

Терехович В. Э.¹

Онтологические основания вариационных принципов и метода интегралов по траекториям²

1. Введение

Одно из удивительных свойств уравнений движения состоит в том, что реальные системы следуют им с необъяснимым постоянством. Причины эффективности этих уравнений составляют часть общей проблемы – почему математический способ эффективен для описания наблюдаемой реальности³. Большинство уравнений движения соответствуют какой-либо физической теории, которая предлагает собственную модель или интерпретацию, связывающую эти уравнения с реальностью. Помимо уравнений такие модели включают в себя набор понятий, аксиом и конкретную логику. Все вместе это опирается, часто в неявном виде, на определенное отношение к реальности. Например, классическая механика описывает реальность как взаимодействие точечных объектов в абсолютном плоском пространстве и однородном времени, используя понятия массы, инерции и силы. Теория поля рассматривает реальность, как взаимодействие полей в различных пространствах, используя понятия заряда, потенциала, вектора напряженности, кривизны и другие.

Существует два математических способа описания движения, с которыми не принято соотносить какую-либо объяснительную теорию, и тем более, их не принято связывать с реальностью. Это экстремальные или вариационные принципы (в дальнейшем эти названия будут использоваться как эквивалентные)⁴, и квантовый метод интегралов по траекториям Ричарда Фейнмана⁵. С одной стороны, подавляющее число физиков и математиков рассматривают обе эти модели лишь как удобные математические формализмы, удачно подобранные для описания реальных явлений. Против философской трактовки вариационных принципов возражали Ж. Д'Аламбер, Ж. Лагранж, К. Якоби, А. Эйнштейн, Э. Мах, И. Пригожин. Сегодня эта

¹ Санкт-Петербургский государственный университет. E-mail: v.terekhovich@gmail.com.

² Статья опубликована в сборнике «Математика и реальность. Труды Московского семинара по философии математики». М.: Издательство Московского университета, 2014. С. 201-217.

³ В.П. Визгин сравнивает непостижимость эффективности уравнений аналитической механики с непостижимой эффективностью математики в целом [Визгин В.П. Непостижимая эффективность аналитической механики в физике // Метафизика. Век XXI. Альманах. Вып. 4: метафизика и математика. М., 2011. С. 275–290.].

⁴ Полак Л.С. Вариационные принципы механики // Вариационные принципы механики / Под ред. Л.С. Полака. М., 1959.; Полак Л.С. Вариационные принципы механики: Их развитие и применение в физике. М., 2010.

⁵ Фейнман Р., Хибс А. Квантовые интегралы по траекториям. М., 1968.

традиция сохраняется⁶. Отношение к реалистической трактовке интегралов по траекториям и виртуальных частиц в диаграммах Фейнмана не такое однозначное⁷. С другой стороны, современные философы математики почти не интересуются вопросами прикладной математики⁸. Обычно они ограничиваются чистой математикой, одновременно удивляясь чуду ее применимости в мире⁹.

Существует несколько способов объяснить, почему предсказания уравнений согласуются с наблюдаемым движением. Их можно объединить в четыре группы, расположив от крайнего анти-реализма до крайнего реализма. (1) В самих явлениях нет никакого порядка и логики. Люди наблюдают и создают модели описания наблюдений, пользуясь одной и той же логикой, одним и тем языком. Не удивительно, что и то, и другое совпадает. (2) В реальных явлениях есть какие-то закономерности, но мы их вряд ли узнаем, так как любое восприятие ограничено нашими психофизиологическими особенностями. Поэтому, создавая математические модели, мы подгоняем их под собственные восприятия. (3) Математические модели отражают реальные отношения разных типов объектов и явлений, то есть описывают феноменологические законы конкретных областей природы. Но эти модели ничего не говорят о сущности, стоящей за явлениями. (4) Математические модели являются онтологическими и отражают реальные отношения сущности явлений.

С практической точки зрения, позиция анти-реалиста удобнее, для него любая теория – лишь временная модель, пригодная для описания определенного типа явлений. У реалиста задача сложнее, ему приходится делать выбор, уравнения какой модели описывают реальность наиболее адекватно. Если вариационные принципы и метод интегралов по траекториям не имеют прямого отношения к реальности, то почему мы так уверенно соглашаемся с моделями реальности классической механики или теории поля? Возможен и другой вариант – все модели являются следствием уравнений какой-то другой, более общей теории реальных процессов. Например, теория математической Вселенной утверждает, что любая физическая реальность полностью определяется математическими структурами, а значит, может существовать любая математически непротиворечивая реальность¹⁰.

⁶ Липкин А.И. Место понятий и принципов «парящих над» отдельными разделами физики // Актуальные вопросы современного естествознания. №8. 2010. С. 51–58.; Lemons D. S. Perfect form: Variational principle, methods, and applications in elementary physics. Princeton, 1997.; Stöltzner M. Can the Principle of Least Action Be Considered a Relativized A Priori? // Constituting Objectivity. Transcendental Perspectives on Modern Physics / Ed.: M. Bitbol et al. Springer, 2009. P. 215–227.; Yourgrau W. and Mandelstam S. Variational principles in dynamics and quantum theory. London, 2000.

