Российская Академия Наук
Институт истории естествознания и техники
им. С.И.Вавилова

ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Вторая серия, выпуск 16 (51), 2018

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова

ИСТОРИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Вторая серия

Выпуск 16(51)
Основаны в 1948 году
Г.Ф.Рыбкиным и А.П.Юшкевичем

«Янус-К»
Москва
2018

УДК 51(091)
ББК 22.1г
И 902

Историко-математические исследования. Вторая серия. Выпуск 16(51). М.: «Янус-К», 2018. 394 с.

ISBN 978-5-8037-0736-3

В выпуск вошли статьи, посвященные различным вопросам истории математики: развитию математики в России и СССР (петербургские страницы жизни Г.Ламе и Г.Кантора, геометрический априоризм В.Я.Цингера, математика в России в период Первой мировой войны и др.), математике средневековья и начала Нового времени (комментарии Ибн ал-Хайсама к 5-й книге «Начал» Евклида, рождение финансовой статистики, предпосылки открытия параболической формы траектории брошенного тела), математике XIX – XX вв. (теория диофантовых уравнений в XIX в., творчество Л.С.Понтрягина и Ш.Черна и др.). Публикуется предисловие Б.Рассела к его эссе «Изучение математики» (1907), а также письма А.Н.Колмогорова Б.В.Гнеденко по вопросам математического образования. Сборник адресован лицам, интересующимся математикой, путями ее развития и местом в науке и культуре.

ISBN 978-5-8037-0736-3

Содержание

Contents

От редакции

Со времени выхода предыдущего 15(50) выпуска нашего «ежегодника» минуло уже четыре года – своеобразный рекорд в истории нашего издания. Эта прискорбная задержка стала следствием ряда причин: уменьшения финансирования национальных научных фондов (до 14 выпуска, увидевшего свет в 2011 г., издание осуществлялось при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований), сложного экономического состояния Российской академии наук (наши сборники издаются академическим Институтом истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова), а также ряда других трудностей, в их числе невосполнимые потери в составе редакционной коллегии. Нельзя, однако, сказать, что эти прошедшие годы несли с собой только негатив. В 2014 г. были достойно отмечены 150-летие Московского математического общества и 150-летие со дня рождения выдающегося математика и организатора науки В.А.Стеклова (1864–1926), в 2016 г. – 150-летие «Математического сборника». Продолжал успешно работать Научно-исследовательский семинар по истории математики и механики МГУ им. М.В.Ломоносова. Благодаря, прежде всего, усилиям Г.И.Синкевич начались регулярные заседания петербургского семинара по истории математики, проходящие в стенах Математического института им. В.А.Стеклова на Фонтанке. Ряд публикующихся на страницах настоящего выпуска статей были доложены на заседаниях этих семинаров: это работы С.С.Демидова, Е.А.Зайцева, Л.В.Коноваловой, Т.А.Лавриненко, В.Я.Перминова, О.А.Саввиной, Г.И.Синкевич.

В последние годы основным объектом исследований отечественных историков математики стала математика Советского Союза: изучалось возникновение и развитие Советской математической школы – одной из ведущих в мировой математике второй половины XX в. Каким образом на протяжении второй половины XIX – первой четверти XX вв. был создан тот фундамент, на котором в 1930-е гг. началось строительство этой школы? Как зародилась эта школа? Как она пережила Великую отечественную войну? Период холодной войны, когда опустившийся железный занавес оградил ее от контактов с математикой Запада? Как, наконец, этот удивленный Запад открыл для себя феномен Советской математической школы? Этим вопросам посвящено основное содержание настоящего 16(51) выпуска ИМИ.

Сборник открывается информацией о почивших за прошедшие три года коллегах – Д.В.Аносове, М.М.Рожанской и А.Граттан-Гиннесе покинувших этот мир в 2014 г., М.И.Монастырском, умершем в 2015 г., Н.В.Александровой – в 2016 г., Л.Новы – в 2017 г. В 2017 г. ушел из жизни и великий математик И.Р.Шафаревич. Мы воспроизводим слово о нем, произнесенное на похоронах академиком А.Н.Паршиным.

Первый раздел выпуска посвящен 110-летию со дня рождения основателя ИМИ – Адольфа Павловича Юшкевича (1906–1993). Нижегородский математик Г.М.Полотовский публикует найденную им в архиве стенограмму доклада Юшкевича «Приоритет и ведущая роль русских математиков в важнейших научных открытиях», сделанного в Горьком в марте 1951 г. Доклад этот, хотя и находился в русле насаждаемой в те годы идеологии установления «всегда и везде» приоритета русской науки («Россия – родина слонов»), был посвящен идеям русских математиков, приоритет которых в рассматриваемых в докладе вопросах, был и остается бесспорным. Всегда верный высоким научным идеалам Адольф Павлович умело использовал существовавшую политическую конъюнктуру для развития научных исследований. Другой замечательный пример такой его тактики – использование им послевоенных политических реалий (политики СССР в отношении арабских стран и коммунистического Китая) для развертывания исследований по истории математики древнего и средневекового Востока.

Следующий раздел: статьи о математике в России и Советском Союзе. Это, прежде всего, выполненное на основе серьезных архивных разработок (в том числе изучения бумаг из личных архивов) Д.Ю. и И.Д.Гузевичами исследование русских страниц биографии выдающегося французского математика Г.Ламе (1795–1870). Это исследование проливает дополнительный свет на жизнь петербургского математического сообщества 20-х – начала 30-х гг. XIX в. Другому западноевропейскому математику, связанному с северной столицей России, великому Г.Кантору (1845–1918) посвящена работа Г.И.Синкевич. Работа в петербургских архивах позволила ей осветить совершенно неизвестные моменты петербургского периода его жизни. Далее идут материалы, касающиеся развития математики в первопрестольной. Наш замечательный философ В.Я.Перминов, известный, в частности, своими трудами, развивающими кантовскую традицию, останавливается на важной странице в истории Московской философско-математической школы – философском творчестве одного из ее выдающихся представителей В.Я.Цингера (1836–1907). Любопытной странице истории Московского математического общества – истории учреждения и присуждений премий, носящих имена его президентов Н.Д.Брашмана, А.Ю.Давидова и Н.В.Бугаева – посвящена статья О.А.Савиной. Как события Первой мировой войны (Великой, как ее принято именовать в западноевропейской историографии) повлияли на развитие математики (и математических исследований, и институтов) в Российской империи и в возникшем на ее развалинах Советском Союзе? Попытка ответить на этот вопрос – предмет рассмотрения С.С.Демидова. Фрагмент истории знаменитой Московской школы теории функций, с которым оказались связанными имена ее основателя Н.Н.Лузина и выдающихся деятелей Д.Е.Меньшова и П.С.Урысона, обсуждается в статье польского тополога Е.Медушевского. Украинский геометр Ю.А.Аминов посвятил свой очерк характеристическим классам и числам Понтрягина в их связи с идеями знаменитого американского математика китайского происхождения Ш.Черна (1911–2004). Закрывает раздел статья о математике петербургской – работа Л.В.Коноваловой о жизни и деятельности известного ленинградского математика Николая Михайловича Матвеева (1914–2003), превосходного педагога и ревнителя историко-математических исследований в северной столице.

Раздел «Доклассическая математика» включает исследования И.О.Лютер о комментариях Ибн ал-Хайсама к пятой книге евклидовых «Начал», Ю.В.Чайковского о средневековой статистической идеологии и Е.А.Зайцева о предпосылках открытия параболичности траектории брошенного тела.

Раздел «Статьи различного содержания» составлен из работ Т.А.Лавриненко, анализирующей вклад Дж.Сильвестра и У.Стори в развитие диофантова анализа, и В.Н.Тутубалина, Ю.М.Барабашевой, Г.Н.Девятковой и Е.Г.Угер о «непостижимой эффективности» методов математической статистики.

Завершает сборник традиционный раздел публикаций. Это – выполненный В.А.Шапошниковым перевод работы Б.Рассела «Изучение математики» (1907), снабженный основательным комментарием, а также публикация двух писем о математическом образовании А.Н.Колмогорова к Б.В.Гнеденко, осуществленная Д.Б.Гнеденко.

* * *

В 2015 г. исполнилось 90 лет нашему постоянному автору, на протяжении многих лет входившему в редакционный совет нашего издания известному российскому историку математики, действительному члену Международной академии истории науки, почетному члену Лондонского королевского статистического общества Оскару Борисовичу Шейнину. Крупнейший специалист в области истории теории вероятностей и математической статистики Оскар Борисович – автор ряда книг и множества статей, изданных как в нашей стране, так и за рубежом. В последние годы он живет и трудится в Германии. Одним из его последних трудов стали 13 томов «Хрестоматии по истории теории вероятностей и математической статистики», изданные по-русски в Германии в 2006–2014 гг. Редколлегия поздравляет Оскара Борисовича с юбилеем и желает ему крепкого здоровья, благополучия и творческих успехов.

* * *

В этом году исполняется 75 лет замечательному российскому математику, нашему постоянному автору, многие годы входившему в состав редколлегии нашего издания, действительному члену Российской академии наук Алексею Николаевичу Паршину. Автор замечательных работ о развитии математической мысли, оригинальный философ, Алексей Николаевич на протяжении многих лет возглавлял семинар по русской философии, регулярно собиравшийся в Доме А.Ф.Лосева и в центре Русское зарубежье. В своих исторических исследованиях он всегда делает акцент не на то «как это происходило?», а «почему это происходило так?». Редколлегия поздравляет Алексея Николаевича с юбилеем, желает крепкого здоровья и благополучия ему и его близким, ибо все это необходимо для главного – для успешной творческой работы.

* * *

Редколлегия с прискорбием извещает о смерти нашего автора – выдающегося русского математика академика Дмитрия Викторовича Аносова.

ДМИТРИЙ ВИКТОРОВИЧ АНОСОВ
(30 ноября 1936 – 15 августа 2014)

Дмитрий Викторович родился в Москве в семье научных работников, специалистов в области химии. В 1958 г. закончил механико-математический факультет МГУ, а в 1961 г. аспирантуру Математического института им. В.А.Стеклова АН СССР. Ученик Л.С.Понтрягина. В 1961 г. защитил кандидатскую, а в 1965 г. докторскую диссертацию. Основные результаты относятся к теории динамических систем, теории дифференциальных уравнений, дифференциальной геометрии и топологии. В 1990 г. избран членом-корреспондентом АН СССР, а в 1992 г. действительным членом Российской Академии наук. Работал МИАН им. В.А.Стеклова и заведовал кафедрой теории динамических систем МГУ им. М.В.Ломоносова. Проявлял большой интерес к истории математики: принимал участие во всероссийских конференциях по истории математики, выступал с докладами в Институте истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова РАН, публиковал работы по истории математики. В нашем издании он выступил со статьями об истории вывода законов Кеплера из законов механики (2000), «Пуанкаре и проблема Оскара II» (2001), а также о творчестве советского математика Наума Натановича Меймана (1912–2001) (последняя в соавторстве с М.И.Монастырским и М.А.Соловьевым; 2002). Его историко-математические оценки и суждения отличались глубиной и точностью.

* * *

Редколлегия с прискорбием извещает о смерти члена редакционного совета нашего издания и его постоянного автора выдающегося историка математики и механики Мариам Михайловны Рожанской.

МАРИАМ МИХАЙЛОВНА РОЖАНСКАЯ
(25 июля 1928 – 28 ноября 2014)

Мариам Михайловна родилась 25 июля 1928 г. в г.Щигры Курской губернии. В 1950 г. она с отличием окончила исторический факультет Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова по специальности «история, археология». Ее учителем был выдающийся советский историк С.П.Толстов. С этого же года она начала работу в Хорезмийской археолого-этнографической экспедиции, которую продолжала пока позволяли силы – более 30 лет. В 1959–1967 гг. она работала в Институте этнографии АН СССР. Интерес к математике возник у Миры еще в школьные годы и неудивительно, что работая с хорезмийскими материалами, она заинтересовалась средневековой арабской математикой, одним из очагов которой был Древний Хорезм. Желание получить серьезное математическое образование привело ее на механико-математический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова, вечернее отделение которого она закончила по специальности «математика, механика» в 1958 г. Поэтому совершенно естественным выглядит ее появление в Институте истории естествознания и техники АН СССР, младшим научным сотрудником которого она стала в декабре 1967 г., где работал выдающийся историк математики А.П.Юшкевич, который приступал в те годы к разработке проблем средневековой арабской математики. С этой целью он привлек в Институт в 1964 г. известного геометра Б.А.Розенфельда. С приходом Рожанской в Институте образовалась небольшая, но чрезвычайно эффективная группа исследователей по истории математических наук на средневековом Востоке, со временем превратившая Москву в один из мировых центров по разработке этой тематики. Площадкой, на которой развивались основные события – рассказывалось о новых результатах, разворачивались бурные дискуссии – стал семинар по истории математики и механики на механико-математическом факультете, одним из руководителей которого выступал Юшкевич. «Арабская» тематика в 60-е – 80-е гг. занимала видное место в работе семинара – это и доклады самих Юшкевича, Розенфельда и Рожанской, выступления их довольно многочисленных учеников, а также Дж. ад-Даббаха, время от времени приезжавшей из Ташкента Г.П.Матвиевской, зарубежных «арабистов» Р.Рашеда (Франция), Д.Кинга (Великобритания) и др. В этой творческой атмосфере рос и крепчал талант Миры Михайловны. Полученные ею тогда результаты составили содержание первой диссертации «Функциональные зависимости у ал-Бируни» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, защищенной в 1967 г. в ИИЕТ. Многие годы в центре ее внимания находились проблемы механики на средневековом Востоке. На эту тему ею была написана получившая широкую известность монография «Механика на средневековом Востоке» (1976, 2-е изд. 2010), наконец, ее вторая диссертация «Механика в Хорасане и Мавераннахре в IX–XV веках» на соискание ученой степени доктора исторических наук, защищенная в 1986 г. в Душанбе. Эти работы, а также научные биографии Абу-л-Фатха Абд ар-Рахмана ал-Хазини (1991), Абу-р-Райхана ал-Бируни (1973), написанная совместно с Б.А.Розенфельдом и З.К.Соколовской, участие в изданиях (переводчик и комментатор) сочинений классиков – «Канона Масуда» ал-Бируни (1973, 1976), «Книги весов мудрости ал-Хазини (1983), «Альмагеста» Птолемея (1998) и др. – создали ей репутацию одного из крупнейших современных специалистов в истории древней и средневековой науки. Последние годы она сосредоточила свои усилия на математике стран Магриба. Более всего ее интересовали пути и формы проникновения идей алгебры через эти страны в средневековую Европу. Ею была высказана и в ее работах развита чрезвычайно остроумная гипотеза происхождения арабской алгебры из задач взвешивания. В этой работе ей помогал последний ее ученик М.Аль-Хамза. Всего ею было опубликовано более ста пятидесяти научных работ. В их число входят и исследования по историографии историко-математических исследований – например, изданная ею совместно с М.Фолькертсом по-русски и по-немецки в России и в Германии научная переписка двух замечательных историков математики А.П.Юшкевича и Курта Фогеля под символическим названием «История математики без границ». Научные результаты Миры Михайловны хорошо знали и высоко ценили историки науки во всем мире. Она работала в тесном контакте с ведущими специалистами Франции, Германии, Бельгии, Испании, США, Канады, Китая, Ирана, арабских стран. На протяжении ряда лет она читала лекции в университетах Мюнхена, Берлина и

Франкфурта, участвовала в работе Центра исследований по истории и философии средневековой арабской науки в Париже, читала лекции по истории математики в Академии наук Китая и в пекинском университете Синьхуа. Свидетельством признания ее научных заслуг стало избрание в 1993 г. членом-корреспондентом, а в 1997 г. действительным членом Международной академии истории науки.

При этом она оставалась милым и добрым человеком, начисто лишенным какой либо позы, простым в общении и удивительно отзывчивым, готовым прийти на помощь каждому в ней нуждающемуся – в этом пришлось убедиться многим в ее достаточно обширном окружении. Блестящий рассказчик, человек удивительного жизнелюбия и высоких нравственных идеалов. Такой она останется в нашей благодарной памяти.

* * *

Редколлегия с прискорбием извещает о смерти члена редакционного совета нашего издания выдающегося английского историка математики Айвора Граттан-Гиннесса (Grattan-Guinness Ivor).

АЙВОР ГРАТТАН-ГИННЕСС
(23 июня 1941–12 декабря 2014)

Айвор родился в Бэйкуэлле в семье школьного учителя математики. Получил степень бакалавра в Оксфорде и в 1966 г. степень магистра математической логики и философии науки в Лондонской школе экономики. В 1969 г. защитил диссертацию по истории математики на степень доктора философии, а в 1978 г. на степень доктора наук в Лондонском университете. Всю жизнь проработал в Мидлсекском университете. Основные его работы посвящены истории математического анализа и его применений к механике и физике, истории теории множеств, математической логики и оснований математики. Его книги по этим вопросам (особенно сочинение о творчестве Ж.Фурье, написанное в соавторстве с Дж.Равецем (1972), трехтомник о развитии математической физики во Франции (1990), монография о логике Б.Рассела, написанная на основании его переписки с Ф.Журдэном (1977), и книга «От дифференциального исчисления к теории множеств. 1630–1910», написанная с участием Х.Боса (1980)) пользуются широкой известностью. В 1986 г. был избран членом-корреспондентом, а в 1991 г. действительным членом Международной академии истории науки. В 2009 г. он был удостоен медали К.О.Мэя. В 1986–1988 гг. исполнял обязанности президента Британского общества истории математики. Несколько раз он приезжал в СССР, поддерживал добрые отношения с российскими учеными. Замечательный докладчик и искусный полемист, он служил интеллектуальным украшением любого историко-научного собрания. Превосходный музыкант, знаток живописи и архитектуры, он служил образцом представителя старой британской культуры.

* * *

Редколлегия с прискорбием извещает о смерти нашего постоянного автора известного математика, автора широко известных книг о творчестве Б.Римана и лауреатах Филдсовской премии Михаила Ильича Монастырского.

МИХАИЛ ИЛЬИЧ МОНАСТЫРСКИЙ
(3 сентября 1945–23 ноября 2015)

Михаил Ильич родился в Москве. В 1967 г. окончил механико-математический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова. Ученик Д.В.Аносова. В 1975 г. защитил кандидатскую диссертацию «Когерентные состояния, связанные с группами динамических симметрий», а в 1989 г. докторскую – «Топологические структуры в калибровочных полях и конденсированных средах». Работал в Институте теоретической и экспериментальной физики им. А.И.Алиханова, а также по совместительству в Институте истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова РАН. Свои математические интересы определял достаточно широко – математическая физика. Довольно рано заинтересовавшись историей математики, сконцентрировал свои усилия на проблеме проникновения топологических методов в теоретическую физику, посвятив этому вопросу несколько чрезвычайно интересных работ. Автор широко известной книги о творчестве Б.Римана – первое русское издание вышло в 1967 г., второе расширенное – в 1999 г. Английский, существенно переработанный вариант, увидел свет с предисловием Ф.Дайсона в 1987 г. (2-е издание 1998 г.). Большой популярностью пользуется его книга о современной математике в свете достижений филдсовских лауреатов (первое русское издание 1991 г., второе – 2000 г.; английское издание – 1997 г.). И хотя круг интересов Михаила Ильича был достаточно широк (он любил литературу, театр, немного писал сам), главной и всепоглощающей его страстью была наука. Прочитав свой последний доклад в Принстоне, он вернулся в гостиницу и, присев в кресло, скончался. В его ближайших планах было написание главы о математических методах в физике XX века для готовившегося первого тома «Математика XX века», первый вариант которой он успел завершить.

* * *

Редколлегия с прискорбием извещает о смерти нашего постоянного автора известного историка математики Надежды Вячеславовны Александровой.

НАДЕЖДА ВЯЧЕСЛАВОВНА АЛЕКСАНДРОВА (11 ноября 1932–8 апреля 2016)

Надежда Вячеславовна закончила Томский государственный университет (1955) и аспирантуру Института истории естествознания и техники АН СССР. Работала в Московском институте химического машиностроения и Московском авиационном институте. Основные направления исследований – история вариационного исчисления и история векторного исчисления. Ученица И.Г.Башмаковой. Кандидат физико-математических наук. Автор книги по истории векторного исчисления (1-е издание 1992 г., 2-е – 2013 г.), а также широко известного справочника по истории математических терминов, понятий и обозначений, выдержавшего уже 3 издания (первое – 1978 г., последнее – 2008 г.).

* * *

Редколлегия с прискорбием извещает о смерти члена редакционного совета нашего издания выдающегося чешского историка математики Любоша Новы (Novy L.).

ЛЮБОШ НОВЫ (13 ноября 1929–6 января 2017)

Выдающийся чешский историк математики окончил Карлов университет в Праге и в 1956 г. защитил диссертацию, посвященную логике Б.Больцано. Диссертация на степень доктора философии (1957) объединила его исследования об учебниках по практической геометрии, использовавшихся в чешских землях в первой половине 18 столетия, об общем положении математики в этом столетии, а также об основаниях математического анализа в эпоху Больцано. В 1956 г. он был назначен заведующим Отделом науки и техники в только что образованном Институте истории Академии наук Чехословакии, в котором продолжал трудиться вплоть до 1985 г. Свои усилия на этом посту он сосредоточил на организации систематических исследований по истории науки в Чехословакии, которые стали одним из магистральных направлений Чехословацкого общества истории науки и техники, президентом которого он оставался на протяжении многих лет. Эти исследования стали содержанием многочисленных публикаций, в том числе статей, появившихся на страницах журнала по истории науки и техники (Dějiny Věd a Techniky), главным редактором которого он состоял в 1968–1989 гг. Под его руководством было осуществлено фундаментальное исследование по истории точных наук в чешских землях с древности до конца 19 столетия (Dějiny exaktnich věd v českıch zemich do honce 19 stoleti), увидевшее свет в 1961 г. В 1979 г. вместе с Я.Фолтой он опубликовал справочную энциклопедию событий в истории естествознания (Dějiny přirodnich věd v datech). С 60-х годов главным объектом его историко-математических интересов становится история алгебры: предыстория и ранняя история теории групп и др. вопросы. В 1973 г. выходит в свет основной его труд «Origins of Modern Algebra» – одно из наиболее важных сочинений по истории алгебры в послевоенной Европе. Эта книга, получившая широкий отклик в мировом научном сообществе, стала основанием присуждения ему в 1977 г. степени доктора исторических наук.

Научная революция 17 века достаточно рано стала предметом его размышлений – еще в 1968 г. под его редакцией в Праге вышел сборник «La révolution scientifique du 17e siècle et les sciences mathématiques». В 1980-е гг. общие вопросы истории науки и проблемы социальной истории математики начинают занимать доминирующее положение в его творчестве: это и формирование новых научных направлений, национальные факторы в развитии науки начала 20 века, история научных институтов и др. В 1985 г. он был назначен директором Центрального архива Академии наук Чехословакии, где развернул исследования по истории академии и предшествующих ей учреждений.

