
**ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
МОДЕЛИРОВАНИЯ
И УПРАВЛЕНИЯ**

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1994 г.

**2018
№ 1(109)**

Воронеж

Издательство «Научная книга»



2018

Издательство "Научная книга"
Липецкий государственный технический университет
Бакинский государственный университет

ISSN 1813-9744

Журнал зарегистрирован в Центрально-Черноземном управлении Федеральной службы по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия

П И N Ф С 6-0238 от 19 сентября 2005 г.

Журнал выходит не реже шести раз в год

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ
И УПРАВЛЕНИЯ**

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Главный редактор О.Я.Кравец, д-р техн. наук, профессор

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

А.А.Алиев, д-р техн. наук, профессор (БГУ, Азербайджан, г. Баку)

С.Л.Блюмин, д-р физ.-мат. наук, профессор (ЛГТУ, Россия, г. Липецк)

С.Л.Подвальный, д-р техн. наук, профессор (ВГТУ, Россия, г. Воронеж)

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы публикаций. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна.

Правила для авторов доступны на сайте журнала <http://www.sbook.ru/itmu>

Материалы публикуются в авторской редакции.

Дизайн обложки – С.А.Кравец

Адрес редакции и издательства:
394077 Воронеж, ул. 60-й Армии, дом 25,
комн. 120

Телефон: (473)2667653
Факс: (473)2661253 автомат
E-mail: itmu@yandex.ru
<http://www.sbook.ru/itmu>

Учредитель и издатель: ООО Издательство "Научная книга"

<http://www.sbook.ru>

Отпечатано с готового оригинал-макета в ООО "Цифровая полиграфия"

394036, г.Воронеж, ул.Ф.Энгельса, 52, тел.: (473)261-03-61

Подписной индекс в объединенном каталоге «Пресса России» (зеленый) - 42297

Свободная цена

Подписано в печать 10.02.2018. Заказ 0000. Тираж 1000. Усл. печ. л. 5,0. Выход в свет 10.03.2018.

ã Информационные технологии моделирования и управления, 2018

Содержание

1. Информационные технологии в приложениях

- Атласов И.В., Дубинина Н.М. Расширение методики ресурсной оптимизации при диагностировании саморазмножающихся организмов в биологически активной среде 4
- Хлынин А.С., Крюков О.В. Теоретическая разработка инвариантной системы управления электроприводными газоперекачивающими агрегатами 12
- Чепкасов В.Л. Анализ чертежно-графических объектов с использованием теории активного восприятия..... 21

2. Моделирование и анализ сложных систем

- Nazirova E.Sh. Mathematical modeling of filtration problems three-phase fluid in porous medium 31
- Старостин Н.В., Небайкин С.В., Волков В.О. Концепция многоуровневости как инструмент ускорения классического алгоритма силовой укладки графа..... 40
- Фомичёв М.И. Интеграция метаэвристических алгоритмов решения несимметричной задачи коммивояжёра с методом ветвей и границ 47

3. Программные и телекоммуникационные системы

- Изотова Т.Ю., Джевага К.А., Приставка А.С. Подходы к моделированию сети абонентского доступа 55
- Пахомова О.А., Кравец О.Я. Использование среды Matlab для идентификации объектов с использованием оператора Кенни 66
- Филимонов П.А., Мишин А.Б., Лебеденко Е.В. К вопросу о моделировании обмена данными в сети Интернет с учетом функционирования гибридных сетей доставки контента..... 72

1. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ПРИЛОЖЕНИЯХ

Атласов И.В., Дубинина Н.М.

РАСШИРЕНИЕ МЕТОДИКИ РЕСУРСНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИ ДИАГНОСТИРОВАНИИ САМОРАЗМНОЖАЮЩИХСЯ ОРГАНИЗМОВ В БИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНОЙ СРЕДЕ

Московский университет Министерства внутренних дел РФ имени В.Я. Кикотя

Введение

Потребность решить рассмотренную ниже задачу возникла еще во время первой мировой войны. Необходимо было проверить большое количество солдат, идущих на фронт, на заболеваемость сифилисом (люди находились все время рядом, пользовались одной посудой, спальными принадлежностями, поэтому вирус мог распространиться достаточно быстро). Для диагностирования этого заболевания у каждого человека бралась кровь и обрабатывалась химикатами. Процедура проверки крови в то время была достаточно дорогая и необходимы были методики, позволяющие экономить средства, используемые для диагностирования.

При проверке большой группы людей, а также при условии, что вероятность заболевания сифилисом каждым человеком очень мала $p \approx 0$, И.Р. Дорфман [6] разработал методику, позволяющую определить наличие заболевания, и при этом в несколько раз сократить использование препаратов, необходимых для диагностирования болезни. Для решения этой задачи он разбил произвольным образом всех людей на группы по k человек (k - некоторое натуральное число большее единицы). Далее кровь этих k человек перемешивал и брал часть ее на анализ, который проводил всего один раз. Если k можно подобрать такое, что практически в каждой из этих групп больных не будет, то количество химикатов, используемых для диагностирования, можно уменьшить примерно в k раз.

Естественно, задачу можно обобщить, заменив кровь на биологически активные жидкости, и обнаруживать не сифилис, а какие-нибудь другие микроорганизмы, способные размножаться в этой биологически активной среде. Также указанную методику можно использовать для нахождения следов наркотических веществ в различных жидкостях и пр.

Далее, будем рассматривать обобщенную методику. Итак, берем биологически активную жидкость не у каждого индивидуума, а у группы из k индивидуумов, перемешиваем ее и делаем всего лишь один анализ. Если никто из людей в этой группе не болеет, то вместо k анализов достаточно сделать один, в противном случае придется сделать $k + 1$ анализ.

Итак, возникает задача нахождения максимального натурального числа k такого, чтобы практически в каждой из этих групп по k человек больных бы не было. Сама постановка задачи предполагает решение ее вероятностными методами. В [1] предложена следующая вероятностная модель. Пусть g_i - целочисленная случайная величина [5], равная количеству проведенных

процедур для i партии. Пусть общее число людей - n и пусть n без остатка делится на k . Как будет понятно ниже, это ограничение не существенно, если n велико и k во много раз меньше n . Общее число проведенных проце-

дур равно $g = \sum_{i=1}^{\frac{n}{k}} g_i$. Если математическое ожидание [2]

$M(g) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{k}} M(g_i) = \frac{n}{k} M(g_1)$ окажется меньше n , то можно считать, что мы

добились определенной экономии. То есть, имеет смысл вычислить функцию $j(k) = M(g_i)$ и найти ее минимум по k . Согласно нашим рассуждениям, случайная величина $g_i = 1$ при условии, что все k человек здоровы и $g_i = k + 1$ при условии, что хотя бы один человек болен. Несложно видеть, что при условии независимости больных друг от друга [5], имеем

$$\gamma_i = \begin{cases} 1, & \text{где } (1-p)^k, \\ k+1, & \text{где } 1-(1-p)^k. \end{cases}$$

В [1] вычислено математическое ожидание случайной величины g_i

$$M(\gamma_i) = (1-p)^k + (k+1)(1-(1-p)^k) = (k+1) - k(1-p)^k$$

и, соответственно, математическое ожидание случайной величины g

$$M(g) = \sum_{i=1}^{\frac{n}{k}} M(\gamma_i) = \frac{n}{k} M(\gamma_1) = n \left(\left(1 + \frac{1}{k}\right) - (1-p)^k \right)$$

Для исследования функции $M(g)$ на экстремум автор [1] исследовал на экстремум [7] функцию $K(x) = 1 + \frac{1}{x} - (1-p)^x$, пользуясь приближенным ра-

венством $(1-p)^x \approx 1 - px$, т.к. найти точное значение минимума функции $K(x)$ не представляется возможным. Точнее он исследовал приближенную к

$K(x)$ функцию $\bar{K}(x) = \frac{1}{x} + xp$. Так как производная $\bar{K}'(x) = -\frac{1}{x^2} + p$, то точ-

кой минимума этой функции является точка $\bar{x}k = \frac{1}{\sqrt{p}}$ и $\bar{K}\left(\frac{1}{\sqrt{p}}\right) = 2\sqrt{p}$. Есте-

ственно, использовать модель лучше всего при выполнении условия

$$\min_x K(x) \approx \bar{K}\left(\frac{1}{\sqrt{p}}\right) = 2\sqrt{p} < 1$$

или $p < \frac{1}{4} = 0,25$. Очевидно, модель лучше не использовать при условии

$$\min_x K(x) \approx \bar{K}\left(\frac{1}{\sqrt{p}}\right) = 2\sqrt{p} > \frac{1}{\sqrt{p}}$$

или $p > \frac{1}{2} = 0,5$.

Похожие задачи рассматривались в [2-5].

Усовершенствованная модель

В нашей работе строится аналог случайной величины g_i , случайная величина Θ_i имеет следующий вид

$$\Theta_i = \begin{cases} 1, & \text{где } (1-p)^k, \\ k, & \text{где } p(1-p)^{k-1}, \\ k+1, & \text{где } 1-(1-p)^k - p(1-p)^{k-1}, \end{cases}$$

то есть принимает три различных значения за счет того, что если для смеси из крови в партии k человек обнаружен сифилис и при более тщательном исследовании первые проверяемые $k-1$ людей оказались здоровы, то последнего проверяемого человека в партии проверять не обязательно, так как он обязательно болеет и в сумме для этой партии получается $(k-1)+1=k$ исследований. Вероятность этого события, очевидно, равна $(1-p)^{k-1}p$. Аналогично, если все в партии здоровы, то необходимо одно исследование, вероятность которого равна $(1-p)^k$. И если не выполнены два предыдущих условия, то необходимо $k+1$ исследование, вероятность которого равна $1-(1-p)^k - (1-p)^{k-1}p$.

Заметим, что почти всюду $\Theta_i \leq g_i$. Действительно, по формуле полной вероятности, имеем

$$\begin{aligned} P(\Theta_i \leq \gamma_i) &= P(\Theta_i \leq \gamma_i | \Theta_i = 1)P(\Theta_i = 1) + \\ &+ P(\Theta_i \leq \gamma_i | \Theta_i = k)P(\Theta_i = k) + P(\Theta_i \leq \gamma_i | \Theta_i = k+1)P(\Theta_i = k+1). \end{aligned}$$

Очевидно, что при выполнении условия $\Theta_i = 1$ (все k человек здоровы) случайные величины Θ_i и g_i совпадают и равны $\Theta_i = g_i = 1$, поэтому вероятность $P(\Theta_i \leq g_i | \Theta_i = 1) = 1$. При выполнении условия $\Theta_i = k$ (первые $k-1$ человек здоровы и последний k болен) случайные величины Θ_i и g_i , соответственно, равны $\Theta_i = k$ и $g_i = k+1$, то есть выполнено неравенство $\Theta_i = k < k+1 = g_i$, поэтому вероятность $P(\Theta_i \leq g_i | \Theta_i = k) = 1$. При выполнении условия $\Theta_i = k+1$ (первый больной человек оказался не на k месте) случайные величины Θ_i и g_i совпадают и равны $\Theta_i = g_i = k+1$, поэтому вероятность $P(\Theta_i \leq g_i | \Theta_i = k+1) = 1$. Отсюда следует, что

$$\begin{aligned} P(\Theta_i \leq \gamma_i) &= P(\Theta_i \leq \gamma_i | \Theta_i = 1)P(\Theta_i = 1) + P(\Theta_i \leq \gamma_i | \Theta_i = k)P(\Theta_i = k) + \\ &+ P(\Theta_i \leq \gamma_i | \Theta_i = k+1)P(\Theta_i = k+1) = P(\Theta_i = 1) + P(\Theta_i = k) + P(\Theta_i = k+1) = 1. \end{aligned}$$

Соответственно, математические ожидания также связаны неравенством

$M(\Theta_i) \leq M(g_i)$ и более того $\min_k M(\Theta_i) \leq \min_k M(g_i)$. Рассмотрим более подробно эти математические ожидания. Математическое ожидание случайной величины Θ_i равно

$$\begin{aligned} M(\Theta_i) &= (1-p)^k + kp(1-p)^{k-1} + (k+1)\left(1-(1-p)^k - p(1-p)^{k-1}\right) = \\ &= (1-p)^k + \frac{kp}{1-p}(1-p)^k + (k+1)\left(1-(1-p)^k - \frac{p}{1-p}(1-p)^k\right) = \\ &= (k+1) + \left(1 + \frac{kp}{1-p} - k - 1 - \frac{p}{1-p} - \frac{kp}{1-p}\right)(1-p)^k = \\ &= (k+1) - \left(\frac{p}{1-p} + k\right)(1-p)^k \end{aligned}$$

и, соответственно,

$$\begin{aligned} M(\Theta) &= \sum_{i=1}^{\frac{n}{k}} M(\Theta_i) = \frac{n}{k} M(\Theta_1) = n \left(\left(1 + \frac{1}{k}\right) - \left(\frac{p}{k(1-p)} + 1\right)(1-p)^k \right) = \\ &= M(\gamma) - \frac{np(1-p)^k}{k(1-p)}. \end{aligned}$$

Итак, доказано что $M(g) = M(\Theta) + \frac{np(1-p)^k}{k(1-p)}$, или $M(\Theta) < M(g)$. Исследуем более подробно функцию $M(\Theta)$. Обозначим $q = 1 - p$ и рассмотрим функцию

$$\begin{aligned} H(x) &= 1 + \frac{1}{x} - \left(\frac{p}{qx} + 1\right)(1-p)^x = \left(1 + \frac{1}{x} - (1-p)^x\right) - \frac{p}{qx}(1-p)^x = \\ &= K(x) - \frac{p}{x}(1-p)^{x-1}. \end{aligned}$$

Проведем ее исследование на экстремум [7]

$$\begin{aligned} H^*(x) &= \left[-\frac{1}{x^2} - (1-p)^x \ln(1-p)\right] + \frac{p}{qx}(1-p)^x \left(\frac{1}{x} - \ln(1-p)\right) = \\ &= K^*(x) + \frac{p}{qx}(1-p)^x \left(\frac{1}{x} - \ln(1-p)\right) = K^*(x) + \theta(x), \end{aligned}$$

где $q(x) = \frac{p}{qx}(1-p)^x \left(\frac{1}{x} + (-\ln(1-p))\right) > 0$

Согласно [1], уравнение $K^*(x) = 0$ имеет два корня, причем в наименьшем корне, который обозначим через x_k , достигается максимум. Покажем, что уравнение $H^*(x) = 0$ имеет корень x_h - наименьший корень уравнения, в

котором достигается максимум. Так как $q(x_k) > 0$, то

$$H^*(x_k) = K^*(x_k) + \theta(x_k) = \theta(x_k) > 0.$$

С другой стороны, что для достаточно малых $p < \frac{1}{2}$ справедливо неравенство

$$\begin{aligned} H^*(1) &= -1 + \left(\frac{p}{q} - \left(1 + \frac{p}{q} \right) \ln(1-p) \right) (1-p) = \\ &= -1 + (p - \ln(1-p)) = -1 + p \left(1 + \frac{\ln(1-p)}{-p} \right) < 0. \end{aligned}$$

Неравенство вытекает из существования предела

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left(-1 + p \left(1 + \frac{\ln(1-p)}{-p} \right) \right) = -1.$$

Точнее, для произвольного $\varepsilon > 0$ существует $d(\varepsilon) > 0$, такое что для для достаточно малых $0 < p < d(\varepsilon)$ справедливо неравенство

$$-1 - \varepsilon < \left(-1 + p \left(1 + \frac{\ln(1-p)}{-p} \right) \right) < -1 + \varepsilon.$$

В частности, при $\varepsilon = \frac{1}{2}$ существует $d\left(\frac{1}{2}\right) > 0$ такое, что для достаточно малых $0 < p < d\left(\frac{1}{2}\right)$ справедливо неравенство

$$-\frac{3}{2} < H^*(1) = \left(-1 + p \left(1 + \frac{\ln(1-p)}{-p} \right) \right) < -\frac{1}{2} < 0.$$

Откуда следует, что уравнение $H^*(x) = 0$ имеет корень x_h , в котором достигается максимум и более того $1 < x_h < x_k$.

Можно построить приближенное значение x_h . Пользуясь приближенным равенством $(1-p)^x \approx 1 - xp$ [7], заметим, что

$$H(x) = 1 + \frac{1}{x} - \left(\frac{p}{qx} + 1 \right) (1-p)^x \approx 1 + \frac{1}{x} - \left(\frac{p}{qx} + 1 \right) (1 - xp) = \frac{q-p}{qx} + xp + \frac{p^2}{q}.$$

Обозначим

$$\bar{H}(x) = \frac{q-p}{qx} + xp + \frac{p^2}{q} = \frac{1}{x} + xp + \frac{p^2}{q} - \frac{p}{qx}.$$

Найдем минимум этой функции. Производную функции $\bar{H}(x)$ приравняем к нулю

$$\bar{H}^*(x) = -\frac{q-p}{qx^2} + p = -\frac{1}{x^2} + p + \frac{p}{qx^2} = 0$$

и найдем корень \bar{x}_h уравнения $\bar{H}^*(x) = 0$. Для $q - p = 1 - 2p > 0$ или $p < 0,5$ имеем

$$\bar{x}_h = \sqrt{\frac{q-p}{qp}} = \frac{1}{\sqrt{p}} \sqrt{\frac{1-2p}{1-p}} = \frac{1}{\sqrt{p}} \sqrt{1 - \frac{p}{1-p}} < \frac{1}{\sqrt{p}} = \bar{x}_k$$

и, соответственно, при достаточно малых $p < 0,5$ выполнено неравенство

$$\bar{H}(\bar{x}_h) = \frac{q-p}{q} \sqrt{\frac{qp}{q-p}} + p \sqrt{\frac{q-p}{qp}} + \frac{p^2}{q} = 2\sqrt{p} \sqrt{1 - \frac{p}{q}} + \frac{p^2}{q} < 2\sqrt{p} = \bar{K}(\bar{x}_k)$$

Последнее неравенство справедливо при малых p . Это вытекает из очевидного неравенства $2\sqrt{p} \sqrt{1 - \frac{p}{q}} < 2\sqrt{p} = \bar{K}(\bar{x}_k)$ и того факта, что $\frac{p^2}{q}$ бесконечно малая более высокого порядка, чем \sqrt{p} при $p \rightarrow 0$ [7]. Более подробно, используя ряд Тейлора, для достаточно малых p имеем

$$\sqrt{1 - \frac{p}{q}} - 1 + \frac{p\sqrt{p}}{q} = 1 - \frac{1}{2} \frac{p}{q} + o(p^2) - 1 + \frac{p\sqrt{p}}{q} = \frac{p}{q} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{p} + \frac{o(p^2)}{p} \right) < 0,$$

так как предел [7] $\lim_{p \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{2} + \sqrt{p} + \frac{o(p^2)}{p} \right) = -\frac{1}{2}$,

Естественно, использовать модель лучше всего при выполнении двух условий $p < 0,5$ и

$$\min_x H(x) \approx \bar{H} \left(\frac{1}{\sqrt{p}} \sqrt{\frac{1-2p}{1-p}} \right) = 2\sqrt{p} \sqrt{\frac{1-2p}{1-p}} + \frac{p^2}{1-p} < 1.$$

Поэтому последнее неравенство эквивалентное неравенствам

$$2\sqrt{p} \sqrt{\frac{1-2p}{1-p}} < 1 - \frac{p^2}{1-p},$$

$$\frac{4p(1-2p)(1-p)}{(1-p)^2} < \frac{(1-p-p^2)^2}{(1-p)^2},$$

$$\frac{4p-12p^2+8p^3}{(1-p)^2} < \frac{1+p^2+p^4-2p-2p^2+2p^3}{(1-p)^2},$$

которое в свою очередь эквивалентно неравенству

$$\frac{p^4 - 6p^3 + 11p^2 - 6p + 1}{(1-p)^2} > 0.$$

Изучим функцию $y = p^4 - 6p^3 + 11p^2 - 6p + 1$ на экстремум. Найдем производную этой функции и приравняем ее к нулю.

$$y^* = 4p^3 - 18p^2 + 22p - 6 = 4\left(p^3 - \frac{9}{2}p^2 + \frac{11}{2}p - \frac{3}{2}\right) =$$

$$= \left(p - \frac{3}{2}\right)\left(p^2 - 3p + 1\right) = \left(p - \frac{3}{2}\right)\left(p - \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)\left(p - \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right).$$

Так как $\frac{3-\sqrt{5}}{2} < 0,5$, то, очевидно, что функция y убывает на отрезке $\left[0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}\right]$ и возрастает на отрезке $\left[\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{1}{2}\right]$. То есть в точке $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ функция y достигает минимума. Заметим, что

$$y\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^4 - 6\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^3 + 11\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) + 1 =$$

$$= \left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^4 - 6\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 + 11\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) + 1.$$

Так как

$$\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 - 4\left(\frac{3}{2}\right)^3 \frac{\sqrt{5}}{2} + 6\left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^4 =$$

$$= \frac{81}{16} - \frac{27}{4}\sqrt{5} + \frac{270}{16} - \frac{15}{4}\sqrt{5} + \frac{25}{16} = \frac{376}{16} - \frac{21}{2}\sqrt{5}$$

$$- 6\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 = -6\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 18\left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - 18\left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 =$$

$$= -\frac{81}{4} + \frac{81}{4}\sqrt{5} - \frac{135}{4} + \frac{15}{4}\sqrt{5} = -54 + 24\sqrt{5}.$$

Далее,

$$11\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{5}}{2}\right) + 1 = \frac{77}{2} - \frac{33\sqrt{5}}{2} - 9 + 3\sqrt{5} + 1 = \frac{61}{2} - \frac{27\sqrt{5}}{2}.$$

Окончательно имеем,

$$y\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{376}{16} - \frac{21}{2}\sqrt{5} - 54 + 24\sqrt{5} + \frac{61}{2} - \frac{27\sqrt{5}}{2} = 0.$$

То есть функция y на интервале $\left[0; \frac{1}{2}\right]$ положительна и только в точке $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ обращается в нуль.

Выводы

Таким образом, область применения новой методики шире, чем область применения предыдущей. Старую методику имеет смысл применять для значения вероятности, находящейся в интервале $0 < p < 0,25$, и ее использование

теряет смысл при $p > 0,5$. Для новой методики интервал использования стал шире $0 < p < 0,5$ и ее просто нельзя применять при $p > 0,5$.

Более того, показано, что математическое ожидание

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{x}_h) &= \frac{q-p}{q} \sqrt{\frac{qp}{q-p}} + p \sqrt{\frac{q-p}{qp}} + \frac{p^2}{q} = 2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} + 2\sqrt{p} = \\ &= 2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} + \bar{K}(\bar{x}_k) < \bar{K}(\bar{x}_k) \end{aligned}$$

$$\min_k M(\Theta) \approx n\bar{H}(\bar{x}_h) = n \left[2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} \right] + n\bar{K}(\bar{x}_k) \approx$$

$$\approx n \left[2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} \right] + \min_k M(\Upsilon) < \min_k M(\Upsilon).$$

$$M(\Theta) = M(\Upsilon) - \frac{np(1-p)^k}{k(1-p)}.$$

Также, для достаточно малых p , были доказаны равенства

$$\begin{aligned} \bar{H}(\bar{x}_h) &= \frac{q-p}{q} \sqrt{\frac{qp}{q-p}} + p \sqrt{\frac{q-p}{qp}} + \frac{p^2}{q} = 2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} + 2\sqrt{p} = \\ &= 2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} + \bar{K}(\bar{x}_k) < \bar{K}(\bar{x}_k) \end{aligned}$$

$$\min_k M(\Theta) \approx n\bar{H}(\bar{x}_h) = n \left[2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} \right] + n\bar{K}(\bar{x}_k) \approx$$

$$\approx n \left[2\sqrt{p} \left(\sqrt{1-\frac{p}{q}} - 1 \right) + \frac{p^2}{q} \right] + \min_k M(\Upsilon) < \min_k M(\Upsilon).$$

Список использованных источников

1. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. М.: БИНОМ, 2009.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.: УРСС, 2001.
3. Атласов И.В. Об эффективности работы нескольких взаимозаменяемых устройств// Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика. 2015. № 4. С. 85-101.
4. Атласов И.В. Работа двух параллельных устройств с учетом времени их замены// Вестник Тверского государственного университета. Серия: Прикладная математика. 2016. № 2. С. 49-79.
5. Боровков А.А. Теории вероятностей. М.: Наука, 1986.
6. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. М.: Наука, 1982.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1976.

Хлынин А.С., Крюков О.В.
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА ИНВАРИАНТНОЙ СИСТЕМЫ
УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДНЫМИ
ГАЗОПЕРЕКАЧИВАЮЩИМИ АГРЕГАТАМИ
АО «Гипрогазцентр»

Введение

Частотно-регулируемый электропривод уже давно широко используется во многих областях промышленности и многократно доказал свою техническую и экономическую целесообразность.

В настоящее время высоковольтные преобразователи частоты начинают применяться и в транспорте газа. Современные электроприводные газоперекачивающие агрегаты (ЭГПА) используют частотное регулирование электродвигателя для повышения надежности и эффективности работы при его пусках и изменениях режимов [5,9].

Расширение распространения ЭГПА с частотно-регулируемым приводом (ЧРП) требует создания систем автоматического регулирования (САР) скорости вращения электропривода, учитывающих все технологические и внешние факторы, влияющие на режимы работы газоперекачивающего агрегата.

Режимы работы большей части существующих ЭГПА задаются оператором вручную, что снижает эффективность и оперативность управления.

Использование же САР позволяет с высокой точностью определять необходимую скорость вращения электропривода ГПА и превентивно задать необходимый режим работы ЭГПА.

С помощью задания параметров работы каждого ЭГПА достигается оптимальное распределение нагрузки между параллельно работающими агрегатами на компрессорной станции и, как следствие, оптимальное потребление электроэнергии.

На практике большинство ЭГПА функционирует в условиях, при которых момент нагрузки, скорость и многие технологические параметры не остаются постоянными, как принимается упрощенно в простейших локальных приводах, а значительно изменяются во времени. Это обусловлено как факторами технологического характера, так и иными внешними воздействиями, которые носят случайный характер.

Так как частота вращения электродвигателя ЭГПА n задается в условиях одновременного случайного изменения всех технологических и внешних параметров, для достижения требуемой производительности и выходных параметров газа необходимо:

- получить и обработать достоверную информацию с соответствующих датчиков в цикле с дискретностью порядка минуты;
 - вычислить оптимальную (заданную) скорость вращения электродвигателя ЭГПА ω_3 по аналитическим регрессионным алгоритмам;
 - скорректировать ω_3 с учетом стабилизирующего действия обратной связи по выходному давлению газа.
-
-

На рис. 2 приведена предлагаемая структура комбинированной системы автоматического регулирования (САР) скорости вращения электропривода ГПА, которая позволяет реализовать требуемый алгоритм управления.