⁷ Gell-Mann M. and Hartle J. Decoherent histories quantum mechanics with one real fine-grained history // Physical Review A. 2012. №85 (6); Ogborn J., Taylor E.F. Quantum physics explains Newton's laws of motion // Physics Education. 2005. №40 (1); Ord G.N., Gualtieri J. A. A realistic setting for Feynman paths // Chaos, Solitons & Fractals. 2002. №14 (7). P. 929–935.; Sharlow M. The Quantum Mechanical Path Integral: Toward a Realistic Interpretation. 2007. Preprint: <http://philsci-archive.pitt.edu/3780/> (30.03.2013); Taylor E.F. A call to action // Am. J. Phys. 2003. №71 (5); Valente M.B. Are Virtual Quanta Nothing but Formal Tools? // International Studies in the Philosophy of Science. 2011. №25 (1). P. 39–53.

⁸ Steiner M. Mathematics – Application and Applicability // The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic. Ed.: S. Shapiro. Oxford. 2005. Ch. 20. P. 625–650.

⁹ Лолли Г. Философия математики: наследие двадцатого столетия. Н. Новгород. 2012.

¹⁰ Tegmark M. The Mathematical Universe // Foundations of Physics. 2008. №38 (2). P. 101–150.

Как известно, экстремальные принципы и вариационное исчисление сегодня широко распространены не только в оптике и механике, но и во всех вариантах теории поля (нерелятивистской и релятивистской, классической и квантовой), в равновесной и неравновесной термодинамике, а также в теории информации, биологии и других науках¹¹. Метод интегралов по траекториям и связанные с ним «диаграммы Фейнмана» являются основой современной квантовой теории поля¹². Известна также и формальная математическая связь между некоторыми экстремальными принципами и методом интегралов по траекториям¹³. Попытки возвести принцип наименьшего действия в ранг всеобщего предпринимались Г. Лейбницем, П. Мопертюи, Л. Эйлером, Г. Гельмгольцем, М. Планком¹⁴. Отечественные философы пробовали связать экстремальные принципы с законами диалектики¹⁵. Ряд зарубежных авторов рассматривает реалистический подход к квантовым интегралам по траекториям¹⁶. В данной статье сделана попытка объединить две модели математического описания - экстремальные принципы и метод интегралов по траекториям, дав им реалистическую интерпретацию. Возможно, понимание работы математики именно в этих конкретных приложениях приблизит нас к решению общих проблем чистой математики.

Статья начинается с обзора особенностей вариационного исчисления и интегралов по траекториям (раздел 2). После перечисления некоторых философских проблем, связанных с этими моделями, рассмотрены направления поиска их онтологических оснований (раздел 3). Излагаются основные положения гипотезы о суммировании альтернативных сосуществующих возможностей, в которой онтологические допущения объединяются с математическим описанием движения (раздел 4). Полученные результаты используются для объяснения связи уравнений движения с реальностью (раздел 5).

¹¹ Терехович В.Э. Философско-методологические проблемы принципа наименьшего действия: Дис. ... канд. филос. Наук. СПбГУ, СПб. 2013.

¹² Зинн-Жюстен Ж. Континуальный интеграл в квантовой механике. М., 2010.

¹³ Там же; Hanc J., Tuleja S. and Hancova M. Simple derivation of Newtonian mechanics from the principle of least action // Am. J. Phys. 2003. №71 (4). P. 386–391.; Ogborn J., Taylor E.F. Quantum physics...; Taylor E. F. A call ...

¹⁴ см. Полак Л.С. Вариационные принципы механики...1959.

¹⁵ Асеев В.А. Экстремальные принципы в естествознании и их философское содержание. Л., 1977.; Разумовский О.С. Современный детерминизм и экстремальные принципы в физике. М., 1975.; Цехмистро Л.Н. Эволюция и методологическое значение понятия действия в физике: Дис. ... канд. филос. наук. Харьковский инженерно - педагогический ин-т. Харьков. 1992.

¹⁶ Gell-Mann M. and Hartle J. Decoherent histories...; Valente M.B. ...; Wharton K.B., Miller D.J. and Price Huw. Action Duality: A Constructive Principle for Quantum Foundations // Symmetry. 2011. №3. P. 524-540.; Ord G.N., Gualtieri J. A. A realistic ...; Sharlow M. The Quantum ...

2. Особенности вариационных принципов и метода интегралов по траекториям

Если познакомится с историей создания вариационных принципов¹⁷, а также с рассказом Фейнмана о том, как он пришел к формулировке метода интегралов по траекториям¹⁸, можно отметить несколько интересных особенностей этих двух моделей описания движения. Перечислим основные из них.

1. Вариационные или экстремальные принципы находятся в центре современного естествознания. Они пригодны для описания линейных и нелинейных процессов в закрытых и открытых системах разной сложности, от элементарных частиц до социальных систем. Они же применимы к геометрии различной размерности и топологии. В неравновесной термодинамике и в теории информации эти принципы используют понятие вероятности.