Исследования Любоша Новы получили широкое признание в мире. Одним из проявлений этого признания стало его избрание членом-корреспондентом (1965), а в 1971 г. действительным членом Международной академии истории науки. Его ценили и уважали коллеги, в их числе такие выдающиеся ученые как Адольф Павлович Юшкевич и Ганс Вуссинг. Он активно сотрудничал с учеными разных стран, в частности, с историками науки России, Германии, Испании, Греции. Его выступления на международных научных форумах (Международных конгрессах по истории науки, различных симпозиумах, на встречах в Обервольфахе и др.) всегда оказывались в центре внимания самой взыскательной аудитории. Член редколлегий многих ведущих историко-научных журналов, международных комитетов и различных предприятий, он был одной из самых востребованных и важных фигур международного историко-научного сообщества второй половины XX в.

Особые отношения связывали его с советскими историками науки. Его любили и высоко ценили Ф.А.Медведев, С.Р.Микулинский, И.Б.Погребысский, М.М.Рожанская. Он активно сотрудничал с нашими учеными в исследованиях по истории математики в 19 столетии, а также в изучении феномена научно-технической революции. Его работы регулярно появлялись на страницах отечественных изданий, в том числе в «Историко-математических исследованиях», членом редакционного совета которых он оставался до конца жизни.

Выдающийся ученый и организатор, Любош Новы обладал высокими моральными качествами, был человеком чести, большой души и твердых убеждений. Для одних он был самым близким человеком на свете, для других учителем и добрым коллегой, для нас товарищем, которого нам всем будет очень не хватать.

* * *

Редколлегия с прискорбием извещает о смерти нашего автора – выдающегося русского мыслителя, одного из величайших математиков XX столетия академика Игоря Ростиславовича Шафаревича.

ИГОРЬ РОСТИСЛАВОВИЧ ШАФАРЕВИЧ
(3 июня 1923–19 февраля 2017)

Родился в семье преподавателя теоретической механики. Будучи школьником, экстерном сдавал экзамены на механико-математическом факультете Московского университета. По окончании средней школы был принят сразу на последний курс университета, который окончил в 1940 г. в возрасте 17 лет. В 1942 г. защитил кандидатскую (его научным руководителем был Б.Н.Делоне), а в 1946 г. докторскую диссертацию. С 1944 г. преподавал на механико-математическом факультете МГУ. С 1946 г. – сотрудник Математического института им. В.А.Стеклова. Его основные достижения относятся к теории чисел (явная форма закона взаимности и др.), теории Галуа (решение обратной задачи теории Галуа для разрешимых групп), теории диофантовых уравнений, алгебраической геометрии, теории полей классов. В 1959 г. он был удостоен Ленинской премии, в 1958 г. был избран членом-корреспондентом АН СССР, а в 1991 г. – действительным членом РАН. Шафаревич являлся членом многих иностранных академий и обществ, лауреатом ряда престижных международных премий. В 1970–1973 гг. он исполнял обязанности президента Московского математического общества. С конца 1960-х гг. вел активную правозащитную деятельность. Будучи членом «Комитета по правам человека», защищал свободу религии и права верующих в СССР. Автор ставших широко известными историко-философских сочинений «Социализм как явление мировой истории» (1977) и «Русофобия» (1982).

Математик, во многом определивший течение российской математической мысли, Игорь Ростиславович оказал важное влияние и на развитие историко-математических исследований в нашей стране. Глубокий знаток истории культуры, он с интересом относился к истории нашей науки. В поле его интересов находилась не только история тех математических проблем, над решением которых трудился он сам и его ученики, но и узловые моменты в развитии математического знания. В их числе проблемы истории математики в Древней Греции. Для их лучшего понимания он изучил древнегреческий язык, которым, по свидетельству выдающегося знатока древнегреческой математической традиции Изабеллы Григорьевны Башмаковой, владел превосходно. Обсуждению с ним различных аспектов развития эллинской математики, над разработкой которого трудилась наш выдающийся историк математики и ее школа, она придавала огромное значение. Его статья «Из истории естественно-научного мировоззрения», опубликованная в 2001 г. в 6(41) выпуске ИМИ, во многом определила тональность, в которой должны вестись современные историко-научные исследования. Игорю Ростиславовичу обязано и наше издание. На заседаниях Московского математического общества, на которых в далекие советские времена обсуждались планы изданий математической литературы Главной редакции физико-математической литературы издательства «Наука» (а еще раньше Физматгиза), он не раз спасал «Историко-математические исследования» от их исключения из этих планов.

Ниже мы публикуем речь академика А.Н.Паршина, произнесенную 22 февраля 2017 года на траурной церемонии в день похорон Игоря Ростиславовича.

СЛОВО ОБ ИГОРЕ РОСТИСЛАВОВИЧЕ ШАФАРЕВИЧЕ

А.Н.Паршин

Дорогие Нина Ивановна, Ольга Игоревна
и Андрей Игоревич! Уважаемые коллеги!

Мы собрались здесь проститься с Игорем Ростиславовичем Шафаревичем, нашим учителем, человеком, дорогим и близким не только родным, ученикам, коллегам в науке, но и многим людям далеким от науки и ее интересов. Весь жизненный путь Игоря Ростиславовича связан с математикой. Он вошел в науку в послевоенные годы решением труднейших проблем теории чисел: явной формой закона взаимности, идущего от Гаусса, Гильберта и многих других. Это его вклад в девятую проблему Гильберта. Затем решение обратной задачи теории Галуа для разрешимых групп, позднее в конце 50-х гг. работы по теории диофантовых уравнений, связанных с эллиптическими кривыми и абелевыми многообразиями. В этих работах появилась знаменитая группа Шафаревича–Тейта, обозначаемая теперь во всей литературе русской буквой Ш. В это же время Игорь Ростиславович понимает необходимость и важность развития алгебраической геометрии, до того почти неизвестной в нашей стране. Два года, с 1961 по 1963 гг., работает семинар по теории алгебраических поверхностей, основанный на старых работах итальянских геометров, не понятых до тех пор нигде в мире. Алгебраические кривые были к тому времени достаточно хорошо изучены. Итогом работы семинара стало появление книги по алгебраическим поверхностям и группы учеников, ядра будущей огромной школы алгебраических геометров и алгебраистов, приобретшей мировую известность. Среди авторов книги и Юрий Иванович Манин, и Андрей Николаевич Тюрин. Из глав книги выросла наша бирациональная алгебраическая геометрия, развитая Василием Алексеевичем Исковских и его учениками. Вместе с учениками учеников школа Шафаревича насчитывает более двухсот человек.

В последующие годы Игорь Ростиславович занимался многими трудными задачами алгебраической геометрии. Среди них, и теорема Торелли, известная для римановых поверхностей, но сформулированная и доказанная для поверхностей типа К3 (совместно с Ильей Иосифовичем Пятецким–Шапиро), теоремы о строении бесконечномерных групп автоморфизмов алгебраических многообразий и многие другие.

Занимаясь алгебраической геометрией в 60–70 гг. Игорь Ростиславович находил время и для решения задач и в теории чисел, и в алгебре. В 1964 г. была решена проблема башни в теории полей классов (совместно с Евгением Соломоновичем Голодом). Отсюда развились новые направления в алгебре, в теории групп и теории колец, получили известность неравенство Голода–Шафаревича, алгебры Голода–Шафаревича. Другое направление работ вместе с Алексеем Ивановичем Кострикиным относится к классификации бесконечномерных псевдогрупп преобразований Эли Картана и их применения к классификации простых конечномерных алгебр Ли над конечным полем. Первые возникают в дифференциальной геометрии, вторые принадлежат к совсем далекой алгебре.

Ученики Игоря Ростиславовича помнят о том огромном, можно сказать магнетическом влиянии, которое он оказывал на них, да и на многих коллег. Его стиль работы в науке притягивал очень многих. Мне думается, что сюда можно отнести такие черты:

– подход к трудным задачам, начиная с простых, иногда простейших примеров (это особенно проявилось в его таланте педагога, его лекциях, семинарах, учебниках). Главным тут был выбор правильного простого примера как исходного пункта для перехода к более сложным, чтобы наконец прийти и к решению самой задачи. Я бы сравнил это с достижением трудно доступной горной вершины, когда интуиция должна подсказать с какого направления начать восхождение, чтобы попасть не в тупик, а дойти до самой вершины. Вспомним, что Игорь Ростиславович и многие его ученики были еще и альпинистами.

– поразительная интуиция, умение получать такие результаты, в которых содержатся в скрытой форме будущие точки роста в совсем разных и неожиданных областях математики и не только математики. Таких примеров у него много, вот теория арифметических поверхностей середины 60-х гг., из которой выросла знаменитая геометрия Аракелова, созданная еще одним его учеником, Суреном Юрьевичем Аракеловым. Она нашла применение в теоретической физике, в теории струн в физике высоких энергий.

– блестящее нахождение и использование аналогий между казалось бы никак не связанным (аналогия между символами в теории чисел и вычетами на римановых поверхностях, или переход от групп преобразований Картана над полем вещественных чисел к алгебрам Ли над конечным полем, о чем мы уже говорили).

В какой-то степени это общие черты российской математической школы, которыми Игорь Ростиславович владел в совершенстве.

Его работы в таких областях математики как алгебра, теория чисел и алгебраическая геометрия, о которых здесь говорилось, единодушно признаются выдающимися достижениями Игоря Ростиславовича. Но сфера его интересов и влияния была гораздо шире. Так, он занимался вопросом о предельных циклах обыкновенных дифференциальных уравнений на плоскости (16-я проблема Гильберта) и пытался найти доказательство этой гипотезы. Его идея была в получении аналога известной в топологии формулы Лефшеца для неподвижных точек автоморфизмов многообразий на случай не автоморфизмов, а векторных полей. Тогда предельные циклы будут выступать в качестве «неподвижных» кривых этих полей. В семинарах под его руководством при разборе многих ярких достижений второй половины XX в. находилось место и эллиптическим уравнениям на многообразиях, и теореме Атьи–Зингера об индексе, и теории Морса на пространствах калибровок в теориях поля Янга–Миллса.

В середине XX в. в математике произошел переворот. Сплотились почти воедино такие науки, как топология, алгебраическая и гладкая, алгебраическая и дифференциальная геометрия, алгебры и группы Ли, теория представлений, дискретные группы и автоморфные функции, алгебраическая теория чисел, и даже комплексный анализ и динамические системы, хотя и в меньшей степени. Важным объединяющим принципом был язык гомологической алгебры. Это была, конечно же, не вся математика, но очень большая ее часть. В 60–70-х гг. Игорь Ростиславович сыграл огромную роль в становлении и развитии в нашей стране этих направлений в математике.

По широте интересов и пониманию внутренних связей я могу сопоставить Игоря Ростиславовича с Андреем Николаевичем Колмогоровым. Их области почти не пересекались, но сложенные вместе охватывали почти всю математику, ту что раньше называлась Reine Mathematik, а теперь зовется теоретической. Так два великих математика нашей страны представляют математику перед всем миром.

Вглядываясь в жизненный путь Игоря Ростиславовича, мы видим силу, с которой он не только решал труднейшие задачи науки, но и отстаивал свои взгляды на судьбу нашей страны. Мы видим мужество, с которым он встречал все жизненные невзгоды, удары судьбы, выпавшие на его долю.

С Игорем Ростиславовичем Шафаревичем ушла целая эпоха, великая эпоха нашей науки. Прощайте, дорогой Игорь Ростиславович. Светлая Вам память.

К 110-ЛЕТИЮ А.П.ЮШКЕВИЧА

НЕИЗВЕСТНАЯ ЛЕКЦИЯ А.П.ЮШКЕВИЧА (К 110-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ А.П.ЮШКЕВИЧА)

Предисловие и публикация Г.М.Полотовского

Предисловие

Лекция «Приоритет и ведущая роль русских математиков в важнейших научных открытиях», расшифровка стенограммы которой публикуется ниже, была прочитана А.П.Юшкевичем 27 марта 1951 г. в Нижнем Новгороде (тогда город Горький). Стенограмма этой лекции была недавно обнаружена мной в Центральном архиве Нижегородской области (ЦАНО): Фонд 377, Опись 7, Дело 130, лл.113–137. В списке публикаций[1] А.П.Юшкевича эта лекция не упоминается, не знаю я также, здравствует ли кто-то из очевидцев--слушателей этой лекции. Эти обстоятельства дают основания считать ее «неизвестной лекцией» А.П.Юшкевича.

Перед публикацией стенограммы уместно сделать несколько замечаний.

Лекция посвящена всегда актуальным вопросам об атрибуции научных открытий и связанным с ними вопросам приоритета. Действительно, отраженная в названиях математических терминов и результатов, атрибуция слишком часто исторически неверна и мифологична – можно начать с аксиомы Архимеда, принадлежащей Евдоксу, и вести перечисление вплоть до наших дней. Указанная проблематика рассматривается в лекции на специальном, но широко охваченном материале достижений российских математиков.

Ясно, что не следует ожидать от лекции, прочитанной 65 лет назад, каких-либо историко-математических сведений, неизвестных в наши дни, тем более, что многие положения этой лекции рассмотрены А.П.Юшкевичем в его многочисленных работах (список основных публикаций А.П.Юшкевича насчитывает 433 позиции).

Однако, безусловно, в 1951 г. некоторые излагавшиеся лектором сведения были для слушателей новыми, например, информация о достижениях средневекового арабского математика Джамшида ал-Каши из опубликованной в 1948 г. статьи на немецком языке в труднодоступном для советского читателя журнале «Mathematishe Annalen». Можно полагать, что и многие другие сообщенные в лекции сведения были малоизвестны слушателям.

Далее, из стенограммы следует, что в действительности это вторая из прочитанных А.П.Юшкевичем лекций. По-видимому, первая лекция, стенограмма которой не обнаружена, состоялась на день раньше и была, хотя бы частично, посвящена истории математики народов Востока.

Лекция демонстрирует высокий уровень владения материалом. Конечно, в этом нет ничего неожиданного – и до, и после 1951 г. А.П.Юшкевич неоднократно обращался к вопросам, затронутым в лекции. Не претендуя на полноту списка, назову некоторые работы А.П.Юшкевича о персоналиях, упомянутых в лекции:

1. Эйлер и русская математика в XVIII в. (Из истории первой петербургской математической школы) // Труды института истории естествознания и техники. Т.3. М.–Л.: АН СССР, 1949. С.45–116.

2. Леонард Эйлер // Историко-математические исследования. Вып. VII. М.: ГИТТЛ, 1954. С.453–512 (совместно с И.Г.Башмаковой).

3. Жизнь и математическое творчество Леонарда Эйлера // Успехи математических наук. 1976. Т.12. Вып.4 (76). С.3–28.

4. Эйлер Леонард // Большая Советская Энциклопедия. Т.48. 1957. С.335–338.

5. О математике народов Средней Азии в IX–XV вв. // Историко-математические исследования. Вып.IV. М.–Л : ГИТТЛ, 1951. С.455–486.

6. Комментарии к математическим трактатам Джемшида Гиясэддина Каши // Историко-математические исследования. Вып.VII. М.–Л.: ГИТТЛ, 1954. С.380–449 (совместно с Б.А.Розенфельдом).

7. О неопубликованных ранних работах М.В.Остроградского // Историко-математические исследования. Вып.XVI. М.: Наука, 1965. С.11–48.

8. К истории интегральной теоремы М.В.Остроградского // Вопросы истории естествознания и техники. 1965. Вып.18. С.103–107.

9. «Алгебра или вычисление конечных» Н.И.Лобачевского // Историко-математические исследования. Вып.II. М.–Л.: ГИТТЛ, 1949. С.72–128 (совместно с И.Г.Башмаковой).

Наконец, представляется интересным вопрос о возможных мотивах приезда А.П.Юшкевича в Нижний Новгород, где в то время, насколько мне известно, никто не вел (по крайней мере, не публиковал) исследований в области истории математики. По этому поводу у меня есть гипотеза о связи этого события с курсом истории математики, который в Горьковском университете читал выдающийся математик профессор А.Г.Майер, некоторые историко-математические воззрения которого не совпадали с каноническими. Это послужило поводом для ожесточенной травли Майера советом физико-математического факультета ГГУ в 1950–1951 гг.[2] А.П.Юшкевич мог быть приглашен в связи с «делом Майера»[3].

Стенограмма лекции представляет собой 26 страниц машинописного текста, листы архивного дела пронумерованы; первый лист стенограммы (л.113) является титульным, а между листами 131 и 132 имеется лист 131а. Кроме того, страницы стенограммы пронумерованы стенографистом, начиная с номера 2 на л.115.

Текст читается практически без затруднений, но почти все (впрочем, немногочисленные) математические формулы не вписаны, а просто заменены словом «формула» (судя по ряду неправильно переданных в стенограмме названий, имен и терминов, стенографист, записавший лекцию, не был специалистом в области математики и ее истории). Эти места оставлены без изменений, поскольку содержание всюду ясно из контекста, а восстановить, какая именно символика применялась для написания той или иной формулы, не представляется возможным.

В публикуемом ниже тексте стенограммы очевидные опечатки и ошибки исправлены без специальных оговорок, приведена нумерация листов, проставленная стенографистом. Слова в квадратных скобках и все подстрочные примечания принадлежат публикатору.

СТЕНОГРАММА

лекции проф. ЮШКЕВИЧА на тему:
«Приоритет и ведущая роль русских математиков
в важнейших научных открытиях».

27-го марта 1951 года

Конечно, я коснусь только отдельных вопросов. Надо сказать, что история математики, которую начал разрабатывать еще Бобынин лет 60 или 70 тому назад, которую продолжали изучать покойный проф. Васильев и другие ныне здравствующие ученые, даже до сих пор разработана недостаточно, и история математики в целом, и специально русской математики. Я, может быть, в конце своей лекции приведу некоторые примеры того, как плохо мы знаем часто и об отдаленном прошлом, и недавнем. Кроме того, и время не позволяет мне быть достаточно полным, а не только недостаток моих собственных знаний.

Для тех, кто не был на предыдущей лекции, я хотел бы сделать очень краткое отступление потому, что оно представляет известный интерес. Я буду говорить об истории русской математики, а отступление касается истории математики народов Востока. Рукописи на арабском языке изучены плохо, и разные исследователи выхватывают отдельные рукописи и находят там чрезвычайно интересные новые данные. Вот некоторые факты, которые в самое последнее время были опубликованы.

В Самарканде при обсерватории работал крупный математик и историк ал-Каши (в стенограмме «Алкаши». – *Г.М.*). Это имя было известно и раньше, но только [л.2] в последние годы некоторые его работы были подвергнуты более тщательному изучению. В «Математических анналах» за 1948 г. появилась статья Люккея[4], потом он же опубликовал еще одну статью в 1950 г.[5] Он считал, что ал-Каши в 1427 г. в двух работах «Об измерении круга» и «Ключ арифметики» впервые предложил систему десятичных дробей. Это было за 150 лет до выхода брошюры Стевина. В одной работе он делает это более кратко, а в другой более подробно. В работе «Об измерении круга» он вычисляет 2π и сначала получает в шестидесятиричной системе, а потом переводит в десятеричную, и в этой системе дает 17 знаков. В Европе тогда ничего подобного не было. Он это мотивирует тем, что далеко не все знакомы с астрономической 60-значной системой и, кроме того, 10-значная система более подходит к обычному счету. Десятичная система позволяет делать расчеты правильнее и точнее.

В работе «Ключ арифметики», которая вышла в этом же году, он подробно разбирает достоинства 10-ричной системы в целом и для дробей в частности, правила перевода из одной системы в другую и указывает, что является сам автором такого нововведения.

Это, конечно, очень серьезное открытие, Стевин о нем ничего не знал.

Затем выясняется, что ал-Каши знал уже формулу, которую мы называем бином Ньютона, и у него имеется паскалиев треугольник.

Эти замечания показывают, как мы мало знаем историю восточной математики.

[л.3] Теперь я перейду к тому, что хотел говорить об истории русской математики. Мне хотелось бы остановиться, прежде всего, на математике в России XVIII в. Создание Академии наук в Петербурге в 1725 г. знаменовало собой начало поворота в истории русской науки вообще и в истории развития математики в нашей стране в частности. Вместе с тем, это явилось событием и крупнейшего международного значения, ибо очень скоро столица нашей страны стала центром математической мысли, с которой немногие могли соперничать.

Основным деятелем нашей математики XVIII в. был Леонард Эйлер (1707–1783). Он был нерусского происхождения, родился в Швейцарии, в пасторской семье, и тем не менее, мы имеем все основания именовать его нашим ученым.

После окончания университета Эйлер пытался устроиться в Базеле, на родине. Там выдвигались кандидатуры и среди них проводилась жеребьевка. Эйлер даже не был выдвинут в кандидаты на должность, которую он хотел занять. И он двадцати лет оказался совершенно не у дел. Получив приглашение в Петербург, в Академию наук, сначала в качестве физиолога, он охотно откликнулся на это предложение и переехал в 1727 г. в Россию. С этого времени вся его жизнь и деятельность были самым тесным образом связаны с нашей страной, с Академией наук непосредственно.

Эйлер сам указывал, что в России ему создали условия, в которых могло развернуться его дарование. В одном из писем он сообщал своему корреспонденту, что он своей известностью, как и другие работавшие в Академии наук иностранные ученые, всецело обязан работе в России. «Мы, – писал он, – столь обязаны бла[л.4]гоприятным обстоятельствам, в которых находились. Что касается меня, то я при отсутствии такого случая вынужден был бы приложить свои силы к другим наукам, в которых мог бы заниматься только крохоборством. Вы спрашиваете, где я изучил то, что знаю? Я сказал, что всем обязан своему пребыванию в Петербургской Академии наук».

Это действительно верная самооценка и оценка того, чем Эйлер был обязан нашей Академии наук. Ему были созданы совершенно исключительные благоприятные условия для работы. Здесь он мог печатать свои труды, здесь он нашел учеников, которые помогали ему, особенно тогда, когда он потерял почти полностью зрение, записывая под его диктовку ряд мемуаров. Здесь он получил немало толчков для своего творчества научного. Его участие в ряде технических экспертиз, работы в Географическом департаменте, исследования по теории корабля и др. оказали непосредственное влияние на математическую тематику Эйлера.

Я не буду особенно останавливаться на этой биографической стороне дела, а только отмечу, что важнейшие его работы были изданы в России, не все, но важнейшая, большая часть его трудов – в Записках Академии наук. Некоторые его работы сначала выходили на русском, а потом на иностранном языке.

Вместе с тем, Эйлер был математиком, который в наибольшей степени определил последующее развитие русской математики в последующее время. Если мне хочется остановиться на математическом творчестве Эйлера, то потому, что оно является нашим национальным достоянием, с одной стороны, и потому, что сделанное [л.5] им настолько прочно вошло в обиход преподавания высшей школы, что, может быть, не лишне напомнить, чем мы обязаны ему в истории математики.

Не касаясь общего направления исследований Эйлера, не касаясь тесной связи математических работ с практикой, его уменья конкретные задачи ставить на математическом языке, а именно конкретные задачи механики, техники и математической физики, я не буду касаться подробно того, что он являлся одним из предшественников создания стиля, который был характерен для нашей математики XIX в. Я имею в виду постоянное стремление к созданию эффективных методов, двигающих решения задачи до конца, до выкладки. В центре у него стоял математический анализ с его многообразными ответвлениями и приложениями. Его работы по механике – в значительной степени работы по математическому анализу. Его исследования геометрические в значительной части есть приложение анализа. Это перечисление можно было бы продолжить. В центре стоял анализ с разветвлениями и приложениями. Анализу он посвятил большую часть своих статей, более ценных, свое руководство «Введение в анализ», где имеется анализ бесконечно малых, 1748 г., первый том, дифференциальное исчисление 1761 г., интегральное исчисление 1768 г. и следующих лет, всего в 4 томах. Сюда же относится один из его фундаментальных трудов по интегральному исчислению, несколько более ранний.