Комбинированная система управления использует регрессионный алгоритм расчета оптимальной скорости вращения привода ЭГПА. Данный алгоритм реализуется в блоке расчета необходимой скорости. Блок производит расчет на основании данных с технологических датчиков и заданного выходного давления. Далее с помощью ПИ-регулятора при необходимости производится точная регулировка скорости вращения с использованием сигнала обратной связи с датчика скорости. На выходе ПИ-регулятора - сигнал задания требуемой скорости вращения привода.

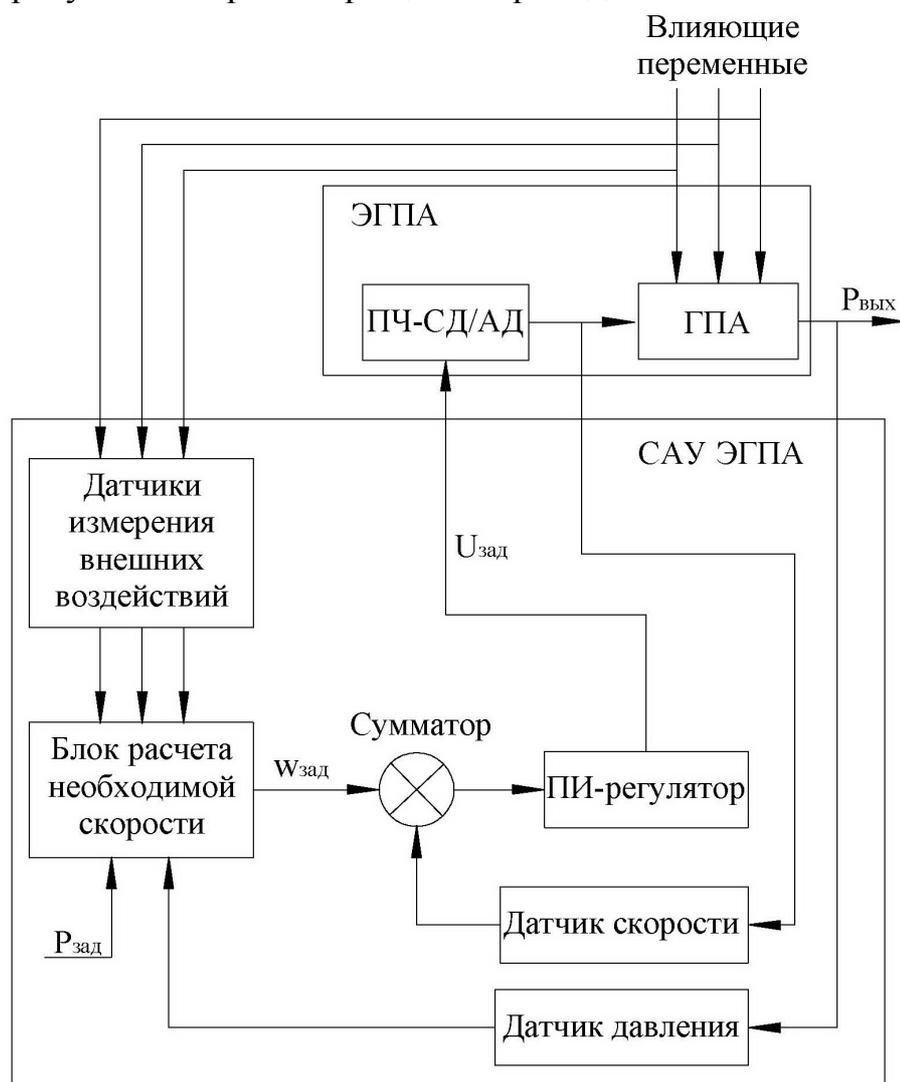


Рис. 1. Структура комбинированной системы управления частотно-регулируемого ЭГПА [1]

Модель множественной линейной регрессии

Процесс компримирования газа в ЭГПА зависит от множества параметров: технологических, конструктивных, климатических и т.д. Учесть все эти параметры аналитическими выражениями практически невозможно. Поэтому для построения алгоритма управления ЭГПА предложено уравнение множе-

ственной линейной регрессии. Регрессионный алгоритм строится на основе статистической информации о режимах работы ЭГПА и изменении всех действующих параметров.

Для обработки экспериментальных данных использована модель линейной регрессии в матричном виде:

$$y = \alpha + x \cdot \beta \quad (1)$$

где y - матрица выходных параметров системы (величины скорости вращения ЭГПА или технологических параметров); x - матрица входных воздействий (параметров задания и внешних возмущающих воздействий); β - параметры механизма преобразований в системе; α - матрица помех (неучтенных факторов).

На рис. 2 приведена общая функциональная схема взаимодействия переменных реального объекта. При этом входные переменные $x^{(p)}$ описывают условия функционирования и поэтому являются независимыми факторами-аргументами, предсказывающими (предикторными) и объясняющими поведение объекта.

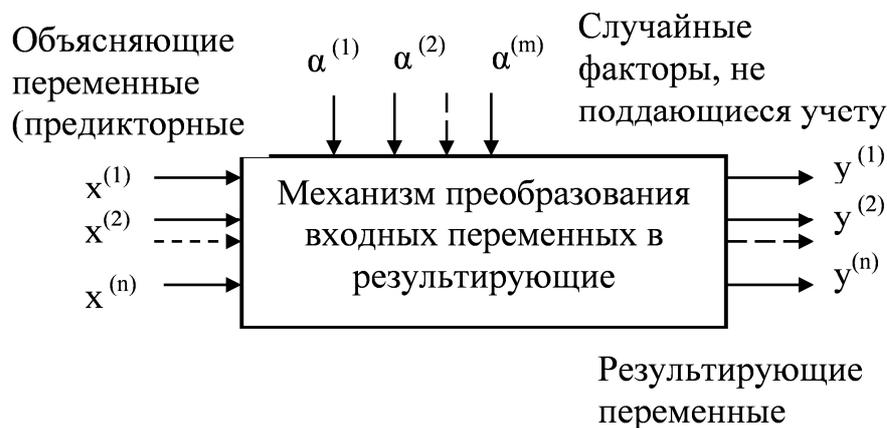


Рис. 2. Общая схема взаимодействия при статистическом исследовании [10]

Выходные переменные $y^{(n)}$ характеризуют результат (эффективность) функционирования объекта и представляют собой зависимые (эндогенные) результирующие отклики. Неучтенные остаточные компоненты $\alpha^{(m)}$ представляют собой случайные латентные (скрытые, не поддающиеся точному измерению) факторы, отражающие влияние второстепенных воздействий и случайных ошибок измерения.

Анализ данных по КС «Парабель»

Реальное регрессионное уравнение составляется на основании ретроспективных данных по конкретному газоперекачивающему агрегату. В рамках данной статьи для расчетов используются статистические данные о работе ЭГПА компрессорной станции «Парабель» мощностью 4 МВт. Количество срезов данных равняется 100. Данные являются абсолютно репрезентативными, приведены для широкого диапазона изменения всех параметров в течение календарного года.

Основными технологическими и внешними параметрами, влияющими на требуемую величину частоты вращения электропривода n (об./мин.), являются:

Q_n - производительность объемная, отнесенная к начальным условиям;

$P_{вх}$ - давление газа на входе ЭГПА;

$P_{вых}$ - давление газа на выходе ЭГПА;

$T_{вх}$ - температура газа на входе ЭГПА;

$T_{вых}$ - температура газа на выходе ЭГПА;

T_n - температура наружного воздуха.

Также есть ряд неучтенных факторов, связанных с состоянием труб, оборудования и внешними влияниями на процесс.

Отбор факторов, которые войдут в уравнение множественной линейной регрессии осуществляется по следующим принципам:

- должны быть количественно измеримы;
- не должны быть коррелированы между собой;
- не должны ухудшать общих параметров регрессии (остаточная дисперсия, стандартная ошибка).

Корреляционный анализ факторов проводится на основе оценки коэффициентов частной корреляции. Результаты оценки приведены в табл. 1.

Таблица 1
Коэффициенты частной корреляции

	Q_n	$P_{вх}$	$P_{вых}$	$T_{вх}$	$T_{вых}$
Давление на входе ЭГПА, $P_{вх}$, кгс/см ²	-0,017				
Давление на выходе ЭГПА, $P_{вых}$, кгс/см ²	0,026	0,695			
Температура газа на входе ЭГПА, $T_{вх}$ °С	0,193	-0,007	0,287		
Температура газа на выходе ЭГПА, $T_{вых}$ °С	0,223	-0,118	0,450	0,899	
Температура наружного воздуха, T_n , °С	0,198	-0,249	-0,069	0,535	0,480

Так как факторы температур на входе и выходе ЭГПА являются значительно коррелированными (коэффициент корреляции более 0,7), необходимо исключить один из факторов из регрессионного уравнения. Исключим фактор $T_{вх}$, так как регрессионное уравнение с его участием дает чуть худшие показатели.

Несмотря на то, что ряд других факторов также имеют значимую корреляцию, они не исключаются, так как их исключение приводит к существенному ухудшению точности регрессионного уравнения.

Таким образом, в качестве регрессионной модели работы ЭГПА принята линейная пятифакторная модель вида:

$$n = \alpha + \beta_1 Q + \beta_2 P_{вх} + \beta_3 P_{вых} + \beta_4 T_{вых} + \beta_5 T_n \quad (2)$$

где α - неучтенные факторы.

Для возможности использования регрессионного анализа должно выполняться условие нормальности распределения наблюдаемых случайных величин.

Одним из важнейших требований регрессионного анализа является обязательная нормальность распределения наблюдаемых случайных величин. Оценка нормальности распределения проводится по критерию Шапиро-Уилка, как одного из самых эффективных критериев [10]. Данный критерий

основан на отношении оптимальной линейной несмещенной оценки дисперсии к ее обычной оценке методом максимального правдоподобия. В [11] приведена аппроксимация, позволяющая применить критерий Шапиро-Уилка без таблиц и упростить проверку.

Для значимости $\alpha = 0,05$ предлагается статистика:

$$W_1 = \left(1 - \frac{0,6695}{n^{0,6518}}\right) \frac{s^2}{B} \quad (3)$$

где s^2 - дисперсия случайной величины;

n - количество опытов;

$$B = \left\{ \sum_{j=1}^m a_j (x_{n-j} - x_j) \right\}^2; \quad m = \left[\frac{n}{2} \right]; \quad (4)$$

где a - исследуемый параметр;

j - номер опыта;

$$a_0 = \frac{0,899}{(n-2,4)^{0,4162}} - 0,02 \quad (5)$$

$$a_j = a_0 \left[z + \frac{1483}{(3-z)^{10,845}} + \frac{71,61^{-10}}{(1,1-z)^{8,26}} \right] \quad (6)$$

$$z = \frac{n-2j+1}{n-0,5} \quad (7)$$

При $W_1 < 1$ нулевая гипотеза нормальности распределения случайных величин отклоняется. Для величины скорости вращения (n) $W_1 = 1,22 > 1$, соответственно распределение признается нормальным. Для всех остальных случайных величин произведена аналогичная проверка. Нормальное распределение всех факторов позволяет нам использовать регрессионный анализ исследуемых данных.

Параметры β и α находятся путем обработки экспериментальных данных с использованием средств MathCAD.

В результате расчетов получено следующее численное уравнение множественной регрессии:

$$n = 5397 + 10Q - 313P_{\text{вх}} + 245P_{\text{вых}} + 15T_{\text{вых}} - 1,5T_{\text{н}} \quad (8)$$

Средняя ошибка аппроксимации равна 0,75%, что говорит о высокой точности построенной модели.

Для подтверждения адекватности полученного регрессионного уравнения необходимо провести статистическое оценивание регрессии [10], включающее в себя:

- проверку гипотез о значениях коэффициентов регрессии;
- построение доверительных интервалов для коэффициентов регрессии и доверительных областей для регрессии;
- анализ статистической однородности регрессии;
- анализ независимости регрессионных остатков.

Статистические выводы относительно коэффициентов регрессии могут быть получены с помощью статистик: $t_{\beta_1}, t_{\beta_2}, t_{\beta_3}, t_{\beta_4}, t_{\beta_5}, t_{\alpha}$.

$$t_{\beta} = \frac{b - \beta}{S_{\beta}} \quad (9)$$

где

$$S_{\beta} = \frac{S}{S_x \sqrt{n-1}} \quad (10)$$

$$S^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - bx_i) \quad (11)$$

$$S_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (12)$$

y - зависимая переменная (в нашем случае частота вращения ЭГПА)

x - влияющие факторы;

b - выборочная оценка коэффициента регрессии.

Выдвигается гипотеза H_0 о статически незначительном отличии коэффициентов регрессии от нуля.

При справедливости нулевой гипотезы H_0 статистика t_{β} имеет распределение Стьюдента с $f = n-2$ степенями свободы, где n - количество наблюдений.

Таким образом, с помощью квантилей распределения Стьюдента можно проверить гипотезу о значимости коэффициента регрессии (существенности его отличия от нуля) и построить доверительные интервалы для коэффициентов β . Значение коэффициента β регрессии является значимым с достоверностью α , если $|b| > t_{(1+\alpha)/2} S_{\beta}$.

Доверительный интервал для β имеет вид:

$$b - S_{\beta} t_{(1+\alpha)/2} \leq \beta \leq b + S_{\beta} t_{(1+\alpha)/2} \quad (13)$$

Статистические выводы для коэффициента регрессии α могут быть получены аналогичным образом. Тогда для $n \approx 100$ и значимости $\alpha = 0,05$ табличное значение t -критерия Стьюдента равно 1,9799. Фактические t -статистики, полученные для коэффициентов регрессии, а также границы доверительных интервалов, приведены в табл. 2.

Таблица 2

t -статистики и доверительные интервалы

Коэф.	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	α
t -статистика	52,85	-36,95	34,43	6,51	-2,54	29,66
Нижние 95%	9,8	-330,5	231,4	10,8	-2,7	5036
Верхние 95%	10,6	-296,8	259,7	20,2	-0,3	5759

Фактические значения t -статистик превосходят табличное значение, следовательно, нулевая гипотеза отклоняется, и коэффициенты регрессии признаются значимыми.

Оценка адекватности регрессии в целом проводится для подтверждения статистической неразличимости результатов вычислений по уравнению регрессии и наблюдаемых случайных величин. Количественной мерой адекват-

ности является F -критерий Фишера, а именно, отношение факторной и остаточной дисперсий, рассчитанных на одну степень свободы. Для признания регрессии адекватной должно выполняться условие:

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sum \frac{(\hat{y} - \bar{y})^2}{m}}{\sum \frac{(y - \hat{y})^2}{(n - m - 1)}} = \frac{r_{xy}^2}{1 - r_{xy}^2} (n - 2) \geq F_{\text{табл}} \quad (14)$$

где n - число наблюдений;

m - число факторов регрессии;

$F_{\text{табл}}$ - квантиль распределения Фишера, критическое значение F -критерия (определяется по специальной таблице).

$F_{\text{факт}}$ для полученной регрессии равно 1611,95. Табличное значение $F_{\text{табл}}$ при значимости $\alpha = 0,05$ равно 2,3.

Таким образом, $F_{\text{факт}} > F_{\text{табл}}$, что означает статистическую значимость регрессии.

Для проверки адекватности уравнения регрессии также необходимо провести анализ регрессионных остатков. Остатки должны быть независимыми нормально распределенными случайными величинами с нулевым средним и в их значениях должен отсутствовать тренд.

Среднее значение остатков равно $2,6 \cdot 10^{-12}$, что подтверждает гипотезу о равенстве среднего нулю.

Гипотеза об отсутствии тренда проверяется по критерию Аббе-Линника. Статистика Аббе-Линника имеет вид:

$$q = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (15)$$

Оценка критерия для рассматриваемой последовательности остатков дает значение $q=0,648$. Критическое значение $q_{\alpha}=0,707$ для доверительной вероятности 0,99 и числе наблюдений равной 60. Так как вычисленное $q=0,648$ меньше критического значения, то ряд значений остатков с вероятностью 0,99 может быть признан случайным.

Независимость в последовательности значений остатков проверяется с помощью сериального коэффициента корреляции Дарбина-Ватсона. Статистика коэффициента корреляции Дарбина-Ватсона имеет вид:

$$D = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} \quad (16)$$

Критические значения статистики Дарбина-Ватсона при доверительной вероятности $\alpha=0,01$, числе опытов равным 100 и 5 факторах в регрессионном уравнении равны: $D_1=1,44$; $D_2=1,65$.

Для полученного регрессионного уравнения $D=1,46$. Данное значение

лежит между D_1 и D_2 , что не позволяет принять решение о наличии или отсутствии корреляции.

Наличие грубых отклонений (выбросов) в исходных данных, не связанных с естественным разбросом, может приводить к большим ошибкам при построении регрессии и, следовательно, к существенным ошибкам в алгоритме определения оптимальной частоты вращения.

Для проверки регрессии на выбросы используется критерий Прескотта-Лунда. Форма критерия имеет вид:

$$R^* = \sqrt{n} \max \frac{|e_i|}{\sqrt{\sum_{i=1}^n e_i^2}} \quad (17)$$

где e_i - остаток при i -м вычислении;

n - число наблюдений.

Для полученного регрессионного уравнения $R^*=2,51$, что ниже критического значения критерия $R_\alpha^*=3,23$ для регрессии с соответствующими параметрами, а значит, гипотеза наличия выброса в полученной регрессии отклоняется.

Таким образом, полученное регрессионное уравнение, прошло все этапы статистического оценивания и может быть признано адекватным. Данное уравнение можно использовать как вычислительную основу алгоритма, позволяющего определить оптимальную частоту вращения электродвигателя при различных режимах работы с учетом всех технологических, конструктивных и климатических факторов.

Результаты

1. Применение современных ЭГПА с частотно-регулируемым приводом позволяет существенно повысить эффективность транспорта газа. Для управления ЭГПА с ЧРП предложена комбинированная САР, позволяющая с высокой точностью обрабатывать все режимы работы газопровода с учетом основных технологических и внешних влияющих факторов, обеспечивая оптимальность энергетических характеристик.

2. В основу алгоритма работы предлагаемой САР положена регрессионная модель взаимосвязи основных параметров работы ЭГПА. В результате обработки ретроспективных статистических данных по режимам работы агрегата и изменении основных действующих факторов составлена линейная пятифакторная регрессионная модель, позволяющая рассчитывать оптимальную скорость вращения электропривода в режиме реального времени.

3. Проведенный статистический анализ полученного регрессионного уравнения показал его адекватность и возможность его использования для прогнозирования оптимальной величины скорости вращения ЭГПА.

Список использованных источников

1. Пужайло А.Ф. и др. Энергосбережение и автоматизация электрооборудования компрессорных станций. Н.Новгород: Вектор ТиС, Т.1, 2010. - 560с.

2. Пужайло А.Ф. и др. Энергосбережение и автоматизация электрооборудования компрессорных станций: монография // Н.Новгород: Вектор ТиС, т.2. 2011. - 664 с.

3. Хлынин А.С. Технично-экономическое обоснование применения современных электроприводных газоперекачивающих агрегатов на объектах транспорта газа ОАО «Газпром» // Компрессорная техника и пневматика. 2015. № 1. С. 5-10.

4. Хлынин А.С. Реализация факторов энергоэффективности электроприводных газоперекачивающих агрегатов в проектах // Электротехника: сетевой электронный научный журнал. 2014. № 2. Т. 1. С. 32-37.

5. Хлынин А.С., Белов А.С. Моделирование работы электроприводов газоперекачивающих агрегатов // Тр. VIII Междунар. (XIX Всеросс.) конф. по автоматизированному электроприводу АЭП-2014. Саранск: Изд-во Мордовского ун-та. 2014. С. 414-420.

6. Краснов Д.В. Перспективы применения преобразователей частоты для регулирования производительности электроприводных ГПА // Газовая промышленность. 2014. №6 (707). С. 86-89.

7. Крюков О.В. Регулирование производительности ГПА с помощью преобразователей частоты // Компрессорная техника и пневматика, 2013, №3. - С.21-24.

8. Крюков О.В. Частотное регулирование производительности электроприводных газоперекачивающих агрегатов // Электрооборудование: эксплуатация и ремонт. 2014. № 6. С. 39-43.

9. Степанов С.Е. Пути модернизации электроприводных газоперекачивающих агрегатов // Електромеханічні І енергозберігаючі системи. 2012. № 3 (19). С. 209-212.

10. Kryukov O.V. Electric drive systems in compressor stations with stochastic perturbations // Russian Electrical Engineering, March 2013, Vol. 84, Issue 3, pp. 135-140.

11. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 816 с.

12. Казакавичус К.А. Приближенные формулы для статистической обработки результатов механических испытаний // Заводская лаборатория. 1988. Т. 54, №12. С. 82-85.

13. Milov V.R., Suslov B.A. Intellectual management decision support in gas industry // Automation and Remote Control. 2011. Т. 72. № 5. С. 1095-1101.

14. Serebryakov A.V. Artificial neural networks of technical state prediction of gas compressor units electric motors // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика. 2016. Т. 16. № 1. С. 66-74.

15. Babichev S.A., Zakharov P.A. Automated monitoring system for drive motors of gas-compressor units // Automation and Remote Control. 2011. Т. 72. No. 6. С. 175-180.

16. Babichev S.A., Titov V.G. Automated safety system for electric driving gas pumping units // Russian Electrical Engineering. 2010. Т. 81. № 12. P. 649-655.

17. Babichev S.A., Bychkov E.V. Analysis of technical condition and safety of gas-pumping units // Russian Electrical Engineering. 2010. Т. 81. С. 489-494.

18. Kadin S.N., Kazachenko A.P., Reunov A.V. Questions related to the development of metrological assurance in the design of Gazprom facilities // Measurement Techniques. 2011. Т. 54. № 8. С. 944-952.

19. Kiyarov N.V., Pribytkov D.N., Gorbatushkov A.V. A Concept for the development of invariant automated electric drives for the water recycling systems with fan cooling towers // Russian Electrical Engineering. 2007. Т. 78. № 11. С. 621-627.

Чепкасов В.Л.

АНАЛИЗ ЧЕРТЕЖНО-ГРАФИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ АКТИВНОГО ВОСПРИЯТИЯ

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

Введение

Вопросы обработки, анализа и распознавания изображения получили фундаментальное развитие в различных научных коллективах. Одной из актуальных задач связанной с анализом изображения является задача преобразование архива чертежно-графической документации в электронный вид с возможностью автоматического построение 3-х мерной модели для чертежей деталей и их проекций. Для задачи преобразования архива с одной стороны требуется проанализировать структуру чертежно-графической документации определить: геометрические объекты их форму, размер, с другой отделить текстовую информацию, таблицы, символы и условные обозначения. Разработанные модели и методы анализа основаны на элементах теории активного восприятия. Основные положения теории активного восприятия как информационно модели излагаются в работах [1]. Метод анализа структуры чертежно-графической документации подробно рассмотрен в работе [2], распознавание символов и условных обозначений рассматривается в работе [3]. Структурная идентификация, сегментация и классификация представляют информационную модель предварительного анализа чертежно-графической документации. Модель предварительного анализа построена на понятии визуальной массы и использует модель многомасштабной сегментации. Информационная модель распознавания символов, условных обозначений, геометрических объектов основана на элементах теории активного восприятия. Дополнительными состояниями моделей является сохранение метрической, топологической и семантической информации. В задачу распознавание символов так же входит задача распознавание обычного текста, который характерен для сносок и таблиц присутствующих в чертежно-графической документации. Условно-графические обозначения разработаны в стандартах ЕСКД, СПДС. В соответствие этих стандартов рассматриваются условно-графические обозначения, но не ограничиваются ими. Могут быть включены и другие условно-графические обозначения, обладающие сложной структурой.

рой, включать в себя текст задающий параметры, например, обозначение сварочного соединения и размеры разделки стыка в зависимости от охлаждающих условий. Входными данными является изображение чертежа, выходными данными является граф, который описывает элементы чертежа и содержит семантическую и метрическую информацию. Целью работы является исследование и построение моделей на основе элементов теории активного восприятия для анализа чертежно-графической документации, распознавание символов, условных обозначений и геометрических объектов на изображении.

Теоретический анализ

В качестве объекта исследования выступает изображение, которое является чертежом, включает различные элементы: геометрические образы, условные обозначения, текст. Под чертежно-графической документацией понимается проекционное изображение предметов в масштабе с помощью графических образов: точек, отрезков прямых и кривых линий, символов, условных обозначений. Все объекты чертежа представляют собой образы, целью распознавания является классификация объектов через сравнение существенных признаков. Характерные признаки для класса задает эталон, который является образом и обладает максимальными параметрами признаков на множестве возможных представлений данного образа. Получение признаков образов выполняется с использованием системы признаков на основе теории активного восприятия. Существует несколько этапов информационного преобразования изображения (рис. 1): сегментация (формирование исходного описания сегментов), формирование системы признаков (разложение в базисе ортогональных функций), классификация (сравнение с эталонным описанием, принятие решения).



Рис. 1. Схема информационных преобразований

Информационная модель сегментации основана на обработке визуальной массы изображения и является многомасштабной и когнитивной моделью [4], что позволяет рассматривать чертеж как многоуровневую систему наподобие языковой, в которой на нижнем уровне находятся отрезки, на лексическом уровне примитивы на синтаксическом уровне объекты на семантическом уровне графические образы. Визуальная масса - это интегральная характеристика области рассмотрения объекта идентификации, сумма яркостей блоков декомпозиции. Блоки декомпозиции или сегмент представляют собой участок изображения имеющей определенную ширину и высоту. Ширина и высота блока зависит от глубины декомпозиции, чем глубже декомпозиция,

тем меньше её размер. Цель многоуровневой сегментации в получение областей, которым соответствуют реальные объекты, или их части, а границы областей соответствуют границам объектов.

Предлагаемые информационные модели, которые основаны на теории активного восприятия, исходят из предположения, что сложные неизвестные объекты человек мысленно раскладывает на простые знакомые конфигурации, образуя из них целостный образ.

Принцип работы метода сегментации заключается в последовательной дихотомии областей изображения с расчётом визуальной массы. Процесс иерархического разбиения изображения происходит на неперекрывающиеся области, другими словами производится тесселяция изображения (1):

$$A_{ij} = f(M, x_0, y_0, i, j) \quad (1)$$

где A_{ij} - сегмент изображения или блок декомпозиции, M - изображение или часть изображения, x_0, y_0 - начальные координаты, i, j - смещение, f - функция вырезания части изображения.

Такая сегментация очень быстрая, но не дает правильной пространственной поддержки. Правильную пространственную поддержку (рис. 2) удастся получить путем расчёта центра визуальной массы и разделению или соединению сегментированных областей:

$$m(A) = \sum_{\forall A_i \in G} m(A_i) \quad (2)$$

где A - блок декомпозиции, полученный дихотомией области определения изображения, $m(A)$ - визуальная масса блока A , A_i - подобласти, полученные дихотомией области A , G - область изображения, которая представлена в виде множества пикселей.

