$\varphi(x_1, x_2, \ldots) = x(k_1), x(k_2), \ldots, x(k_m), x(H+k_1), x(H+k_2), \ldots, x(H+k_m), \ldots, x(jH+k_1), x(jH+k_2), \ldots, x(jH+k_m), \ldots$

Далее мы сохраняем обозначение φ для его ограничения на начальных словах $x(1), x(2), \ldots, x(L)$ бесконечной последовательности $x(1), x(2), \ldots$

Для введенного устройства ОУВ рассмотрим вектор $(\varepsilon(1), \varepsilon(2), \ldots, \varepsilon(H))$ из F_2^H, $F_2 = \{0, 1\}$, где $\varepsilon_j = 1$, $j \in \{1, 2, \ldots, H\}$, тогда и только тогда, когда $j \in \{k_1, k_2, \ldots, k_m\}$. Очевидно, такой вектор однозначно определяет ОУВ с параметрами $(k_1, k_2, \ldots, k_m; H)$. Рассмотрим вспомогательную двоичную последовательность

$$\varepsilon(1), \varepsilon(2), \ldots, \varepsilon(H), \varepsilon(1), \varepsilon(2), \ldots, \varepsilon(H), \varepsilon(1), \varepsilon(2), \ldots, \varepsilon(H), \ldots, \qquad (1)$$

элементы данной последовательности повторяются через H шагов. Поэтому период этой последовательности является делителем величины H. Далее мы рассматриваем только так называемые «приведенные» ОУВ шага H, т. е. ОУВ, для которых период последовательности (1) совпадает с H.

Теорема. *Пусть $x(1), x(2), \ldots$ — периодическая входная последовательность периода ω устройства ОУВ с параметрами. Тогда период W выходной последовательности ОУВ $\varphi((x(1), x(2), \ldots) = x'(1), x'(2), \ldots$ является делителем величины* (НОК$(\omega, H)/H)m$. *Если дополнительно $(H, \omega) = 1$, то период W кратен ω, $W = c\omega$, где c делит m. Если выполнено еще одно дополнительное условие $\omega > 3H - 2$, то $W = m\omega$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабаш А. В.* О периодичности последовательности состояний автомата, отвечающей его начальному состоянию и входной периодической последовательности. — Дискретн. матем., 2002, т. 14, в. 2, с. 54–64.
2. *Babash A. V.* Isoperiods of output sequences of automata. — Probabilistic Methods in Discrete Mathematics. Utrecht: VCP, 2002, p. 147–158.
3. *Бабаш А. В.* Внешне периодические автоматы. — Дискретн. матем., 2005, т. 17, в. 1.
4. *Бабаш А. В.* G-изопериод выходной последовательности автономного последовательного соединения автоматов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2000, т. 7, в. 1, с. 87–88.
5. *Бабаш А. В.* Локальные периоды выходных последовательностей некоторых классов автоматов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2000, т. 7, в. 1, с. 88–89.
6. *Бабаш А. В.* Приближенные периоды выходных последовательностей одного класса автономных автоматов. СПб.: 2000, с. 91–93.
7. *Бабаш А. В.* О периодах выходных последовательностей автоматов без потери информации при заданных периодических входных последовательностях. — Дискретн. матем., 2009, т. 21, в. 4.
8. *Бабаш А. В.* О периодичности выходных последовательностей автомата с потерей информации. — Ученые записки, 2010, № 3, с. 26–34.

З. И. Бежаева, В. И. Оселедец (Москва, МИЭМ, АБИК и МГУ). **Вычисление энтропии скрытой марковской цепи с одним «немарковским» состоянием.**

Рассмотрим стационарный марковский источник $\{X_n\}$ с алфавитом $\{0, 1, \ldots, L-1\}$, переходной матрицей P и стационарным распределением l ($lP = l$). Скрытая марковская цепь $\{Y_n\}$ с алфавитом $\{0, 1, \ldots, Q-1\}$ возникает из марковской цепи при передаче через канал. Канал определяется переходными вероятностями $p_a(b) = \operatorname{Prob}\{Y_n = a \mid X_n = b\}$, $a \in \{0, 1, \ldots, Q-1\}$, $b \in \{0, 1, \ldots, L-1\}$.

Введем диагональные матрицы D_a, $a \in \{0, 1, \ldots, Q-1\}$ с диагоналями $\{p_a(0), p_a(1), \ldots, p_a(Q-1)\}$. Пусть $E_a = D_a P$. Тогда $\operatorname{Prob}\{Y_1 = a_1, Y_2 = a_2, \ldots, Y_n = a_n\} = lE_{a_1}E_{a_2}\cdots E_{a_n}r$, где все элементы столбца r равны 1.