Я не стану перечислять содержание каждого из этих сочинений, а позволю [себе] указать на некоторые наиболее интересные и [л.6] важные пункты, которые явились существенными для дальнейшего развития математики, в которых ему принадлежит определенное первенство при формулировке того или иного раздела, и которые имеют прямое отношение к преподаванию в высшей школе.

Я начну с понятия о функции. Понятие о функции в неизменном виде было сформулировано до Эйлера, имелось еще у Декарта в 1637 г., термин этот ввел Лейбниц (в 1692 г. – *Г.М.*), но Эйлер первый ставит функцию в центре математики и математического анализа.

Как известно, Лейбниц и Ньютон завершили работу по исчислению бесконечно малых, которая велась в XVII в., завершили создание дифференциального и интегрального исчислений. Они дали такие понятия, как интеграл, дифференциал, сделали немало в этой области, но математический анализ как анализ обширных классов функций – это было достоянием уже XVIII в. и Эйлера прежде всего. Вообще, если исключить фигуру Эйлера из XVIII в., то было бы трудно указать, что могло быть сделано без него за это короткое время.

Эйлер определяет функцию прежде всего как аналитическое выражение. Аналитическое выражение, составленное с помощью того или иного изменения знаков действия алгебраических [и] простейших трансцендентных; и это определение с современной точки зрения является достаточно узким, хотя в то время с ним можно было работать.

Эйлер понимает так, что функция есть также соответствие между двумя числовыми совокупностями. Он это высказывает со всей определенностью. Функция как соответствие числовых совокупностей – большинству это выражение ясно, он только считает, [л.7] что это соответствие выразимо аналитически.

Такова была его первоначальная точка зрения, но дальше идет расширение этого. Во «Введении в анализ бесконечно малых», во второй части, он ставит вопрос о взаимоотношении между понятием кривой и функции, и высказывает несколько необычное, но заслуживающее внимание мнение. Он полагает, что кривая, проведенная со сплошным образованием произвольным движением руки, аналитически является вообще невыразимой. Он дает специальное определение непрерывности. Под непрерывностью он понимает не сплошность, в некотором смысле слова это задание единым аналитическим законом. В этом смысле кривая $xy = 1$ является непрерывной, хотя состоит из двух отдельных ветвей, именно заданных одним законом, ибо один закон направляет один и тот же ход в каждой части. Это понятие родственно нашему представлению о функции как о комплексном понятии.

В функции, заданной различными законами, например, линия, состоящая из двух лучей, эта линия по Эйлеру является разрывной, ибо на одном участке она записывается уравнением $y = -x$, а на другом $y = x$. То обстоятельство, что это могло быть записано одним аналитическим выражением, Эйлеру не было ясно.

Непрерывная линия, таким образом, это для него та линия, задание которой в немалой части определяет закон, определяющий дальнейшее ее поведение в целом, а так как линия может быть начата как-либо и продолжена по-другому, то она аналитически невыразима, и анализ должен заниматься изучением непрерывной функции.

[л.8] Здесь, таким образом, с одной стороны, имеется расширение понятия функции до понятия аналитического выражения. С другой стороны, имеется задача ограничения, состоящая в том, что такой анализ должен заниматься только аналитическими выражениями.

Однако довольно скоро, около 1748 г., Эйлер несколько меняет свою точку зрения и идет в известном смысле дальше. Для разрывной в его смысле функции он ищет также место в анализе. Это было связано с изучением задачи о колебаниях струны. И это очень интересно, потому что показывает, как самые коренные математические понятия претерпевают серьезные изменения под влиянием научной и технической практики.

Задача колебаний струны одной из первых в математической физике была поставлена еще в XVII в., когда не знали, как к ней подойти. В XVIII в. изучение было более успешным, было установлено, что они выражаются уравнением в частных производных, где y – это ординаты в поперечных колебаниях, x равно времени, и французский математик Даламбер первый показал, что решение такого дифференциального уравнения вообще имеет вид суммы двух произвольных функций φ и ψ. Он же, предполагая, что струна закреплена в двух точках на участке линии L, установил, что существует связь между этими двумя функциями, но дальше этого не пошел.

Эйлер в следующие годы обратился к этой задаче. Он существенно дальше развил ее решение. И особенно важным было, прежде всего, его указание, что для того, чтобы решение являлось вполне конкретным, недостаточно знать конечные условия, а необходимы еще так называемые начальные условия. Нужно знать, указывал он, первоначальную форму струны и закон первоначального распределения ско[л.9]ростей этих поперечных колебаний, и он здесь дал математический разбор вопроса, который можно найти во всех учебниках.

Здесь начался спор между Даламбером и Эйлером по вопросу о понятии произвольной функции, которая может служить интегралом и решением в уравнении в частных производных. Даламбер стоял на точке зрения, что эти функции должны быть дифференцируемыми дважды и аналитически выразимыми обязательно. Эйлер указывал, что, так как первоначальная форма струны может быть вообще предположена произвольной, и также обстоит дело с первоначальным распределением скоростей поперечных колебаний, то как раз здесь, в теории дифференциальных уравнений с частными производными, находит место и приложение функция, которую он назвал разрывной, которая не задана единым аналитическим выражением, и которую он считал к ведению анализа не относящейся.

Таким образом, в связи с этой важной проблемой у Эйлера происходит такое расширение понятия функции внутри математического анализа. Спор между Даламбером и Эйлером не нашел завершения, среди математиков XVIII в. были сторонники и ученики обоих, но он нашел весьма интересное продолжение.

В этот спор включился другой выдающийся ученый, ряд лет состоявший членом Академии наук, Бернулли, подойдя к вопросу с совсем иных позиций. Опираясь на соображения физического порядка, акустические представления, что звук, издаваемый струной, можно заставить складываться из основных тонов и ряда обертонов, которые соответствуют различным периодам колебаний, Бернулли без всяких математических примеров пришел к идее, что колебания струны можно выразить с помощью тригонометрического ряда в любой [л.10] момент времени.

Он провел физический анализ, и здесь завязалась новая полемика. Вопрос был поставлен так: можно ли представить произвольную функцию как сплошную кривую примерно такого вида. Бернулли не имел средств доказать свое мнение, что это вещь мыслимая. А Эйлер приводил ряд аргументов, например, такие. Ряд этот представляет некоторую периодичность, а произвольная функция не является периодической. Это заведомо нечетная функция, а произвольная функция не является нечетной. На этот аргумент у Бернулли не было ответа, но он выражал уверенность, что это все-таки возможно.

Таким образом, наряду с расширением понятия функции возникла проблема о функции в связи с тригонометрическим рядом, которой суждено было сыграть чрезвычайно важную роль в истории всего математического анализа.

Позиция Эйлера в этом вопросе представляется неясной. Аргументы, которые он выставил против мнения Бернулли, он выставил против самого себя. Правда, это произошло несколько позднее. Дело в том, что в 1777 году Эйлер опубликовал работу, в которой впервые в истории математики показал, что если мы желаем некоторые функции представить рядом [такого] вида, то есть рядом, расположенным по синусам и косинусам, как ценный конкретный аргумент, то коэффициенты A и B должны иметь определенный вид на интервале от $-\pi$ до π.

Эйлер это сделал, и исторически справедливым является именовать эти коэффициенты Фурье коэффициентами Эйлера. Правда, [л.11] Фурье их получил независимо много позднее, и эта работа была ему неизвестна. Правда, Фурье очень много сделал в теории тригонометрических рядов, но это коэффициенты Эйлера, и мне кажется странным, что Эйлер, который пришел к такому действительно важному открытию, которое должно было полностью раскрыть глаза на суть вопроса, больше по этому вопросу не высказывался и прошлое суждение свое оставил в силе.

Я не буду касаться истории тригонометрических рядов и открытия Фурье, что Эйлер ограничился тем, что непрерывная кривая, аналитически невыразимая, она выразима. Замечу только, что Бернулли был в основном прав, но не полностью. Эйлер в этом пункте ошибался, но тоже не полностью, разложение возможно при известных условиях, но только в конце участка.

Чтобы не возвращаться к этому в дальнейшем, я замечу, что учение о функции разрабатывалось в России и после Эйлера. Я имею в виду не отдельные частные работы по этому вопросу и не тот очень интересный конкурс, который был объявлен Петербургской Академией наук после смерти Эйлера в XVIII в. по поводу природы произвольных функций, которые входят в интегралы.

Я имею в виду, что первая формулировка современного понятия функции во всей его общности была дана тоже русским ученым Лобачевским в 1834 г. У Лобачевского мы встречаем совершенно отчетливое понятие и формулировку функции как соответствия между двумя числовыми совокупностями, соответствия, определяемого каким-либо законом и не обязательно аналитически выраженным. Формулируя свое определение, Лобачевский критиковал [л.12] математиков XVIII столетия за то, что они в своем определении функции сузили его, слишком ограниченно его понимали.

Я опять-таки замечу, что проблема тригонометрических рядов также чрезвычайно интересовала Лобачевского. Лобачевский был прежде всего геометром, великим геометром, но ему принадлежат выдающиеся исследования по анализу. К ним относятся, в частности, работы по вопросу о разложимости функций в тригонометрические ряды. Эти работы велись одновременно с рядом других работ, очень оригинальных, но [не] в таком направлении, как другие, и он получил достаточные условия, отличные от тех, которые обычно излагаются в курсе общего анализа. В частности, он рассматривает случай, когда функция оказывается в отдельных точках рассматриваемых интервалов неограниченной, чем занимался впоследствии Риман.

Вот что мне хочется сказать о понятии функции. Основным методом изучения функции для Эйлера был метод разложения в бесконечные ряды, участие в бесконечных произведениях. Эйлер полагал, что всякая функция, аналитически выраженная, может быть представлена бесконечным рядом степеней. Полагал он это просто потому, что на многочисленных конкретных разложениях, которые он производил, всякий раз обнаруживалось, что функции, которые ему приходится рассматривать, действительно на ряд степеней раскладываются. Кстати, при вычислении их отдельных значений здесь перечисляются многочисленные разложения, им полученные, но я говорить о них не буду, это слишком долго. [л.13]

Я только хочу остановиться на понимании проблемы сходимости рядов у Эйлера. Во многих книгах очень часто дело представляется следующим образом, что Эйлер проблему сходимости рядов не пропагандировал, что Эйлер, разложив функцию в степенной ряд, полагал, что это разложение годится во всех смыслах, для всех значений аргумента, при которых функция может быть рассматриваема, и что он не различал рядов сходящихся от рядов расходящихся.

Такое представление имеет некоторые основания, но не полностью правильно. Дело было сложнее. Кратко говоря, позиция Эйлера в этом вопросе была следующая. Он полагал, что если мы хотим вычислить отдельное значение функции с помощью представляющего ее ряда, то под суммой ряда надо понимать предел частных сумм, когда число слагаемых неограниченно возрастает, если такой предел существует.

Но вместе с тем он считал, что понятие суммы возможно обобщить, что под суммой ряда надо понимать нечто более широкое, чем только предел числовых частных сумм при отдельных числовых значениях аргумента.

Это очень интересный момент. За это Эйлера начали энергично критиковать еще в XVIII в., еще более энергично в первой половине XIX в. Математики более позднего времени усматривали у Эйлера неточности в смысле строгого проведения [рассуждений], но замечательное предвидение.

Эйлер понимал под суммой ряда следующее. Если имеется некоторая связь степеней ряда, то с одной стороны имеются такие значения, которые на определенных участках удовлетворяют требо[л.14]ваниям, чтобы предельная частная сумма существовала и давала значение функции. Это сумма в первоначальном значении слова.

Но он полагал, что тот же самый ряд годится не только для вычисления функций на ограниченных участках, но и для исследования различных свойств и взаимосвязей с другими функциями и за пределами интервалов сходимости. Он говорит, что если слово сумма не нравится, то можно было бы его не употреблять, что дело не в словах, а что и расходящийся ряд в числовом смысле может заменять функцию в ряде вопросов и может служить средством изучения и выведения различных новых свойств этой функции и ее связи с другими.

Для того, чтобы сказанное было сколько-нибудь конкретным, приведу только один краткий пример, как Эйлер, так осторожно обращаясь с рядами, получил расходящийся ряд и что он с ним делал. Возьмем равенство, в правой стороне которого стоит обыкновенная прогрессия, а в левой – выражение, которое на определенном интервале служит ее суммой, когда x меньше единицы, и которое Эйлером предложено называть суммой и для остальных значений аргумента. Тем самым, это есть выражение, порождающее данный ряд и позволяющее его изучать, заменять; встает вопрос о необходимости нового соотношения.

Эйлер получает дальше, что x равно единице, деленной на 1, деленной... Дальше он производит преобразование и по известной формуле, которая имеется и известна, Эйлер пишет «формула» (здесь и далее так в стенограмме: сами формулы не приводятся, а заменены словом «формула». – *Г.М.*).

Вот начало его преобразования, а дальше в левой части он применяет формулу и приравнивает все эти части левой стороны к половине, получая следующий ряд «формула». Потом дифференцирует и получает такое тождество «формула». Получается, что [л.15] единица равна нулю, где n – какое-то четное натуральное число. По поводу этого выражения Абель, известный математик прошлого века, говорил, что это величайший скандал, когда в математике выписываются такие бессмысленные формулы.

Наряду с этим Эйлер получает тут же и совершенно законные результаты, он интегрирует этот ряд и получает «формула». Это разложение совершенно точное и правильное. Эйлер получал его разными способами, и операции такие лишний раз убеждали, что пренебрегать такими рядами не следует.

В отношении расходящихся рядов Эйлер поступал следующим образом. Он производил эти операции без анализа условий, в которых они допустимы. В его время такого содержательного анализа не было, он был еще невозможен. Я хочу сказать другое, что вопрос был в то время не так элементарен, как казалось его противникам XVIII в. и даже начала XIX в. Впрочем, когда Коши выступал против употребления расходящихся рядов, он говорил, что, к сожалению, должен это сделать.

По существу дело обстояло следующим образом. Пользование так называемыми расходящимися рядами без исследования определенных условий, в которых это пользование происходит, и без точной формулировки, что понимается под суммой расходящегося ряда, это действительно действие незаконное, приводящее к бессмыслице, позволяющее получать результат типа $1=0$.

Вместе с тем работы конца XIX и начала XX вв. Гурвица (в стенограмме Борац. – *Г.М.*), Вороного и других показали, что понятие суммы ряда может быть закономерно обобщено при некоторых условиях. Оно обобщается, чтобы [л.16] для участков сходимость ряда общей суммы сходилась с обычной суммой, чтобы выполнялись другие условия, но это обобщенное понятие суммы не бесполезно в целом ряде исследований, и в теории тригонометрических рядов оно имеет широкое применение.

Говоря об этом, я только хотел охарактеризовать взгляды Эйлера, может быть, слишком кратко, на ряды. Я хотел указать, что ему принадлежит впервые предвидение, что понятие суммы ряда подлежит известному обобщению. Предвидя степень обоснованности, сам он допускал неточности, но в известной мере это себя оправдало. Это достижение принадлежит к числу тех, которыми может гордиться наша математика. С помощью расходящихся рядов Эйлер получал иногда результаты действительно замечательные, например его теория ... которую он первый вывел.

Замечу, что Эйлеру в теории рядов принадлежит интересное исследование по так называемому учету сходимости рядов, исследование, которое продолжалось в XIX в. в разных направлениях и продолжалось нашим советским ученым академиком Крыловым (в оригинале стенограммы «Крамовым». – *Г.М.*)

ПЕРЕРЫВ.

Выдающиеся заслуги принадлежат Эйлеру в дифференциальном исчислении, в интегральном исчислении, перечислять их было бы слишком долго. Укажу только, что он первый начал создавать теорию определенных интегралов, он ввел интеграл (формула пропущена. – *Г.М.*), установил связь между ними, дал один из первых совершенную классификацию, ввел понятие о двойном интеграле, о выражении поверхности через двойной интеграл. В теории дифференциальных уравнений, обыкновенных и с частными производными, им сделано много. В теории линейных дифференциальных уравнений им дано применение [л.17] так называемого характеристического уравнения, которое получается известной подстановкой. Это подстановка Эйлера, метод Эйлера. Он полностью исследовал вопрос для этого уравнения. Это один из основных разделов теории дифференциальных уравнений, занимающих большое место в курсе высшей школы. Эйлер является его основоположником. Я не говорю о так называемом линейном уравнении Эйлера.

Конечно, основная работа по теории интегрирующих множителей, как приводится уравнение первого порядка к уравнению в полных дифференциалах – это работа Эйлера.

Эйлер является также основоположником вариационного исчисления, которым занимался на протяжении десятка лет. Вы знаете уравнение Эйлера для отыскания однократной интегральной функции, выражений производных. Он занимался этим и остановился перед отысканием условий для вариационного исчисления двойного интеграла. Он явился создателем двух методов исчисления, к ним вернулись через 130 лет после его смерти. В этом ему принадлежит, несомненно, первенство.

Замечу, что Эйлеру принадлежат и фундаментальные работы по теории функции (формула пропущена. – *Г.М.*), начиная с открытия многозначных логарифмов в этой области и кончая знаменитым уравнением для аналитической функции, которое называется уравнением Коши-Римана, и которое является уравнением Эйлера. Даламбер тоже независимо от него это уравнение получил «уравнение» (здесь в стенограмме само уравнение не приводится, а заменено словом «уравнение». – *Г.М.*).

Вообще, вопрос с терминологией и наименованием теорем в учебниках подлежит еще пересмотру, потому, что многие теоремы и формулы называются до сих пор не по имени их автора. Правда, в руководстве Маркушевича[6] эта формула называется уже формулой Эйлера–Даламбера. [л.18]

Если я много времени уделил специально Эйлеру, то, вероятно, потому, что слишком распространено было представление, что наши математики в XVIII в. сделали еще очень мало, что только с Лобачевского начинает развиваться отечественная математика, и многие полагают, что раз Эйлер родился не на нашей территории, этого достаточно для того, чтобы считать его не нашим математиком. Он приехал сюда молодым человеком, здесь сформировался, трудился и умер. Он хорошо владел русским языком, выучил его в первые же годы, память у него была превосходная, и в архиве Академии наук есть много писем Эйлера, написанных на русском языке. Я сам видел его записную книжку первых лет пребывания в России, и с 1735 г. он мог свободно писать на русском языке, на немецком, латинском, на нескольких языках одинаково свободно. Надо сказать, что читать его русские письма гораздо легче, чем немецкие, потому, что готический мелкий шрифт читать трудно, а по-русски он писал четко.

Так обстоит дело в отношении математики в XVIII в. Я упустил учеников Эйлера, которые сделали много интересного, и слишком мало уделил внимания тому, что Эйлер оказал очень большое идейное влияние на все последующее развитие математики. Его чрезвычайно высоко ставили не только за отдельные открытия, а за его стиль работы такие деятели, как Чебышев, вся его школа вплоть до Крылова, который переводил его работы и посвятил ему ряд интересных исследований. Эти черты эйлеровской деятельности, которые я коротко отметил, остались присущими Чебышеву и его школе на более высоком уровне. [л.19]

Продолжая держаться темы приоритета русских ученых в разработке открытий, я ни об Остроградском, ни о Лобачевском говорить не буду. О неевклидовой геометрии вскользь говорить нечего. Скажу только, что и алгебра Лобачевского представляет очень большой интерес, в ней чрезвычайно много интересного. Первая глава посвящена анализу основных свойств операций над натуральными, рациональными числами, положительными и отрицательными. Это очень тонкий анализ. Лобачевский являлся одним из ученых, который рафинировал алгебру XIX в. наряду с другими учеными. В последней главе имеется интересный материал по другому специальному разделу высшей алгебры, в частности, интересный метод нахождения корней, который назывался раньше методом Греффе.

Я хотел остановиться на Остроградском по двум соображениям. Во-первых, это соображение отчасти юбилейного характера, потому, что в этом году исполняется полтора столетия с его рождения и 90 лет с его смерти, и, во-вторых, потому, что это был один из больших наших математиков, которому принадлежит чрезвычайно большое количество открытий, фигурирующих под чужими именами.

Остроградский был одним из блестящих представителей того направления в математической деятельности, которое в основном сосредоточено на задачах математической физики, аналитической механики и на проблемах анализа, с ними связанными.

Начал он с математической физики, первые работы были по вопросу о волнообразных колебаниях жидкости, по вопросу распространения тепла, и с ними оказались связанными первые чрезвычайно интересные математические результаты. В работе 1828 г. он привел известную формулу преобразования интеграла тройного [л.20] в интеграл двойной, которую можно найти во всех солидных курсах математического анализа. Формула эта вам, наверное, известна «формула».

Формула имеет чрезвычайно широкое приложение в интегральном исчислении и в векторном анализе и является одной из основных в гидродинамике. В гидродинамике она позволяет выразить поток, вытекающий из данного объема, по состоянию производительности источника, а в правой части ту же величину позволяет выразить через скорость частиц жидкости в момент их прохождения через ограничивающие объем оболочки.

Через несколько лет в работе уже по вариационному исчислению в 1834 г. Остроградский обобщил полученные результаты на n-кратный интеграл, выразив его через интегралы по границе. Эта формула долгое время фигурировала под множеством различных имен, то как формула Гаусса, то Грина, то Стокса, иногда как формула Кронекера. Между тем, это формула Остроградского, и пора внести [ее] под правильное наименование.

Это был один пункт, в котором открытие Остроградского осталось на долгое время как-то в стороне от внимания авторов руководств, хотя эта работа была напечатана в Известиях нашей Академии на французском языке и могла быть хорошо известна везде, и была многим известна, во всяком случае, тем, кто следил за научной литературой.

В области вариационного исчисления Остроградскому принадлежат результаты первостепенной важности. Я говорил, что еще Эйлер остановился перед задачей отыскания экстремумов в задачах, приводящих к кратным интегралам. Впоследствии, в начале XIX в., [л.21] вопрос о вариациях кратных интегралов стоял в центре внимания многих математиков. Остроградский в своих мемуарах в 1834 г. дал достаточно полное решение проблемы, и опять-таки эта работа была написана на французском языке и могла быть известна всем его знающим. Тем не менее, 6 лет спустя Парижский институт объявил конкурс на решение проблемы, которая была уже решена Остроградским, и французский математик Саррюс подал работу на этот конкурс, которая была отмечена премией. Опубликована она была в 1848 г., на 14 лет позднее Остроградского, и не содержала ничего принципиально нового.

Все товарищи, которые проходили теорию дифференциальных уравнений, конечно, встречались с формулой Лиувилля. Эта формула в теории дифференциальных уравнений имеет важное значение «формула». Эта формула действительно была найдена Лиувиллем в 1834 г. и в этом же году была опубликована. Но эта формула в этом же году была опубликована Остроградским. Так что в этом случае необходимо было бы именовать эту формулу, по крайней мере, по имени обоих авторов, поскольку открытие было сделано одновременно.

Тем не менее, даже в самых лучших книгах она называется именем Лиувилля. Она так называется даже в учебнике Степанова, и только в последней главе написано, что эта формула является одновременно формулой Остроградского.