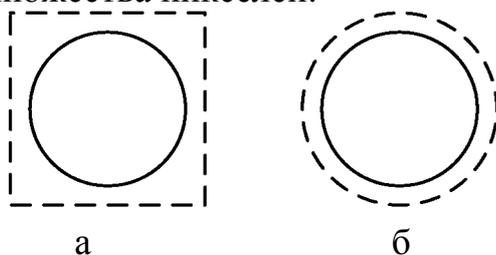


Рис. 2. Пространственная поддержка при сегментации, а - без поддержки, б - с поддержкой

Для полученных сегментов производится формирование вектора признаков и идентификация объектов. Классификацию и идентификацию сегментов можно рассматривать как отдельный информационный процесс. Формирование системы признаков и классификация основывается на теории активного восприятия, которая посвящена проблематике раскрытия априорной неопределенности изображения [5]. Использование данной теории позволяет сформировать ряд конкретных признаков. Исследования, проведенные в работах [6-8], показывают устойчивость признаков к присутствию шумов и помех.

Часть информационной модели классификации и идентификации представлена на рис. 3. Метод классификации состоит из трёх этапов:

1. производится дихотомия анализируемого участка изображения на n равных частей, дихотомия может производиться последовательно k раз в глубину;

2. для каждого участка рассчитывается визуальная масса, и получаем матрицу $\|m_{ij}\|$ изображения;

3. пропускаем полученные значения $\|m_{ij}\|$ через фильтры F , и получаем n -мерный вектор признаков μ .

Размерность функций-фильтров должна соответствовать количеству областей.



Рис. 3. Часть информационной модели классификации

Полученный вектор и есть описательная характеристика исходного изображения. Другими словами вектор описывает структурные связи исследуемого сегмента изображения. По данному алгоритму формируется исходная база данных векторов сегментов изображения. Полученных векторов достаточно для грубого поиска сегмента изображения. Для более точного поиска предлагается разделить полученные вектора на более общие классы с использованием полных и замкнутых групп [1,5].

Следующий этап анализа данных является получение символического описания сегмента изображения. Для этого каждое не нулевое значение компоненты вектора становится в соответствие бинарный оператор V_i , над которым можно производить алгебраические операции объединения и пересечения, результатом которых являются алгебраические группы:

- полные (алгебраические) группы - P_{ni} , образованные на тройках операторов (V_i, V_j, V_k) , для которых справедливы соотношения: $V_i+V_j+V_k \equiv e_1$ - единица; $V_i V_j V_k$ - образ (на операции умножения) и описание группы P_{ni} ;

- замкнутые (алгебраические) группы - P_{si} , образованные на четверке операторов (V_i, V_j, V_p, V_m) , где $(V_i, V_j, V_k) \in P_{ni}$, $(V_n, V_m, V_k) \in P_{nj}$, с описанием $V_i V_j + V_p V_m$ (необходимое число инверсий операторов нечетно) и единицей - $V_i+V_j+V_p+V_m \equiv e_1$.

При размерности $n=16$, множества P_{ni} и P_{si} конечны и имеют мощности 35 и 105 соответственно (отметим, что 36-м элементом множества полных групп является оператор V_0). Семейства этих групп допускают их использование на этапах принятия решений и понимания анализируемого сегмента изображения.

В итоге по теории активного восприятия получаем три пространства эталонов: пространство операторов $V=\{V_i\}$; пространство полных групп

$P_n = \{P_{ni}\}$; пространство замкнутых групп $P_s = \{P_{si}\}$. На основании множеств врожденных эталонов $\{V_i\}$, $\{P_{ni}\}$, $\{P_{si}\}$ получаем базу эталонов классов, обеспечивающую распознавание класса сегмента изображения.

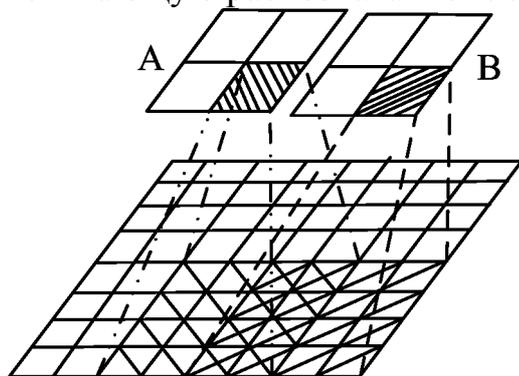


Рис. 4. Многомасштабная сегментация и фасетный метод

Фасетный метод предусматривает получение копии дерева начальной сегментации. Этот метод позволяет получить сегмент изображения относительно нескольких центров исследуемой области изображения. Что в свою очередь позволяет рассчитать вектор признаков. Такое поведение имитирует дрожание границ объектов, но позволяет не переходить к плывущему окну, например, как при свертке изображения. На рис. 4 представлен пример одного уровня многомасштабной сегментации блок А (Q-пирамиды) и дополнительного блока или фасетного блока В. Блоки Q-пирамиды не пересекаются, тогда, как фасетный блок В для главной Q-пирамиды пересекается с другими блоками, но в Q-пирамиде для блоков В так же нет никаких пересечений.

Для идентификации символа или условного обозначения в блоке декомпозиции необходимо выделить признаки. Признаки могут быть получены с помощью алгоритма получения классов изображения. Инвариантность признаков относительно сдвига достигается выравнивание центра массы символа с центром блока декомпозиции, а на уровне сегментации достигается использованием фасетного метода. Инвариантность относительно масштабирования достигается многомасштабной сегментацией и инвариантностью метода получения компонент вектора представления данных. Инвариантность к повороту достигается расширением базы эталонов. Проведенные исследования в работе [1,3] показывают устойчивость получения вектора признаков в пределах 9 градусов, поэтому предлагается для каждого эталона рассчитать 10 дополнительных эталонов, каждый повернут относительно другого на 9 градусов. Для полного покрытия достаточно поворота достаточно 90 градусов, так как остальные инварианты, связанные с отражением и поворотом, могут быть получены из признаковых пространств.

Методика

Алгоритм обработки чертежно-графической документации состоит из следующих этапов: сегментация, кластеризация элементов изображения; идентификация объектов (поиск существующих эталонов объектов изображения в базе данных); получение описания объектов в виде древовидной структуры, нескольких групп фасетов; построение графа результатов с мет-

рической и семантической информацией об объектах.

Последовательная сегментация производится по рекурсивной формуле 1 с параметром $n=4$. Параметр n определяет размер блока сегментации, при $n=4$ количество сегментов равно 16, четыре по x и четыре по y . Необходимость размера такого блока описана в работе [5].

В отличие классического подхода, когда сегментация выполняется снизу вверх, для построения Q -пирамиды и многомасштабной сегментации используется метод деления сверху вниз, последовательно производится дихотомия области определения изображения. Для успешной сегментации необходимо построение нескольких Q -пирамиды, объединяя Q -пирамиды и фазетный метод. На каждом уровне полученный блок декомпозиции связан с точно таким же блоком в других Q -пирамидах. Построение блока декомпозиции сдвинутого относительно первого необходимо для обеспечения инвариантности к сдвигу и получение сегментов изображения.

Для каждого полученного сегмента производится расчёт визуальной массы по формуле (2). Из расчёта исключаются области, для которых значение визуальной массы меньше некоторого порога, пороговая фильтрация может быть представлена в виде:

$$m(A) = \begin{cases} m(A), & \text{при } \varepsilon < m(A) < \max_m - \varepsilon, \\ 0, & \text{при } m(A) \leq \varepsilon, \\ 0, & \text{при } m(A) \geq \max_m - \varepsilon, \end{cases} \quad (3)$$

где $m(A)$ - визуальная масса блока, \max_m - максимальная визуальная масса блока, ε - пороговое значение точности.

Исключаются из обработки сегменты у которых визуальная масса равно нулю или максимальному значению визуальной массы сегмента. Например, при 16 сегментах, значении яркости в 8 бит и значении погрешности ε получаем два интервала:

$$[0, \varepsilon) \cup \left(16 \left(2^8 - 1 \right) - \varepsilon, 16 \left(2^8 - 1 \right) \right] \quad (4)$$

Следующий этап - процедура кластеризации сегментов. Сегменты, не имеющие общих границ, относятся в различные группы. Каждая такая группа представляет собой элемент изображения, для которого необходимо выполнить преобразования согласно алгоритму распознавания классов. Распознавание классов производится с вычисление вектора признаков с использованием двумерных функций Уолша. Каждый сегмент при обработке будет представлен как образ многоуровневой структурой.

Алгоритм распознавания классов позволяет описать систему с достаточным количеством признаков с заданной точностью. Основой такого метода является многомасштабный подход и построение Q -пирамиды. В работе используются 16 двумерных ортогональных функций Уолша от 16 аргументов, которые образуют группу признаков. Основой для построения Q -пирамиды является дихотомия, с помощью которой раскрывается неопределенность области исследования. Каждый уровень представлен пространствами значе-

ниями врожденных эталонов $\{V_i\}$, $\{P_{ni}\}$, $\{P_{si}\}$ и 16-мерным вектором μ , причем μ_0 - сумма яркостных компонент. Для обеспечения инвариантности сегмента изображения к оттенку, контрастности и яркости необходимо нормировать вектор на его нулевую составляющую:

$$\mu_{ni} = \frac{\mu_i}{\mu_0}, i = \overline{1, m-1} \quad (5)$$

где μ_0 - нулевая компонента вектора, μ_{ni} - нормированная компонента вектора признаков, m - размерность вектора признаков, $m = 16$.

Расчёт значений пространства операторов можно задать наложением масок фильтров на вектор визуальных масс участка изображения. Пространство операторов $\{V_i\}$ описывает исходную область изображения на уровне интегральных кривых.

Каждое значение вектора может быть получено как

$$\mu_i = m(A_i) \cdot F_i, i = \overline{0, m-1} \quad (6)$$

где μ_i - i -е значение компоненты вектора признаков, F_i - i -е значение фильтра покрытия, $m(A_i)$ - визуальная масса участка изображения.

В 15-мерном признаковом пространстве подмножества эталонных изображений в силу гипотезы компактности образуют классы близких эталонных изображений. Близость вектора-характеристики к эталону класса может определяться евклидовым расстоянием:

$$r_Y = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\mu_i^X - \mu_i^Y)^2}, Y = \overline{0, SY} \quad (7)$$

где r - евклидово расстояние между векторами задающие признаки, μ_i^X , μ_i^Y - сравниваемые векторы признаков, SY - количество эталонов во множестве эталонных векторов для символов и условных обозначений.

Для других пространств эталонов $\{V_i\}$, $\{P_{ni}\}$, $\{P_{si}\}$ близость определяется по присутствию или отсутствию компоненты в классе эталоне. Таким образом, грубый поиск осуществляется на самом верхнем уровне, и далее сравниваются вектора на более низких уровнях. Для ситуации, когда разные классы эталонов составляют один объект, предусмотрены связи классов как синонимов. При выборе нескольких эталонов при грубом поиске производится уточняющее сравнение векторов на более глубоком уровне декомпозиции, осуществляется переход от грубой модели сравнения к точной модели.

Завершающим этапом распознавания является построение карты совпадений и условных обозначений на изображении по распознанным данным. Из повторяющихся значений определяется лучший результат сравнения, который определяется как наибольшее количество совпадений сравниваемых признаков и частота повторяемости в различных фасетах.

Экспериментальная часть

Пример исходных данных для проведения эксперимента анализа чертежно-графической документации приведен на рис. 5.

В базе эталонов сохранены эталоны цифр, окружностей, многогранников, значка диаметра, стрелок размерных линий. Пример эталонов приведен

на рис. 6. Вычислены 15-мерные вектора для каждого эталона, и первых вложенных блоков декомпозиции. Для каждого эталона получено 17 16-мерных вектора. Один вектор для всего эталона и 16 для каждой ячейки эталонного изображения. Сетка, изображенная на рис. 6, не является частью эталона и изображена для наглядности.

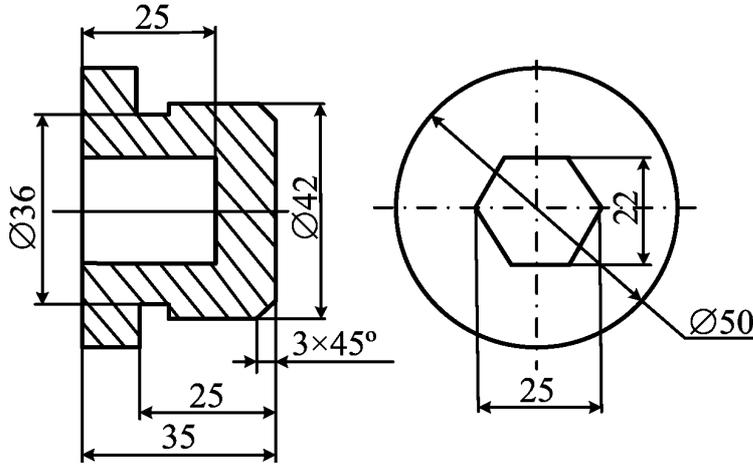


Рис. 5. Элементы чертежа

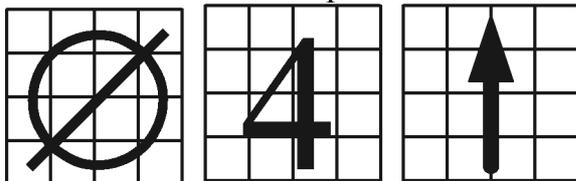


Рис. 6. Пример эталонов расположенных на сетке 4x4

Размер изображения в исходных данных составляет 513x255 пикселя, глубина 24 бита. До начала работы алгоритма исходные данные прошли предобработку, было получено изображение 512x256 пикселя и глубиной 8 бит (компонента яркости). Согласно методике изображение было сегментировано. Затем для каждого сегмента бала рассчитана визуальная масса. После были построены вектора признаков пространств эталонов $\{V_i\}$, $\{P_{ni}\}$, $\{P_{si}\}$. В результате работы алгоритма была получена первоначальная структура, где на первом уровне получено четыре основных сегмента изображения и три фасетных (в параметрах фасетных блоков задано направление ху на шаг в половину блока без дополнения граничных блоков). На втором уровне получено 64 основных блоков и 45 фасетных. На третьем уровне 1024 основных блока и 945 фасетных. На четвертом уровне находятся отдельные пиксели, деление которых не имеет смысла. Было построено 2085 15-мерных векторов, для каждого вектора рассчитаны операторы V_i и найдены полные и замкнутые группы. Осуществлен поиск элементов в базе эталонов с точностью ϵ и порогом r_p , что при этом не было ложных срабатываний. Из всей выборки представим только найденные объекты.

В табл. 1 приведены численные результаты распознавания. Самый низкий процент распознавания у условного обозначения диаметра и равно 76% совпадения относительно порога связан с тем, что в область распознавания попали и другие объекты, которые вызвали изменение вектора признаков. Не был распознан вид слева как общая фигура, только отдельные части, чтобы

собрать целостный образ фигуры необходимо строить аналитику и синтезировать образ из частей. Так же частично задача решается дополнительным условием сегментации объектов описанной в работе [2].

Таблица 1

Численные результаты распознавания

Название области	Эталон	Расстояние (среднее)	% от $r_p = 0,05$
A	Стрелка	0,00456	91%
B	Диаметр	0,01176	76%
C	Цифры (0-9)	0,00873	83%
D	Окружность	0,00131	97%
E	Многоугольник	0,00945	81%

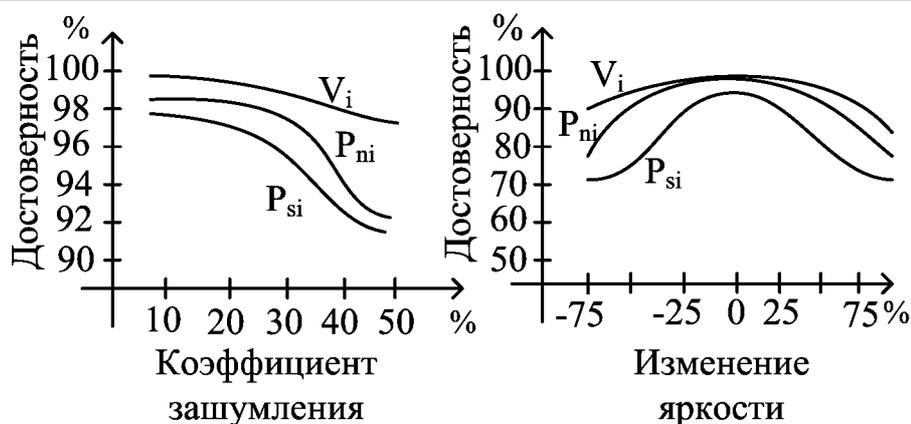


Рис 7. Влияние шумов на врожденные эталоны

Проведено исследование влияние шумов на изображения на врожденные эталоны $\{V_i\}$, $\{P_{ni}\}$, $\{P_{si}\}$, а также к изменению яркости и контрастности. Результаты эксперимента представлены на рис. 7. Видно, что все множества являются устойчивыми даже к сильным шумам и изменениям исходного изображения.

Результаты

В данной работе представлена информационная модель распознавания геометрических объектов, символов и условных обозначений чертежно-графической документации. Представлен алгоритм многомасштабной сегментации и алгоритм форматирования классов исходных данных на основе множеств выработанных эталонов. Представленные алгоритмы основаны на понятии визуальной массы. Алгоритм сравнения с эталоном относится к классу грубо-точных алгоритмов, который использует механизм переменного разрешения, такой подход значительно сокращает количество проверок на этапе сравнения. Изложены основные теоретические аспекты теории активного восприятия. Проведено исследование устойчивости алгоритмов к воздействию шумов и изменению яркости и контрастности изображения. Проведены эксперименты с распознаванием условных обозначений и геометрических объектов, в том числе с поворотом исходного изображения на различные углы. Область применения алгоритмов приведенных в работе является преобразование архива чертежно-графической документации в электронный вид.

Список использованных источников

1. Утробин В.А. Компьютерная обработка изображений. Анализ и синтез. - Н.Новгород: НГТУ. - 2003. 228с.
2. Сегментация изображения в задачах анализа структуры чертежно-графической документации / В.Л. Чепкасов, В.А. Утробин // Тр. 26-й Междунар. науч. конф. GraphiCon2016. Н.Новгород: ИФТИ, ННГАСУ, 2016. С. 261-265.
3. Чепкасов В.Л. Распознавание символов и условных обозначений чертежно-графической документации // Тр. XXIII междунар. НТК «Информационные системы и технологии» ИСТ-2017.Н. Новгород: ИРИТ, НГТУ им. Р.Е. Алексеева, 2017. С. 876-881.
4. Форсайт Д.А., Понс Ж. Компьютерное зрение. Современный подход. - М.: ИД «Вильямс». - 2004.
5. Утробин В.А. Информационные модели системы зрительного восприятия для задач компьютерной обработки изображений. - Н.Новгород: НГТУ. - 2001. 234с.
6. Утробин В.А. Физические интерпретации элементов алгебры изображений // Успехи физических наук (УФН). - 2004. - Т. 174, № 10. - С. 1089-1104.
7. Утробин В.А. Компьютерная обработка изображений. Принятие решений в пространстве эталонов: учеб. пособие; НГТУ. - Нижний Новгород. - 2004. – 221 с.
8. Десятников И.Е., Утробин В.А. Алгоритмы поиска изображений в базах видеоданных // Компьютерная оптика. - 2011. - Т. 35, № 3. - С. 416-422.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ

Nazirova E.Sh.

MATHEMATICAL MODELING OF FILTRATION PROBLEMS THREE-PHASE FLUID IN POROUS MEDIUM

Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi

Mathematical models of multiphase flows of liquids and gas are based on the general laws of continuum mechanics and reduced to systems of nonlinear partial differential equations derived from the corresponding initial, boundary and internal conditions, an analytical solution which, in general, cannot be obtained. In this connection, it seems appropriate to develop numerical models that adequately describe the filtering process of the three-phase fluid in porous medium, which in fact may be useful for the analysis and prediction of actual operating oil and gas fields.

The problem of non-stationary collaborative filtering multiphase fluids and gases with different physical properties in a porous medium is of great interest for the design, forecasting and analysis of the development of oil and gas fields, which are successfully used methods of mathematical modeling, intelligent core of which is the triad "model - algorithm - program." This triad is linked to an object, the result is a chain of "object - model - algorithm - program - computational experiment".

In the case of two-dimensional filtering in the system of oil-gas-water, using the continuity equation, motion equation and the equation of state for each phase come to integrate the system of equations [1]

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_w \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \gamma_w \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_w \left(\frac{\partial P_w}{\partial y} - \gamma_w \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} (m \rho_w S_w) + q_w \\
 \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_o \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_o \left(\frac{\partial P_o}{\partial y} - \gamma_o \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} [m \rho_o (1 - S_w - S_g)] + q_o \\
 \frac{\partial}{\partial x} \left[R_s \lambda_o \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[R_s \lambda_o \left(\frac{\partial P_o}{\partial y} - \gamma_o \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] + \\
 + \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_g \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} - \gamma_g \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_g \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} - \gamma_g \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] = \\
 = \frac{\partial}{\partial t} [m R_s \rho_o (1 - S_w - S_g) + m \rho_g S_g] + R_s q_o + q_g \\
 P_{cow} = P_o - P_w = f_1(S_w, S_g) \\
 P_{cog} = P_g - P_o = f_2(S_w, S_g) \\
 S_o + S_g + S_w = 1
 \end{array} \right. \quad (1)$$

with the following initial and boundary conditions:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 P_o(x, y, 0) = P_o^H(x, y), \quad P_g(x, y, 0) = P_g^H(x, y), \quad P_w(x, y, 0) = P_w^H(x, y), \\
 S_o(x, y, 0) = S_o^H(x, y), \quad S_g(x, y, 0) = S_g^H(x, y), \quad S_w(x, y, 0) = S_w^H(x, y),
 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\frac{\partial P_o}{\partial n}\Big|_{\Gamma}=0; \quad \frac{\partial P_g}{\partial n}\Big|_{\Gamma}=0; \quad \frac{\partial P_w}{\partial n}\Big|_{\Gamma}=0. \quad (3)$$

Here: $l_l = \frac{K_l}{m} Kr_l$ ($l=0, g, w$) - conductivity of l - phase;

K_l - relative permeability l - phase;

K - absolute permeability;

m - porosity reservoir;

m_l - the viscosity of the l - phase;

r_l - density of l - phase;

p_o, p_w, p_g - the pressure of oil, water and gas;

s_o, s_w, s_g - saturation of oil, water and gas;

q_l - volume of l - phase withdrawn at standard conditions per unit time from a unit volume of formation;

r_s - gas solubility in oil;

g_l - the proportion of l - phase.

In the numerical solution of equations (1) must go to the dimensionless variables, while leaving the previous variables.

Translations into dimensionless variables in the problem (1) - (3) is carried out according to formulas:

$$x = x^* \cdot L, \quad y = y^* \cdot L, \quad P_o = P_o^* \cdot P_H, \quad P_w = P_w^* \cdot P_H, \quad P_g = P_g^* \cdot P_H,$$

$$S_o = S_o^* \cdot S_H, \quad S_w = S_w^* \cdot S_H, \quad S_g = S_g^* \cdot S_H, \quad \mu_o = \mu_o^* \cdot \mu_H, \quad \mu_w = \mu_w^* \cdot \mu_H,$$

$$\mu_g = \mu_g^* \cdot \mu_H, \quad k = k^* \cdot k_H, \quad \tau = t \frac{k_H \cdot P_H}{\mu_H \cdot L^2 \cdot m}, \quad q^* = q \frac{\mu_H}{k_H \cdot h \cdot P_H \pi},$$

Where L - characteristic length of the reservoir;

p_h - is some characteristic value of pressure;

s_h - a characteristic value of the saturation;

h - bulk of thickness.