2. Интегральные вариационные принципы можно свести к единой схеме: действительный процесс (траектория) отличаются от всех возможных в данных условиях тем, что функционал (например, *действие*), описывающий систему, стационарен и принимает экстремальное значение. Чаще всего это локальный минимум, но может быть и максимум. Функционал определяется как интеграл от некоего выражения (его называют *лагранжиан* или *плотность лагранжиана*), а интегрирование может проводиться по времени, по пути, по n -мерному объему или по четырехмерному пространству-времени¹⁹. В вариационном исчислении экстремум, соответствующий действительному движению или состоянию, отыскивается путем операции варьирования или перебора спектра всех мыслимых, но не реализуемых в наблюдаемой реальности движений или состояний. Разность между действительным и любым возможным значением функционала в первом порядке приближения должна равняться нулю. С помощью математических операций из вариационных принципов выводятся дифференциальные уравнения движения или уравнения состояний систем.

3. Вариационные принципы описывают стационарные процессы (траектории, состояния) в n -мерном конфигурационном пространстве, по которым системы стремятся следовать в каждой конкретной ситуации. Одним из проявлений стационарности является постоянство скорости изменения функционала системы. Частный случай стационарного процесса – равновесный процесс, частный случай равновесного процесса – равновесное состояние.

4. Большинство вариационных принципов связано друг с другом через аналогию механических, оптических и волновых явлений, причем данная аналогия используется не только на классическом, но и на релятивистском, и на квантовом

¹⁷ Ассеев В.А. Экстремальные принципы ...; Полак Л.С. Вариационные принципы... 2010.

¹⁸ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 6: Электродинамика. М., 2004, С. 96.

¹⁹ В дифференциальных вариационных принципах для описания действительного состояния системы вместо интегрирования используется сумма, которая вместо экстремума приравнивается нулю.

уровнях. Большинство вариационных принципов и метод интегралов по траекториям используют понятие *действия* с размерностью энергии, умноженной на время.

5. В основе метода интегралов по траекториям лежит предположение Фейнмана о том, что квантовые частицы движутся из начального состояния к конечному сразу по всем возможным путям. Путь, который мы наблюдаем как действительный, является результатом суммирования всех возможных путей. Суммирование происходит с помощью интерференции или сложения фаз амплитуды вероятности каждого отдельного возможного пути. Таким образом, результирующий путь обладает максимальной вероятностью. При увеличении масштаба систем квантовый метод интегралов по траекториям формально переходит в один из основных физических экстремальных принципов – классический принцип наименьшего действия.

6. Связь между принципами симметрии и сохранения покоится на вариационных принципах (теорема Э. Нетер), и даже закон сохранения энергии является следствием вариационности уравнений системы и инвариантности величины действия.

7. Вариационные принципы, также как и метод интегралов по траекториям используют в строгом математическом смысле пару фундаментальных философских понятий – *потенциальная возможность* и *актуальная действительность*.

8. В экстремальных принципах для описания реальных физических процессов одновременно используются как начальные, так и конечные состояния системы. Иначе говоря, в отличие от всех остальных, эта модель не отдает предпочтения ни действующим, ни целевым причинам.

3. Направление поиска онтологических оснований

Перечисленные свойства вариационных принципов и метода интегралов по траекториям сами по себе еще не объясняют их эффективности. Наоборот, возникают новые вопросы, большая часть которых лежит в области философии, поэтому даже их формулировка представляет определенную трудность. Приведем некоторые примеры таких вопросов.

Каков физический и философский статус возможных или виртуальных движений (траекторий, состояний) в вариационных принципах, и какова степень их реальности? Тот же вопрос относится к виртуальным траекториям в интегралах по траекториям. В чем физический и философский смысл понятия *действие*? Почему *действие* стремится к экстремальным значениям, почему в одних случаях оно минимально, а в других – максимально? Как классическое *действие* связано с квантовым *действием* и с тензором кривизны пространства? Каково философское и физическое содержание комплексных величин в уравнениях движения? Почему свойства симметрии и сохранения связаны и с классическим *действием*, и с интегралами по траекториям? Каким образом в экстремальных принципах соотносятся действующие и целевые причины? Почему экстремальные принципы

одинаково эффективны для описания как вероятностных, так и детерминистических процессов? Каким образом происходит переход от амплитуды вероятности на квантовом уровне к вероятности и однозначности на уровне классическом? И так далее.