Когда мы занимаемся кратными интегралами, двойными интегралами, то приходится производить преобразование переменных в двойном интеграле по известному способу «формула», где [л.22] «И» (так в стенограмме. – *Г.М.*) составное из частных производных.

Но надо сказать, что вопрос о сумме переменных в кратных интегралах занимал ученых еще в XVII в., правда, недостаточно успешно, но сама запись, правда без буквы «И», была надлежащим образом выведена впервые Остроградским. Кстати, он предложил широко распространенный способ, основанный на чисто геометрическом рассмотрении, когда координаты x, y преобразованы в координаты u, v, рассмотрении искажений, которые получаются в новой координатной сетке. Работа Якоби вышла на 5 лет позднее.

Следовательно, получается впечатление нелепого невнимания со стороны западных ученых к работам, опубликованным на вполне доступном им языке, и не менее нелепое невнимание авторов наших руководств на русском языке, которые проходили мимо открытий великих наших математиков.

Среди этого длинного списка, который можно было бы далеко продолжить, обращает на себя внимание и так называемая формула Остроградского–Эрмита для интегрирования рациональных дробей. Этот прием нам известен для нахождения алгебраической части, нахождения дробей без непосредственного интегрирования, где имеется общий наибольший делитель знаменателя и его производной. Этот прием был предложен Остроградским в конце 30-х – в начале 40-х гг., в связи с изучением интегралов алгебраической функции. Но Эрмит получил это на несколько десятков лет позднее. Это формула Остроградского.

Я потому специально остановил внимание на Остроградском, что это может быть особенно разительный пример того, что [л.23] открытия большого значения и бесспорно принадлежащие ученым нашей страны, до самого последнего времени продолжают фигурировать в книгах под чужими именами, или им пристегиваются чужие имена. Никто не обвиняет Эрмита в плагиате, он был серьезный большой ученый, но не нужно ему присваивать того, что было найдено им позднее других ученых. Я далеко не уверен, что во французских учебниках эта формула называется хотя бы формулой Эрмита-Остроградского, везде чистый Эрмит.

Можно сказать, что Остроградскому особенно в этом смысле не повезло, но на самом деле это неверно, ибо в этом смысле не везло очень многим.

У меня остается мало времени, которое мне хотелось бы отвести на следующее. Я хочу сказать, что мы очень мало знаем о нашем математическом прошлом. Есть издание, касающееся истории математических исследований, выпуск третий, который вышел недавно. Там имеются две статьи – одна[7] профессора Зубова, посвященная русским математикам XV века, другая[8] – Маркушевича, посвященная математикам XIX в. Это очень отдаленные эпохи, разные темы, но обе статьи возбуждают одни и те же мысли.

До недавнего времени все полагали, что русские математики допетровского времени занимались исключительно решением торговых, коммерческого типа, арифметических задач или землемерных задач, пользуясь тремя правилами, теоремой Пифагора и так далее, что никакого теоретического исследования, обобщения более глубоких вопросов не возникало среди русских ученых допетровского времени.

Проф. Зубов прочитал одну рукопись XV в., а таких рукописей существует много, которые посвящены не одним вопросам чисто [л.24] практической арифметики, где не излагаются только одни правила, как надо решать задачи типа «5 аршин ситца стоят 10 рублей, сколько стоят 3 аршина?».

В этой рукописи разбирается вопрос о строении непрерывного, можно ли континуум составить из подобных элементов, разбираются разные редукционные связи с понятием бесконечных и бесконечно малых, которые волновали людей еще со времен Зенона и продолжают волновать математиков в наше время, только на более высоком уровне. Это проливает новый свет на круг вопросов, интересовавших русских людей 500 лет тому назад. Надо надеяться, что новые исследования приведут к новым открытиям в этой области.

Статья Маркушевича посвящена одному из профессоров из окружения Чебышева – Сохоцкому (1842–1927). Тематика Чебышева хорошо была всем известна, и если вопросы теории приближения функций, теория вероятностей, теория чисел его чрезвычайно занимали, то, скажем, проблемы теории функций комплексного переменного стояли в стороне от внимания Чебышева, эта область математики была чуждой для него, он ей не занимался и не пропагандировал.

Это относилось и к его прямым ученикам. Складывалось впечатление, что вопросы теории функций комплексного переменного, если исключить академика Сонина, который занимался этим больше побочно и попутно, вообще никого не интересовали. Оказалось, что докторская диссертация Сохоцкого была посвящена функциям комплексного переменного, и в ней содержались интересные результаты, правда, изложенные не с такой строгостью и терминологией, как теперь. Среди этих результатов имеется теория Вейерштрасса о производной функции в окрестности ее особенности. Работа Сохоцкого была опубликована в 1868 г., а результаты Вейерштрасса стали известны примерно лет на 10 позднее.

[л.25] Вот второй пример того, что уже в XIX в. далеко не блестяще обстоит дело в отношении приоритета наших ученых. Работа ведется, и находятся новые интересные открытия. Работа ведется рядом лиц, и все же она недостаточна. Я бы хотел просить товарищей, которые хоть сколько-нибудь интересуются вопросами истории математики, ибо то, что вопрос приоритета наших ученых всех интересует, это для меня очевидно, если можно, уделить некоторое место в своей повседневной работе хотя бы рассмотрению отечественных ученых в той области, которой они непосредственно занимаются. Так поступил и Маркушевич, который специально занимался изучением теории функции. Он стал читать старых авторов по своей специальности.

Я думаю, что нам предстоит еще в скором времени многое узнать о первенстве русских и отечественных ученых в ряде важных математических открытий. А то, что я рассказал – это только некоторая иллюстрация, которая должна содействовать тому, чтобы создалось правильное представление о том или ином крупном математике, если мы найдем у него результаты большого значения, незаслуженно присваиваемые другими учеными, часто забытые, иногда совершенно неправильно оцененные или неправильно оценивавшиеся до недавнего времени, как было с Эйлером.

Позвольте на этом закончить.

ВОПРОС. В задачах указываются цены на определенные виды продуктов. Не было ли сделано попыток установить движение цен?

А.П.ЮШКЕВИЧ. Этот вопрос неизвестен. Я один раз обратился с этим вопросом в Институт истории, но они этим вопросом не интересовались.

ПРЕДСЕДАТЕЛЬ. Я думаю, что выражу единое мнение всех присутствующих, что мы все очень благодарны профессору Юшкевичу за его интересную, содержательную и яркую лекцию.

Примечания

[1] Список опубликованных работ А.П. Юшкевича, рецензий на его книги и литературы о нем. (Составители *Т.А.Токарева* и *А.И.Володарский*) // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып.11(46). М.: Янус-К, 2006. С.104–129.

[2] Подробнее о жизни и деятельности А.Г.Майера и подробности «обсуждения идеологических ошибок профессора А.Г.Майера в курсе истории математики» можно прочитать в моей статье: Нижегородский математик Артемий Григорьевич Майер и его курс истории математики // Очерки истории российской математики. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2015. С.210–294.

[3] Аргументы в пользу этой гипотезы изложены в другой моей статье: Неизвестная лекция А.П.Юшкевича // Вопросы истории естествознания и техники. 2018. Т.38. №1. С.119–128.

[4] Имеется в виду П.Люккей (Paul Luckey) (1884–1949) и его статья: «Die Ausziehung des *n*-ten Wurzel und der binomishe Lehrsatz in der islamishen Mathematik» // Mathematishe Annalen. 1948. Bd 120. 2. Heft. S.217–274.

[5] Der Lehrbrief über den Kreisumfang (ar-Risala al-muhitiya) von ĞAMŠĪD B. MAS’ŪD AL-KŪŠĀ / Übersetzt und Erläutern von *P.Luckey* // Abhandlungen der Deutschen Arademie der Wissenschaften zu Berlin. Klasse für Mathematik und allgemeine Naturwissenschaften. 1950. Nr.6. S.227–265.

Так в стенограмме – сами формулы не приводятся, а заменены словом «формула».

[6] *Маркушевич А.И.* Теория аналитических функций. Л.–М.: ОГИЗ, 1950. 703 с.; см. также стр.29 в книге: *Маркушевич А.И.* Очерки по истории теории аналитических функций. М.–Л.: ГИТТЛ, 1951. 127 с.

[7] *Зубов В.П.* Вопрос о «неделимых» и бесконечном в древнерусском литературном памятнике XV века // Историко-математические исследования. Вып.III. М.–Л.: ГИТТЛ, 1950. С.407–430.

[8] *Маркушевич А.И.* Вклад Ю.В.Сохоцкого в общую теорию аналитических функций // Историко-математические исследования / Вып.III. М.–Л.: ГИТТЛ, 1950. С.399–406.

МАТЕМАТИКА В РОССИИ И СССР

ГАБРИЭЛЬ ЛАМЕ В РОССИИ ИЛИ ОДИН ИЗ ЛИКОВ ЯНУСА[1]

Д.Ю.Гузевич, И.Д.Гузевич

Статья эта посвящена Габриэлю Ламе, однако говорить мы с неизбежностью будем о некоем двуликом Янусе по имени «Ламе--и-Клапейрон». Дело в том, что в историю российской инженерии эти люди так и вошли тандемом. Их разделение оказывалось сложным даже для их сослуживцев. Для доказательства приведем пассаж Матвея Волкова, начавшего преподавать в Институте Корпуса инженеров путей сообщения (далее: ИКИПС) с 1821 г., – то есть почти одновременно с Ламе и Клапейроном. 2 февраля 1846 г. М.С.Волков, находившийся в Париже, написал: «Клапейрон говорит, что он *один* открыл Волховскую гидравлическую известь. Началось тем, что он нашел, в Шлиссельбурге, кусок Волховского известняка. Испытав его свойства, он поехал искать его месторождение. Ездил три недели по Ладожскому озеру, где видел только граниты. Наездившись до усталости, возвратился в Ладогу. Потом поискал еще по руслам различных речек в окрестностях Ладоги, и опять не нашел ничего. Тогда только вздумалось ему, наконец, съездить на Волховские пороги. Как только подъехал он к ним, так и увидел отыскиваемый камень. “Какая была радость! – гово-

1) Нам оказывали помощь в получении материалов B.Belhost, A.Evstratov, I.Grattan-Guinness, F.Gibert, M.N.Maisonneuve, Ph.Régnier, R.Tazzioli, M.C.Thooris, В.Е.Павлов. Письмо Ламе в приложении и отдельные цитаты в тексте переводили Т.В. и М.Д.Гузевичи. Приносим им всем нашу искреннюю благодарность. Настоящее эссе было подготовлено по материалам двух наших выступлений на международном коллоквиуме, посвященном Ламе, который был организован Центром им. Франсуа Виета и проходил в Нанте 15–17 января 2009 г. (см. [40]). В сокращенном виде и без списка работ Ламе статья вышла во французском варианте [60], тезисы – [58; 67].

рит он. – Известно ли это у вас?” – Мы приписываем открытие Ламѐ и Клапейрону, потому что эти два имени, всегда неразлучны в преданиях Корпуса путей сообщения, подобно именам Кастора и Поллукса, Ореста и Пилада и т.д. – “Нет, я *один* открыл”»[2].

Даже проживали друзья в Петербурге по одному адресу: на Невском пр., в доме Румянцева, бл. Аничкова моста[3]. Да и писали большую часть своих работ совместно, хорошо дополняя друг друга. Редко кто выдерживает подобное многолетнее сотрудничество, ибо оно требует предельно корректного отношения к идеям и работам партнера. Ламе и Клапейрону это удалось в полной мере, о чем говорят записки Ламе о трудах своего друга, когда тот представлял свою кандидатуру в Академию наук [84].

Эту неразделимость их работ, с одной стороны, и различия в большем внимании к инженерной деятельности у одного, и к теории – у другого, подтверждает и сам Ламе в надгробном слове Клапейрону (ум. 28.1.1864): «После двадцати лет казавшегося нерасторжимым братского сосуществования и сотрудничества, мы все-таки разделились: ты, чтобы посвятить себя прикладной науке; я, чтобы заниматься ее теорией. Но вот уже пять лет, как ты присоединился ко мне в большой семье ученых, наследуя твоему знаменитому учителю Коши»[4]. Сам Ламе тяжело болел, не мог присутствовать на церемонии погребения и послал лишь текст прощания («*Adieu...*»), который зачитал, по-видимому, горный инженер Комб (Combes) [42, с.6]. Последний же, в качестве Генерального инспектора шахт в надгробном слове уже самому Ламе (3.5.1870), говорил: «Память о нем, неотделимая от памяти о Клапейроне, останется в почитании среди горных инженеров» [21, с.8; 22, с.280].

Разделение интересов Ламе и Клапейрона шло постепенно, и в годы их совместной работы во Франции они уже были значительно более самостоятельны, чем в предыдущее десятилетие в России. А вот их творчество в России – это не просто сотрудничество. Это – симбиоз, при котором скорее вызывают удивление редкие работы, выполненные ими независимо друг от друга, что каждый раз приходится оговаривать и подчеркивать.

---

2) [141, с.286–287]. При цитировании мы сохранили не совсем обычную пунктуацию подлинника. Это не единственное свидетельство очевидца, подтверждающее, что в российских мемуарах мотив их дружбы проходит просто рефреном. Например, А.И.Дельвиг: «Клапейрон и Ламе были дружны между собой, они написали вместе много научных статей» ([4, с.129], цит. по [264, с.129]). Орестом и Пиладом Санкт-Петербурга их называла жена Ламе [74, с.23].

3) [182, с.47; 251]. Чертеж их дома дан Ламе в письме от 8/20.12.1823 к его матери [L38].

4) [79]. Ламе был избран в Академию наук Института Франции в Секцию геометрии (membre de la Séction de géométrie) на место умершего Лежандра (Legendre) 6 марта 1843 г., а Клапейрон – на место Коши, в Секцию механики (membre de la Séction de mécanique) 22 марта 1858 [72, с.188, 324–325; 90–1, с.411].

ЧАСТЬ I. ПУТЬ В РОССИЮ

Приглашение на службу

17/29 декабря 1819 г. из С.-Петербурга в Париж выехал полковник КИПС, профессор Института КИПС П.Д.Базен. Вернулся он весной 1820 г. Реальные причины поездки Базена были личными, однако формально он выехал «для приискания профессоров в Институт Инженеров» по поручению Главного директора путей сообщения Бетанкура, а также имел депешу для российского посла во Франции[5]. Естественно, что искать профессоров предполагалось среди парижских политехников.

Чтобы лучше представлять проблемы, которые вставали перед перед Базеном при выполнении этого поручения, надо вспомнить, что в апреле 1810 г. он покидал Францию как молодой новоиспеченный инженер мостов и дорог, а в январе 1820 г. возвращался в нее полковником, без пяти минут генералом, профессором, чл.-корреспондент Петербургской Академии наук. Вот только покидал он Францию Наполеона, а через 10 лет возвращался во Францию Бурбонов, которую уже знал мало и в которой были потеряны многие связи. Даже бессменный Генеральный директор мостов и дорог, граф Моле (le comte Molé), получивший свой пост при Наполеоне (1809) и сумевший сохранить его при Реставрации, в декабре 1818 г. покинул министерское кресло (он к этому времени стал Министром флота и колоний), оставшись лишь членом Палаты пэров (Chambre des paires). Именно у него в 1817 г. Базен запрашивал разрешения на свой брак [182, с.183–184], хотя по официальной версии вроде бы не числился на французской службе.

Но, с одной стороны, продолжала действовать политехническая сеть, которой Базен воспользовался в полную мощь и позднее тайно восстановил на французской службе и себя, и трех приехавших в Россию вместе с ним политехников: А.Фабра, М.Дестрема и Ш.Потье [182, с.183–184]. Думаем, что именно по этой сети он «вышел» на политехников Ламе (X1814) и Клапейрона (X1816)[6], ибо они принадлежали не к Корпусу мостов и дорог, как вся эта четверка, но к Горному корпусу. А, значит, скорее всего, «сработала» политехническая сеть, а не корпусные.

Однако, мало найти тех, кто тебе подходит, а среди них тех, кто готов поехать в далекую Россию. Надо, чтобы администрация

---

5) [162; 182, с.32, 201; 236, л.15]. Встречающееся иногда утверждение, что ему было поручено найти именно двух профессоров, не имеет под собой оснований, ибо он пригласил не менее трех: был еще Рокур, который просто приехал на год позднее [137].

6) Документы о их обучении в Политехнической школе см. [2; 3; 14; 120, с.484, 1217]. В матрикулах встречаем и описание внешности Ламе: «Волосы и брови карие, лоб открытый, длинный нос, карие глаза, большой рот, квадратный подбородок, лицо овальное, рост 1 м 76 см» [3, f.123].

дала на это добро и не поставила отъезжающих в невыгодное положение по отношению к остающимся.

И здесь на помощь, по логике, должен был придти еще одно знакомство, которое завязалось у Базена в России – с герцогом Ришелье (le duc de Richelieu). Полтора года, с сентября 1810 по март 1812 г. Базен работал под его непосредственным начальством на юге страны. Ришелье тогда был херсонским и одесским военным губернатором – фактическим правителем юга России – Новороссии [182, с.21–23, 200–201]. К тому же он до самой своей смерти в мае 1822 г. продолжал состоять в личной переписке с Александром I, и это, по всему, должен был быть именно тот человек, на благожелательную помощь которого Базен мог расчитывать. Но когда российский посланец в январе 1820 г. прибыл в Париж, Ришелье был в отставке и как администратор ему помочь явно не мог. Однако 20 февраля 1820 г. он во второй раз был назначен председателем Совета министров (président du Conseil des ministres) и находился в этой должности в течении всего года, а, значит, события, связанные с приглашением и отправкой в Россию двух французов пришлись на месяцы, когда он руководил Кабинетом.

И вот, в литературе встречаем упоминания, что для приглашения Ламе и Клапейрона Базен, действительно, воспользовался помощью Ришелье. Лефебюр де Фурси (E.Lefébure de Fourcy), Генеральный инспектор шахт: Ламе «<...> поступил, вместе с Клапейроном, на службу в Россию, в виде командировки и экстраординарного отпуска от министерства герцога Ришелье» [88, с.272]. Текст дословно повторяет биографическую справку под портретом Ламе, опубликованным в 1865 [99], к которой, скорее всего, и восходит. А вот М.Брадли цитирует письмо Ламе и Клапейрона к Беке (Becquey), Генеральному директору мостов, дорог и шахт, от 23 августа 1820 г., где они писали о приглашении Базена: «Г-н Базен писал по этому поводу Е<го> С<ветлости>, г-ну Председателю совета министров, герцогу де Ришелье» [23, с.295].

Любопытный штрих дает письмо родителей Ламе и Клапейрона от 21 октября 1820 г. к тому же Беке, с просьбой выдать их сыновьям обещанные аспирантские дипломы [26, n°75, 21.10.1820]. Из него следует, что в России от них таковые дипломы требовали (не в этом ли причина задержки в присвоении им майорских чинов?), и что Базен специально писал об этом опять-таки Ришелье.

Ну, что ж. Это несколько независимых подтверждений нашей гипотезы, тем более, что молодые инженеры, уехавшие в Россию, продолжали и дальше продвигаться в чинах в Корпусе горных инженеров Франции. Пример Базена, числившегося сразу на двух службах (вначале – официально, затем – негласно) был использован в качестве прецендента[7]. Так, 8 мая 1822 г. Ламе и Клапейрон во Франции получили звание инженеров второго класса[8].

Наша реконструкция событий по всему комплексу имеющихся документов:

Базен «вышел» на Ламе и Клапейрона в конце января или в феврале 1820 г., предложив им место в Петербурге и блестящие условия службы, а в конце февраля или в марте запросил содействия Ришелье. Ламе не позже конца февраля[9] обратился к Беке, описав предложенные условия. Тот сразу дал согласие на бессрочный отпуск и обещал получить на это разрешение короля. Учитывая, что Беке являлся иерархическим шефом Базена по Корпусу мостов и дорог, думаем, что между ними было предварительное согласие. Вернувшись весной в Россию, Базен через Бетанкура изложил предложенные условия (ранее, по всей видимости, согласовывавшиеся только с самим Бетанкуром) императору. Тот дал свое согласие, о чем Базен тут же написал Ламе[10]. Получив его письмо, Ламе 2 июня 1820 г. вновь обратился с письмом к Беке, где, изложив новую информацию, запросил право двойной службы, ссылаясь на случай Базена. И, получив на все согласие (возможно, помощь Ришелье была нужна именно на этом этапе), молодые люди отбыли в Россию, выехав 5 июля 1820 г. из Парижа на Любек; далее путешествовали морем до Мемеля, затем опять посуху до Петербурга. Однако российская служба была им защитана уже с 1 июля 1820 г.[11] Но сам факт сохранения французской службы обязывает, и теперь уже им не просто дали бессрочный отпуск, но и нагрузили разведывательными функциями: Ламе и Клапейрон должны были сообщать во Францию о технических новинках в России [26, n°71, 19.5.1821; 27; 66]. И они старательно выполняли поручение, особенно в первые годы, играя роль инженер-

7) Ламе специально просил об этом в письме от 2 июня 1820 г., адресованном, судя по всему, Беке [27, n°3-2.6.1820]. Но чтобы он об этом мог просить, ему эту мысль, как и информацию о собственной ситуации, должен был дать лично Базен.

8) Le grade d'ingénieur de 2^{e} classe. Старшинство с 1 мая 1822 г. [26, n°49-15.5.1822; 27, n°7-15.5.1822; 88, с.272].

9) «A l'hiver dernier» = «прошлой зимой», как он указал в июне [27, n°3, 2.6.1820].

10) Ламе: «Я только что получил письмо г-на Базена, в котором он мне пишет, что все предложения, которые он нам сделал, были представлены императору Александру, который их изволил одобрить» [27, n°3-2.6.1820].

11) Разрешение короля от 23 июня 1820 г. Окончательно все формальности были завершены 15 июля, когда их обоих уже не было во Франции. Любопытно, что перед отъездом, в течение июня 1820 г., Ламе и Клапейрону дали возможность посетить различные горные предприятия во Франции [26, n°1, 51; 74, с.24].

но-технических резидентов Горного корпуса Франции. Комб (Combes): находясь в России, Ламе продолжал поддерживать самую тесную связь «с большинством членов Горного корпуса, особенно с г. Байе, профессором по курсу эксплуатации шахт. Ламе писал в 1824 г. этому замечательному человеку, его и моему высокочтимому учителю: «воспоминание об уроках, на которых вы привили мне вкус к практической механике, заставляет меня надеяться, что то, что я беру на себя смелость Вам здесь написать, будет Вам не безинтересно»» [21, с.6; 22, с.277]. Именно через Байе (Baillet) Ламе посылал статьи, и они публиковались в *Annales des mines* [L1–L5; L7; L10]. Также поддерживалась связь с Академией наук Института Франции, куда он посылал свои работы [21, с.7; L2; L15; L16; L18; L48].

В конечном счете, на предложение Базена друзья согласились достаточно легко, ибо ситуация во Франции для карьеры инженера продолжала оставаться непростой. Еще за несколько лет до этого Ламе собирался ехать в Бразилию и даже начал изучать португальский язык [19, с.240; 20, с.6]. Петербург был много ближе, а условия приема – просто идеальными.