After simple transformations we obtain the following equation for the relative

P_g :

$$\begin{aligned} & \frac{\mu_o \rho_w}{\mu_w \rho_o} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[K_w \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial x} - \frac{\partial P_{cow}}{\partial x} - \gamma_w \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_w \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial y} - \frac{\partial P_{cow}}{\partial y} - \gamma_w \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] \right\} + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[K_o \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial x} - \frac{\gamma_o L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_o \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial y} - \frac{\gamma_o L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[R_s K_o \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial x} - \frac{\gamma_o L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[R_s K_o \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial y} - \frac{\gamma_o L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{P_H}{\rho_o RTZ} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[K_g P_g \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} - \frac{\gamma_g L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_g P_g \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} - \frac{\gamma_g L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] \right\} = \\
& = \frac{P_H}{\rho_o RTZ} \frac{\partial (P_g S_g)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \tau} [R_s (1 - S_g - S_w)] + \frac{\partial}{\partial \tau} R_s (1 - S_w - S_g) + \\
& + \frac{\rho_w}{\rho_o} \frac{\partial S_w}{\partial \tau} + \frac{\mu_o L^2}{K \rho_o P_H} (R_s q_o + q_g + q_o + q_w)
\end{aligned} \tag{4}$$

Further, to solve the equation (4) when the initial (2) and boundary (3) the conditions of the method of longitudinal-transverse directions [2]. In addition, for each $y = y_j$ ($j = \overline{1, M_y - 1}$) straight in the longitudinal direction of the following system of algebraic equations $t = t_{k+1/2}$:

$$\begin{cases} A_i P_{gi-1,j} - B_i P_{gij} + C_i P_{gi+1,j} = -F_{ij}, & i = \overline{1, M_x - 1}, \\ 4P_{gij} - 3P_{goj} - P_{g2j} = 0, \\ 3P_{gM_x j} - 4P_{gM_x-1,j} + P_{gM_x-2,j} = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Here:

$$P_{gij} = P_g(x_i, y_j, t_{k+1/2});$$

$$A_i = \frac{\mu_o}{\mu_w} \frac{\rho_w}{\rho_o} \bar{K}_{wi-0.5j} + \bar{K}_{oi-0.5j} + (\bar{K}_{si-0.5j} \bar{K}_{oi-0.5j}) + \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{P_H}{\rho_o RTZ} (\bar{K}_{gi-0.5j} \bar{K}_{oi-0.5j});$$

$$C_i = \frac{\mu_o}{\mu_w} \frac{\rho_w}{\rho_o} \bar{K}_{wi+0.5j} + \bar{K}_{oi+0.5j} + (\bar{K}_{si+0.5j} \bar{K}_{oi+0.5j}) + \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{P_H}{\rho_o RTZ} (\bar{K}_{gi+0.5j} \bar{K}_{oi+0.5j});$$

$$B_i = A_i + C_i + \frac{h_1^2}{\tau/2} \frac{P_H}{\rho_o RTZ} \bar{S}_{gij};$$

$$\begin{aligned}
F_i = & \frac{h_1^2}{\tau/2} \left\{ \frac{P_H}{\rho_o RTZ} (\bar{P}_{gij} \bar{S}_{gij}) - [\bar{K}_s (1 - \bar{S}_{gij} - \bar{S}_{wij}) - \bar{R}_s (1 - \bar{S}_{gij} - \bar{S}_{wij})] - \right. \\
& \left. - [(1 - \bar{S}_{wij} - \bar{S}_{gij}) - (1 - \bar{S}_{wij} - \bar{S}_{gij})] - \frac{\rho_w}{\rho_o} (\bar{S}_{wij} - \bar{S}_{wij}) \right\} + \\
& + \frac{h_1}{h_2} \frac{\mu_o}{\mu_w} \frac{\rho_w}{\rho_o} \left\{ \bar{K}_{wij+0.5} \left[\bar{P}_{gij+1} - \bar{P}_{gij} - (\bar{P}_{cogij+1} - \bar{P}_{cogij}) - (\bar{P}_{cowij+1} - \bar{P}_{cowij}) - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
& \left. - \bar{K}_{wij-0.5} \left[\bar{P}_{gij} - \bar{P}_{gij-1} - (\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogij-1}) - (\bar{P}_{cowij} - \bar{P}_{cowij-1}) - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] \right\} + \\
& + \frac{h_1}{h_2} \left\{ \bar{K}_{oij+0.5} \left[\bar{P}_{gij+1} - \bar{P}_{gij} - (\bar{P}_{cogij+1} - \bar{P}_{cogij}) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
& \left. - \bar{K}_{oij-0.5} \left[\bar{P}_{gij} - \bar{P}_{gij-1} - (\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogij-1}) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\bar{R}_{s_{ij}+0.5} \bar{K}_{o_{ij}+0.5} \right) \left[\bar{P}_{g_{ij}+1} - \bar{P}_{g_{ij}} - \left(\bar{P}_{cog_{ij}+1} - \bar{P}_{cog_{ij}} \right) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \\
& - \left(\bar{R}_{s_{ij}-0.5} \bar{K}_{o_{ij}-0.5} \right) \left[\bar{P}_{g_{ij}} - \bar{P}_{g_{ij-1}} - \left(\bar{P}_{cog_{ij}} - \bar{P}_{cog_{ij-1}} \right) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] + \\
& + \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{P_H}{\rho_o RTZ} \left\{ \left(\bar{K}_{g_{ij}+0.5} \bar{P}_{g_{ij}+0.5} \right) \left[\bar{P}_{g_{ij}+1} - \bar{P}_{g_{ij}} - \gamma_g \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
& \left. - \left(\bar{K}_{g_{ij}-0.5} \bar{P}_{g_{ij}-0.5} \right) \left[\bar{P}_{g_{ij}} - \bar{P}_{g_{ij-1}} - \gamma_g \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] \right\} - \\
& - h_1^2 \frac{\mu_o L^2}{K \rho_o P_H} (q_o + q_w + R_s q_o + q_g) - \\
& - \frac{\mu_o}{\mu_w} \frac{\rho_w}{\rho_o} \left\{ \bar{K}_{wi+0.5j} \left[\bar{P}_{cog_{i+1j}} - \bar{P}_{cog_{ij}} + \bar{P}_{cow_{i+1j}} - \bar{P}_{cow_{ij}} + \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
& - \bar{K}_{wi-0.5j} \left[\bar{P}_{cog_{ij}} - \bar{P}_{cog_{i-1j}} + \bar{P}_{cow_{ij}} - \bar{P}_{cow_{i-1j}} + \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] - \\
& - \bar{K}_{oi+0.5j} \left[\bar{P}_{cog_{i+1j}} - \bar{P}_{cog_{ij}} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] + \bar{K}_{oi-0.5j} \left[\bar{P}_{cog_{ij}} - \bar{P}_{cog_{i-1j}} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] - \\
& - \left(\bar{K}_{si+0.5j} \bar{K}_{oi+0.5j} \right) \left[\bar{P}_{cog_{i+1j}} - \bar{P}_{cog_{ij}} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] + \\
& \left. \left(\bar{K}_{si-0.5j} \bar{K}_{oi-0.5j} \right) \left[\bar{P}_{cog_{ij}} - \bar{P}_{cog_{i-1j}} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] - \right. \\
& \left. - \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{P_H}{\rho_o RTZ} \left\{ \left(\bar{K}_{g+0.5j} \bar{P}_{g+0.5j} \right) \left[\gamma_g \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \left(\bar{K}_{g-0.5j} \bar{P}_{g-0.5j} \right) \left[\gamma_g \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{i-1j}) \right] \right\} \right\}.
\end{aligned}$$

Where $\tilde{P}, \tilde{S}, \tilde{K}$ - Approximate value of reservoir pressure, saturation and relative permeability, which are specified in the process of iteration. If the value of $\tilde{P}_{ij}^{(s)}$ zero approach taken in the k - time layer $\bar{P}_{ij}^{(0)} = P_{ijk}$, $\bar{K} = K(\bar{S})$; $\bar{P}, \bar{S}, \bar{K}$ - The value of reservoir pressure, saturation and relative permeability of the formation at the k - time layer.

The system of algebraic equations (5) Tre diagonal. Therefore, its solution can be obtained by the left-hand sweep in each iterative layer s . Stopping criterion at every iteration process accepts as j

$$\max_{\substack{0 \leq i \leq M_x \\ 0 \leq j \leq M_y}} \left| P_{ij}^{(s)} - P_{ij}^{(s-1)} \right| \leq \epsilon_p,$$

Where ϵ_p - The accuracy of the iterative process.

Calculating $P_{g_{ij}}$ with sufficient accuracy to $t = t_{k+1/2}$ time layer, go to layer $t = t_{k+1}$. To this end, on each line $X = X_i$ transversely solve the following system of equations:

$$\begin{cases} A_j P_{g_{i,j-1}} - B_j P_{g_{ij}} + C_j P_{g_{i,j+1}} = -F_{ij}, & j = \overline{1, M_y - 1}, \\ 4P_{g_{i1}} - 3P_{g_{i0}} - P_{g_{i2}} = 0, \\ 3P_{g_{iM_y}} - 4P_{g_{iM_y-1}} - P_{g_{iM_y-2}} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Where:

$$P_{g_{ij}} = P_g(x_i, y_j, t_{k+1});$$

$$A_j = \frac{\mu_o \rho_w}{\mu_w \rho_o} \mathcal{K}_{wij-0.5} + \mathcal{K}_{oij-0.5} + (\mathcal{K}_{sij-0.5} \mathcal{K}_{oij-0.5}) + \frac{\mu_o}{\mu_g \rho_o RTZ} (\mathcal{K}_{gij-0.5} \mathcal{P}_{gij-0.5});$$

$$C_j = \frac{\mu_o \rho_w}{\mu_w \rho_o} \mathcal{K}_{wij+0.5} + \mathcal{K}_{oij+0.5} + (\mathcal{K}_{sij+0.5} \mathcal{K}_{oij+0.5}) + \frac{\mu_o}{\mu_g \rho_o RTZ} (\mathcal{K}_{gij+0.5} \mathcal{P}_{gij+0.5});$$

$$B_j = A_j + C_j + \frac{h_1^2}{\tau/2 \rho_o RTZ} \mathcal{S}_{gij};$$

$$\begin{aligned} F_j = & \frac{h_2^2}{\tau/2} \left\{ \frac{P_H}{\rho_o RTZ} (\bar{P}_{gij} \bar{S}_{gij}) - [\mathcal{K}_s (1 - \mathcal{S}_{gij} - \mathcal{S}_{wij}) - \bar{R}_s (1 - \bar{S}_{gij} - \bar{S}_{wij})] - \right. \\ & \left. - [(1 - \mathcal{S}_{wij} - \mathcal{S}_{gij}) - (1 - \bar{S}_{wij} - \bar{S}_{gij})] - \frac{\rho_w}{\rho_o} (\mathcal{S}_{wij} - \bar{S}_{wij}) \right\} + \\ & + \frac{h_1 \mu_o \rho_w}{h_2 \mu_w \rho_o} \left\{ \bar{K}_{wi+0.5j} \left[\bar{P}_{gi+1j} - \bar{P}_{gij} - (\bar{P}_{cogi+1j} - \bar{P}_{cogij}) - (\bar{P}_{cowi+1j} - \bar{P}_{cowij}) - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \right. \\ & \left. - \bar{K}_{wi-0.5j} \left[\bar{P}_{gij} - \bar{P}_{gi-1j} - (\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogi-1j}) - (\bar{P}_{cowij} - \bar{P}_{cowi-1j}) - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] \right\} + \\ & + \frac{h_1}{h_2} \left\{ \bar{K}_{oi+0.5j} \left[\bar{P}_{gi+1j} - \bar{P}_{gij} - (\bar{P}_{cogi+1j} - \bar{P}_{cogij}) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \right. \\ & \left. - \bar{K}_{oi-0.5j} \left[\bar{P}_{gij} - \bar{P}_{gi-1j} - (\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogi-1j}) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] \right\} + \\ & + (\bar{R}_{si+0.5j} \bar{K}_{oi+0.5j}) \left[\bar{P}_{gi+1j} - \bar{P}_{gij} - (\bar{P}_{cogi+1j} - \bar{P}_{cogij}) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \\ & - (\bar{R}_{si-0.5j} \bar{K}_{oi-0.5j}) \left[\bar{P}_{gij} - \bar{P}_{gi-1j} - (\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogi-1j}) - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] + \frac{\mu_o}{\mu_g \rho_o RTZ} \cdot \\ & \cdot \left\{ (\bar{K}_{gi+0.5j} \bar{P}_{gi+0.5j}) \left[\bar{P}_{gi+1j} - \bar{P}_{gij} - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\bar{K}_{gi-0.5j} \bar{P}_{gi-0.5j} \right) \left[\bar{P}_{gij} - \bar{P}_{gi-1j} - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] \left. \right\} - \\
& - h_2^2 \frac{\mu_o L^2}{K \rho_o P_H} (R_s q_o + q_g + q_o + q_w) - \frac{\mu_o \rho_w}{\mu_w \rho_o} \cdot \\
& \cdot \left\{ \bar{K}_{wij+0.5} \left[\bar{P}_{cogij+1} - \bar{P}_{cogij} + \bar{P}_{cowij+1} - \bar{P}_{cowij} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
& - \left. \left(\bar{K}_{gi-0.5j} \bar{P}_{gi-0.5j} \right) \left[\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogi-1j} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] \right\} - \\
& - \bar{K}_{oij+0.5} \left[\bar{P}_{cogij+1} - \bar{P}_{cogij} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] + \\
& + \bar{K}_{oij-0.5} \left[\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogij-1} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] - \\
& - \left(\bar{K}_{sij+0.5} \bar{K}_{oij+0.5} \right) \left[\bar{P}_{cogij+1} - \bar{P}_{cogij} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] + \\
& + \left(\bar{K}_{sij-0.5} \bar{K}_{oij-0.5} \right) \left[\bar{P}_{cogij} - \bar{P}_{cogij-1} + \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] - \\
& - \frac{\mu_o}{\mu_g} \frac{P_H}{\rho_o RTZ} \left\{ \left(\bar{K}_{gij+0.5} \bar{P}_{gij+0.5} \right) \left[\gamma_g \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \left(\bar{K}_{gij-0.5} \bar{P}_{gij-0.5} \right) \left[\gamma_g \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] \right\},
\end{aligned}$$

Where $\bar{P}, \bar{S}, \bar{K}$ - Approximate value of reservoir pressure, saturation and relative permeability, which are specified in the process of iteration. If the value of $\bar{P}_{ij}^{(s)}$ zero approach taken in the $k+0,5$ time layer $\bar{P}_{ij}^{(0)} = P_{ijk+0,5}$, $\bar{K} = K(\bar{S})$; $\bar{P}, \bar{S}, \bar{K}$ - The value of reservoir pressure, saturation and relative permeability of the formation at the $k + 0,5$ th time layer.

The system of algebraic equations is solved by the sweep method at each iteration step. The iterative process is stopped when the predetermined criterion

$$\max_{\substack{0 \leq i \leq M_x \\ 0 \leq j \leq M_y}} \left| P_{gij}^{(s)} - P_{gij}^{(s-1)} \right| \leq \epsilon_p \quad (7)$$

Where ϵ_p - accuracy of the iteration process.

To determine the oil and water saturation and pressure as in the oil and aqueous phases perform computation using the formulas

$$P_o = P_g - P_{cog}, \quad P_w = P_g - (P_{cog} + P_{cow}).$$

Based on these pressures by Darcy's law determines the amount of oil and water in the stream using the following formulas:

$$q_o = \frac{KK_o}{\mu_o} \left\{ \frac{\partial P_o}{\partial n} - \gamma_o \frac{\partial z}{\partial n} \right\}, \quad q_w = \frac{KK_w}{\mu_w} \left\{ \frac{\partial P_w}{\partial n} - \gamma_w \frac{\partial z}{\partial n} \right\}.$$

After approximation of the first and second set of equations (1) to determine the water and oil saturation using the expression

$$\begin{aligned}
 S_{w_{ij}}^0 &= \bar{S}_{w_{ij}} + \frac{\tau}{h \cdot h_1} \frac{\mu_o \tau}{\mu_w} \left\{ K_{wi+0.5j} \left[P_{wi+1j} - P_{wij} - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
 &- K_{wi-0.5j} \left[P_{wij} - P_{wi-1j} - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] \left. \right\} + \frac{1}{h \cdot h_2} \frac{\mu_o \tau}{\mu_w} \cdot \\
 &\cdot \left\{ K_{wij+0.5} \left[P_{wij+1} - P_{wij} - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
 &- K_{wij-0.5} \left[P_{wij} - P_{wij-1} - \gamma_w \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] \left. \right\} - \tau \frac{\mu_o L^2}{K \rho_w P_H} q_w; \\
 S_{oij}^{m+1} &= S_{oij}^m + \frac{\tau}{h \cdot h_1} \left\{ K_{oi+0.5j} \left[P_{oi+1j} - P_{oij} - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{i+1j} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
 &- K_{oi-0.5j} \left[P_{oij} - P_{oi-1j} - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{i-1j}) \right] \left. \right\} + \frac{\tau}{h \cdot h_2} \cdot \\
 &\cdot \left\{ K_{oij+0.5} \left[P_{oij+1} - P_{oij} - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij+1} - Z_{ij}) \right] - \right. \\
 &- K_{oij-0.5} \left[P_{oij} - P_{oij-1} - \gamma_o \frac{L}{P_H} (Z_{ij} - Z_{ij-1}) \right] \left. \right\} - \tau \frac{\mu_o L^2}{K \rho_o P_H} q_o.
 \end{aligned}$$

Where the values of K and P are taken at $k+1$ time layer, which specifies a value, a \bar{S}_{oij} taken on the k - m time layer.

The criterion for termination of the iterative process is the ratio

$$\max \left\{ \max_{\substack{0 \leq i \leq M_x \\ 0 \leq j \leq M_y}} \left| S_{oij}^{(m)} - S_{oij}^{(m-1)} \right|, \max_{\substack{0 \leq i \leq M_x \\ 0 \leq j \leq M_y}} \left| S_{w_{ij}}^{(m)} - S_{w_{ij}}^{(m-1)} \right| \right\} \leq \varepsilon_s$$

Where ε_s - the accuracy of the iteration process.

The gas saturation determined by the formula

$$S_{g_{ij}} = 1 - S_{w_{ij}} - S_{o_{ij}}, \quad (i = 0, M_x; \quad j = 0, M_y)$$

At subsequent time layers, these parameters are defined in the same sequence.

On the basis of the computational algorithm developed software on Delphi for research and analysis of the basic indicators of oil and gas fields.

Consider a test case. Imagine a gas deposit in the form of a rectangle, which is developed by a single central bore with constant flow rates q .

Initial data on the parameters of the reservoir following: number of grid points on the abscissa $n = 21$; the number of grid points on the ordinate $m = 21$; the number of wells (at time). $N_q=1$; step of time (day) $t=4$; finite calculation time (days)

$T_{\text{коп}}=1080$; formation length (m) $L_x=10000$; the width of the seam $L_y=10000$; seam thickness (m) $H=20$; reservoir porosity $m=0.1$; absolute permeability (Darcy) $K=0.2$; characteristic pressure (atm.) $P^H=300$; oil viscosity (cps) $\mu_o=3$; gas viscosity (cps) $\mu_g=0.01$; liquid Super compressibility coefficient $K_z=1$; oil density (kg/m^3) $\rho_o=0.87$; gas density (кг/м^3) $\rho_g=0.8$; the share of oil (kg) $\gamma_o=0.8$; the specific weight of the gas (kg) $\gamma_g=0.7$; the total well production rate (m^3/day) $q=500000$; precision pressure iteration $\epsilon_p=0.0001$; saturation iteration accuracy $\epsilon_s=0.0001$.

Weight and height of the layer $L_x = L_y = 20$ km; power $h = 10$ m; $S_g^H = 0.9$; $S_w^H = 0.1$. The rest of the formation parameters remain the same.

Practical relative permeability for three-phase systems are determined from experimental data. In determining the relative permeability on the basis of the research results are taken according to the following [3]:

$$K_o = 8.59667 S_w^3 + 9.16878 S_w^2 + 3.3075 S_w - 0.362522,$$

$$K_w = - 6.16392 S_w^3 + 9.61207 S_w^2 - 5.16941 S_w + 1.00871;$$

$$K_g = - 3.27135 S_j^3 + 7.73761 S_j^2 - 6.25468 S_j + 1.73322.$$

Layer along strike piecewise heterogeneous. Then the elements of the array of information in filtration $I = \{\text{inf}_{ij}\}$ are represented as two-valued constants: $\text{inf}_{ij} = "r_1 r_2"$.

There discharge elements r_1 defined in the same. A bit r_2 It contains information about the formation zones:

$$r_2 = \begin{cases} 1, & \text{if } (x_i, y_j) \in G_1; \\ 2, & \text{if } (x_i, y_j) \in G_2; \\ 3, & \text{if } (x_i, y_j) \in G_3, \end{cases}$$

Where the values of porosity and absolute permeability zones have the form

$$G_1: (m = 0.2, k = 0.5);$$

$$G_2: (m = 0.002, k = 0.005);$$

$$G_3: (m = 0.1; k = 0.4).$$

Information array of filtration shown in Fig. 1.

Based on the test set of tasks performed computational experiments, the results of which are shown in the form of graphs, shown in Fig. 2 and 3, which shows the distribution of pressure fields in sections $y = 0.5$ (the change of variable x) and $x = 0.5$ (the change of variable y) for different values of the time. Fig. 2 broken line curve 1 - graph of pressure change in the horizontal direction when filtering piecewise inhomogeneous region along the x axis. Continuous curve 2 - a graph of pressure change in the vertical direction when the vertical filtering homogeneous region. These charts provide a high quality picture that takes into account

heterogeneity of filtration area.

0	0	0	0	0	0	0	0	22	21	21	21	21	21	22	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	22	22	42	41	41	41	41	41	41	42	22	22	0	0	0	0	0
0	0	0	0	22	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	22	0	0	0	0
0	0	0	23	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	23	0	0	0
0	0	23	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	23	0	0
0	23	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	23	0
0	23	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	23	0
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	51	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
23	43	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	43	23
0	23	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	23	0
0	23	43	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	43	23	0
0	0	23	43	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	43	23	0	0
0	0	0	23	42	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	42	23	0	0	0
0	0	0	0	22	42	42	42	41	41	41	41	41	41	42	42	42	22	0	0	0	0
0	0	0	0	0	22	22	42	41	41	41	41	41	41	42	22	22	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	22	21	21	21	21	21	21	22	0	0	0	0	0	0	0

Fig. 1. Information array

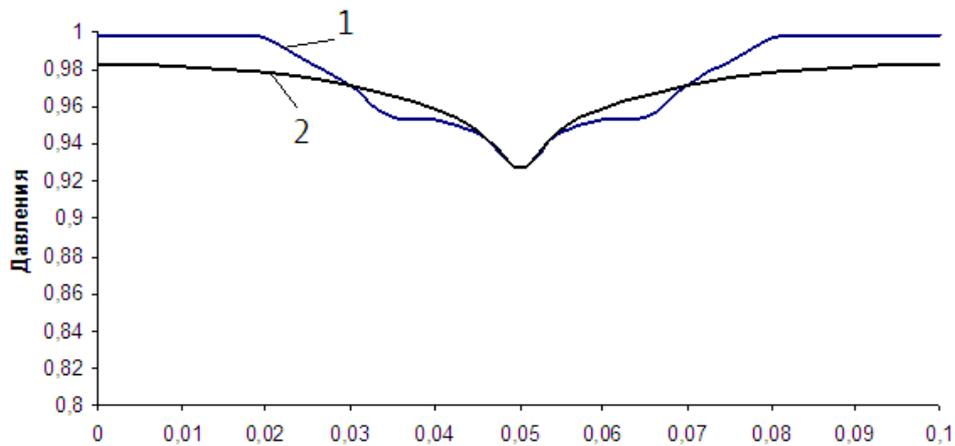


Fig. 2. Profiles of gas pressure distribution over the 720 days since the beginning of the development: 1 - at the section $y = 0.5$; 2 - at the section $x = 0.5$

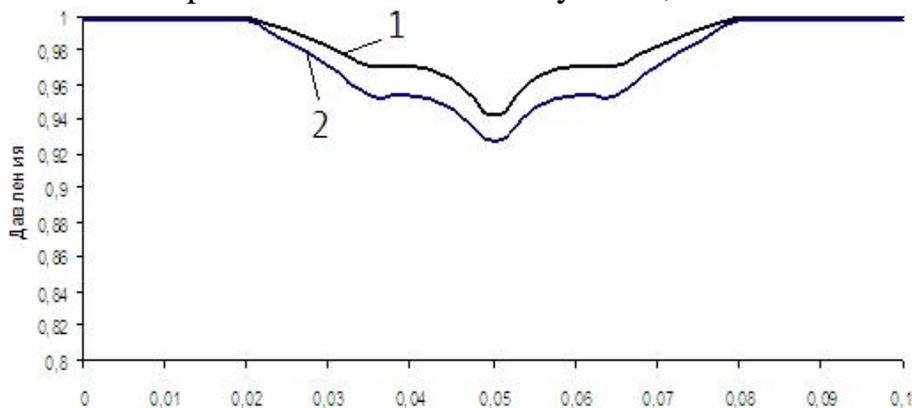


Fig. 3. The gas pressure distribution profiles for different a development section $y = 0.5$: 1 - after 360 days; 2 - after 720 days

Fig. 3 presents graphs of pressure change in the horizontal direction $y = 0.5$ at different times of development, showing that, in fact, in a poorly permeable filter zone flow hardly occurs.

These calculations contact pressure and saturation fields at similar of the tasks outlined above gave the expected pattern of distribution of these fields at the time, which gives grounds for conclusion about the adequacy of the mathematical model to describe non-stationary filtration processes occurring during the development of oil and gas wells system.

References

1. Zakirov S.N., Lapuk B.B. Design and development of gas fields. Moscow, "Nauka", 1974.
2. Samarskiy A. A. Introduction to the theory of difference schemes x s. M. "Science", 1971.
3. Atkinson C., Isangulov R. A mathematical model of an oil and gas field development process // European Journal of Applied Mathematics. - UK, 2010. - Vol. 21. - Issue 3. - PP. 205-227.
4. Chraibi M., Zaleski S., Franco F. Modeling the solution gas drive process in heavy oils // Записки Горного института, 2008. - Т. 174. - С. 36-40.

Старостин Н.В., Небайкин С.В., Волков В.О.
КОНЦЕПЦИЯ МНОГОУРОВНЕВОСТИ КАК ИНСТРУМЕНТ
УСКОРЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА СИЛОВОЙ
УКЛАДКИ ГРАФА

*Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского*

Введение

Укладка графа на плоскости является одной из актуальных проблем, возникающих при решении различных прикладных задач, в том числе для визуализации и анализа сложных структур, при компоновке и размещении компонент интегральных схем [1, 2]. Известно множество примеров, когда на практике используются сложные схемы решения подобных задач, которые включают процедуры реализующие классический алгоритм силовой укладки графа [3].

Основной проблемой практического использования данного класса алгоритмов является их относительно высокая вычислительная сложность каждой итерации, которая оценивается как $O(m) + O(n^2)$. Здесь первое слагаемое соответствует затратам на вычисление сил притяжения, которые линейно зависят от числа ребер исходного графа. Второе слагаемое определяет оценку времени расчета сил отталкивания между всеми парами вершин графа. В силу этого даже в случае разреженных графов время работы алгоритма определяется квадратом от общего числа вершин. В практическом плане это обстоятельство накладывает существенные ограничения на использование класси-

ческих алгоритмов силовой укладки для задач больших и сверх больших порядков. Следует отметить, что в производственных реалиях размеры графов нередко измеряются десятками или даже сотнями миллионов вершин и миллиардами ребер.

На практике для решения большеразмерных задач на графах успехом пользуются многоуровневые подходы, суть которых в последовательной редукции больших графов к малым, поиск на них решения и обратное последовательное восстановление решения в терминах исходного графа. В процессе редукции граф огрубляется методом отождествления и/или скрытия элементов. Чем грубее модель, тем затраты на ее исследование меньше, но при этом повышается риск получения некачественных решений в терминах исходной модели. Для преодоления этого недостатка в многоуровневых схемах граф последовательно редуцируют - из исходного графа получают первую редукцию, от первой редукции строят вторую и так далее. Восстановление решения происходит в обратном порядке - от более грубой модели строится проекция на менее грубую, и при этом полученное решение локально уточняется с помощью итерационных схем [1]. Многоуровневые схемы силовой укладки [4] в качестве локального уточнения используют классический алгоритм. В результате даже небольшое число итераций локальной оптимизации на большеразмерном графе вносит значительные задержки в общий процесс получения качественного размещения.

Постановка задачи

Исходные данные описываются взвешенным графом $G(V, E, u, w)$, где V - множество вершин графа, $n = |V|$; $E \subseteq V^2$ - связи между вершинами, $m = |E|$; $u: V \rightarrow R^+$ и $w: E \rightarrow R^+$ - неотрицательные веса вершин и связей. Под укладкой на плоскости понимается установление координат размещения вершин на плоскости $p: V \rightarrow R^2$. Подходы, основанные на физических аналогиях (force directed) [5], моделируют силы притяжения и отталкивания между вершинами. В качестве моделируемых сил могут использоваться электрические, магнитные, гравитационные, пружинные и другие силы.

Классические алгоритмы силовой укладки построены на итерационной схеме поиска экстремума функции энергии системы, которая описывается в виде интегральной характеристики системы сил (1).

$$\lambda F_{attr} + (1-\lambda) F_{repu} = \lambda \sum_{(i,j) \in E} w_{ij} \|p_i - p_j\|^a + (1-\lambda) \sum_{(i,j): i \neq j} c_i c_j \|p_i - p_j\|^r. \quad (1)$$

Здесь F_{attr} и F_{repu} описывают энергию сил притяжения и отталкивания, соответственно. Коэффициент линейной свертки λ и показатели степени a и r определяют степень влияния каждого компонента на итоговую укладку. Общепринятыми ограничениями являются: $\lambda \in [0,1]$, $a \geq 0$ и $r \leq 0$, т.е. силы притяжение растут, а силы отталкивания убывают с увеличением расстояния.

