющий их отрезок.

В этом случае то, что диагональ выпуклого многоугольника целиком в нём содержится, следовательно, разбивает его на два многоугольника, легко доказывается.

Ещё одним требованием к определениям является их соответствие определяемому понятию, способствующее формированию представлений учащихся о вводимом понятии. Поясним сказанное на примере.

В учебниках [1] и [2] понятие площади определяется только для многоугольников. В результате понятие площади фигуры формируется лишь частично. Остаётся неясным, имеют ли площадь фигуры, отличные от многоугольников. Например, фигура, состоящая из двух квадратов, или квадрат, из которого вырезан другой квадрат, ведь они не являются многоугольниками.

Важным условием научности школьного курса геометрии выступает строгость приводимых доказательств.

Академик А.В. Погорелов в одном из первых изданий своего учебника по геометрии для средней школы писал о том, что «главная задача преподавания геометрии в школе – научить учащихся логически рассуждать, аргументировать свои утверждения, доказывать; очень немногие из оканчивающих школу будут математиками, тем более геометрами; будут и такие, которые в своей практической деятельности ни разу не воспользуются теоремой Пифагора; однако вряд ли найдётся хотя бы один, которому не придётся рассуждать, анализировать, доказывать» [6].

Учащиеся должны понимать, что такое доказательство, уметь проводить доказательства свойств и теорем, содержащихся в учебнике геометрии; распознавать верные и неверные утверждения; находить ошибки в доказательствах; приводить примеры и контрпримеры; решать задачи на доказательства.

В различных учебниках геометрии вопрос об уровне строгости доказательств решается по-разному.

В учебниках [1; 2] в качестве доказательств допускаются нестрогие рассуждения, использующие рисунок, перегибания листа бумаги, наложение и др. Например, в учебнике [1] при обосновании того, что две прямые, перпендикулярные третьей, не пересекаются, используется перегибание рисунка, хотя строгое доказательство этого утверждения не является сложным и опирается на теорему о внешнем угле треугольника.

Научный подход к построению школьного курса геометрии не означает игнорирования принципа доступности. Все приводимые доказательства должны быть доступными и воспроизводимыми учащимися.

К сожалению, это не всегда выполняется. Например, доказательство формулы площади квадрата, данное в учебнике [1], занимает около двух страниц, использует предельный переход и выходит за рамки школьного курса геометрии. Предпочтительнее, на наш взгляд, принять формулу площади прямоугольника в качестве одного из свойств площади. Это соответствовало бы историческому пути развития геометрии и современным подходам к определениям площади (меры Жордана) и меры Лебега, которые используются в вузах.

Одним из требований к структуре учебника геометрии является её соответствие структуре геометрии, как науки.

Геометрия разделяется на абсолютную геометрию, не использующую аксиому параллельных, и геометрию, использующую эту аксиому. В соответствии с этим построен учебник [7], в котором сначала излагается абсолютная геометрия, формулируются и доказываются признаки равенства треугольников, признаки и свойства равнобедренных треугольников, соотношения между сторонами и углами треугольника, неравенство треугольника, признаки равенства прямоугольных треугольников и др., а только затем вводится аксиома параллельных и рассматриваются соответствующие свойства и теоремы.

Такая структура используется и в учебнике [5]. Она позволяет сформировать представления о том, какие свойства и теоремы геометрии зависят от аксиомы параллельных, а какие нет. На основе этих представлений могут изучаться и другие геометрии, например, геометрия Лобачевского, сферическая геометрия и др.

Список литературы

1. Геометрия. 7–9 классы: учебник для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян [и др.]. М.: Просвещение, 2022.

2. Геометрия. 7, 8, 9 классы: учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А.Г. Мерзляк [и др.]. М.: Просвещение, 2022.

3. Геометрия: учебное пособие для 6–8 классов средней школы / А.Н. Колмогоров [и др.]. М.: Просвещение, 1979.

4. Погорелов А.В. Геометрия. 7–9 классы: учебник для общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2022.

5. Смирнов В.А., Смирнова И.М. Геометрия. 7, 8, 9 классы: учебник для общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2022.

6. Погорелов А.В. Геометрия: учеб. пособие для 6-10-х кл. М.: Просвещение, 1984.

7. Киселев А.П. Геометрия. Ч. 1. Планиметрия / под ред. Н.А. Глаголева. 19-е изд. М.: Учпедгиз, 1960.

АНАЛИЗ ЛОГИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ ТЕОРЕМЫ С НЕОДНОЗНАЧНОЙ ФОРМУЛИРОВКОЙ

И.Л. Тимофеева, доктор пед. наук, профессор
И.Е. Сергеева, кандидат пед. наук
О.В. Хредченко, магистрант
Московский педагогический государственный университет (*Россия*, *Москва*)
e-mail: iltimofeeva@mail.ru; iriskaser@mail.ru; ohredcenko@gmail.com

Аннотация. В статье раскрыто содержание термина «анализ логического строения теоремы». Проведен анализ логического строения теоремы (свойства модуля) из учебника алгебры с неоднозначно понимаемой формулировкой. Обоснована важность анализа логического строения теоремы.

Ключевые слова: теорема, логическое строение теоремы, логические связки, кванторные слова (кванторы), условная форма теоремы, модуль числа, учащиеся 8 класса.

ANALYSIS LOGICAL STRUCTURE OF THE THEOREM WITH AMBIGUOUS FORMULATION

I.L. Timofeeva, Doctor of Pedagogical Sciences, Full Professor
I.E. Sergeeva, Candidate of Pedagogical Sciences
O.V. Khredchenko, Master's student
Moscow Pedagogical State University (*Russia*, *Moscow*)

Annotation. The article reveals what is meant by analysis of theorem’s logical structure. Analysis of theorem’s logical structure (properties of the module) from the algebra textbook, with an ambiguously understood formulation, is carried out. Importance of analyzingtheorem’s logical structure is justified.

Keywords: theorem, theorem’s logical structure, logical connectives, quantifier words (quantifiers), conditional form of the theorem, number module,8th grade students.

В работах [2; 4] мы уже не раз обсуждали знания и умения логического характера, необходимые для логического оперирования теоремами. В этой статье подробно остановимся на таком компоненте логического оперирования, как анализ логического строения теоремы. Обоснуем значение такого анализа для изучения теорем. Проведем анализ логического строения теоремы (одного из свойств модуля числа) и обратной ей теоремы из учебника алгебры для 8 класса [1]. Обе теоремы сформулированы так, что их можно понять неоднозначно.

Под *анализом логического строения теоремы* понимаем:

– выявление всех входящих в формулировку теоремы логических связок (не, и, или, если, тогда и только тогда) и связываемых ими предложений (и тем самым выявление порядка выполнения соответствующих логических операций);

– выявление кванторных слов «существует», «для любого» и их аналогов (кванторов существования и общности) и указание, по каким переменным эти кванторы и какова их область действия;

– выявление переменных, которым можно придавать значения, и тем самым установление, является формулировка теоремы замкнутой или нет (другими словами, выяснение, является теорема высказыванием или высказывательной формой);

– выявление формы теоремы (условной или безусловной);

– выявление разъяснительной части теоремы, условия и заключения теоремы для теоремы в условной форме.

Замечание. При исходной формулировке теоремы в терминах необходимых и достаточных условий следует сначала перейти к условной форме теоремы, а затем приступить к анализу ее логического строения.

Отметим, что в классах с углубленным изучением математики или на курсах по выбору полезно записать теорему с использованием логических символов, чтобы наглядно продемонстрировать ее логическое строение.

Пример 1. Рассмотрим теорему, которая приводится в учебнике [1] среди свойств модуля числа.

Теорема 1. «*Если*$|a| = b$, *то*$b \geq 0$ и $a = b$ или $a = -b$» [1, с. 196].

Теорема сформулирована в условной форме, т.е. представляет собой импликацию, в посылке которой – элементарное предложение $|a| = b$, а в заключении – неэлементарное предложение, построенное с помощью двух логических союзов: «и», «или». Кванторных слов нет, переменным a, b можно придавать значения из множества действительных чисел (судя по контексту), т.е. теорема сформулирована в незамкнутой форме.

Отметим, что приведенная в учебнике формулировка теоремы может быть понята неоднозначно, поскольку в заключении теоремы можно в разном порядке выполнять операции конъюнкции и дизъюнкции. В записи на естественном языке нет скобок, указывающих на порядок выполнения операций. Однако скобки есть в символической записи.

Если считать, что союз «и» связывает сильнее, чем союз «или», т.е. в заключении импликации – дизъюнкция, то такое толкование можно отразить с помощью следующей символической записи:

$$|a| = b \rightarrow (b \geq 0 \,\&a = b) \vee (a = -b). \qquad (1)$$

Если считать, что союз «или» связывает сильнее, чем союз «и», т.е. в заключении импликации – конъюнкция, то такое толкование можно отразить с помощью другой символической записи:

$$|a| = b \rightarrow (b \geq 0) \,\&\, (a = b \vee a = -b). \qquad (2)$$

Заметим, что в символических записях (1) и (2) опущены скобки у заключения импликации, поскольку общепринято считать, что импликация связывает слабее, чем конъюнкция и дизъюнкция.

Утверждения (1) и (2) не являются логически равносильными, точнее второе является логически более сильным, хотя их оба можно доказать. Полагаем, что авторы учебника [1] имели в виду именно вариант (2).

Предлагаем следующую формулировку теоремы, которая обеспечивает однозначное ее понимание:

«Если $|a| = b$, то, во-первых, $b \geq 0$, и, во-вторых, $a = b$ или $a = -b$».

Можно отформатировать запись этой формулировки теоремы так:

«Если $|a| = b$, то

1) $b \geq 0$ и

2) $a = b$ или $a = -b$».

Или иначе: «Если $|a| = b$, то верно: 1) $b \geq 0$ и 2) $a = b$ или $a = -b$».

Пример 2. Рассмотрим еще одну теорему, которая также приводится среди свойств модуля числа в учебнике [1].

Теорема 2. «Если $b \geq 0$ и $a = b$ или $a = -b$, то $|a| = b$» [1, с. 196].

По тем же причинам, что и в случае с теоремой 1, данное условное предложение (точнее, посылку импликации) можно истолковать двумя способами, которые отражены в следующих символических записях:

$(b \geq 0 \,\&a = b) \vee (a = -b) \to \ |a| = b$; (3)

$(b \geq 0) \,\&\, (a = b \vee a = -b) \to \ |a| = b$. (4)

В обеих записях (3) и (4) посылка импликации не заключена в скобки, поскольку импликация связывает слабее, чем конъюнкция и дизъюнкция.

Отметим, что предложение (3), обратное (1), не является теоремой, его можно опровергнуть. Предложение (4) является теоремой, обратной теореме (2). Очевидно, авторы учебника [1] имели в виду именно вариант (4).

Предлагаем следующую формулировку теоремы 2, обеспечивающую однозначное ее понимание:

«*Если*, во-первых, $b \geq 0$, и, во-вторых, $a = b$ или $a = -b$, *то* $|a| = b$».

Оба примера наглядно показывают, насколько важно выявлять логическое строение теоремы, чтобы понять ее смысл.

Для выявления логического строения теорем у учащихся необходимо формировать следующие умения:

− оперировать понятиями: высказывание, предложение с переменными;

− оперировать логическими связками (не, и, или, если, тогда и только тогда) и кванторными словами (кванторами) «существует» и «для любого»;

− выявлять форму теоремы (условную и безусловную);

− выделять / выявлять разъяснительную часть теоремы, условие и заключение теоремы в условной форме;

− переходить от формулировки теоремы в терминах необходимых и достаточных условий к условной форме теоремы.

С одной стороны, указанные логические умения используются для проведения анализа логического строения теоремы. С другой − эти умения следует постепенно формировать в процессе изучения теорем.

Формировать у учащихся логические знания и умения, необходимые для выявления логического строения теорем, следует систематически, не позднее 7−8 класса, как на уроках алгебры, так и на уроках геометрии. Учителю непросто найти для этого время на уроке. Да и не все учителя придают данной проблеме должное значение, как, впрочем, и формированию логической грамотности учащихся в целом. Учителю необходимо понять важность формирования логических знаний и умений при изучении теорем, а также осознать, что сами собой (стихийно) эти знания и умения не сформируются.

В *заключение* еще раз отметим:

− при изучении теоремы важно выявлять ее логическое строение, чтобы глубже понять смысл этой теоремы;

− необходимо формулировать теорему так, чтобы ее невозможно было истолковать неоднозначно;

− способность анализировать логическое строение теоремы является важным компонентом логической грамотности учащихся;

− логические знания и умения, формируемые при анализе логического строения теорем, необходимы не только для успешного изучения теорем, но и для изучения математики в целом.

Список литературы

1. Мерзляк А.Г., Поляков В.М. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных организаций. 2-е изд., стер. М.: Вентана-Граф, 2019. 384 с.

2. Тимофеева И.Л., Сергеева И.Е., Лукьянова Е.В. Вводный курс математики: учеб. пособие для студентов учреждений высш. пед. проф. образования. М.: Издательский центр «Академия», 2011. 240 с.

3. Тимофеева И.Л., Сергеева И.Е. О логическом оперировании математическими теоремами и определениями // Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе: материалы международной научно-практической интернет-конференции, Москва, МПГУ, 2022 г. / под ред. Л.Л. Босовой, Д.И. Павлова. Москва: МПГУ, 2022. С. 593−602.

4. Тимофеева И.Л., Хредченко О.В. О логических знаниях и умениях, формируемых при изучении теорем разной логической структуры в углубленном курсе алгебры для 8 класса // Материалы VII Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы обучения математике в школе и вузе: от науки к практике» (к 80-летию со дня рождения В.А. Гусева), Москва, 18−19 ноября 2022 г. М.: МПГУ, 2022. С. 472−480.

О ТРЕБОВАНИЯХ К ИНТЕРАКТИВНЫМ РАБОЧИМ ЛИСТАМ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ В КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ 7–9 КЛАССОВ

С.Н. Фалина, аспирант
Московский педагогический государственный университет (Россия, Москва)
e-mail: rasmus88@list.ru

Аннотация. В статье рассмотрены требования к интерактивным рабочим листам (ИРЛ) при организации самостоятельной работы по геометрии школьников, пропустивших урок или не усвоивших учебный материал.

Ключевые слова: цифровая образовательная среда, цифровые ресурсы, интерактивные рабочие листы.

ABOUT THE REQUIREMENTS FOR INTERACTIVE WORKSHEETS IN THE ORGANIZATION OF INDEPENDENT WORK OF STUDENTS IN THE COURSE OF GEOMETRY GRADES 7–9

S.N. Falina, PhD student
Moscow Pedagogical State University (Russia, Moscow)

Abstract. The article considers the requirements for interactive worksheets (IRL) when organizing independent work on geometry for schoolchildren who missed a lesson or did not learn the educational material.

Keywords: digital educational environment, digital resources, interactive worksheets.

С начала своего возникновения во времена Петра I массовая общеобразовательная школа непрерывно изменяется. Последние десятилетия изменения в работе школы все чаще связывают с распространением цифровых технологий [4]. Успехи в развитии передовых технологических направлений, таких как искусственный интеллект, робототехника, блокчейн, технологии виртуальной и дополненной реальности и др., характеризуются возможностью обеспечить с их помощью каждому обучающемуся индивидуальную образовательную траекторию, предоставить выбор средств и темпа освоения учебного материала.

Построение цифровой образовательной среды (ЦОС) направлено на комплексное решение многочисленных задач применения современных цифровых технологий в деятельности образовательных организаций и отдельных педагогов. ЦОС может обеспечить согласование компонентов для всех пользователей – способов и форматов хранения информации, порядка и прав доступа к ней, удаленную коммуникацию, размещение учебной и управленческой информации и пр.

Состав цифровой образовательной среды (ЦОС) образовательного учреждения определяется комплексом цифровых образовательных ресурсов; технологическими средствами информационных и коммуникационных технологий; системой современных педагогических и методических технологий, что должно способствовать повышению качества обучения.

Поэтому сегодня крайне актуальны разработки научно обоснованных предметных методик обучения, в которых цифровые инструменты используются для расширения образовательных возможностей, для индивидуальной настройки процесса обучения под школьников с разными образовательными потребностями, для обеспечения самостоятельной работы.

Проблема организации самостоятельной работы в обучении математике в школе исследовалась как на общеметодическом, так и на частнометодическом уровнях. Разрабатывались различные средства, методы и формы ее осуществления, выделялись компоненты. Это исследования Н.И. Чиканцевой [5], С.В. Митрохиной [2] и др. Однако исследований в области теории самостоятельной деятельности школьников с учетом развития современных цифровых технологий пока недостаточно.

Для школьников-подростков, представителей «цифрового поколения», процесс обучения должен выстраиваться эмоционально ярко, динамично, с игровыми элементами, задания должны заключать проблему, затруднение. Использование в организации процесса познания активных образовательных технологий (компьютерных, чат-технологий, веб-технологий и т.д.) будет поддерживать стремление подростков ко всему новому, интерес к инновациям, что, в свою очередь, будет способствовать повышению познавательной мотивации школьников.

Тем самым особенности подросткового возраста выступают в качестве предпосылок к активизации самостоятельной учебной деятельности, а цифровые технологии возможно использовать для повышения результативности образовательной деятельности подростков.

Одним из наиболее трудных курсов предмета математики является курс геометрии. В помощь школьникам для лучшего усвоения учебного материала предлагаются задания для самостоятельной работы, представленные в интерактивном рабочем листе (ИРЛ). Такие ИРЛ можно предложить обучающимся, отсутствовавшим на уроке, или слабоуспевающим учащимся.

В ИРЛ по геометрии содержание очного урока представляется в виде структурированного электронного контента и может быть изучено самостоятельно вне временных рамок и без непосредственного участия педагога, т.е. асинхронно. Такое представление учебной информации не подменяет реальный процесс обучения, а только дополняет его, позволяя учащемуся осваивать программу своевременно.

Основываясь на общедидактических принципах доступности, последовательности и систематичности [3] и принципах педагогического дизайна [1], мы сформулировали методические требования к объему, структуре, уровню сложности и форме представления учебной информации в ИРЛ по геометрии, а также к видам взаимодействия с обучающимся.

1. *Требования к объему учебной информации.* Интерактивный рабочий лист представляет собой созданный цифровых инструментов фрагмент учебной информации

согласно типу и целям очного урока в соответствии с тематическим почасовым планированием по курсу геометрии 7–9 классов. Планируемое время работы учащегося с рабочим листом – 20–25 мин.

2. *Требования к структуре учебной информации.* Каждый интерактивный рабочий лист имеет постоянную блочную структуру, включающую блок обратной связи (чек-лист), мотивационный блок, задачные блоки теории и практики, блок контроля достижения планируемых образовательных результатов. Задачные блоки и блок контроля – концентрированные, остальные – распределённые.

3. *Требования к уровню сложности учебной информации.* Интерактивный рабочий лист имеет уровневую структуру организации учебной информации: обязательный и расширенный уровни, реализуемые в задачных блоках.

4. *Требования к форме представления учебной информации.* Представление учебной информации интерактивного рабочего листа согласуется с принципами педагогического дизайна: системность, доступность, наглядность, комфортность.

5. *Требования к видам взаимодействия с обучающимся.* При выполнении заданий интерактивного рабочего листа осуществляется четыре вида взаимодействия: «Учащийся – Учебная информация»; «Учащийся – Виртуальный учитель»; «Учащийся – Виртуальный учащийся»; «Учащийся – Виртуальные учитель и учащийся».

ИРЛ по геометрии наполняется рядом типовых заданий, которые составляются с учетом основных трудностей школьников в изучении этого курса. Так, например, задания с участием виртуальных помощников – учащегося и учителя содержат обучающие диалоги, в которых демонстрируется ход рассуждений при поиске решения задачи, при обосновании шагов доказательства теоремы и т.п.

Приведем пример. На рисунке 1 представлены теорема о площади трапеции и ее пошаговое доказательство. Работа учащихся состоит в заполнении пропусков. К отдельным пунктам имеются вопросы, проверяющие понимание идеи и хода доказательства. Учащийся вписывает свой ответ и может увидеть ответ виртуального учащегося.

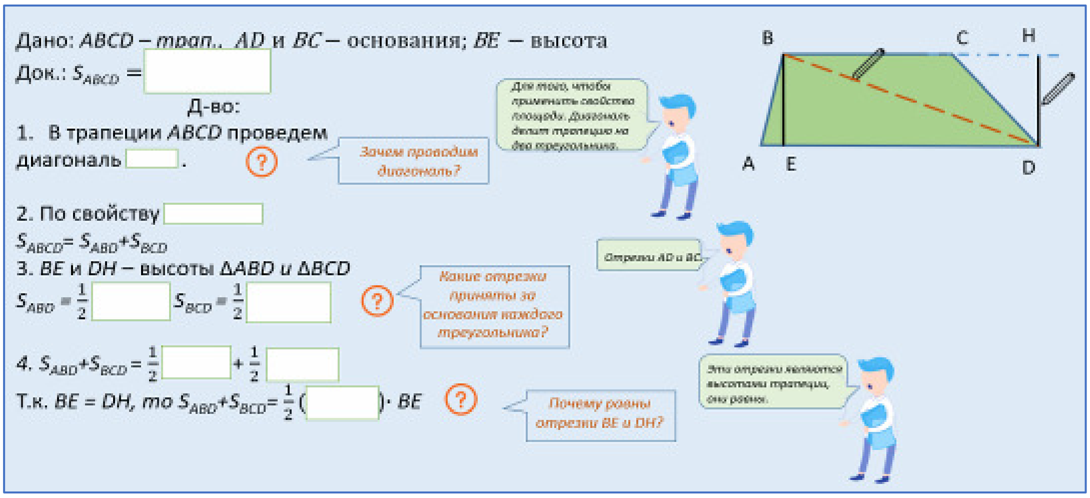


Рис. 1. Вопросы для проверки понимания идеи и хода доказательства теоремы

Также предусмотрено постепенное дополнение рисунка по мере появления шагов доказательства. Первоначально, согласно данным задачи, на рисунке изображена трапеция *ABCD* и проведена ее высота *BE*. Далее на шаге 1 появляется диагональ, а на шаге 3 еще одна высота. На дополнительно построенные элементы указывает изображение карандаша.

Учебная информация, представленная в форме ИРЛ, позволяет быстро проверять ее усвоение, оперативно контролировать деятельность обучающихся. Интерактивные задания на рабочем листе активизируют мыслительную деятельность учащихся и формируют интерес к учебному предмету. А значит, использование ИРЛ, организованного с учетом выделенных блоков, может оказать непосредственное влияние на достижение школьниками планируемых образовательных результатов по геометрии.

Список литературы

1. Грецова А.П. Развитие познавательных способностей старшеклассников средствами педагогического дизайна: дис ... канд. пед. наук. Саратов, 2016. 194 с.
2. Митрохина С.В. Развитие самостоятельной деятельности обучающихся при изучении математики в системе «общеобразовательная школа – вуз»: дисс. ... д-ра пед. наук. М., 2009. 378 с.
3. Сластенин В.А., Исаев И.Ф., Шиянов Е.Н. Педагогика / под ред. В.А. Сластенина В.А. М.: Издательский центр «Академия», 2007. 576 с.
4. Уваров А.Ю. Цифровое обновление образования: на пути к "идеальной школе" // Информатика и образование. 2022. Т. 37, № 2. С. 5-13.
5. Чиканцева Н.И. Индивидуальные самостоятельные работы как средство повышения самостоятельности и творческой активности учащихся в обучении: автореф. дис... канд. пед. наук. М., 1978. 16 с.

О ВКЛЮЧЕНИИ ИСТОРИЧЕСКИХ СВЕДЕНИЙ В КОНТЕКСТ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА ШКОЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

Н.И. Фирстова, кандидат пед. наук, доцент
Московский педагогический государственный университет (Россия, Москва)
e-mail: steva54@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются возможности применения исторических сведений на уроках математики в средней школе. Учтены особенности использования исторического материала по математике.

Ключевые слова: исторические сведения, уроки алгебры и геометрии, методика применения.

ON THE INCLUSION OF HISTORICAL INFORMATION IN THE CONTEXT OF THE EDUCATIONAL MATERIAL OF THE SCHOOL CURRICULUM IN MATHEMATICS

N.I. Firstova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Moscow State Pedagogical University (Russia, Moscow)

Abstract. The article discusses the possibilities of applying historical information in mathematics lessons in secondary school. Features of the use of historical material in mathematics are taken into account.

Keywords: historical information, algebra and geometry lessons, method of application

Современная школьная программа указывает на важность формирования таких способностей, в том числе и математических, которые побуждают учащихся к познавательной деятельности в обучении и вызывают активность в познании окружающего мира и общества в целом.

Важный фактор пробуждения у детей когнитивного интереса к содержанию учебного процесса – использование исторического материала на уроках. Исторические сведения помогут улучшить понимание значения новой темы, заметить связи с уже изученными темами.

Применять исторический материал в образовательной системе предлагалось еще в XIX веке. Эта тема широко обсуждалась на различных съездах учителей математики. Многие методисты и исследователи посвятили данной проблеме свои работы, указывая, что исторические сведения необходимо преподносить в тесной связи с излагаемым на уроке материалом и в таком объеме, чтобы не отвлекать обучающихся от основной цели занятия.

Исторический материал представлен в действующих программах по математике, но в большинстве учебных материалов исторические сведения носят фрагментарный характер, отсутствуют указания по использованию таких сведений на конкретных уроках.

Весной 2020 года человечество столкнулось с угрозой пандемии. Школьники нашей страны были переведены на дистанционное обучение. В условиях дистанционного обучения математике, особенностью которого является отсутствие непосредственного контакта обучающегося и учителя, изменяется и управление деятельностью учащихся по усвоению ими учебного материала. В отличие от традиционного обучения, учителю стало необходимо мотивировать учащихся иными средствами.

И таких материалов в распоряжении учителя сегодня достаточно много. В рамках различных федеральных программ, нацеленных на развитие российского образования, был разработан большой массив цифровых образовательных ресурсов по всем школьным дисциплинам, в том числе и по математике. Дистанционное обучение представляет собой совокупность современных педагогических, компьютерных и телекоммуникационных технологий, методов и средств, обеспечивающих возможность обучения без посещения учебного заведения.

Применение интерактивных информационных средств с использованием исторического материала активизирует познавательную деятельность обучающихся и повышает эффективность уроков, но в распоряжении учителя отсутствуют рекомендации по формам и способам использования исторического материала при дистанционном обучении.

Одна из задач изучения математики в школе – умение дать представление учащимся о математике как об общечеловеческой части культуры, присутствующей на всех этапах развития цивилизации и способствующей революционным открытиям в науке.

Трудно сделать в жизни что-то крупное, имея познания только в одной узкой области. Психологи считают, что человек может успешно работать творчески в том случае, когда его психика обеспечивает баланс между способностями к восприятию как знаково-цифровой, так и образной информации.

У учителя возникают трудности в поиске и выборе соответствующего исторического материала к конкретному уроку. Решением данной проблемы могло бы стать создание банка исторических материалов, состоящего из презентаций и других форм представления методических разработок.

Приведем несколько примеров.

Тема: Иррациональные числа

У вопроса о существовании *иррациональных чисел* долгая и яркая история. Согласно греческому историку Геродоту (Herodotus), геометрия зародилась в Египте, где фараон раздавал подданным прямоугольные участки земли под годовую ренту. Если Нил смывал часть участка, то необходимо было вызывать землемера для определения, какая часть утеряна. Плата владельца участка сокращалась пропорционально потерянной площади.

Египтяне интересовались только практическими измерениями площади и другими подобными вычислениями, поэтому они неявно полагали все числа дробями. На передний план *иррациональные числа* выдвинулись в Древней Греции в результате развития теоретического подхода к геометрии.

Считается, что иррациональные числа были открыты в философской школе (или секте), основанной Пифагором.

Развитие геометрии чрезвычайно интересовало пифагорейцев, поскольку они полагали, что числа (под которыми они подразумевали *целые числа* и дроби) лежат в основе мироздания. Можно представить себе, как ужаснулись они, поняв, что имеются отношения величин, не выражаемые никакой дробью. Говорят, что Хипас из Метапонтума (Hypasus of Metapontum) был изгнан из секты за обнародование данного секрета. Решив, что этого недостаточно, пифагорейцы даже воздвигли ему гробницу, чтобы продемонстрировать, что он для них умер!

Открытие *иррациональных чисел* с неизбежностью вскоре распространилось среди философов. Платон утверждает в диалоге «Театет», что Феодор Сиренский (Theodorus of Cirene) доказал иррациональность чисел. К сожалению, он ничего не говорит о методе доказательства. В главе 23 книги I своей «Первой аналитики» Аристотель (Aristotle) пишет, что диагональ квадрата несоизмерима с его стороной, так как если предполагать их соизмеримость, то *нечетные числа* равны четным.

Тема: Теорема Фалеса

Предполагают, что геометрию начинала Ионийская школа, а точнее, сам её основатель – Фалес Милетский, проживший около сотни лет (640–540 или 546 годы до нашей эры).

Точно известно, что имел он титул одного из семи мудрецов Греции, что по официальному счёту идёт как первый философ, первый математик, первый астроном и вообще первый по всем наукам в Греции. По-видимому, он являлся тем же для Греции, чем был Ломоносов для России. В молодости Фалес попал в Египет, куда фараон Псамметих только-только начал допускать иностранцев. Вероятно, он оказался там по торговым делам – известно, что свою карьеру Фалес начинал купцом.

В Египте Фалес застрял на много лет, изучая науки в Фивах и Мемфисе. Потом он вернулся домой и основал философскую школу, выступая, очевидно, не столько как самостоятельный мыслитель, сколько как популяризатор египетской мудрости. Считается, что геометрию и астрономию в Грецию привёз именно он.

Например, Прокл Диддох утверждает, что Фалес доказал теоремы о равенстве вертикальных углов, о равенстве углов при основании равнобедренного треугольника, о том, что диаметр делит круг пополам, и ещё ряд других.

Допустив даже, что все историки писали сущую истину, мы не можем сказать, самостоятельно ли Фалес пришёл к этим теоремам или просто пересказал идеи египтян.

По-видимому, единственный бесспорный факт его научной деятельности – предсказание солнечного затмения 585 года до нашей эры. Но легенд о Фалесе ходило множество, и это само по себе доказывает, что учёный он был крупный.

Во всяком случае, одному у него могут поучиться все философы: краткости. Полное собрание его сочинений (разумеется, до нас не дошедшее), по преданию, составляло всего 200 стихов.

Тема: Площадь многоугольника

Исконно русским руководством, излагавшим приемы измерения площадей, является «Книга сошного письма», самый древний экземпляр которой относится к 1629 году, хотя имеются указания, что оригинал был составлен при Иване Грозном в 1556 году.

В этой книге при вычислении площадей фигур рекомендуется разбивать их на квадраты, прямоугольники, треугольники, трапеции. Площади квадрата и прямоугольника вычисляются по нашим правилам, площадь же треугольника находится как половина произведения основания на боковую сторону, и площадь трапеции – как произведение полусуммы оснований на боковую сторону (хобот). Последние правила, буквально понятые, неверны.

Возможно, что русская землемерная практика имела дело только с треугольниками и трапециями прямоугольными или почти прямоугольными, и в таком случае мы не имеем основания делать упрек нашим предкам в незнании правил начальной геометрии.

Рис. 1. М.В. Остроградский (1801-1861)

Оказывается, в южнорусских губерниях, где свободной земли было много, и она поэтому не ценилась, такие примитивные приемы оценки площадей применялись еще в XIX веке, что отразилось в биографических рассказах о знаменитом русском математике девятнадцатого столетия М.В. Остроградском*. Он имел обыкновение шутить со своими слушателями и, между прочим, делить их на «землемеров» и «геометров».

*(Михаил Васильевич Остроградский (1801-1861), успешно занимавшийся математикой в только что открытом Харьковском университете, не мог получить там диплома из-за проявленное им недостаточного усердия по богословию. За него заступился ректор университета, также видный математик, Т.Ф. Осиповский, но дело кончилось увольнением из университета самого ректора. Остроградский вынужден был уехать в Париж и там стал слушать лекции математиков, которые вскоре заметили, что сидевший на последней скамейке длинноволосый студент моментально решал все предлагаемые с кафедры задачи. Остроградский стал любимцем всех парижских математических знаменитостей, которые устроили ему профессорскую кафедру в Париже, но его потянуло на родину, где он вскоре стал академиком и профессором.)

Когда его спросили о значении такого деления, он рассказал следующее: «Еду я как-то по своей Полтавской губернии. Вижу – человек в поле с чем-то возится. Оказывается, землю мерит. Спрашиваю, как он треугольный участок измеряет. Говорит, что перемножает длины двух сторон треугольника*. Спрашиваю: «Все ли у вас так делают?" Получаю ответ, что там, в губернии (губернские землемеры), как-то иначе поступают, а мы в уезде все так».

*(Деля, конечно, произведение на 2.)

Не приходится удивляться, что такие приемы землемерия были в употреблении 500 лет назад в древней Руси.