На российскую службу молодые инженеры были зачислены 1/13 июля 1820 г., еще даже не закончив Горной школы (École des mines) и будучи лишь инженерными учениками Горного корпуса[12]. Следующее в иерархии звание аспирантов (aspirant) они получили лишь 20 ноября 1820 г., что задержало их производство в России. Ну, а вечно находившийся в разъездах император подписал указ об их определении в КИПС лишь 29.6/11.7.1821[13]. Это путает авторов, считающих, что в Россию они с Клапейроном прибыли лишь в 1821 г. [88, с.272]. В действительности, они к этому времени уже почти год находились в России, и с 7/19 сентября 1820 г., получив звания майоров КИПС и профессоров математики Института КИПС (хотя еще и не утвержденные высшей властью), а также принеся присягу на верность службе,[14] приступили в отправлению своих должностей. Именно с этой даты, согласно указу императора, и считалось их старшинство в майорском чине, а также начислялось соответствующее жалованье[15].

12) Éléves ingénieurs des mines. Ламе поступил в Горную школу 11.12.1817, Клапейрон – 15.11.1818 [47].

13) [26, n°50-23.10.1820, n°74; 88, с.271–272; 158, л.2–3; 182, с.32; 230-1, с.233; 243; 244].

14) Что не мешало им через несколько месяцев, при получении аспирантского чина во Франции, присягать королю [26, n°50–23.10.1820].

15) [147, с.42]. В [264, с.126] дан факсимильный оттиск указа Александра I от 29 июня 1821 г.

Условия службы и карьера

Однако вернемся к началу их пребывания. Как уже говорилось, условия их приема на российскую службу были идеальные: по 2 тыс. рублей в год жалованья и по 1 тыс. столовых денег, а также еще по 3 тыс. сверхштатного жалованья из кассы Главного управления путей сообщения. И, хотя выплату этого дополнительного пенсиона им задержали на 27 месяцев, но зато в компенсацию дали каждому дополнительно по 2 тыс. руб.[16]. Таким образом, их доходы были в два с лишним раза выше, чем у их российских коллег. Указом же от 2/14 августа 1825 г. им вместо 3 000 руб. стали доплачивать по 6 000 руб. из казначейства, что с жалованьем по чину в 3 000 руб. и столовыми в 1 200 руб. составляло 10 200 руб. в год [147, с.60] – сумма по тем временам очень большая. Позднее, с получением полковничьих чинов, повысилось и жалованье.

Они сразу получили звания майоров элитного корпуса, то есть оказались в ранге штаб-офицеров. Их награждали и продвигали в чинах. Так, в 15/27 июня 1823 г. они оба были награждены орденами св. Владимира 4 ст. 16/28 июля Клапейрон, а 1/13 августа 1824 г. Ламе становятся кавалерами ордена св.Анны 2 ст. (Клапейрон также награждается подарком), а 1/13 июня 1827 г. им обоим жалуют алмазные знаки к этому ордену. 26.7/7.8.1828 Ламе награждается бриллиантовым перстнем, Клапейрон – золотой табакеркой с бриллиантами, а 2/14 июля 1829 г. каждый – дополнительным годовым жалованьем по чину. 3/15 февраля 1827 г Николай I изъявляет монаршее благоволение Клапейрону, а 26.6/8.7.1830 – уже им обоим. С 1824 г. они присутствуют в Совете и в Конференции ИКИПС (структурах, управлявших институтом). 28.8/9.9.1825 они оба производятся в подполковники, а 6/18 декабря 1829 г. – в полковники. Очевидно, что генеральские чины не за горами. В первой половине 1820-х гг. оба становятся действительными членами Императорского С.-Петербургского минералогического общества; 16/28 декабря 1829 г. Ламе и 8/20 декабря 1830 г. Клапейрон[17] избираются член-корреспондентами Петер-

16) [147, с.42; 162]. С этой компенсацией в 1827 г. возникла анекдотичная ситуация, когда другой политехник, полковник Ганри, который что-то слышал о ней, решил, что она выплачивается едва ли не каждому французу через 2 года после начала службы «на обмундирование и обзаведение» [162].

17) В рукописи В.В.Данилевского «Технические науки в АН СССР: 1725–1945» имеется следующий пассаж: «Популярность Соболевского была столь велика, что при баллотировании его в чл.-корреспонденты одновременно с иностранными учеными, голоса распределились так: Соболевский – 16 голосов, Клапейрон – 14, Либих – 8» [259, л.49]. Они все были избраны 8/20.12.1830: Б.Клапейрон и П.Г.Соболевский – чл.-корреспондентами; И.Ю.Либих – иностранным членом [131, с.119, 316].

бургской академии наук[18]. В июне 1830 г. их кандидатуры представляются в Академию наук Института Франции[19].

К этим вопросам мы вернемся еще раз, когда будем говорить об их скоропалительной отставке.

ЧАСТЬ II. РАБОТЫ ЛАМЕ В РОССИИ

В целом о российском периоде жизни Ламе и Клапейрона рассказывается в довольно большом количестве работ – от отдельных статей до монографий[20], не говоря о множестве текстов (особенно энциклопедических), где об этих событиях говорится кратко или они просто упоминаются[21].

Основные работы Ламе за этот период анализировали многие авторы: С.А.Бернштейн, М.М.Воронина, Ю.М.Гайдук, А.М.Годыцкий-Цвирко, И.А.Наумов, С.П.Тимошенко, D.Bénard, F.Foce, O.I.Franksen, I.Grattan-Guinness, R.Locqueneux, R.Tazzioli[22], не считая анализа, который дважды делал сам их автор в 1839 и 1843 гг., представляя свою кандидатуру в Академию наук [80; 83]. И здесь вряд ли можно сказать что-либо принципиально новое, а повторять уже сказанное не имеет смысла. Мы видим нашу задачу в другом.

Во-первых, мы попытались составить полную библиографию трудов Ламе за российский период: библиографию, в которой были бы учтены все переиздания и максимальное число рецензий,

---

18) [74, с.35, 62; 131; 147, с.60; 153, с.357; 158, л.5–6; 172; 173, с.31, 33; 212, с.76, 88; 229, 4.7.30, n°76; 230–1, с.314; 230–2, с.39–41, 43, 116, 209–210, 238–240; 243; 244; 250, с.89; 260; 261, с.LXXI; L17]. Любопытно, что составители [250], где приведены списки из 164-х чел. якобы всех французских ученых, избранных до 1967 г. в Петербургскую академию наук / АН СССР и из 46-ти – российских/советских, избранных в Парижскую академию наук [250, с.22–30, 89–93], о Клапейроне забыли напрочь: его имя не упоминается в книге вообще. Впрочем, он не единственный. Мы насчитали еще как минимум 5 «забытых» французских ученых (указаны номера по списку, где они должны были бы находиться): 1a) Делиль де ла Круайер (экстраорд. проф. с нач. 1727); 40a) Базен П.Д. (чл.-корр. 10.9.1817; поч.чл. 19.12.1827); 47a) Гаюи Ю.В. (чл.-корр. 17.12.1828); 62a) Дестрем М.Г. (поч.чл. 3.12.1842); 76a) Вайян Ж.Б.Ф. (поч.чл. 22.12.1856). И столько же российских (в основном из Польши и Прибалтики): 7a) Poszobut (отец Martin Odlanicki, корр. Лаланда, 19.8.1778, чл.-корр. 28.11.1803); 9a) Франк И.П. (чл.-корр. 19.12.1814); 9b) Seebeck T.J. (чл.-корр. 1825); 10a) Демидов А.Н. (чл.-корр. 9.2.1946); 26a) Strasburger E. (чл.-корр. 1900) [72].

19) На заседании Академии наук Института Франции 14 июня 1830 г. происходили выборы член-корреспондента по секции Геометрии на вакантное место, освободившееся после смерти И.Е.Пфаффа (Pfaff, 1765–1825). Было представлено 7 кандидатов, в т.ч. «Lamé, Clapeyron, Ingénieurs a Pétersbourg». Их представление явно было связано с пребыванием Ламе в Париже и выступлением в Академии в мае 1830 г. (см. [L15]). На сеансе 21 июня было объявлено, что победил Ж.Д.Жергонн (Gergonne), получивший 33 голоса из 37 голосовавших [72, с.265, 414; 109, с.458–460].

20) [23; 44; 45; 124; 147; 151–153; 193; 264].

21) Например, [39; 63; 85; 90; 115; 135–137; 182; 203; 205; 211; 212; 218; 222; 224; 225; 254] и мн. др.

22) [18; 55; 57; 91; 92; 124; 125; 134; 147; 148; 150–153; 176; 260].

отзывов, академических рапортов, касающихся его работ. Во-вторых, мы постарались выявить те, написанные уже после возвращения во Францию работы, которые были начаты в России, или в которых был использован материал, собранный за период российской службы. Почти все печатные работы самого Ламе описаны исключительно *de visu*. В тех редких случаях, когда по техническим причинам нам не удавалось подержать в руках какой-либо сопутствующий текст, отдельный оттиск, литографированный курс или рукопись, но мы знали о их наличии, после их описания обязательно стоит «N.V.». Из 166 позиций в списке работ Ламе и сопутствующих публикаций таковых всего 20, причем 6 из них – известные нам лишь по именованиям литографированные курсы, экземпляры которых на сегодняшний день обнаружить не удалось, и 4 рукописи, местонахождение 3-х из них либо неизвестно, либо вызывает вопросы. В самом же тексте мы указываем на все выявленные труды, в которых анализируются те либо иные работы Ламе российского периода. Парадоксальным образом, это не сделано до сих пор, хотя неполные списки трудов существуют[23].

Для наглядности, мы сгруппировали и систематизировали труды Ламе по сюжетам, увязав с теми работами, которые Ламе и Клапейрону пришлось выполнять в России. Перед нами совершенно очевидный синтез всех существующих типов инженерной деятельности: практической, теоретической, экспериментальной, проектной, экспертной, педагогической, редакторской. В своем единстве этот комплекс также не рассматривался, в лучшем случае увязывались теоретичесие труды с инженерными работами, а преподавательская деятельность – с написанием пособий и учебников [147; 153].

И, наконец, постарались очертить ту профессиональную и социальную среду, в которой оказались эти молодые инженеры, и которая позволила им работать столь продуктивно. Впрочем, последнее исследование было нами выполнено уже много лет назад [180], и здесь мы лишь кратко излагаем его результаты, добавив то, что удалось найти нового.

Итак, по нашим подсчетам, за 11 лет российской службы Ламе написал не менее 50 трудов (не считая писем), часть из которых заканчивал уже во Франции, и опубликовал из них не менее 37-ми (в том числе 25 и 19 с Клапейроном, соответственно) и 13 остались в рукописях (из них 7 – с Клапейроном). Если же считать с переизданиями и переводами (в том числе позднейшими), то это – 65 публикаций, из которых с Клапейроном почти половина – 32, и в соавторстве с Базеном (P.D.Bazaine) – 1 книга в двух изданиях.

---

23) Один из наиболее полных списков его работ (где, впрочем, российский период не выделен) находится не в его биографиях, а в словаре Поггендорфа, первый том которого вышел еще при жизни самого Ламе [78].

13 печатных работ и 6 рукописей имеют в сумме не менее 59 сопутствующих опубликованных текстов (анонсов, рефератов, рецензий и отзывов с учетом их переизданий), не считая дошедших до нас еще двух рукописных. Столь большое число не только переизданий и переводов самих трудов, но и отзывов на них, причем как в России, так и (еще больше) во Франции, а также в Германии, говорят о значении и влиянии этих работ на научный и инженерный мир 1820–30-х гг.

В этой статистике мы не учитывали частных писем Ламе, написанных в России, или более поздних, связанных с Россией (в последнем случае не только личного, но и научного характера), – их стали публиковать с середины XIX в. Но это просто другой жанр, хотя те из них, которые на сегодня опубликованы, мы включили особой группой в конец списка публикаций [L38–L44].

Работы Ламе в России можно подразделить на 9 категорий, хотя они, как правило, все очень тесно связаны между собой, и потому это деление будет достаточно условным, а границы между ними размытыми. Тем более, что даже чисто инженерные или технические свои занятия Ламе фиксировал в текстах отчетов или статей.

1. Чисто проектные инженерные работы. К ним относятся, в первую очередь, проекты мостов. Это проекты висячих мостов ч/р. Москву и Яузу и чугунного моста ч/р. Яузу в Москве (1824–25), эскизный проект висячего моста ч/р. Мста в Яму Бронницах (1829–30), составленные им вместе с Клапейроном; самостоятельно составленный проект висячего моста ч/р. Луга в Ямбурге (1825); и, наконец, участие в проектировании висячего моста через Неву пролетом в 1022 фута (311,5 м)[24].

Традиционно считалось, что идея этого однопролетного моста (завершен в июле 1825 г.) принадлежит П.Д.Базену, который привлек к его разработке Г.Ламе, Б.Клапейрона и Е.Адама (последнего – как блестящего рисовальщика). Отчасти это мнение восходит к служебному рапорту самих Ламе и Клапейрона от 16/28 марта 1825 г.[25], где они роль Базена (скорее всего, из иерархических соображений) делают главенствующей, отчасти, к заголовку проекта в Атласе Майера: «<...> сочиненный генерал-майором Базеном при содействии майоров Ламе и Клапейрона», впрочем, как и к названию самого проекта[26]. Именно так и мы описали это событие в монографии о Базене [182, с.104]. Но вни-

24) [L5; L49; L50; L54]. О них см. [74, с.32; 147, с.72–73, 80–86; 148, л.91, 94; 150, л.35; 219].

25) Даты в России даны по старому стилю или дробью; во Франции – по григорианскому календарю.

26) [147, с.72; 238, л.51–51об.; L5–Ib, Ic].

мательное изучение достаточно редкой и тогда нам еще недоступной брошюры Ламе – его *Notice autobiographique* 1839 г. [83] (значительно более известна его аналогичная брошюра 1843 г. [80]), – привело к заключению, что инициатива проекта принадлежит самим Ламе и Клапейрону, которые привлекли к нему Базена. Так, рассказывая о проблемах, которые необходимо решить, чтобы перекрыть Неву мостом, Ламе пишет: «Мы подумали, г-н Клапейрон и я, что все эти трудности можно преодолеть с помощью постройки однопролетного цепного висячего моста, и мы изучили детали этой конструкции. Генерал Базен пожелал присоединиться к нам, чтобы придать нашей работе авторитет своего опыта и положения. Этот проект был представлен и обсужден, но различные политические обстоятельства[27] прервали это предприятие» [83, с.12]. Впрочем, Базен, отвечавший за благоустройство Петербурга, не оставлял эту идею, и в 1827 г. предложил новый, улучшенный вариант проекта[28].

2. Экспериментальные исследования, которые проводились в связи с инженерными работами в России. Они, в основном, относятся к тем дисциплинам, которые мы сейчас назвали бы «строительные материалы» и «сопротивление материалов».

Впервые в подобных экспериментах Ламе участвовал в 1821–22 гг., когда другой политехник и профессор ИКИПС, Антуан Рокур (в России известен как Рокур де Шарлевиль), привлек его с Клапейроном к исследованию нарвской извести в связи со строительством Нарвского моста [147, с.73].

Обратим внимание: как следует из трактата Рокура о растворах, они участвовали в этих обширных испытаниях российских известей, которые тот проводил в предоставленных Базеном в его распоряжение мастерских I округа путей сообщения, скорее добровольно, из дружбы к нему, чем по поручению начальства [116, с.[6], 96–97]. Другой вопрос, что при военной регламентации жизни в КИПС они должны были таковое поручение либо разрешение получить. Всего было проведено около 1,5 тыс. опытов, а для исследования ряда характеристик некоторые из опытов повторялись на 2 тыс. образцов [199]. Ламе также упоминает свое участие в этих экспериментах [83, с.13]. В ходе них были открыты свойства нарвской плиты. Однако научного описания этих работ ни Ламе, ни Клапейрон не оставили: за них это, вписав свое имя в историю вяжущих, сделал Рокур, специалист в данной области и верный последователь Л.Ж.Вика.

27) Смерть Александра I и последовавшие затем события.

28) [16, f.11; 54, с.170–171; 182, с.104–105; 240; L5–Ib, Ic]. Анализ [L5] см. [147, с.72–73, 85–86].

Полученный опыт и знания послужили базой для дальнейших поисков Клапейрона, увенчавшихся в 1823 г. открытием гидравлических свойств волховской извести, что позволило избавить Россию от тяжкого бремени импорта вяжущих[29]. Позднее, весной и летом 1827 г., оба инженера провели серию испытаний известняковых пород из местных месторождений в районе Виндавского водяного сообщения. Результаты испытаний легли в основу работ, проводившихся под руководством подполковника Рокассовского [198]. Тогда же они предложили заделывать гидравлической известью швы в гранитных одеждах и разработали соответствующую технологию [242].

Значительно более известно участие Ламе в работах по испытанию цепей висячих мостов, которые широко строились в России, начиная с 1823 г.

Когда было принято решение о их строительстве, по приказанию главноуправляющего путями сообщения герцога Вюртембергского на заводе Ч.Берда была построена цепепробная машина, получившая название сидерометра. Машина состояла из 12-дюймового гидравлического пресса с двойными насосами[30]. Учитывая, что автором проекта сидерометра был А.Бетанкур, а приказ о строительстве сидерометра и подготовке к строительству висячих мостов являлся одним из первых действий герцога, только что, осенью 1822 г. сменившего Бетанкура в качестве главы ведомства путей сообщения, можно с достаточным основанием утверждать, что общие идеи восходили к последнему, который просто не успел их осуществить в бытность свою в качестве главного директора путей сообщения.

Ламе как входил в комиссию, которая в декабре 1823 г. освидетельствовала сидерометр («цепепробную машину»), так и участвовал в дальнейших испытаниях цепей и анализе полученных результатов[31], чему посвятил отдельную статью[32]. Он также спроектировал и построил (1824) собственную испытательную машину горизонтального типа с гидравлическим насосом[33].

История других известных испытаний, проведенных Ламе в 1826 г. и изложенных в [L12], такова. Висячие мосты, которые строились и проектировались в России, были цепными. В то же время в Южной Франции и в Швейцарии уже появились прово-

29) [141, с.286–287; 147, с.73–74; 148, л.109]. Результаты своих исследований Клапейрон изложил в одном из своих информационных писем во Францию, и они были напечатаны [37].

30) [54, с.130–136; 147, с.71–72; 148, л.90; 238, л.58–66; и др.].

31) [124, с.329; 147, с.71–72; 148, л.90; 245].

32) [L7]. Анализ см. в [147, с.80–84; 148, л.94; 150, л.35–37].

33) Анализ см. в [260, с.140–141, 338].

лочные мосты. Инженеры чуствовали их перспективность, и первым преложил в 1824 г. исследовать вопрос глава Комиссии проектов и смет, Л.Карбоньер. В конце 1825 г. новый управляющий Комиссией, К.Потье, поручил двум ее членам, – Ламе и Клапейрону, – не только провести сравнительные испытания железных цепей и проволочных канатов, но и составить два проекта висячих мостов – проволочного и цепного, сравнив их экономичность. Фактически, перед нами ранние шаги в т.н. вариантном проектировании, сташем со временем нормой. В январе 1826 г. на это последовало положительное решение Совета путей сообщения и согласие герцога Вюртембергского. Ламе и Клапейрон приступили к работам, но в марте 1826 г. Клапейрон уехал в отпуск, и все работы далее Ламе проводил самостоятельно[34]. Их программа состояла из двух этапов: а) испытания русской и английской проволоки, для чего Ламе построил специальную машину; б) объединение тех проволок, которые окажутся наиболее прочными, в «связки» (пучки) и их испытания на сидерометре. Однако, несмотря на указание Совета путей сообщения, сидерометр так и не был перевезен с завода Ч.Берда в Кондукторскую школу. В результате второй этап программы выполнить не удалось, и, соответственно, не было составлено сравнительных проектов. Ламе пришел к выводу, что, во-первых, русская проволока (видимо, в силу своей большей однородности) прочнее английской, и, во-вторых, что связки проволок при той же прочности, весят вдвое меньше звеньев цепей. Однако соотношение цен на железо и на проволоку было таково, что при небольших пролетах цепные мосты в России оказывались экономичнее проволочных. А вот для больших пролетов, где начинает существенную роль играть вес самих цепей, ситуация должна была измениться. Доклад Ламе от 18/30 ноября 1826 г. попал в Комиссию проектов и смет, оттуда – в Совет путей сообщения, и по решению последнего от 13 сентября 1827 г. был направлен в Ученый комитет ЖПС для публикации в виде статьи. 14 октября 1827 г. для перевода и публикации в русской версии журнала ее направили редактору этой версии, Я.А.Севастьянову, а уже 16 декабря номер журнала с этой статьей был представлен на утверждение герцогу Вюртембергскому[35].

Результаты, полученные Ламе при испытании русского железа, вошли во французские руководства. Так, их использовал в своих работах Навье[36]. Именно в этих трудах, показавших упругие

34) В здании Кондукторской школы. [230–2, с.137; 241; 243, л.43].

35) [L12]. Подробности событий и рукопись отчета Ламе – в [241], а также в [247, л.186–187, 193–194]. Анализ см. в [65; 147, с.84–85; 148, л.96].

36) [95, с.34; 97, с.32]. См. также [147, с.83; 148, л.95; 260, с.104, 141].

свойства железа, впервые проявился интерес Ламе к задачам теории упругости [147, с.85; 148, л.95].

Особняком стоит работа по солеварению [L17] – описание анализа рассола из одного «строгановского» источника. Это редкий случай, когда в России два друга, служившие в Корпусе путей сообщения, действовали по своей основной специальности горных инженеров, что Ламе и оговорил в предисловии: «мы вместе с г-м Клапероном предприняли сей труд тем с большим удовольствием, что нам, по роду службы нашей в России, редко удавалось сделать приложение сведений наших к Доцимазии» [L17, с.94]. Химический количественный анализ минерального раствора («доцимазия») был выполнен по просьбе президента Императорского С.-Петербургского Минералогического общества графа А.Г.Строганова[37]. Образцы рассола Строганов привез из своего путешествия 1824 г. Помимо описания опытов и полученных результатов, в статье дается ряд советов по совершенствованию технологии выварки соли из этих источников (собственно то, чего хотел от Ламе получить Строганов). Статью Ламе писал сам и завершил не позже декабря 1829 г., ибо подписал ее еще как подполковник, а с 6/18 декабря 1829 г. он уже имел следующий чин. Но опубликована она была лишь в 1842 г., причем в русской версии. В работах, посвященных Ламе, она не упоминается. Не исключаем, то в фонде С.-Петербургского Минералогического общества (СПФ АРАН, ф.766) может находиться оригинальная рукопись этой статьи.

3. Описания и расчеты отдельных технических объектов, машин, приборов. Сюда можно отнести расчеты кабестана Бетанкура, использовавшегося про подъеме монолитных колонн Исаакиевского собора и Александринского столпа, зубчатых зацеплений; описание водородной лампы, усовершенствованной Бетанкуром. Каждому из этих вопросов была посвящена отдельная статья[38]. Сюда же относятся технические заключения на различные проекты, которые они с Клапейроном рецензировали по должности членов Комиссии проектов и смет. Например, по устройству телеграфов или по введению паровых машин [L46; L47].

4. Теоретические расчеты инженерных сооружений, строительных технологий и создание соответствующих расчетных теорий.