Простой обзор свойств вариационных принципов и метода интегралов по траекториям наводит на мысль, что их взаимная связь – не случайное совпадение. Более того, вместе они могут стать хорошим кандидатом для обнаружения возможных онтологических оснований уравнений движения. Однако, одной интуиции недостаточно. Чтобы построить непротиворечивую гипотезу, необходимо разобраться в, казалось бы, очень далеких друг от друга областях философии, физики и математики. Программа подобного исследования должна, как минимум, включать в себя:

- философские концепции перехода из возможного (потенциального) модуса существования в действительный (актуальный) модус существования;
- идею фундаментальности вероятностного описания любых процессов природы, в соответствии с которой однозначная и статистическая причинность являются частными случаями причинности вероятностной;
- философские взгляды на равноправие действующего и целевого типов причинности, как двух дополняющих друг друга аспектов причинно-следственной связи;
- представление о вероятности, как о мере перехода из возможности в действительность;
- традицию придавать онтологический характер внутренней активности любых физических систем, а вероятность рассматривать как следствие самодвижения материи;
- современные интерпретации квантовой механики: копенгагенскую, холистскую, согласованных историй, модальную, многомировую, экзистенциальную и другие, в разных вариантах использующие аналогию перехода от возможного существования к действительному;
- математические особенности применения метода интегралов по траекториям для расчета квантовых полей;
- связь квантовых амплитуд вероятности в интегралах по траекториям с классической теорией вероятности и с теорией информации;
- особенности использования комплексных величин и натуральных логарифмов в интегралах по траекториям для квантовых систем и в уравнениях движения классических физических систем.

Мы полагаем, что подобная программа исследования рано или поздно способна привести к гипотезе о единых онтологических основаниях разных видов уравнений движения, включая уравнения экстремальных принципов и метода интегралов по траекториям. Скорее всего, таких гипотез будет несколько, и каждая из них должна дать свой вариант непротиворечивых ответов на перечисленные выше вопросы.

4. Гипотеза суммирования сосуществующих возможностей

В результате одной из попыток следовать предлагаемой программе поиска²⁰ мы сформулировали гипотезу, которую условно можно назвать *гипотезой суммирования сосуществующих альтернативных возможностей*. Онтологический слой этой гипотезы опирается на три допущения.

Допущение об активности. Каждая реальная система обладает определенной степенью внутренней активности. Активность выражается в стремлении системы реализовать максимальное число имеющихся у нее возможностей по изменению и сохранению своего движения (состояния). Такая реализация происходит за счет взаимной деятельности систем или, что то же самое, за счет их взаимодействия с другими системами через изменение существующих и создание новых взаимных связей²¹.

Допущение о двух модусах существования. Каждая реальная система существует в двух модусах. В возможном модусе каждая реальная система находится сразу во всех возможных альтернативных движениях, взаимодействуя с другими системами сразу всеми возможными способами. В действительном модусе каждая реальная система находится только в одном из возможных движений. Каждое возможное движение описывается характеристиками n -мерных пространств различных математически возможных топологий. Каждое действительное движение описывается характеристиками гладкого четырехмерного пространства-времени. Совокупность возможных движений образует реальность возможную, совокупность действительных движений образует реальность действительную. Обе реальности существуют «параллельно», переходя друг в друга.

Допущение о суммировании возможностей. Пакет согласованных возможных движений каждой системы непрерывно суммируется между собой. Одно из возможных движений, объединяющее в себе наибольшее число возможностей, становится действительным. Остальные возможные движения системы продолжают существовать в возможном модусе. Изменение или исчезновение хотя бы одного возможного движения может изменить результат суммирования всего пакета, а значит, и действительное движение может стать другим. Взаимодействие реальных систем происходит не в действительном, а в возможном модусе. Каждое такое взаимодействие изменяет пакеты возможных движений каждой из систем, в результате чего автоматически изменяется действительное движение каждой взаимодействующей системы²².

²⁰ Терехович В.Э. Философско-методологические...

²¹ Данное допущение имеет богатую философскую традицию и может быть использовано для анализа общих принципов существования физических, биологических, социальных и психологических структур [см. напр., Терехович В.Э. Формула смысла. Исследование мнений о смысле существования человека. СПб, 2012.].

²² Похожая гипотеза была сформулирована Г.В. Лейбницем в виде: «все возможное стремится к существованию». Из столкновения всех возможностей осуществляется «тот ряд вещей, который содержит наибольший ряд возможностей». Этот ряд такой же единственный и определенный, как среди линий прямая, среди углов прямая, среди фигур наиболее вместительная, а именно окружность

Физический слой предлагаемой гипотезы переводит онтологические допущения на язык физических понятий²³. Начнем с квантовых систем, которые достаточно точно описываются методом интегралов по траекториям. В соответствии с допущением о двух модусах существования, квантовая система на самом деле движется вдоль всех своих историй (траекторий), возможных в конкретных граничных условиях. Все эти истории находятся между собой в когерентной суперпозиции, поскольку имеют согласованные фазы амплитуд вероятности или волновых функций. В соответствии с допущением о суммировании возможностей, пакет всех возможных историй квантовой системы в n -мерном конфигурационном пространстве суммируется путем интерференции, точнее говоря, складываются фазы всех таких историй. Каждая фаза – комплексная величина, пропорциональная величине *действия*. Чтобы получить вероятность суммарной истории необходимо возвести в квадрат модуль суммы амплитуд вероятностей для всего пакета возможных историй. Поскольку вклад каждой возможной истории пропорционален ее фазе, результирующая история будет отличаться от возможных историй минимальным действием и максимальной вероятностью. Именно эту результирующую историю квантовой системы мы наблюдаем с помощью макроскопических приборов.