В 1607 и 1621 годах издается «Устав ратных, пушечных и других дел, касающихся до воинской науки». В этой книге между прочими сведениями даются и геометрические знания. Вот как определяется расстояние от точки наблюдения A до другой недоступной точки B.

В точке A нужно вбить шест AD примерно в рост человека. К верхнему концу шеста прилагается угольник так, чтобы вершина прямого угла совпала с концом шеста D, а продолжение одного из катетов проходило через точку B. Отмечается точка C на земле, через которую проходит продолжение другого катета. Если измерить расстояние АС, то искомое расстояние относится к длине шеста так, как последняя длина относится к расстоянию АС. При Иване Грозном, в 1556 году, было составлено первое русское руководство по землемерию под названием «Книга, именуемая геометрия или землемерие радиксом и циркулем... глубокомудрая, дающая легкий способ измерять места самые недоступные, плоскости, дебри». А в середине XVI века была составлена первая общая карта Европейской России, которая, вместе с «чертежами Сибирских земель» 1667 года, считается самым замечательным памятником русской картографии. В одной из рукописей XVI века впервые упоминается «премудрый Клидас», то есть основоположник нашей современной геометрии – Евклид.

Включение в процесс обучения исторического материала открывает возможность для обучающихся обнаружить взаимосвязь математики и окружающим миром. Вошедшие в школьный курс определения, теоремы, действия, задачи получены в результате практической деятельности человека. Элементы истории математики оказывают эффективное воздействие на активизацию интереса у обучающихся к предмету, способствуют возможности искать новые подходы к преподаванию и самовыражению каждого обучающегося.

Список литературы

1. Гнеденко Б.В. Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. М.: Просвещение, 1982. 144 с.
2. Лавринович К.В. Богатство интересов – залог обучаемости // Математика в школе. 1990. № 6. С. 16-22.
3. Рослякова С.В. Исторический аспект проблемы формирования познавательной компетенции учащихся подросткового возраста в учебном процессе // Вестник ОГУ. 2013. № 2(151). С. 214–220.
4. Рыбников К.А. Возникновение и развитие математической науки: Кн. Для учителя. М.: Просвещение, 1987. 159 с. URL: http://padaread.com/?book=184024&pg=3.
5. Яновская С.А. Вводная лекция к курсу «История математики» // Историко-математические исследования. М.: ГИТТЛ, 1958. № 11. 793 с.

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ПРОЕКТНОГО МЕТОДА ОБУЧЕНИЯ В ШКОЛЬНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Р.А. Фунтиков, учитель математики, аспирант кафедры теории и методики обучения математике и информатике Института математики и информатики
ГБОУ Школа № 1530 «Школа Ломоносова»
Московский педагогическоий государственный университет (Россия, Москва)
e-mail: rafuntikov@gmail.com

Аннотация. Раскрывается сущность проектного метода в школьном математическом образовании на основе сравнительного анализа определений понятий различных авторов.

Ключевые слова: проектный метод, математика, образование, история, развитие

THE HISTORY OF THE DEVELOPMENT OF THE PROJECT METHOD OF TEACHING IN SCHOOL MATHEMATICAL EDUCATION

R.A. Funtikov, Math teacher, postgraduate student of the Department of Theory and Methods of Teaching Mathematics and Computer Science of the Institute of Mathematics and Computer Science

SBEI School No. 1530 «Lomonosov School», Moscow State Pedagogical University (Russia, Moscow)

Abstract. The essence of the project method in school mathematical education is revealed on the basis of a comparative analysis of the definitions of the concepts of various authors.

Keywords: project method, mathematics, education, history, development.

Ученые-теоретики и практики во все времена стремились разнообразить образовательный процесс, следовать современным запросам общества и осуществлять постоянный поиск эффективных методов и приемов. С учетом ориентации образования на вооружение учащихся навыками самостоятельной деятельности, предоставление возможности применения полученных в ходе обучения знаний для решения познавательных или практических задач, развитие коммуникативных способностей через работу в различных группах, а также развитие исследовательских умений и системного мышления особую популярность приобрел метод проектов.

Метод проектов нельзя назвать чем-то принципиально новым в педагогике. Данный метод имеет свою многолетнюю историю как в зарубежной, так и в отечественной школе. Первые предпосылки использования проекта появились в Италии в конце XVI века, когда традиционные подходы к архитектурному и инженерному образованию потеряли свою актуальность. Требовалось развитие креативности студентов, предоставление возможности применения полученных в ходе посещения лекций теоретических знаний на практике, а также возможности реализации принципов строительства. Проекты носили гипотетический характер и представляли собой соревнование студентов в области проектирования и разработки дизайна различных зданий и сооружений, которые не были построены. В это время в Академии Святого Луки в Риме появился термин «проект», который определялся как соревнование между студентами [3, с. 106].

Позднее опыт обучения посредством проектов был зафиксирован в американских технических колледжах XVII века. Такой перенос из архитектуры в инженерию оказал влияние на развитие использования метода проектов в практическом обучении. Уже в 1908 – 1910 годах понятие «метод проектов» приобрело известность в педагогической литературе. В основу рассматриваемого метода легли идеи популярной в то время прагматической философии, одним из основателей которой был американский мыслитель и педагог Джон Дьюи. Ученый предлагал строить обучение на активной основе, через самостоятельную, специально организованную деятельность. Детализация и определение сущности метода в педагогическом контексте связана с именем Уильяма Килпатрика, ученика Дж. Дьюи [4, с. 17]. Килпатрик был учителем начальной школы, а затем директором школы штата Джорджия. Он разработал метод обучения, тесно связанный с активной деятельностью учащихся, их интересами, эмоциями, чувствами и имеющий ярко выраженную практическую направленность.

Метод проектов привлек внимание русских педагогов еще в начале XX века. Идеи проектного обучения возникли в России практически параллельно с разработками американских педагогов. Под руководством русского педагога С.Т. Шацкого в 1905 году была организована небольшая группа сотрудников, пытавшаяся активно использовать проектные методы в практике преподавания. С приходом революции 1917 года в качестве замены традиционного подхода в обучении Н.К. Крупская представила «метод проектов» [7, с. 478].

Современный этап развития науки и производства тесно связан с проектированием (М.Ю. Бухаркина, В. Гаспарский, И.А. Зимняя, Г.Л. Ильин, А.М. Новиков, И.В Матяш, Е.С. Полат, В.Ф. Сидоренко, Г.П. Щедровицкий и др.) [5, с. 82]. Для изучения особенностей применения метода проектов при обучении математике рассмотрим подходы к пониманию метода проектов в научной литературе, приводимые различными авторами (табл. 1).

Таблица 1

Сравнительная характеристика подходов к определению понятия «метод проектов»

Автор	**Определение**	**Суть понятия**
У. Килпатрик	Целенаправленный опыт осуществления определенной деятельности. При этом существует главенствующая цель, которая стимулирует к выполнению действий и является внутренней мотивацией	Проект понимается как любая целенаправленная деятельность и может относиться к любому виду жизненного опыта
Н.В. Матяш	Форма учебно-познавательной деятельности учащихся. Суть проектного метода заключается в достижении сознательно поставленной цели и обеспечивает единство и преемственность различных сторон процесса обучения	Происходит развитие познавательных способностей, которое обусловлено наличием внутреннего стимула и желанием получения конечного результата деятельности
Е.С. Полат	Способ достижения дидактической цели через детальную разработку проблемы (технологию), которая должна завершиться вполне реальным, осязаемым практическим результатом, оформленным тем или иным способом [5, с. 83]	Метод предполагает поэтапное движение к намеченной цели. Результатом самостоятельной деятельности является осязаемый конечный продукт

Анализируя представленные определения, можно заключить, что метод проектов направлен на создание специальных условий, в рамках которых учащиеся могут:

– самостоятельно и с интересом пополнять собственные знания через различные источники информации;

– использовать полученные в ходе обучения знания для того, чтобы решить познавательную или практическую задачу;

– развивать коммуникативные способности через работу в различных группах;

– развивать исследовательские умения, такие как выявление проблемы, сбор необходимой информации по ней, наблюдение, экспериментирование, анализ, выдвижение гипотез и обобщение полученных результатов;

– развивать системное мышление [5, с. 253–254].

С 1 сентября 2022 года действуют обновленные Федеральные государственные стандарты основного общего образования [2]. Новая редакция ФГОС предполагает создание условий для решения стратегической задачи Российского образования – повышения качества образования, достижения новых образовательных результатов, соответствующих современным запросам личности, общества и государства.

В Рабочей программе основного общего образования по математике (базовый уровень), одобренной решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, в разделе «Предметные результаты» указано, что выпускник должен научиться использовать предметные знания при выполнении учебных и внеучебных задач. Также среди основных целей обучения выделена ориентация на «формирование функциональной математической грамотности: умения распознавать математические объекты в реальных жизненных ситуациях, применять освоенные умения для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать полученные результаты и оценивать их на соответствие практической ситуации» [6].

На уроках математики учитель может использовать исследовательские, творческие, игровые, информационные, практико-ориентированные проекты. В рамках метода проектов предполагается работа, разделенная на несколько этапов: на первом этапе выполняются подготовительные упражнения, которые выступают в качестве связующего звена и помогают учащимся настроиться на работу над самим проектом. На втором этапе происходит собственно разработка проекта. Третий этап предполагает презентацию проектного продукта, и завершающим этапом является оценка проектной деятельности учащихся.

Так, при изучении темы «Окружность и круг. Длина окружности. Площадь круга» может быть реализован творческий проект, предполагающий реализацию межпредметных связей с астрономией: на основе изучения необходимой дополнительной информации осуществляется расчёт площади каждой планеты при помощи изученной формулы и последующее изготовление браслетов в виде планет солнечной системы. При организации в рамках метода проектов исследовательской деятельности можно использовать разные идеи, которые не ограничиваются математикой, а включают в себя и другие школьные предметы [7, с. 479]. Вовлекая учащихся в проект практико-ориентированной направленности по теме «Диаграммы», учитель может инициировать создание диаграмм в табличном процессоре Excel: учащимся будет предложено провести опрос одноклассников по теме «Свободное время», а затем оформить результаты в виде таблицы и диаграммы.

В заключение отметим, что метод проектов имеет многолетнюю историю и опыт применения в различных сферах и областях знаний. Именно это позволяет ему сочетать традиционные приемы с инновационными и оставаться актуальным и сегодня. Использование метода проектов на уроках математики позволит учащимся применять полученные знания в практических задачах, будет способствовать развитию творческого потенциала учащихся, увеличению познавательной активности обучающихся, повышению интереса к предмету в целом, а также развитию их самостоятельности.

Список литературы

1. Федеральный закон от 29.12.2012 N 273-ФЗ (редакция, действующая с 5 июля 2023 года**)** «Об образовании в Российской Федерации» (с изменениями на 24 июня 2023 года). URL: https://docs.cntd.ru/document/902389617 (дата обращения: 15.07.2023).
2. Приказ Министерства просвещения РФ от 31 мая 2021 г. № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования» URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202107050027/ (дата обращения: 15.07.2023).
3. Аввакумова И.А., Семерикова В.А. Использование метода проектов в курсе обучения математике // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. Екатеинбург, 2022. С. 106–109.
4. Корнетов Г.Б. Метод проектов У. Килпатрика. Часть 1. Сущность и становление метода //Инновационные проекты и программы в образовании. 2020. №. 5 (71). С. 16–24.
5. Полат Е.С., Поливанова К.И., Ступницкая М.А. Метод проектов: история и современность // Педагогический институт имени В.Г. Белинского: традиции и инновации. Пенза, 2022. С. 82–83.

6. Рабочая программа основного общего образования предмета «Математика» базовый уровень URL: https://edsoo.ru/Primernaya_rabochaya_programma_osnovnogo_obschego_obrazovaniya_predmeta_Matematika_proekt_.htm (дата обращения: 15.07.2023).

7. Созонтова Е.А. Особенности реализации проектной технологии на уроках математики // Лучшие практики общего и дополнительного образования по естественнонаучным и техническим дисциплинам: материалы III Международной научно-практической конференции, посвященной памяти академика РАН К.А. Валиева, Елабуга, 17 января 2023 года. Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2023. С. 478–483.

8. Шакирова Е.В. Проектный метод в образовательной деятельности дошкольников: история понятия, технология // Современное дошкольное образование. Теория и практика. 2022. № 1(109). С. 56–68.

ФОРМИРОВАНИЕ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ УМЕНИЙ В ДЕЯТЕЛЬНОСТНО-ЦИФРОВОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ В 5–9 КЛАССАХ

Е.В. Позднякова, канд. пед. наук, доцент
Кузбасский гуманитарно-педагогический институт Кемеровского государственного университета (Россия, Новокузнецк)
e-mail: suppes@li.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности формирования универсальных учебных действий в деятельностно-цифровой образовательной среде в процессе математической подготовки учащихся 5–9 классов. Акцентируется внимание на составляющей ресурсного компонента образовательной среды: метапредметных заданиях с региональным компонентом и проектируемых на их основе цифровых образовательных ресурсах.

Ключевые слова: универсальные учебные действия, метапредметные умения, деятельностно-цифровая образовательная среда по учебному предмету «математика».

FORMATION OF META-SUBJECT SKILLS IN THE ACTIVITY-DIGITAL EDUCATIONAL ENVIRONMENT WHEN TEACHING MATHEMATICS IN GRADES 5-9

E.V. Pozdnyakova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Kuzbass Humanitarian Pedagogical Institute of Kemerovo State University (Novokuznetsk, Russia)

Abstract. The article discusses the features of the formation of universal educational actions in the activity-digital educational environment in the process of mathematical preparation of students of grades 5–9. Attention is focused on the component of the resource component of the educational environment: meta-subject tasks with a regional component and digital educational resources designed on their basis.

Keywords: universal learning activities, meta-subject skills, activity-digital educational environment for the academic subject «mathematics».

Требованием ФГОС основного общего образования является формирование метапредметных результатов (универсальных учебных действий) и функциональной грамотности обучающихся. В нормативных документах [2] определены универсальные учебные действия (УУД) с учетом специфики математики, конкретизировано понятие функциональной математической грамотности как совокупности следующих умений: «распознавать проявления математических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов; выявлять математические зависимости и закономерности, формулировать их на языке математики; создавать математические модели; применять освоенный математический аппарат для решения практико-ориентированных задач, интерпретировать и оценивать полученные результаты» [2, с. 7]. Основой математической грамотности являются базовые математические знания, а также универсальные учебные действия. В процессе математической подготовки школьников мы предлагаем сделать акцент на развитии *ключевых* универсальных учебных действий – специфических учебных действий, выделенных из требований к метапредметным результатам обучения на основе анализа математической деятельности и обеспечивающих достижение предметных результатов по математике. Развивая данное положение, выскажем идею об объединении ключевых УУД в совокупность ключевых метапредметных умений, что позволит оптимизировать состав УУД и снизить трудоемкость диагностики их развития. Метапредметные умения будем понимать как освоенные способы выполнения ключевых универсальных учебных действий, обусловленные системой мотивов и личностных смыслов, детерминирующие познавательную активность личности в процессе математической деятельности на основе усвоенных знаний и субъективного опыта. Применяя структурно-семантический анализ, определим структуру ключевых метапредметных умений (табл. 1).

Таблица 1

Структура и содержание ключевых метапредметных умений

Ключевые метапредметные умения
ПОЗНАВАТЕЛЬНЫЕ
– проводить доказательные рассуждения и формулировать выводы; – выдвигать и обосновывать гипотезы, проводить экспериментирование по установлению особенностей математических объектов; – выполнять действия по работе с информацией (осуществлять поиск в различных источниках, включая цифровые образовательные ресурсы, критически анализировать, сравнивать, обрабатывать и структурировать информацию); – строить и исследовать математические модели
КОММУНИКАТИВНЫЕ
– использовать вопросно-ответные процедуры как инструмент познания в математике; – владеть устной и письменной монологической речью на всех этапах математической деятельности; – организовывать и осуществлять сотрудничество для решения учебной математической задачи
РЕГУЛЯТИВНЫЕ
– составлять план, алгоритм решения задачи и прогнозировать процесс ее решения; – анализировать результат решения учебной математической задачи

В основе формирования ключевых универсальных учебных действий лежат следующие положения:

– содержание ключевых УУД определяется в соответствии с этапами и логикой математической деятельности концепции А.А. Столяра [3]: математизация эмпирического материала, логическая организация математического материала, применение математической теории;

– выделенные структурные элементы УУД объединяются в совокупность метапредметных умений;

– формирование метапредметных умений реализуется на разных уровнях, для которых определены критерии (мотивационный, когнитивный, деятельностный, результативный) и характеризирующие их показатели;

– овладение ключевыми УУД, предметными знаниями и умениями индуцирует проявление обучающимся функциональной математической грамотности;

– формирование метапредметных умений реализуется в интеграции с развитием креативности обучающихся.

Реализация данных положений приводит к необходимости моделирования соответствующей образовательной среды, которая позволит перенести акцент с воздействия учителя на личность ученика в область создания условий для его самообучения и саморазвития. Учитывая, что системно-деятельностный и личностно-ориентированный подходы акцентируют деятельностную составляющую обучения, а формирование предметных и метапредметных умений школьников осуществляется в образовательной среде через различные виды учебно-познавательной деятельности, в том числе с использованием цифровых образовательных ресурсов, определим понятие *предметной деятельностно-цифровой образовательной среды (по учебному предмету «Математика»)*. *Деятельностно-цифровая образовательная среда (ДЦОС)* математической подготовки понимается нами как образовательная среда, структурными элементами которой являются ресурсный, технологический и коммуникативный компоненты, направленные на развитие предметных и метапредметных умений, функциональной математической грамотности и креативности обучающихся посредством систематического использования возможностей цифровых образовательных ресурсов, обеспечения деятельностного аспекта обучения на основе современных педагогических и цифровых технологий (табл. 2).

Таблица 2

Модель деятельностно-цифровой образовательной среды математической подготовки

Предметная ДЦОС								
КОММУНИКАТИВНЫЙ КОМПОНЕНТ			РЕСУРСНЫЙ КОМПОНЕНТ			ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ КОМПОНЕНТ		
пространство взаимодействия	формы взаимодействия	инструменты управления взаимодействием	метапредметные задания	учебные курсы внеурочной деятельности	предметные ЦОР	методы обучения	средства обучения	формы обучения

Коммуникативный компонент определяет особенности взаимодействия субъектов образовательного процесса, а именно формы, пространство взаимодействия и инструменты управления взаимодействием со стороны учителя.

Ресурсный компонент включает комплекс заданий, направленных на формирование и диагностику предметных и метапредметных образовательных результатов (ключевых УУД); совокупность учебных курсов внеурочной деятельности по математике; совокупность предметных цифровых образовательных ресурсов, обеспечивающих поддержку процесса формирования ключевых УУД и креативности обучающихся.

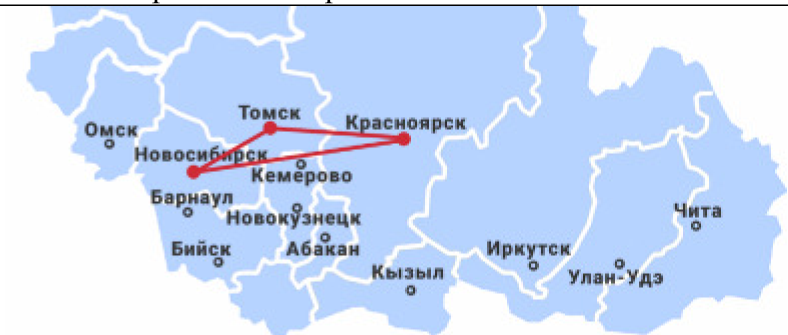
Технологический компонент в соответствии со структурой методической системы объединяет методы, средства и формы обучения.

Рассмотрим некоторые особенности ресурсного компонента проектируемой образовательной среды. Ядром данного компонента является комплекс метапредметных заданий. Метапредметное задание – это *задание, сформулированное в контексте предметного содержания (математика) и предполагающее для его выполнения наличие предметных знаний и метапредметных умений (ключевых УУД)* [1]. Метапредметные задания проектируются на основе принципа регионализации – учета при описании контекста задания культурно-исторических, этнографических, социально-экономических, экологических, природных особенностей региона, его традиций, в нашем случае Кемеровской области – Кузбасса.

Приведем пример такого задания для учащихся 5 класса.

Таблица 3

Пример задания

Сибирь – огромный географический и исторический регион России. Западная Сибирь славится своими многочисленными территориями, природными ресурсами и полезными ископаемыми. Сибирь по праву считается одной из самых красивых местностей в России, ведь большую часть её территории занимают горы, реки и леса. Рассматривая крупнейшие города Западной Сибири на карте, Ваня с Машей решили соединить некоторые из них прямыми линиями

a) Какая геометрическая фигура у них получилась? b) Определи последовательность шагов для нахождения периметра этой фигуры, самостоятельно найди периметр, если известно: – время в пути из Новосибирска в Красноярск занимает около 8 часов, если ехать со средней скоростью 79 км/ч; – расстояние из Красноярска до Томска по прямой меньше, чем путь из Новосибирска в Красноярск, на 140 км; – если ехать со средней скоростью 103 км/ч, то время в пути из Томска до Новосибирска займёт в 4 раза меньше, чем время в пути из Новосибирска до Красноярска. c) Как ты думаешь, что показывает периметр данной геометрической фигуры? Сформулируй и запиши свои предположения

На основе метапредметных заданий нами был создан цифровой образовательный ресурс с помощью приложений Google Sites, дополненный онлайн-сервисами Learning Apps, Core App, Google Forms, Joyteka, получивший название «Кузбасс в дробях» [4]. Математическое наполнение разработанного ресурса соответствует содержанию раздела «Дробные числа и действия над ними». Работа с таким ресурсом может быть организована как на уроке, так и во внеурочной деятельности, при этом формы работы могут выбираться учителем в соответствии с целями и задачами обучения.

Список литературы

1. Позднякова Е.В., Малышенко Г.А. Метапредметные задания как средство развития универсальных учебных действий поколения Альфа в процессе математической

подготовки в 5–9 классах // Наука и школа. 2022. № 6. С. 216–231. DOI: 10.31862/1819-463X-2022-6-216-231.

2. Примерная рабочая программа основного общего образования предмета «Математика», базовый уровень. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол 3/21 от 27.09.2021. М., 2021. 104 с.

3. Столяр А.А. Педагогика математики. Минск: Вышэйшая школа, 1986. 414 с.

4. Цифровой образовательный ресурс «Кузбасс в дробях». Электронный ресурс. – URL: https://sites.google.com/view/zadachikuzbass/ (дата обращения:14.04.2023).

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЛЕКТА УЧЕБНЫХ МАТЕРИАЛОВ «КУРС ЛОГИКИ БАЗОВЫЙ (30 ЭЛЕМЕНТОВ)» ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ И РАЗВИТИЯ ЛОГИЧЕСКИХ НАВЫКОВ ОБУЧАЮЩИХСЯ

И.В. Игнатушина, доктор пед. наук, доцент
Оренбургский государственный педагогический университет (Россия, Оренбург)
e-mail: streleec@yandex.ru

Аннотация. В статье представлена архитектура комплекта учебных материалов «Курс логики базовый (30 элементов)» от ООО «Научные развлечения» и рассмотрены особенности их использования для формирования и развития логических навыков обучающихся. Проанализированы задания по всем темам, входящим в этот комплект, и даны методические рекомендации по работе с ними.

Ключевые слова: логика, методика обучения математике.

USING THE SET OF TRAINING MATERIALS "BASIC LOGIC COURSE (30 ELEMENTS)" FOR THE FORMATION AND DEVELOPMENT OF STUDENTS' LOGIC SKILLS

I.V. Ignatushina, doctor ped. Sciences, Associate Professor
Orenburg State Pedagogical University (Russia, Orenburg)

Annotation. The article presents the architecture of the set of educational materials «Basic Logic Course (30 elements)» from LLC «Scientific entertainment» and discusses the features of using them to form and develop students' logical skills. Tasks on all topics included in this set are analyzed and methodological recommendations for working with them are given.

Key words: logic, methods of teaching mathematics.

Математика – дедуктивная наука. Она опирается на основные (неопределяемые) понятия и систему аксиом (т.е. утверждения, которые в рамках данной теории считаются истинными без доказательства). Все остальные утверждения (теоремы) выводятся на основе правил логики из этих аксиом или уже доказанных теорем.

В связи с этим для изучения математики требуется хорошая подготовка логического аппарата. Как же этого добиться у учеников? Ведь изучение формальной логики является непростым процессом и требует сформированности соответствующего уровня абстрактности. Выходом может стать работа с комплектами учебных материалов «Курс логики базовый (30 элементов)» [1], «Курс логики базовый (60 элементов)» [2] и «Курс логики расширенный» [3] от ООО «Научные развлечения». Эти материалы поставляются в Кванториумы педагогических университетов в составе «Цифровой STEAM-лаборатории» [4], которая рассчитана на обучение детей 5–11 лет.

Хотя изначально эти учебные комплекты проектировались для работы с дошкольниками и младшими школьниками, их применение в обучении навыкам логического мышления школьников более старшего возраста не снижает их эффективность.

Рассмотрим подробнее образовательный модуль «Курс логики базовый (30 элементов)» [1], который направлен:

– на развитие и совершенствование мыслительных операций в специально организованной деятельности;

– на формирование логического и алгоритмического мышления;

– на развитие вариативного мышления, умения аргументировать свои высказывания, делать простейшие умозаключения;

– на развитие внимания, памяти, навыков элементарного анализа и синтеза, построение причинно-следственных связей;

– на формирование комбинаторных способностей;

– на развитие крупной и мелкой моторики.

Отметим, что на первом этапе все задания лучше выполнять в совместной партнерской деятельности ребенка и взрослого. Если ребенок еще не умеет читать или делает это с большим трудом, то текст ему может читать взрослый.

Первый набор карточек для проведения занятий посвящен трем темам: «Игры с кубиками», «Игры с проекциями», «Игры с проекциями 2».

Задания первой темы «Игры с кубиками» ориентированы на знакомство учащихся с комплектом базовых элементов, состоящим из кубиков и треугольных призм пяти цветов с прорезями и шипами, а также выработку навыков соединения этих базовых элементов по определенным правилам.

Задания второй и третьей темы «Игры с проекциями» и «Игры с проекциями 2» направлены на формирование у обучающихся пространственного мышления, умения сопоставлять проекции фигуры и ее основной вид, комбинировать базовые элементы (кубики и треугольные призмы пяти цветов с прорезями и шипами), развитие вариативности мышления и построение простейших умозаключений.

На первой странице сопровождающей папки в разделе «Как играть» описаны условия выполнения заданий. Сами задания выглядят следующим образом. На игровой карточке даны три вида фигуры, которую нужно составить: вид спереди, вид сбоку, вид сверху представлен только контуром. Внизу карточки показаны базовые элементы, из которых фигура должна быть составлена. В конце папки имеются ответы для каждого из заданий, чтобы обучающийся смог проверить правильность выполнения своих действий.

Второй набор содержит карточки по трем темам: «Равновесие», «Полимино», «Домино и тримино».

Задания по теме «Равновесие» способствуют развитию у детей навыков построения пространственных фигур из базовых элементов, а также комбинаций этих фигур с условием сохранения равновесия всей композиции. Они позволяют развить у обучающихся внимание, память, навыки элементарного анализа и синтеза, построение причинно-следственных связей.

Во всех заданиях сначала нужно собрать фигуры по указанным картинкам, а потом расположить их на соответствующем по цвету поле, чтобы они образовывали устойчивую композицию.

Выполнение заданий темы «Полимино» способствует развитию вариативного мышления, внимания, памяти, навыков элементарного анализа и синтеза, построению причинно-следственных связей, формированию комбинаторных способностей, развитию крупной и мелкой моторики.

Суть заданий этой темы заключается в следующем: сначала учащимся предлагается собрать фигуры по картинкам, а затем из них составить новую фигуру, заполнив предложенное поле.

Задания темы «Домино и тримино» позволяют развивать и совершенствовать мыслительные операции в специально организованной деятельности, формировать логическое и алгоритмическое мышление, развивать вариативное мышление, умение аргументировать свои высказывания, делать простейшие умозаключения.

В заданиях этой темы учащимся необходимо построить мост, который позволит мишке добраться до зайки, на специальном поле задания. Для строительства моста сначала необходимо собрать блоки по заранее данной картинке, а затем из этих блоков ребята и должны спроектировать мост. Однако соединять можно только блоки одинакового цвета. При этом нельзя блоки ставить на картинки с изображением героев, сундука, акулы и вихря.

Третий набор полностью посвящен «3D головоломкам», в которых сначала необходимо собрать фигуры, изображенные на картинке, а затем из них собрать композицию, представленную на обратной стороне карточки.

Эти задания направлены на развитие у обучающихся внимания, памяти, навыков элементарного анализа и синтеза, построение причинно-следственных связей, формирование комбинаторных способностей, развитие крупной и мелкой моторики.

Четвертый набор под названием «Цветное судоку» позволяет обучающимся развивать и совершенствовать мыслительные операции в специально организованной деятельности, формировать навыки логического и алгоритмического мышления, осваивать приемы вариативного мышления, умения аргументировать свои высказывания, делать простейшие умозаключения.

Во всех заданиях этого набора сначала необходимо собрать из кубиков фигуры, представленные на карточке, а затем их расположить на игровом поле так, чтобы в каждой строке и столбце цвета кубиков не повторялись. Выход за пределы поля не допускается.

В своей совокупности образовательные модули «Курс логики базовый (30 элементов)», «Курс логики базовый (60 элементов)» и «Курс логики расширенный» от ООО «Научные развлечения» образуют своеобразную лестницу, каждая ступень которой поднимает обучающегося на более высокий уровень развития. Они позволяют детям не только сформировать достаточно хороший логический аппарат, развить пространственное воображение и навыки конструирования, но и подготовиться к работе со следующими модулями: «Азбука робототехники», «Мультипликационная лаборатория», «Основы программирования роботов», «Цифровой робототехнический полигон для обучения программированию», «Робототехнический комплекс “Наум” для создания роботов с голосовыму правлением», «Умная теплица». Это обусловлено тем, что все конструкции, используемые в перечисленных образовательных модулях, собираются из тех же самых базовых элементов.

Список литературы

1. Мусиенко С.И., Хамада Д., Уемацу А. Академия Наураши. Курс логики базовый. 30 элементов. Набор карточек для работы с детьми от 6 лет. Ч. I–IV. М.: Научные развлечения, 2020.
2. Мусиенко С.И., Хамада Д., Уемацу А. Академия Наураши. Курс логики базовый. 60 элементов. Набор карточек для работы с детьми от 6 лет. Ч. I–V. М.: Буклет СВ, 2019.
3. Мусиенко С.И., Хамада Д., Уемацу А. Академия Наураши. Курс логики расширенный: учебное пособие для детей от 6 лет. Ч. I–IV. М.: Де’Либри, 2019.
4. НАУСТИМ – цифровая интерактивная среда: парциальная образовательная программа для детей от 5 до 11 лет / О.А. Поваляев [и др.]. М.: Де’Либри, 2020. 68 с.

СВЕДЕНИЯ ИЗ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ПРАКТИКЕ

Е.В. Безенкова, аспирант кафедры ВМиМОМ
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (Россия, Пермь)
e-mail: elena-bezenkova@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы включения сведений из истории математики в процесс обучения геометрии школьников 7–9 классов. Описывается методика работы с цепочками заданий. Представлена классификация цепочек. Приведены примеры.

Ключевые слова: обучение геометрии в школе, история математики, цепочки заданий.

INFORMATION FROM THE HISTORY OF MATHEMATICS IN PEDAGOGICAL PRACTICE

Elena Bezenkova, Postgraduate student of the Department of Higher Mathematics and Methods of Teaching Mathematics
Perm State Humanitarian Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. The article discusses the inclusion of information from the history of mathematics in the process of teaching geometry to schoolchildren of grades 7–9. The methodology of working with task chains is described. The classification of chains is presented. Examples are given.

Keywords: teaching geometry at school, history of mathematics, chains of tasks.

История математики объединяет в себе предмет и методы математики, ее язык, ведущие идеи и понятия, взаимодействие с другими науками и практикой. Включение сведений из истории математики в процесс обучения школьников позволяет приоткрыть завесу над процессом научного познания и его методами, обогатить практику творческой деятельности, культуру и стиль мышления. Способствует формированию представлений о социальных, культурных и исторических факторах становления математической науки, о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления. Тем самым содействует достижению ряда личностных, предметных и метапредметных результатов школьников [1]. Это находит отражение в федеральном государственном образовательном стандарте. Кроме того, в рабочей программе основного общего образования «Математика» видим, что «…обучающиеся знакомятся и учатся описывать отдельные выдающиеся научные результаты, приводить примеры математических открытий и их авторов в отечественной и всемирной истории науки» [3]. Однако на практике объем историко-математического материала и методика его включения в урок традиционно остаются на усмотрение учителя. Очевидным и печальным фактом является то, что большинство учителей не оценили по достоинству богатый потенциал истории математики и если и включают в урок некоторые сведения из нее, то происходит это фрагментарно, без системы.