Методы решения

Классический алгоритм (FD) силовой укладки графа стартует с некоторого начального решения. На каждой итерации алгоритм для каждой верши-

ны вычисляют суммарный вектор сил, оказывающих влияние на её расположение. Как правило, силы притяжения и отталкивания вычисляются в разных циклах. Далее выполняется пересчет положения вершин, вычисляется значение функционала (1) и наилучшее расположение вершин с точки зрения функции цели сохраняется в качестве рекордного результата. Нередко, в реализацию классического алгоритма включают условия останова: по числу итераций, по времени работы, по переходу в стадию стагнации - время (число итераций), в течении которого не наблюдается регистрация нового рекорда.

Чисто технически время работы алгоритма можно существенно сократить за счет его высокой степени параллелизма. Дело в том, что расчет интегральной силы, действующей на отдельно взятую вершину можно осуществлять независимо от остальных вершин. В рамках данной работы было построено программное решение с использованием возможностей графических ускорителей. Для реализации алгоритма (FD_OCL) была использована технология OpenCL [6]. Выбор этой технологии обусловлен следующими обстоятельствами: во-первых, кодирование осуществляется в семантике языка C, а не в терминах компьютерной графики, во-вторых, наличие относительной независимости от программно-аппаратной платформы, на которой выполняется код.

С другой стороны, можно попытаться снизить вычислительные издержки за счет допуска потерь в точности расчета сил отталкивания для каждой вершины на каждой итерации работы алгоритма. Основная идея модификации (MFD) заключается в следующем: на прямоугольник, ограничивающий множество размещенных вершин на текущей итерации, накладывается равномерная решетка размера $k \times k$, при этом все прямоугольное пространство разбивается на $K = (k - 1)^2$ прямоугольных подобластей (границы решетки) равного размера; для каждой грани решетки вычисляется центр масс всех вершин, попавших в соответствующую подобласть; интегральная сила отталкивания для каждой вершины вычисляется как сумма векторов сил отталкивания, действующих между вершиной и центрами масс.

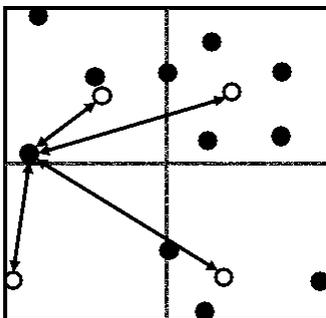


Рис. 1. Расчет сил с использованием центров масс подобластей.

В результате описанной модернизации теоретически ожидаемое ускорение можно оценить величиной (2).

$$S(n, k) = \frac{n}{K^2}. \quad (2)$$

Технически для алгоритмической модификации также можно построить

реализацию с использованием OpenCL. Однако достижение ускорения с помощью распараллеливания вычислений связано с некоторыми трудностями. Дело в том, что в отличие от классического, модифицированный алгоритм имеет более низкую степень параллелизма по данным. Это обусловлено тем, что в модифицированном алгоритме на каждой итерации необходимо вычислять центр масс каждой подобласти и хранить это значение в общей памяти. При этом несколько потоков будут конкурировать за право на запись значения центра масс соответствующей им подобласти. Это является узким местом для параллельных вычислений, которое нивелирует общий выигрыш по времени, достигаемый за счет параллельности.

Рассмотрим детально применение описанных вариаций итерационных алгоритмов силовой укладки графа в многоуровневой схеме. Как уже отмечалось выше процесс работы многоуровневого алгоритма включает три фазы: фаза редукции, фаза поиска решения на редуцированном графе и фаза восстановления решения с локальной оптимизацией.

В процессе фазы редукции решается задача поиска максимального множества попарно несмежных рёбер (паросочетания). Под максимальным понимается невозможность добавления к этому множеству ни одного ребра, которое бы являлось несмежным ко всем рёбрам паросочетания. Процедура поиска максимального паросочетания заключается в просмотре случайно упорядоченного списка ребер графа и проверка для каждого ребра возможности его включения в формируемое множество попарно независимых ребер. После нахождения максимального паросочетания выполняется построение графа редукции - для каждого ребра в графе выполняется операция отождествления вершин, инцидентных этому ребру (рис. 2).

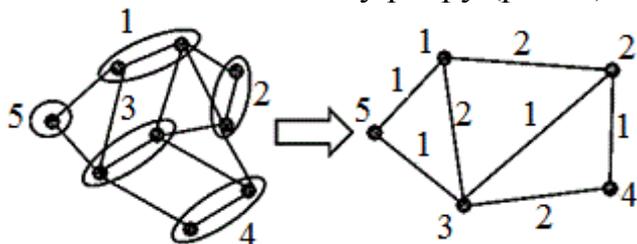


Рис. 2. Редукция графа методом отождествления смежных вершин

Число последовательных редукций (уровней) в алгоритме определяется размером редукции графа - когда размер графа становится меньше заданной величины, фаза редукции завершается. В наших экспериментах этот размер был равен 500.

Фаза поиска решения заключается в поиске размещения вершин редуцированного графа на плоскости. Здесь используется либо классический, либо одна из описанных модификаций классического алгоритма силовой укладки графа.

Фаза восстановления решения заключается в переносе найденного размещения с более грубого графа на менее грубую редукцию. Технически это простая процедура, суть которой в том, что координаты каждой вершины грубой редукции приписываются всем вершинам менее грубой редукции, из ко-

торой данная вершина была синтезирована методом отождествления. Полученное размещение в терминах менее грубой редукции уточняется при помощи, представленной выше, модификации алгоритма силовой укладки графа.

Результаты

Все описанные выше алгоритмы были реализованы программно: классический и модифицированный алгоритм силовой укладки графа (язык C и C#), OpenCL-версия (язык C), многоуровневая схема.

В качестве параметров схемы силовой укладки использовались традиционные константы $I = 0.5$, $a = 1$ и $r = -2$. В качестве тестовой базы использованы регулярные графы размером от 10000 до 40000 вершин.

Таблица 1

Ускорение OpenCL-версии алгоритма

Число вершин графа	Время работы на CPU, сек.	Время работы на GPU, сек.	Ускорение, раз
10000	2.266	0.125	18.128
20000	8.922	0.422	21.142
30000	21.275	0.885	24.040
40000	37.575	1.558	24.117

Вычислительные эксперименты для OpenCL-версии проводились на ПК с конфигурацией ASUS Intel® Core™ i5 2.40GHz 4ГБ ОЗУ видеокарта NVIDIA GeForceGT 325M 1ГБ. В табл. 1 представлены результаты работы одной итерации OpenCL-версии алгоритма в сравнении с классической схемой (язык C). Из экспериментов видно, что при вычислениях на данном наборе графов с использованием графического ускорителя достигается ускорение порядка в 20 раз, по сравнению с использованием центрального процессора.

Вычислительные эксперименты для алгоритмической модификации алгоритма силовой укладки графа проводились на ПК с конфигурацией Intel Core 2 Duo™ E6550 2.33GHz 4ГБ ОЗУ Microsoft .Net Framework 4. В табл. 2 представлены результаты работы одной итерации классического алгоритма в сравнении с её модифицированной версией (язык C#) при различных параметрах K размера накладываемой решетки.

Из эксперимента видно, что ускорение модифицированного алгоритма относительно классического получено значительное и согласуется с теоретически полученными оценками. Как ускорение, так и погрешность зависят от количества подобластей, на которое разбивается область размещения: при уменьшении K увеличивается скорость работы, но при этом возрастает погрешность вычислений относительно классической схемы. Таким образом, параметр K позволяет управлять соотношением точности и ускорения силового алгоритма.

Для оценки качества получаемых с помощью многоуровневого алгоритма решений были использованы графы из [7]. В экспериментах значение редукции графа было равно 500, поиск размещения с помощью силового алгоритма на каждой итерации ограничивался временем в 5 секунд. Эксперименты проводились на ПК с конфигурацией Intel Core i5 7200U 2.5 Ghz 4ГБ ОЗУ

Microsoft .Net Framework 4. Времена работы приведены в таблице 3. Некоторые визуализации выбранных тестовых графов приведены на рис. 3-5, иллюстрирующих, что получаемые изображения сравнимы с эталонными.

Таблица 2

Сравнение классического и модифицированного алгоритмов

Число вершин графа	Время работы классический алгоритм, сек.	K	Модификация (MFD)	
			Ускорение, разы	Погрешность, %
10000	11,53	9	1048,13	0,370099
20000	46,33		2105,91	0,186445
30000	104,18		3195,71	0,124589
40000	184,23		4206,06	0,103134
10000	11,51	16	636,07	0,135541
20000	46,03		1282,28	0,081432
30000	104,44		1934,03	0,082937
40000	184,39		2553,85	0,049489
10000	11,53	25	408,70	0,008725
20000	45,91		816,84	0,039281
30000	104,15		1232,57	0,009656
40000	186,21		1626,29	0,008108

Таблица 3

Результаты работы многоуровневого алгоритма

Граф	Число вершин	Число ребер	Время работы алгоритма, сек
AG-Monien@netz4504	1961	2578	20.21
DIMACS10@fe_sphere	16386	49152	39.78
GHS_indef@aug2d	29008	38416	67.33
Oberwolfach@windscreen	22692	752340	51.18
Boeing@bcsttk39	46772	1068033	117.12
GHS_psdef@gridgena	48962	280523	129.73

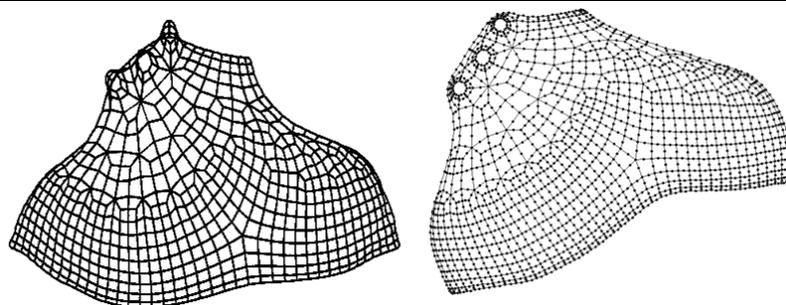


Рис. 3. Изображения графа AG-Monien@netz4504: эталонное изображение (слева) и результат многоуровневого алгоритма (справа)

Заключение

В рамках данной работы была исследована проблема создания программных решений, реализующих скоростную укладку графа на плоскости, основанную на классической силовой схеме. За счет включения изменений в

схему расчета сил отталкивания в силовом алгоритме удалось получить значительно бóльшее ускорение в сравнении с параллельной реализацией классической схемы для графического процессора. Интеграция модифицированного силового алгоритма в многоуровневую схему явилось удачной стратегией для быстрого получения качественных изображений графов.

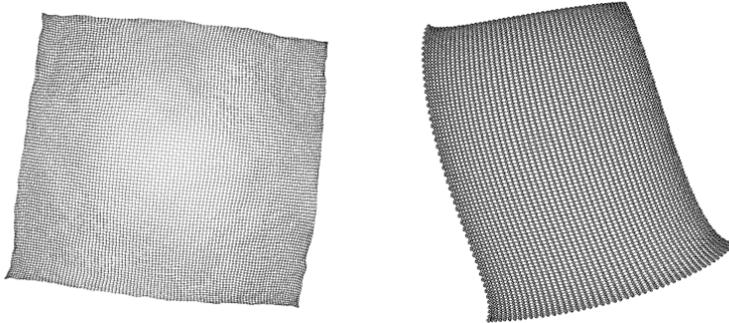


Рис. 4. Изображения графа GHS_indef@aug2d: эталонное изображение (слева) и результат многоуровневого алгоритма (справа)

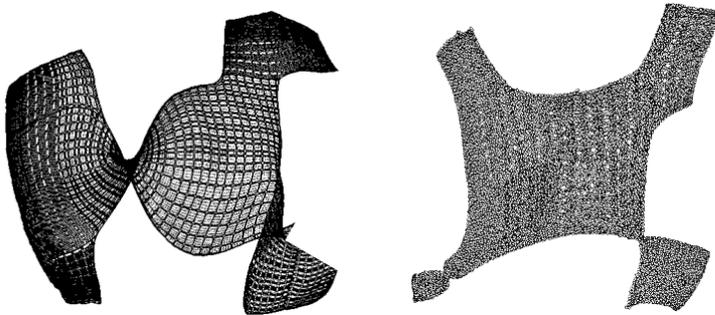


Рис. 5. Изображения графа GHS_psdef@gridgena: эталонное изображение (слева) и результат многоуровневого алгоритма (справа)

Список использованных источников

1. Батищев Д.И., Старостин Н.В., Филимонов А.В. Многоуровневый алгоритм решения задачи компоновки интегральных схем// Системы управления и информационные технологии. 2007. Т. 29. № 3. С. 48-52.
2. Старостин Н.В., Филимонов А.В., Балашов В.В. Решение задачи размещения элементов специализированных больших интегральных схем на основе базовых матричных кристаллов// Системы управления и информационные технологии. 2009. Т. 36. № 2.1. С. 189-194.
3. Harel D., Koren Y. A Fast Multi-Scale Method for Drawing Large Graphs// Discrete Applied Mathematics, Volume 113, Issue 1, 30 September 2001. P. 3-21.
4. Walshaw C. A Multilevel Algorithm for Force-Directed Graph Drawing// Marks J. (eds) Graph Drawing. GD 2000. Lecture Notes in Computer Science, vol 1984. Springer, Berlin, Heidelberg. 2001.
5. Fruchterman T., Reingold E. Graph drawing by force-directed placement // Softw. - Pract. Exp. 1991. 21(11). P. 1129-1164.
6. Munshi A., Gaster B.R., Mattson T.G., Fung J., Ginsburg D. OpenCL Programming Guide. - Addison-Wesley Professional, 2011.
7. The University of Florida: Sparse matrix collection. - <http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/matrices/>.

Фомичёв М.И.

ИНТЕГРАЦИЯ МЕТАЭВРИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЁРА С МЕТОДОМ ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ

ФКН НИУ Высшая школа экономики, г. Москва, Россия

Введение

В современном мире промедление в секунду, или даже долю секунды, может стоить миллионы рублей. Заинтересованному лицу важно получить точный ответ на вопрос в кратчайшие сроки. Но, к сожалению, даже при нынешних вычислительных мощностях, многие задачи не могут быть решены точно за приемлемое время.

Задача коммивояжера является одной из таких задач. Целый ряд практических постановок в области бизнеса и логистики сводится к классической задаче коммивояжера. Она заключается в поиске гамильтонова цикла с минимальной стоимостью в полном ассиметричном графе. Одним из самых известных точных алгоритмов решения задачи коммивояжера является алгоритм метода ветвей и границ, предложенный Дж. Литл, К. Мурти, Д. Суини и К. Кэрл в 1963 году [1]. Однако данный алгоритм имеет экспоненциальную временную сложность по размерности задачи (количество вершин в графе), и, как результат ряд прикладных задач большой размерности не может быть решен за время, приемлемое для лица, принимающего решение. Кроме того, для весьма небольшого, по современным меркам, объёма данных ответ можно получить не раньше чем через месяц, на сегодняшний день не существует способа узнать, хотя бы с точностью до 25%, через какое время будет получено решение.

С другой стороны, существует ряд алгоритмов, которые не гарантируют нахождение оптимального решения, но позволяют находить достаточно «хорошие» решения за приемлемое, с практической точки зрения, время. Такие алгоритмы принято называть «метаэвристическими алгоритмами». Наличие метаэвристических алгоритмов решения задачи коммивояжера не означает отказа от возможности получения точных решений этой задачи. Различные попытки, например, использование дополнительной памяти [2], позволяют сократить время решения задачи, но этого явно недостаточно. В данной статье исследуется подход, при котором для сокращения времени решения задачи коммивояжера предлагается сократить поисковое дерево решений с помощью тура (назовём этот тур предвычисленным), полученного до начала работы метода ветвей и границ.

Задача коммивояжера. Терминология и обозначения

Для однозначности понимания изложения приведем используемую далее терминологию и обозначения, связанные с задачей коммивояжера. Несимметричная задача коммивояжера - это задача нахождения гамильтонова цикла минимального веса в полном взвешенном ориентированном графе без собственных петель.

Полный взвешенный ориентированный граф с n вершинами задаётся

взвешенной матрицей смежности A размерности n , элементы которой определяют веса дуг между вершинами полного графа. Собственные петли запрещаются специальными значениями на главной диагонали матрицы

$$A = \{a_{ij} \mid a_{ij} > 0, i \neq j, a_{ii} = \infty, i, j = \overline{1, n}\} \quad (1)$$

В данной работе будет использоваться терминология, принятая для задачи коммивояжера. Гамильтонов цикл в полном графе называется туром, тогда задача коммивояжера заключается в нахождение тура минимального веса. Взвешенная матрица смежности A называется матрицей стоимостей, поскольку в содержательной постановке задачи коммивояжера веса дуг интерпретируются как стоимости проезда между городами. Число вершин графа n , определяющее размерность матрицы стоимостей, называется размерностью задачи коммивояжера. В статье далее рассматривается несимметричная задача коммивояжера, которая представляет собой наиболее общую и вычислительно трудную постановку задачи.

Очевидно, что начальная вершина тура может быть выбрана произвольно. Таким образом, множество всех возможных туров определяется всеми возможными перестановками остальных вершин, и имеет мощность $(n-1)!$.

Под термином индивидуальная задача будем понимать конкретный экземпляр задачи коммивояжера - это задача, заданная конкретной матрицей стоимостей A размерности n .

Одним из точных алгоритмов решения задачи коммивояжера является классический алгоритм [1], реализующий метод ветвей и границ. Идея метода ветвей и границ состоит в том, чтобы разделить текущее множество туров на два множества: одно - которое, весьма вероятно, содержит оптимальный тур, и другое - которое, вероятно, этого тура не содержит.

Опираясь на работу Д.Э. Кнута [3], под сложностью индивидуальной задачи коммивояжера, заданной матрицей A будем понимать $s(A)$ - число порожденных алгоритмом ветвей и границ вершин поискового дерева решений. Исследование сложности индивидуальной задачи коммивояжера позволяет абстрагироваться от конкретной реализации алгоритма метода ветвей и границ и программно-аппаратных особенностей компьютера, на котором проводились экспериментальные исследования задачи коммивояжера и алгоритмов её решения.

Постановка задачи

В классическом методе ветвей и границ для решения задачи коммивояжера предполагается, что невозможно начать отсекал поддерева поискового дерева решений до тех пор, пока мы не найдём какой-либо тур. В виду особенности задачи, дерево решений может серьёзно разрастись, пока первый тур не будет найден. Использование предвычисленного (метаэвристическим алгоритмом) тура (известного до начала работы метода ветвей и границ), может сократить размеры дерева решений. Такой комбинированный подход может при хороших значениях предвычисленного тура:

- уменьшить время расчета оптимального тура, потому что отсекается необходимость создавать неперспективные узлы дерева решений и посещать их;

- уменьшить объем выделенной памяти, поскольку пропадает необходимость хранить неперспективные узлы дерева.

Таким образом, данный подход направлен на сокращение и времени расчёта, и объёма требуемой памяти. Однако, при его реализации возникает несколько вопросов. Очевидно, что чем предвычисленный тур ближе к точному решению, тем меньше времени потребует для нахождения оптимального решения. С другой стороны, предвычисленный тур должен быть найден достаточно быстро. Это значит, что время затраченное на работу классического метода ветвей и границ, по крайней мере, должно быть не больше, чем суммарное время работы метаэвристического алгоритма и алгоритма метода ветвей и границ с предвычисленным туром. Другими словами, использование предвычисленного тура должно быть оправданным и рациональным.

Введём обозначение $c_a(A)$, которое соответствует числу порожденных алгоритмом метода ветвей и границ вершин поискового дерева решений, при условии, что до начала работы алгоритма известен такой гамильтонов цикл (предвычисленный тур), стоимость которого в a раз больше оптимального решения. Эту величину будем называть сложностью индивидуальной задачи коммивояжера с предвычисленным туром, таким образом, a - коэффициент аппроксимации (приближения) индивидуальной задачи коммивояжера [4]. Исходя из того, что задача коммивояжера является задачей минимизации стоимости гамильтонового цикла, то $a \geq 1$, случай $a=1$, означает, что предвычисленный тур уже является оптимальным решением задачи коммивояжера.

На основе этих рассуждений сформулируем постановку задачи экспериментального исследования: Определить как качество предвычисленного тура, задаваемое коэффициентом a , влияет на сокращение числа порожденных вершин в комбинированном алгоритме метода ветвей и границ.

Экспериментальный анализ

Все расчёты, описанные ниже, осуществлялись на персональном компьютере со следующей конфигурацией:

- процессор Intel i7 3770K 3800 МГц;
- оперативная память Kingston KHX1600C9D3P1 16 ГБ;
- материнская плата GIGABYTE GA-Z77X-D3H;
- Linux CentOS 7.0 с версией ядра 3.10.0-3247.4.4.el7

Программный компонент реализован на языке C++ с использованием компилятора GNU GCC 4.8.5 20150623 и библиотеки стандартных шаблонов (STL).

Для исследования зависимости сложности индивидуальной задачи коммивояжера с предвычисленным туром от значения a были проведены следующие эксперименты для задач размерности 35, 40 и 45. Для каждого значения размерности были сгенерированы 1000 несимметричных взвешенных матриц смежности. Элементы матрицы - равномерно распределенные целые числа в сегменте от 1 до 10^6 . Затем для каждой из матриц была рассчитана сложность индивидуальной задачи коммивояжера классическим алгоритмом метода ветвей и границ. На следующем шаге были рассчитаны сложности

индивидуальной задачи коммивояжера с предвычисленным туром, при этом коэффициент a изменялся в интервале от 1 до a^* с шагом 0.001, где a^* является минимальным (с точностью до 0.001) значением коэффициента, при котором предвычисленный тур уже не влияет на сложность индивидуальной задачи коммивояжера, другими словами: если $c_a(A)=c(A)$, то $a=a^*$.

На рис. 1-3 представлены гистограммы распределения значений a^* (с точностью до 0.001) при котором предвычисленный тур уже не влияет на сложность индивидуальной задачи коммивояжера.

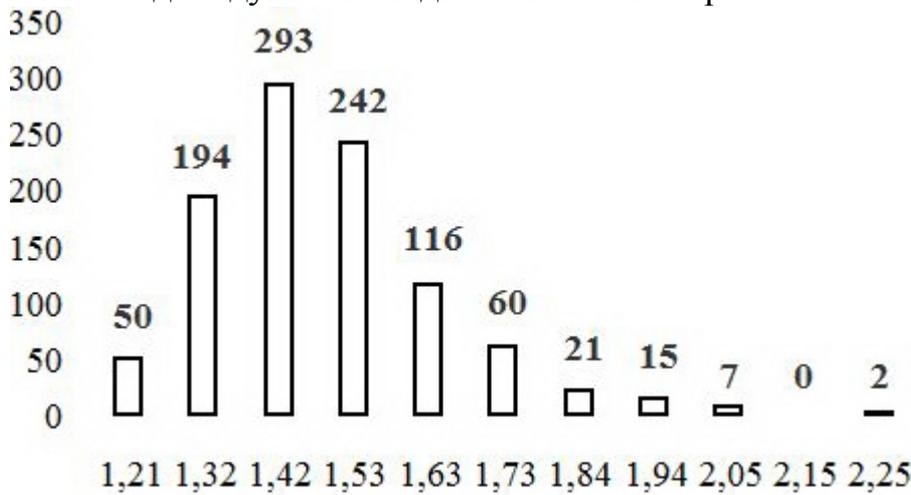


Рис. 1. Гистограмма распределения a^* для $n=35$

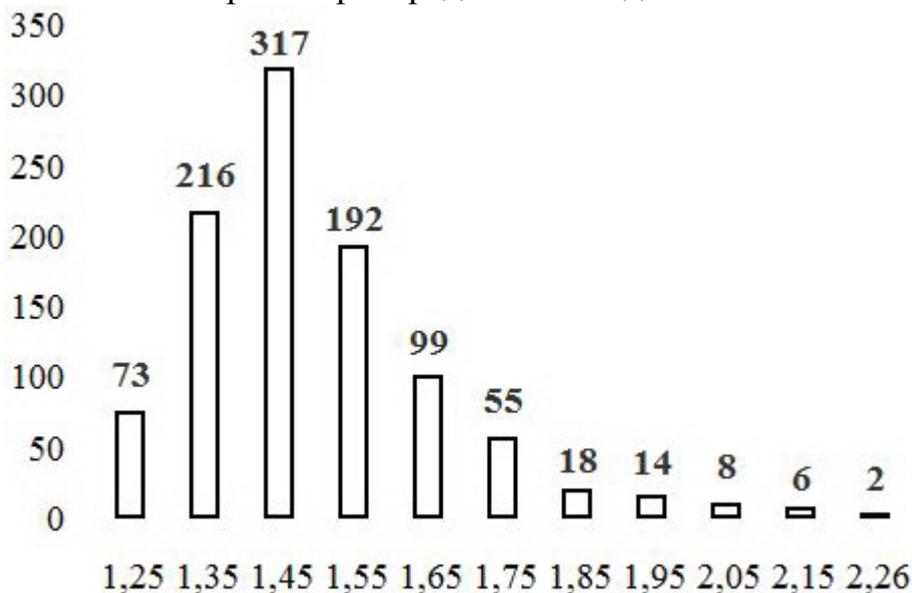


Рис. 2. Гистограмма распределения a^* для $n=40$

На гистограммах видно, что более 70% исследуемой выборки лежит в интервале $a^* \hat{I}(1.25; 1.53)$. Данные гистограммы наглядно показывают, на какую долю задач коммивояжера окажет хоть какое-то влияние предвычисленный тур, полученный с определенной точностью. Однако остается открытым вопрос - каково влияние предвычисленного тура на сложность индивидуальной задачи?

