

этом случае мы будем говорить, что матричная обобщенная функция \tilde{A} сверточно обратима слева.

Аналогично будем говорить, что матричная обобщенная функция \tilde{A} сверточно обратима справа, если существует такая матричная обобщенная функция \tilde{B} , что выполняется равенство

$$\tilde{A} * \tilde{B} = \delta \otimes \tilde{I}. \quad (9)$$

Наконец, будем говорить, что матричная обобщенная функция \tilde{A} сверточно обратима, если она сверточно обратима слева и справа.

Отметим, что если обобщенная матричная функция \tilde{A} сверточно обратима, то из системы (6–7) определяются все компоненты векторнозначных обобщенных импульсных характеристик b_β .

Литература

1. Вувуникян Ю.М. Композиция нелинейных системных операторов с обобщенными ядрами // ДАН БССР. 1987. Т.31, № 3. С. 209–212.
2. Вувуникян Ю.М. Общая теорема о спектральных характеристиках оператора композиции нелинейных эволюционных операторов // Весн. Гродз. дзярж. ун-та ім. Я. Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2009. № 2(82). С. 53–58.
3. Вувуникян, Ю. М. Нелинейные эволюционные операторы с композиционно симметричными обобщенными характеристиками // Доклады НАН Беларуси. 2010. Т. 54, № 2. С. 5–11.

КОРРЕЛЯЦИЯ СЛОЖНОСТИ И ВРЕМЕНИ РЕШЕНИЯ TSP

В.А. ГОЛОВЕШКИН¹, Г.Н. ЖУКОВА², М.В. УЛЬЯНОВ³, М.И. ФОМИЧЕВ⁴

Московский технологический университет¹, Институт прикладной механики РАН
Московский политехнический университет²

Институт проблем управления РАН им. В.А. Трапезникова, ВМК МГУ
им. М.В. Ломоносова³

ФКН НИУ Высшая школа экономики⁴

e-mail: ¹ nikshevolog@yandex.ru; ² galinanzhukova@gmail.com; ³ muljanov@mail.ru;

⁴ michan94@yandex.ru

УДК 519.854.2

Ключевые слова: *задача коммивояжера, TSP, сложность индивидуальной задачи, метод ветвей и границ, V&V.*

В докладе рассматривается статистическая зависимость числа порожденных вершин дерева решений и физического времени работы программной реализации метода ветвей и границ для задачи коммивояжера (TSP). На основе результатов вычислительного эксперимента получено приближенное соотношение между числом

порожденных вершин (сложность индивидуальной TSP) и физическим временем. Предлагается использовать это эмпирическое соотношение для прогнозирования времени работы программы, решающей TSP с числом «городов» больше 40.

Задача коммивояжера (далее TSP) заключается в отыскании оптимального гамильтонова цикла в полном ориентированном графе. Граф задается матрицей стоимостей, внедиагональные элементы которой (неотрицательные числа) интерпретируются как расстояния между пунктами назначения или стоимости перевозок. Диагональные элементы матрицы стоимостей полагаются условно равными бесконечности, чтобы осуществить запрет петель.

Метод ветвей и границ (МВГ) состоит в построении и исследовании древовидной структуры пространства решений TSP [1]. Построение поискового дерева решений начинается с корня, который будет соответствовать множеству Ω «всех возможных туров», т.е. корень дерева представляет множество всех возможных туров в задаче с n городами. Ветви, выходящие из корня, отличаются наличием или отсутствием в турах одной дуги, например, $\{k, l\}$. Множество Ω делится на два класса: туры, содержащие дугу (k, l) , и туры, не содержащие эту дугу. Подробное поэтапное изложение метода см., например, в [1].

Генерация матриц стоимостей несимметричной TSP проводилась стандартным для языка C++ псевдослучайным генератором. Элементы матриц (размерности от 20 до 40) были псевдослучайными целыми числами с дискретным равномерным распределением на интервале от 1 до 10^6 . Был реализован алгоритм без предвычисления начального тура жадным алгоритмом, со структурой хранения поискового дерева решений в упорядоченном списке (массиве) [2; 3].

Для каждого фиксированного n выполнялась серия экспериментов из 10^4 запусков программы, решающей TSP классическим МВГ. Измерялось время, затраченное на поиск оптимального тура и число вершин порожденного дерева решений. Для каждой серии были построены диаграммы рассеяния «сложность – время», точки на них оказались расположены вблизи прямой, что свидетельствует о наличии стохастической линейной зависимости. Методом наименьших квадратов (МНК) для каждого n был найден параметр k уравнения прямой $y = kx$ линейной регрессии сложности (x) на физическое время (y). Зависимость k от n представляет собой возрастающую выпуклую вниз функцию, в качестве приближения использовалась квадратичная функция, ее коэффициенты были вычислены с помощью МНК. Получено эмпирическое приближенное выражение для зависимости физического времени от сложности:

$$t_n(A) \approx (0.22n^2 - 6.6n + 77)c_n(A). \quad (1)$$

Это приближение можно использовать для оценки физического времени работы программы, решающей TSP, если сложность известна или вычислена приближенно, как в [4]. Для оценки качества приближения были вычислены квантили уровня 25, 50, 75, 85 и 95 по исходным данным и по формуле (1), значения оказались достаточно близкими.

Литература

1. Dantzig, G.B., Fulkerson D.R., Johnson S.M. On a linear programming, combinatorial approach to the traveling-salesman problem // Operations Research. 1959. V. 7. P. 58–66.
2. Ульянов М.В., Фомичев М.И. Ресурсные характеристики способов организации дерева решений в методе ветвей и границ для задачи коммивояжера // Бизнес – информатика, 2015. № 4 (34). С. 38–46.
3. Головешкин В.А., Жукова Г.Н., Ульянов М.В., Фомичев М.И. Сравнение ресурсных характеристик традиционного и модифицированного метода ветвей и границ для TSP // Современные информационные технологии и ИТ-образование, 2015. Т. 2, № 11. С. 151–159.
4. Головешкин В.А., Жукова Г.Н., Ульянов М.В., Фомичёв М.И. Распределение логарифма сложности индивидуальных задач коммивояжера при фиксированной длине входа // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2016. Т. 12, № 3–2. С. 131–137.

О СТЕПЕНЯХ ПО z И \bar{z} НЕКОТОРЫХ ПОЛИАНАЛИТИЧЕСКИХ ПОЛИНОМОВ С КОНЕЧНЫМИ ПРЕДЕЛЬНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ В ТОЧКЕ ∞

С.А. ГОМОНОВ

Смоленский государственный университет

УДК 517.54

Ключевые слова: *полианалитическая функция, предельное множество, полианалитический полином.*

В данной статье исследуется наличие зависимости между степенями по z и \bar{z} некоторых полианалитических полиномов, имеющих дополнительные ограничения на их предельные множества в точке ∞ .

1. Среди полианалитических функций [1] выделяются относительно простым способом задания и относительно несложным строением их предельных множеств в точке ∞ так называемые полианалитические полиномы (п.а. полиномы) [2; 3], образующие кольцо $\mathbb{C}[z, \bar{z}]$.