Помочь учителям может разработанная и апробированная нами методика достижения личностных и метапредметных результатов учащихся средствами истории математики при обучении геометрии в 7–9 классах. Ее основой является работа с цепочками заданий, составленных на основе историко-математического материала. Под цепочками заданий с элементами истории математики вслед за В.А. Гусевым будем понимать «*последовательность взаимосвязанных (по фабуле, методам решения, назначению в обучении) заданий*» [2]. Каждая цепочка содержит от 4 до 7 заданий. Их выполнение подразумевается в большей степени в виде индивидуального или группового домашнего задания, а затем презентуется в классе либо на всем доступных цифровых площадках. Заметим, что это не решение задач или заучивание теорем, а такие творческие виды работы, как создание презентаций, стенгазет, интерактивных листов, составление и решение кроссвордов, тестов, шарад и т.д.

Выполнение подобных заданий требует работы с научной литературой, привлечения цифровых технологий, представления материала в разных формах и аудиториях, что создает условия для достижения таких метапредметных результатов, как *работа с информацией*, *формирование базовых исследовательских действий*, *общение и совместная деятельность*. Способствует развитию математической, читательской и цифровой грамотности. Кроме того, сам материал из истории математики является благодатной почвой для создания условий достижения личностных результатов школьниками в таких направлениях, как научное *познание*, *патриотическое и духовно-нравственное воспитание*, за счет того, что содержит сведения о научных поисках, открытиях, о трудном пути к истине, биографиях ученых, их вкладе в благополучие Родины, нормах морали и этики в мире науки, фактах становления науки в разных странах, красоте решения задачи и логики доказательства и многое другое. Предполагается выполнение заданий одной цепочки в течение времени прохождения каждого раздела программы. Так, в седьмом классе четыре цепочки:

Простейшие геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин (14 ч);

Треугольники (22 ч);

Параллельные прямые. Сумма углов треугольника (14 ч);

Окружность и круг. Геометрические построения (14 ч).

Таким образом, из расчета 2 урока геометрии в неделю, следует, что на прохождение одного раздела курса требуется от 7 до 11 недель. Очевидно, что за такой промежуток времени для школьников вполне посильно выполнить 2–3 творческих задания.

Для удобства использования сгруппируем задания на основе материала из истории математики следующим образом:

1) задания, направленные на достижение одного из личностных или метапредметных результатов на основе одного исторического факта или биографии ученого;

2) задания на основе нескольких исторических фактов, направленные на достижение одного из личностных или метапредметных результатов;

3) задания, направленные на достижение нескольких личностных или метапредметных результатов на основе одного исторического факта или биографии ученого.

Приведем пример цепочки заданий на основе материала из истории математики, сопровождающего 1 главу раздела геометрии в 7 классе «Простейшие геометрические фигуры и их свойства. Измерение геометрических величин». Цепочка состоит из пяти заданий *первого* типа (направленные на достижение одного из личностных, предметных или метапредметных результатов на основе одного исторического факта или биографии ученого). Задания данной цепочки способствуют достижению метапредметного результата «работа с информацией» на основе материала «Евклид». На одном из первых уроков следует предложить школьникам:

1) прослушать рассказ о том, почему геометрия Евклидова (портрет, даты жизни, эпиграф «К геометрии нет царской дороги»);

2) разгадать кроссворд с выделенным словом «Начала», состоящий из определений и характеристик основных геометрических понятий (точка, прямая, луч, отрезок, угол, треугольник, квадрат, окружность, диаметр);

3) задать на дом составить небольшой рассказ об этом сочинении (когда, кто, зачем, сколько книг, о чем, их значение);

4) выделить ключевое слово каждой книги «Начал» и составить кроссворд из них;

5) решить кроссворды, составленные одноклассниками.

Обратим внимание, что, выполняя задания данной цепочки, ученики осваивают основные приемы работы с информацией: восприятие, поиск, анализ, представление в разных формах.

Из заданий *второго* типа (на основе нескольких исторических фактов, на достижение одного из личностных или метапредметных результатов) представим следующий пример. Все задания цепочки подобраны для создания условий достижения личностных результатов школьниками в направлении патриотического и духовно-нравственного воспитания. Предлагается к проведению в апреле:

1) обсудить эпиграфы к уроку – «Как воздух, математика нужна, одной отваги офицеру мало…» из стихотворения М. Борзаковского и «Арифметика и геометрия нужны каждому воину» Платона;

2) найти информацию о вкладе ученых-математиков в дело победы в Великой Отечественной войне и выделить области военной науки, где пригодились математические знания;

3) оформить презентации, интерактивный рабочий лист или стенгазеты про отдельных ученых-математиков (А.А. Ляпунов, Ю.В. Линник, М.В. Келдыш, А.Н. Крылов, С.Н. Бернштейн, Н.Г. Четаев, А.Н. Колмогоров, Н.А. Глаголев, М.В. Остроградский, В.И. Романовский, М.А. Лаврентьев, «ночные ведьмы» – женский авиационный полк);

4) выступить перед одноклассниками;

5) лучшие доклады доработать и предложить к участию в научно-практических конференциях.

Безусловно, подобная работа должна быть продумана, спланирована, методически грамотно преподнесена, что требует от учителя дополнительной подготовки. Школьников следует познакомить с использованием цифровых ресурсов, с правилами оформления и представления информации. Проведенное нами исследование показывает впечатляющие результаты. Полученные с помощью статистической обработки (критерий Манна–Уитни) результаты опытно-поисковой работы подтвердили, что наблюдается повышение уровня личностных и метапредметных результатов в экспериментальных группах школьников при реализации предложенной методики.

Список литературы

1. Безенкова Е.В. О формировании личностных и метапредметных результатов обучения на уроках геометрии в 7–9 классах средствами истории математики // Преподавание математики и информатики в школах и вузах: проблемы содержания, технологии и методики: сборник научных и научно-практических статей VII Всероссийской научно-практической конференции (26–27 ноября 2021 г.) / науч. ред. Е.М. Вечтомов, отв. ред. И.В. Владыкина, Н.В. Леонтьева; ГГПИ. Глазов: ГГПИ, 2022.

2. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике в школе: монография. М.В. Егупова. М.: МПГУ, 2014. 220 с.

3. Рабочая программа основного общего образования (для 7–9 классов образовательных организаций). М., 2022. URL: https://edsoo.ru/Primernaya_rabochaya_programma_osnovnogo_obschego_obrazovaniya_predmeta_Matematika_uglublennij_uroven.htm (дата обращения: 12.07.2023).

РЕАЛИЗАЦИЯ ГРУППОВОГО ПРОЕКТА ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ДОСТИЖЕНИЯ МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Е.О. Новикова, старший преподаватель кафедры общего образования
Центр непрерывного повышения профессионального мастерства педагогических работников Института развития образования Пермского края (Россия, Пермь)
e-mail: ElenaOlegovna88@mail.ru

Аннотация. В статье проектная деятельность рассматривается как один из важнейших путей достижения метапредметных результатов. Согласно федеральной образовательной программе основного общего образования, организация такой деятельности способствует формированию универсальных учебных действий, проявляющихся в проектных умениях. Приведены этапы формирования проектных умений: начальный, основной, завершающий. Для реализации основного этапа описан пример организации группового проекта для внеурочной деятельности по математике.

Ключевые слова: федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования, федеральная образовательная программа основного общего образования, метапредметные результаты, универсальные учебные действия, проектные умения, проектная задача, групповой проект, индивидуальный проект.

IMPLEMENTATION OF A GROUP PROJECT IN MATHEMATICS AS A MEANS OF ACHIEVING METASUBJECT RESULTS

E.O. Novikova, Senior Lecturer of the Department of General Education
Center for Continuous Professional Development of Teaching Staff of the Perm Region Institute for the Development of Education (Russia, Perm)

Abstract. The article considers project activity as one of the most important ways to achieve metasubject results. According to the federal educational program of basic general education, the organization of such activities contributes to the formation of universal educational actions manifested in project skills. The stages of formation of project skills are given: initial, basic, final. To implement the main stage, an example of organizing a group project for extracurricular activities in mathematics is described.

Keywords: federal state educational standard of basic general education, federal educational program of basic general education, meta-subject results, universal educational actions, project skills, project task, group project, individual project.

В обновленном государственном образовательном стандарте основного общего образования говорится, что каждым выпускником должны быть достигнуты три группы результатов: предметные, метапредметные и личностные [4]. Для достижения метапредметных результатов в федеральной образовательной программе основного общего образования (далее – ФОП ООО), сообщается о необходимости включения обучающихся в проектную деятельность, способствующую формированию универсальных учебных действий, проявляющихся в проектных умениях: ставить проблему, выбирать адекватные способы ее решения, осуществлять поиск и обработку информации, создавать продукт, способствующий решению проблемы [5]. Это объясняет актуальность использования в образовательном процессе, в частности на уроках математики, проектной деятельности.

При реализации проектной деятельности, основываясь на возрастных особенностях обучающихся, мы предлагаем рассматривать три этапа формирования проектных умений: начальный, основной, завершающий. На начальном (5–6 классы) учащиеся знакомятся с этапами проектной деятельности, выполняя *проектные задачи*. На основном (конец

6 класса – до середины 8-го класса) продолжается реализация проектной деятельности через участие школьников в *групповых*, в том числе разновозрастных *проектах.* На завершающем этапе (8–9 классы) происходит переход от групповых к *индивидуальным проектам*, подробное описание каждого этапа представлено в статье «Система формирования проектных умений обучающихся основной школы» [1].

В работах [1; 3] были рассмотрены примеры проектных задач и методика их реализации. В данной статье уделим внимание особенностям реализации группового проекта во внеурочной деятельности по математике для обучающихся 8 классов.

Отметим, что восьмиклассники знакомы с этапами проектной деятельности и со структурой проектных задач, так как они в 6–7 классах освоили опыт по их решению. Учащимся на первых занятиях было предложено выполнить практико-ориентированную задачу «Страхование гражданской ответственности (ОСАГО)» из открытого банка заданий ОГЭ по математике, и на основании содержания этой задачи создать и реализовать проектную задачу «Страховая компания» для обучающихся 7–8 классов.

Далее школьники-разработчики конструировали структуру проектной задачи: сформулировали модельную ситуацию, четыре задания проектной задачи и итоговое задание.

Опишем все структурные компоненты проектной задачи «Страховая компания».

В модельной ситуации школьникам – участникам проектной задачи предлагается пройти стажировку в страховой компании для получения опыта в оформлении страховой документации (оформить заявки на страховку) и представить на итоговой конференции аналитический отчет о проделанной работе, на основании которого выбираются специалисты для работы в страховой компании.

Школьники-разработчики для реализации проектной задачи создали двадцать заявок для оформления страховок. Рассмотрим пример одной из заявок.

1. Владислав Петрович страховал свою гражданскую ответственность два года. В течение первого года были сделаны две страховые выплаты, после этого выплат не было. Какой класс будет присвоен Владиславу на начало третьего года страхования? 2. Чему равен КБМ на начало третьего года страхования? 3. Коэффициент возраста и водительского стажа (КВС) также влияет на стоимость полиса. Когда Владислав Петрович получил водительские права и впервые оформил полис, ему было 22 года. Чему равен КВС на начало третьего года страхования? 4. В начале второго года страхования Владислав заплатил за полис 43 365 руб. Во сколько рублей обойдется Владиславу полис на третий год, если значения других коэффициентов (кроме КБМ, КВС) не изменятся?

Школьники-участники результаты, полученные при обработке заявок, заносили в отчетные документы, которые также создавались школьниками-разработчиками (табл. 1).

Таблица 1

Отчетный документ для заявки № 1

<table>
<tr><td colspan="7" align="right">для оформления задания 1–3</td></tr>
<tr><td>Заказчик
Ф.И.О.</td><td colspan="6"></td></tr>
<tr><td>Год</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>Класс
(коэффициент)
КБМ</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Значение
коэффициента
КБМ</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Коэффициент КВС</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7" align="right">для оформления задания 4</td></tr>
<tr><td colspan="7">Ответ:</td></tr>
</table>

Итоговое задание заключалось в представлении на конференции аналитического отчета, в котором с помощью столбчатой диаграммы необходимо было отобразить сумму и год страхования относительно оформленных заявок; сравнить денежные суммы (страховые взносы) клиентов за третий – пятый год страхования и сделать общие выводы (рис. 1).

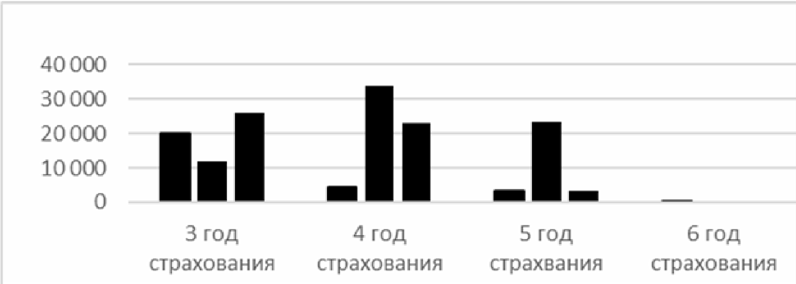


Рис. 1. Пример итогового задания проектной задачи «Страховая компания»

В процессе работы над созданием группового проекта «Проектная задача «Страховая фирма» у школьников-разработчиков формируются следующие проектные умения:

– формулировать проблему – при работе над созданием модельной ситуации;

– выбирать адекватные способы решения проблемной ситуации – при разработке заданий проектной задачи;

– осуществлять поиск и обработку информации – на всех этапах создания проектной задачи;

– создавать продукт, способствующий решению проблемы, – при работе над итоговым заданием.

Можно заключить, что использование проектной деятельности при организации образовательного процесса по математике способствует достижению метапредметных результатов.

Список литературы

1. Новикова Е.О., Власова И.Н. Система формирования проектных умений обучающихся основной школы // Ученые записки Крымского федерального университета имени В.И. Вернадского. Социология. Педагогика. Психология. 2020. Т. 6(72). № 4. С. 74– 87.

2. Новикова Е.О. Проектная задача как средство развития универсальных учебных действий и формирования математической грамотности // Математика и проблемы образования: материалы 41-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Киров: ВятГУ; Веси», 2022. С. 247–250.

3. Новикова Е.О. Интеллект-карта как средство достижения требований ФГОС основного общего образования // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов Материалы 40-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Брянск: Изд-во ИП Худовец Р.Г., 2021. С. 371–375.

4. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». URL: https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/401333920/ (дата обращения: 12.07.2023).

5. Приказ Министерства просвещения Российской Федерации от 16.11.2022 № 993 «Об утверждении федеральной программы основного общего образования». URL: http://publication.pravo.gov.ru/Document/View/0001202212220024 (дата обращения: 12.07.2023).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ С ЭКОНОМИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ ВО ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 5–6 КЛАССОВ

О.Н. Новикова, аспирант 4 курса
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (Россия, Пермь)
e-mail: novikova.no@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности методики решения задач с экономическим содержанием в школе в 5–6 классах. Затрагиваются вопросы изучения теоретического материала, связанного с формированием финансовой грамотности при решении математических задач с экономическим содержанием.

Ключевые слова: математическая задача с экономическим содержанием, методика преподавания математики, внеурочная деятельность.

MATHEMATICAL PROBLEMS WITH ECONOMIC CONTENT IN EXTRA-COURSE ACTIVITIES OF SCHOOLCHILDREN OF 5–6 GRADES

O.N. Novikova, 4th year postgraduate student
Perm State Humanitarian and Pedagogical University (Russia, Perm)
e-mail: novikova.no@yandex.ru

Abstract. The article discusses the features of teaching methods for solving problems with economic content at school in grades 5–6. The issues of studying theoretical material related to the formation of financial literacy in solving mathematical problems with economic content are touched upon.

Keywords: mathematical problem with economic content, methods of teaching mathematics, extracurricular activities.

С утверждением в 2021 году обновленных федеральных образовательных государственных стандартов начального основного и основного общего образования становятся актуальными вопросы формирования функциональной грамотности у обучающихся уже с младшего школьного возраста. С 5 класса проводятся федеральные мониторинги (PISA), определяющие уровень сформированности всех видов функциональной грамотности, в том числе математической, финансовой. Анализ модели мониторинговых исследований PISA позволяет сделать вывод, что содержательные контексты математической грамотности и финансовой грамотности идентичны: образование и работа; семья и дом; индивидуальные финансовые решения (покупки, кредиты, сбережения); общественные финансовые решения (налоги, сборы, права и ответственность потребителей). В рамках школьного предмета «Математика» в 5 и 6 классах всего 10% всех заданий – это задачи с экономическим содержанием, которые формируют финансовую грамотность школьников, поэтому мы предлагаем включение не только типичных учебных задач, характерных для традиционных систем обучения в рамках школьного предмета «Математика», но и математических задач с экономическим содержанием во внеурочную деятельность школьников.

На основании существующих терминологий (Г.А. Балл, Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий, Л.Л. Гуров) мы определяем математическую задачу с экономическим содержанием как некую модель реальной ситуации, содержащую условие, связанное с числами, и требование определения параметров, которые могут измениться при воздействии смоделированных факторов, выраженных числами, разрешаемых счетом или арифметическими действиями. Данная задача может содержать в себе избыточные данные или, наоборот, недостаток исходных данных, которые возможно определить, исходя из знаний экономических ситуаций повседневной жизни.

Классифицировать математические задачи с экономическим содержанием предлагаем по тематическому содержанию: стоимостные (определение цены, стоимости по заданным критериям); производственные (определение производительности, времени выполнения, объема производства); потребительские (определение расхода потребления энергоресурсов, расчет стоимости потребления, расчет расхода материала) [2].

Контингент нашего исследования – это обучающиеся 5–6 классов, обучение решению задач с экономическим содержанием предполагает поэтапное развитие различных умений: у обучающихся 5 классов – уровень узнавания и понимания, у обучающихся 6 классов – уровень понимания и применения.

Процесс работы с математической задачей с экономическим содержанием состоит из четырех этапов (по Д. Пойа): восприятие задачи; поиск решения задачи; запись решения и ответа; проверка решения задачи, чтобы убедиться в истинности выбранного плана и выполненных действий [6].

Пример работы с математической задачей с экономическим содержанием (5 класс): Маша приготовила маме подарок ко дню ее рождения и поместила его в красивую коробку. У Маши есть лента длиной 180 см. Хватит ли ее, чтобы завязать коробку с подарком, если на бант требуется 30 см ленты? (коробка демонстрируется обучающимся, в ходе работы над задачей ученики могут делать замеры коробки, длина коробки – 20 см, ширина – 10 см, высота – 15 см).

На этапе восприятия задачи устанавливаем известные и неизвестные величины, важно понять, каким образом будет завязываться бант на коробке (необходимо учитывать длину, ширину и высоту коробки). Восприятие содержания задачи может производиться посредством драматизации ее содержания, которая может быть достигнута путем визуализации исходных данных, описания ситуации задачи и пр. [7].

На этапе поиска решения задачи устанавливаем связь между условием и вопросом (если определим, что после расхода ленты останется остаток, значит, можно сделать вывод о том, что имеющейся ленты хватит, чтобы перевязать коробку и сделать бант).

Выполнение плана решения задачи может быть выполнено несколькими способами: смешанный, геометрический, алгебраический, арифметический.

Смешанный метод. Искомый рисунок 1, на котором длина отрезка, обозначающего количество сантиметров всей длины имеющейся ленты, на одну, мерку длиннее, и имеется остаток ленты после раскроя. Значит, выполняем следующие арифметические действия: 180 – (2·20 –2·10 – 4·15 – 30) = 30 (см).

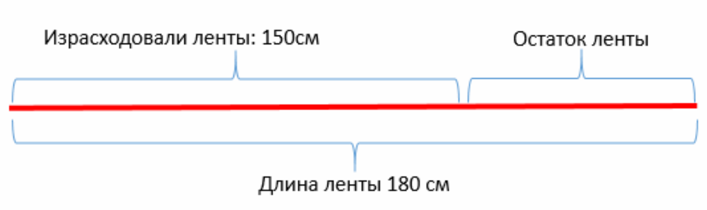


Рис. 1. Чертеж для смешанного метода решения задачи

Арифметический метод (выполнение арифметических действий, форма записи по действиям может быть выбрана другая):

1) 2·20 –2·10 –4·15 – 30 = 150 (см) – расход ленты;
2) 18 –150 = 30 (см) – остаток ленты.

Геометрический метод: делаем временную линейку с единичным отрезком, равным 1 клетке (выбранный нами масштаб, рис. 2).

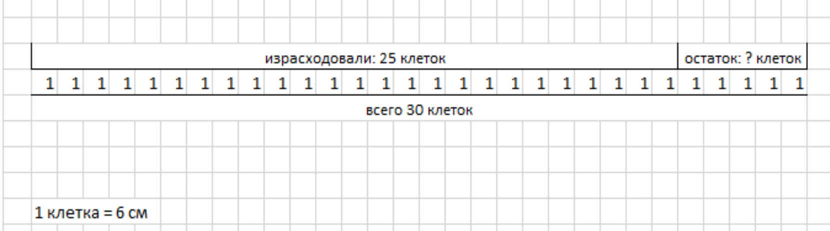


Рис. 2. Чертеж для геометрического метода решения задачи

Измеряем искомый отрезок (рис. 2), получаем 30 ед., переводим результат в единицы измерения – сантиметры (по условию задачи) и получаем 30 см – остаток ленты.

Алгебраический метод (решение уравнения): x – остаток ленты,

$(2 \cdot 20 - 2 \cdot 10 - 4 \cdot 15 - 30) + x = 180$, $x = 30$. Вывод: остаток 30 см, значит, имеющейся ленты хватит, чтобы сделать бант.

Проверка решения задачи произведена тем, что выполнено несколько способов решения данной задачи (смешанный, геометрический, алгебраический, арифметический), но проверка может быть осуществлена и на конкретном макете коробки подарка с заданными характеристиками длины, ширины и высоты [3].

Современные тенденции выбора оптимальных методов при работе с задачей в рамках внеурочной деятельности склоняются в сторону занятий на сюжетно-ситуативной основе, предложенных в работах А.А. Горчинской [1], под которыми понимают целенаправленную деятельность учителя и ученика по созданию экономических ситуаций, являющихся отражением реальных жизненных обстоятельств либо являющихся реальными событиями экономической деятельности, не регламентированными формальными правилами и характеризующимися обязательным условием создания конечного продукта деятельности.

Основные характеристики занятия на основе ситуации: наличие модели экономической ситуации, решаемой при помощи математических приемов; наличие индивидуальных ролей (обозначенных и выбранных самостоятельно); несовпадение ролевых целей участников занятия; взаимодействие ролей (без сценария, в условиях ситуации); многовариантность решений; наличие системы группового или индивидуального оценивания деятельности участников ситуации [5].

Занятия на основе ситуации имеют определенную структуру: организационно-мотивационный этап; этап ввода участников в ситуацию; содержательный этап; этап групповой или индивидуальной работы; этап вывода и анализа итогов; этап самостоятельной работы; рефлексия [4].

Оценка математической задачи с экономическим содержанием предполагает 3-балльную систему: 3 балла – выполнены все необходимые преобразования, приводящие к ответу, получен верный ответ; 2 балла – выполнены все необходимые преобразования, приводящие к ответу, но допущена одна арифметическая ошибка, не нарушающая общей логики решения, в результате чего получен неверный ответ; 1 балл – выполнены частичные преобразования, приводящие к промежуточному ответу, или допущены две арифметические ошибки, в результате чего получен неверный ответ.

Список литературы

1. Горчинская А.А. Занятия по экономике на сюжетно-ситуативной основе // Начальная школа. 2007. № 10. С. 58–61.

2. Новикова О.Н. Модель формирования экономической грамотности обучающихся 4–6 классов в процессе обучения математике Педагогическое образование в России. Вып. № 6. Екатеринбург: Уральский государственный педагогический университет, 2021. С. 101–110.

3. Новикова О.Н. Дидактический потенциал математики при формировании основ экономической грамотности обучающихся 4–6 классов // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. 2022. № 1(164). С. 138–142.

4. Плотникова Е.Г., Худякова М.А., Новикова О.Н. Экономическая грамотность школьников, ее структура и средства формирования. Педагогический журнал Башкортостана. 2020. № 4–5 (89–90). С. 72–81.

5. Плотникова Е.Г., Худякова М.А., Новикова О.Н. Формирование экономической грамотности младших школьников посредством занятий на основе ситуации // Известия Волгоградского государственного педагогического университета. 2019/ № 6 (139). С. 85–91.

6. Пойа Д. Как решать задачу: пособие для учителей / под ред. Ю.М. Гайдука. М.: Просвещение, 1959. 211 с.

7. Царева С.Е. Методика преподавания математики в начальной школе. М.: Издательский центр «Академия», 2014. 495 с.

ФОРМИРОВАНИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ УМЕНИЙ ШКОЛЬНИКОВ ПРИ РЕШЕНИИ ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЦИФРОВОЙ СРЕДЫ

А.А. Олехов, старший преподаватель
Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет (Россия, Пермь)
e-mail: olehov.alexei@mail.ru

Аннотация. В тезисах описываются возможности формирования исследовательских умений школьников при решении практико-ориентированных задач в направлениях национальной технологической инициативы с применением средств цифровой среды. Предлагаются основные направления применения математики в направлениях национальной технологической инициативы. Приводятся примеры возможных задач и тем исследований.

Ключевые слова: исследовательские умения, виртуальная реальность, практико-ориентированные задачи, искусственный интеллект, теория графов.

FORMATION OF RESEARCH SKILLS OF SCHOOLCHILDREN IN SOLVING PRACTICE-ORIENTED PROBLEMS IN MATHEMATICS USING A DIGITAL ENVIRONMENT

A.A. Olekhov, senior lecturer
Perm State Humanitarian Pedagogical University (Russia, Perm)

Abstract. The theses describe the possibilities of forming the research skills of schoolchildren in solving practice-oriented tasks in the directions of the national technological initiative using the means of the digital environment. The main directions of application of mathematics in the directions of the national technological initiative are proposed. Examples of possible tasks and research topics are given.

Keywords: research skills, virtual reality, practice-oriented tasks, artificial intelligence, graph theory.

В Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации ведущими направлениями обозначены переход в ближайшие 15 лет к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам, новым материалам и способам конструирования, создание систем обработки больших объемов данных, машинного обучения и искусственного интеллекта [2]. В свою очередь, происходящие в области цифровизации изменения способствуют созданию новых механизмов, направленных на совершенствование форм обучения и воспитания личности. Утвержденная «Стратегия развития воспитания в Российской Федерации на период до 2025 года» актуализирует проблему расширения воспитательных возможностей информационных ресурсов, изучения влияния новых информационных и коммуникационных технологий, цифровой среды и форм организации социальных отношений на психическое здоровье детей, их интеллектуальные способности, эмоциональное развитие и формирование личности. Со стороны образовательной системы с поставленными задачами работает кружковое движение национальной технологической инициативы (далее – НТИ). Оно решает задачу формирования в России следующего поколения предпринимателей, инженеров, ученых, управленцев, ядром которого должны стать выходцы из кружков – энтузиасты, обладающие высоким уровнем профессионализма, способные задумывать и реализовывать проекты, доводить их до результата, создавать новые организационные решения и технологические компании, направленные на развитие России и всего мира. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования указывает, в частности, на необходимость организации проектной и учебно-исследовательской деятельности обучающихся для достижения практико-ориентированных результатов образования, формирования у школьников системных представлений и опыта их применения в реальной жизни [3]. Постановление Правительства РФ от 7 декабря 2020 г. № 2040 «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды» акцентирует внимание на дальнейшем внедрении и использовании цифровой образовательной среды на постоянной основе на всей территории Российской Федерации, в том числе в рамках модернизации и развития системы образования Российской Федерации в целом.

Полученные в ходе проведенного нами констатирующего эксперимента результаты тестирования школьников Пермского края выявили низкий уровень сформированности исследовательских умений.

Анализ исследований по тематике интеграции цифровой среды в процесс формирования исследовательских умений учащихся свидетельствует о недостаточности разработки направлений использования цифровой среды в рамках формирования исследовательских умений при решении практико-ориентированных задач по математике из области национальной технологической инициативы.

Вышесказанное делает необходимым изучение влияния цифровой среды на формирование исследовательских умений учащихся при решении практико-ориентированных математических задач и проведении исследований, соответствующих направлениям и рынкам НТИ.

В ходе изучения направлений и рынков НТИ были выделены три ключевых направления, в рамках которых можно разработать математические курсы дополнительного образования для школьников. На рисунке 1 изображены схемы функционирования выбранных направлений.

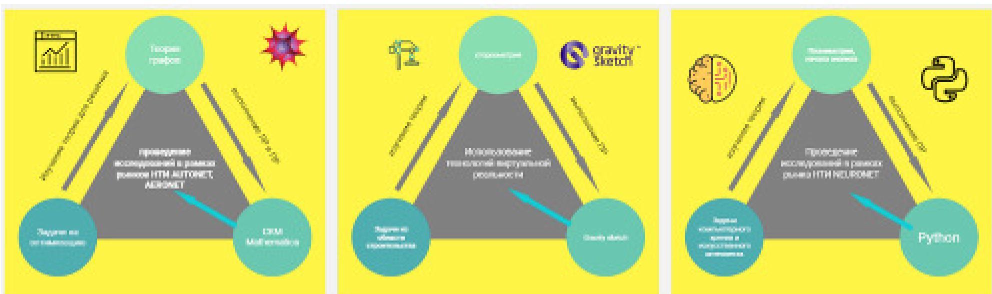


Рис. 1. Отбор актуального направления исследований, раздела математики и средства цифровой среды

Для рынков «AERONET» и «AUTONET» наиболее подходящим разделом математики, доступным для изучения школьникам, является теория графов, с помощью которой можно решать задачи на оптимизацию, искать «популярные» и «дружественные» вершины, выявлять закономерности в схемах движения. После знакомства учащихся с проблематикой задач на оптимизацию для их решения изучается теория графов, далее через лабораторные и практические работы происходит знакомство с СКМ «Mathematica» для удобства решения и визуализации. Курс завершается проведенным учащимися исследованием.

Примером выполненного исследования может служить достаточно актуальная задача нахождения аэропорта, наиболее подверженного риску распространения различных инфекционных заболеваний. Вероятнее всего, таким аэропортом будет являться самый популярный (на графе вершина с наибольшей степенью). Однако на практике наиболее подверженным рискам аэропортом может являться тот, через который проходит наибольшее количество кратчайших путей от каждой страны в каждую в силу географической особенности распространения заболеваний. В данном случае полезно выяснить, разные ли это аэропорты, и при положительном исходе обратить внимание на оба.

Для знакомства с направлением VR в НТИ будет полезно охарактеризовать проблематику задач из области строительства, для их решения изучить некоторые аспекты стереометрии и для удобства решения и визуализации использовать технологии виртуальной реальности.

Например, можно взять модель чердака дома, загруженную в виртуальный класс, с двускатной крышей и прогорно-ригельной системой стропил. Для прочности конструкции опорные стойки двускатной крыши должны быть перпендикулярны основанию чердака. Стяжка перпендикулярна мауэралату. Необходимо выяснить, будет ли стропильная нога, соединяющая стойку и стяжку, также перпендикулярна мауэралату, для того чтобы закупить правильные уголки крепления к мауэралату.

В третьем направлении предполагается решение задач, встречающихся в рамках разработки продуктов искусственного интеллекта [1] с применением теории из области планиметрии и математического анализа. Для получения готовых продуктов используется язык Python.

Примерами задач могут являться вычисление коэффициента отношения пересечения площади объектов к их объединению для правильной детекции, подбор необходимых функций активации функцийошибки для создания искусственной нейронной сети, расчет оптимального размера сверточного ядра нейронной сети, расчет вероятности ошибки нейронной сети и другое.

В процессе эксперимента удалось выявить значимое изменение уровня исследовательских умений обучающихся в положительную сторону за счет выполнения ими лабораторных работ, наборов практико-ориентированных заданий в рамках реализации разработанных нами программ дополнительного образования для школьников, программ повышения квалификации для учителей, а также за счет участия обучающихся в серии проектных мероприятий и олимпиад. В результате учащиеся из экспериментальных групп стали победителями всероссийских и международных конкурсов, выступали на всероссийских конференциях и имеют публикации в сборниках РИНЦ.

Список литературы

1. Обучение школьников основам технологий искусственного интеллекта в условиях дополнительного образования / Л.П. Латышева [и др.] // Информатика в школе. 2023. № 1(180). С. 32–41. DOI: 10.32517/2221-1993-2023-22-1-32-41. EDN HCAHYL.

2. Указ Президента Российской Федерации от 01.12.2016 № 642 «О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации». URL: http://www.kremlin.ru/acts/bank/41449.

3. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. Приказ Минобрнауки России от 17.05.2012 № 413 (ред. от 11.12.2020). URL: https://fgos.ru/fgos/fgos-soo/

РАЦИОНАЛИЗАЦИЯ ДЕЙСТВИЙ КАК ВАЖНЫЙ ФАКТОР ФОРМИРОВАНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКА

Л.Н. Евелина, кандидат пед. наук, доцент
Самарский государственный социально-педагогический университет (Россия, Самара)
e-mail: evelina.evelina-ln@yandex.ru
Л.И. Султанова, учитель математики высшей категории
Школа № 6 с углубленным изучением отдельных предметов имени М.В. Ломоносова (Россия, Самара)
e-mail: sultanova84@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые важные направления в формировании у школьников способности к выполнению рациональных действий в процессе изучения математики в школе, влияющих на развитие интеллектуальной деятельности.