Чтобы перейти от квантовых систем к классическим, нам придется допустить отсутствие непреодолимой онтологической границы между объектами микро и макро-мира. Важные отличия, конечно, есть, но они не несут абсолютного характера. Имеется в виду, что все системы на фундаментальном уровне существуют по единым принципам, а наблюдаемая разница коренится в особенностях нашего восприятия и описания способов существования систем разного типа и масштаба. Если на макроскопическом уровне с определенной степенью приближения можно обойтись описанием только в терминах действительного существования, то на квантовом уровне уже невозможно игнорировать процесс перехода из возможного модуса в действительный.

Объединим три онтологических допущения с описанием квантовых объектов, и рассмотрим, как изменится наше описание реальности, когда размер системы становится существенно больше длины волновой функции ее возможных историй. Пакет возможных историй, вносящих существенный вклад в действительную историю, сожмется до узкого пучка. Квантовое флуктуирующее многомерное пространство схлопнется до четырехмерного гладкого искривленного пространства-времени. Квантовые возможные истории преобразуются в виртуальные движения (траектории, состояния) макроскопических систем. Квантовое *действие* в пределе

или шар. Лейбниц постулировал принцип наибольшего количества существования, объясняющий, почему если нужно пройти от одной точки к другой, когда направление линии не определено, то выбирается самый легкий и кратчайший путь: если от возможности следует перейти к действительности, то количество существования должно быть «наивозможно большим при данном возможном порядке существования» [Лейбниц Г.В. Сочинения в 4 т. М., 1982. Т. 1. С. 235-284].

²³ Обзор философских аргументов в пользу применения онтологической многомодусной модели реальности к квантовой механике дан в работе [Севальников А.Ю. Интерпретации квантовой механики: В поисках новой онтологии. М., 2009.].

постепенно приблизится к *действию* классическому, а метод интегралов по траекториям перейдет в один из экстремальных принципов. В результате действительная квантовая история перейдет в наблюдаемое классическое движение вдоль геодезической траектории с минимумом классического действия или с экстремумом другого функционала системы. Таким образом, можно сказать, что максимум квантовой вероятности, полученный путем суммирования фаз амплитуд вероятностей возможных историй, проявится в классическом и релятивистском пределах как минимум или максимум одной из характеристик системы, а это, в свою очередь, найдет выражение в известных экстремальных принципах.

Обобщая, можно сделать предположение, что все экстремальные принципы в своей основе имеют вероятностную природу и общий онтологический источник на квантовом уровне. Учитывая взаимную связь различных экстремальных принципов и историческую традицию их использования, назовем такой вывод *вероятностной интерпретацией принципа наименьшего действия*. Такая гипотеза, несмотря на ее странность и радикальность, предлагает свой вариант объяснения удивительной распространенности вариационных принципов в науке²⁴.

5. Связь уравнений с реальностью

Проверим, предлагает ли изложенная гипотеза какие-то новые ответы на проблему предсказательной силы уравнений движения. Согласно *гипотезе суммирования сосуществующих возможностей* экстремальность различных функционалов, характерная для действительных движений или состояний систем, теряет свою таинственность и предстает простым следствием механизма интерференции на квантовом уровне. Максимумы и минимумы этих функционалов становятся частными случаями максимума вероятности. Сами экстремальные принципы становятся удобными предельными выражениями вероятностной интерпретации принципа наименьшего действия.

Как известно, практически каждому вариационному принципу соответствует дифференциальное уравнение движения, и наоборот. Сама по себе такая эквивалентность еще не объясняет, что здесь первично, а что вторично. Но если предположить, что вариационные принципы являются частными случаями принципа наименьшего действия в его вероятностной интерпретации, и имеют общее онтологическое основание в поведении систем на квантовом уровне, тогда дифференциальные уравнения движения можно рассматривать как дополнительную и производную математическую форму вариационных принципов.

В вариационных принципах давно привычными стали такие понятия, как *возможные движения, траектории* или *возможные перемещения*, их еще называют

²⁴ Аналогичную идею в 1920 году высказал А. Эддингтон, считавший, что Принцип Наименьшего действия становится Принципом Наибольшей Вероятности. Таким образом, закон природы сводится к тому, что то состояние мира, которое осуществлено в действительности, является наиболее вероятным состоянием, а физическая реальность – это синтез всех возможных физических аспектов природы [Эддингтон А. Пространство, время и тяготение. М., 2003.].