Введем в рассмотрение отношение сложности индивидуальной задачи коммивояжера к сложности индивидуальной задачи коммивояжера с пред-

вычисленным туром и обозначим его через γ :

$$g = \frac{c(A)}{c_a(A)} \quad (2)$$

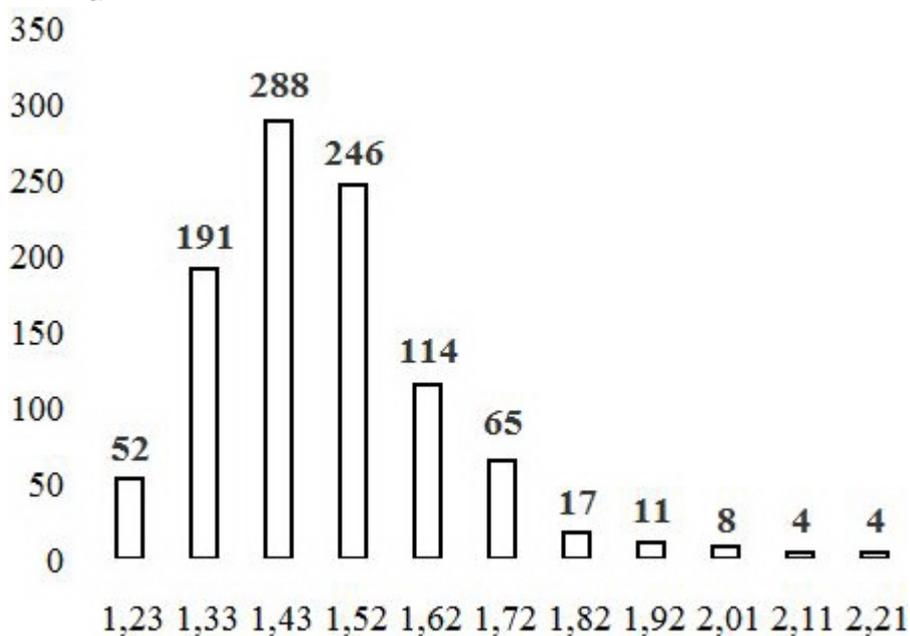


Рис. 3. Гистограмма распределения a^* для $n=45$

Для ответа на поставленный вопрос построим на основе экспериментальных данных зависимость значений γ от коэффициента a . Для выявления статистической закономерности взята та же самая экспериментальная выборка, что и для предыдущего этапа исследования (по 1000 экспериментов для каждой размерности задачи). На рис. 4, 5 и 6 представлены зависимости $\gamma(a)$ для задач размерностей 30, 40 и 45 соответственно, усреднённые по 1000 экспериментам.

Определим необходимую границу для a из условия существенного сокращения сложности при использовании предвычисленного тура. При этом под «существенным» сокращением будем понимать значения $\gamma < 0,85$. Соответствующие пороговые значения a определим по полученным экспериментальным данным. Получаем, что для того, чтобы предвычисленный тур существенно ($\gamma < 0,85$) и гарантированно сократил сложность индивидуальной задачи коммивояжера необходимо найти такой предвычисленный тур, который будет отличаться от оптимального, не более, чем на 2 - 4%, т.е. при $a \in \hat{I}^*$ (1.02;1.04). Это видно на представленных графиках и в таблицах 1, 2 и 3 (для $n=35, 40$ и 45 соответственно). В таблицах также представлено минимальные (g_{\min}) и максимальные (g_{\max}) значения g в экспериментальной выборке.

Выводы

Таким образом, в статье на основе экспериментальных данных показано, что для существенного сокращения сложности индивидуальной задачи коммивояжера (и, как следствие, времени работы алгоритма метода ветвей и границ) с использованием предвычисленного тура необходим предвычислен-

ный тур, которой будет отличаться от оптимального не более чем на 2 - 4%. Отметим также, что с увеличением размерности задачи наблюдается увеличение отношения сложности индивидуальной задачи коммивояжера к сложности индивидуальной задачи коммивояжера с предвычисленным туром, по крайней мере, на рассматриваемом интервале.

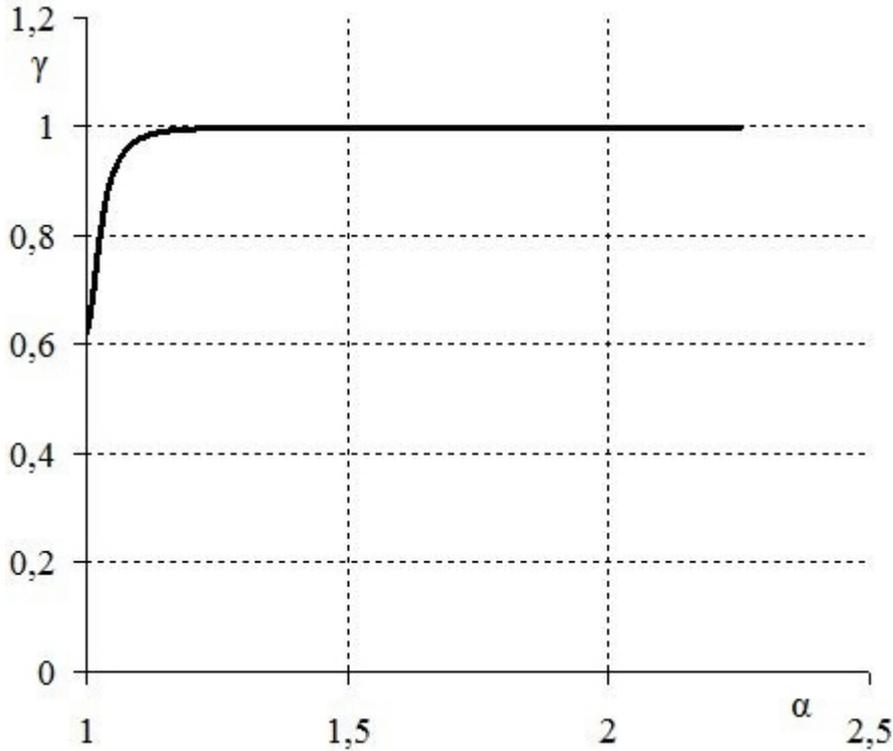


Рис. 4. Зависимость g от a , усреднённая по 1000 экспериментов для $n=35$

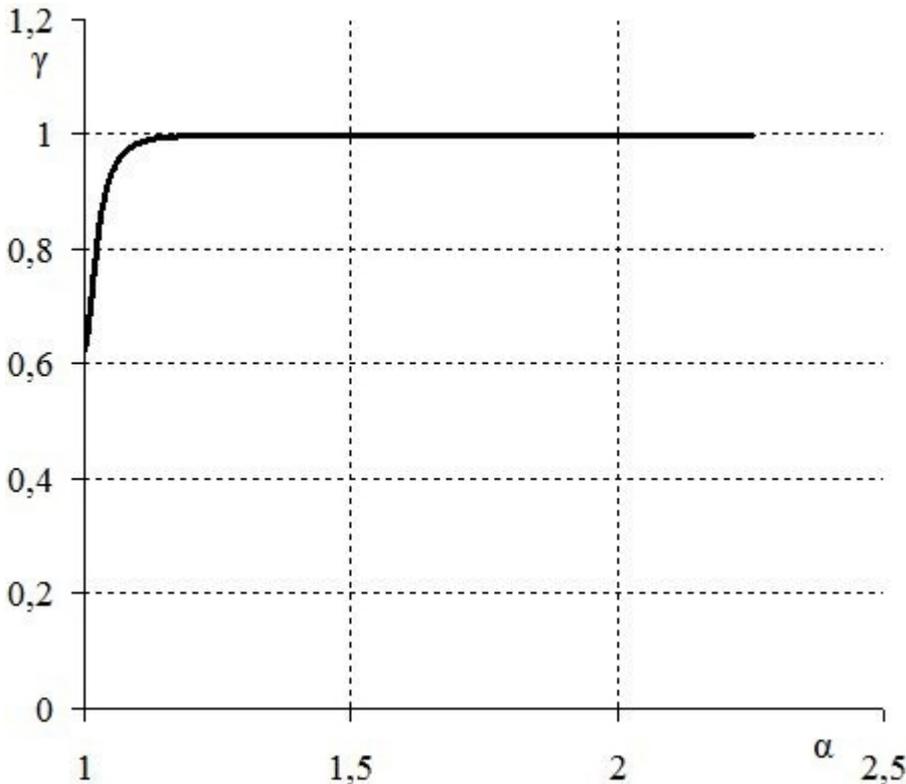


Рис. 5. Зависимость g от a , усреднённая по 1000 экспериментов для $n=40$

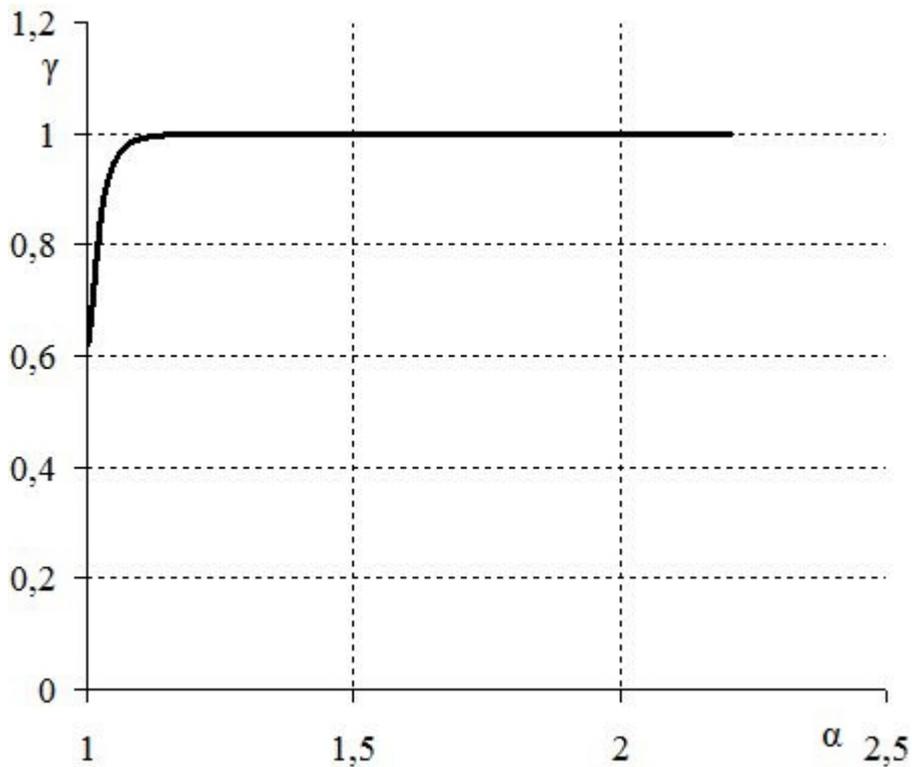
Рис. 6. Зависимость g от α , усреднённая по 1000 экспериментов для $n=45$

Таблица 1

Зависимость g от α , усреднённая по 1000 экспериментов для $n=35$

α	g	g_{\min}	g_{\max}
1.0	0.6197	0.3494	0.915
1.005	0.6467	0.5422	0.9312
1.01	0.6767	0.5734	0.9469
1.015	0.7129	0.5804	0.9613
1.02	0.7533	0.6014	0.9709
1.025	0.7931	0.6154	0.9765
1.03	0.8282	0.6748	0.9803
1.035	0.8566	0.6993	0.9928
1.04	0.8789	0.7115	0.9932

Таблица 2

Зависимость g от α , усреднённая по 1000 экспериментов для $n=40$

α	g	g_{\min}	g_{\max}
1.0	0.6221	0.4156	0.9177
1.005	0.6517	0.5584	0.9508
1.01	0.6872	0.5728	0.9684
1.015	0.7307	0.5859	0.9747
1.02	0.7773	0.5926	0.9783
1.025	0.8199	0.6229	0.981
1.03	0.8543	0.6599	0.9846
1.035	0.8805	0.697	0.9864
1.04	0.9009	0.7508	0.991

Таблица 3

Зависимость g от α , усреднённая по 1000 экспериментов для $n=45$

α	g	g_{\min}	g_{\max}
1.0	0.617	0.5287	0.8568
1.005	0.6496	0.5644	0.905
1.01	0.6919	0.5737	0.9321
1.015	0.7444	0.6113	0.9508
1.02	0.7987	0.6409	0.9669
1.025	0.8432	0.677	0.9764
1.03	0.8763	0.7303	0.9869
1.035	0.9009	0.7681	0.9899
1.04	0.9195	0.7984	0.9924

Впервые полученные экспериментальные зависимости также объясняют нецелесообразность применения сложных эвристических подходов к выбору дуги ветвления в алгоритме метода ветвей и границ.

Дальнейшее развитие данного исследования предполагает изучение и выбор таких метаэвристических алгоритмов, которые позволят за рациональное время найти тур, превышающий оптимальный не более чем на 2 - 4%, для их последующего использования в комбинации с методом ветвей и границ.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-07-00160 А.

Список использованных источников

1. Little J.D.C., Murty K.G., Sweeney D.W., Karel C. An algorithm for the traveling salesman problem // Operat. Res., 11 (1963), pp. 972-989.
2. Ulyanov M.V., Fomichev M.I. Resource characteristics of ways to organize a decision tree in the branch-and-bound method for the traveling salesmen problem // Бизнес-информатика. 2015. №4(34). с. 38-46.
3. Knuth D.E. Estimating the efficiency of backtracking programs // Mathematics of Computing. 1975, v. 29. p. 121-136
4. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ. - М.: «Вильямс», 2013. - 1328 с.

3. ПРОГРАММНЫЕ И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

**Изотова Т.Ю., Джевага К.А., Приставка А.С.
ПОДХОДЫ К МОДЕЛИРОВАНИЮ СЕТИ АБОНЕНТСКОГО
ДОСТУПА**

Академия ФСО России

Введение

Современные распределенные системы, обеспечивающие предоставление услуг различного вида (инфокоммуникационных, транспортных, логистических, жилищно-коммунальных), в общем случае имеют сетевую инфраструктуру, представляющей совокупность взаимосвязанных между собой узлов этих систем. Тип взаимосвязи, ее параметры, а также правила формирования сетевой структуры определяются функциональными особенностями распределенной системы. Так в предметной области инфокоммуникационных систем, взаимодействующие узлы соединены линиями связи, которые в зависимости от функционального назначения инфокоммуникационной системы (магистральная сеть или сеть доступа) представлены совокупностью магистральных и абонентских каналов связи. При этом, вне зависимости от типа распределенной системы, сетевая структура, на которой последняя базируется, определяет особенности ее организации и функционирования.

Рассмотрим такой класс систем, как сети абонентского доступа (САД). Сети этого класса являются наиболее дорогостоящим и наименее эффективно используемым элементом во всей системе электросвязи. По этой причине оптимизация использования существующего ресурса САД рассматривается как одна из наиболее важных задач для современной телекоммуникационной системы [1-4].

Физическая топология современных САД описывается совокупностью узлов и линий связи. В ее рамках можно выделить три типа узлов: терминальные узлы; узлы коммутации и узлы предоставления услуги. Линии связи характеризуются ресурсом пропускной способности или количеством свободных или занятых пар в кабельной линии.

В рамках физической топологии САД формируется ее логическая топология - структура связи терминальных узлов и узлов предоставления услуги, которая поддерживает заданные в рамках конкретной реализации САД направления передачи данных. Структурным элементом логической топологии САД является абонентская трасса (АТ) - это упорядоченная последовательность узлов САД и линий связи между ними с доступным ресурсом, где начальным или конечным узлом являются либо терминальный узел, либо узел предоставления услуги, а промежуточные узлы - это узлы коммутации. Для управления физической и логической топологией САД выделяется специализированная система управления САД (СУ САД), задачей которой является поддержание с требуемым уровнем эффективности процесса функционирования САД.

Процесс функционирования САД можно описать множеством изменений физической топологии САД, приводящих к нарушениям связности ее узлов, и, как следствие, к нарушению целостности текущей логической топологии. Такие изменения топологии связаны со случайными событиями, обусловленными, например, целенаправленным воздействием СУ САД с целью оптимизации физической и/или логической топологии САД по различным показателям, или деструктивными воздействиями на физическую топологию САД. Примерами подобных событий являются: подключение к заданному терминальному узлу САД нового абонента, введение в эксплуатацию нового узла коммутации или узла предоставления услуги, плановое реконфигурирование части АТ или АТ в целом, обрыв линии связи, выход из строя коммутационного оборудования, деструктивное воздействие на линии связи окружающей среды.

Для управления физической и логической топологией САД в рамках СУ САД могут использоваться модели САД, обеспечивающие решение множества задач, связанных с поддержанием с требуемым уровнем эффективности процесса функционирования САД в условиях возникновения рассмотренных выше случайных событий.

В статье рассматривается методологический аппарат, применяемый, как для моделирования физической и логической топологии распределенных систем в целом и САД в частности, так и для моделирования потока случайных событий, влияющих на изменение топологии САД.

Подходы к моделированию физической и логической топологии сети абонентского доступа

В силу структурных особенностей САД, моделирование ее физической и логической топологии может быть основано на теоретико-графовом подходе, широко применяемом для создания моделей различных сетевых структур [5-20]. Методологический аппарат теории графов предоставляет развитые инструменты для решения оптимизационных задач, возникающих в процессе создания и эксплуатации сетей связи различного уровня.

В рамках теоретико-графового подхода сеть связи или ее часть описывается графом $G(V, R)$, где множество вершин V - технологическое оборудование сети, а множество ребер R - физические или логические связи, определяющие, соответственно, физическую или логическую топологию сети. Отношения между элементами сети могут характеризоваться одним или несколькими параметрами, отражающими функциональные особенности рассматриваемого объекта. Применительно к инфокоммуникационным системам это могут быть расстояние между элементами сети, наличие и качество связи, надежность сетевых коммуникаций, пропускная способность, объемы задействованных структурных ресурсов и прочее.

В зависимости от объектов, принятых в качестве вершин графов, и характера отношений, представляемых ребрами, в [6,7] выделяются следующие виды графов:

1. Обыкновенные графы [7-10]. Могут использоваться ориентированный или неориентированный графы, выбор зависит от функциональных осо-

бенностей моделируемой системы. Если рассматривать пример данной модели в области САД, то вершины графа - это терминальные или коммутационные узлы, ребра - линии связи между узлами, а веса ребер - это значения длин линий связи между узлами телекоммуникационной сети. Подобные модели могут использоваться для решения широкого спектра задач: анализа живучести, оценки доступности информации в телекоммуникационных системах, проектирования сетей передачи данных и прочее. В [7] представлена теоретико-графовая модель, позволяющая на основе значений коэффициента важности узла производить поиск «критических» узлов, после удаления которых возможно нанесение максимального ущерба всей топологической структуре. В [8] представлен, разработанный на основе теории графов, математический аппарат для решения задачи оптимизации топологической структуры корпоративной телекоммуникационной сети по критерию надежности, позволяющий строить сети с оптимальным размещением каналов связи, в целях достижения заданного уровня надежности и минимизации затрат. Однако, существенным недостатком таких моделей является их статичность, которая не позволяет оценить исследуемые параметры и важные свойства объекта с учетом воздействия на него внешних и внутренних факторов.

2. Гиперграфы [11-14]. Методологический аппарат гиперграфов позволяет повысить детализацию и адекватность модели. Пример гиперграфа представлен на рис. 1. Отношение, связывающее совокупность вершин, соответствует ребру гиперграфа и может отражать, применительно к предметной области САД, вхождение вершин графа в разные АТ. Согласно рис. 1, существует 4 АТ: $r_1 = v_1, v_3$; $r_2 = v_2, v_4, v_7, v_{10}$, $r_3 = v_3, v_4, v_5, v_6, v_7$, $r_4 = v_5, v_6, v_8, v_9, v_{10}$.

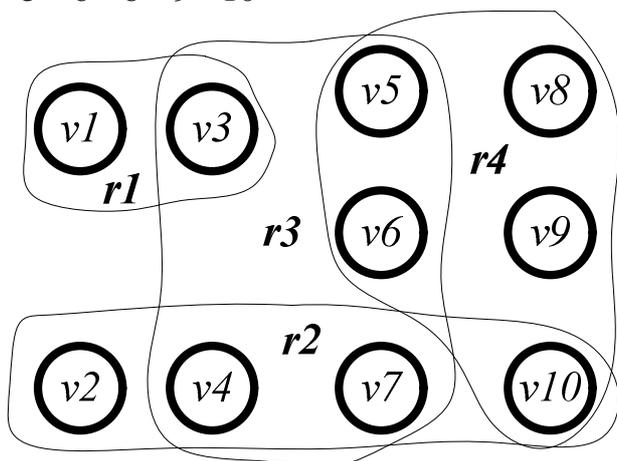


Рис. 1. Пример гиперграфа АТ САД

В работе [11] на основе математического аппарата теории гиперграфов базируется математическая модель задачи водопользования, возникающей при проектировании новых или реконструкции уже существующих сетей снабжения населенных пунктов питьевой водой. В [12] разработан новый алгоритм поиска наилучшего маршрута, реализованный на нечетком гиперграфе, и позволяющий использовать практически опробованные экспертом-логистом маршруты, что обеспечивает построение более достоверных реше-

ний в условиях неопределенности. В [13] описывается стратегия оптимизации потоков в транспортных системах при помощи алгоритмов фиксированной и динамической маршрутизации, созданных с использованием модели нечеткого гиперграфа.

3. Динамические графы [15-16]. Наиболее перспективным является моделирование процессов функционирования и управления на изменяемых структурах [15-20]. Эффективность вырабатываемых управляющих воздействий во многом зависит от предварительного имитационного моделирования, в ходе которого определяются временные и ресурсные характеристики системы, выявляются возможные конфликтные ситуации и формируются методики, позволяющие системе управления адекватно реагировать на все типы инцидентов. Кроме того, целью моделирования является прогнозирование процессов развития сетевой структуры, с определением ее возможных конфигураций и динамики их преобразования. Модель развития должна учитывать не только ожидаемые, но и неожиданные (маловероятные) внешние события. Для описания структуры объекта используются динамические графы. По сути, это конечная последовательность обычных графов $\{G(\Delta t) = G(\Delta t_0) \rightarrow G(\Delta t_1) \rightarrow \dots \rightarrow G(\Delta t_n)\}$, отражающая изменения структуры объекта моделирования в хронологическом порядке. Здесь Δt_n - это время стационарного состояния системы. Изменения, происходящие в структуре сложной системы, могут быть описаны простейшими теоретико-графовыми операциями: стягиванием ребра, добавлением ребра, удалением (добавлением) вершины. Для описания динамической составляющей модели, необходимо на некотором промежутке времени функционирования объекта моделирования рассмотреть поток событий, непосредственно влияющий на исследуемую систему. Разработка соответствующей статистической модели подобного потока событий позволит выявить закономерности, связанные с возможными конфликтными или неординарными ситуациями в процессе функционирования объекта. Данный комбинированный подход в моделировании позволит наиболее полно и всесторонне описать такую сложную организационно-техническую систему, как САД.

В [15] предложена теоретико-графовая модель структурного разрушения, определены основные операции, описывающие изменения, происходящие в структуре сложной системы, также определены критерии выхода системы из строя при структурном разрушении. В [17] рассматривается решение задачи определения структурных изменений сетевого объекта в пределах горизонта моделирования. Задача решается введением набора стандартных операций над графами, отражающих изменения конфигураций реальных сетевых структур, и построения конечного автомата трансформирования графов на заданном временном горизонте. В [18] разработана модель динамического графа, позволяющая провести оценку работоспособности системы связи с динамической топологией сети, где в качестве сетевых узлов используются крупные подвижные объекты, с прогнозируемой траекторией перемещения.

Примерами подобных событий являются:

1. Закрепление терминального узла за новым абонентом. Источником подобных событий является управляющая надсистема. Для структуры САД появление такого события означает увеличение значения параметра занятого ресурса f_i в некотором подмножестве ребер. С точки зрения СУ САД такое событие связано с процессом формирования новой АТ $m = (x_i, u_{ij}, x_j, u_{jl}, \dots, x_n)$, с учетом значений параметров l_{ij}, f_{ij}, v_{ij} . Исходными данными являются определенный терминальный узел и узел предоставления услуги. На рис. 2 примером АТ будет $m_1 = (x_1, x_3, x_5, x_8)$. В алгебраическом выражении, соответствующем АТ условные обозначения ребер графа можем опустить, т.к. кратные ребра в нем отсутствуют.

2. Удаление АТ. Как и в предыдущем типе событий источником события является управляющая надсистема. В рамках логической топологии САД будет удалена конкретная АТ, а значение параметра занятого ресурса f_{ij} для каждого ребра, входящего в эту АТ, будет уменьшено.

3. Реконфигурация части АТ. Источником такого события может быть, как управляющая надсистема, так и некоторое деструктивное воздействие. В первом случае изменяется конечная вершина АТ и необходимо перестроить финальную часть (x_r, \dots, x_n) АТ m . На рис. 2 подобные структурные изменения представлены следующими АТ: $m_1 \rightarrow m_2$, $m_2 = (x_1, x_3, x_5, x_9)$. Во втором случае начальная и конечная вершины остаются неизменными, но коммутационные узлы (x_k, x_r) становятся несмежными и нарушается логическая топология САД. Необходимо перестроить АТ таким образом, чтобы удаленные коммутационные узлы и линии связи в нее не входили. Подобный случай отображен на рис. 2 для АТ $m_3 \rightarrow m_4$, $(x_2, x_4, x_7, x_{10}) \rightarrow (x_2, x_4, x_6, x_{10})$.

Очевидно, что возникновение события, относящегося к любому из классов, приводит к необходимости формирования управляющего воздействия со стороны СУ САД во временной отрезок $t_y - t_{пув}$, где t_y - время, необходимое СУ САД для выработки управляющего воздействия, а $t_{пув}$ - время реализации управляющего воздействия.

При этом события любого из классов могут быть:

- одиночными, например, событие S_1 на рис. 4 а);
- пересекающимися, например, события S_1 и S_2 на рис. 4 б);
- параллельными, например, события S_1 и S_2 на рис. 4 в);

В общем виде, на некотором промежутке времени функционирования САД, необходимо рассматривать поток событий, представленных на рис. 3. Характеристики такого потока во многом зависят от конкретной физической топологии САД, а также условий ее функционирования, связанных с:

- активностью терминальных узлов;
- условиями плановой модификации структуры сети;
- условиями возникновения деструктивных воздействий.

Рассмотрим несколько подходов, используемых для моделирования стохастических потоков событий в сложных системах.

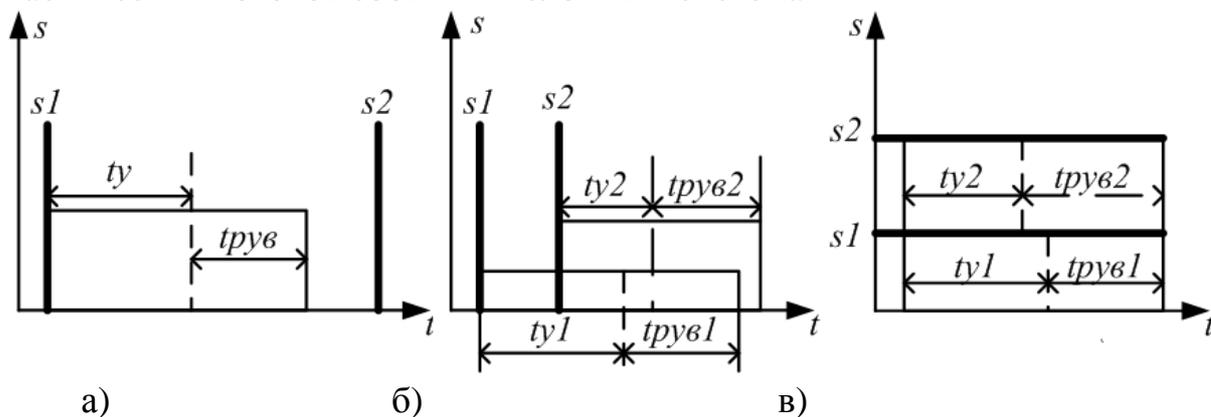


Рис. 3. Временные диаграммы а) одиночного события, б) пересекающихся событий, в) параллельных событий

Подходы к моделированию стохастических потоков событий в сложных системах

В соответствии с предыдущим разделом существует четыре потока независимых событий: закрепление терминального узла за новым абонентом, удаление АТ, реконфигурация существующей АТ в связи с изменением финальной части АТ и реконфигурация существующей АТ в связи с удалением коммутационных узлов и линий связи. Следует отметить, что последний тип событий имеет несколько отличающуюся от всех логику процесса. Здесь мы имеем дело с потоком отказов и восстановлений, так как вышедшие из строя элементы системы рано или поздно будут восстановлены или произойдет их замена на работоспособные элементы. И если в случае первых трех потоков можно прибегнуть к более простым моделям, базирующимся на собранных статистических данных с реальной системы, то в случае моделирования потока отказов/восстановлений необходим более сложный подход. Рассмотрим некоторые из них.