Ключевые слова: процесс обучения математике в школе, теория поэтапного формирования умственных действий, рационализация действий.

RATIONALIZATION OF ACTIONS AS AN IMPORTANT FACTOR IN THE FORMATION OF INTELLECTUAL ACTIVITY OF A STUDENT

L.N. Evelina, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
Samara State Socio-Pedagogical University (Russia, Samara)
L.I. Sultanova, mathematics teacher of the highest category
School No. 6 with in-depth study of individual subjects named after M.V. Lomonosov (Russia, Samara)

Abstract. The article discusses some important directions in the formation of students' ability to perform rational actions in the process of studying mathematics at school, affecting the development of intellectual activity.

Keywords: the process of teaching mathematics at school, the theory of step-by-step formation of mental actions, rationalization of actions.

Процесс обучения школьников математике начинается с введения новых понятий, усвоения всех существенных свойств и иллюстрации примерами их применения, причем как непосредственно в самой математике (абстрактные математические модели), так и в других сферах (прикладные задачи). Начальный этап изучения теории сопровождается пошаговым выполнением всех действий в соответствии с алгоритмом, предлагаемым учителем. Важно отработать каждое действие в развернутом виде, чтобы в дальнейшем не допускать ошибок. Алгоритмы (или алгоритмические предписания), как правило, уже содержатся в учебнике, но нередко учитель самостоятельно переводит определения и формулировки теорем на понятный и доступный школьникам алгоритм действий по их усвоению. Согласно теории П.Я. Гальперина [1, с. 11] только развернутая схема действий по приобретению новых знаний способна помочь каждому человеку сформировать полноценную деятельность по их усвоению, в итоге у каждого формируется автоматический навык. Для каждого человека время на усвоение всех этапов формирования познавательной деятельности различно, и от учителя зависит, сможет ли он на первичном этапе введения нового знания организовать его усвоение всеми обучающимися. К сожалению, для многих учителей эта развернутая схема действий становится обязательной в требованиях к решению задач школьниками на всех последующих этапах применения уже усвоенных знаний, что тормозит развитие самостоятельности и мешает переносу стандартных усвоенных действий в новые ситуации. Каким мы видим выход из такого положения?

Прежде всего, этап ознакомления с новым материалом должен быть продуман и выстроен в соответствии с установленными в методике обучения математике П.А. Шеваревым [3] и детально раскрытыми Г.И. Саранцевым [2, с. 31–42] закономерностями его усвоения. Время, отводимое каждому обучающемуся для этого, индивидуально, но учитель обязан держать под контролем весь процесс. Окончание этапа должно совпадать с итоговой контрольной работой по данной теме. Дальнейшие действия ученика, связанные с применением усвоенного материала, не должны полностью повторять развернутую схему, так как навык уже сформирован, а значит, акценты в усвоении нового содержания должны быть сделаны на другом содержании. Так, рассмотрев алгоритм решения стандартного вида уравнения (квадратного, иррационального, логарифмического и др.), не следует подробно воспроизводить весь алгоритм действий для поиска ответа, достаточно выделить основные моменты, например, сразу записать корни квадратного уравнения без отдельного поиска дискриминанта или сразу выразить число из записи логарифма через его определение (а не представлять каждый раз числа в виде логарифмов с аналогичным основанием). Важно лишь соблюдать принцип равносильности при переходе от одного условия к другому.

Этап применения и трансформации усвоенного математического материала должен включать в себя выполнение разнообразных упражнений, для решения которых не следует требовать от школьников детального соблюдения алгоритма всех действий, однако иногда уместно обращаться к ученику с вопросом, на основании каких теоретических фактов он получил тот или иной результат. На этом этапе важно предлагать учащимся задания устного характера, в которых нужно не только дать верный ответ, но и продемонстрировать наиболее рациональный путь его нахождения. Рационализация, согласно словарю Д.Н. Ушакова, – организация какой-нибудь деятельности наиболее целесообразными, рациональными способами; усовершенствование, улучшение.

Устные упражнения подобного типа в обучении важны с разных точек зрения. Во-первых, ученик демонстрирует знание теории на уровне навыка, во-вторых, весь класс участвует в выполнении задания, а значит, происходит взаимообогащение приемами работы и взаимопроверка, элемент соревновательности (кто быстрее) создает игровую и занимательную атмосферу.

Кроме заданий для устного решения, необходимы и задания для письменного оформления за отведенное учителем время.

Следующим, не менее важным критерием проверки сформированного вычислительного навыка может стать выполнение заданий комбинированного типа, в которых тот иной вид вычислений является промежуточным среди других разнообразных действий.

Говоря о рационализации действий в процессе изучения математики, нельзя не затронуть проблему «развертывания ситуации». Суть данного приема нам видится в следующем. Учитель предлагает ученикам решить задачу, на этапе обсуждения решения могут возникнуть различные версии. Совместный анализ всех возможных способов решения способствует выбору наиболее рационального с учетом числа возможных действий и сложности их выполнения. Например, найти значение выражения:

а) $(\frac{810}{162}+\frac{675}{225})\cdot(\frac{810}{162}-\frac{675}{225})$; б) $32\cdot 0{,}99\cdot 25\cdot 1{,}25+57\cdot 5\cdot\frac{2}{3}\cdot 25\cdot\frac{4}{19}$;

в) $354\cdot 73+23\cdot 25+354\cdot 27+17\cdot 25$.

В процессе поиска ответа вспоминаем с учениками основное свойство дроби, формулы сокращенного умножения, признаки делимости чисел, законы действий.

Так, в первом примере после сокращения первой дроби на 81, а далее на 2 (что очевидно из условия), а второй – на 225 (что также очевидно) мы получаем произведение суммы и разности двух целых чисел, для его вычисления можно обойтись и без формулы разности квадратов.

Во втором примере достаточно вспомнить, что произведение чисел 5 и 2 всегда дает 10, а одинаковые степени этих сомножителей позволяет получить 100, 1000 и т.д. Другими словами, умножив 25 на 4, мы получим 100, а умножив 1,25 на 8, получим 10. При этом 32 и есть произведение чисел 4 и 8, а во втором слагаемом суммы достаточно заметить, что 57 есть произведение знаменателей двух содержащихся здесь дробей 19 и 3. Таким образом, применив сочетательный закон умножения, мы вновь приходим к произведению чисел 5 и 2, 25 и 4.

Для вычисления результата в третьем примере достаточно применить переместительный и дважды распределительный закон умножения чисел относительно сложения.

Не менее интересны и следующие примеры.

1. Найдите сумму чисел: а) 1+2+3+…+99+100;

б) 1+3+5+…+97+99; в) 2+4+6+…+98+100.

2. Докажите, что число 800·814 – 57·43 – составное.

3. Сравните числа: а) 2^{30} и 3^{20} и б) $\frac{2022}{2023}$ и $\frac{2023}{2024}$.

Заметим, что рациональные действия необходимы школьникам не только при выполнении непосредственных подсчетов значений в числовых выражениях.

Так, например, школьникам предлагается решить уравнение: $(2x-5)^2=(5x-2)^2$ различными способами и выбрать среди них наиболее рациональный. Кроме непосредственного возведения в степень обеих частей уравнения, можно после переноса выражения из правой части уравнения в левую разложить левую часть на произведение двух сомножителей, а можно сравнить модули данных равных квадратов чисел (что и является наиболее рациональным в данном случае).

Усвоение теории и совершенствование навыков в ее применении всегда следует сопровождать подобными заданиями. С одной стороны, теория должна быть усвоена, а с другой – помимо известных применяемых алгоритмов ученик совершает выбор с учетом рациональности действий в конкретной ситуации, а значит, его интеллектуальная деятельность в таких случаях наиболее активна.

Список литературы

1. Гальперин П.Я. Введение в психологию: учебное пособие для вузов. 2-е изд. М.: Книжный дом «Университет», 2000. 336 с.

2. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. М.: Просвещение, 1995. 240 с.

3. Шеварев П.А. Обобщенные ассоциации в учебной работе школьника. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. 304 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПО МАТЕМАТИКЕ ШКОЛЬНИКОВ 4–6 КЛАССОВ В УРОЧНОЙ И ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

С.П. Зубова, кандидат педагогических наук, доцент
Самарский государственный социально-педагогический университет
e-mail: zubova@pgsga.ru
Л.В. Лысогорова, кандидат педагогических наук, заведующий кафедрой
Самарский государственный социально-педагогический университет
e-mail: lasogorova@gmail.com

Аннотация. В статье описываются способы организации проектной деятельности, которая является одним из важнейших видов организации активной деятельности обучающихся, в том числе и при изучении математики в силу ее практической и поисковой направленности.

Ключевые слова: проектная деятельность, методика преподавания математики.

ORGANIZATION OF PROJECT ACTIVITIES IN MATHEMATICS FOR SCHOOLCHILDREN OF GRADES 4–6 IN COURSE AND EXTRACOURSE ACTIVITIES

S.P. Zubova, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Samara State University of Social Sciences and Education
L.V. Lysogorova, Candidate of Pedagogical Sciences, Head of the Department
Samara State University of Social Sciences and Education

Abstract. The article describes how to organize project activities, which is one of the most important types of organization of students' active work, including in the study of mathematics due to its practical and search orientation.

Key words: project activity, methods of teaching mathematics.

Деятельностный подход к образованию предполагает организацию активной деятельности обучающихся, в том числе и при изучении математики. Проектная деятельность является одним из важнейших видов такой деятельности в силу ее практической и поисковой направленности. Математическое содержание имеет серьезный потенциал для ее организации, поскольку любые математические факты, изучение которых включено в школьный курс, имеют тесную связь с жизнью, что можно использовать при разработке проектов. Выполнение проектов по математике позволяет обучающимся в достаточной мере осознать необходимость изучения математики, ее роль в жизни, в других науках, дает возможность интегрировать знания разных областей, целенаправленно овладевать универсальными учебными действиями всех групп.

Охарактеризуем подробнее способы организации проектной деятельности школьников 4–6 классов на уроках математики и во внеурочной деятельности. В этом возрасте обучающиеся владеют основами исследовательской деятельности. В соответствии с федеральным государственным образовательным стандартом начального общего образования (ФГОС НОО) выпускники начальной школы владеют такими базовыми исследовательскими действиями, как выявление противоречий между желательным и действительным состояниями исследуемого объекта, формулирование (под руководством взрослого) цели исследования и составление плана исследования, проведение сравнительного анализа разных вариантов решения исследуемой проблемы, прогнозирование результатов исследования. Все названные умения выступают инструментарием для выполнения проекта, развиваясь и совершенствуясь в процессе проектной деятельности. В то же время школьники этого возраста пока еще не могут осуществлять проектную и проектно-исследовательскую деятельность полностью самостоятельно, поэтому требуется организация и методическое сопровождение учителя или взрослого – руководителя проекта.

При выборе темы проекта необходимо понимать, что ученический проект обладает двумя определяющими характеристиками: он всегда предполагает в качестве результата материальный продукт и личностно или социально значим. Следовательно, должно быть продумано и дальнейшее использование этого продукта в учебной деятельности автора проекта или его сверстников. В противном случае значимость проекта нивелируется.

Термин «проект» имеет несколько значений (разработанный план, предварительный текст, замысел) [1]. Мы будем понимать проект в первом указанном значении. А.Г. Ивасенков, Я.И. Никонова, М.В. Каркавин, В.Н. Фунтов и др. отмечают, что проект выполняется в ограниченное время и используются ограниченные ресурсы [2; 3].

Для разных проектов могут быть выделены разные ресурсы и разное время. На уроках математики целесообразно осуществлять мини-проекты (проектные задания), которые могут быть предложены обучающимся в качестве домашнего задания и не требуют использования значительных ресурсов (временные ресурсы – 1–2 недели срок выполнения, 2–3 часа в целом на осуществление поиска, проектирования, разработку; информационные ресурсы – до 10 источников, печатных или электронных, либо информация, полученная в результате опроса или интервью; материальные ресурсы – минимальные, по желанию автора). В основном в урочной деятельности выполняются монопроекты, то есть проекты исключительно на базе содержания одного предмета, например математики. Приведём пример такого мини-проекта по теме «Упрощение выражений» [4, с. 37].

На подготовительном этапе ученикам предлагается найти значение выражений: $5x+3x+12x$ при $x=18$, $x=129$, $x=264$; $3y+28y-30y$ при $y=78$, $y=135$. Понятно, что для выполнения этих заданий без упрощения выражений нужно много времени. Учитель просит выполнить задания побыстрее, ученики испытывают затруднение. Возникает проблемная ситуация. Далее проводится следующая беседа.

– Ребята, почему не получается быстро выполнить задание? (Много действий).

– Рассмотрите слагаемые в первом выражении, что заметили? (в слагаемых одинаковый множитель x).

– Вспомните свойство и запишите равенство, одна из частей которого содержит такую сумму, где складываются числа, умноженные на одно и то же число (если на этапе актуализации ученики выполняли задания, где требуется использовать распределительное свойство умножения относительно сложения при нахождении удобного способа действия, то ответ на задание ученики находят быстро).

– Используйте распределительное свойство умножения для нашего выражения. Какое выражение получится? (20x).

– А сейчас найдите снова значение этого выражения при указанных значениях x. Облегчилась ли наша задача? (Да).

– В математике использование свойств действий позволяет упрощать выражения. Мы сейчас использовали распределительное свойство умножения, и это существенно упростило наши вычисления. Но ведь есть и другие свойства действий, которые позволяют упрощать не только такие выражения. Как вы думаете, нужно ли нам изучать разные способы упрощения выражений? (Ожидаемый ответ – да).

– А зачем? (Чтобы быстрее и легче вычислять).

– Я предлагаю вам поискать информацию о разных способах упрощения выражений и разработать сборник заданий для овладения этими способами.

Далее осуществляются поисковый и технологический этапы выполнения проекта, на которых происходит формулирование целей и задач проекта, планирование деятельности по выполнению проекта, деление класса на группы, распределение сфер ответственности (одна группа ищет информацию в сети Интернет, другая опрашивает родителей и знакомых, третья группа эту информацию собирает, четвертая и пятая группы составляют задания, взрослые помогают набрать на компьютере математический текст, еще одна группа разрабатывает дизайн-проект и т.п.).

На этапе представления проекта составляются речь и презентация, иллюстрирующая основные характеристики проекта. Продуктом проекта будет сборник заданий с небольшим объемом теории и ответами. Продуктом может также являться электронная игра, разработанная на одной из доступных платформ.

Внеурочная деятельность содержит более широкие возможности для организации проектной деятельности школьников: появляется возможность интеграции предметных областей, снимаются жесткие ограничения времени для выполнения проекта, исчезает тревожность по поводу оценивания, поскольку во внеурочной деятельности используется только формативная оценка результатов. Например, изучение использования координатного луча, координатной прямой (шкалы) позволяет обучающимся осознать, что в разных вариантах координатные прямые и лучи используются в разных областях научных знаний. Продуктом такого информационного проекта может выступить презентация и электронная игра, в которой, например, требуется выполнить задания по составлению координатных лучей с делениями, определяемыми «сказочными» величинами, и определению координат нахождения персонажей сказочного «Одномерного королевства». Пример такого задания приведен ниже (рис. 1).

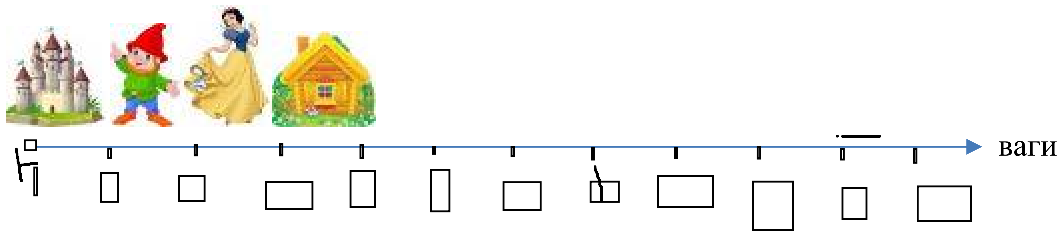


Рис. 1. Пример задания

В сказочном «Одномерном королевстве» используются сказочные цифры и сказочные меры длины: большие расстояния измеряются в вагах. Посмотрите на координатный луч и скажите, на каком расстоянии от замка находится Белоснежка.

Во сколько раз расстояние между Белоснежкой и гномом больше, чем расстояние, на котором находится гном от замка?

Куда быстрее добежит Белоснежка: до замка или до избушки?

Кто быстрее добежит до избушки, если скорость гнома в 2 раза больше, чем скорость Белоснежки?

Выполнение проекта может быть как индивидуальным (1 обучающийся), так и групповым.

На подготовительном этапе учитель предлагает ученикам вспомнить, что они знают о координатном луче [4, с. 37]. Далее – пример беседы.

– А зачем нам нужно знать о координатном луче?

– Для чего он вообще нужен? (Обучающие выдвигают свои гипотезы).

– Координатные лучи и координатные прямые используются не только в математике. Попробуйте привести свои примеры использования координат в жизни.

– Из ваших ответов понятно, что координаты нужны в жизни очень часто. Но не только в обыденной жизни и не только при определении местоположения в пространстве используются координатные лучи. Мое предложение – узнать побольше о координатах и координатных лучах и их использовании в науке и жизни, а по результатам исследования создать презентацию с информацией о координатных лучах и прямых и их применении или игру, играя в которую ваши сверстники научились бы строить такие лучи, определять по ним координаты и использовать эти координаты при решении разных задач.

На поисковом этапе под руководством учителя определяется цель (разработать презентацию или игру – либо что-то одно, либо разные группы обучающихся разрабатывают отдельно игру и презентацию), формулируются задачи, определяются зоны ответственности. В качестве руководителей проекта могут быть привлечены родители. Их роль заключается в наблюдении за выполнением проекта, консультировании. Поиск обучающиеся осуществляют самостоятельно. Взрослые могут помочь в формулировании выводов и в создании презентации или игры на технологическом этапе. Задания для игры или информация на слайдах разрабатываются обучающимися самостоятельно, индивидуально или по группам. На этапе представления проектов обучающиеся составляют речь самостоятельно и обсуждают ее с руководителем проекта, под его руководством внося, при необходимости, коррективы.

Таким образом, при выполнении проектов обучающиеся совершенствуют свои базовые исследовательские умения; в процессе поиска информации, работы в команде, представления проекта приобретают новые коммуникативные умения; учатся организовывать и регулировать собственную деятельность, расширяют и углубляют предметные (в том числе, математические) знания и умения. Учитель и другие взрослые при этом выступают как организаторы, руководители и консультанты.

Список литературы

1. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка. М.: АСТ, 2023. 736 с.
2. Ивасенко А.Г., Никонова Я.И., Каркавин М.В. Управление проектами. Ростов-на-Дону: Феникс, 2009. 327 с.
3. Фунтов В.Н. Основы управления проектами в компании. СПб.: Питер, 2011. 393 с.
4. Зубарева И.И., Мордкович А.Г. Математика. 5 класс: учеб. для учащихся общеобразоват. учреждений. 9-е изд., стер. М.: Мнемозина, 2009. 270 с.

СИТУАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

В.М. Минияров, профессор кафедры педагогики и психологии, доктор пед. наук

Самарский государственный социально-педагогический университет (Россия, Самара)

e-mail: hose.marti@mail.ru

К.В. Вдовина, аспирант 3 курса программы подготовки научно-педагогических кадров, учитель математики и информатики

Московский городской педагогический университет (Самарский филиал), ГБОУ СОШ п. Кинельский (Россия, Самара)

e-mail: kvdovina9@gmail.com

Аннотация. Математическая культура личности, являющаяся объективным показателем обученности математике, детерминируется образующими её компонентами, активизация которых может быть осуществлена в процессе решения ситуационных задач.

Ключевые слова: математическая культура личности, компоненты математической культуры, ситуационные задачи.

SITUATIONAL TASKS AS A MEANS OF FORMATION MATHEMATICAL CULTURE OF STUDENTS

V.M. Miniyarov, doctor of Pedagogical Sciences, full professor
Samara State University of Social Science and Education (Russia, Samara)
K.V. Vdovina, 3rd-year postgraduate student of the program for training scientific and pedagogical personnel, teacher of mathematics and computer science
Moscow city pedagogical University
(Samara branch),
GBOU SOSH p. Kinelsky (Russia, Samara)

Abstract. The mathematical culture of a person, which is an objective indicator of the study of mathematics, is determined by its constituent components, the activation of which can be carried out in the process of solving situational problems.

***Keywords**:* mathematical culture of personality, components of mathematical culture, situational tasks.

Математика, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса, играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению [2].

Изучение математики, с одной стороны, обеспечивает готовность обучающихся к непосредственному применению математики в других областях; с другой стороны, оно имеет системообразующую функцию, поскольку существенно влияет на интеллектуальную готовность школьников к обучению, а также на содержание и преподавание других предметов [2].

При этом объективным показателем обученности математике является формируемая математическая культура личности обучающегося (далее – МКЛ) – интегральное свойство личности, обладающей системой знаний, способов действий и умело оперирующей ими, обусловленной уровнем сформированности математического мышления, позволяющего применять математические методы, математический язык, готовой к рефлексии [1].

Примечательно, что МКЛ проявляется не отдельными автономными частями, а цельным и единым комплексом, состоящим из тесно взаимосвязанных компонентов: ценностно-мотивационного, когнитивного, операционального и рефлексивного [1].

В связи с этим возникает вопрос об организации учебно-познавательного процесса, направленного на активизацию обозначенных компонентов МКЛ.

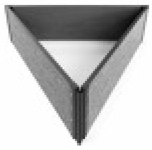
Одним из таких средств являются ситуационные задачи – задачи, направленные на последовательное освоение обучающимися интеллектуальных операций в процессе работы с информацией.

Рассмотрим примеры таких заданий [3].

Клумбы для дачи
Задание 2 / 2

Воспользуйтесь текстом «Клумбы для дачи». Запишите свои ответы на вопросы в виде чисел.

После покупки комплекта клумбы семья Ивановых решила вместо одной двухуровневой клумбы сделать несколько отдельных одноуровневых треугольных клумб, длины сторон которых равны длине одной доски.



А) Сколько таких одноуровневых треугольных клумб смогут сделать Ивановы из купленного комплекта?

Запишите ответ в виде числа.

Б) Следуя инструкции на упаковке, при покупке комплекта Ивановы закупили 10 мешков чернозёма, необходимых для заполнения двухуровневой клумбы.
Сколько мешков чернозёма останется у Ивановых после заполнения всех одноуровневых треугольных клумб, которые они соберут из данного комплекта?

Запишите ответ в виде числа.

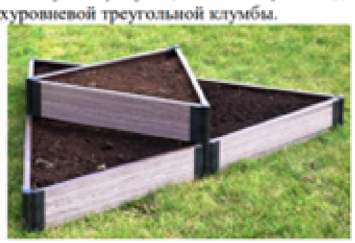
КЛУМБЫ ДЛЯ ДАЧИ

Современный строительный материал древесно-полимерный композит (ДПК) надёжный и долговечный. Он широко используется для благоустройства города и личных загородных участков.

Семья Ивановых приобрела для дачи **один комплект** *двухуровневой треугольной клумбы* из ДПК. Состав комплекта и размеры входящих в него деталей представлены в таблице.
Две доски из ДПК соединяются между собой с помощью одного углового поворотного металлического крепежа.

Наименование детали комплекта «Двухуровневая треугольная клумба»	Количество деталей в комплекте, шт.
Доска из ДПК (высота – 15 см, длина – 120 см)	9
Угловой поворотный металлический крепёж (высота – 15 см)	9

Клумбу, изображённую на рисунке, можно собрать из деталей одного комплекта двухуровневой треугольной клумбы.



Очевидно, что основу представленных заданий составляет описательная характеристика исследуемых объектов (в данном случае – объектов построек, математическую иллюстрацию которых представляют объёмные геометрические фигуры) – это, в свою очередь, позволяет ориентировать обучающихся на целенаправленный поиск решения обозначенной проблемы следующим образом: ознакомление – понимание – применение – анализ – синтез – оценка.

Таким образом, формирование МКЛ обуславливается активизацией составляющих её ключевых компонентов, во многом детерминируемое системой заданий, предлагаемых обучающимися к выполнению: в качестве таких задач обучающимся могут быть предложены ситуационные задачи.

Список литературы

1. Вдовина К.В. Формирование математической культуры у одарённых обучающихся в условиях цифровизации образования. // VI Виртуальный Международный форум по педагогическому образованию: сборник научных трудов. Ч. I. Казань. С. 71–76.
2. Распоряжение Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р. Концепция развития математического образования в Российской Федерации. URL: https://docs.edu.gov.ru/document/b18bcc453a2a1f7e855416b198e5e276/?ysclid=lkei7g3ote768548013.
3. Электронный банк заданий для оценки функциональной грамотности URL: https://fg.resh.edu.ru/ (дата обращения: 25.06.2023).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ В ЗАДАНИЯХ ВСЕРОССИЙСКОЙ ПРОВЕРОЧНОЙ РАБОТЫ ПО БИОЛОГИИ

Л.В. Пономарева, преподаватель кафедры современных технологий и качества образования
А.А. Теплов, старший методист
Центр развития образования г.о. Самара
e-mail: info@edc-samara.ru

Аннотация. В статье представлены задания ВПР по биологии, для выполнения которых учащимся необходимо применить математические знания.
Ключевые слова: математика, биология, задание, ВПР.

MATHEMATICAL COMPONENT IN THE TASKS OF THE ALL-RUSSIAN TEST WORK IN BIOLOGY

L.V. Ponomareva, lecturer at the Department of Modern Technologies and Quality of Education
A.A. Teplov, Senior Methodologist
Center for the Development of Education of the city of Samara

Abstract. The article presents the tasks of the ARTW in biology, for which students need to apply mathematical knowledge.
Keywords: mathematics, biology, task, ARTW.

Книга природы написана на языке математики.
Галилео Галилей

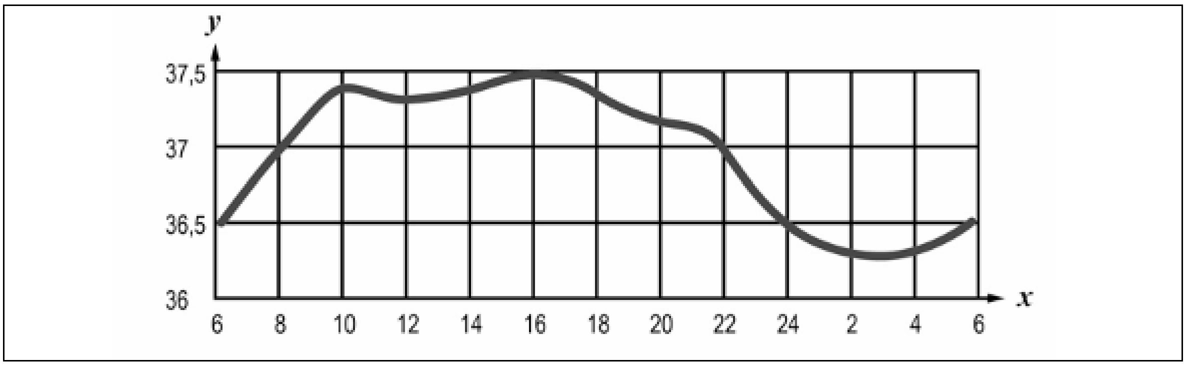
В современной школе ученику невозможно стать успешным без базовой математической подготовки не только по физике и химии, но и по биологии. Например, при выполнении отдельных заданий всероссийской проверочной работы по биологии обучающиеся производят расчеты, составляют алгоритмы, читают и анализируют информацию, представленную в виде таблиц, диаграмм и графиков.

Для решения заданий повышенного и высокого уровня сложности всероссийской проверочной работы по биологии обучающимся необходимо применить уже знакомые алгоритмы решения большинства предложенных моделей, продемонстрировать умение анализировать условие задачи и делать выводы. То есть проявить определенные умственные навыки, которые свидетельствуют о математическом стиле мышления.

Так, например, в одном из заданий № 9.1 по биологии всероссийской проверочной работы для 8 класса необходимо указать тип симметрии животного, изображенного на фотографии.

Для успешного выполнения данного задания учащимся необходимо продемонстрировать знания о геометрических преобразованиях таких как симметрия относительно точки и симметрия относительно прямой.

Важным условием успешного выполнения целого ряда заданий в контрольно-измерительных материалах всероссийской проверочной работы по биологии является умение работать с информацией, представленной в виде графиков и диаграмм. Рассмотрим задание № 3.1 всероссийской проверочной работы для 11 класса, в котором требуется, изучив график зависимости температуры в кишечнике человека от времени суток (по оси x отложено время суток (ч), а по оси y – температура в кишечнике (°С)), выбрать, какие из приведённых ниже описаний наиболее точно характеризуют данную зависимость.



Температура тела в кишечнике человека в течение суток

1) равномерно возрастает до 37,5°С, после чего равномерно снижается до 36,3°С;

2) колеблется в пределах одного градуса Цельсия;

3) достигает своего максимального значения в 16 часов, а минимального – в 3 часа;

4) поднимается выше 37°С в интервале с 9 до 21 часа;

5) постоянна в интервалах с 6 до 8 часов и с 22 до 24 часов.

3.2. Как зависит скорость обмена веществ в организме человека от температуры тела? Во сколько часов скорость обмена веществ в кишечнике человека максимальна?

В другом варианте этого же задания (№ 3.1) предлагается изучить диаграмму соотношения групп химических веществ в костях младенца и определить какие из приведённых ниже описаний наиболее точно отражают содержащуюся в диаграмме информацию?

В химическом составе костей младенца:

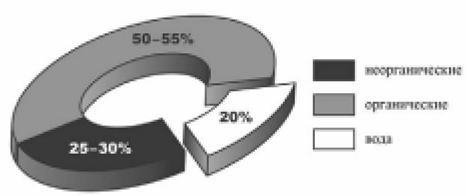
1) преобладает вода;

2) содержатся преимущественно неорганические вещества;

3) половину веществ составляют органические вещества;

4) содержится одинаковое количество воды и неорганических веществ;

5) четверть веществ приходится на неорганические вещества.



Также в контрольно-измерительных материалах всероссийской проверочной работы по биологии содержатся задания (задание № 6), в которых необходимо не только извлечь необходимую информацию, представленную таблично, но и выполнить необходимые математические расчеты.

Пример задания № 6. *Белки выполняют множество важных функций в организме человека и животных. Они обеспечивают организм строительным материалом, являются биологическими катализаторами или регуляторами, обеспечивают движение, некоторые транспортируют кислород. Для того чтобы организм не испытывал проблем, человеку в сутки необходимо 100–120 г белков.*

Продукты	*Содержание белков, г / 100 г продукта*	*Продукты*	*Содержание белков, г / 100 г продукта*
Сыр твёрдый	*20,0*	*Хлеб*	*7,8*
Мясо курицы	*20,5*	*Мороженое*	*3,3*
Треска	*17,4*	*Колбаса варёная*	*13,0*
Простокваша	*5,0*	*Масло сливочное*	*1,3*
Сметана	*3,0*	*Творог нежирный*	*18,0*

Используя данные таблицы, рассчитайте количество белков, которое человек получил во время ужина, если тот состоял из 20 г хлеба, 50 г сметаны, 15 г сыра и 75 г трески. Ответ округлите до целых.

Анализируя результаты выполнения данного задания, следует отметить, что большинство неверных ответов связаны не только с ошибками в выполнении действий с числами, но и с неумением округлить полученный результат до требуемых единиц (до целых, до сотых и т.п.)

Другой пример задания № 6 – контекстная задача, требующая применения математического моделирования.

Человек выпил чашку крепкого кофе, содержащую 120 мг кофеина, который полностью всосался и равномерно распределился по крови и другим жидкостям организма. У исследуемого человека объём жидкостей тела можно считать равным 40 л. Рассчитайте, через какое время после приёма (в ч) кофеин перестанет действовать на этого человека. Кофеин перестаёт действовать на организм человека при концентрации 2 мг/л, а концентрация его снижается на 0,23 мг в ч. Ответ округлите до десятых.

При выполнении задания № 10 повышенного уровня сложности из раздела «Генетика» обучающимся необходимо не только применить умение извлекать информацию, представленную в виде таблицы, но и продемонстрировать навыки комбинаторного мышления.

Екатерина решила сдать кровь в качестве донора. При заборе крови выяснилось, что у Екатерины третья группа. Екатерина знает, что у её матери первая группа крови.