Известно не менее 4-х подобных ситуаций:

– Расчеты, связанные с «теорией наименьших расстояний», и попытки их упрощения путем использования чисто механических методов моделирования. В этой ситуации аналитические расчеты

37) Оба инженера являлись действительными членами этого общества [228; 261, с.LXXI].

38) [L3; L4; L10]. Об этих работах см. в [69, с.1217–1219; 147, с.88–89, 109–110; 148, л.99; 150, л.35, 59].

заменяются чисто графическим воспроизведением натянутых под различными грузами нитей, идущих от различных точек на карте. Теоретическое обоснование метода: близость задач статики, решаемых с помощью принципа виртуальных скоростей, и задач, относящихся к теории наименьших расстояний. Одна из таких задач – выбор местоположения завода по переработке руды, доставляемой из разных месторождений [L11]. Эта статья привлекла к себе внимание лет 20 назад и была даже переведена на английский язык [L11–I.c], ибо выяснилось, что она является одной из первых работ в области экономики территорий и оптимизации транспортных сетей, а Ламе и Клапейрон (отчасти, вместе с Базеном, автором [133]) стоят у истоков новой дисциплины, получившей свое развитие лишь в XX в.[39].

– К этой же области надо отнести небольшую работу Ламе *О разрешении по строению задач 3 и 4 степеней* [L8], где он указал способы графического решения ряда инженерных задач (в частности, при трассировании дорог), приводящих к уравнениям 3^{й} или 4^{й} степеней[40]. Ее, вместе с работой Базена [133], В.Ганри в 1828 г. приводил в своей синоптической таблице в качестве одной из обязательных работ по курсу построений [155].

– Работы по устойчивости сводов, вызванные необходимостью расчетов устойчивости купола и сводов Исаакиевского собора, в том числе на эксцентрические нагрузки. К анализу этих вопросов Ламе и Клапейрона летом-осенью 1821 г. привлек Базен, введенный в состав комиссии, которая должна была оценить справедливость замечаний Модюи на проект собора Монферрана.[41] Родившийся в результате этого мемуар *Об устойчивости сводов*[42], по всей видимости, явился первой работой молодых инженеров, которая сделала им европейское имя. Мемуар был представлен в Академию наук Института Франции 11 февраля 1822 г., и получил блестящий отзыв Прони и Дюпена (Dupin). В этой работе Ламе и Клапейрон нашли положение сечения излома и дали формулу для

39) Анализ см. [57; 69, с.1213–1214; 124, с.321; 147, с.91–93; 148, л.100–101; 153, с.347–348].

40) Анализ см. [69, с.1161–1162; 147, с.91–92; 148, л.99; 153, с.369].

41) Благодаря этому факту некоторые авторы утверждают, что Ламе и Клапейрон участвовали в строительстве собора, хотя все их участие свелось к экспертизе. Дальше всех пошел М. Черепашинский. Цитируем его пассаж о Клапейроне: «По случаю порученной ему перестройки Исаакиевского собора, он в 1823 г. написал теорию сводов, в которой вместе с Ламе <…>» [267]. В действительности, перестройка собора была поручена не Клапейрону, а Монферрану.

42) [L2]. Клапейрон о их работах по сводам: «В то время шло строительство церкви Св. Исаакия. Рассмотрение особого вопроса, поставленного этой большой работой, привело нас к изучению теории сводов и созданию Мемуара об их устойчивости» [36, с.1–2]. О переписке Ламе по этому сюжету см. также [74, с.31].

определения максимального значения распора для круговой арки постоянного поперечного сечения; показали, что введение вертикальных сечений вместо радиальных позволяет сильно упростить поиск сечения излома для симметричных арок любого очертания, а также предложили чрезвычайно простой графический способ нахождения искомого сечения, и уже здесь появляется понимание необходимости учета упругих свойств материала[43].

Роль Базена в инициации этих исследований, среди прочего, доказывается тем, что в коллекции его чертежей находятся два листа с расчетными схемами сводов боковых частей Исаакиевского собора, осевым сечением собора и сечением по осям колонн барабана. Они явно представляют собой применение на практике новой теории, предложенной Ламе и Клапейроном[44].

За 6 лет мемуар на французском и русском языках выдержал не менее 5 полных публикаций и 10-ти публикаций отзывов, резензий и резюме. Его результаты быстро вошли в учебный процесс как в ИКИПС в Петербурге, так и в Школе мостов и дорог в Париже (напр., [95, с.203–204; 97, с.164]). В. Ганри ее также, как и предыдущую работу, ввел в список обязательных трудов по курсу построений, которые должны были знать инженеры путей сообщения [155].

– Строительство висячих мостов вызвало к жизни другой их мемуар *О построении веревчатых многоугольников* [L9], с теоретической стороны продолжающий работу по висячим мостам [L7], в которой Ламе уже излагал способ построения многоугольника, составленного звеньями цепей висячего моста[45]. Фактически это было переоткрытие и практическое применение хорошо забытого способа веревочного многоугольника, восходящего к работам С.Стевина, И.Бернулли, Ф.Лагира, и в наиболее полной форме представленного уже Вариньоном (Varignon) в 1725 г. Но у решения Ламе и Клапейрона была одна характерная и важная особенность – они предложили удобный графический способ нахождения суммы моментов системы сил. То есть, опять графика там, где аналитические решения либо недостаточно разработаны, либо неудобны на практике. В результате, работы двух молодых инженеров

43) Анализ см.: [69, с.1214–1217; 124, с.319–321; 134, с.117–119, 147; 147, с.77–79; 148, л.92–94; 150, л.33–35; 153, с.344–345; 260, с.105]; также упоминается в [6]. В [90–1, с.161] в статье о Навье ошибочно говорится, что из России мемуар по теории сводов прибыл в 1828 г. (вместо 1822).

44) [16, f.159, 160]. В [182, с.155] мы свели эти схемы воедино.

45) Анализ см.: [18; 124, с.321; 147, с.86–88; 148, л.96–99; 150, л.37–40; 153, с.345–347], а также [152, с.86]. О прохождении статьи в Комитете для издания ученого Журнала путей сообщения см. [247, л.121]. Работа эта, как и две другие (см. [L2; L8]) была включена Ганри в обязательный список работ, с которыми должны были быть знакомы инженеры путей сообщения по курсу построений [155].

оказались среди основополагающих элементов тогда лишь формировавшегося нового отдела механики – графостатики[46].

– Однако самым «видимым» результатом расчетов Ламе явилась форма Александринского столпа. Проект колонны был утвержден 24 сентября 1829 г. (ст. ст.), и, значит, этим годом датируется работа Ламе, который расчитал энтазис этой колонны – «изумительно плавную кривую наружного контура, удачно сочетающуюся с перспективным сокращением со всех точек, с которых колонна доступна для обозрения» [221, с.252]. Характер расчета дошел до нас в переложении Монферрана, для которого он и составлялся [L25]. Энтазис – это утолщение ствола колонны, которое устраняет оптическую иллюзию его вогнутости, и создает ощущение напряженности колонны. С античности был известен ряд эмпирических методов вычерчивания соответствующих кривых. Однако Монферран, желавший создать идеальное очертание, обратился к Ламе, которого должен был хорошо знать. Тот, исходя из законов геометрической оптики, перспективы, а также некоторых психологических особенностей восприятия человеком архитектурных сооружений (что говорит о глубине теоретических познаний Ламе в этой области), предложил два простых способа построения двух различных кривых с малыми углами кривизны. Одну из них, рекомендованную Ламе, Монферран и выбрал. По предложению Ламе, утонение колонны начиналось не с 1/3 ее высоты, как того требовала традиция, но с самого основания. И в основании колонны, и в ее завершении, касательные к выбранной кривой приближались к вертикали[47].

5. Сугубо теоретические исследования, касающиеся проблем теории упругости, интегрируемости уравнений, аналитической теории теплоты (математической физики).

В 1828 г. Ламе и Клапейрон послали в Академию наук, в Париж, одну из своих наиболее значительных работ российского периода – *Мемуар о внутреннем равновесии однородных твердых тел* [L16], который, наряду с работами Навье и Коши, лег в основу зарождавшейся теории упругости. Именно там было выведено уравнение поверхности, которая позднее получила название «эл-

46) В конечном счете, именно благодаря графическим методам Клапейрону удалось сделать то, что он сделал в термодинамике (индикаторная диаграмма) и в физической химии (*pv*-диаграмма) [93; 203]. Ван-дер-Ваальс об этих методах: «Геометрическое представление обычно рассматривают как само собой разумеющееся средство, служащее для того, чтобы наглядно показать то, что прекрасно может быть найдено чисто аналитическим путем и без такого представления. Как средство же для исследования областей, которые без геометрических представлений вообще недоступны рассмотрению, оно обычно не применяется. А именно в этом и заключается значение шага, впервые сделанного благодаря работам Клапейрона» (цит. по [203, с.338]).

47) См. также [148, л.103–104; 191].

липсоид напряжений Ламе». Не меньшее значение, чем общая теория, имело применение выведенных ими уравнений в ряде частных случаев (в том числе о полом круговом цилиндре; о простом кручении круглого стержня; о сфере под воздействием сил тяжести, направленных к ее центру; о нагруженной равномерно распределенным давлением сферической оболочке). Предложенные ими формулы позднее нашли разнообразное применение в технике[48].

Таким образом, даже в этой, на первый взгляд, исключительно теоретической и далекой от практики той эпохи работе Ламе и Клапейрон искали (и находили) практически применимые аспекты. Не случайно Габриэля Ламе, который был значительно больше «теоретиком», чем Клапейрон, французские математики считали «слишком практиком» (а французские практики – слишком увлекающимся теорией [147, с.174]). Ну, что ж, в этом была сила двух друзей, всю свою жизнь работавших на стыке теоретических (и экспериментальных, добавим мы) исследований и их практического применения.

С самим же мемуаром о внутреннем равновесии однородных твердых тел связаны, как минимум, три загадки, которые, как нам кажется, сейчас находят свое решение.

Загадка №1. Каким образом Ламе и Клапейрон перехватили инициативу у С.Д.Пуассона (Poisson), занимавшегося теми же проблемами, и представили свою работу из Петербурга в Париж, в Академию наук, опередив конкурента всего на две недели?

Думаем, что в Париж этот мемуар привез начальник и покровитель обоих друзей, П.Д.Базен, который ездил туда в отпуск с 25 января по 3 августа 1828 г. (ст.ст.) [182, с.203; 249–1828]. То есть, во Франции он оказался в конце февраля, и мемуар в академию был передан, скорее всего, к 24 марта, когда на сеансе был оглашен факт передачи Базеном книг и журналов. А 7 апреля мемуар был направлен на экспертизу к Л.Пуансо (Poinsot) и Л.М.А.Навье (Navier) [109, с.43–44, 50]. В свое время, явно исходя из публикации [106], хотя и без прямой ссылки на нее, Гайдук и Наумов предположили, что мемуар должен был быть представлен в академию до 14 апреля 1828 г., когда Poisson зачитал там свой *Мемуар о равновесии и движении упругих тел* (*Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps élastiques*) [153, с.349]. Как видим, их гипотеза оправдалась, хотя ее условия не должны были быть столь жесткими, ибо при публикации мемуара Пуассона [106] в датировке была допущена ошибка. Эта работа была в действительности зачитана на следующем сеансе, 21 апреля 1828 г., как то

48) Разбор мемуара дан в [69, с.1032–1034; 124, с.324–325; 125, с.65–67; 147, с.96–101; 148, л.95, 102; 152, с.87; 153, с.348–352; 204; 260, с.141–143]. См. также [55; 82, с.164; 94; 90–1, с.159; 135]; упоминается в [173, с.33].

следует из протоколов заседаний Академии наук [109, с.53–54], то есть не через две, а через три недели после передачи рукописи Ламе и Клапейрона. Ошибка, возможно, связана с тем, что сам мемуар Пуассон предоставил академии (для публикации) не сразу, а значительно позже, и точная дата зачтения случайно либо не очень, но забылась, «сдвинувшись» вперед в пользу Пуассона.

Скорее всего, представление мемуара Ламе и Клапейрона заставило Пуассона поторопиться с завершением и зачтением собственной работы (с чем и связана близость сроков), ибо он понял, что теряет приоритет, причем, по всей видимости, зачитывал он текст наспех законченный и отнюдь не готовый для передачи академии (разница в три недели вполне достаточна для чернового завершения объемной рукописи, которая у него, безусловно, была, но вот отделка текста в 213 печатных страниц требует бóльшего времени). Далее последовательность была той же. 29 сентября Навье зачитал их совместный с Пуансо рапорт о мемуаре Ламе и Клапейрона [L16–II.a-p], что опять поторопило Пуассона с завершением его работы. Он, поддержанный А.М.Лежандром, даже попытался отложить одобрение Академией этого рапорта, который гарантировал публикацию мемуара Ламе и Клапейрона, но Навье был поддержан Ампером, Пуансо и Коши [L16–II.d]. Через 5 недель, 3 ноября 1828 г., Пуассон наконец представил свой мемуар к печати. О том, что он нервничал и заканчивал свою рукопись второпях, говорит тот факт, что еще через 3 недели после ее представления, 24 ноября, он предложил вниманию академии 5-страничные дополнения к мемуару, которые при спокойной работе, скорее всего, вошли бы в сам текст [105; 109, с.136–137, 147, 149]. В результате обе работы Пуассона успели попасть в ближайший том *Mémoires de l'Académie des sciences*, который увидел свет в следующем, 1829 году, а представлявшиеся до них мемуар Ламе и Клапейрона и рапорт Навье и Пуансо о мемуаре – лишь в 1833 г., ибо попали в выходившие более редко *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des sciences.* Впрочем, за два года до этого, в 1831 г., статью опубликовал Crelle [L16–I.a]. В результате оба молодых инженера оказались в числе 5-ти отцов-основателей теории упругости, и этот факт был признан научным миром, что со всей очевидностью следует из рапорта 1870 г., подписанного Ш.П.М.Комбом (Combes), Ж.А.Серре (Serret), П.О.Бонне (Bonnet), Э.Филлипсом (Phillips) и А.Ж.К.Барре де Сен-Венаном (Barré de Saint-Venant): «Из достопамятных работ Навье, Коши, Пуассона, Ламе, Клапейрона, известны законы, которым подчиняются давление и натяжение в твердых упругих телах, таких как металлы и пр., когда деформации их элементов остаются достаточно малыми» [15, с.1].

Загадка №2. Исследователей смущает несоответствие:

a) между самим мемуаром, где Коши не упомянут;

b) утверждением из отзыва Навье и Пуансо: «авторы мемуара указывают, что теория, изложенная в их работе, существенно отличается от теории г. Коши», и

c) их же предположением, что работа Коши осталась авторам мемуара, – то есть Ламе и Клапейрону, – неизвестной[49].

Оно снимается наличием хранящегося в конверте сеанса от 29 сентября 1828 г. сопроводительного письма [L16–II.r], написанного в Петербурге 20.1/1.2.1828 г.*,[50] то есть перед самым отъездом Базена. Вопрос в следующем: когда мемуар А.Л.Коши, опубликованный в выпусках 14–16 *Exercices de mathématique* в марте-апреле 1827 г.*, оказался в Петербурге, и когда его смогли увидеть Ламе и Клапейрон? Из [257] следует, что первые 29 брошюр этого издания за 1826–28 гг. Базен представил в Петербургскую академию наук лишь 3/15.12.1828, то есть уже после своего возвращения из Франции. При сплошном просмотре протоколов Конференции Академии наук с апреля 1827 г. по январь 1828 г. [255] также не удалось обнаружить информации о поступлении этих изданий из Франции, что логично: если Академия наук в Париже или сам Коши передали Базену все эти брошюры для ПАН весной–летом 1828 г., то это значит, что они, скорее всего, не присылали их ранее. С другой стороны, если бы Ламе и Клапейрон, упоминающие первые 17 выпусков *Exercices de mathé*matique в своем письме от 20.1/1.2.1828 г., изучали их в академической библиотеке, это было бы известно Базену, и подарок всех 29 номеров был бы не нужен. Однако 7/19 ноября 1827 г. у книготорговца Грефа (Gräff) Петербургской Академией наук был куплен комплект *Bulletin des sciences*, выпускаемый Парижским филоматическим обществом (Société philomatique de Paris), с 1817 по 1827 гг. [256]. В 1823 г. там были напечатаны заметки Коши и Навье [35; 98], с которых и берет начало теория упругости. А потому Ламе и Клапейрон в декабре 1827 – январе 1828 гг., то есть когда работа над их собственным мемуаром либо была закончена, либо подходила к концу, имели возможность прочесть эти заметки. Однако они ничего не пишут в своем письме о *Bulletin des sciences*, как, впрочем, и о работе Навье. При этом они, теоретически, могли ознакомиться с 17-ю указанными выше выпусками *Exercices de mathématique* в чьем-то частном собрании либо в библиотеке одного из учебных заведений Петербурга. Впрочем, это мог быть и все тот же книготор-

---

49) [L16–II.a, с.125–126; L16–II.c, с.73, 75–76; L16–II.k, l]. Подр. см. [147, с.99–101; 153, с.351, 369–370].

50) Информация, помеченная (*), сообщена Б. Белостом.

говец Gräff, поставлявший книги в Академию наук [214], и которого Ламе знал, ибо упоминает в чуть более позднем письме к Остроградскому [L39]. Обратимся к рукописи самого письма Ламе и Клапейрона. Проведенный нами анализ почерков приводит к заключению, что его писал, скорее всего, сам Ламе, при этом очень тщательно, почти по-писарски выводя буквы. Клапейрон только ставил подпись. В письме, практически, нет помарок. И вдруг обращает на себя внимание фраза, часть которой написана явно позднее и другим, более крупным почерком, она как бы втиснута в имеющееся место (выделена нами): «Тогда мы решили обнародовать результаты, которых мы уже достигли; глава 2 первой части содержит теоремы, аналогичные тем, которые доказывает г. Коши в своих м*атематических упражнениях, но поскольку наша теория отличается* существенно от его теорий, мы решили, что будет интересно представить ее целиком»[51]. Другими словами, вопрос о том, как представить соотношение своей работы и мемуара Коши (который им явно попался на глаза, когда их собственная работа была уже завершена) так, чтобы это поняли в Академии, оставался для автров очень сложным, и формулировки правились даже в окончательной, беловой версии письма. И тот факт, что Академия приняла мемуар, а Навье и Коши оказались его активными защитниками против нападок Пуассона и Лежандра, говорит о том, что Ламе и Клапейрон, быть может, не без участия и помощи Базена, избрали совершенно верный тон.

И, наконец, загадка №3. На с.552 своего мемуара [L16–I.b, c] Ламе и Клапейрон пишут: «Чтобы получить предыдущие формулы в виде числовых рядов, которые можно было бы сразу использовать, требуется знание значений некоторых определенных интегралов. Похоже, что этими интегралами геометры еще не занимались. Мы сделали на эту тему работу, которую собираемся вскоре опубликовать». Что это за работа, которая так и не была опубликована?

Разгадку дают строчки И.Граттана-Гиннеса [69, с.1034], который обнаружил в Библиотеке Института Франции, в бумагах Сен-Венана информацию об этой рукописи Ламе, и, позднее сообщил об этом М.Брадли [23, с.309]. Речь идет о большой работе самого Сен-Венана [L53], которой он впервые занимался в 1847 г. Затем она была отставлена до 1870 г., и, наконец, вновь подготовлена к печати в 1878 г. Но, насколько мы можем судить, так и не увидела свет (нам не удалось найти никаких ее следов среди опубликованных трудов Сен-Венана).

---

51) «<...> le 2e. chapitre de la première partie contient des théorêmes analogues a ceux que démontre Mr. Cauchy dans ses exercices de *mathématiques, mais notre théorie différant* essentiellement de la sienne, nous avons pensé qu'il serait de quelqu'intérêt de l'exposer en entier» [L16–II.r, f.3].

История этой работы такова. В мае 1847 г. Ламе передал Сен-Венану часть их петербургской рукописи *Mémoire sur l'intégrale* $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\sin mx dx \,/\, [(e^x - e^{-x}) \,/\, 2 + x$. Обратим внимание: речь идет о совместной работе с Клапейроном, а не только о работе Ламе, как указано в [23; 69]. Причиной ошибки является заголовок на обложке архивного дела. К тому же самой рукописи Ламе и Клапейрона в деле нет. Она лишь отчасти скопирована, отчасти пересказана Сен-Венаном, который датирует ее 1829 годом (а не 1826-м, как указано в [23, с.309]). Но, судя по тому, что сами авторы в мемуаре, завершенном не позже декабря 1827 г. и в январе 1828 отправленном в Париж, говорят о ней, как о почти готовой, есть все основания датировать ее 1827–29 гг.

Объяснил Ламе их отказ от публикации мемуара тем, что Коши дал более общее решение задачи, и не имело смысла публиковать работу частного характера. Да и в самой теории упругости, по словам Сен-Венана, пришли уже к значительно более общим решениям, чем те, которые Ламе и Клапейрон дали в 1829 г.[52]

В предисловии к переизданию 1864 года знаменитой книги Навье *La Résistance des corps solides*, Сен-Венан рассказывает о работах Ламе и Клапейрона по теории упругости и упоминает об этом мемуаре[53]. Но в период подготовки ее к печати оба автора мемуара еще были живы, и Сен-Венан, по всей видимости, не считал себя в праве заниматься им. Однако в том же 1864 г. ушел из жизни Клапейрон. 1 мая 1870 г. не стало Ламе. И, по-видимому, желая почтить память обоих ученых, Сен-Венан решает подготовить мемуар к печати. Но у него не хватает второй части текста, касающейся интеграла $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\sin mx dx \,/\, [(e^x - e^{-x}) \,/\, 2 - x$.

Она вполне могла находится в семейных бумагах, и потому уже 14 мая 1870 г. Сен-Венан пишет письмо М.Е.Лефебюру де Фурси (Lefébure de Fourcy), женатому на дочери Ламе, Мари Стефани, с просьбой предоставить рукопись и с предложением принять участие в ее публикации, но ответа не получает. Похоже, реакция Фурси настолько задела Сен-Венана, что он зафиксировал это в отдельной записке [L53, f.3]. Семейные предания помогают раскрыть загадку: Ламе с неприязнью относился к этому браку,

52) Утверждая это [L53, f.2], Сен-Венан, как видим, опять говорит о 1829 г. вместо 1828. Он ссылается на XII лекцию Ламе по теории упругости, издания 1852 г. Мы пользовались 2-м изданием, вышедшим в 1866 г. [82, с.164], где никакого года вообще не указано, хотя приведена эта же мысль с указанием на *Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes*.

53) [L16–IIn; 96, с.clxxj–clxxiv]. См. также [69, с.1034, 1533].

по-видимому, считая Фурси слишком старым для своей дочери (хотя разница в возрасте была не столь велика – всего 12 лет), и отношения между тестем и зятем были сложными.

В результате Сен-Венан сам сделал попытку восстановить утраченную часть и к 1878 г. завершил работу. Сейчас имеются все основания для публикации этого мемуара уже трех знаменитых ученых, снабдив ее фундаментальными комментариями, вписывающими работу в исторический контекст. А если найдется у наследников семьи вторая часть мемуара, то возникает редчайшая возможность параллельной публикации оригинала Ламе и Клапейрона и его реконструкции, сделанной Сен-Венаном.