виртуальными или *мыслимыми*. В свете нашей гипотезы эти довольно странные для физики понятия предстают не просто метафорами, а выражениями, наполненными определенным онтологическим содержанием. Возможные или виртуальные движения происходят на самом деле, но в другом модусе существования. С точки зрения актуального существования такое утверждение звучит абсурдно, поскольку в четырехмерном пространстве-времени одна и та же система не может одновременно находиться в разных местах. Противоречия не возникает для возможного модуса существования, в случае, если само четырехмерное пространство-время рассматривать не как нечто, заранее данное, а как следствие взаимодействия действительных систем, точнее систем в актуальном модусе. Виртуальные движения, мыслимые нашим сознанием, это не плод нашего воображения, а отражение существующих возможностей. Иначе говоря, вариации в вариационных принципах происходят не в уме математика (хотя и там тоже), а в возможном модусе реальности. Математик лишь использует их для расчета действительного движения, а потом удивляется совпадению своих расчетов с наблюдением.

Если пространство рассматривать не как арену, на которой разворачивается актуальное взаимодействие актуальных систем, а как форму и результат такого взаимодействия²⁵, можно предположить, что геометрические свойства самого пространства определяются особенностями механизма перехода из возможного модуса существования в действительный. В принципе наименьшего принуждения Гаусса величина *принуждения* эквивалентна геодезической кривизне траектории точки в трехмерном евклидовом пространстве, а в геометрическом аналоге этого принципа – в принципе Герца – точка стремится минимизировать кривизну своей траектории. Принцип наименьшего действия с успехом применяется в современной теории суперструн для пространств с различной размерностью. Все это дает основания предположить, что геометрические свойства пространства, не только эвклидова, но и риманова, и даже финслерова, связаны с математическими особенностями механизма интерференции возможных движений систем, взаимодействующих на квантовом уровне²⁶.

Особый интерес представляет отношение к реальности такого математического объекта, как вероятность. Кроме психологического понимания вероятности как наиболее ожидаемого или правдоподобного исхода дел, существует несколько вполне научных интерпретаций ее смысла, например, статистическая, информационная и квантовая. Первая рассматривает вероятность как усредненную частоту совокупности уже произошедших, а значит наблюдаемых событий. Вторая связывает вероятность со степенью неопределенности или упорядоченности сложной системы. Третья под вероятностью понимает вполне объективную и измеримую предрасположенность к тому, что какое-то квантовое событие в будущем станет

²⁵ Предположение о вторичности пространства и времени обосновал Г. Лейбниц [Лейбниц Г.В. Сочинения..., С. 325].

²⁶ А. Эддингтон предлагал рассматривать величину действия в качестве аналога кривизны пространства [Эддингтон А. Пространство, ...].

наблюдаемым. В нашей гипотезе вероятность рассматривается как мера реализации конкретной возможности конкретной системы в действительный модус существования. Поскольку каждая возможная история со своей мерой реализации непрерывно участвует в образовании действительной истории, снимается противоречие между статистической и квантовой интерпретацией вероятности. Ведь для меры реализации не имеет значения, с какой точки зрения ее изучать – до реализации в действительность или после – из настоящего в будущее или из настоящего в прошлое. Мера реализации возможности всегда содержится в настоящем, в каждой возможной и в каждой действительной истории.

Еще одно интересное следствие гипотезы суммирования сосуществующих возможностей связано с онтологической трактовкой комплексных чисел. В квантовой фазе амплитуды вероятности каждой возможной истории содержится как вещественная, так и комплексная части. После интерференции и сложения фаз пакет возможных историй переходит в действительную историю, при этом комплексная часть фазы пропадает. Отсюда можно предположить, что смысл комплексной составляющей фазы состоит в ее отношении к возможному модусу существования, а математическая операция возведения в квадрат модуля амплитуды вероятности описывает переход от множества возможных историй к истории действительной.

Если исходить из предположения, что квантовый уровень фундаментален для всех типов явлений, тогда различные колебания или волны, наблюдаемые нами в окружающем действительном мире, должны быть как-то связаны с волновыми функциями или амплитудами вероятности квантовых систем. Фейнман изображал амплитуды вероятности в виде векторов, вращающихся в абстрактном пространстве, а фазы – как углы поворота этих векторов. В классическом пределе такое представление, с одной стороны, аналогично методу Гюйгенса по вычислению фронта волны через возбуждение и сложение микроволн, с другой стороны, оно аналогично принципу Ферма для лучей света, распространяющихся вдоль геодезических линий. Объединим все это с представлением о принципе Гамильтона, как об аналоге принципа Ферма, когда материальная точка движется вдоль луча, ортогонального фронту фазовой волны в конфигурационном пространстве²⁷. Возможно, это объяснит, почему все колебания и все волны в природе могут быть описаны одними и теми же математическими способами. Правда для этого нам придется пожертвовать некоторыми установками «здорового смысла», приняв, что и интегралы Фейнмана, и метод Гюйгенса, и принцип Ферма, и принцип Гамильтона, все они – не просто продукты разума, а модели, вполне адекватно описывающие один из аспектов реальности. Как выразился физик Мичио Каку, наше представление о физической вселенной, основанное на здравом смысле, является просто-напросто наиболее вероятным состоянием из бесконечного количества возможных; мы

²⁷ Эту аналогию Л. Де Бройль и Э. Шредингер использовали при создании волновой квантовой механики [Поллак Л. С. Вариационные принципы... 1959, С. 691, 861].