В [21, 22] приводятся модели сложных систем, основанные на аппарате Е-сетей, которые позволяют адекватно описывать системы с параллельно функционирующими элементами.

Е-сети являются расширением сетей Петри (СП), позволяют наглядно представлять моделируемую систему в виде блок-схемы или графа и составлять уравнения состояния и другие математические соотношения, описывающие динамику системы.

Как и СП, Е-сети имеют структуру двудольного ориентированного графа без кратных дуг, с двумя типами вершин: позициями и переходами. Но, в отличие от классических СП, в Е-сетях существует несколько типов позиций:

- простые (могут содержать не более одной фишки и изображаются кружком);
- очереди (могут содержать произвольное число фишек и изображаются овалами);
- разрешающие (выполняют управляющую функцию, определяющую

направление перемещения фишек; изображаются квадратом).

Переходы в E-сетях могут быть ассоциированы с:

- временной задержкой;
- процедурой преобразования атрибутов фишек, проходящих через переход;
- разрешающей процедурой, если переход имеет входную разрешающую позицию.

В основе E-сетевого моделирования лежит событийно-управляемое моделирование, что в совокупности с методами генерации случайных чисел для задания времени срабатывания переходов, дает один из наиболее распространенных способов моделирования. Фактически, модель управляется фактом наступления того или иного события и состояние системы изменяется только при срабатывании переходов и остается неизменным между срабатываниями. Так как время срабатывания переходов является случайно величиной, то для получения статистически достоверных результатов требуется соответствующее количество запусков модели. Кроме того, данный математический аппарат обладает большой описательной мощностью и позволяет оперативно адаптировать используемую модель под изменяющиеся внешние условия функционирования системы, путем удаления позиций, переходов и дуг, а также модифицирования разрешающих процедур. Однако, временные характеристики отказов элементов необходимо генерировать с помощью заданных законом распределения, которые не всегда есть возможность определить. И, кроме того, представляется затруднительным на основе методологии E-сетей описать процесс функционирования системы, с учетом длительностей переходов системы из одного состояния в другое.

В [23] предлагается подход стохастического моделирования отказов/восстановлений систем, основанный на математическом аппарате сетей Петри-Маркова (СПМ). Данный математический аппарат широко применяется для моделирования стохастических процессов и обеспечивает получение аналитических выражений для плотности распределения времени наработки системы на отказ. Однако, если система обладает сложной структурой, то аппарат СПМ рекомендуется применять для получения численного решения путем моделирования процесса отказов/восстановлений.

Исходными данными для моделирования является описание структуры СПМ отказов как двудольного графа со структурой $\Pi = \{A, Z, O_A(Z), O_Z(A)\}$, где $A = \{a_1(a), \dots, a_{j(a)}, \dots, a_{J(a)}\}$ - конечное множество позиций; $Z = \{z_1(z), \dots, z_{j(z)}, \dots, z_{J(z)}\}$ - конечное множество переходов с подмножеством поглощающих переходов $Z_E \subset Z$; $O_Z(A) = \{O_Z(a_1(a)), \dots, O_Z(a_{j(a)}), \dots, O_Z(a_{J(a)})\}$ - множество выходных функций переходов; $O_A(Z) = \{O_A(z_1(z)), \dots, O_A(z_{j(z)}), \dots, O_A(z_{J(z)})\}$ - множество выходных функций позиций; $O_A(Z_E) = \emptyset$; вектор $q = [q_1(z), \dots, q_{j(z)}, \dots, q_{J(z)}]$ вероятностей начала процесса в переходах мно-

жества Z ; прямоугольная матрица $p = [p_{j(a), j(z)}]$ вероятностей выполнения полушагов в переход $z_{j(z)} \in O_z[a_{j(a)}]$ после окончания пребывания процесса в состоянии $a_{j(a)}$; прямоугольная матрица $f(t) = [f_{j(a), j(z)}(t)]$ плотностей распределения времени t пребывания в состоянии $a_{j(a)}$ с последующим выполнением полушага в переход $z_{j(z)} \in O_z[a_{j(a)}]$; матрица $L = [L_{j(z), j(a)}]$, определяющая логические условия выполнения полушага в позицию $a_{j(z)} \in O_A[z_{j(z)}]$.

Элементы математической модели имеют следующий физический смысл:

- позиции множества $A = \{a_{1(a)}, \dots, a_{j(a)}, \dots, a_{J(a)}\}$ являются математическим подобием состояний элементов системы;
- переходы множества $Z = \{z_{1(z)}, \dots, z_{j(z)}, \dots, z_{J(z)}\}$ моделируют взаимодействие элементов;
- выходная функция позиции $O_Z(a_{j(a)})$ моделирует множество вариантов изменения состояний элементов системы;
- выходная функция перехода $O_A(z_{j(z)})$ моделирует множество возможных состояний, в которые попадают элементы системы в результате выполнения логических условия взаимодействия;
- вероятности вектора q представляют собой стохастические параметры вариантов исходных состояний системы;
- плотности распределения $f(t)$ и вероятности p описываются параметрами безотказности элементов системы;
- логические условия L моделируют условия потери/охранения работоспособности системы при отказах элементов.

Процесс моделирования включает в себя четыре алгоритма:

1. Определение перехода, в котором начинается процесс.
2. Определение направления выполнения полушагов из позиции $a_{j(a)}$ в переходы $O_z(a_{j(a)})$.
3. Определение направления выполнения полушагов из переходов $z_{j(z)}$ в позиции $O_A(z_{j(z)})$.
4. Моделирование процесса отказов/восстановлений.

Итогом работы перечисленных алгоритмов является простой статистический ряд временных интервалов $t = \{t_1, \dots, t_n, \dots, t_N\}$ достижения подмножества Z_E из подмножества переходов, для которых элементы вектора q не равны нулю. Кроме того, алгоритм 4 должен быть выполнен достаточное количество раз для того, чтобы набрать необходимый объем статистики по временным интервалам. И далее производится обработка полученного статистического ряда по известным методикам обработки результатов статистических испытаний, в результате которой можно получить оценку среднего вре-

мени наработки системы до отказа и аппроксимировать плотности распределения вероятностей существующим аналитическим законом. Таким образом, СПМ позволяют получать как теоретические, так и квазиэкспериментальные данные о статистических параметрах процесса отказов/восстановлений в сложных системах с учетом длительностей переходных процессов.

Заключение

Проведено исследование существующих вариантов моделирования САД. Рассмотренные подходы к моделированию структуры физической и логической топологии САД на основе математического аппарата теории графов показали, что существующие методы не в полной мере позволяют описывать весь спектр возможных топологических изменений САД. Был сделан вывод о том, что при моделировании такой сложной системы как САД, необходим комплексный подход, включающий в себя моделирование логической топологии САД в условиях стохастических потоков событий.

Список использованных источников

1. Егоршев Д.Е. Задачи оптимизации оптоволоконных сетей связи на участке абонентского доступа // Т-СОММ: Телекоммуникации и транспорт. - 2010. - Т.4 № 7. - С. 182-183.
 2. Макаренко С.И., Федосеев В.Е. Системы многоканальной связи. Вторичные сети и сети абонентского доступа. Учебное пособие. - СПб.: Типография ВКА имени А.Ф. Можайского. - 2014. - 179 с.
 3. Кириллов В.И., Белко А.И. Анализ и синтез цифровых систем абонентского доступа. Состояние и перспективы // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. - 2014. №2 (80). - С. 106-112.
 4. Kalsch M.T., Tschirpke K. Access network optimization. // Telecommunications Network Strategy and Planning Symposium (Networks), 2014 16th Int.
 5. Исследования по прикладной теории графов. - Новосибирск: Наука, 1986.
 6. Оре О. Теория графов. - М. Наука. - 1980 г.. - 336 с.
 7. Басыров А.Г., Шинкаренко А.Ф., Широбоков В.В. Модель инфотелекоммуникационной сети, учитывающая важность ее узлов. // Труды военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. - 2014. - №645. - С. 75-78.
 8. Тельнов Г.Г., Лотоцкий А.Д., Сафронова И.Е. Алгоритм оптимизации топологической структуры корпоративной телекоммуникационной сети по критерию надежности // Инновационные, информационные и коммуникационные технологии. - 2017. - №1. - С. 285-290.
 9. Матюшин М.М., Зеленев Д.А., Бакланов Е.В. Выбор оптимальных маршрутов передачи данных при оперативном управлении космическими аппаратами // Лесной вестник. Foresty Bulletin. - 2017. - Т.21 №1. - С. 125-130.
 10. Якушенко С.А., Малышев А.К., Маняшин Д.А., Карманова Н.А. Многопараметрический поиск оптимальных маршрутов движения подвижных объектов в условиях дестабилизирующих факторов. // Информация и космос. - 2016. - №4. - С. 144-151.
-
-

11. Шапошникова О.И. Задача водопользования на гиперграфах с интервальными данными // Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН. - 2011. - №2. - С. 16-20.
12. Беляков С.Л., Савельева М.Н. Кластеризация при логистическом рутинге // Известия ЮФУ. Технические науки. - 2012. - №4 (129). - С. 242-246.
13. Беляков С.Л., Белякова М.Л., Боженюк А.В., Савельева М.Н. Оптимизация потоков в транспортных системах // Известия ЮФУ. Технические науки. - 2014. - №5 (154). - С. 161-167.
14. Казаков А.Л., Петров М.Б., Маслов А.М. Исследование региональной транспортной системы с использованием гиперсетей // Транспорт Урала. - 2013. - № 4(39). - С. 22-28.
15. Кочкаров А.А., Кочкаров А.М., Салпагарова Л.У. Моделирование разрушения сложных сетевых систем: теоретико-графовый подход // Известия ЮФУ. Технические науки. - 2009. - №5(94). - С. 234-240.
16. Кочкаров А.А., Рахманов О.А. Новые задачи динамической теории графов // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. - 2014. - №17. - С. 314-318.
17. Юдицкий С.А. Графодинамическое имитационное моделирование развития сетевых структур // Управление большими системами: сб. тр. - 2011. - №33. - С. 21-34.
18. Сорокин А.А., Дмитриев В.Н. Описание систем связи с динамической топологией сети при помощи модели «мерцающего» графа // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. - 2009. - №2. - С. 134-139.
19. Сорокин А.А. Разработка и оценка модели системы связи с динамической топологией сети // Вестник Астраханского государственного технического университета. - 2009. - №1. - С. 13-18.
20. Аракелян С.М., Милованов Д.С., Прокошев В.Г., Тухтамирзаев А.Ю., Шамин П.Ю. Об организации интеллектуальной маршрутизации в сети с динамической топологией с использованием статистических характеристик связей // Информатизация образования и науки. - 2010. - №5 С. 43-55.
21. Ефремов А.А. Е-сетевое моделирование надежности последовательно-параллельных технических систем с восстановлением // Известия Томского политехнического университета, 2006, т. 309, № 7, с. 97-101.
22. Еленев В.Д. Моделирование процессов функционирования космических аппаратов с учетом накапливающихся отказов элементов бортовых систем // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. Академика С.П. Королева, 2004, 1(5), с. 36-41.
23. Котов В.В., Котова Н.А., Савин М.Л. Стохастическое моделирование отказов систем // Известия Тульского государственного университета. Технические науки, 2014, №9-1, с. 162-169.

Пахомова О.А, Кравец О.Я.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СРЕДЫ MATLAB ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОПЕРАТОРА КЕННИ

Воронежский государственный технический университет

В научной литературе доступно множество методов выделения границ объектов: это метод регионов [8], статистическое [11] и нейросетевое [4] моделирование. Интересный обзор методов представлен в [10]. Применимость методов выделения границ весьма широка – от телекоммуникаций [9] до публикаций [3]. Пример реализации на С++ представлен в [0]. Одним из самых известных методов выделения границ объектов с использованием градиентного подхода является оператор Кенни [2], представляющий собой много-ступенчатый алгоритм для детектирования широкого спектра объектов на изображении [5].

Алгоритм обнаружения может быть разбит на 5 различных этапов:

1. Сглаживание.
2. Нахождение градиентов яркости на изображении.
3. Подавление не-максимумов (Non-maximum suppression).
4. Двойная пороговая фильтрация.
5. Трассировка области неоднозначности.

Рассмотрим каждый этап подробнее.

I. Сглаживание

Под сглаживанием понимается размытие изображения для удаления шума. Оператор Кенни использует фильтр Гаусса [7].

Уравнение распределения Гаусса в частном случае для двух измерений:

$$G(u, v) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{(u^2 + v^2)}{2\sigma^2}}, \quad (1)$$

где r - это радиус размытия, $r^{(2)} = u^{(2)} + v^{(2)}$, - стандартное отклонение распределения Гаусса.

Сглаживание изображения происходит в результате переопределения значения интенсивности (яркости) для каждого пикселя, вычисляя его значения путем суммирования произведений соседних пикселей, умноженных на соответствующие коэффициенты гауссовского ядра.

Гауссовское ядро представляет собой матрицу размерностью $(2 * k + 1) \times (2 * k + 1)$, где k - расстояние от переопределяемого пикселя до края ядра (матрицы). Элементы ядра фильтра вычисляются по формуле:

$$H_{ij} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{((i-(k+1))^2 + (j-(k+1))^2)}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

где $1 \leq i, j \leq 2 * k + 1$.

Выбор размера гауссовского ядра влияет на производительность детектора. Чем больше размер, тем ниже чувствительность к шуму. Помимо этого, ошибка локализации для обнаружения края будет немного увеличиваться с

увеличением размера ядра гауссовского фильтра.

Оптимальный для большинства случаев размер ядра 5×5 и величина стандартного отклонения $\sigma = 1.4$.

В дальнейшем предполагается вычисление всех необходимых значений с помощью программы Matlab 17.

Ядро функции Гаусса представлено на рис. 1.

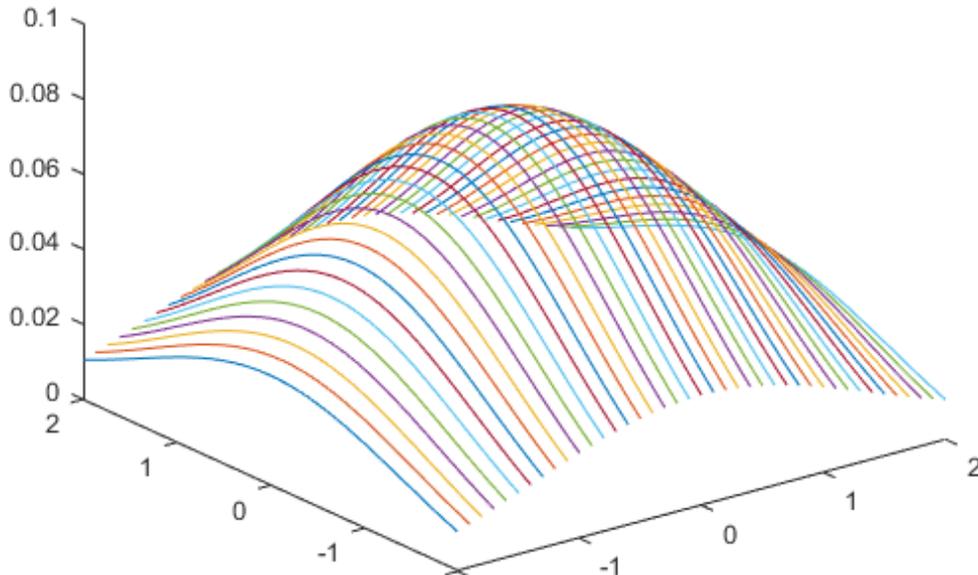


Рис 1. График ядра фильтра Гаусса (5×5) при $\sigma = 1.4$ с шагом 0.1

	1	2	3	4	5
1	0.0105	0.0227	0.0293	0.0227	0.0105
2	0.0227	0.0488	0.0629	0.0488	0.0227
3	0.0293	0.0629	0.0812	0.0629	0.0293
4	0.0227	0.0488	0.0629	0.0488	0.0227
5	0.0105	0.0227	0.0293	0.0227	0.0105

Рис 2. Значения ядра фильтра Гаусса Z (5×5) при $\sigma = 1.4$

Во многих литературных источниках ядро фильтра описано следующим образом [12]:

$$H = \frac{1}{159} * \begin{matrix} 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 5 & 12 & 15 & 12 & 5 \\ 4 & 9 & 12 & 9 & 4 \\ 2 & 4 & 5 & 4 & 2 \end{matrix} \quad (3)$$

Такие числа в рассматриваемой матрице вычисляются путем приближения чисел, представленных на рис. 3 и подсчитанных с помощью умножения матрицы Z (рис. 2) на 159:

	1	2	3	4	5
1	1.6774	3.6059	4.6538	3.6059	1.6774
2	3.6059	7.7514	10.0040	7.7514	3.6059
3	4.6538	10.0040	12.9110	10.0040	4.6538
4	3.6059	7.7514	10.0040	7.7514	3.6059
5	1.6774	3.6059	4.6538	3.6059	1.6774

Рис 3. Значения ядра фильтра Гаусса В (5x5) при $\sigma = 1.4$

Пусть A - исходное изображение, тогда вычислить новое значение интенсивности пикселя в точке A_{xy} можно следующим образом:

$$A'_{xy} = \sum_{i=-k}^k \sum_{j=-k}^k A_{x+i, y+j} * H_{X_{i+k, j+k}} \quad (4)$$

Результат фильтрации представляет собой изображение, обработанное оператором свертки, в качестве которого в данном случае выступает ядро Гаусса, найденное из (2) и рассчитанное как Z (рис. 2).

Сверточные операторы позволяют переопределять значения интенсивностей пикселей, суммируя произведения соседних значений и соответствующих коэффициентов ядра свертки. Таким образом, H_x - это ядро свертки, т.е. матрица коэффициентов ядра фильтра Гаусса.

Формальными параметрами метода ConvolutionFun являются Matrix - оригинальное изображение, KernelG - ядро фильтра, k - радиус области анализа влияния соседних пикселей на результат (из расчета, что размер ядра - $2k+1 \times 2k+1$). Результат обработки изображения представлен на рис. 4.

II. Нахождение градиентов яркости

Предполагается, что границы объектов находятся там, где градиент яркости изображения приобретает максимальное значение.

Кенни осуществляет поиск аппроксимирующего значения градиента яркости для каждого пикселя с помощью механизмов, основанных на свертке изображения и вычисляющих результат сразу для горизонтального и для вертикального направления.



Рис. 4. Применение фильтра Гаусса

В рамках данного исследования предполагается использование оператора Собеля [6]. Пусть A - исходное изображение, а G_x и G_y - два изображения, на которых производная содержит аппроксимирующие значения по осям x (горизонтальное направление) и y (вертикальное направление). Ядра оператора Собеля получаются как

$$H_x = \begin{matrix} -1 & 0 & +1 \\ -2 & 0 & +2, \end{matrix} \quad (5)$$

$$H_y = \begin{matrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ +1 & +2 & +1 \end{matrix} \quad (6)$$

Тогда составляющие градиента с использованием маски вычисляются с помощью формул (7)-(8):

$$G_x = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 A_{x+i, y+j} * H_{x_{i+1, j+1}} \quad (7)$$

$$G_y = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 A_{x+i, y+j} * H_{y_{i+1, j+1}} \quad (8)$$

Результирующее значение для каждого пикселя определяется из (9).

$$G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (9)$$

Направление градиента можно определить как угол θ в радианах:

$$\theta = \arctg\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \quad (10)$$

В результате вычислений получаются две матрицы GradientValue и GradientDirection. GradientValue - матрица значений градиента в диапазоне [0, 255]. GradientDirection - матрица углов в радианах, указывающая направление градиента $[-\pi, \pi]$.

Двумерная карта градиентов в горизонтальном и вертикальном направлениях представлена на рис. 5.



Рис 5. Двумерная карта градиентов по x и y

III. Подавление не-максимумов (Non-maximum suppression)

Работа на следующем этапе заключается в подавлении не максимумов градиентов для уточнения границ на изображении. Данный механизм впервые был использован Дж. Кенни для нахождения граней объектов [2].

Рассмотрим матрицу направлений градиентов D в градусах, полученную на предыдущем этапе из матрицы углов θ в радианах из расчета $1 \text{ рад} = \pi/180$ градусов. Необходимо округление элементов матрицы D до чисел, кратных 45 (рис. 6).

	32	33	34	35
120	-175.7268	171.8352	148.5911	114.5776
121	149.2437	130.3559	112.6840	100.9073
122	116.8341	111.7865	106.9861	104.0316
123	85.9279	104.7232	111.9922	113.1005

Рис. 6. Подматрица направлений

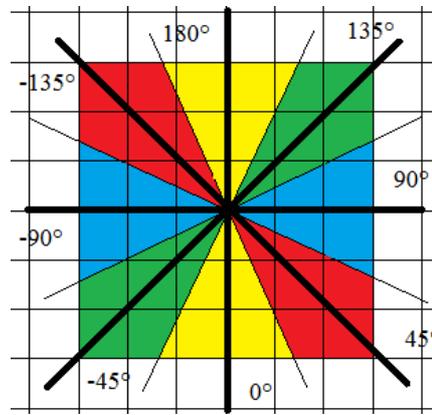


Рис 7. Округление угла градиента

Причем на выходе должно получиться 4 направления (рис. 7):

- вертикальное (проходит снизу-вверх) - 0° ,
- горизонтальное (проходит справа-налево) - 90° ,
- по главной диагонали (проходит через верхний левый и нижний правый углы) - 45° ,
- по побочной диагонали (проходит через верхний правый и нижний левый углы) - 135° .

Переопределим значение углов с учетом условия: Если $D_{ij} < 0$, то $D_{ij} = D_{ij} + 180$. Округление углов D_{ij} проводится по следующим правилам:

1. $D_{ij} = 0^\circ$, Если $|D_{ij}| > 0 \in [0; 22,5]$ или $(157,5; 180]$,
2. $D_{ij} = 45^\circ$, Если $|D_{ij}| \in (22,5; 67,5]$,
3. $D_{ij} = 90^\circ$, Если $|D_{ij}| \in (67,5; 112,5]$,
4. $D_{ij} = 135^\circ$, Если $|D_{ij}| \in (112,5; 157,5]$.

Для каждой точки рассматривается отрезок длиной в несколько пикселей, который ориентирован по направлению градиента и с центром в рассматриваемом пикселе. Пикселями границ являются только те, в которых достигается локальный максимум градиента в направлении вектора.

На рис. 8 показан принцип работы метода подавления не максимумов на примере с направлениями 90° и 135° . Зеленым выделена рассматриваемая область, принадлежащая одному направлению. Красным выделено значение градиента, которое является максимальным. Элементы, выделенные красным цветом, будут сохранены, а остальные подавлены.

	32	33	34	35		32	33	34	35
120	22.3909	21.5473	16.6115	13.9306	120	0	0	135	135
121	18.8178	22.9723	24.8720	25.0318	121	135	135	135	90
122	16.0185	23.2562	25.6212	24.5050	122	135	90	90	90

Значения градиентов

Направления градиентов

Рис. 8. Принцип подавления не максимумов

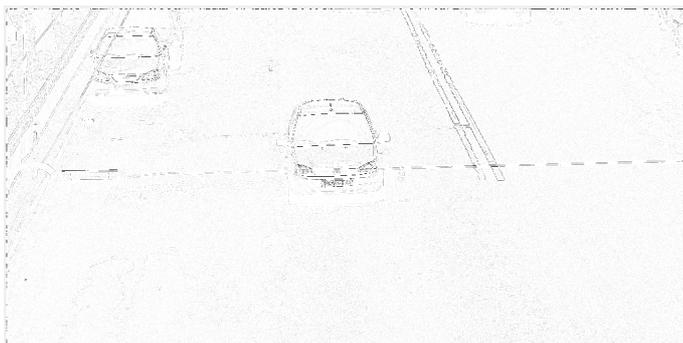


Рис. 9. Подавление не максимумов с инверсионной обработкой

IV. Двойная пороговая фильтрация и трассировка области неоднозначности

Предполагается использование двух порогов фильтрации. В случае если значение градиента пикселя выше верхней границы, то это граница объекта является достоверной. Иначе, если ниже, то пиксель подавляется [12].

Точки со значением, попадающим в диапазон между порогов, обрабатываются на этапе трассировки области неоднозначности.

Механизм трассировки заключается в отнесении пикселей к грани, в случае их соединения с одной из установленных границ. То есть, соседний пиксель является граничным, то текущий также будет отнесен к грани.

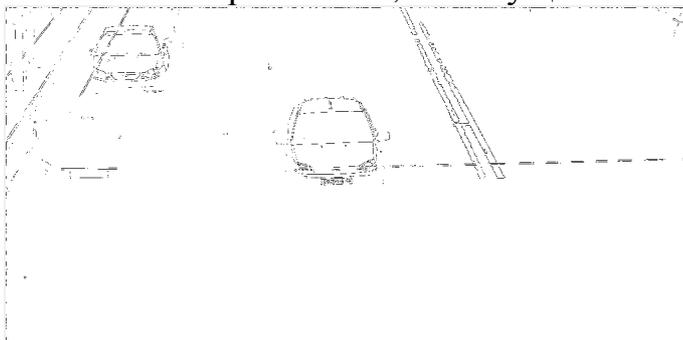


Рис 10. Результат пороговой фильтрации и трассировки с порогом 12 и 90

Из полученных результатов (рис. 10) видно, что границы объектов получились нечеткими, в виде прерывистых контуров. Необходима интерполяция цифрового изображения для нахождения промежуточных значений контуров объекта.