К теории рядов (то есть к «чистому» анализу) относятся записка Ламе [L52] (см. о ней ниже) и две совместные работы Ламе и Клапейрона: *Новые формулы, аналочные рядам Тейлора и Маклорена* и *О развитии функций разложением на серии тригонометрических линий, следующих воображаемым дугам*[54]. Авторы пришли к ним при поиске новых случаев интегрируемости уравнений упругого равновесия твердых тел.

В самые последние годы российского периода Ламе занялся проблемами аналитической теории теплоты. В советской историографии считалось, что «этот переворот в исследовательских интересах Ламе произошел под влиянием Остроградского»[55]. Теорети-

54) [L13; L14]. Анализ см. в [147, с.102–103; 153, с.352–354]. Они обе были опубликованы в Берлине в одном и том же номере журнала Крелля (*JRAM*). Допускаем, что их мог в апреле 1830 г. привезти сам Ламе, который, скорее всего, ехал в Париж через Берлин. Дополнительную информацию могла бы дать дата 1-го выпуска журнала за 1830 г., которую нам не удалось определить. Но, т.к. на год приходилось всего 4 номера, и подобные издания всегда выходят с некоторым опозданием, то наша гипотеза вполне реальна.

55) [153, с.354]. То же: [152, с.86–87]. М.Воронина в своей книге говорит об этом дважды: первый раз – в предположительной форме («Видимо...»), а во второй – в утвердительной, хотя никаких новых доказательств не приводит [147, с.104, 161], а также [148, л.103]. Интересно, что Юшкевич, на работу которого ссылаются сторонники влияния Остроградского на Ламе [147, с.105–106; 153, с.354, 370], этого отнюдь не утверждает. Он просто говорит об их контакте в этой области и подчеркивает, что о первых работах Остроградского по теории теплоты в течение длительного времени было известно лишь благодаря Ламе [269, с.43–48]. Сам Юшкевич в 1963 г. обнаружил в архиве Академии наук в Париже 4 неопубликованные рукописи Остроградского 1824–27 гг., в т.ч. и по теории теплоты. Правда, и Юшкевич делает выводы, которые не следуют из имеющейся информации: «Свои мысли о задаче распространения тепла в призме он <Остроградский – ДИГ > сообщил Ламе и тот, *несомненно с согласия Остроградского*, сдал в печать работу по вопросу, очень близкому» [269, с.48] (выделено нами). Почему «несомненно»? Откуда это следует? Ламе публикует свой мемуар по вопросу близкому, но не тождественному, и ссылается на Остроградского. В этой ситуации никакого согласия Остроградского не требуется ни с формальной, ни с этической точек зрения. А если Ламе начал свой мемуар до знакомства с Остроградским, то такой вопрос был бы просто нелепым. Единственное, для чего требовалось согласие Остроградского, так это для ссылки на него самого, ибо он свою работу еще не опубликовал. Причем требовалось лишь с этической, но не с формальной точки зрения, ибо Остроградский уже передал свою рукопись в Академию наук, а, значит, придал ей публичный характер.

чески это допустимо (и по научным интересам самого Остроградского, и по датам его пребывания в Петербурге), но настороженность вызывает очевидная тенденция приписывать Остроградскому заслуги его окружения (см. [180]), и потому каждое подобное утверждение требует тщательных проверок на предмет и других возможностей. К тому же Ламе был старше Остроградского и по возрасту, и как исследователь, а потому кто на кого влиял – еще вопрос. А тот факт, что у Остроградского в рукописях было несколько небольших работ по аналитической теории теплоты, написанных до встречи с Ламе[56], еще ничего не доказывает, ибо мы не знаем по датам, когда Ламе занялся этими проблемами, и допускаем, что это могло быть до их встречи. К тому же неизвестна и точная дата последней, можно лишь сказать, что это произошло после возвращения Остроградского в Россию в 1828 г., скорее всего осенью-зимой 1828/29 гг. Тем более, что сам Ламе свой интерес к теории теплоты с Осторградским отнюдь не увязывает (хотя и не забывает упомянуть о нем в своей работе 1829 г. [L18, с.195]), а органично выводит из предыдущих исследований. Они с Клапейроном при попытках продвинуться дальше в решении проблем теории упругости, столкнулись с рядом трудностей и «нужно было испробовать новые приемы интегрирования на таких уравнениях в частных производных, которые отличались бы меньшей сложностью, чем уравнения теории упругости»[57]. С другой стороны, на продолжение работ Ламе в этой области оказал непосредственное влияние Ж.Б.Ж.Фурье (Fourier), с которым Ламе встречался в Париже в мае 1830 г., незадолго до смерти последнего (см. ниже). Поэтому мы склонны говорить не о влиянии Остоградского на Ламе, а, скорее, о совпадении интересов двух молодых исследователей, неожиданно оказавшихся в Петербурге вместе и в рамках одной научной школы (см. ниже), но один (Ламе) – как ее ученик и последователь, а другой (Остроградский) – как неофит. И в этих рамках интерес каждого из них вполне мог поддерживать интерес другого.

В области теории теплоты Ламе в свой российский период (или сразу после него) подготовил первый и второй мемуары *О распространении теплоты в многогранниках и особенно в правильной трехганной призме* [L18; L23] Позднее Ламе представил начатый еще в российскую эпоху *Об изотермических поверхностях в твердых однородных телах при равновесии температур* [L24]. Совместно с Клапейроном они подготовили также *Мемуар об отвердевании охлаждением жидкого шара* [L15]. Последняя

56) [147, с.105–106; 153, с.354–355, 370; 175, с.137–146; 269].

57) [80, с.12; 83, с.16; 148, л.102; 153, с.354].

работа имеет также прямое отношение к проблемам геофизики и высшей геодезии[58].

И в завершение описания теоретических работ Ламе укажем на небольшую его записку по теории чисел [L48], представленную в Академию наук в Париже 2 февраля 1824 г. В комиссию для ее рассмотрения были назначены Лежандр, Ампер и Коши, но, похоже, что она никогда не публиковалась, а это значит, что не получила высокой оценки.

Были у друзей и прямые неудачи. Так, Ламе и Клапейрон явно поторопились отослать в Париж и представить в Академию наук рукопись под названием: *Исследования равномерного движения несжимаемой и однородной жидкости* [L45]. На сеансе 7 июля 1823 г. рецензентами («les Commissaires) были назначены Прони и Пуассон. Задача оказалась, по-видимому, сложна и 22 сентября 1823 г. к ним добавили Коши. 31 мая 1824 он сообщил академии, что авторы сняли с рассмотрения свой мемуар, который собирались переработать [107, с.515, 546; 108, с.94].

Теоретический блок исследований Ламе, который в дальнейшем станет для него основным, заставляет обратиться к проблеме, так либо иначе встающей перед большинством историков, занимающихся его биографией. Ключ здесь дает утверждение Ламе, едва ли не определяющее его творчество. Он говорит о «Будущем пришествии единой рациональной науки» («L'avènement futur d'une science rationnelle unique»). Подобное не мог сказать «чистый» математик либо физик, и это несоответствие, по-всей видимости, настолько внутренне ощутимо, что во время коллоквиума в Нанте, 16 января 2009 г., Эвелин Барбен (É.Barbin) даже организовала круглый стол, в названии которого стояла эта фраза [40]. Причем Ламе далеко не единственный ученый, который так мыслил в XIX в. С близкими идеями мы сталкивались, изучая творчество П.Базена, А.Рокура, Б.Клапейрона, М.Волкова.

На наш взгляд, речь идет об экспансии инженеров в фундаментальные исследования. Получив блестящее математическое образование и увидев воочию, что могут давать новые теории и науки, возникшие на стыке математики, эксперимента и технического практического знания («технические науки» в русской терминологии), первые два поколения «инженеров новой формации» («les ingénieurs nouvelle formule») ринулись применять эти методы во всех остальных областях знания и деятельности: от упругости материалов до экономики, от френологии до философии, от социальных теорий до проблем теплоты. Причем здесь надо разделять дея-

58) Анализ всех этих работ см. [69, с.1173, 1175–1176, 1240; 70, с.122–123; 124, с.325; 125, с.68; 147, с.103–108; 152, с.87; 153, с.354–357; 184]. См. также [74, с.74–75]. О написанных во Франции статьях [L23; L24] см. также ниже.

тельность инженера и менталитет инженера[59]. И если исследование частных случаев приложения теории упругости, которые встречаются в работах Ламе и Клапейрона, мы должны отнести к их инженерной профессии, то разработку самой теории – к их инженерному менталитету. «Все можно измерить, понять и посчитать», – вот лейтмотив этого менталитета. – «Нужно только иметь теорию, которая позволит это сделаать. Ну, а если теории еще нет, то ее просто надо создать»[60]. И Ламе занимается созданием таковой, будь то теория упругости, или теория распространения тепла. При этом сама принципиальная возможность ее построения вопросов у него не вызывает. Перед нами один из важнейших элементов понимания единства всех наук.

Обратим внимание на два факта.

Во-первых, на инженерно-технические корни и теории упругости, и математической теории теплоты. Сам факт упругости и камня, и металла стал очевиден при строительстве в Петербурге каменных сводов (гранитный Водопроводный мост в Ямской слободе) и висячих мостов. Нужна была теория, адекватно отражающая реалии. С проблемами теплоты технический мир столкнулся, создавая паровую машину. Когда появились инженеры новой формации, универсальный паровой двигатель уже был создан механиками-эмпириками. Инженерам досталось ее улучшение и осмысление созданного. В школе Бетанкура-Берда-Базена паровыми машинами занимались все три основателя, и каждый оставил свой глубокий след. Поэтому неудивительно, что и их ученики в науке, – Ламе и Клапейрон, – продолжили изыскания в этой области. Теоретические работы Клапейрона, математически обработавшего идеи Карно, легли в основу термодинамики, работы Ламе, как более теоретически сориентированного человека, – в основу математической теории теплоты.

Во-вторых, вспомним, что, помимо Ламе (X1814)[61] и Клапейрона (X1816), политехниками были еще три человека, стоявшие у основ теории упругости: Навье (X1802), Коши (X1805), Пуассон (X1798).

Допускаем, что эти два поколения инженеров еще помнили просвещенческую идею единства знания. Но в XVIII в. оно было достаточно синкретичным и малорасчлененным, что, отчасти и питало саму идею. В XIX в. дифференциация и специализация наук

59) Это уточнение принадлежит Рафаэлю Пизано (R.Pisano), и было высказано на коллоквиуме в продолжение дискуссии 16 января 2009 г.

60) Это синтез той принципиальной позиции, с изложением которой мы выступили на дискуссии 16.1.2009.

61) Напоминаем, что для политехников выпуск (promotion = «X») указывается не по году завершения обучения, а по году поступления.

шли большими темпами, что не могло не вызвать тоску по уходящему единству у многих представителей научной профессии. И здесь на помощь стала приходить математизация научного знания. Совпавшая с эпохой романтизма, она для двух первых поколений математически образованных инженеров превратила математику в символ всеобщего объединяющего начала и, одновременно, в инструмент этого объединения. И этот символ закрепился в сознании многих последующих поколений, дожив до наших дней.

Пишущий эти строки знает предмет не понаслышке. В свое время закончив тот самый институт, где некогда преподавали Базен, Ламе и Клапейрон, он со школьной скамьи усвоил простую инженерную истину: «Посчитать можно все, надо только освоить теорию. Ну, а если ее еще нет, то… создать».

6. Преподавание и подготовка учебников и других работ, связанных с учебным процессом. Наиболее значительной из них был первый в России учебник для инженеров по интегральному исчислению, написанный под руководством и совместно с Базеном. Опубликованный в 1825 г. на французском языке, в 1827 г. он появился в русском переводе[62].

В разные годы, в бытность свою в ИКИПС, Ламе в качестве профессора вел курсы механики умозрительной и прикладной, прикладной химии, физики, высшей математики и проектов составления машин, а вместе с Клапейроном – *Курс новых открытий и усовершенствований в художествах, входящих в состояние предметов, преподаваемых в Институте*. На октябрь 1824 г. Ламе был профессором трех курсов: высшей математики (de mathématiques transcendantes), физики и геодезии, а перед отставкой, осенью 1831 г., читал прикладную механику и химию[63].

В 1827–28 гг. была литографирована значительная часть институтских курсов на основании записок профессоров. Тираж их, как правило, составлял по 400 экз. [161, л.19]. К сожалению, большинство из них не имеет имен авторов, которых определить можно либо по внешним источникам, либо по маргиналиям. Именно на основании последних до сих пор определялось авторство *Cours de mécanique appliquée* (*Курса прикладной механики*)[64], литографированного в 1828 г., ибо на экземпляре, хранящемся в библиотеке Института, имеется запись владельца, В.П.Соболевского,

62) [L6]. Анализ см. [147, с.89–91; 148, л.64; 150, л.26–27; 153, с.342–343; 217].

63) [27, n°11, 12/24.10.1824; 148, л.84–85; 150, л.26, 42; 212, с.64, 92; 235]. Клапейрон тогда же – *Курс построений*. При их уходе курс прикладной механики был передан капитану Мельникову, химии – майору Христиановичу и построений – майору Волкову (приступил к своим обязанностям 1/13 ноября 1831) [171].

64) [L28]. Разбор см. в [144; 148, л.107–108; 149; 150, с.55–59], упоминание также в [145].

что курс читался Клапейроном[65]. Однако при этом не обращают внимания на то, что по признанию самого Клапейрона, этот курс «содержит развитие принципа живых сил, – результат исследований, которым я предавался в это время совместно с г. Ламе» [36, с.1]. Что касается Ламе, то он считал совместными оба литографированных курса – *Mécanique rationnelle* (*Рациональной механики*) и *Mécanique appliquée* (*Прикладной механики*) [L27; L28]. Ламе: «Среди литографированных работ для Школы Путей Сообщения, я приведу две, которые предлагают новые методы в их применении. Наш курс Рациональной механики почти полностью основан на принципе виртуальных скоростей, а наш курс Механики – на принципе живых сил» [80, с.5; 83, с.6]. По всей видимости, степень взаимопроникновения их идей была такова, что даже в тех случаях, когда они писали свои работы отдельно, *de facto* каждый из них присутствовал в работах другого. И сейчас мы должны авторство первого из курсов указывать как: «Ламе при участии Клапейрона», а второго как: «Клапейрон при участии Ламе» [L27; L28].

Насколько можно судить, Ламе подготовил также литографированные курсы химии и физики[66]. Представляется чрезвычайно интересным сравнительный анализ этого *Cours de physique*, литографированного в Петербурге в 1828 г. [L26], с курсами физики, которые Ламе с 1831 по 1836 г. литографировал в парижской Политехнической школе (всего известно 8 таких изданий)[67], и с двумя его знаменитыми печатными курсами 1836 и 1840 гг. [81], которые по признанию и современников, и потомков, произвели настоящую революцию в этой области знания [90–1, с.62; 152, с.87]. В любом случае, курсы за 1831/32 уч. год [34, с.163,

---

65) [L28]. Основываясь на этой записи 1857 года, курс датируют 1828 годом. Однако в [161, л.5, 12] ясно указано, что уже 27.11.1827 Базен приказал выдать литографу Шмидцдорфу на написание (на камне) и литографирование 400 экз. самого курса 374 р. А вот чертежи к нему были размножены, действительно, весной 1828. Об этом курсе, который в 1832 г. застал его новый профессор, П.Мельников: «курс ограничивающийся поверхностным изложением общих свойств машин в движении и устройства некоторых из них, так что весь текст этого курса состоял в 16 литографированных листах на французском языке» [196].

66) [L26; L30; L32]. Из доклада Резимона от 19/31.5.1828 ясно, что курс физики был подготовлен Ламе в 1827/28 уч. году и к маю 1828 г. литографирован [163]. Информация о том, что он состоял из 26 печ. л. [161, л.19об.], то есть. 112 с., расходится с той, что дана при описании [L26]. Но в докладе же указано, что часть курсов напечатана не полностью.

67) [L33–L37]; описаны в [34, с.163, n°83–84]. К сожалению, в период нашей работы в библиотеке Политехнической школы эти издания на полках отсутствовали. Однако они встречаются в других библиотеках. Так, благодаря любезности Р.Тацциоли (Tazzioli), у нас имеются копии с ряда страниц некоторых из этих курсов [L35; L36] (она сама также использовала т.2 курса за 1833/34 из библиотеки Политехнической школы, см. [124, с.329]). Курсы за 1832/33 и 1833/34 (по оба тома, то есть для I и II лет обучения) имеются в BNF, а курс за 1832/33 – в BIF.

n°83–84; L33], которые Ламе стал читать лишь с самого конца марта 1832 г., вряд ли могут принципиально отличаться от петербургского. А изменения, по всей видимости, происходили постепенно, от года к году, пока не «отлились» в классические учебники.

Менее понятна ситуация с авторством литографированного *Курса астрономии* [L29]. Сам курс начал читаться в 1823/24 учебном году в старшем классе (подпоручикам). Тогда его вел майор Ламе. Через 4–5 лет записки курса уже были литографированы (они существовали к 1828/29 учебному году). В литературе их авторство нигде не указывается[68]. В рукописной картотеке библиотеки ПГУПС их автором указан Клапейрон, который к этому времени (с 1827/28 уч. г.) сменил Ламе в качестве профессора курса астрономии [264, с.128]. И логично, что именно он готовил литографированные записки. Но, как мы уже убеждались, если лекции по какой-то дисциплине наши герои читали попеременно, то и литографированные курсы базировались на текстах их обоих. Передавая друг другу преподавание, они, по всей видимости, передавали и собственные записи, служившие основой для лекций, и в последствии дополнявшиеся тем из них, кто продолжал чтение этих лекций. В этой ситуации, «автор» литографированных записок, фактически, являлся лишь соавтром и редактором, или автором, завершавшим последнюю редакцию.

И, наконец, *Курс приложений алгебры к геометрии* [L31], который упоминает их ученик, закончивший ИКИПС в 1829 г., Александр Нордштейн: «Ганри оставил курс построений (частию взятый из курса Ганзена), Ламѐ и Клаперон после составили литографические листы физики, химии, прикладной механики, приложний алгебры к геометрии, и проч.» [222, с.244]. О нем более не упоминается нигде, к тому же непонятно, кто его писал: Ламе? Клапейрон? или они оба? Однако, учитывая точность записок Нордштейна (все остальные курсы он назвал совершенно верно), нет оснований сомневаться и в этой записи. Непонятна и дата публикации. Учитывая, что:

а) курс Ганри относится к 1827 г. [71];

б) три других названных курса Ламе и Клапейрона [L26; L28; L30] относятся к самому концу 1827 и к 1828 г.;

в) при перечислении литографированных курсов, которыми располагали воспитанники к 1828 г., Ларионов не упоминает *Курс приложений алгебры к геометрии*;

г) Нордштейн покинул институт в начале лета 1829 г. [266], можно предполагать, что *Курс приложений алгебры к геометрии* был литографирован в конце 1828 – начале 1829 гг., то есть в течение 1828/29 учебного года.

68) [132, с.19; 190, л.3; 195, с.42, 53, 65; 212, с.75, 84–85].

К текстам, связанным с преподаванием, надо также отнести небольшую записку *О доказательстве теоремы Тейлора* [L52], вокруг которой почти четверть века назад разгорелась дискуссия, вызванная сложившимися вокруг Ламе стереотипами с привкусом революционности[69]. М.Ворониной [147, с.101–102] удалось определить, что оригинал записки [L52–I.a] находился в бумагах П.П.Мельникова, по наследству перешел к капитану 1-го ранга К.И.Дефабру, который передал ее А.Н.Крылову, а последний, 3/16 марта 1911 г., – в Совет ИИПС. Ну, а себе оставил копию [L52–I.b], добавим мы.

7. Инженерное путешествие в Англию и отчет об этом путешествии [L55].

Высочайшее повеление о командировании полковника Ламе «за границу, для подробного исследования и описания всех достопримечательных сооружений, по части путей сообщения, произведенных в течение последних лет знаменитейшими из инженеров Англии и Франции» последовало 29 марта (ст.ст.) 1830 г. (приказ по корпусу от 30 марта 1830). Ламе выехал 5/17 апреля 1830 г. и возвратился 22.10/3.11.1830 г.[70]

69) Так, в 1985 г. появилась статья «Эпизод из научно-педагогической деятельности Г.Ламе в Петербурге» Ю.М.Гайдука [151], обнаружившего копию письма Ламе (но отнюдь не рапорта, как считал автор статьи) от 2.12.1826 [L52-I.b] в Совет или в Конференцию ИКИПС, связанного с изменениями в курсе высшей математики (с доказательством теоремы Тейлора, то есть с одним из принципиально важных моментов курса дифференциального исчисления). Ситуация была интерпретирована как резко конфликтная по принципу: прогрессивного ученого душили «консерваторы» (выражение Гайдука), стоявшие во главе ИКИПС. Однако обнаруженный документ не дает возможности оценивать ее таким образом. К тому же во главе ИКИПС стоял другой парижский политехник и покровитель Ламе, П.Д.Базен. Перед нами вполне рабочий момент совершенствования курса его профессором под влиянием последних исследований Коши. Письмо Ламе закономерно: с одной стороны, он ставит Совет в известность о вводимых им изменениях, с другой – предлагает на обсуждение весьма сложный вопрос. Теоретически ситуация могла вызвать определенное недовольство у помощника директора, И.С.Резимона, ведавшего учебным процессом, ибо Ламе должен был сообщить о предполагаемых изменениях к началу учебного года [160], а ввел их явочным порядком в середине года. В то же время тактичность действий Ламе, дававшего и старую, и новую трактовки вопроса, а также известные характеристики Резимона, как человека, весьма педантичного, но доброжелательного [186], должны были свести трения, если таковые были, к минимуму. Во всяком случае, в письме Ламе просит о защите своих научных положений (ежели на них будут нападать), но не себя как профессора института, нарушившего какие-то правила. А нападать на них вполне могли, ибо, как показал сам Гайдук, в рассуждениях Ламе были серьезные промахи. Несмотря на наши аргументированные возражения и длительную переписку с редакцией, нам так и не удалось опубликовать отклик [183], направленный против спекулятивной оценки ситуации.

70) [165; 229, 30.3.1830, n°37; 236; 244, л.240об.]. Подробно это путешествие по письмам самого Ламе, его родных и остававшегося в Петербурге Клапейрона, а также по записной книжке Ламе, хранящейся у потомков, описано в [74, с.65–92].