		Группа крови отца				
		I (0)	*II(A)*	*III(B)*	*IV(AB)*	
Группа крови матери	*I (0)*	*I (0)*	*I (0)* *II(A)*	*I (0)* *III(B)*	*II(A)* *III(B)*	*Группа крови матери*
	II(A)	*I (0)* *II(A)*	*I (0)* *II(A)*	*любая*	*II(A)* *III(B)* *IV(AB)*	
	III(B)	*I (0)* *III(B)*	*любая*	*I (0)* *III(B)*	*II(A)* *III(B)* *IV(AB)*	
	IV(AB)	*II(A)* *III(B)*	*II(A)* *III(B)* *IV(AB)*	*II(A)* *III(B)* *IV(AB)*	*II(A)* *III(B)* *IV(AB)*	

10.1. Какой группы может быть кровь у отца Екатерины?

10.2. Руководствуясь правилами переливания крови, определите, может ли Екатерина быть донором крови для своего отца.

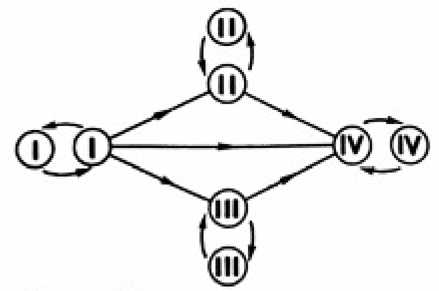


Рисунок. Правила переливания крови

Рассмотренные нами примеры заданий всероссийской проверочной работы по биологии наглядно демонстрируют, что в современной школе математика служит опорным предметом для изучения многих дисциплин. Это обусловлено тем, что в наши дни растёт число профессий, связанных с непосредственным применением математики.

Список литературы

1. Образец проверочной работы по биологии. 8 класс. 2023 год. URL: https://fioco.ru/Media/Default/Documents/%D0%92%D0%9F%D0%A0-2023/VPR_BI-8_DEMO_2023_%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%B0%D1%8F.pdf.
2. Образец проверочной работы по биологии. 11 класс. 2023 год. URL: https://fioco.ru/Media/Default/Documents/%D0%92%D0%9F%D0%A0-2023/%D0%91%D0%9811%20%D0%92%D0%9F%D0%A0%202023%20%D0%94%D0%95%D0%9C%D0%9E.pdf .

ВОЗМОЖНОСТИ ОБУЧЕНИЯ 3D МОДЕЛИРОВАНИЮ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ

П.А. Яковлев, студент
Н.Н. Орлова, кандидат пед. наук, доцент кафедры ВМиИ
Московский городской педагогический университет, Самарский филиал
(Россия, Самара)
email: IAkovlevPA@mgpu.ru

Аннотация. В статье рассматриваются возможности и качества, которые развиваются при обучении 3D-моделированию.
Ключевые слова: 3D-моделирование, 3D, Blender.

OPPORTUNITIES FOR LEARNING 3D MODELING IN HIGH SCHOOL

P.A. Yakovlev, student
N.N. Orlova, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor
of the Department of VMII
Moscow City Pedagogical University, Samara branch (Russia, Samara)

Abstract. The article discusses the possibilities and qualities that develop when teaching 3D-modeling.
Keywords: 3D-modeling, 3D, Blender.

В современном мире информационные технологии занимают одно из важнейших мест в жизни человека, а навыки по направлению «3D-моделирование» являются неотъемлемой частью многих профессий и необходимы в различных областях, таких как архитектура, инженерия, медицина, игровая индустрия, дизайн и т.д.

3D-моделирование – это процесс создания трёхмерной модели объекта. Задача 3D-моделирования – разработать зрительный объёмный образ желаемого объекта, модель может как соответствовать объектам из реального мира (автомобили, здания, ураган, астероид), так и быть полностью абстрактной (проекция четырёхмерного фрактала) [1].

Но при этом 3D-моделирование все-таки – это процесс создания трехмерного компьютерного представления реального объекта на основе специализированного программного обеспечения. Следовательно, школьник нуждается в обучении как созданию отдельных моделей, так и работе в каждой конкретной среде.

Ещё в основной школе, наверное, каждый учащийся хотел бы научиться основным принципам создания 3D-моделей и в дальнейшем углублять и применять полученные знания и навыки в старших классах. К большому сожалению, в основной школе данная тема в курсе информатики не рассматривается, а если и ведется обучение, то только во внеурочной деятельности.

Анализируя примерную рабочую программу среднего общего образования учебного предмета «Информатика» на базовом уровне (2022 год), можно увидеть, что понятие «3D- моделирование» рассматривается в разделе «Информационные технологии» [2].

В него входят технологии обработки текстовой, графической и мультимедийной информации, и на все отводится 6 часов.

Учебное содержание следующее: Принципы построения и редактирования трёхмерных моделей. Сеточные модели. Материалы. Моделирование источников освещения. Аддитивные технологии (3D-принтеры). Понятие о виртуальной реальности и дополненной реальности.

Учащийся должен уметь пояснять принципы построения трёхмерных моделей, выполнять операции по построению и редактированию простых трёхмерных моделей.

Следовательно, учащимся среднего общего образования базового уровня необходим элективный курс по 3D-моделированию.

Еще сложнее стоит вопрос о программном обеспечении для школ по построению и редактированию трёхмерных моделей, поэтому учителя школ обращаются к бесплатным онлайн-сервисам, которые представляют собой эффективное средство обучения, и используют совместно с традиционными методами обучения.

В Российских школах наибольшей популярностью пользуются следующие онлайн-сервисы: SkethUp, Tinkercad, 3DSlash, Blender.

В статье приводится пример использования различных сред для элективного курса «Обучение 3D-моделированию», где рассматриваются приемы создания трехмерной графики и примеры использования в различных доступных средах: Paint 3d, 3d Builder, Blender.

Рис. 1. Панды

Paint 3D – растровый графический редактор и программа для 3D-моделирования и печати, представленная в обновлении Windows 10 Creators Update. Программа включает в себя функции приложений Microsoft Paint и 3D Builder, легкий гибридный способ редактирования 2D-3D, позволяет пользователям выбирать различные формы из приложения, со своего персонального компьютера. Также, помимо готовых моделей, можно создавать и свои.

3DBuilder – это инструмент компьютерного 3D-дизайна для Microsoft Windows, который упрощает создание, просмотр, редактирование и печать 3D-объектов. В отличие от Paint 3D, в Builder работаем в пространстве, используя простые объекты и в следствие их изменений и комбинаций получая результат.

Например, из комбинации параллелепипедов разных форм (рис. 2) был создан зоопарк (рис. 3).

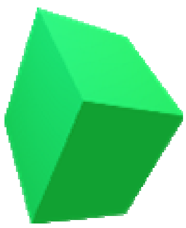


Рис. 2. Параллелепипед

3D Builder – это встроенное приложение ОС Windows 10, которое позволяет создавать объёмные модели практически чего угодно в домашних условиях, а затем распечатывать их на 3D-принтере. Разберёмся, чем оно полезно, как им пользоваться и как его удалить за ненадобностью.

Итак, данное приложение:
– преобразовывает графические файлы в объёмные 3D-модели;
– обрабатывает данные модели;
– обеспечивает просмотр изображения со всех сторон;

– отправляет 3D-модели на печать на специализированном оборудовании (3D-принтере).

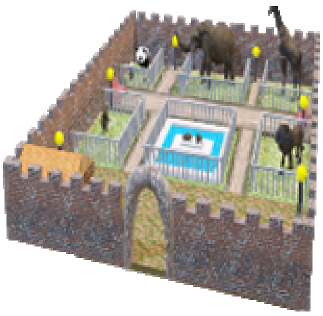


Рис. 3. Зоопарк

Напечатать можно всё что угодно, главное — найти исходник, которым может быть:

– объект из библиотеки программы;
– объект из любого другого источника;
– скан или фото любого объекта.

Программа работает со многими форматами изображений, загрузить которые можно как из Интернета, так и из библиотеки приложения.

Интерфейс программы: главное меню, панели инструментов, панели настроек и свойств, объекты сцены и их назначение. Рендеринг. Создание простых объектов. Работа с группами объектов. Управление отображением объектов на сцене. Способы выделения объектов.

Также сюда можно импортировать объекты из других программ или библиотеки Windows, например панду из Paint 3d (рис. 4).

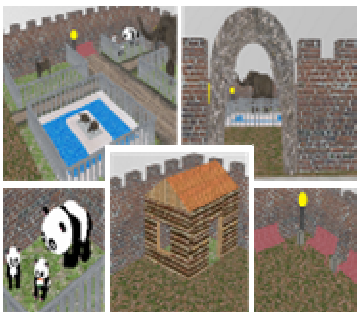


Рис. 4. Импортирование объекта

Blender – профессиональное свободное и открытое программное обеспечение для создания трёхмерной компьютерной графики, включающее в себя средства моделирования, скульптинга, анимации, симуляции, рендеринга, постобработки и монтажа видео со звуком, а также создания 2D-анимаций. В этой программе в отличие от двух предыдущих есть возможность создавать детали продумывая все до мелочей.

Например, можно использовать в работе следующий порядок.

1. Площадка.

Вставляем куб и при помощи масштабирования (клавиши Q или W) делаем из него плоскость, потянув за стрелочки или просто введя нужные размеры. Далее при помощи инструмента «Переместить» (клавиша R) располагаем плоскость на полотне, чтобы не висела в воздухе (можно в координате Z ввести 0,1).

Разукрашиваем или накладываем текстуру (по команде «Рисование» > «цвет» или «текстура») и нажимаем «Применить» (Разукрасить желательно все грани фигуры). Выбрали охват кисти и провели изменения в текстуре (левой к.м.).

2. Забор и арка.

2.1 Создаем забор. Берем новый куб. Делаем его похожим на часть забора, накладываем текстуру (кирпичная кладка) или цвет.

2.2 Создаем арку. Выбираем фигуру тор делим на 2 части и используем объект в качестве арки (или можно, как и раньше сделать из кубов). загоны для животных (аналогично 2.1)

3. Дом.

Создаем стены. Берем новый куб. Делаем его похожим на кусок стены (левой к.м.). Ставим стену на место. Для крыши используем фигуру клин. Накладываем текстуру или цвет.

4. Дорожки, бассейн, игровая площадка (аналогично 2.1 и 2.2).

Для создания дорожек, бассейна и др. нужно создать новые фигуры и разместить поверх начальной плоскости.

5. Скамейки, урны, фонарь (аналогично 2.1 и 2.2).

Рис. 5. Домик с участком

Создаем украшающие предметы, чтобы местность не казалась пустой.

6. Вставка животных. Вставляем готовых животных из 3д библиотеки.

7. Сохранение файла.

Например, был создан участок с домиком и внутренним интерьером (рис. 5). И его уже готовый вариант в цвете (рис. 6).

Данная работа позволяет получить представление о предложенных программах и их функционале.

Эта разработка будет полезна как для элективного курса, так и для внеурочной деятельности в школе.

Список литературы

1. Википедия – свободная энциклопедия. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Трёхмерная_графика.

2. Примерная рабочая программа по Информатике. URL: https://fgosreestr.ru/oop/primernaia-rabochaia-programma-srednego-obshchego-obrazovaniia-uchebnogo-predmeta-informatika-bazovyi-uroven-dlia-10-11-klassov-obrazovatelnykh-organizatsii.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЦИФРОВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ»

М.К. Бушуев, аспирант
Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена (Россия, Санкт-Петербург)
e-mail: misha.bush@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрены цифровые образовательные технологии, которые возможно использовать на уроках алгебры в 9 классе при изучении раздела «Теория вероятности», описана актуальность и приведены примеры их применения.

Ключевые слова: цифровые образовательные технологии, теория вероятности, викторина.

THE USE OF DIGITAL EDUCATIONAL TECHNOLOGIES WHEN STUDYING THE SECTION "PROBABILITY THEORY"

M.K. Bushuev, postgraduate
A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (Russia, St. Petersburg)

Abstract. The article discusses digital educational technologies that can be used in algebra lessons in grade 9 when studying the section "Probability Theory", describes the relevance and provides examples of their application.

Keywords: digital educational technologies, probability theory, quiz.

Качественные изменения в жизни людей, связанные с достижениями научно-технического прогресса, d том числе в области электроники, показывают необходимость изменений в сфере образования, в частности общего образования. Одним из направлений модернизации средств обучения и, как следствие, методических приемов и подходов к их дальнейшему использованию является внедрение информационно-компьютерных технологий в сферу образования. С этой целью Министерство просвещения РФ реализует Федеральный проект «Цифровая образовательная среда», обеспечивающий цифровую трансформацию системы образования. Если ещё десять лет назад уроки с использованием проектора, видеороликов и презентаций казались учащимся чем-то особенным и необычным, то теперь это становится обыденностью и не вызывает большого удивления. Следовательно, нужно находить новые средства и способы обучения, которые были бы интересны обучающимся при изучении предмета.

В своей работе мы предлагаем использовать цифровые образовательные технологии на уроках алгебры в рамках изучения раздела «Теория вероятности». В учебно-методическом комплексе Ю.М. Колягина [1] данная тема рассматривается в 9 классе в главе «Случайные события». Хочется отметить особую актуальность данного направления в связи с обновлением ФГОС ООО и введением нового учебного курса «Вероятность и статистика» в 7–9 классах.

Нашим основным цифровым инструментом послужила платформа для создания тестов и викторин «Quizizz» [4]. В этом сервисе уже имеется библиотека созданных вопросов и проведенных викторин, которые разделены на предметные области, к тому же имеется возможность вставлять в текст задания математические формулы и создавать вопросы различных типов (с одним или несколькими вариантами ответа, с кратким ответом, опрос). Отметим некоторые достоинства данного сервиса.

Во-первых, вопросы и предлагаемые ответы к ним учащиеся видят на экранах своих гаджетов и основном экране, то есть у учащихся нет необходимости постоянно смотреть на главный экран, что особенно актуально для школьников, сидящих на последних партах или имеющих проблемы со зрением. Во-вторых, сервис даёт возможность перемешать варианты ответов, поэтому учащимся будет труднее подсмотреть ответ у другого игрока. В-третьих, платформа имеет несколько вариаций проведения тестирования: «Классическая живая викторина» – учащиеся могут отвечать на вопросы, двигаясь в своем темпе, и при этом не зависеть от скорости ответов других участников; «Живая викторина с инструктором» –вопрос одновременно появляется на экранах учащихся и главном экране, время, отведенное на вопрос, в таком режиме одинаково для всех; «Домашняя работа» – работа запланирована на определенной срок. Несомненно, преимуществом данной платформы является также предоставление отчёта по окончании викторины. Благодаря ему учитель может увидеть, какие задания вызвали трудности у наибольшего количества учащихся, чтобы во время урока или на следующем занятии провести коррекцию знаний, решить подобные примеры вместе. К тому же отчёты позволяют наблюдать за результатами обучения каждого учащегося, прослеживать их динамику и в случае необходимости проводить индивидуальную работу с ними.

С целью развития коммуникативных и регулятивных универсальных учебных действий учащихся можно организовать урок в игровом формате по теме «Классическая вероятность» с использованием платформы Quizizz. Основными предметными задачами урока являются: знакомство с игровыми моделями, которые наиболее часто встречаются в задачах на теорию вероятности (игральные кости, домино, карты); введение групп понятий (достоверные, невозможные, случайные события и совместные, несовместные события); развитие умения решать задачи на классическое определение вероятности.

Каждому учащемуся при входе в кабинет выдается геометрическая фигура (квадрат, круг, треугольник, ромб, шестиугольник, трапеция) одного из трех цветов: красный, синий, зеленый. Школьники рассаживаются за столы-станции соответственно цвету полученной фигуры. Таким образом учащиеся делятся на три группы по 4–6 человек, в которых они будут работать на протяжении всего урока.

В классе находятся три станции, оснащенные компьютерами: «Игральные кости», «Домино», «Колода карт». На каждой станции учащиеся будут знакомиться с данными играми и проходить на компьютерах тест, в процессе решения которого необходимо взаимодействовать с данными играми. Учащиеся меняются станциями по кругу: в первый раз через 12 минут после начала игры, а затем каждые 10 минут. Учащийся, который будет ответственным за прохождение теста и непосредственно станет вводить ответы команды в компьютер, выбирается с помощью формы фигуры и платформы «Колесо фортуны». Таким образом, почти половина учащихся класса примерит на себя роль капитана команды, продемонстрирует свои лидерские качества и уровень ответственности.

Тестовые задачи, предлагаемые на каждой станции, мы разбили по блокам: «Знакомство с игрой», «Достоверные, невозможные и случайные события», «Лёгкие задачи на классическую вероятность», «Совместные и несовместные события», «Сложные задачи на классическую вероятность», а между ними находятся слайды с теоретическим материалом. При переходе от первого блока ко второму участники знакомятся с видами событий: невозможными, достоверными, случайными. Для лучшего понимания материала к каждому типу приведен пример такого события. Между вторым и третьим блоками учащимся напоминается определение классической вероятности, которое понадобится им при решении последующих заданий. По окончании третьего блока учащиеся знакомятся с понятием совместных и несовместных событий, подкрепленных примерами. Если учащиеся закончили выполнение заданий блока «Совместные и несовместные события» и у них осталось время, они приступают к решению задач блока «Сложные задачи на теорию вероятности». Тестовые вопросы приведены в избыточном количестве, чтобы у каждой команды всегда было задание. Если же команда закончила решать задания раньше установленного времени, то учащимся предлагается посмотреть правильность своих ответов и при наличии ошибок перерешать задачи. Приведем теперь по одному примеру заданий станции «Игральные кости» в соответствии с блоками.

Блок «Знакомство с игрой»

1. Сколько граней имеет игральная кость? (6)

2. Кубик лежит так, что сверху находится число 3. Какое число снизу? (4)

3. Если сверху на кубике находится число 1, то какое число находится снизу? (6)

4. Сколько в сумме очков на кубике? (21)

Блок «Достоверные, невозможные и случайные события»

5. Подкидывают игральную кость. Событие «выпадет 3 очка» является ...

А) невозможным; В) достоверным; С) случайным.

6. Подкидывают кубик. Событие «выпадет 7 очков» является ...

А) достоверным; В) случайным; С) невозможным.

7. Подкидывают игральный кубик. Событие "выпадет нечётное число очков" является ...

А) случайным; В) невозможным; С) достоверным.

8. Событие «выпадет число не меньше 1» при подбрасывании игральной кости является ...

А) случайным; В) невозможным; С) достоверным.

9. Подбрасывают игральную кость. Событие "сумма очков на видимых гранях будет равна 17" является ...

А) достоверным; В) случайным; С) невозможным.

Блок «Лёгкие задачи на классическую вероятность»

10. Подбрасывают игральную кость. Найдите вероятность того, что выпадет 4 очка. (1/6)

11. Найдите вероятность того, что при подбрасывании игральной кости выпадет нечётное число очков. (1/2 или 0,5)

12. Подкидывают игральную кость. Событие А = «выпадет число, кратное 3». Найдите вероятность события А. (1/3)

13. Подкидывают игральную кость. Найдите вероятность того, что сумма очков на верхней и нижней грани кубика равна 7. (1)

Блок «Совместные и несовместные события»

14. Подбрасывают игральный кубик. События «выпало число 5» и «выпало число 3» являются ...

A) совместными; B) несовместными.

15. Подбрасывают игральную кость. События «выпало 6 очков» и «выпало четное число очков» являются ...

A) совместными; B) несовместными.

16. События «выпало 4 очка» и «выпало нечетное число очков» при подбрасывании кубика являются ...

A) несовместными; B) совместными.

17. Подбрасывают игральный кубик. Пусть А =»выпало число, кратное 3», В = «выпало четное число». Тогда события А и В являются ...

A) совместными; B) несовместными.

18. Подбрасывают игральный кубик. Какие из событий являются совместными с событием «выпало 5 очков»?

A) выпало чётное число очков;

B) выпало нечётное число очков;

C) выпало не больше 5 очков;

D) выпало меньше 5 очков;

E) выпало число, кратное 10.

Блок «Сложные задачи на классическую вероятность»

19. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма очков на обоих кубиках будет равна 12. (1/36)

20. Какова вероятность, что при подбрасывании двух игральных костей, сумма очков на обеих костях будет равна 5? (1/9)

21. Подбрасывают два игральных кубика. Найдите вероятность того, что на одном из кубиков выпало 3 очка. (11/36)

На заключительном этапе уроке стоит уделить особое внимание взаимодействию учащихся в команде, анализу их командной работы. Отметим, что некоторых учащихся мотивирует соревновательный момент урока и использование раздаточного материала, особенно домино, с которым школьники редко сталкиваются в реальной жизни.

Использовать платформу Quizizz можно и для организации индивидуальной работы. На этапе актуализации материала целесообразно устроить небольшую викторину, в которой необходимо отразить важные для нового урока аспекты. В начале изучения раздела «Теория вероятности» это могут быть задания на выявление вида события, определение элементарных исходов события. Аналогично можно организовать этап контроля. Основным преимуществом использования платформы на данных этапах является оперативная обратная связь. Учащийся сразу узнает правильность своего ответа, может тут же задать вопрос педагогу, а учитель в соответствии с ответами школьников сможет обсудить ответы, подискутировать и при необходимости скорректировать ход урока.

Таким образом, цифровые образовательные технологии позволяют на уроках алгебры развивать познавательные и регулятивные универсальные учебные действия, так как учащиеся самостоятельно выполняют и контролируют свою работу, корректируют её по полученным в ходе обратной связи результатам. Использование ЦОР повышает вовлеченность учащихся в образовательный процесс, в том числе за счёт оперативности получаемой обратной связи и повышения наглядности материала, чего так не достает на уроках алгебры. Но не стоит преувеличивать возможности компьютеров, поскольку передача информации – это не передача знаний и культуры. Именно поэтому информационные технологии предоставляют педагогам очень эффективные, но вспомогательные средства.

Список литературы

1. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. Организаций / Ю.М. Колягин [и др.] М.: Просвещение, 2014. 304 с.
2. Зимнякова Т.С., Ларин С.В., Ларина Е.И. Особенности использования цифровых образовательных ресурсов в обучении математике и физике // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева (Вестник КГПУ). 2019. № 2(48). С. 26–32.
3. Налетова Н.Ю., Троицкая Л.М. Использование цифровых технологий на уроках математики для старшеклассников // Проблемы современного образования. 2020. № 6. С. 188–198.
4. Официальный сайт Quizizz. URL: https://quizizz.com/ (дата обращения: 10.07.2023).

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

В.В. Орлов, д-р пед. наук, профессор
Российский государственный педагогический университет имени А.И. Герцена (Россия, Санкт-Петербург)

Аннотация. В статье рассмотрен ряд ключевых проблем методики математики, не нашедших адекватных решений до настоящего времени.

Ключевые слова: методика обучения математике, самостоятельная познавательная деятельность, подготовка учителя математики, преемственность в обучении.

ACTUAL PROBLEMS OF MATHEMATICS TEACHING METHODS

V.V. Orlov, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (Russia, Saint Petersburg)

Abstract. The article considers a number of key problems of mathematics methodology that have not found adequate solutions to date.

Keywords: methods of teaching mathematics, independent cognitive activity, training of a mathematics teacher, continuity in teaching.

В настоящее время вновь происходят существенные изменения школьного и вузовского образования: возвращаются новые «старые» учебные предметы, появляются новые учебники, обновляется структура и содержание высшего образования. Касается это и системы российского математического образования. Напомним, что на государственном уровне математическое образование в России было представлено Школой математических и навигацких наук, в которой оно носило непрерывный характер от начального до, говоря современным языком, высшего военно-инженерного. Открытие Школы послужило драйвером построения системы отечественного математического образования. Оно формировалось в логике западноевропейской образовательной модели. Специалисты по истории математического образования не пришли к единому мнению по поводу тех источников, на базе которых Л.Ф. Магницкий написал свою «Арифметику» в 1703 году, но они точно не были отечественными. Далее были учебники математики Леонарда Эйлера и его российских учеников, прежде всего Василия Адодурова и Михаила

Головина. Отечественная система воспитания ребенка развивалась на основе идей Песталоцци, а «Великая дидактика» «подарена» нам чешским педагогом Я.А. Коменским. Напомним также, что реформы математического образования XIX и XX веков в нашей стране проходили в рамках общемирового движения за реформирование математического образования.

Каждый виток реформирования математического образования вызывает вопросы о целях и содержании обучения математике. И в настоящее время общественность в социальных сетях и на различных информационных ресурсах активно обсуждает эти вопросы. Стимулируют подобные дискуссии и результаты итоговой аттестации по математике в 9 и 11 классах, как это было недавно после появления «задачи о шинах» и изменений профильного варианта в 11 классе в 2023 году.

Так зачем же обучать математике? Несколько лет назад на кафедре методики обучения математике и информатике РГПУ имени А.И. Герцена автором статьи совместно с Н.С. Подходовой и В.И. Снегуровой был дан следующий ответ на этот вопрос: развитие и воспитание ученика средствами предмета в процессе его (ученика) самостоятельной деятельности по освоению математического содержания как основы для непрерывного образования, социализации и познания картины окружающего мира. Познание картины окружающего мира происходит через математическое моделирование. Необходимый для этого учебный материал представлен в содержательно-методических линия школьного и вузовского курсов математики. Это содержание давно сложилось и остается относительно устойчивым. Автор считает, что в настоящее время серьезных оснований для резкого изменения содержания данных курсов нет.

Главная проблема отечественного математического образования, и школьного, и вузовского состоит в том, что нет систематической работы по организации самостоятельной познавательной деятельности ученика по освоению им предметного содержания. При этом о деятельностном подходе к обучению математике не говорит только ленивый. Однако организацией такой деятельности вынужден заниматься учитель математики, у которого, возможно, нет времени или желания это делать, либо его никто этому не обучал. Да, в каждом учебнике математики можно найти примеры решенных задач, но главный этап работы с задачей – этап поиска ее решения – остается за кадром». Ситуация не изменится до тех пор, пока соответствующая линия – линия методологических знаний – не будет явно представлена в учебниках математики 5–6 классов, алгебры и геометрии 7–11 классов. Речь идет о структуре и видах определений понятий, структуре и видах теорем, стратегиях поиска решения задач, методах решения, критериях выбора метода, типологиях математических задач и других важных вопросах. Все это давно известно, хорошо разработано в методике математики, но остается вне поля зрения подавляющего большинства авторов учебников. Позволим предположить, что присутствие этой линии в учебниках повысило бы внимание учителей к обучению поиску решения задач, улучшило «трехбуквенные» результаты (ВПР. ОГЭ. ЕГЭ), снизило бы панику, которая постоянно возникает у учителей, учащихся и родителей даже при небольших изменениях в содержании итоговой аттестации по математике. Достаточно вспомнить ситуацию с задачами «про шины» или задачи ЕГЭ 2023. К тому же, вспоминая об этих формах промежуточной и итоговой аттестации, отметим, что многочисленные репетиционные работы «в формате ЕГЭ» не только отнимают время, но и вступают в противоречие с одним из основных законов психологии – законом Йеркса – Додсона, который учит нас, что высокий результат деятельности достигается при среднем уровне мотивации.

Реализация деятельностного подхода к обучению способствует активному развитию психических функций ученика: мышления, памяти, внимания. Традиционно математика несет ответственность за развитие логического и образного мышления. В настоящее время становится крайне актуальным и развитие других видов мышления средствами математики: критического, прогностического, дивергентного как у школьников, так и у студентов гражданских и военных вузов.

Еще одна острая проблема – подготовка педагогических кадров. Острый дефицит учителей математики в школах не является предметом обсуждения данной статьи, решение этой проблемы вне компетенции специалистов по обучению математике. Речь идет о качестве подготовки. Очевидно, что оно снижается. Кадровые проблемы решаются за счет привлечения студентов, переподготовки учителей других предметов или инженеров. В результате у части ныне действующих учителей математики нет фундаментального математического образования, поверхностны знания психологии и дидактики. Это отражается на понимании учениками основных закономерностей математики как науки и учебной дисциплины, приводит к нарушению внутрипредметных и межпредметных связей, что в итоге влечет за собой снижение успеваемости. Учителя также испытывают проблемы с объяснением сложных понятий «на пальцах», с решением задач повышенной сложности. Частично помочь с устранением этой проблемы может введение в системе переподготовки и повышения квалификации курса «Фундаментальные понятия математики». Его следует рассматривать как аналог курса «Научные основы школьного курса математики», который читается на математических факультетах педагогических вузов. И конечно, всех: и студентов педагогических вузов, и действующих учителей – следует учить реализации деятельностного подхода при обучении математике.

Отдельно следует остановиться на подготовке молодого учителя – выпускника педагогического вуза.

Когда автор был молодым учителем математики, считалось, что начинающие учителя испытывают трудности при объяснении нового материала, им трудно общаться с коллегами и учениками, они не умеют держать дисциплину на уроке. Эти трудности никуда не исчезли, к ним добавились новые: студенты-выпускники плохо говорят и пишут, им очень сложно общаться с родителями учеников, а порой и с администрацией школы, которая не всегда обоснованно поддерживает родителей в сложных ситуациях. Это подтверждается постоянным общением автора и его коллег по кафедре со студентами бакалавриата и магистратуры, работающими в школе. Студенты «в голос» просят подробно рассказать о средствах, с помощью которых на уроках математики можно удержать дисциплину, поскольку при распределении учебной нагрузки им порой отдают далеко не лучшие классы, о том, как общаться с родителями, которые считают своих детей непогрешимыми, и т.п. Конечно, частично проблему можно решить через систему встреч с учителями и директорами школ, выпускниками факультета математики, но этого недостаточно. Кафедрам педагогики и психологии также следует усилить свою работу со студентами в данном направлении, а не ограничиваться известными общими рекомендациями, а при подготовке административного резерва для системы образования следует больше внимания уделять подготовке потенциальных руководителей школ к работе с молодыми учителями. Наши наблюдения показывают, что часто начинающие учителя покидают школу из-за отсутствия взаимопонимания с администрацией школы. Отметим, что по состоянию на начало июня 2023 года в Санкт-Петербурге было официально свободно более трехсот вакансий учителей математики.

Напомним, что в Концепции развития математического образования в Российской Федерации процесс обучения математике рассматривается как единый многоступенчатый от дошкольного до послевузовского математического образования, что автоматически предполагает реализацию преемственных связей между ступенями. На наш взгляд, в настоящее время наиболее остро стоит проблема реализации связей между школьным и вузовским курсами математики. Эта проблема имеет две составляющие: организационно-методическую и содержательную. Первая связана с форматом обучения высшей математике (лекции и практические занятия, работа с циклами задач, коллоквиумы и устные экзамены, необходимость самостоятельного изучения студентами учебников или пособий по высшей математике). Вторая касается расстановки акцентов при изучении содержания в курсе алгебры и начал математического анализа и геометрии в школе и высшей математики в вузе. Вузовский курс математики традиционно включает элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, анализ функций одной и нескольких переменных, дифференциальные уравнения, элементы теории вероятностей и математической статистики. Пропедевтике этих вопросов в старшей школе нужно уделять больше внимания, показывать связи школьного и вузовского курсов, указывать на обобщение школьных понятий в вузе (функция одной переменной – функции нескольких переменных, пределы, производные и интегралы этих функций, системы линейных уравнений двух и нескольких переменных и методы их решения и т.п.).

Очевидно, что из курса геометрии старшей школы будущим студентам технических вузов напрямую потребуются векторы и координаты. Эта тема в настоящее время изучается поверхностно, поскольку непосредственного применения в заданиях ЕГЭ не имеет, хотя ряд задач стереометрии или планиметрии может решаться, например, координатным методом. С заданиями по математическому анализу похожая ситуация. Задания ЕГЭ не предусматривают полного исследования функции и построения ее графика, и задания данного типа становятся в школе заданиями второго плана. В курсе даже недостаточно заданий на вычисление производных сложных функций, студенты испытывают серьезные затруднения при изучении этой темы в вузе. Специфика итоговой аттестации такова, что на второй план отходят не только аккуратные формулировки определений математических понятий, но и формулировки теорем, а также их доказательства. Студенты младших курсов не понимают фундаментальных понятий математического анализа: предела функции, производной, определенного интеграла, поскольку достаточного внимания формированию соответствующих понятий в школе не уделяется. Все это немедленно сказывается на первом же экзамене или теоретическом зачете по высшей математике, и нередко это ведет к отчислению из-за академической неуспеваемости. Особенно печальна такая ситуация для студентов математических факультетов педагогических вузов. Надо помнить, что стране нужны грамотные, качественно подготовленные специалисты для различных отраслей производства, техники и науки.

К тому же курс высшей математики в большинстве случаев излагается в рамках абстрактно-дедуктивного подхода на основе информационной модели обучения, учебники высшей математики не всем студентам доступны для самостоятельного изучения, что осложняет активную познавательную деятельность многих студентов, особенно тех, у кого почти нет школьного опыта соответствующей деятельности, и это также ведет к снижению результативности обучения математике. Наш опыт обучения высшей математике показывает, что успеваемость студентов повышается, даже если излагать доказательства теорем в логике поиска этих доказательств, четко выделять типы задач, методы решения и учить выбирать метод. Это не потребует значительных дополнительных усилий и времени от преподавателя.

Полезно также чаще использовать в школе организационные формы обучения математике в вузе: уроки-лекции, теоретические зачеты, практикумы и др. Это, с одной стороны, облегчит начинающим студентам вузовской восприятие структуры обучения математике, а с другой – повысит значимость изучения теоретического материала в школьном курсе математики.