существуем со всеми возможными состояниями, некоторые из них перенесли бы нас в эпоху динозавров, к ближайшей сверхновой или на окраину Вселенной²⁸.

Следующим шагом может быть заключение о том, что универсальные законы колебаний и волн определяются едиными правилами интерференции возможных историй любых типов систем на квантовом уровне. Единство этих правил также проявляется в общих принципах симметрии и сохранения. Именно благодаря общим правилам интерференции сосуществующих возможностей наше классическое действительное пространство однородно, изотропно и трехмерно. Из-за этих общих правил интерференции любые однотипные системы в нашей Вселенной подчиняются одним и тем же законам. Возможно, то, что актуальный мир кажется нам таким упорядоченным, простым и красивым, нет ничего удивительного. Возможно, иначе просто не может быть, ведь результат интерференции возможностей с математической точки зрения просто не может быть иным, по крайней мере, в нашей Вселенной. Теоретически можно представить, что в других Вселенных действуют другие правила интерференции возможностей. Тогда там должны быть другие принципы симметрии, сохранения и экстремальности. Тогда актуальные системы иначе будут взаимодействовать друг с другом, а значит, пространство будет иметь там совсем другие свойства.

Наконец, гипотеза суммирования сосуществующих возможностей может оказаться полезной в дискуссии о статусе актуальной бесконечности в математике. Как известно, Кантор, пытаясь свести физику к теории точечных множеств, ссылался на монады Лейбница, как на простые элементы природы, «из объединения которых в некотором смысле получается материя»²⁹. Рассмотрим пакет бесконечного множества возможных историй системы как потенциальную бесконечность фаз амплитуд вероятности, характеризующих каждую возможную историю. Тогда результат интерференции возможных историй (суммирования фаз) – действительную историю системы – можно рассматривать сразу с двух точек зрения: а) как конечное множество актуальных состояний системы в категориях четырехмерного пространства-времени; б) как множество бесконечного числа возможных историй и возможных состояний этой системы в данных граничных условиях. Каждый аспект актуального модуса реальности, выраженный в конечном множестве, содержит в себе бесконечное множество аспектов потенциального модуса реальности. Таким образом, бесконечность становится необходимым связующим звеном между потенциальным и актуальным модусами реальности.

6. Заключение

Цель статьи состояла в исследовании связей с реальностью двух, широко применяемых в современной физике математических моделей – вариационных

²⁸ Каку М. Параллельные миры. Об устройстве мироздания, высших измерениях и будущем Космоса. М., 2008.

²⁹ Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985., С. 168

принципов и квантового метода интегралов по траекториям. Высказано предположение, согласно которому наблюдаемые явления соответствуют результатам вычисления потому, что обе эти модели имеют общие онтологические основания. Согласно гипотезе суммирования сосуществующих возможностей, система следует сразу по всем историям, возможным в данных условиях, а действительная история (действительное состояние) системы является суммой всех возможных историй (возможных состояний), отличаясь от них максимальной вероятностью.

Такая гипотеза вызывает много возражений, которые можно объединить в две группы. Специалисты-философы обычно возражают против переноса на реальность любых математических и физических моделей. Однако, как показывает история, большинство значимых концепций реальности, помимо религиозных догматов, в той или иной степени использовали сначала геометрические модели, а затем модели естественных наук. В XIX веке основным источником концепций реальности были теории Ч. Дарвина и электромагнетизма. В XX веке вряд ли найдется хоть одну онтологическую концепцию, не испытавшую прямого или косвенного влияния трех физических моделей, первоначально созданных исключительно для удобства математических расчетов. Имеются в виду общая и специальная теория относительности, модель расширяющейся Вселенной и квантовая механика с ее принципами неопределенности и дополнительности, а также парадоксами ЭПР и «кошки Шредингера».

Другое возражение выдвигают специалисты-физики. Они не против переноса физических моделей на реальность, но соглашались только на модели, которые используют объекты с ясным физическим содержанием. Обычно утверждается, что экстремальные принципы и метод интегралов по траекториям никакого физического содержания не имеют, это только удобные метафоры. Однако, наличие или отсутствие физического содержания – аргумент спорный, ведь это содержание само является моделью. Как решить, в какой модели больше физического содержания: в силе тяготения, действующей на расстоянии, или в искривленном пространстве-времени; в электроде как частице или в электроде как облаке вероятностей? Другое возражение состоит в том, что экстремальные принципы и метод интегралов по траекториям имеют много ограничений в практическом применении. На это можно возразить, что смысл изложенной здесь гипотезы – не в онтологизации интегралов по траекториям Фейнмана, а, наоборот, в формулировке онтологических оснований, которые сами объясняют интегралы по траекториям, а заодно предлагают варианты решения других важных проблем. Дело не в том, законно или нет соотносить успешные физические и математические модели с онтологическими конструкциями реальности. Дело в испытании и сравнении разных результатов этой работы. Самый известный пример такого соперничества – многочисленные интерпретации квантовой механики и квантовой космологии, каждая из которых пытается обосновать свой взгляд на реальность.