Список использованных источников

1. Balarini J.P., Nsmachnow S. A C++ Implementation of Otsu's Image Segmentation Method// Image Processing On Line, 6 (2016), pp. 155-164.
2. Canny J. A Computational Approach to Edge Detection// Journal Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, June 1986, 679-698
3. Lee J.H. Handling digital images for publication// Review. Sci Ed 2014, 1(2): 58-61. <https://doi.org/10.6087/kcse.2014.1.58>.
4. Neto P., Pereira D., Pires J.N., Moreira A.P. Real-time and continuous hand gesture spotting: An approach based on artificial neural networks// Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Autom., 2013, pp. 178-183.

5. Nikolic M., Tuba E., Tuba M. Edge detection in medical ultrasound images using adjusted Canny edge detection algorithm// Telecommunications Forum (TELFOR), 24th, 2016, pp. 1-4.
6. Sobel I., Feldman G. A 3x3 Isotropic Gradient Operator for Image Processing, 1968.
7. van Vliet L.J., Young I.T., Verbeek P.W. Recursive Gaussian Derivative Filters// Proc. of the 14th Int. Conf. on Pattern Recognition ICPR'98, Brisbane (Australia). IEEE Computer Society Press, vol. I, 1998.
8. Wanjari M.T., Kalaskar K.D., Dhore M.P. Document Image Segmentation using Region Based Methods// International Journal of Computing Science and Information Technology, 2015, Vol.3, Iss. 3, 01-08.
9. Yuan X., Guo J., Hao X., Chen H. Traffic Sign Detection via Graph-Based Ranking and Segmentation Algorithms// IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems 45(12): 1509-1521 (2015).
10. Zaitouna N.M., Aqel M.J. Survey on Image Segmentation Techniques // Management and Information Technology, Procedia Computer Science 65 (2015). 797 - 806.
11. Zeng J., Zhao Y., Li W., Fu X. Algorithm for Image Retrieval Based on Edge Gradient Orientation Statistical Code// ScientificWorldJournal. 2014, 705763. doi: 10.1155/2014/705763.
12. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений.- М.: Техносфера, 2005. - 1072 с.

Филимонов П.А., Мишин А.Б., Лебедев Е.В.

**К ВОПРОСУ О МОДЕЛИРОВАНИИ ОБМЕНА ДАННЫМИ В СЕТИ
ИНТЕРНЕТ С УЧЕТОМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ГИБРИДНЫХ
СЕТЕЙ ДОСТАВКИ КОНТЕНТА**

Академия ФСО России

Введение

В настоящее время в ряде предметных областей, связанных решением задач информационного мониторинга, существует проблема рационального использования ограниченных ресурсов, необходимых для организации процесса мониторинга, в условиях априорной неопределенности, как вида и параметров законов распределения вероятности появления заданных информационных индикаторов, определяющих сведения о деятельности объектов мониторинга на множестве информационных каналов, в рамках которых организуется процесс мониторинга, так и вида зависимости потерь от принимаемых системой информационного мониторинга решений. Примерами подобных систем являются аналитические подсистемы технологий интернет-маркетинга (более узко - контент-маркетинга), системы мониторинга социальных медиа-ресурсов, системы управления бизнес-процессами крупных территориально распределенных производств, а также системы информационного мониторинга, применяемые в ходе специальных операций, оператив-

но-розыскных мероприятий и процессов информационного противодействия терроризму и экстремизму в сети Интернет. В общем виде математические и технологические основы информационного мониторинга сложных процессов рассматриваются в [1]. Концептуальная схема систем информационного мониторинга представлена в [2].

Особо актуальной проблема рационального использования ограниченных ресурсов проявляется в системах мониторинга первичных каналов трансляции информации в сети Интернет (более широко - в мультисервисных инфокоммуникационных системах, базирующихся на технологиях пакетной коммутации). Как правило, источники нагрузки подобных систем - множество объектов наблюдения с заданными информационными индикаторами в фиксированном тематическом поле, подключенных ко множеству логических каналов, формируемых в рамках функционирования транспортных сетей с коммутацией пакетов. Их количество существенно превышает ресурсные возможности подобных систем - множество устройств приема информации заданной ресурсоемкости, имеющих доступ к указанным логическим каналам. Это приводит к снижению эффективности их функционирования по определенным в каждом конкретном случае показателям, например, количеству принятых за установленный временной промежуток пакетов, содержащих информационные индикаторы объектов наблюдения.

Проведенное исследование показало, что существующие методы и алгоритмы, направленные на повышение эффективности функционирования подобных систем информационного мониторинга, базируются на графовых и потоковых моделях структуры сети Интернет, определяющих особенности взаимодействия множества узлов - автономных систем (АС), взаимодействующих через транспортную сеть с коммутацией пакетов - совокупность узлов коммутации, соединенных каналами связи [3, 4]. В общем случае структурные и технологические аспекты этих моделей определяются деятельностью координирующих сеть Интернет организаций, в первую очередь Инженерным советом Интернета (IETF) [5], а также региональными интернет-регистраторами.

Особенностью теоретико-графового подхода к моделированию логической структуры сети Интернет, в частности, основанного на ее представлении в виде безмасштабных сетей с использованием принципа предпочтительного присоединения (модель Барабаши-Альберта) [4], являются: эмпирический подбор параметра γ , определяющего показательный характер закона распределения вероятности степени произвольной АС (количества связей с другими АС), для ограниченного перечня интернет-сервисов (web и социальные медиа) и слабое влияние принципа предпочтительного присоединения, что выражается в отсутствии вершин с большой степенью. Кроме того, существующие потоковые модели процесса передачи данных в сети Интернет (модели транспортной подсистемы) в общем случае ориентированы на рассмотрение принципов формирования логических каналов между подмножествами АС (точка-точка, точка-многоточка) «из конца в конец» в условиях процесса динамической маршрутизации, организуемой совокупностью узлов

коммутации, а также наличия системы сбора маршрутной информации, обеспечивающей накопление потенциальных маршрутов передачи данных [6].

При этом указанные подходы к моделированию не учитывают существующие тенденции совершенствования логической структуры сети Интернет, а именно активное развитие оверлейных сетей, таких как сети доставки контента (Content Delivery Network, CDN), а также сети, базирующиеся на принципах «равноправного» однорангового взаимодействия (Peer-to-Peer, P2P) [7], поддерживающих функционирование таких сервисов, как UGC (User Generated Content), связка вызова (Click to Call) и IM (Instant Messaging), развивающихся в рамках сервис-ориентированной архитектуры. Очевидно, что функционирование подобных сетей на базе существующей структуры сети Интернет требует координации вопросов распределения канальных и буферных ресурсов транспортной сети, поддерживающей функции доставки контента. А это, в свою очередь, оказывает существенное влияние на вид и параметры модели нагрузки для существующих систем информационного мониторинга.

В статье рассматриваются подходы к формированию модели логической структуры сети Интернет, учитывающей функционирование в ее рамках гибридных (CDN-P2P) оверлейных сетей доставки контента, а также делаются предположения о принципах функционирования системы информационного мониторинга, для которой указанная модель является статистической моделью, описывающей наблюдаемые параметры процесса обмена данными множеством объектов наблюдения.

Функции системы информационного мониторинга, работающей в условиях априорной неопределенности параметров процесса обмена данными множеством объектов наблюдения

В общем случае под мониторингом понимают специально организованное, систематическое наблюдение за состоянием объектов, явлений, процессов с целью их оценки, контроля, прогноза [1]. Определение системы информационного мониторинга как специализированной информационной системы, предназначенной для оценки состояния некоторого процесса или проблемы на базе фрагментарной, ненадежной, возможно, недостоверной информации о ней и моделирования возможных вариантов ее развития дается в [2, 3].

При этом в [2] подчеркивается, что в отличие от систем мониторинга технологических процессов входами систем информационного мониторинга являются не показания контрольно-измерительной аппаратуры, имеющие, как правило, детерминированное признаковое пространство, а информация о процессе или объекте наблюдения, отождествленная с совокупностью информационных индикаторов в некотором заданном тематическом информационном поле. В общем виде место и функции системы информационного мониторинга представлены на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что основными функциями системы информационного мониторинга являются:

- организация доступа к информационному полю, в рамках которого
-
-

процесс или объект наблюдения отображает порожденную им информацию или действия;

- получение множества информационных индикаторов, отображающих процесс или объект наблюдения;

- получение множества информационных объектов (ИО), сформированных в рамках информационного поля;

- поиск во множестве ИО подмножеств, содержащих информационные маркеры процесса или объекта наблюдения;

- уточнение элементов множества информационных индикаторов, на основе апостериорной информации о найденной информации или действиях объекта в заданном информационном поле;

- прогнозирование на основе найденной информации или действий будущих действий и/или информации, порождаемой процессом или объектом наблюдения.

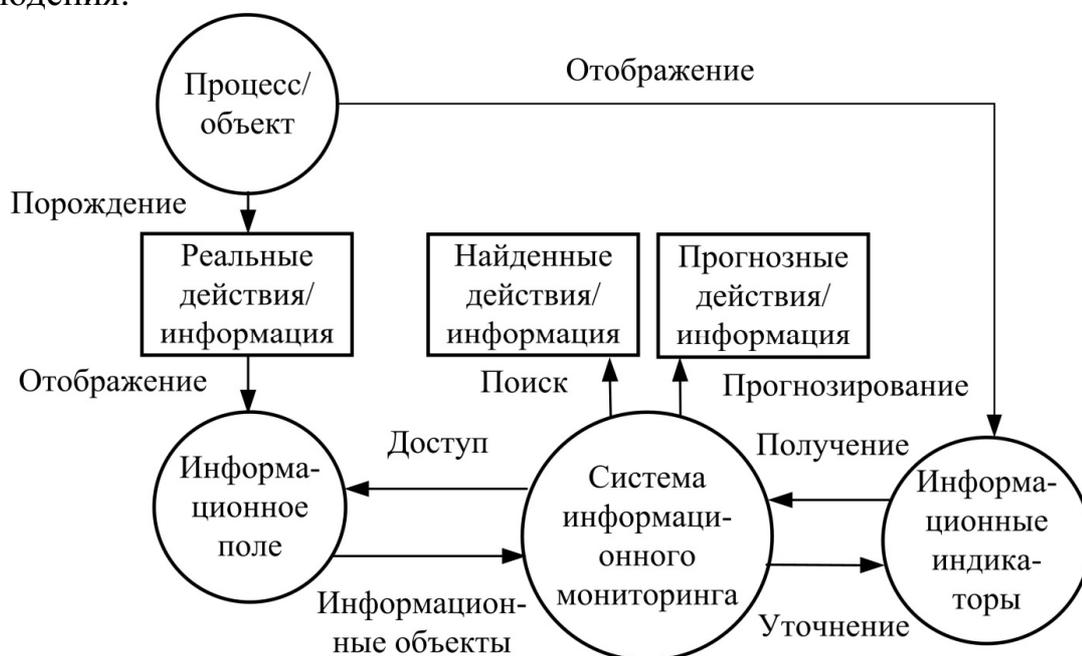


Рис. 1. Место и функции системы информационного мониторинга

В ряде реальных реализаций систем информационного мониторинга функция прогнозирования является опциональной.

Информационное поле, порождаемое процессами или объектами наблюдения в рамках сети Интернет, представляется множеством ИО, для которых организован процесс обмена данными в соответствии с логической структурой сети Интернет, поддерживаемой нижележащей транспортной инфраструктурой. Таким образом, доступ к информационному полю сети Интернет система информационного мониторинга получает в рамках множества каналов связи с различной физической средой передачи (далее - физических каналов, ФК), на которых базируется транспортная сеть Интернет. Доступ осуществляется конечным множеством устройств приема ИО, ресурсоемкость которых обычно фиксирована.

Определим рассмотренное выше множество ФК, как S , а множество устройств приема ИО, как P . Определим при этом, что множества S и P не

являются равномошными и мощность множества C превышает мощность множества P . Тогда, с точки зрения организации системы информационного мониторинга множество C можно представить в виде двух подмножеств: C^{PP} - подмножество доступных ФК, в рамках которых система информационного мониторинга осуществляет прием ИО, равномошное множеству P и $C^{\overline{PP}}$ - подмножество доступных ФК, в рамках которых система информационного мониторинга не осуществляет прием ИО.

$$C = C^{PP} \cup C^{\overline{PP}}, C^{PP} \cap C^{\overline{PP}} = \emptyset \quad (1)$$

Очевидно, что нерациональное разделение множества C на подмножества C^{PP} и $C^{\overline{PP}}$ снижает эффективность функции доступа (рис. 1) и, как следствие, эффективность остальных функций системы информационного мониторинга.

Ее повышения можно добиться, решая задачу выделения из множества C такого подмножества C^{PP} , в рамках которого возможно получение максимального количества ИО, содержащих информационные индикаторы процесса или объекта наблюдения.

При этом ИО распространяются в рамках логической структуры сети Интернет, основанной на процессе формирования логического канала между источником и приемником ИО - ЛК_{ИО}. ЛК_{ИО} представляется динамически формируемой совокупностью ФК, выделяемых в рамках решения задачи эффективной многопутевой маршрутизации блоков, из которых состоит ИО, на промежутке времени t_m сеанса S обмена данными между источником и приемником. В рамках существующей транспортной системы сети Интернет такие блоки представлены множеством IP-пакетов.

Определим множество ФК, в рамках которого формируется ЛК, как $C^{ПЕР}$. Как и случае подмножеств C^{PP} и $C^{\overline{PP}}$ для множества $C^{ПЕР}$ действует условие $C^{ПЕР} \in C$. При этом множество $C^{ПЕР}$ и подмножества C^{PP} и $C^{\overline{PP}}$ не равномошны - выражение (2).

$$|C^{ПЕР}| < |C^{PP} \cup C^{\overline{PP}}| \quad (2)$$

В общем случае элементы $C^{ПЕР}$, C^{PP} и $C^{\overline{PP}}$ находятся в композиции отношений $r_1 \bullet r_2$ (выражения 3-5).

$$r_1 \subset C^{PP} \times C^{ПЕР} \quad (3)$$

$$r_1 \subset C^{ПЕР} \times C^{\overline{PP}} \quad (4)$$

$$r_1 \bullet r_2 = \left\{ \left(c^{PP}, c^{ПЕР} \right) \middle| c^{PP} \in C^{PP} \wedge c^{\overline{PP}} \in C^{\overline{PP}} \wedge \left(\exists c^{ПЕР} \in C^{ПЕР} \left(c^{PP}, c^{ПЕР} \right) \right) \in r_1 \wedge \left(c^{ПЕР}, c^{\overline{PP}} \right) \in r_2 \right\} \quad (5)$$

Исходя из рассмотренного выше представления (выражения 1-5) в

обобщенном виде функция доступа системы информационного мониторинга может быть представлена рис. 2.

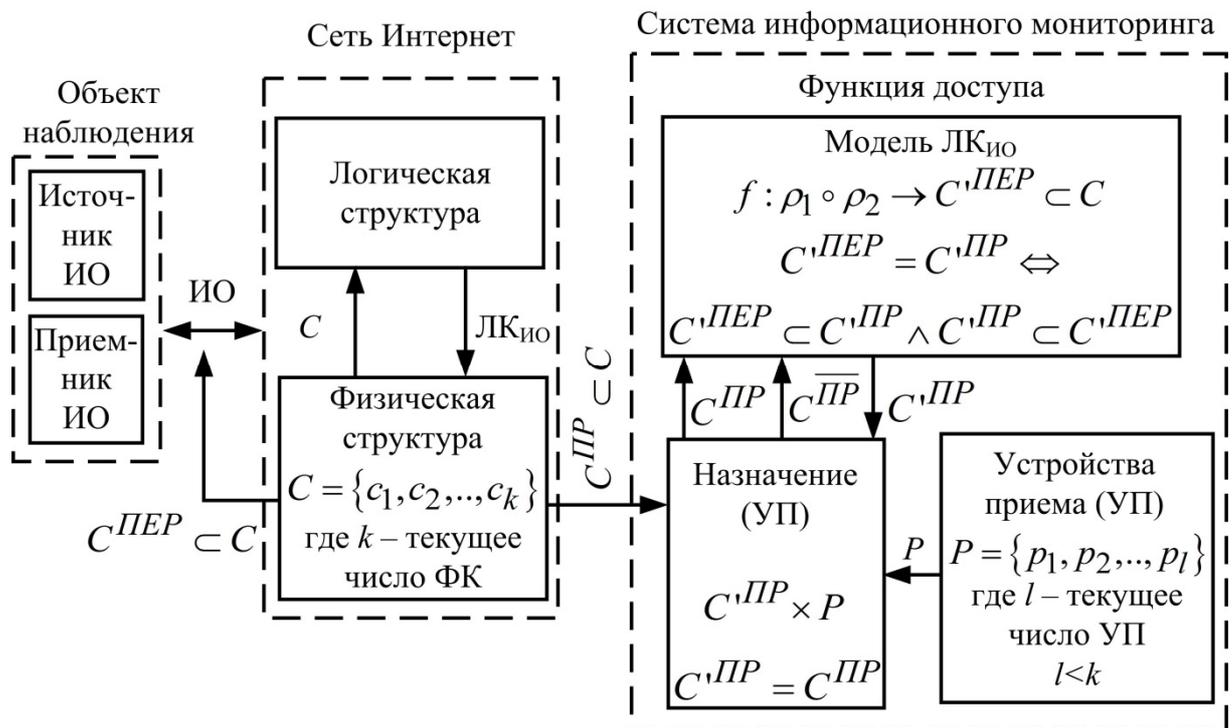


Рис. 2. Структура функции доступа системы информационного мониторинга

Можно выдвинуть гипотезу о том, что в силу решения транспортной системой сети Интернет задачи эффективной маршрутизации IP-пакетов, а также балансировки загрузки узлов коммутации IP-пакетов (маршрутизаторов), композиция отношений (5) в разные моменты времени t_m будет разной и зависеть от особенностей логической структуры сети Интернет.

Таким образом, решение задачи выделения подмножества $C^{ПР}$ нельзя считать детерминированным. В общем случае функция доступа системы информационного мониторинга функционирует в условиях априорной неопределенности относительно вероятности распределения элементов $C^{ПЕР}$, $C^{ПР}$ и $C^{\overline{ПР}}$, и композиции их отношений (5).

Для решения задачи определения вида зависимости для выдвинутой выше гипотезы следует рассмотреть существующие и перспективные подходы к моделированию логической структуры сети Интернет.

Существующие подходы к моделированию логической структуры сети Интернет

Моделирование процесса динамической маршрутизации, поддерживаемого соответствующими протоколами, в существующих транспортных сетях с коммутацией пакетов базируется в основном на графовых моделях, а задачи поиска оптимального (кратчайшего) маршрута решаются с использованием алгоритмов Дейкстры, Беллмана-Форда и др.

Применительно к сети Интернет указанный подход базируется на представлении ее логической структуры как орграфа $\Gamma = (V, E)$, где V - множест-

во автономных систем (АС), выступающих в качестве источников и приемников данных ИО, а E - конечное семейство упорядоченных пар АС, соединенных с помощью ФК. При этом, как было указано выше, следует учитывать, что множество ФК, по которым передаются данные ЛК между двумя АС, в течение времени t_m может изменяться вследствие динамической маршрутизации на сетевом уровне и/или использования на канальном уровне механизмов туннелирования (например, в целях обеспечения информационной безопасности).

Ориентация ребер орграфа отражает направление распространения маршрутных объявлений. Для поддержания связности этого орграфа на уровне протокольной реализации, в узлах коммутации используется протокол BGP. Анализ маршрутных объявлений по данному протоколу показал, что множество существующих в сети логических каналов определяется на основе анализа атрибута AS_PATH пакета $BGP Update$. В данном атрибуте началу и окончанию ЛК соответствует крайняя левая v_i и крайняя правая v_j АС соответственно.

Тогда ЛК между v_i и v_j в момент времени t_m - это множество АС $r_{i,j,m}$, являющееся простой цепью в орграфе Γ - выражение (6).

$$r_{i,j,m} = \{v_i, \dots, v_k, \dots, v_j\}_m, r_{i,j,m} \in R_m \quad (6)$$

Длина ЛК $|r_{i,j,m}|$ соответствует мощности множества $\{v_i, \dots, v_k, \dots, v_j\}_m$.

При условии $|r_{i,j,m}| \geq 3$ в составе ЛК наряду с крайними АС присутствуют транзитные АС v_k , где $k \neq i, j$.

Исходя из выражения (6) пучок ЛК $\mathcal{r}_{i,j,m}$ определяется как множество логических каналов из исходной v_i в v_j АС в момент времени t_m - выражение (7).

$$\mathcal{r}_{i,j,m} = \left\{ [r_{i,j,m}]_1, \dots, [r_{i,j,m}]_z, \dots, [r_{i,j,m}]_Z \right\} \quad (7)$$

Мощность пучка ЛК $|\mathcal{r}_{i,j,m}|$ - это количество входящих в него ЛК. Маршруты до v_i АС, существующие в таблице маршрутизации узла сети, образуют конечное множество. Поскольку количество АС в BGP-маршруте также конечно, то конечно и множество логических каналов, принадлежащих любому пучку.

Определяется, что транзитная АС v_k принадлежит пучку ЛК $\mathcal{r}_{i,j,m}$, если она входит хотя бы в один из ЛК данного пучка - выражение (8).

$$(v_k \in \mathcal{r}_{i,j,m}) \Leftrightarrow \left((v_k \in [r_{i,j,m}]_Z) \wedge ([r_{i,j,m}]_Z \in \mathcal{r}_{i,j,m}) \right) \quad (8)$$

При этом с точки зрения реализации протокола маршрутизации BGP, подобная модель обладает рядом недостатков:

- часть атрибутов маршрутов для системы сбора маршрутной информа-

ции являются недоступными, например, атрибут *Multi-Exit Discriminator* в канале между АС;

- часть локальных настроек маршрутизатора с точки зрения системы сбора маршрутной информации являются недоступными, например, параметры *WEIGHT, BGP Multipath*.

Модель структуры сети Интернет (выражения 6 - 8) не может адекватно отобразить процесс маршрутизации. Указанную проблему решает использование потоковых моделей, которые, наряду с определением множеств логических каналов и пучков логических каналов, позволяют определить оптимальное распределение по ним потока данных между v_i и v_j АС. В [6, 8] в качестве методологического базиса потоковых моделей многопутевой маршрутизации рассматривается аппарат сетей массового обслуживания, алгебраических, тензорного исчисления, разностных интегрально-дифференциальных и уравнений и др.

В общем виде, в рамках потоковой модели, структура сети также задается орграфом $\Gamma = (V, E)$. Однако, дополнительно каждой дуге $(i, j) \in E$ присваивается параметр $c_{i,j}$, характеризующий ее пропускную способность. В рамках такой структуры сети обмен данным представлен множеством потоков K , где каждому k -му потоку из этого множества сопоставляются параметр интенсивности d_k , а также узлы источник и приемник s_k и t_k соответственно. Независимой переменной при этом выступает $x_{i,j}^k$, величина которой определяет долю k -го потока в дуге $(i, j) \in E$.

В рамках модели решается задача определения множества оптимальных маршрутов между v_i и v_j АС. Обычно такая задача сводится к решению задачи нелинейного программирования с критерием оптимальности (4)

$$\min_x \left(\max_{(i,j) \in E} a_{i,j}, n_{i,j} \right) \quad (9)$$

где $n_{i,j}$ - размер очереди пакетов на i -м узле дуги $(i, j) \in E$ и $a_{i,j}$ - коэффициент, определяющий вес дуги $(i, j) \in E$ в общей структуре орграфа сети.

В рамках процесса функционирования системы информационного мониторинга использование рассмотренных графовых и потоковых моделей структуры сети, параметрически идентифицированных к реальной структуре сети Интернет, позволяет сформировать совокупность обучающих выборок, позволяющих построить выборочные распределения вероятности появления заданных информационных индикаторов, определяющих сведения о деятельности объектов мониторинга на множестве физических каналов, к которым подключено множество устройств приема информации. В дальнейшем полученные выборочные распределения можно использовать при синтезе прогнозирующего алгоритма системы информационного мониторинга вместо неизвестных истинных распределений.

Общей проблемой рассмотренных моделей является отсутствие учета широко используемых в настоящее время оверлейных сетей, функциони-

рующих в рамках описываемой ими структуры сети Интернет. К подобным сетям, оказывающим существенное влияние на маршрутизацию запросов объектов мониторинга к информационным ресурсам сети Интернет, следует отнести сети доставки контента (CDN), пиринговые сети (P2P), а также их гибридные варианты.

Список использованных источников

1. Овчинников Е.С. Системы мониторинга технологических процессов нефтегазодобывающих предприятий: классификация и математическое моделирование // Нефтегазовое дело. - 2006. - № 2. - С. 1-13.
 2. Рыжов А.П. Информационный мониторинг сложных процессов: технологические и математические основы // Интеллектуальные системы, т. 11, вып. 1-4, 2007. - С. 101-136.
 3. Рыжов А.П. Математические задачи систем оценки и мониторинга сложных процессов. Обзор постановок и результатов // Интеллектуальные системы, т. 19, вып. 1, 2015. - С. 6-20.
 4. Райгородский А.М. Экстремальные задачи теории графов и Интернет: Учебное пособие - Долгопрудный: ИД «Интеллект», 2012. - 104 с.
 5. Albert R., Barabashi A.-L. Emergence of Scaling in Random Networks // Science. - October 1999. - С. 509-512.
 6. <https://www.ietf.org/about/>.
 7. Евсеева О.Ю., Гаркуша С.В. Обзор технологических и теоретических решений в области маршрутизации на основе качества обслуживания // Проблеми телекомункацій . - 2012. - № 3 (8). - С. 24-46.
 8. An Analysis and Comparison of CDNP2P-hybrid Content Delivery System and Model / Z.H. Lu, Y.Wang, Y.R.Yang // Journal of Communications. -2012. - Vol. 7, N. 3. - P. 232-245.
 9. Усовершенствование потоковой модели многопутевой маршрутизации на основе балансировки нагрузки / А.В. Лемешко, Т.В. Вавенко // Проблеми телекомункацій . - 2012. - № 1 (6).- С. 12-29.
 10. Globally Distributed Content Delivery/ J. Dilley, B. Maggs, J. Parikh, H. Prokop, R. Sitaraman, B. Wehl// IEEE Internet Computing, pp. 50-58, September/October 2002.
 11. Mobility-aware admission control in content delivery networks/ N. Bartolini, E. Casalicchio, S. Tucci// Proc. of IEEE/ACM MASCOTS, Orlando, Florida, October 2003.
 12. Евсеева О.Ю., Кадер М.Б. Математическая модель маршрутизации запросов в сетях доставки контента // Системи обробки інформації . - 2012. - № 9 (107). - С. 165-168.
 13. Request-routing Trends and Techniques in Content Distribution Networks / H.Kabir, E.G. Manning, G.C. Shoja // Int Conf on Computer and Information Technology (ICCIT 2002). - Dhaka, Bangladesh, 2002. - P. 315-320.
 14. Евсеева О.Ю., Кадер М.Б. Многоуровневый иерархический метод комплексного управления ресурсами в гибридных сетях доставки контента // Системи обробки інформації . - 2014.- №8 (124). - С. 113-120.
-
-