Обозначенные выше задачи не исчерпывают всю современную проблематику методики обучения математике, однако их решение позволит существенно улучшить качество обучения предмету и создаст условия для решения проблем, оставшихся за рамками данной статьи.

КРИТИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ КАК ОДНО ИЗ ОСНОВНЫХ УМЕНИЙ XXI ВЕКА. ЕГО СТРУКТУРА И ОСОБЕННОСТИ РАЗВИТИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Н.С. Подходова, доктор пед. наук, профессор
Российский Государственный педагогический университет имени А.И. Герцена (Россия, Санкт-Петербург)
e-mail:podhodova@gmail.com
О.Ю. Терентьева, аспирант
Российский Государственный педагогический университет им. А.И. Герцена (Россия, Санкт-Петербург)
e-mail:olgaspuperlove@mail.ru

Аннотация. Критическое мышление относится к навыкам XXI века, точнее умениям, владение которыми необходимо современному человеку. Оно играет ведущую роль при работе с информацией и выделено среди метапредметных результатов в государственном образовательном стандарте. В ходе анализа литературы было установлено, что развитие критического мышления при изучении математики преимущественно сводится к овладению формальной логикой. В то же время в исследованиях по критическому мышлению утверждается, что логика является только составляющей критического мышления, но при этом все остальные компоненты, т.е. структура критического мышления, явно не определены. Поэтому одним из базовых вопросов нашего исследования являлся вопрос об основных составляющих критического мышления, о выделении умениевых компонентов критического мышления как умственной деятельности. Анализ научных работ по проблеме исследования позволил нам выделить структуру критического мышления, а также основные умения, владение которыми необходимо для становления критического мышления, сделать вывод о значимости развития у школьников softskills, не менее важных, чем hardskills. Результаты решения данного вопроса описаны в статье. Для развития разных умениевых компонентов были разработаны задания и апробированы на практике. Примеры заданий на умениевые компоненты, не представленные в учебниках по математике, также описаны в статье. При этом наиболее целесообразной формой организации работы по развитию умениевых компонентов критического мышления является групповая, что позволит развить softskills и ускорит развитие критического мышления как требующего владения коммуникативными умениями.

Ключевые слова: умения XXI века, критическое мышление, вероятностное мышление, неформальная логика, умениевые компоненты критического мышления, учащиеся средней школы.

CRITICAL THINKING AS ONE OF THE BASIC SKILLS OF THE XXI CENTURY. ITS STRUCTURE AND FEATURES OF DEVELOPMENT IN TEACHING MATHEMATICS

N.S. Podkhodova, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (Russia, Saint Petersburg)
O.Y. Terentyeva, PhD student
A.I. Herzen Russian State Pedagogical University (Russia, Saint Petersburg)

Abstract. Critical thinking refers to the skills of the XXI century, more precisely, the skills that modern man needs to possess. It plays a leading role in working with information and is singled out among the meta-subject results in the state educational standard. During the analysis of the literature, it was found that the development of critical thinking in the study of

mathematics mainly comes down to the mastery of formal logic. At the same time, studies on critical thinking state that logic is only a component of critical thinking, while all other components, i.e. the structure of critical thinking is not explicitly defined. Therefore, one of the basic questions of our study was the question of the main components of critical thinking, the allocation of skillful components of critical thinking as a mental activity. The analysis of scientific works on the research problem allowed us to identify the structure of critical thinking, as well as the basic skills that are necessary for the development of critical thinking, to conclude that the development of soft skills in schoolchildren is no less important than hard skills. The results of solving this issue are described in the article. For the development of various skill components, tasks were developed and tested in practice. Examples of tasks for skill components that are not presented in math textbooks are also described in the article. At the same time, the most expedient form of organizing work on the development of skillful components of critical thinking is group work, which will allow developing soft skills and accelerate the development of critical thinking as requiring possession of communication skills.
Keywords: 21st century skills, critical thinking, probabilistic thinking, informal logic, skill components of critical thinking, high school students.

Одной из главных целей современной образовательной системы является создание условий для реализации в окружающем мире способностей и образовательных потребностей каждого человека. А это значит, что необходимо учитывать не только особенности и наклонности учащихся, но и происходящее в окружающем мире. На смену SPOD и VUCA-миру (Steady, Predictable, Ordinary, Definite – устойчивый, предсказуемый, простой, определенный) пришел постпандемийный BANI-мир (Brittle, Anxious, Nonlinear, Incomprehensible – хрупкий, тревожный, нелинейный, непонятный / непостижимый). Этот мир совсем не похож на мир, в котором росли сегодняшние учителя, в нем ценными являются другие качества и другие умения. Многие специальности становятся невостребованными. Предполагается, что к 2030 году до 800 миллионов рабочих мест заменят роботы, появится не менее 150 новых специальностей (развиваются био- и нанотехнологии, генная инженерия, мембранные и квантовые технологии, фотоника…), овладение которыми требует других умений и качеств личности, чем привычные для сегодняшних учителей. На всемирном экономическом форуме в 2020 году был сформулирован Топ-10 навыков: решение проблем, креативность, критическое мышление, управление людьми, взаимодействие с людьми, эмоциональный интеллект, принятие решений, ориентация на сервис, переговоры, гибкость мышления. И большинство этих умений связаны с softskills. Исследование Гарвардского университета позволили сделать следующие выводы: 77% руководителей считают, что владение softskills не менее важно в современном мире, чем владение hardskills; владение softskills гарантирует 85% успеха. Нестабильность мира предполагает смену профессий в течение жизни. Если раньше человек заканчивал обучение к 30 годам, то в настоящее время люди продолжают обучение и после 55–60 лет [1]. При этом основным инструментом получения образования является работа с информацией. Знаменитый афоризм Н. Ротшильда гласит: кто владеет информацией – тот владеет миром. Интегративное умение работать с информацией включает такие составляющие, как нахождение, отбор, анализ, оценка, обобщение информации и т.д. Эти умения отражены в Федеральном государственном образовательном стандарте общего образования среди метапредметных результатов, которые должны быть достигнуты средствами различных предметов школьной программы. С другой стороны, перечисленные умения являются составляющими критического мышления. Поэтому для овладения умением работать с информацией необходимо развитие именно критического мышления (КМ). В международном научном проекте ATS21C (Assessment Teacher Skills 21 Century), руководителем которого является Патрик Гриффин, профессор Мельбурнского университета, и который направлен на оценку и преподавание навыков и компетенций XXI века, именно умение критически мыслить выделено в качестве одной из ведущих компетенций. Агентство стратегических исследований России (АСИ) в рамках стратегической инициативы «Навыки будущего» опубликовало требования к обучению им. Также в указанных документах навык мыслить критически отмечен как один из важнейших навыков будущего. Поэтому его развитие должно являться одной из основных задач современной школы. При этом, учитывая значимость softskills, становление КМ можно организовать (и его природа это позволяет) через сотрудничество учащихся, а значит и формирование softskills. Но проблема заключается в том, что само понятие критического мышления нечетко структурировано. Несмотря на существование исследований по развитию КМ при изучении математики, чаще всего оно сводится к развитию логического мышления. Поэтому проблема выявления структуры КМ и развития его компонентов при обучении математике является актуальной.

В педагогической энциклопедии мышление определяется как процесс **познавательной деятельности** человека, характеризующийся обобщенным и опосредованным отражением предметов и явлений действительности в их существенных свойствах, связях и отношениях [2]. Значит, и критическое мышление следует рассматривать как деятельность человека, точнее умственную деятельность. Но всякая деятельность состоит из умений. Поэтому с точки зрения методики, т.е. процесса формирования или развития КМ в процессе обучения математике, целесообразно представить определение критического мышления через такое педагогическое понятие как умение.

В процессе анализа различных подходов к определению понятия «критическое мышление» было установлено, что большинство определений КМ включают несовпадающие наборы характеристик или умений, входящих в структуру критического мышления. Например, американский профессор и преподаватель колледжа Дэвид Клустер в работе «Что такое критическое мышление?» выделяет основные пять параметров критического мышления [3].

1. Критическое мышление есть мышление самостоятельное.
2. Информация является отправным, а отнюдь не конечным пунктом критического мышления.
3. Критическое мышление начинается с постановки вопросов и уяснения проблем, которые нужно решить.
4. Критическое мышление стремится к убедительной аргументации.
5. Критическое мышление есть мышление социальное.

В педагогическом словаре Г.М. Коджаспировой автор трактует критическое мышление как способность анализировать информацию с позиций логики, умение выносить обоснованные суждения, предлагать решения и применять полученные результаты как к стандартным, так и к нестандартным ситуациям, вопросам и проблемам [4]. В этом определении указаны некоторые умения, которые необходимы для развития критического мышления, в частности логика. О включении логики в КМ пишет и А.С. Боброва. Она отмечает, что связь критического мышления с навыками логического анализа прослеживается на протяжении практически всей истории философской мысли [5]. Но анализ определения Г.М. Коджаспировой показывает, что КМ не сводится к логике. Следовательно, можно предположить, что критическое мышление включает в себя и другие компоненты.

В некоторых источниках высказывается мнение о том, что еще одним из компонентов критического мышления является неформальная логика. Термин «неформальная логика» возник достаточно недавно, в конце XX века, за рубежом, однако основы этого понятия были заложены еще Аристотелем, основателем логики. Сегодня в научной литературе можно встретить различные трактовки понятия «неформальная логика». В статье И.В. Хоменко приводится восемь трактовок понятия неформальной логики. Для нашего исследования была выбрана трактовка, в которой под неформальной логикой понимается нормативная наука, предметом изучения которой является аргументация. Эта область логики разрабатывает неформальные стандарты, критерии и процедуры для аргументации, оценки и построения аргументации на естественном языке [6]. Данная трактовка наиболее полно показывает взаимосвязь неформальной логики и критического мышления, в котором обязательной составляющей является выражение и обоснование своей точки зрения. При этом данная составляющая не обеспечивается в полной мере логикой. Содержание школьного математического образования базируется на правилах формальной логики, когда из А следует В строго определенно. Но необходимо также учитывать, что в реальном мире на следование события В из А могут влиять и другие факторы, что означает, что из А следует В с определенной степенью вероятности. Ситуации, в которых нам необходимо оценивать вероятность совершения событий, требуют развитого вероятностного мышления.

Термин «вероятностное мышление» появился в научной литературе относительно недавно. Ввел этот термин в 1945 году психолог Б.М. Теплов для обозначения «вида мышления, в структуру которого входят суждения о степени вероятности ожидаемых событий» [7]. Позднее появились более точные формулировки определения данного понятия. Так, Л.В. Тарасов понимает под вероятностным мышлением осознание условности догматов, ориентацию на вариативность, готовность к перестройке, к поиску оптимальных путей [8]. На основе анализа различных подходов к определению вероятностного мышления [2; 5; 8] мы выделили его особенности:

– не всегда ответ на поставленный вопрос (задачу) будет носить точный характер;

– направлено на поиск оптимальных путей решения проблемы;

– имеет другой по сравнению с логическим характер причинно-следственной связи;

– функционирует на базе случайных событий, средней величины, отклонения от среднего;

– предоставляет возможность рассмотреть проблему с разных сторон;

– включает умение встать на противоположную позицию, чем собственная;

– ориентировано на вариативность;

– предполагает готовность к изменению своей точки зрения.

Таким образом, КМ опирается на логическое мышление, неформальную логику, вероятностное мышление. Структура КМ включает такие основные умениевые компоненты, как анализ и оценка поступающей информации, в том числе вероятностная оценка; готовность к выдвижению гипотез; выражение и обоснование своей точки зрения, причем на основе как формальной, так и неформальной логики, включая представления; определение и выявление причинно-следственных связей на основе как формальной логики, так и вероятностного мышления; формулирование проблемы; поиск решения поставленной проблемы; обобщение полученной информации; возможность рассмотреть проблему с разных сторон; ориентация на вариативность; готовность к перестройке своей точки зрения; умение встать на противоположную позицию по отношению к предложенным; поиск оптимальных путей решения проблемы; умение применять полученные знания при решении задач реального мира.

Учитывая высказывания Д. Клустера о том, что информация является отправным, а отнюдь не конечным пунктом критического мышления, можно сделать вывод, что все перечисленные умения фактически являются умениями, необходимыми для работы с информацией. Поэтому для формирования этого обобщенного умения компоненты КМ являются базовыми, а задания на развитие этих компонентов будут способствовать овладению обучающимися интегративным умением «работа с информацией». Такие задания могут быть предложены на материале разных учебных предметов.

Приведем примеры заданий, направленных на развитие тех выделенных структурных умениевых компонентов критического мышления, с которыми работа на уроках математики ведется слабо или отсутствует.

Задание 1. В таблице представлено количество набранных очков командой «Зенит» в шести сыгранных матчах.

Таблица

Игра 1	Игра 2	Игра 3	Игра 4	Игра 5	Игра 6
5	9	0	5	0	7

Вопросы:

1. Каковы должны быть результаты следующего матча, чтобы среднее увеличилось, а медиана уменьшилась?
2. Спрогнозируйте результаты следующей игры, чтобы медиана и среднее остались на прежнем уровне. Оцените результаты своего прогноза на достоверность в реальной ситуации. Обоснуйте свою оценку.
3. Как вы думаете, что влияет на изменение моды, медианы, среднего значения? Объясните и обоснуйте свою точку зрения.

Это задание направлено на развитие таких умений, как выражение и обоснование своей точки зрения, причем на основе как формальной, так и неформальной логики; готовность к выдвижению гипотез; анализ и вероятностная оценка поступающей информации; обобщение полученной информации.

Задание 2. Перед вами представлена развертка кубика, на гранях которого написаны буквы. Некоторые отрезки, из которых состоят буквы, выделены особыми цветами: красный (красн), оранжевый (о), синий (син), голубой (г), темно-зеленый (тз), желтый (ж), серый (сер), розовый (р), коричневый (кор) и светло-зеленый (сз).

1. Представьте, какие отрезки будут параллельны друг другу, когда мы из данной развертки сложим кубик. Запишите как можно больше пар параллельных отрезков в виде: тз || о.
2. Верно ли, что если сложить кубик, то найдется две тройки параллельных между собой отрезков? Ответ обоснуйте.
3. Верно ли, что если на плоскости развертки есть параллельные отрезки, то, после того как будет свернут кубик, отношение параллельности сохранится? Ответ обоснуйте.
4. Сформулируйте условие, при котором параллельные на плоскости развертки отрезки перестают быть параллельными при складывании из развертки кубика.

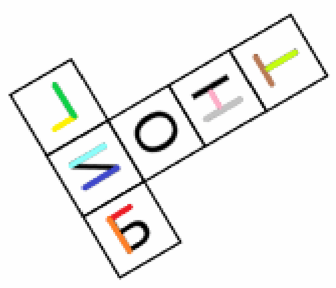


Рис. 1. Развертка кубика

Замечание: при изучении параллельных прямых целесообразно сказать, что определение параллельных прямых (лежат в одной плоскости, не пересекаются) работает и в пространстве. В связи с этим полезно давать учащимся задания с выходом в пространство. Данное задание предполагает умение обосновать на уровне представлений, и такого содержательного обоснования для развития критического мышления в этом возрасте и на этом уровне подготовки будет достаточно. Задание направлено на развитие таких умений как выражение и обоснование своей точки зрения на основе неформальной логики; поиск решения поставленной проблемы; обобщение полученной информации.

определение и выявление причинно-следственных связей, на основе как формальной логики, так и вероятностного мышления; формулирование проблемы; поиск оптимальных путей решения проблемы; умение применять полученные знания при решении задач реального мира.

В учебниках не представлены задания на **умение давать вероятностную оценку совершению событий**, что может являться основной причиной того, что они вызывают трудности у учащихся.

Задание 3. Дан треугольник со сторонами 3, 4, 5. Также представлены числа:

a) вероятность того, что данный треугольник подобен треугольнику, у которого синус одного из углов равен $\frac{3}{5}$;

b) вероятность того, что данный треугольник подобен прямоугольному треугольнику, у которого один из острых углов равен одному из углов исходного треугольника;

c) вероятность того, что данный треугольник подобен треугольнику, описанному вокруг исходного таким образом, чтобы вершины исходного лежали на серединах сторон;

d) вероятность того, что данный треугольник подобен равнобедренному прямоугольному треугольнику;

e) вероятность того, что данный треугольник подобен прямоугольному треугольнику с катетами, равными 15 и 20.

Запишите буквы в порядке возрастания чисел, которые они обозначают. Пример записи ответа: abcde.

Варианты верных ответов: bcead, becad, cbead, cebad, ecbad, ebcad.

Это задание направлено на развитие таких умений, как ориентация на вариативность; определение и выявление причинно-следственных связей, на основе как формальной логики, так и вероятностного мышления; умение давать вероятностную оценку поступающей информации.

Для того чтобы видеть объекты, ситуации с разных сторон, что является базовым умением для критически мыслящего человека, надо обладать системными знаниями, представлениями, видеть предметы во взаимосвязи. Поэтому задания на систематизацию необходимы для развития КМ. Такие задания практически отсутствуют в учебниках.

В целях систематизации понятий, их свойств и признаков необходимо учитывать все вершины логического треугольника Фреге (термин, смысл или содержание понятия, значение или объем понятия). При этом учащиеся должны понимать, что одно и то же понятие может иметь как множество разных терминов, так и множество разных смыслов и значений; смыслы математических понятий могут быть переданы через определения, признаки или свойства, существенные для них. Поэтому учащиеся должны уметь выделять разные смыслы понятий, переходить от одного смысла к другому и устанавливать связи между ними. Это предполагает построение заданий на систематизацию на основе реализации такого психологического механизма, как децентрация [8]. Это значит, что ррассматриваемые в задании множества, описывающие понятия, должны задаваться по разным основаниям (обобщающим словом (термином), характеристическим свойством (признаком)) и разными способами представления (аналитически, образно-графически, вербально). В таком случае для нескольких понятий неоднократно надо будет делать переход от одного смысла к другому, от одного способа представления к другому, т.е. устанавливать различные связи как основу системы. Рассмотрим реализацию этого принципа на примере.

Задание 4. Изобразите с помощью кругов Эйлера отношения между множествами, данными ниже.

A. Множество пар треугольников A и B, где A~B.

B. Множество пар треугольников с тремя пропорциональными сторонами.

C. Множество пар треугольников.

D. Множество пар треугольников A и B, где $S_A = S_B$.

E. Множество пар прямоугольных треугольников, у которых равны косинусы острых углов.

F. Множество пар треугольников, равных друг другу.

G. Множество пар треугольников со сторонами a, b, c, для которых верно $a^2 + b^2 = c^2$.

H. Множество пар равносторонних треугольников.

I. Множество пар треугольников, у которых медиана является биссектрисой и равна половине стороны, к которой проведена.

Возможный вариант решения задания см. на рисунке 2.

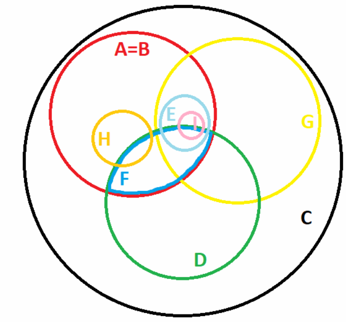


Рис. 2. Решение задания на круги Эйлера по теме «Подобные треугольники»

Это задание направлено на развитие таких умений, как анализ и вероятностная оценка поступающей информации; ориентация на вариативность; возможность рассмотреть проблему с разных сторон.

В статье освещена проблема актуальности развития критического мышления, а также рассмотрены основные составляющие критического мышления, выделены основные умениевые компоненты для развития критического мышления и приведены примеры заданий.

Список литературы

1. 1.https://vk.com/@lkonsul-o-vuca-mire-dlya-predprinimatelei-i-biznesmenov.
2. Российская педагогическая энциклопедия. В 2 т. / Гл. ред. В.В. Давыдов. М.: Большая Российская энциклопедия, Т. 1. 1998. Т. 2: М – Я, 1999. 672 с.
3. Клустер Д. Что такое критическое мышление? М.: Русский язык, 2002, № 29. С. 3.
4. Коджаспирова Г.М., Коджаспиров А.Ю. Педагогический словарь. М.: Академия, 2005. 176 с.
5. Боброва А.С. Критическое мышление или логика? URL: https://ojs.philosophy.spbu.ru/index.php/lphs/article/view/636/624 (дата обращения: 09.07.2023).
6. Хоменко И. В. Теоретические проблемы неформальной логики: конфликты точек зрения. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/teoreticheskie-problemy-neformalnoy-logiki-konflikty-tochek-zreniya-1/viewer (дата обращения: 01.07.2023).
7. Арзуманинян Н.И. Вероятностный стиль мышления: сущность понятия и свойства. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/veroyatnostnyy-stil-myshleniya-suschnost-ponyatiya-i-svoystva/viewer (дата обращения: 01.07.2023).
8. Методика обучения математике. В 2 ч. Ч. 1: Учебник для среднего профессионального образования / Н.С. Подходова [и др.] ; под ред. Н.С. Подходовой, В.И. Снегуровой. М.: Юрайт, 2023. 274 с.

ОСНОВНЫЕ ПОХОДЫ К ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ФИЗИКИ

А.В. Дюндин, кандидат пед. наук, доцент
Е.В. Кислякова, кандидат пед. наук
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: elena151082@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности методики обучения оценке погрешностей в лабораторном практикуме школьного курса физики. Сравниваются два подхода к определению погрешностей, предложенные в школьных учебниках по физике для 10 класса. Приводится пример оценки погрешностей для одной из лабораторных работ.

Ключевые слова: методика обучения физике, оценка погрешностей измерений.

MAIN APPROACHES TO THE EVALUATION OF MEASUREMENT ERRORS IN THE SCHOOL COURSE OF PHYSICS

A.V. Dyundin, candidate of pedagogical sciences, associate Professor
E.V. Kislyakova, candidate of pedagogical sciences
Smolensk State University (Russia, Smolensk)
e-mail: elena151082@mail.ru

Abstract. The article discusses the features of the methodology for teaching the evaluation of errors in the laboratory workshop of the school course in physics. Two approaches to the determination of errors proposed in school textbooks in physics for grade 10 are compared. An example of error estimation for one of the laboratory works is given.

Keywords: methods of teaching physics, evaluation of measurement errors.

Школьный курс физики закладывает фундамент успешного технического образования и профессиональной инженерной деятельности в будущем. Одной из основных компетенций, необходимых современному инженеру, является умение планировать и проводить эксперимент, анализировать полученные данные и оценивать погрешности измерения. В федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования в качестве предметных результатов освоения курса физики включены умения проводить прямые и косвенные измерения физических величин и оценивать погрешности измерений [1]. Для достижения данных предметных результатов в школьный курс физики обязательно включается лабораторный практикум. Однако обработке результатов измерения и методам оценки погрешностей уделяется явно недостаточно внимания, а в школьных учебниках физики отсутствует единый подход к оценке погрешностей.

Рассмотрим методику оценки погрешностей, предлагаемую авторами двух достаточно распространенных в школах учебников по физике для 10 класса.

Авторы многократно переизданного пособия [2] в начале лабораторного практикума приводят достаточно информативные сведения по инструментальным погрешностям и их оценке. Также авторы рассматривают пример расчета погрешности прибора на основе класса точности, однако в лабораторном практикуме в дальнейшем этот метод не используется. Для косвенных измерений представлена таблица с примерами расчета относительных погрешностей для зависимостей стандартного вида. Особое внимание уделяется правилам записи результатов измерений и их сравнению на основе построения интервалов. Абсолютная погрешность прямого измерения оценивается на основе только систематических погрешностей прибора и отсчета. Случайные погрешности упоминаются вскользь, методика их расчета не приводится, и в лабораторном практикуме они не оцениваются. Следует отметить, что задания по оценке погрешностей включены не во все работы лабораторного практикума, также авторы допускают проведение однократных измерений с учетом максимального значения величины погрешности.

Авторы учебного пособия [3] выносят теорию по оценке погрешностей в приложение к основному материалу учебника. В приложении даются определение и базовые формулы для расчета абсолютных и относительных погрешностей. Также авторы обращают внимание на наличие разброса значений измеряемых величин и фактически описывают расчет случайной погрешности измерения, при этом не называя ее. Оценку величины косвенных измерений предлагается выполнять методом границ. Однако задания для лабораторного практикума в рассматриваемом пособии также не предполагают обязательную оценку погрешностей, хотя в некоторых работах предусмотрено повторение эксперимента при постоянных начальных условиях с последующим усреднением результатов. Указания по правильной записи результатов измерений отсутствуют.

Такой подход к оценке погрешностей, по нашему мнению, является неприемлемым, поскольку формирует у учащихся неверное представление о природе погрешностей и создает иллюзию ненужности учета погрешностей при анализе результатов эксперимента. Отдельно отметим, что почти во всех учебниках лабораторный практикум не предполагает оценку случайных погрешностей, а в школьном курсе математики практически отсутствует материал по случайным погрешностям и их связям со статистикой. В то же время расчет случайных погрешностей может выполняться по простым формулам и существенно не осложнит обработку результатов. Сложным остается вопрос оценки погрешностей косвенных измерений. Даже если в учебнике приводится ряд типовых формул для расчета косвенных погрешностей, происхождение этих формул для ученика в большинстве случаев остается непонятным. Также необходимо отметить отсутствие единой методики оценки погрешностей измерений в школьных учебниках и процедуры выполнения лабораторных работ.

Для обеспечения выполнения требований федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования в части предметных результатов освоения курса физики, а также выработки единого подхода к выполнению лабораторных практикумов авторами статьи разработаны рекомендации. Основное содержание предлагаемой методики сводится к следующим тезисам.

1. Прямые измерения необходимо выполнять несколько раз, количество повторений зависит от сложности измерений.

2. При выполнении всех работ лабораторного практикума в старших классах необходимо оценивать инструментальные и случайные погрешности.

3. Требуется проводить оценку погрешностей косвенных измерений. Для этого можно давать готовые формулы (как в учебнике [2]) или, для подготовленных учеников, предоставлять им возможность получить такие формулы самостоятельно.

4. Следует контролировать правильную запись результатов прямых и косвенных измерений.

5. Использовать в процессе обработки результатов электронные таблицы. Например, Excel позволяет достаточно просто оценить случайные погрешности при помощи встроенных функций.

Рассмотрим предлагаемую авторами статьи методику оценки погрешностей измерений на примере лабораторной работы «Измерение ускорения свободного падения при помощи математического маятника». Период колебаний математического маятника рассчитывается по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad . \qquad (1)$$

Так как время одного колебания (период) определить сложно, то используем время некоторого количества колебаний N. В итоге для косвенного определения ускорения свободного падения получаем формулу:

$$g = \frac{4\pi^2 N^2}{t^2} l. \qquad (2)$$

Результаты прямых измерений длины маятника l и времени t для N колебаний приведены в таблице 1.

Таблица 1

Результаты измерений для лабораторной работы

№ опыта	N	l, м	t, с	T, с	g, м/с^2
1	30	0,805	54,2		
2		0,802	54,0		
3		0,807	53,8		
4		0,804	54,0		
5		0,805	53,8		
$\bar{x}$		0,805	53,96	1,80	9,81

Каждое прямое измерение, как видно из таблицы 1, повторяли 5 раз.

Абсолютную погрешность найдем как сумму систематической и случайной погрешностей:

$$\Delta = \Delta_{сист} + \Delta_{случ}. \qquad (3)$$

Систематическая ошибка в соответствии с рекомендациями [2] может быть найдена как сумма инструментальной погрешности и погрешности отсчета, каждая из которых, в свою очередь, равна половине цены деления средства измерения. Величину систематической погрешности определения длины примем равной $\Delta_{сист\ l} = 1$ мм, времени – $\Delta_{сист\ t} = 0{,}2$ c.

Случайные погрешности определим по рекомендациям [3] как среднее арифметическое модулей отклонений результатов измерений от среднего арифметического. В результате получим следующие значения случайных погрешностей определения длины $\Delta_{случ\ l} = 1{,}2$ мм, времени – $\Delta_{случ\ t} = 0{,}14$ c.

Тогда абсолютные погрешности для длины и времени будут равны соответственно $\Delta_l = 2{,}2$ мм и $\Delta_l = 0{,}34$ с.

Опираясь на формулы из учебника [2], получим выражение для расчета относительной ошибки определения ускорения свободного падения (погрешность числа π и количества колебаний N не учитываем):

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta t}{t}. \qquad (4)$$

После расчетов получим относительную $\varepsilon_g \approx 2\%$ и абсолютную $\Delta g \approx 0{,}2$ (м/с^2) погрешности для косвенного измерения.

Финальный результат определения ускорения свободного падения можно записать в следующем виде: $g = (9{,}8 \pm 0{,}2)$ м/с^2, $\varepsilon_g = 2\%$.

Представленная методика не усложняет существенно процесс обработки результатов лабораторной работы, но в то же время делает его более логичным и понятным для ученика, а также позволяет сформировать навыки обработки результатов измерений, которые пригодятся в дальнейшем.

Список литературы

1. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования. URL: https://base.garant.ru/70188902/8ef641d3b80ff01d34be16ce9bafc6e0/ (дата обращения 05.07.2023).
2. Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б., Сотский Н.Н. Физика: учеб. для 10 кл. общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / под ред. В.И. Николаева, Н.А. Парфентьевой. М.: Просвещение, 2010. 366 с.
3. Генденштейн Л.Э., Дик Ю.И. Физика: Учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений. Базовый и углубленный уровни. В 3 частях. Ч. 1 / под ред. В.А. Орлова. М.: Мнемозина, 2014. 304 с.

ВЛИЯНИЕ ЦИФРОВИЗАЦИИ НА ЛОГИЧЕСКОЕ МЫШЛЕНИЕ УЧАЩИХСЯ

О.В. Самуйленкова, студентка, учитель математики
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: olgasamuy97@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются особенности логического мышления школьников. Затрагиваются вопросы развития у учащихся образно – логического мышления на уроках математики при решении практических задач.

Ключевые слова: цифровизация, логическое мышление.

IMPACT OF DIGITALIZATION ON STUDENTS' LOGICAL SCHOOL CHILDREN

O.V. Samuylenkova, student, math teacher
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article discusses the features of logical thinking of schoolchildren. The issues of the development of students' imaginative and logical thinking in mathematics lessons when solving practical problems are touched upon.

Keywords: digitalization, logicalthinking.

Современный мир и, соответственно, система образования развиваются очень быстрыми темпами. То, что для современных родителей кажется каким-то чудом техники, детьми воспринимается как обыденность и повседневность. В этом технологическом мире очень много информации и различных ресурсов. Зачастую учащимся сложно правильно систематизировать информацию, правильно провести анализ и синтез. Такие умения – это общеинтеллектуальные умения, без которых нельзя освоить знания в различных областях в любой сфере или деятельности. В условиях неограниченного роста информации и обработки данных требуется сформировать у учащихся логическое мышление. Навыки логического мышления становятся частью воспитания и культуры современного ребенка. Система образования должна следовать тенденциям и обеспечивать развитие логического мышления, в том числе и на уроках математики. Целью при этом является не только формирование логических понятий, обучение решению задач, но и умение применять приобретенные навыки в конкретных жизненных ситуациях, при столкновении со сложными практическими задачами [6, с. 128].

Отметим, что в психологии выделяют следующие виды логического мышления.

1. **Образно-логическое или наглядно-образное**. Присуще каждому человеку с детства. Сначала оно заключается в способности визуализировать, когда ребенок пытается

представить в уме ранее увиденное и манипуляции с этим, качественные и иные изменения. Затем данный подвид преобразуется в ассоциативный, как только в голове накоплен определенный объем знаний, которые можно сравнивать по конкретным критериям для получения корректных выводов и принятия на их основе решений.

2. А**бстрактно-логическое**. Заключается в манипуляциях со смыслами, сутью явлений. Если наглядно-образное мышление позволяет представить последствия, то абстрактно-логическое помогает понять, почему это произойдет. Человек учится выстраивать смысловые цепочки и работать с ними.

3. **Словесно-логическое**. Представляет собой вербальное выражение мыслительного процесса. Человек думает и анализирует вслух, используя для убедительности изменение темпа, интонации, эмоции. Успешность освоения этого вида мышления выражается в умении вести диалог и слушать собеседника, последовательно аргументируя свою точку зрения или отстаивая позицию в споре.

Таким образом, *образно-логическое мышление* – мыслительный процесс, который предполагает визуальное представление ситуации и оперирование образами составляющих предметов. Можно сказать, что это синоним слову «воображение», которое помогает в математике найти нестандартный подход к решению задач.

Наглядно-***действенное***, наглядно-***образное***, словесно-***логическое*** и абстрактно-***логическое мышление*** являются последовательными *этапами* развития ***мышления*** в филогенезе и в онтогенезе. В настоящее время в психологии убедительно показано, что эти четыре вида мышления сосуществуют у взрослого человека и функционируют при решении различных задач. Все виды мышления тесно взаимосвязаны. При решении задач словесные рассуждения опираются на яркие образы. В то же время решение даже самой простой, самой конкретной задачи требует словесных обобщений. Поэтому описанные виды мышления нельзя оценивать как более или менее самоценные, изолированные. Абстрактно-логическое или словесно-логическое мышление не могут быть «идеалом» мышления вообще, конечной точкой интеллектуального развития. Дальнейшее совершенствование мышления связывается в психологии с расширением и конкретизацией сфер приложения усвоенных мыслительных норм и техник [3, с. 183].