Конечно, программа исследования того, как уравнения экстремальных принципов и метод интегралов по траекториям связаны с реальностью, не

обязательно должна дать только один результат. Возможно, будет выдвинута гипотеза, более убедительная, чем суммирование сосуществующих возможностей. Только в конкуренции разных существующих и будущих гипотез возможен прогресс нашего понимания реального мира. Если мы предполагаем, что математические операции в какой-то мере отражают реальность, а не заканчиваются границами нашего мозга, эти операции можно и нужно использовать для уточнения и систематизации известных онтологических конструкций. Взамен математики могут надеяться, что приведенные в порядок онтологические идеи помогут им в объяснении смысла привычных математических объектов.

Литература

1. Ассеев В.А. Экстремальные принципы в естествознании и их философское содержание. Л., 1977.
2. Визгин В.П. Непостижимая эффективность аналитической механики в физике // Метафизика. Век XXI. Альманах. Вып. 4: метафизика и математика. М., 2011. С. 275–290.
3. Зинн-Жюстен Ж. Континуальный интеграл в квантовой механике. М., 2010.
4. Мякишев Г.Я. Динамические и статистические закономерности в физике. М., 1973.
5. Каку М. Параллельные миры. Об устройстве мироздания, высших измерениях и будущем Космоса. М., 2008.
6. Кантор Г. Труды по теории множеств. М., 1985.
7. Лейбниц Г.В. Сочинения в 4 т. М.: Мысль, 1982. Т. 1.
8. Липкин А.И. Место понятий и принципов «парящих над» отдельными разделами физики // Актуальные вопросы современного естествознания. №8. 2010. С. 51–58.
9. Лолли Г. Философия математики: наследие двадцатого столетия. Н. Новгород. 2012.
10. Полак Л.С. Вариационные принципы механики // Вариационные принципы механики / Под ред. Л.С. Полака. М., 1959.
11. Полак Л.С. Вариационные принципы механики: Их развитие и применение в физике. М., 2010.
12. Разумовский О.С. Современный детерминизм и экстремальные принципы в физике. М., 1975.
13. Севальников А.Ю. Интерпретации квантовой механики: В поисках новой онтологии. М., 2009.
14. Терехович В.Э. Философско-методологические проблемы принципа наименьшего действия: Дис. ... канд. филос. Наук. СПбГУ, СПб. 2013.
15. Терехович В.Э. Формула смысла. Исследование мнений о смысле существования человека. СПб, 2012.
16. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 6: Электродинамика. М., 2004.
17. Фейнман Р., Хибс А. Квантовые интегралы по траекториям. М., 1968.
18. Цехмистро Л.Н. Эволюция и методологическое значение понятия действия в физике: Дис. ... канд. филос. наук. Харьковский инженерно - педагогический ин-т. Харьков. 1992.
19. Эддингтон А. Пространство, время и тяготение. М., 2003.
20. Gell-Mann M. and Hartle J. Decoherent histories quantum mechanics with one real fine-grained history // Physical Review A. 2012. №85 (6).

21. Hanc J., Tuleja S. and Hancova M. Simple derivation of Newtonian mechanics from the principle of least action // *Am. J. Phys.* 2003. №71 (4). P. 386–391.
22. Lemons D.S. *Perfect form: Variational principle, methods, and applications in elementary physics.* Princeton, 1997.
23. Ogborn J., Taylor E.F. Quantum physics explains Newton's laws of motion // *Physics Education.* 2005. №40 (1).
24. Ord G.N., Gualtieri J.A. A realistic setting for Feynman paths // *Chaos, Solitons & Fractals.* 2002. №14 (7). P. 929–935.
25. Sharlow M. *The Quantum Mechanical Path Integral: Toward a Realistic Interpretation.* 2007. Preprint: <http://philsci-archive.pitt.edu/3780/> (30.03.2013).
26. Steiner M. Mathematics – Application and Applicability // *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic.* Ed.: S. Shapiro. Oxford. 2005. Ch. 20. P. 625-650.
27. Stöltzner M. Can the Principle of Least Action Be Considered a Relativized A Priori? // *Constituting Objectivity. Transcendental Perspectives on Modern Physics /* Ed.: M. Bitbol et al. Springer, 2009. P. 215–227.
28. Taylor E.F. A call to action // *Am. J. Phys.* 2003. №71 (5).
29. Tegmark M. The Mathematical Universe // *Foundations of Physics.* 2008. №38 (2). P. 101–150.
30. Valente M.B. Are Virtual Quanta Nothing but Formal Tools? // *International Studies in the Philosophy of Science.* 2011. №25 (1). P. 39–53.
31. Wharton K.B., Miller D.J. and Price Huw. Action Duality: A Constructive Principle for Quantum Foundations // *Symmetry.* 2011. №3. P. 524-540.
32. Yourgrau W. and Mandelstam S. *Variational principles in dynamics and quantum theory.* London, 2000.