В [2] был рассмотрен пример, в котором $Q = L$ и $\operatorname{Prob}\{Y_n = 0 \mid X_n = 0\} = 1$, $\operatorname{Prob}\{Y_n = 0 \mid X_n = b\} = \varepsilon_b$, $\operatorname{Prob}\{Y_n = b \mid X_n = b\} = 1 - \varepsilon_b$, $b \neq 0$. В этом примере у матриц E_a, $a \neq 0$, все строки, за исключением одной строки, равны нулю и $0 < \varepsilon_b < 1$.

В [2] была получена формула типа формулы Блэкуэла [1] для энтропии скрытой марковской цепи в предположении, что все элементы матрицы P положительны. Эффективность этой формулы была показана в [2] на двух конкретных примерах.

Мы получили другую эффективную формулу для энтропии скрытой марковской цепи из [2] при более слабом предположении (P — неприводимая матрица).

Энтропия скрытой марковской цепи $h = -\sum_{i,n,j}(\ln(v_i E_0^n u_j))v_i E_0^n u_j l u_i (1 - \varepsilon_j)$, где v_i $(i = 1, 2, \ldots, Q-1)$ — это ненулевая строка матрицы E_i, а u_j — это столбец длины Q, в котором на месте с номером j $(j = 1, 2, \ldots, Q-1)$ стоит 1, а на остальных местах стоят нули.

В конкретном примере из [2] первая строка матрицы P равна $(0,4,\ 0,25,\ 0,35)$, вторая строка равна $(0,25,\ 0,45,\ 0,3)$ и третья строка равна $(0,2,\ 0,55,\ 0,25)$, а вероятности ошибок равны $\varepsilon_1 = 0,01$, $\varepsilon_2 = 0,02$. Численный счет по нашей формуле для этого примера из [2] дает $h = 1,0542407243824958$, что не совпадает со значением из [2].

Работа авторов была частично поддержана РФФИ, проект № 11-01-00982.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Blackwell D.* The entropy of functions of finite-state Markov chains. — In: Trans. of the 1st Praque Conference: Information Theory, Statistical Decision Functions, Random Processes, 1957, p. 13–20.
2. *Marchand K., Mulherkar J., Nachtergaele B.* Entropy rate calculations of algebraic measures. arxiv: 1105.23, 12 may 2011.

А. Н. Бестужева (Санкт-Петербург, ПГУПС). **Краевые волны над наклонным дном.**

Рассматривается задача о волновых движениях идеальной несжимаемой жидкости над наклонным дном. Область переменной глубины, занятая жидкостью, ограничена плоским наклонным дном. Волновое движение жидкости над наклонным дном характеризуется наличием краевых волн, которые ограничены по амплитуде на береговой линии, распространяются в направлении, параллельном береговой черте, и разрушаются в направлении к морю. В рамках линейной дисперсионной теории для получения краевых волн в аналитическом виде для угла наклона дна вида $\beta\pi/(2N)$ известны два метода. Первый — конструктивный метод, начало которому положил Розо [1], впоследствии упрощенный Уиземом [2] для систематического определения ограниченных решений. Параллельно Розо, Урселлом [3] было показано существование конечного числа краевых волн, число которых зависит от наклона дна, и приведена формула (без вывода) решения в виде конечной суммы экспоненциальных функций. В докладе на основе конструктивного метода в трактовке автора приводится формула для подсчета числа краевых волн и вычисляется первое критическое значение угла, отличное от рассуждений Урселла, при котором появляется новая мода в семействе краевых волн. Приводится формула для всех таких критических значений углов. В работе [4] излагается модификация конструктивного метода получения краевых волн, приведена формула, совпадающая с результатами Урселла [3]. В докладе по результатам работы [4] приводится уточнение числа собственных значений согласно условию сходимости краевых волн при удалении от береговой черты. В основе первого под-

ISSN 0869-8325

ТОМ 18 Выпуск 4

ОБОЗРЕНИЕ ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ МАТЕМАТИКИ

В выпуске:

Статья лауреата конкурса **«ОРМИ–ОПиПМ'2011»**
Секция **«Нечеткие системы, мягкие вычисления и интеллектуальные технологии»**

ДВЕНАДЦАТЫЙ ВСЕРОССИЙСКИЙ СИМПОЗИУМ
ПО ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ МАТЕМАТИКЕ

ОСЕННЯЯ ОТКРЫТАЯ СЕССИЯ.
НАУЧНЫЕ ДОКЛАДЫ. ЧАСТЬ II

1 – 8 X • 2011

Редакция журнала «ОПиПМ» • МОСКВА
2011