Существуют методики диагностики образно-логического мышления, например описанные в книге Р.С. Немова «Психодиагностика». Примеры диагностических заданий также представлены в этой книге [4, с. 215]. Однако данные задания разработаны для младших школьников и не учитывают специфику обучающихся других ступеней, тем более взрослых людей.

Чтобы развить образно-логическое мышление на уроках математики в основной школе и старших классах, необходимо создать среду, которая будет стимулировать учащихся к визуализации математических задач и экспериментированию. Включение визуальных материалов, игр, проектов и открытых вопросов поможет учащимся развить свое образное мышление и применить его в решении математических задач.

Можно выделить несколько приемов, которые будут способствовать развитию образно-логического мышления на уроках математики.

1. *Открытые вопросы.* Главная задача не дать готовый материал для заучивания, а сформулировать проблему для самостоятельного разрешения учащимися. Например, предложить на уроке практическую жизненную задачу, с которой они могут столкнуться дома [1, с. 105].

2. *Использование сюжетных задач с конкретными ситуациями и предметами.* При решении задач можно использовать жизненные ситуации или предметы, чтобы помочь учащимся визуализировать решение. Например, при изучении пропорций можно использовать реальные предметы, чтобы продемонстрировать, как они связаны друг с другом.

Задача. Девочка пошла к железнодорожной станции. Расстояние от дома до станции 10,5 км. Через 30 минут вслед за ней из дома вышла мама, которая, идя со скоростью 4 км/ч, догнала дочь, передала забытую вещь и тут же вернулась обратно с прежней скоростью. С какой скоростью шла девочка, если известно, что движение было равномерным, а мама вернулась домой в тот момент, когда девочка дошла до станции?

Решение:

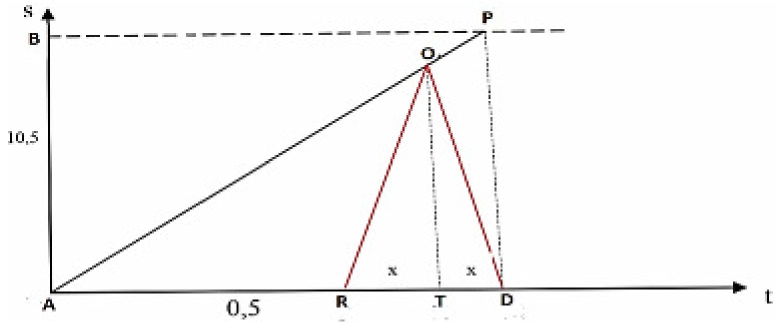


Рис. 1. График

$\triangle ROD$ – равнобедренный.

$RT = TD$.

$\triangle APD \sim \triangle AOT$.

Из подобия следует:

$\frac{PD}{OT} = \frac{AD}{AT}$;

$\frac{10{,}5}{OT} = \frac{2x+0{,}5}{x+0{,}5}$;

$OT = 4x$;

$\frac{OT}{x}$ – скорость мамы;

$\frac{PD}{2x+0{,}5}$ – скорость девочки;

$\frac{10{,}5}{4x} = \frac{2x+0{,}5}{x+0{,}5}$;

$x = 1{,}5$.

$v = \frac{10{,}5}{3{,}5} = 3$.

Ответ: 3 км/ч.

3. *Визуализация задачи и ее решения.* Можно использовать визуальные материалы: представить учащимся возможность работать с геометрическими фигурами, диаграммами, графиками и другими визуальными моделями. Это помогает ребятам увидеть связь между абстрактными математическими понятиями и их визуальными представлениями [2, с. 203].

Например, можно предложить учащимся решить задачи графическим способом [5, с. 77].

Задача. С постоянными скоростями одновременно из пункта А и пункта В отправились два автомобиля навстречу друг другу. После встречи первый приехал через 9 часов, а второй – через 16 часов. За какое время автомобилисты преодолели расстояние между пунктами?

Решение:

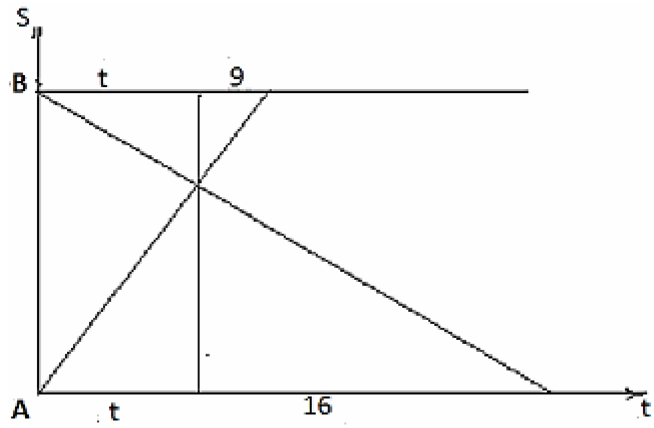


Рис. 2. График

$\frac{t}{16} = \frac{9}{t}$;

$t^2 = 144$;

$t = 12$.

12 + 9 = 21 (ч) – проехал первый.

12 + 16 = 28 (ч) – проехал второй.

Ответ: 21 ч, 28 ч.

4. На этапе обобщения материала или завершении какой-нибудь темы можно предложить учащимся математические игры и головоломки. Игры и головоломки требуют от учащихся творческого мышления и поиска нестандартных решений. Они помогут развить мышление и способность видеть альтернативные подходы к решению задач [7, с. 112].

В аспекте *методики* современного обучения математике в плане развития детей необходимо отметить, что общество нуждается в людях, которые быстро осваивают новые *технологии*, усовершенствуют их, предлагают новые решения задач. В Федеральный государственный образовательный стандарт нового поколения основного общего образования включены такие компетенции, как «способность к логическому, аналитическому и системному мышлению», «способность принимать решения», «способность к прогнозированию результатов своих действий», которые подразумевают развитие логики.

Школа с каждым годом все увереннее переходит на новый формат, стремится организовать на своей базе цифровую среду [8, с. 48]. В России уже задействованы облачные сервисы: электронные доски с интерактивным контекстом, электронные дневники, ноутбуки. Учителя все чаще используют на уроках интерактив на базе информационных технологий.

В условиях цифровизации логическое мышление играет особенно важную роль. Оно помогает разбираться в больших объемах информации, анализировать данные и принимать обоснованные решения на основе логических законов и принципов.

Таким образом, в контексте цифровизации логическое мышление позволяет обрабатывать большие объемы данных и проводить их анализ для выявления закономерностей и взаимосвязей. Это особенно важно в сферах, связанных с искусственным интеллектом, машинным обучением, аналитикой данных и другими областями, где требуется рациональное и логическое мышление. Важно развивать у школьников логическое мышление и применять логические навыки в цифровой среде, чтобы успешно справляться со сложностями и задачами этой эпохи.

Список литературы

1. Генкин Г.З. Геометрические решения негеометрических задач. М.: Просвещение, 2007. 216 с.

2. Изимов Д.В. Геометрические и графические методы решение текстовых задач // Научно-методический электронный журнал «Концепт». 2015. Т. 25. С. 201–205.

3. Немов Р.С. Психология: словарь-справочник: в 3 ч. М: Владос-пресс, 2003. 632 с.

4. Немов Р.С. Психодиагностика / Р.С. Немов. М.: ВЛАДОС, 2003. 688 с.

5. Пирютко О.Н. Графический метод решения текстовых задач. Минск.: Новое знание, 2010. 132 с.

6. Седакова В.И. Организация внеурочной деятельности по математике в условиях перехода на новые ФГОС общего образования // Символ науки. 2016. № 3. С. 128 –130.

7. Сухин И.Г.800 новых логических и математических головоломок. М.: АСТ: Астрель, 2008. 274 с.

8. Ягудина Т.А. Логические формы мышления (дидактический аспект) // Вестник ОГУ. 2006. № 5. С. 47–51.

ДИДАКТИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ КОМИКСОВ В ОБУЧЕНИИ ИНФОРМАТИКЕ

Н.М. Тимофеева, кандидат пед. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: nat.timopheeva@yandex.ru

Аннотация. Избыточность, общедоступность информации приводит к эволюции мышления. Наблюдается переход от человека «книжного» к «цифровому» – принимающему, обрабатывающему и передающему информацию клипово, бессистемно, поверхностно, вне критической оценки, без учета свойств и связей объектов. Все перечисленное – защита психики от информационной перегрузки. Необходимо учитывать эти особенности подрастающего поколения, опираться в обучении не только на текстовые источники информации, но и на визуальные, например графические повествования (комиксы). В статье проанализированы возможности комиксов как дидактического средства обучения информатике. Рассмотрены некоторые существующие учебные пособия – сборники комиксов по информатике, приведены примеры онлайн-сервисов для разработки авторских веб-комиксов.

Ключевые слова: клиповое мышление, комикс, методика обучения информатике.

THE DIDACTIC POTENTIAL OF COMICS IN TEACHING COMPUTER SCIENCE

N.M. Timofeeva, candidate of pedagogical sciences, Associate Professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. Redundancy, the availability of information leads to the evolution of thinking. There is a transition from a «bookish» person to a «digital» one – receiving, processing and transmitting information in a clip, haphazardly, superficially, beyond critical evaluation, without taking into account the properties and connections of objects. All of the above is the protection of the psyche against information overload. It is necessary to take into account these features of the younger generation, to rely in training not only on textual sources of information, but also on visual, for example, graphic narratives (comics). The article analyzes the possibilities of comics

as a didactic means of teaching computer science. Some existing textbooks – collections of comics on computer science are considered, examples of online services for the development of author's web comics are given.
Keywords: clip thinking, comics, methods of teaching computer science.

Современная эпоха характеризуется общедоступностью и избыточным характером информации, которую необходимо принимать, обрабатывать, передавать. Человеку приходится в условиях дефицита времени развивать в себе умение, быстро переключая внимание с одного источника на другой, осмысливать суть предмета. Справиться с поставленной задачей ему помогает клиповое мышление как ответ на необходимость повышения скорости обработки информационных потоков, как умение отбирать важное, отсекая второстепенное.

«*Клиповое мышление* – это мышление, для которого характерен особый способ отражения действительности (восприятия, обработки и усвоения информации) – краткосрочно, бессистемно, нерефлексивно, поверхностно, эмоционально, без учета связей между множеством разнообразных свойств объектов, вне критической оценки, что принято считать защитой психики на информационную перегрузку». [1]

В настоящее время наблюдается переход от текстового мышления, когда человек получал информацию в основном в результате чтения, умел хорошо концентрироваться, имел большой объем памяти, к такому типу мышления, при котором контент воспринимается через короткие форматы и яркие образы. При этом у человека отмечается неспособность системно воспринимать и системно осмысливать информацию, а также связно её излагать. На смену человеку «книжному» приходит человек «цифровой». Наличие этих тенденций – неоспоримый факт, с которым, работая с детьми, нужно считаться. Учебный процесс должен строиться с учетом особенностей восприятия мира молодым поколением, поэтому на смену текстовым документам стали приходить источники информации с большим количеством графических изображений: объяснительные схемы, опорные конспекты, интеллект-карты, графические повествования (комиксы) [2, 3].

«*Комиксы / графические романы / рисованные истории / изотексты* – это визуальное повествование. Комиксы всегда имеют сюжетную линию, которая представлена в виде последовательности кадров (эпизодов, отдельных картинок)» [4].

Комикс состоит из двух частей: текстовой и визуальной (рисунки, пиктограммы, знаки, символы, смарт-объекты), что позволяет задействовать различные каналы восприятия информации. Как правило, текстовая информация занимает только 20–30%, но встречаются и так называемые «немые комиксы» – изображения сюжета без текста [5]. Таким образом, комикс – это не иллюстрированный текст, а серия изображений с краткими пояснительными текстами или без них, образующая связное развернутое повествование.

История массового использования комиксов для решения образовательных задач в России ведет начало с XVII века – с лубочных картинок [4], которые представляли собой вид народного творчества и заменяли иконы, книги и газеты. Предшественниками этого жанра в России считаются житийные иконы (в центре – изображение святого, а на полях в отдельных композициях – сюжеты его жития). *Лубочная картинка* – вид графики, изображение с подписью, для которого характерны простота техники, лаконизм изображения. Часто в лубке содержались развернутое повествование с пояснительными надписями и дополнительные, поясняющие изображения. Содержание картинок было источником новостей и знаний, их смысл был понятен даже неграмотным. Помимо шутливых сюжетов здесь встречался нравоучительный и добродетельный контент (восхваление традиционных ценностей, героизма русских воинов, осуждение пьянства, разгульной жизни, супружеской неверности). В России лубки были популярны до начала XX века.

Уже в советское время жанр комиксов использовался в детских и юмористических журналах, на агитационных плакатах.

В настоящее время комиксы становятся тем методическим средством, которое, дополняя классическую дидактику, применяется во всех школьных дисциплинах. Примером использования комиксов в школьном курсе информатики является ряд учебных пособий издательства Додека, ДМК Пресс – японские образовательные комиксы-манга, раздел «Занимательная информатика». Манга (в переводе с японского – веселые картинки, гротески) представляют собой вид научно-популярной литературы с единым осмысленным сюжетом, в которой лаконичные изображения с минимизацией текста до диалогов персонажей перемежаются с обширными текстовыми вставками. В доступной форме читатели могут познакомиться с трудным для освоения содержанием точных и естественно-научных дисциплин (математики, физики, информатики, астрономии, химии, биологии). В разделе «Занимательная информатика» представлены темы «Базы данных», «Центральный процессор», «Искусственный интеллект», «Машинное обучение» и др. [6; 7].

Применение комиксов в образовательном процессе решает целый спектр задач, таких как активация внимания; повышение мотивации; создание образа абстрактных понятий; представление образовательного контента в связном, целостном и замкнутом виде.

К плюсам подобных готовых дидактических средств относят:

– лаконичность представленной информации в сочетании с акцентом на ключевых элементах;

– высокую эффективность понимания и запоминания материала за счет иллюстраций и явно обозначенных причинно-следственных связей;

– возможность задействовать сразу несколько каналов восприятия информации;

– привлекательность для обучающихся, поддержание мотивации к изучению учебного контента;

– равную интеллектуальную доступность для обучающихся с разным уровнем развития и т.п.

В качестве инструмента для создания авторских комиксов можно предложить онлайн-сервис инфографики https://www.storyboardthat.com

Его выбор обусловлен следующими факторами:

– доступ к ресурсу возможен из любой точки мира;

– простота освоения ресурса даже для начинающего пользователя;

– возможность создавать инфографику и комиксы без регистрации и загрузки программы на компьютер;

– возможность сохранять результат работы в PDF-формате;

– возможность коллективной работы над проектом;

– возможность использования ресурса бесплатно (в бесплатном режиме работы возможно создавать не более трех комиксов в неделю, также доступна 14-дневная бесплатная версия с полным набором функций);

– образовательный характер ресурса (его совместимость с Google Classroom, Clever, Class Link, Canvas, Schoology: есть возможность импортировать списки; для входа в систему преподавателям и обучающимся достаточно использовать свои учетные данные соответствующих платформ).

Выполняя задания на составление собственных авторских комиксов, обучающиеся серьезно перерабатывают учебный контент: учатся осуществлять анализ информации, выделять существенное, причинно-следственные связи между элементами содержания; сами придумывают сюжетную линию и персонажей; осуществляют визуальное воплощение комикса. Такая работа вызывает живой интерес, положительные эмоции и повышает настроенность на познание; помогает формировать навыки анализа и синтеза, глубже разобраться в изучаемом материале; развивает воображение, креативность, образное и логическое мышление. Процесс обучения становится более осмысленным и результативным, что также следует отнести к плюсам использования комиксов в обучении.

Комиксы способны в сжатой символической форме передавать сложные идеи и абстрактные представления, пробуждают интерес к познанию, поэтому, несмотря на активные дискуссии об их педагогической целесообразности, они продолжают использоваться как дополнение, как вспомогательное средство наряду с традиционными текстовыми источниками учебной информации.

Список литературы

1. Семенова Л.Э. Образовательные возможности комиксов и карикатур: аналитический обзор // Нижегородское образование. 2021. № 3. С. 78–87.
2. Тимофеева Н.М. О структурировании и наглядном представлении информации в виде интеллект-карт средствами онлайн-сервисов // Системы компьютерной математики и их приложения. Смоленск. 2019. Вып. 20-2. С. 214–218.
3. Тимофеева Н.М., Тимофеева Т.И. Инфографика как средство цифровизации образования // Системы компьютерной математики и их приложения. Смоленск. 2020. Вып. 21. С. 410–415.
4. Секенова О.И. Комиксы в цифре: создание изотекстов для развития информационной грамотности на уроках истории // Ученичество. 2022. Вып. 2. С. 26–33.
5. Богданова В.О. Дидактический потенциал комикса // Социум и власть. 2020. № 6(86). С. 79–87.
6. Занимательная информатика. Центральный процессор. Манга / Сибуя Митио, пер. А.Б. Клионского. М.: ДМК Пресс, 2017.
7. Занимательное программирование. Базы данных. Манга / Мана Такахаси, пер Т.И. Сенниковой. М.: ДМК Пресс, 2014.

О ПОДХОДАХ К РЕШЕНИЮ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПРОФИЛЬНОМ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

Н.А. Шерстнёва, кандидат пед. наук, доцент
Смоленский государственный университет (Россия, Смоленск)
e-mail: mathsmolgu@gmail.com

Аннотация. В статье обсуждается проблема подготовки выпускников школы к выполнению задания 15 на ЕГЭ по математике профильного уровня; описана популярная модель равномерного падения долга по кредиту и её разновидности.

Ключевые слова: экономическая задача, методика подготовки школьников к математическому моделированию экономических задач на ЕГЭ по математике.

ON APPROACHES TO SOLVING ECONOMIC PROBLEMS AT THE PROFILE USE IN MATHEMATICS

N.A. Sherstneva, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Smolensk State University (Russia, Smolensk)

Abstract. The article discusses the problem of preparing school graduates to complete task 15 at the Unified State Examination in mathematics at the profile level; the popular model of a uniform fall in debt on a loan and its varieties are described.

Keywords: economic problem, methodology for preparing schoolchildren for mathematical modeling of economic problems at the Unified State Examination in mathematics.

Единый государственный экзамен по математике сегодня прочно вошёл в практику итоговых проверок за курс средней школы. С 2015 года в его проблематику ввели математическое моделирование экономических ситуаций (кредиты, вклады, оптимизация производства, сделки с ценными бумагами и т.п.). Первоначально задание классифицировалось номером 17 и оценивалось 3 первичными баллами, а с прошлого года оно приобрело номер 15 и стало 2-балльным. Согласно перечню проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования по математике в кодификаторе, данное задание проверяет умение анализировать реальные числовые данные, информацию статистического характера; умение осуществлять практические расчёты по формулам; умение пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; умение решать прикладные задачи, в том числе – социально-экономического и физического характера, на наибольшие и наименьшие значения.

При этом, как свидетельствуют статистические отчёты ФИПИ по результатам ЕГЭ, с практико-ориентированной задачей выпускники справляются плохо: в среднем 15,4% участников в 2019 году; 22,0% – в 2020 году; 19,0% – в 2021 году; 34,1% – в 2022 году [1].

Тем не менее количество набранных на ЕГЭ баллов влияет на успешность абитуриента при поступлении в вуз, а экономическая задача во многом близка к привычной учащимся текстовой задаче, поэтому освоить алгоритмы её моделирования вполне под силу и «среднему» ученику. Значит, предметнику необходимо вести обучение старшеклассников решению задач с экономическим содержанием. Рассмотрим методику работы с такой популярной моделью, как равномерное падение долга по кредиту (именно с этого типа началась история внедрения задания в структуру ЕГЭ). Сначала учителю следует осветить базовую модель, акцентировав внимание на ключевых шагах решения и идейных особенностях задачи.

Пример 1 (классическая модель; применялась до 2021 года). 15 января планируется взять кредит в банке в размере S рублей на n месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму p меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Возможные вопросы в задаче: какую сумму (S?) следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась S_0 рублей; на сколько месяцев (n?) планируется взять кредит / какова процентная ставка по кредиту (r%?), если сумма всех платежей после полного погашения кредита на m% больше суммы, взятой в кредит; исследование также может предполагать работу с наибольшим и/или наименьшим платежами; шаг падения долга либо дан, либо его надо найти самостоятельно.

Решение.

Шаг 1 – узнать модель «равномерное падение долга по кредиту». Этот этап довольно лёгкий, условие задачи «15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца» позволяет школьнику классифицировать типаж после нескольких тренировочных упражнений.

Шаг 2 – построение математической модели задачи. Ключевыми являются последовательности долгов и платежей.

1) Долги: S; S-p; S-2p; …; S-np. Так как в итоге долг погашен полностью, то последняя разность равна нулю, т.е. шаг падения долга $p = \frac{S}{n}$, и последовательность долгов принимает вид S; S-$\frac{S}{n} = \frac{n-1}{n}S$; S-2$\frac{S}{n} = \frac{n-2}{n}S$; …; $\frac{S}{n}$; 0. (Например, если известно, что кредит взят на 35 месяцев, то последовательность долгов $S;\ \frac{34}{35}S;\ \frac{33}{35}S;\ \dots;\ \frac{1}{35}S;\ 0$.)

2) Платежи (идейно каждый платёж равен сумме шага p падения долга и процента от долга на данный период): $x_1 = p + \frac{r}{100} \cdot S$; $x_2 = p + \frac{r}{100} \cdot \frac{n-1}{n} S$; …; $x_n = p + \frac{r}{100} \cdot \frac{S}{n}$. Обращаем внимание учеников, что наибольший платёж – первый, а наименьший – последний, так как первые слагаемые у них одинаковы, а долг постоянно падает, следовательно, уменьшается и выплачиваемый по нему процент.

Чаще всего в данных задачах модель предполагает нахождение суммы всех выплат; их удобно складывать столбиками, при этом вторые слагаемые суммируются с помощью формулы суммы членов арифметической прогрессии, так как срок кредитования в задачах этого типа обычно велик и «лобовые» вычисления в таком случае исключены:

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = n \cdot p + \frac{r}{100} \cdot S \cdot \frac{1}{n} \cdot (n + (n-1) + \cdots + 1) =$$
$$= S + \frac{r}{100} \cdot S \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1+n}{2} \cdot n = S \cdot \left(1 + \frac{r(1+n)}{200}\right).$$

3) Для построения модели задачи используем вопрос; часто это уравнение, в котором сумма всех платежей приравнивается к известному данному.

Шаг 3 – работа с моделью (решение уравнения / неравенства / системы). Здесь нужны чисто математические алгоритмы, сформированные на уроках.

Шаг 4 – интерпретация полученных числовых данных; ответ на вопрос задачи.

После детальной проработки теоретической модели переходим к её практическому закреплению, меняя в задаче набор известных и неизвестных величин и варьируя вопрос задания. Когда навыки и умения сформированы, переходим к изучению вариаций данной модели. Популярны 3 подтипа.

Пример 2 («испорчен» последний платёж; модель появилась на ЕГЭ 2022 года). 15-го января планируется взять кредит в банке в размере S рублей на n месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца с 1-го по (n-1)-й долг должен быть на одну и ту же сумму p меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

– к 15-му числу n-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Возможные вопросы в задаче: какой долг будет 15-го числа (n-1)-го месяца / найдите r, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит S_0 рублей.

Решение.

1) Как и в классической модели строим последовательности долгов и платежей. У каждой теперь есть своя особенность.

Долги: S; S-p; S-2p; …; S-(n-1)p; 0. Указанная ранее формула $p = \frac{S}{n}$ здесь неприменима.

Платежи (все платежи, кроме последнего строятся по стандартной схеме; обращаем внимание на структуру последней выплаты – это увеличенный в $k = 1 + \frac{r}{100}$ раз предпоследний долг): $x_1 = p + \frac{r}{100} \cdot S$; $x_2 = p + \frac{r}{100} \cdot (S - -p)$; …; $x_{n-1} = p + \frac{r}{100} \cdot (S - (n-2)p)$; $x_n = \left(1 + \frac{r}{100}\right) \cdot (S - (n-1)p)$.

Ещё один нюанс: все платежи, кроме последнего, как и ранее, складываем столбиками и применяем суммирование членов арифметической прогрессии, последнюю выплату добавляем отдельным слагаемым.

$$x_1 + \cdots + x_{n-1} + x_n = (n-1)p + \frac{r}{100}\big((n-1) \cdot S - (p + \cdots + (n-2)p)\big) +$$

$$+\left(1+\frac{r}{100}\right)\cdot(S-(n-1)p)=(n-1)p+\frac{r(n-1)}{100}S-\frac{r}{100}\cdot\frac{p+(n-2)p}{2}$$
$$\cdot(n-2)+\left(1+\frac{r}{100}\right)\cdot(S-(n-1)p)=\left(1+\frac{rn}{100}\right)S-\frac{r}{100}(n-1)\frac{n}{2}p$$

2) Математическая модель – уравнение, в котором сумма всех платежей приравнивается к известному данному (возможны другие варианты).

3) Шаги 3 и 4 остаются без изменений.

Пример 3 (разновидность ЕГЭ 2023 года, два разных шага падения долга). В июле 2025 года взяли кредит в банке на 10 лет на 800 тыс. руб. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на r% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;

– в июле 2026–2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;

– в июле 2031–2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;

– к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен.

Найдите r, если общая сумма выплат составила 1480 тыс. руб. и в конце 2030 года долг составил 200 тыс. руб. [2]

Решение.

Пусть шаги падения долга p_1 и p_2.

Тогда последовательность долгов: S; $S-p_1$; $S-2p_1$; …; $S-5p_1$; $S-5p_1-p_2$; …; $S-5p_1-5p_2$. Причём $S-5p_1-5p_2=0$ (1) и $S-5p_1=200$ (2).

Последовательность платежей: $x_1=p_1+\frac{r}{100}\cdot S$, …, $x_5=p_1+\frac{r}{100}\cdot(S--4p_1)$, $x_6=p_2+\frac{r}{100}\cdot(S-5p_1)$, $x_7=p_2+\frac{r}{100}\cdot(S-5p_1-p_2)$, …, $x_{10}= \; =p_2+\frac{r}{100}\cdot(S-5p_1-4p_2)$.

Общая сумма выплат: $x_1+\cdots+x_5+x_6+\ldots+x_{10}=$

$=5p_1+\frac{r}{100}\cdot(5S-10p_1)+5p_2+\frac{r}{100}\cdot(5S-25p_1-10p_2)$ (3).

В качестве математической модели можно составить систему уравнений (1)-(3); или проще сразу найти шаги падения долга (за первые 5 лет было равномерно погашено 800-200=600 тыс. руб., т.е. первый шаг 600/5=120; а сумма в 200 тыс. равномерно падала ещё 5 лет, т.е. второй шаг 200/5=40) и взяв за основу классическую модель (применяем её 2 раза к каждому схожему периоду) составить уравнение по итоговой сумме выплат.

Ответ: 20 %.

Пример 4 (разновидность ЕГЭ 2023 года, две разные процентные ставки). В июле 2023 года взяли кредит в банке на 10 лет. Условия его возврата таковы:

– каждый январь с 2024 по 2028 год долг возрастает на 18% по сравнению с концом предыдущего года;

– каждый январь с 2029 по 2033 год долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

– к июлю 2033 года долг должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат составила 1470 тыс. руб. [2]?

Решение.

За основу берём классическую модель. Шаг падения долга $p = \frac{S}{10}$. Последовательность долгов: S; $\frac{9}{10}S; \ldots ; \frac{1}{10}S; 0.$ Последовательность платежей: $x_1 = \frac{S}{10} + 0{,}18S; \ldots ;\ x_5 = \frac{S}{10} + 0{,}18 \cdot \frac{6}{10}S; x_6 = \frac{S}{10} + 0{,}16 \cdot \frac{5}{10}S; \ldots ;$

$x_{10} = \frac{S}{10} + 0{,}16 \cdot \frac{1}{10}S$. Складываем платежи группами по 5 штук, в качестве математической модели составляем уравнение по общей сумме выплат.

Ответ: 750 тыс. руб.

Заключительный этап предполагает отработку навыков и умений решения описанной экономической модели с альтернативными входными и выходными данными. Дальнейшая работа направлена на освоение таких употребляемых в ЕГЭ экономических моделей, как модель равных платежей; табличное падение долга; выбор варианта вклада / кредита; задачи на акции / ценные бумаги и др. Работа может проводиться либо в учебной деятельности, либо на дополнительных занятиях по предмету.

Список литературы

1. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ / И.В. Ященко [и др.] URL: https://fipi.ru/ege/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy#!/tab/173737686-2 (дата обращения: 05.07.2023).

2. Образовательный портал для подготовки к экзаменам РЕШУ ЕГЭ. URL: https://math-ege.sdamgia.ru/test?id=52099839 (дата обращения: 05.07.2023).

О РОЛИ ИСТОРИИ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В КОНСТРУИРОВАНИИ ОБУЧАЮЩЕЙ СРЕДЫ УЧЕБНОЙ ТЕМЫ

Э.Г. Гельфман, доктор пед. наук, профессор
Томский государственный педагогический университет (Россия, Томск)
e-mail: mina.gelfman@yandex.ru
А.Г. Подстригич, кандидат пед. наук, доцент
Томский государственный педагогический университет (Россия, Томск)
e-mail: anpodstrigich@mail.ru
Д.О. Андаев, аспирант
Томский государственный педагогический университет (Россия, Томск)
e-mail: denis-den97@mail.ru
А.С. Сыпченко, магистрант
Томский государственный педагогический университет (Россия, Томск)
e-mail: yfcn86@rambler.ru

Аннотация. Специальным образом выстроенная образовательная среда учебной темы влияет на качество образования, на развитие учащихся, учителей и всех участников образовательного процесса. Основу образовательной среды учебной темы составляют учебные тексты. Анализ истории методики создания развивающих учебных текстов может помочь в выделении их характеристик и способов конструирования.

Ключевые слова: образовательная среда учебной темы, развивающие учебные тексты, междисциплинарность, история методики обучения математике, проблемность.

ON THE ROLE OF THE METHODOLOGY HISTORY OF TEACHING MATHEMATICS WHEN CONSTRUCTING THE EDUCATIONAL ENVIRONMENT OF A LEARNING TOPIC

E.G. Gelfman, doctor of pedagogical sciences, full professor
Tomsk State Pedagogical University (Russia, Tomsk)
A.G. Podstrigich, candidate of pedagogical sciences, associate professor
Tomsk State Pedagogical University (Russia, Tomsk)
D.O. Andaev, postgraduate student
Tomsk State Pedagogical University (Russia, Tomsk)
A.S. Sypchenko, master's degree student
Tomsk State Pedagogical University (Russia, Tomsk)

Abstract. A specially built educational environment of a learning topic can affect the quality of education, the development of students, teachers and all participants in the educational process. Educational texts form the basis of the educational environment of the learning topic. The analysis of the methodology history for creating developmental educational texts can help in highlighting their characteristics and methods of construction.

Keywords: educational environment of the educational topic, developmental educational texts, interdisciplinarity, methodology history of teaching mathematics, problematicity.

Одной из актуальных проблем методики обучения математике является конструирование такой среды обучения, в частности среды обучения теме, которая способствовала бы личностному развитию всех участников образовательного процесса. Понятия «образовательное пространство», «образовательная среда» обсуждаются специалистами разных областей знаний.

Анализ этих исследований показывает, что образовательная среда должна стать ресурсом развития всех участников образовательного процесса, способствуя организации взаимосвязи между ними [1; 2].

Источником создания образовательной среды темы является содержание учебной темы (учебные тексты в самом широком смысле данного понятия) [3]. Поэтому актуальной задачей становится развитие текстовой компетентности как характеристики участников образовательной среды, что предполагает знание истории создания учебных текстов в теории и практике методики обучения математике.

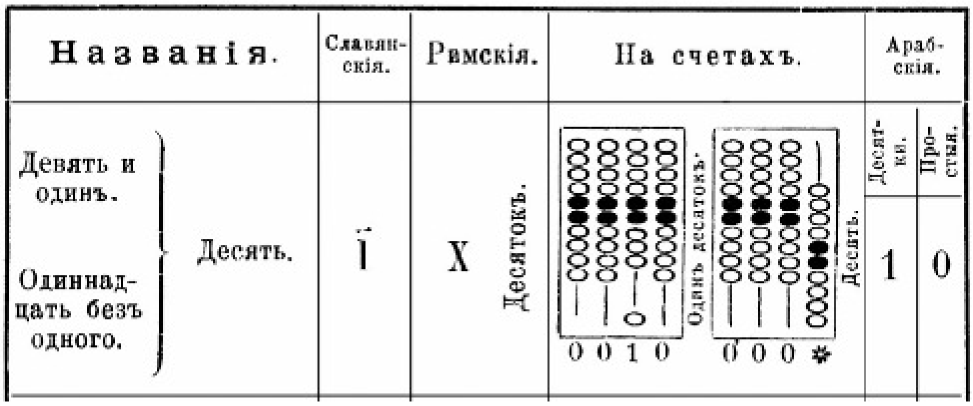
В данной статье будет рассмотрена история методики обучения некоторым темам школьного курса математики с целью выделения свойств соответствующих образовательных сред.

Важнейшей характеристикой обучающей среды учебной темы является ядро ее содержания (основной смысл, концепция). Проиллюстрируем это на примере курса арифметики.

В 1872 году вышла книга Л.Н. Толстого [4]. В качестве основного смысла содержания этой книги (ее ядра) автор выбирает изучение нумерации натуральных чисел.

Книга начинается с таблицы, в которой сначала рассматривается сто натуральных чисел в разных системах счисления (славянской, римской, арабской). Таблица привлекает предметный опыт учащихся (авторские счеты Л.Н. Толстого), использует образное представление информации (таблица разрядов). Пропедевтически для обозначения переполнения единиц какого-либо разряда используется специальный знак (*).

Приведем пример одной из строк этой таблицы.



Названія.		Славянскія.	Римскія.		На счетахъ.	Арабскія. Десятки.	Арабскія. Простыя.
Девять и одинъ. Одиннадцать безъ одного.	Десять.	Ӏ҃	X	Десятокъ.	Одинъ десятокъ. Десять. 0 0 1 0 0 0 0 *	1	0

Рис. 1. Фрагмент таблицы четырех счислений Л.Н. Толстого

Учащиеся учатся читать числа, записанные в славянской нумерации; писать их по-римски с сокращениями и без сокращений; класть на счетах и подписывать в таблице разрядов. Все это способствует «проживанию» учащимися данной темы.

Счет в славянской нумерации, по замыслу автора, помогает понять преимущества римского и арабского счислений. Для того чтобы учащиеся осознали особенности десятичного счисления, в книге выполняются следующие условия: перманентно используются такие познавательные опоры, как счеты и таблица разрядов; каждое действие над натуральными числами вводится неторопливо, с опорой на его смысл, с пониманием цели выполняемого действия.

Как отмечает Л.Н. Толстой: «Чем короче тот путь, посредством которого вы научите ученика делать действие, тем хуже он будет понимать и знать действие».

При совместном выполнении действий сложения и вычитания автор предлагает класть числа на счетах, показывая в рисунках историю получения результата; объяснять эти действия словесно, записывать в таблице разрядов [4, с. 37].

Действия сложения и вычитания выполняются как с больших разрядов, так и с меньших, что позволяет учащимся понять идею поразрядного сложения. Кроме того, как считает автор, учащимся естественнее узнать сколько тысяч, а потом – сколько единиц.

Действия умножения и деления также изучаются совместно, опираясь на смысл данных действий. При этом выстраивается психологически направленная работа по получению записи действий в столбик [4, с. 84].

При изучении десятичных дробей Л.Н. Толстой устанавливает естественную связь между действиями над натуральными числами и десятичными дробями, используя записи в расширенной таблице разрядов для десятичных дробей [4, с. 106].

При переходе к изучению обыкновенных дробей вводится понятие позиционной записи чисел с разными основаниями, что дает возможность осуществить смыслообразующий подход к пониманию обыкновенных дробей и действий над ними.

Таким образом, использование разнообразных учебных текстов, связанных одной идеей, включающих цепочки смысловых звеньев, создает обогащающую среду обучения теме.

Еще одним качеством образовательной среды, направленной на развитие учащихся, является наличие в ней зон проблемности. Рассмотрим историю создания проблемных ситуаций в методике изучения признаков делимости чисел.

Это может быть организованное наблюдение за всеми делителями чисел, взятых в некоторых пределах (В.М. Брадис); набор вопросов для учащихся о роли цифр в записи данного числа для ответа на вопрос о его делимости на определенное число (Е.С. Березанская); рассмотрение проблемы делимости суммы чисел для разных случаев четности (нечетности) слагаемых (И.Н. Шевченко); использование дидактических игр при рассмотрении различных признаков делимости, зависящих от последних цифр числа (И.К. Андронов). Задуманное число закрыто бумагой так, что видна лишь его последняя цифра (две последние цифры, три последние цифры). Учащимся предлагается узнать, на какие числа делится задуманное число, не открывая его.

Одной из часто обсуждаемых мировоззренческих характеристик обучающей среды является ее междисциплинарность. То есть изучение отдельной темы школьного курса предполагает использование методологии и терминологии более чем одной научной дисциплины.

В этой связи рассмотрим работы К.Ф. Лебединцева (1878–1925). Один из параграфов его книги [5] «Простейшие функции первого порядка вида $y = ax$ и их наглядное представление» начинается с задачи о движении автомобиля по шоссе. Решение этой задачи приводит к понятию «прямая пропорциональность».

После получения соответствующего уравнения, учащимся предлагается продолжить работу над данной функцией, анализируя ее свойства [5, с. 22]. При этом они учатся рассуждать на разных языках: физическом, графическом, геометрическом, алгебраическом, переводя информацию с одного языка ее представления на другой.

Мировозренческое значение для понимания данной функции имеет обсуждение изменений ее значений при отрицательных значениях аргумента и возможности того, что скорость автомобиля, не изменяя своей величины, может стать отрицательной. Это предупреждает типичную для учащихся ошибку раздвоения понятий.

К.Ф. Лебединцев объясняет происхождение термина «угловой коэффициент», осуществляет пропедевтическое введение производной и ее геометрического смысла.

Для того чтобы раскрыть содержательную, смысловую сторону изучаемой функции, в книге показывается история рождения графика. Это дает возможность учащимся осознанно использовать в дальнейшем данный график для решения различных теоретических и практических задач.

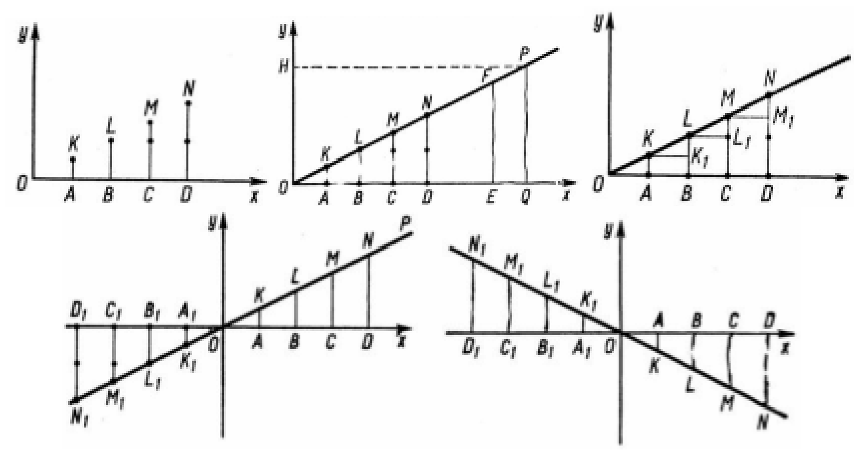


Рис. 2. Фрагмент из книги К.Ф. Лебединцева «история рождения графика функции первого порядка вида $y = ax$»

Аналогичную познавательную деятельность К.Ф. Лебединцев предлагает при изучении линейной функции.

Такая междисциплинарная работа не только помогает учащимся увидеть смысл прямой пропорциональности и линейной функции, но и может служить основой для обобщения свойств линейной функции и стимулировать исследование этой функции, представленной в общем виде.

С помощью анализа ретроспективы создания учебных текстов в истории методики обучения математике были выделены некоторые характеристики образовательной среды учебной темы, которые могут обогатить опыт конструирования учебных текстов.

Список литературы

1. Слободчиков В.И. О понятии образовательной среды в концепции развивающего образования // Вторая рос. конф. по экологической психологии: тезисы. М., 2000. С. 172–176.
2. Ясвин В.А. Образовательная среда: от моделирования к проектированию. М.: Смысл, 2001. 356 с.
3. Холодная М.А., Гельфман Э.Г. Развивающие учебные тексты как средство интеллектуального воспитания учащихся. М.: Институт психологии РАН, 2016. 200 с.
4. Толстой Л.Н. Арифметика: с указаниями для преподающего в конце книги: в 2 ч. М.: Типо-литогр. Т-ва И.Н. Кушнерев, 1913. 160 с.
5. Лебединцев К.Ф. Преподавание алгебры и начал анализа: пособие для учителей / предисл. и прим. З.И. Слепкань. Киев: Рад. школа, 1984. 248 с.

ПРОФЕССИОНАЛЬНО-ПРИКЛАДНАЯ НАПРАВЛЕНОСТЬ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГРАМОТНОСТИ В СРЕДНЕМ ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

М.В. Легович, заместитель директора по УМР, учитель математики
Челябинский профессиональный колледж (Россия, Челябинск)
e-mail: margo2012@mail.ru

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы прикладной направленности преподавания математики в среднем профессиональном образовании. Затрагиваются вопросы по выбору практических задач.

Ключевые слова: преподавание математики в СПО, профессионально-прикладная направленность, профессиональныекомпетенции.

PROFESSIONAL-APPLIED DIRECTION OF TEACHING MATHEMATICS AS A MEANS OF FORMING MATHEMATICAL LITERACY IN SECONDARY VOCATIONAL EDUCATION

M.V. Legovich, deputy director for MMR, teacher of mathematics
Chelyabinsk Professional College (Russia, Chelyabinsk)

Abstract. The article deals with the issues of applied orientation of teaching mathematics in secondary vocational education. Questions on the choice of practical tasks are touched upon.

Keywords: teaching mathematics in secondary vocational education, professional and applied orientation, professional competencies.

Главной задачей обучения в системе среднего профессионального образования считается подготовка высококвалифицированных специалистов, которые должны занять достойное место на высококонкурентном рынке труда. Для этого выпускники должны не только свободно владеть своей профессией и хорошо ориентироваться в смежных областях, но и быть компетентными, ответственными и готовыми к конъюнктурным изменениям, скорость которых, как мы видим? все нарастает. Эти изменения связаны, в первую очередь, с информатизацией, цифровизацией и повсеместным внедрением новых наукоемких технологий.

Профессионально-прикладная направленность обучения включает в себя решение таких важных задач образования, как формирование математической компетентности у студентов, <…> повышение качества их профессиональной подготовки в целом [1].

Математика, как базовая дисциплина имеет огромные возможности (наверное, до конца неизученные) для формирования универсальных компетенций. Работа с идеальны ми абстракциями, развитие логики и принципа доказательности будут полезны специалисту, как в плане профессиональном, так и в личностном. В силу специфики своего содержания математика формирует навыки, связанные с волевыми, логическими, критическими и креативными способностями обучающегося. Появляются тенденции к самообразованию, формируется навык поиска и усвоения новой информации, выстраивается умение планировать и адекватно оценивать свои действия и принимать решения в различных (стандартных и нестандартных) ситуациях. Также развиваются сила и гибкость ума, способность к аргументации, умение работать в команде и другие важные качества, необходимые современному специалисту.

Мы считаем, что обучение математике в системе СПО должно быть четко направленно, во-первых, на получение студентами фундаментальной математической подготовки в соответствии с программой. Во-вторых, на овладение обучающимися навыками математического моделирования в области будущей профессиональной деятельности. И в-третьих, на формирование универсальных компетенций [4].

Актуальной задачей является реализация профильной направленности в обучении, ориентированной на формирование профессиональных компетенций завтрашних специалистов.

Следовательно, математическая задача должна содействовать реализации профессиональной направленности. Рассуждения, которые приводят к её решению, несут в себе определённый смысл и положительно влияют на профессиональное становление будущего выпускника. Следовательно, такие задачи целесообразно называть профессионально значимыми.

Реализовать профессиональную направленность преподавания математики в системе СПО, учитывая при этом специфику многих разноплановых отраслей, возможно такими путями как:

– актуализация широкого спектра информации о возможных практических областях применения изучаемого материала;

– решение задач с содержанием, которое непосредственно связано соспецификой отрасли и с производственными процессами;

– выполнение практических работ, сопряжённых с производственным процессом (либо решение конкретных производственных задач), применяя при этом математические методы;

– проведение исследовательских конкурсов и творческих работ, раскрывающих геометрическую сущность и назначение производственных объектов с изготовлением наглядных пособий, чертежей, схемит.д.;

– применение математических знаний и умений для выполнения внеаудиторных самостоятельных работ, темы которых также могут быть связаны с общетехническими и специальными дисциплинами;

– создание системы задач, направленных на расширение знаний отрудовой деятельности и осознанной ориентации в профессиональной среде.

Регулярное использование в обучении математике профессиональных понятий, идей, моделей и задач, постоянная иллюстрация математического материала приложениями из различных разделов позволит улучшить качество подготовки специалистов [2].

Правильно подобранные задачи повышают вовлеченность студентов, их заинтересованность и, следовательно, уровень подготовленности будущих выпускников.

Рассмотрим следующие рекомендации к выборузадач:

– ситуация, описываемая в задаче, должна быть ученикам понятна;

– в содержании задачи должны быть преимущественно знакомые термины, а новые обязательно расшифрованы или понятны на уровне интуиции;

– дополненное в текст задачи профессионально значимое содержаниеможет изменять ее компоненты, например, отношения между исходными иискомыми данными, при этом необходимо оставлять возможность применения изучаемого математического аппарата для нахождения методарешения;

– профессионально значимое содержание задачи классифицирует математические аналогии, определяющие достаточный, или необходимый математический аппарат, который используется для отыскания способа решения;

– обязательным условием включения в систему профессионально-прикладных задач должно быть соответствие программе курса математики образовательных учреждений системы СПО;

– профессионально значимое содержание, которым могут наполняться математические задачи, должно быть логическим продолжением образовательного курса и, безусловно, служить достижению целей обучения. [3]

Чтобы обеспечить устойчивую мотивацию студентов, крайне важно применять в процессе обучения разнообразные методы и формы. Для ознакомления с лучшими практиками мы рассмотрели наиболее распространённые формы и методы.

Математика как фундаментальная дисциплина имеет большие возможности для формирования универсальных компетенций специалиста, как профессиональных, так и личностных. Цель обучения математике в СПО состоит в том, чтобы студент получил фундаментальную математическую подготовку в соответствии с программой и овладел навыками математического моделирования в области будущей профессиональной деятельности.

Список литературы

1. Егупова М.В. Составление задач на практические приложения математики как средство развития речевой культуры студентов-педагогов // Проблемы современного педагогического образования: сб. науч. тр. Ялта: РИО ГПА, 2017. Вып. 55, Ч. 2. 380 с. С. 170–179. (Серия: Педагогика и психология.)
2. Пирютко О.Н. Практико-ориентированные задачи как средство формирования метапредметных компетенций // Международная научно-практическая интернет-конференция «Актуальные проблемы методики обучения информатике и математике в современной школе». М., 2019. С. 383–385.
3. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. М.: Просвещение, 1990. 96 с.
4. Компетентностный подход в образовательном процессе: монография / А.Э. Федоров [и др.]. Омск: Омскбланкиздат, 2012. 210 с.

ПОДГОТОВКА УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ В МАГИСТРАТУРЕ

Е.А. Суховиенко, доктор пед. наук, доцент
Южно-Уральский государственный гуманитарно-педагогический университет
(Россия, Челябинск)
e-mail: suhovienko@mail.ru

Аннотация. В статье показан опыт подготовки в магистратуре по направлению «Педагогическое образование», профильной направленности «Математическое образование в системе профильной подготовки». Предлагаются пути преодоления профессиональных дефицитов студентов магистратуры, не имеющих базового педагогического образования или обладающих недостаточной математической подготовкой.

Ключевые слова: магистратура, учитель математики, диагностика, наставничество.

TRAINING OF MATHEMATICS TEACHERS IN THE MASTER'S DEGREE

E.A. Sukhovienko, doctor of pedagogical sciences, assistant professor
South Ural State Humanitarian Pedagogical University, (Russia, Chelyabinsk)

Abstract. The article shows the experience of training in the master's degree in the direction of "Pedagogical education", the profile orientation "Mathematical education in the system of profile training". The ways of overcoming the professional deficits of master's degree students who do not have a basic pedagogical education or have insufficient mathematical training are proposed.

Keywords: master's degree, mathematics teacher, diagnostics, mentoring.

В современных условиях обучение в магистратуре по направлению «Педагогическое образование» вынужденно решает две задачи: повышение профессионального уровня и исследовательской компетентности действующих учителей математики, окончивших бакалавриат или специалитет по профилю «Математика», и подготовка учителей математики с нуля, когда студенты, поступившие в магистратуру, или не имеют педагогического образования, но имеют достаточную математическую подготовку, или имеют педагогическое образование, но хотят переучиться на учителя математики (например, учителя начальных классов), или не имеют ни педагогического образования, ни необходимого для работы в школе уровня математической подготовки. Осуществление подготовки учителей математики в магистратуре с 2012 по 2023 год и анализ ее результатов позволяют сделать некоторые выводы.

Разработанная нами на основе Профессионального стандарта педагога [5] методика диагностики сформированности компетенций магистрантов и опыт мониторинга профессиональных компетенций будущего учителя математики [6 – 8] позволили выявить дефициты профессионально-педагогической подготовки поступивших в магистратуру студентов. Заметим, что полученные нами результаты сходны с результатами, представленными в статьях Н.А. Лацко и др. и О.В. Тумашевой и др. [2; 9].

Л.В. Шкерина [10] в качестве одной из причин возникновения профессиональных дефицитов учителя математики называет недостатки профессиональной подготовки в вузе. Описываемая нами технология как раз направлена на нивелирование дефицитов студентов магистратуры – будущих учителей математики.

В результате диагностики мы выявили несколько категорий студентов по следующим критериям:

- мотивация внутренняя (планируют работать учителем математики, потому что любят детей и любят решать задачи) или внешняя (планируют поменять работу по каким-то иным причинам);
- сформированность предметных умений (компетенций);
- сформированность профессиональных умений (компетенций).

Очевидно, что обучение этих категорий студентов должно быть различным. В поисках технологии дифференцированного обучения математическим и методическим дисциплинам в магистратуре мы пришли к необходимости организации обучения в малых группах смешанного состава, когда более подготовленные студенты выступают в роли наставников по отношению к более слабым студентам.

2023 год объявлен в Российской Федерации годом педагога и наставника [1]. Наставничество в настоящей статье мы рассматриваем как технологию повышения качества образования через достижение новых образовательных результатов обучающими и обучающимися. Как указано в распоряжении Министерства просвещения РФ от 25 декабря 2019 года, наставничество может осуществляться с применением лучших практик обмена опытом между обучающимися [10].

При формировании групп учитывалось, что наставник должен обладать более широкими познаниями, чем его подопечные, т.е. у наставника должен отсутствовать дефицит, имеющийся у других участников группы. Как пишут Т.В. Поданева и Н.П. Сазонова [4], наличие у наставника отрефлексированного личного опыта преодоления образовательного дефицита является обязательным. Учет этого обстоятельства потребовал периодического изменения составов групп в зависимости от осваиваемой деятельности. Так осуществлялась взаимопомощь студентов, имеющих разные образовательные дефициты. При этом выполняемая наставником роль учителя стимулирует его расширять имеющиеся педагогические знания и умения. В процессе наблюдения за работой групп стало ясно, что студенты-наставники охотно и достаточно умело передают подопечным предметные знания и умения: разъясняют понятия и теоремы, организуют поиск решения задачи и т.д., но затрудняются в формулировании своих педагогических взглядов: могут показать, как изложить новый материал, но не могут объяснить постановку и последующее достижение цели урока или его этапа.

Таким образом, технология наставничества решает две задачи: подтягивание слабого студента и саморазвитие сильного. Формы взаимодействия в группах варьировались от консультаций по решению задач до совместной разработки проектов. Например, слабый студент должен выступить с докладом об одной из технологий обучения математике, при этом его наставник должен оказать ему помощь в подготовке. Большую роль играл психологический климат в группах, что потребовало значительных усилий от преподавателей магистратуры.

Закономерно возникающий вопрос об оценивании работы студентов в группах решался следующим образом: решающим обстоятельством было освоение опекаемыми элементов профессиональной деятельности и формирование у них мотивации к ее выполнению.

В ходе сотрудничества студенты – выпускники бакалавриата по профилю «Математика», совмещая обучение в магистратуре с работой в школе, преодолевали дефициты в части профессионального развития и проведения научного исследования, оформления его результатов и внедрения в практику. Студенты же, не имеющие базовой подготовки, овладевали способностью к решению профессиональных задач в области преподавания математики, осваивали трудовые действия из Профессионального стандарта педагога.

Долгосрочное применение этой технологии показало следующие результаты. При существенных различиях в подготовке, выявленных в результате начального среза, на выходе различия в текущей успеваемости и качестве подготовленных выпускных квалификационных работ (магистерских диссертаций) у студентов – учителей математики и студентов, проходящих подготовку с нуля, оказались незначительными. Таким образом, удалось нивелировать значительные дефициты при подготовке в магистратуре «непрофильных» студентов. Кроме того, обнаружилась достаточно сильная корреляция мотивации «непрофильных» студентов и их дальнейшей профессиональной деятельности в качестве учителей математики (закрепляемости) в образовательных организациях.

Список литературы

1. 2023 год – Год педагога и наставника. URL: https://petrsu.ru/news/2023/113545/2023-god--god-pedago (дата обращения: 23.06.2023).

2. Лацко Н.А., Авдеева Е.Н., Пихота О.В. Результаты диагностики профессиональных дефицитов педагогов Сахалинской области // Сахалинское образование XXI век. 2020. № 1. С. 18–26.

3. Методология (целевая модель) наставничества обучающихся для организаций, осуществляющих образовательную деятельность по общеобразовательным, дополнительным общеобразовательным и программам среднего профессионального образования, в том числе с применением лучших практик обмена опытом межу обучающимися. Утверждена распоряжением Министерства просвещения Российской Федерации от 25 декабря 2019 г. № Р-145. URL: https://rulaws.ru/acts/Rasporyazhenie-Minprosvescheniya-Rossii-ot-25.12.2019-N-R-145/.

4. Поданёва Т.В., Сазонова Н.П. Наставничество в системе подготовки и профессионального становления будущих педагогов // Наставничество в образовании: культура, идеи, технологии: Всероссийская с международным участием научно-практическая конференция. Ч. 1. Екатеринбург, 2023. С. 270–277.

5. Суховиенко Е.А. Диагностика профессиональных компетенций магистрантов в свете реализации Профессионального стандарта педагога // Мир науки, культуры, образования. 2016. № 6(61). С. 37–40.

6. Суховиенко Е.А, Севостьянова С.А., Нигматулин Р.М., Мартынова Е. В. Модель мониторинга формирования профессиональных компетенций будущего учителя математики на основе профессионального стандарта педагога // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 9. С. 235–239.

7. Суховиенко Е. А. Мониторинг профессиональных компетенций будущего учителя математики // Развитие общего и профессионального математического образования в системе национальных университетов и педагогических вузов. Материалы 40-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. Брянск, 2021. С. 244–247.

8. Оценочные средства мониторинга формирования профессиональных компетенций будущих учителей математики в процессе изучения математических дисциплин / Е.А. Суховиенко [и др.] // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 11-2. С. 379–384.

9. Профессиональные дефициты учителей математики: анализ результатов регионального исследования / Е.А. Суховиенко [и др.] // Азимут научных исследований: педагогика и психология. 2021.Т. 10. № 1(34). С. 264–268.

10. Шкерина Л.В. Профессиональные дефициты учителя математики и их причины // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2021. № 3(57). С. 82–92.

О СРЕДСТВАХ МАТЕРИАЛИЗАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ»

Н.И. Заводчикова, кандидат пед. наук, доцент
И.А. Быкова, старший преподаватель
Ярославский государственный педагогический университет имени К.Д. Ушинского (Россия, Ярославль)
e-mail: zaw-nadejda@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются особенности методики обучения теме «Системы счисления» в основной школе. Затрагиваются вопросы влияния выбора знаково-символических средств обучения на осознанность учащимися действий с числами в различных системах счисления.

Ключевые слова: системы счисления, знаково-символические средства обучения, материализованная форма действия.

ABOUT THE MEANS OF MATERIALIZATION IN THE STUDY OF THE TOPIC «NUMBER SYSTEMS»

N.I. Zavodchikov, candidate of Pedagogical Sciences, associate professor
I.A. Bikova, assistant
Yaroslavl State pedagogical University named after K.D. Ushinsky (Russia, Yaroslavl)

Abstract. The article discusses the features of the teaching methodology on the topic of "Number systems" in primary school. The questions of the influence of the choice of sign-symbolic means of teaching on the consciousness of students' actions when performing actions with numbers in various number systems are touched upon.

Keywords: number systems, symbolic means of training, materialized form of actio.

Системы счисления – одна из самых сложных для понимания учащимися тем школьного курса информатики. Согласно деятельностной теории учения, основу процесса усвоения составляет не восприятие, а действие – внешнее, практическое, или внутреннее, умственное [6; 8]. Важным этапом формирования любого умственного действия является его выполнение в материальной или материализованной форме. Согласно Н.Г. Салминой, материализованное действие – это действие, осуществляющееся с помощью знаково-символических средств: схем, диаграмм, чертежей и др., которые могут занимать в нем разное структурное место [6]. В начале формирования новых знаний по возможности все структурные компоненты действия должны быть представлены в материально-материализованной форме.

В учебниках по информатике основной школы [1; 5] и методических рекомендациях по изучению темы [2; 3] предполагается, что для материализации действий с числами в различных системах счисления в качестве знаково-символической структуры школьники будут использовать развернутую форму записи числа.

Мы решили проверить, действительно ли при решении задач на оперирование с числами, представленными в различных системах счисления, школьники обращаются к развёрнутой форме записи числа. Студентами ЯГПУ имени К.Д. Ушинского во время педагогической практики были опрошены учащиеся различных школ Ярославской области. Школьникам были предложены задачи на перевод в десятичную систему счисления чисел, записанных в других системах счисления, и обратно, задания на поиск ошибки в решении задачи на перевод, задание на выполнение арифметических действий и на сравнение чисел в различных системах счисления. Все учащиеся были условно разбиты на три группы: «сильные», «слабые» и «средние» – в соответствии с оценкой по предмету и характеристикой учителя. Беседа проводилась через три месяца после окончания изучения темы, студенты фиксировали рассуждения учащихся при решении задач и задавали наводящие вопросы, если школьник не мог справиться с решением или допускал ошибку.

С предложенным набором задач смогла справиться лишь незначительная часть «сильных» учащихся. Никто не смог ответить на вопрос, почему перевод из одной системы счисления в другую осуществляется именно так. Анализ протоколов бесед показал, что школьники оперируют понятием развёрнутой формы записи числа только при переводе в десятичную систему счисления. При решении задач на нахождение следующего и предыдущего числа основная масса учащихся продемонстрировала полное непонимание сути принципа позиционной записи чисел. Стоит отметить, что в задании «Укажи самое большое среди чисел 100_2, 100_8, 100_{16}» большинство школьников выбрали число 100_2 и изменили свой ответ только после перевода всех чисел в десятичную систему счисления.

Таким образом, можно сделать вывод, что при использовании в качестве знаково-символической структуры для опосредования действий с числами в различных системах счисления развёрнутой формы записи числа автоматизация происходит раньше, чем осознание.

Согласно деятельностному подходу в обучении, управлять познавательным процессом можно только при наличии адекватного действия, направленного на существенные свойства изучаемого материала [7]. Представление о позиционности базируется на понимании того факта, что в q-ичной системе счисления одна единица следующего разряда равна q единицам предыдущего. Организация деятельности школьников, позволяющей этот факт «пощупать», позволит сделать алгоритм перевода чисел из десятичной системы счисления и в десятичную более осознанным. Опыты Н.Г.

Салминой и Л.С. Колмогоровой [7] с учащимися первого класса показали, что усвоение принципа позиционности происходит со значительными затруднениями, если не использовать обобщённую графическую модель системы разрядов. Обобщённая графическая модель расположения разрядов (разрядная сетка) выполняет функцию материализации орудия действия; в ней каждый разряд занимает строго определённое место: единицы нулевого разряда (соответствуют количеству предметов) находятся на правой стороне листа, единицы второго и последующих разрядов отделяются друг от друга вертикальной чертой.

Указанное выше исследование проводилось с учащимися первого класса, поэтому авторы организовывали деятельность школьников в материальной форме (перекладывание кубиков). Мы решили реализовать описанный в [7] подход при работе с учащимися седьмого класса. Так как дети этого возраста относятся к следующей ступени развития (согласно Л.С. Выготскому, обладают учебной рефлексией, произвольностью внимания, могут строить внутренний план действий), материальная форма действия была заменена материализованной.

Было проведено пять уроков. На первом уроке происходило обсуждение способа записи некоторого количества предметов с помощью знаков алфавита, мощность которого равна q: учащиеся выполняли операцию последовательной замены q предметов (единичек, палочек) текущего разряда на одну единицу следующего, иллюстрируя свои действия на разрядной сетке. Также на этом этапе осуществлялись действия обратного перевода в десятичную систему счисления числа, записанного в q-ичной системе счисления, решались задачи на выполнение арифметических операций с числами в различных системах счисления.

В таблице 1 представлена модель организации изучения материала на этом этапе.

Таблица 1

Модель организации изучения материала

Формируемое действие		Объект действия		Орудие действия
для учителя	*для учащихся*	*для учителя*	*для учащихся*	
Перевод натурального числа из десятичной системы счисления в систему счисления с основанием q	Запись некоторого количества предметов с помощью ограниченного количества знаков	Натуральное число в десятичной системе счисления	Предметы (единицы), количество которых необходимо записать с помощью указанных цифр (знаков)	Разрядная сетка

На втором уроке было установлено соответствие между операцией последовательной замены единиц и действиями деления / умножения, введено понятие «веса» единицы разряда. Для организации ментального пространства операций по-прежнему использовалась разрядная сетка. На третьем занятии был осуществлён переход к традиционному визуальному оформлению алгоритмов перевода без использования разрядной сетки, введено понятие развёрнутой формы записи числа. На четвёртом и пятом занятиях школьники решали задачи в формате ОГЭ и докомпьютерной версии ЕГЭ по информатике.

Для сопровождения фронтальной и самоконтроля индивидуальной работы школьников были разработаны рабочая тетрадь и презентация, подробное описание методики можно найти в [4].

Через три месяца студенты четвёртого курса ЯГПУ имени К.Д. Ушинского провели опрос школьников. Стоит отметить, что «слабые» школьники так же не справились с заданиями, как и при традиционном обучении. Статистическая обработка результатов опросов позволила сделать вывод, что «сильные» и «средние» учащиеся справились с заданиями лучше, чем при традиционном обучении, кроме того, большинство из них смогли обосновать свои действия. В беседе о способах решения указанных задач было отмечено обращение учащихся к образу схемы разрядов в форме разрядной сетки.

Нами был сделан вывод, что разрядная сетка, как средство материализации орудия действия, позволяет учащимся удерживать обобщенный способ действия перевода натуральных чисел в систему счисления с основанием q и обратно, группирует понятия «позиционность», «разряд», «вес цифры числа» в более крупную структуру, которая послужит основой для изучения темы в дальнейшем.

Список литературы

1. Босова Л.Л., Босова А.Ю. Информатика. 8 класс. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2021. 176 с.
2. Формирование понятийного аппарата темы «Системы счисления» / Н.И. Заводчикова [и др.] // Математика и информатика, астрономия и физика, и совершенствование их преподавания: материалы Международной конференции «Чтения Ушинского». Ярославль, 2020. С. 223–228.
3. Заводчикова Н.И., Быкова И.А., Шаулина Д.С. Методика разработки укрупненных упражнений при преподавании темы «Системы счисления» // Математика и информатика, астрономия и физика и совершенствование их преподавания: материалы Международной конференции «Чтения Ушинского». Ярославль, 2020. С. 215–218.
4. Заводчикова Н.И., Быкова И.А. Поэтапное формирование у учащихся навыка применения алгоритма перевода чисел между системами счисления с основаниями p и q, где q является степенью p // Информатика в школе. 2022. № 4. С. 5–14.
5. Поляков К.Ю. Еремин Е.А. Информатика. 8 класс. М.: Лаборатория знаний, 2017. 256 с.
6. Салмина Н.Г. Виды и функции материализации в обучении. М.: Издательство Московского университета, 1981. 136 с.
7. Салмина Н.Г., Колмогорова Л.С. Усвоение начальных математических понятий при разных видах материализации объектов и орудий действия // Вопросы психологии. 1980. № 1. С. 47–57.
8. Талызина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний (психологические основы). М.: Издательство Московского университета, 1984. 345 с.

Авторы

МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ: ПРОБЛЕМЫ, ТЕХНОЛОГИИ, ПЕРСПЕКТИВЫ

Материалы
42-го Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов

12–14 октября 2023 года

Издательство
Смоленского государственного университета

Редактор *И.В. Марусова*
Компьютерная верстка *И.В. Сысоева*

Подписано к печати 03.10.2023. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Печать ризографическая. Усл. п. л. 27,0. Уч.-изд. л. 27,0. Тираж 500 экз.
Заказ №

Отпечатано