Сразу укажем, что это не единственное инженерное путешествие[71] Ламе, ибо таковым являлся сам их приезд в Россию с обязательством информировать руководство Горного корпуса и технических новинках в этой стране, что они с Клапейроном исправно и делали, особенно в начале своего пребывания, а их сообщения публиковались во французской технической периодике [L3; L5; L7; L10], отчасти [L12] и др. Инженерному путешествию посвящена и их самая первая работа, написанная осенью 1820 г. в России[72], но само путешествие было совершено еще до приезда в эту страну. С другой стороны, во время своей «английской» командировки Ламе проехал и по значительной части Франции (в конце августа – сентябре 1830 г., то есть уже после возвращения из Англии). Он посетил Лион, Марсель, Тулон и др. города юга, осматривая мосты, заводы, порты. Особое его внимание привлекли мероприятия братьев Сегенов (Seguin) – Марка, Камилла, Жюля и Поля, особенно их завод в Лионе, где они к тому времени построили уже 40 локомотивов [74, с.91–92]. Дело в том, что с 1826 г. братья строили железную дорогу общего пользования Сент-Этьен – Лион, где до 1844 г. использовалась смешанная тяга (и конная, и паровая). Дорога была закончена в 1833 г., но 28 июня 1830 г., как раз в период командировки Ламе, был открыт для движения первый участок между городами Живор (Givors) и Рив-де-Жье (Rive-de-Gier).[73]

В английской командировке Ламе есть несколько непроясненных аспектов, которые, впрочем, загадочны лишь на первый взгляд: кто инициатор путешествия? как были выбраны даты путешествия? сколько времени Ламе пробыл в Англии? почему он ехал без официальной инструкции? Отсутствие прямых ответов приводит к тому, что все заслуги приписывают самому Ламе[74] (который, в действительности, был исполнителем, хотя и инициативным) и срок его пребывания в Англии делают несоизмеримо большим.

Начнем со сроков пребывания. М.Воронина утверждает: «Г.Ламе пробыл в Англии свыше шести месяцев» [148, с.123]. Но даже без знакомства с французскими документами очевидно, что он не мог находиться в Англии более четырех месяцев. В реальности же он сел на пароход в Кале 14 июня и возвратился туда же 10 августа 1830 г. [74, с.82, 88]. Другими словами, в Англии он был менее двух месяцев – 57 суток, считая день приезда и отъезда за один.

71) Об инженерных путешествиях как явлении в области переноса знания см. наши работы [66; 179].

72) [L1]. См. [26, n°71, 72, 19.5.1821; n°73, 2.11.1820].

73) [53; 121; 140, с.98–99].

74) Так, Гайдук и Наумов пишут: «В Англии Ламе особенно заинтересовала техника строительства <…> железных дорог. Он правильно оценил значение нового вида транспорта и по возвращении в Россию выступил <…> с публичной лекцией <…>» [153, с.342]. См. также [152, с.86].

О человеке, который остался в тени. Еще в конце 1980-х гг. мы высказали гипотезу, что инициатором и организатором этого путешествия был прекрасно информированный Базен, специально посылавший Ламе на осмотр Ливерпуль-Манчестерской железной дороги, но не афишировавший этого назначения [182, с.148–149]. Надо иметь ввиду, что открытие дороги для движения имело несколько этапов, и Ламе 17 июля 1830 г. присутствовал именно на таком мероприятии, – проходе опытного состава, который вел сам Стефенсон, что наш герой подробно описал в своих письмах и в записной книжке [74, с.86–87]. Полное же открытие всей дороги произошло 15 сентября 1830 г., когда Ламе уже давно ездил по Франции (в этот день он находился в Тулоне[75]. Появившаяся с тех пор в поле нашего зрения информация лишь говорит в ее пользу. Во-первых, в самом конце 1820-х гг. во французской технической периодике стали регулярно появляться сообщения о ходе строительства этой дороги (например, [1]). Базен не мог не быть в курсе этих публикаций, тем более, что информацию о железных дорогах в мире активно печатал – *Journal du Génie civil* (*JGC*; множество статей, вышедших только за 1828 – I половину 1830 гг. [75]), а Базен, как один из сотрудников, если не организаторов издания, должен был получать его номера в Петербурге.

Во-вторых, известно, что вопрос дебатировался в обществе, и инженерная среда не могла остаться от него в стороне. А в ней, по всей видимости, мнения разделились. И мы не видим никаких оснований вешать на кого-то из участников дискуссий ярлык ретрограда. С высоты сегодняшнего дня мы забываем, что до появления Ливерпуль-Манчестерской дороги, то есть до 1830 г., не существовало ни одной железной дороги общего пользования исключительно на паровой тяге. А все, которые были, являлись либо промышленными дорогами, либо дорогами на конной тяге (в лучшем случае, с первыми опытами смешанного движения). А ни те, ни другие не могли конкурировать с гидросистемами в качестве общегосударственной транспортной сети. И расчеты Дестрема, который в советской историографии представлен в качестве некого французского чудовища-ретрограда, это показывают со всей очевидностью, особенно для России с ее пространствами и климатом[76]. Более того, даже в 1835 г. будущий апостол российских железных дорог,

---

75) [74, с.86–87, 91–92]. Утверждение, что Ламе присутствовал на открытии дороги именно 15 сентября 1830 г., встречающееся у его российских биографов [147, с.113; 148, с.123], не соответствует реалиям.

76) [182, с.149; 187]. Детальный анализ данной проблемы и реальной роли М. Дестрема в строительстве железных дорог в России будет дан в готовящейся в настоящее время к изданию книге: *Гузевич Д.Ю., Гузевич И.Д., Елисеев Н.А., Тарасов Б.Ф.* Карл Иванович Потье: 1785–1855 / Под ред. *В.Е.Павлова*. СПб.: Наука, 2012.

П.П.Мельников, подписался под утверждением, что «можно безошибочно допустить, что употребление подвижных паровых машин должно, вообще говоря, ограничиться перевозкою путешественников, а что торговые пути должны быть располагаемы для действия лошадьми» [227, с.94].

Поэтому те, кто ощущал экономические возможности железных дорог, с неизбежностью должны были делать ставку на развитие техники этого транспорта, которое со временем могло бы дать ему существенное преимущество перед каналами. Думаем, что это и была основная причина, по которой Базен послал Ламе в Англию: для дискуссий нужна аргументация, а в Ливерпуль-Манчестерской дороге ощущался принципиально новый технический потенциал. И Ламе должен был привезти полную информацию об этом новом феномене. Причем не только о нем, но и о других транспортных системах, что было необходимо для сравнительного анализа.

Ламе блестяще справился с заданием. Его отчет содержит информацию по Ливерпуль-Манчестерской железной дороге, по шоссейным дорогам Англии и искусственным сооружениям на них, а также очень основательные соображения по созданию единой транспортной сети внутри страны. Ламе таковую роль отводил именно железным дорогам[77].

М.Воронина дважды и оба раза без каких-либо ссылок упоминает еще одну папку документов [L56]: «Ламе посетил и ряд французских городов, откуда он также привез чертежи мостов и железной дороги Сен-Этьен – Лион. Об этом свидетельствует папка из 11 листов рисунков с краткими пояснениями к ним, хранящаяся в библиотеке ЛИИЖТа»[78]. Наличие такой коллекции – вполне логично, – Ламе, как мы уже писали, обследовал эту дорогу, – а отсутствие ссылок вполне объяснимо. Дело в том, что эта папка не отмечена в фундаментальном каталоге рукописного фонда библиотеки И.В. Шкляр [268], где должна была бы упоминаться в разделе «Первые зарубежные железные дороги» на с.78 под № 327b[79]. Не нашли мы ее описания на имя «Ламе» и в старой рукописной картотеке библиотеки (мы там работали в 1984–85 гг.; позднее картотека была закрыта для исследователей). Возможно, папка была зарегистрирована в качестве анонимной коллекции чертежей.

77) Основательный анализ отчета см. [147, с.114–117; 148, л.123–128], а краткий – в [146; 150, л.40; 153, с.341–342; 213, с.34; 268, с.23–24]. См. также [74, с.93].

78) [147, с.117]. То же в: [148, с.127].

79) Под №327a должен был бы стоять также упущенная рукопись: Chemins de fer de Paris a St. Germain. Paris, 1838. 24 f. Шифр 3731. Допускаем, что попала эта рукопись в Россию (а, возможно, и была подготовлена) благодаря деятельности П.Д.Базена, умершего в этом же году в Париже, но в 1980-е гг., когда мы готовили книгу о Базене и работали в этой библиотеке, ознакомиться с нею нам возможности не дали.

А, учитывая нравы, которые в свое время царили в библиотеке ЛИИЖТа, все это означало, что исследователю получить на руки этот документ было, практически, невозможно.

Отчет явился фундаментальным трудом, который мог сыграть свою роль в дискуссиях вокруг железнодорожного транспорта, развернувшихся в России в 1830-е гг. Однако, по всей видимости, правы историки, которые увязывают малую востребованность отчета в России с поспешной отставкой Ламе [147, с.66]. Плоды тех знаний, которые получил Ламе в ходе этого путешествия на русские деньги, пожала уже Франция: Ламе с Клапейроном оказались среди самых активных сторонников и первых строителей железных дорог во Франции. Это было широко известно современникам[80] и постоянно повторяется в исследовательских работах и биографических справках. Но в истории их становления как железнодорожных деятелей было важное событие, информация о котором так и не вошла в научный оборот.

В литературе известно сопроводительное письмо от 16/28 ноября 1831 г., которое посол Франции в России, барон де Бургуэн[81], передал Ламе при его отъезде во Францию. Оно было адресовано Председателю Совета (Комитета) министров, Казимиру Перье (Casimir Perrier) и касалось обоих наших героев [27, n°15, 28/16.11.1831, 2 л.]. Учитывая, что копия этого же письма находится и в досье Клапейрона [26, n°70, 28/16.11.1831, 2 л.], мы, как, по-видимому, и другие исследователи, знакомые с этими архивами (например, М.Брадли, цитирующая это письмо [23, с.305]), считали, что оно было единственным. Однако имелось еще одно письмо, предоставленное уже самому Клапейрону. Оно предназначалось тому же Перье и также касалось обоих инженеров. Его черновик датируется 8/20 ноября 1831 г. В дипломатическом архиве в Нанте хранятся черновики обоих писем [7, doc.3, 5]. Если учесть, что и черновик, и оригинал письма, данного Ламе,

80) Информация об их участии в строительстве железной дороги от Парижа до Сен-Жермена появлялась и в российской печати тех лет, например, см. [142].

81) С середины 1830 г. по середину 1832 г., в связи с революционными событиями, во французском посольстве в России была сложная ситуация, постоянно менялись дипломаты, и очень непросто установить, кто на каждый момент и в каком ранге руководил посольством. Барон де Бургуэн (P.Ch.Amable, baron de Bourgoing, 1791–1864), являлся первым секретарем посольства; в июне 1831 г. он уехал в Париж и вернулся осенью (точной даты установить не удалось) уже в ранге полномочного министра, перескочив через ранг поверенного в делах и сменив посла, герцога де Мортемара, ушедшего в отставку по идеологическим соображениям и оставившего пост еще до прибытия Бургуэна. Окончательно Петербург последний покинул в июне 1832 г. [100]. Поэтому ошибочны встречающиеся в описях утверждения, из которых следует, что рекомендательное письмо Бургуэн подписывал как секретарь посольства, также как и утверждение Брадли, что он был «Chef de la Division de Personnel» [23, с.305], что соответствует начальнику отдела кадров.

датируются одним и тем же днем, то тоже мы можем утверждать и о письме, данном Клапейрону. Так вот, в этом письме, кроме рекомендаций и утверждания, что оба инженера будут полезны Франции, говорится, что они предложили проект обширной сети железных дорог на паровой тяге, которая со временем должна была покрыть всю Францию от Парижа до границы, и от границы до границы. В мирное время эта сеть должна была служить нуждам промышленности, а в военное время – нуждам обороны. Посол писал, что Клапейрон лично представит этот проект; что он – осведомленный человек и при личной встрече может рассказать о состоянии умов в российской столице. В деле имеется недатированный черновик записки о заслугах Ламе и Клапейрона в области сбора информации о железных дорогах (в том числе о поездке Ламе в Англию) [7, doc.4]. По-видимому, оригинал был приложен к рекомендательному письму, с которым уехал Клапейрон[82]. Но самым интересным в письме является утверждение барона де Бургуэна, что он уже посылал мемуар с этим проектом «Министрам его Величества». Другими словами, еще находясь в России, оба друга, основываясь на материалах, собранных Ламе во время командировки, готовили проект железнодорожной сети для Франции [L57]. Исходя из того, что покинуть российскую службу они решили на рубеже мая–июня 1831 г. (обоснование см. ниже), и что Бургуэн вернулся в Петербург лишь осенью 1831 г., датировать эту работу можно летом – началом осени 1831 г.

8. Участие Ламе в строительных комитетах и комиссиях. Так, например, он был членом комиссии по устройству Шлиссельбургских шлюзов – одного из крупнейших гидротехнических сооружений, которые создавались в России в 1820-е гг. [130]. Но важнее всего его назначение 23.8/4.9.1823 в качестве научного консультанта в Комиссию проектов и смет (впервые присутствовал на заседании 31.8/12.9.1823 при обсуждении работ по Пантелеймоновскому висячему мосту)[83]. Этот экспертный орган, созданный А.Бетанкуром в 1820 г., контролировал с технической стороны всю строительную деятельность по ведомству путей сообщения, а *de facto* оказывал влияние вообще на все строительство в России [61]. К решению наиболее сложных случаев привлекались научные консультанты, роль которых в течение 8 лет, до своей отставки, играли Ламе и Клапейрон. Их изложенные письменно экспертные

82) Мы делаем этот вывод на основании того, что в деле черновик записки подшит сразу за черновиком письма для Клапейрона, и что сама записка не встречается в делах, где находятся оригинал либо копии письма для Ламе [26; 27], в то время как судьба и местонахождение письма для Клапейрона пока остаются неизвестными.

83) Клапейрона туда же назначили почти на 1,5 месяца позже, приказом от 9/21.10.1823 [158, л.8–9; 246]. См. также [74, с.43].

оценки и расчеты вполне могут рассматриваться как небольшие научные работы (например, [L46; L47; L51]), и мы не исключаем, что сплошной просмотр журналов Комиссии за соответствующий период поможет выявить новые, ранее неизвестные рукописи Ламе и Клапейрона. Вряд ли можно переоценить богатство того опыта, который два французских инженера получили во время работы в этой комиссии, куда стекалась информация о предлагаемых проектах, о возникших строительных проблемах и о завершенных сооружениях со всей России. В определенном смысле эта их деятельность с инженерной и научной точек зрения объединяла всю остальную, а часть работ, описанных выше, являлись поручениями в рамках Комиссии проектов и смет.

9. И, наконец, последняя область деятельности Ламе в России, венчающая его труды с литературной точки зрения: в течение более, чем 4-х лет, с января 1827 г. и до своей отставки (исключая период полугодового путешествия по Европе), Ламе являлся помощником редактора французской версии *Журнала путей сообщения*, которая называлась *Journal des voies de communication*, и где публиковались не только собственные статьи Ламе, но и описания тех работ, в которых они с Клапейроном участвовали как офицеры КИПС. В сам комитет по изданию журнала Ламе входил с октября 1823 г. Редактором французской части был Дестрем. Но, перегруженный другими обязанностями, он, в реальности, редактировал лишь первые 4 номера, вышедшие в 1826 г. А далее все французские тексты и переводы с русского проходили через Ламе и правились исключительно им самим [62; 239].

Определенным отражением этой редакторской активности в *ЖПС/JVC* явилось введение Ламе (вместе с Базеном, председателем Ученого комитета *ЖПС/JVC* и несколькими другими политехниками, печатавшими статьи в этом журнале) в редакционный совет *JGC* с момента его основания в 1828 г. Описывая это, надо помнить, что *JGC* выходил в Париже, а Ламе в это время находился в Петербурге. Перед нами, скорее, видимое отражение того факта, что *ЖПС/JVC* оказал сильное инициирующее влияние на создание *JGC* и что Ученый комитет предоставил целый портфель рукописей, которые составили значительную часть публикаций в парижском журнале, особенно в первый год его существования [62].

Отдельно рассмотрим серию работ, которые принадлежат обоим периодам службы Ламе – и российскому, и французскому.

Первая публикация [L19] в *Journal de débats* относится к самым первым дням присутствия наших друзей в Париже, связана с мотивами их отставки, и о ней будет говориться во второй части нашей статьи.

Далее обращает на себя внимание книга, четырех авторов: Габриэля Ламе, Бенуа Клапейрона, и братьев – Стефани и Эжена Флаша (Flachat), озаглавленная *Политический и практический взгляд на публичные работы во Франции*, опубликованная в Париже в сентябре 1832 г. [L21]. Написана она, безусловно, уже во Франции. Однако у нее есть две особенности, которые заставляют нас признать за ней «переходный» характер. Во-первых, обратим внимание, что три автора из 4-х (два горных инженера и один гражданский) *только что* приехали из России, ибо Э. Флаша там тоже был в 1830–32 гг., работал на юге страны (занимался в Одессе бурением артезианских колодцев, создал там школу буровых мастеров)[84] и опубликовал в *Журнале путей сообщения* статью [263], которую Ламе редактировал как помощник редактора французской версии журнала. Таким образом, взгляд на публичные работы во Франции с неизбежностью должен был преломиться через их многолетний опыт публичных работ в России. С другой стороны, количество информации, содержащйся в этой книге об Англии, о ее дорогах и каналах, со всей очевидностью показывает, что в ней широко использованы материалы, собранные Ламе в ходе его командировки в Англию в 1830 г., финансировавшейся российским правительством. Но тогда написанный на основе этих же материалов отчет Ламе [L30], который до сих пор считался невостребованным и не публиковавшимся даже в отрывках [147, с.66], таковым отнюдь не является. Причем инициатором книги и ее «мотором« был 4-й автор, Стефан Флаша [L22, с.V], который никуда не ездил, но хорошо умел подключать к работе других.

Российские материалы и впечатления также широко использовались и во второй книге Ламе и Клапейрона *План общеобразова-*

84) [12, с.30, 52]. Во Францию он вернулся, по всей видимости, в самом начале 1832 г. A.Auclair, говоря о буровой фирме братьев Флаша, об Одессе и о гр. Воронцове, считает, что «Ламе и Клапейрон, французские инженеры, смогли порекомендовать компанию «Братья Флаша» для буровых работ, проводимых в 1831–1832» [12, с.49], но никаких ссылок не дает. Теоретически это возможно, и тогда такая рекомендация, скорее всего, давалась через министра финансов, графа Канкрина, который дважды упоминается в предисловии к французской версии статьи Е.Флаша [263], и который, собственно, ее и передал для публикации. Это тем более вероятно, что Канкрину подчинялось горное ведомство и горные чины, а Ламе и Клапейрон, хотя и служили в КИПС, но по своему положению французских горных инженеров вполне могли быть в контакте с Канкриным. Согласно тому же предисловию, Флаша «был призван в Россию по желанию Его Величества Императора» [263-*JVC*, с.42]. В библиотеке ПГУПС хранится рукопись Эжена Флаша (видимо, ошибочно приписанная Стефану) и инженера путей сообщения Юста Гаюи (племянника знаменитого кристаллографа) *Sondage a Odessa executé en 1832 et 1833: Extraits du journal des travaux de l'école de sondage établie a Odessa.* (*Зондирование <буровые работы> в Одессе, выполненные в 1832 и 1833 гг.: Извлечение из журнала работ Буровой школы, созданноой в Одессе*. Odessa, 1839–40) [268, с.103–104]. Учитывая годы подготовки рукописи, делал ее Гаюи на основе журнала их совместных работ.

тельных и специальных школ [L22], которая является органическим продолжением первой и в которой достаточно много говорится о России[85].

Но обеим этим работам предшествовала публикация их доклада, зачитанного в Политехнической ассоциации (Association Polytechnique) на сеансе 20 июня 1832 г.[86]. Он был посвящен военным аспектам развития сети железных дорог в стране, при этом опора делалась исключительно на паровые железные дороги, и в качестве референтной использовалась Ливерпуль-Манчестерская дорога. Перед нами явно примененные к условиям Франции материалы, собранные в Англии (точнее, техническая информация о паровой железной дороге и локомотивах). И сама идея, как мы видели, возникла еще в России. При пространствах Российской империи проблема срочной доставки войск к месту нападения неприятеля была одной из острейших. Не эту ли идею предполагал Ламе за год до того, весной 1831 г., предложить в качестве базовой для сети железных дорог в России? Любопытно, что этот аргумент был прекрасно понятен Николаю I и явился едва ли не основным, когда через десятилетие он принял решение о строительстве железных дорог в стране.

Обе книги о железных дорогах [L20; L21] были известны в России, в инженерной среде. Во всяком случае их экземпляры мы находим в библиотеке петербургского Горного института[87].

Из сугубо теоретических работ к «переходным», на наш взгляд, относятся две.

Во-первых, *Мемуар о изотермических площадях в твердых телах в состоянии температурного равновесия* [L24]. Сам Ламе пишет о нем: «Во время моего пребывания в Париже в 1830 году <...>, Фурье посоветовал мне исследовать законы равновесия и движения тепла в эллипсоиде <...>. Таково происхождение моего *Мемуара о изотермических площадях*, и последовавших за ним работ»[88]. Известно, что 10 мая 1830 г. Ламе в Париже присутствовал на собрании в Академии наук, где зачитывал свой мемуар [L15], и, скорее всего, указанная беседа с Фурье была если не в этот день, то в близкие даты. Таким образом, замысел работы возник за полтора с лишним года до того, как Ламе покинул российскую службу. И еще полтора года прошло с момента его возвращения во Францию до представления рукописи в Академию наук. То есть время работы разделилось между двумя странами ровно пополам. Мы не знаем, с какой интенсивностью в каждый из этих периодов шла работа над этим мемуаром, но то, что он принадлежит

85) Об этих работах см. также [69, с.1248; 102; 103, с.194–196, 226, 236, 287; 128, с.57–62; 147, с.123–126, 144–145; 121, с.72–75, 444; 264, с.129, 143].

86) [L20]. Анализ см. [147, с.121–122]. См. также [74, с.88].

87) Библиотечные шифры Б-4348, Б-4603 соответственно.

88) [80, с.14–15]. См. также [147, с.108; 153, с.356–357].

обоим периодам жизни Ламе – и российскому, и французскому – очевидно.

По-видимому, к таким же работам «промежуточного» характера надо отнести и *Второй мемуар о распространении тепла* [L23], тесно связаный с тем, который был написан в России в 1828–29 [L18] и представлен в Академию наук Института Франции уже 6 февраля 1832 г.[89], то есть чуть больше, чем через месяц после возвращения во Францию. Другими словами, работа над ним с неизбежностью должна была начаться еще в России и, быть может, продолжаться в дороге[90].

Как мы уже указывали, к этой группе, безусловно, относится литографированный курс физики 1831/32 г. [L33], а также, по нисходящей, курсы за последующие годы, вплоть до 1835/36 [L34–L37]. По всей видимости, границей здесь будет являться знаменитый курс, изданный типографским способом в 1836/37 гг. [81], когда завершилось формирование нового учебника[91].

Научный коллектив

С точки зрения творческого климата, в котором они оказались, молодым инженерам, безусловно, повезло. Приехав в Россию, они попали в научный колектив, который был чрезвычайно благоприятен и полезен для их становления как исследователей. Мы в свое время исследовали этот феномен и назвали его «Школой Бетанкура-Берда-Базена» [180]. Причем необходимо различать научный климат достаточно узкого круга людей, группировавшихся вокруг Бетанкура, затем Базена, и довольно тяжелую обстановку интриг, которая царила в Корпусе путей сообщения и в ведомстве в целом. Об этой обстановке известно из писем Клапейрона[92] или, напри-

89) При публикации обоих мемуаров даны ошибочные даты их представления или зачтения на сеансах в Академии наук: [L18] был получен не 8, а 4 мая 1829 г., а [L24] зачитан не 13, а 6 мая 1833 г. [109, с.240–241; 110, с.264–265].

90) К тем же выводам пришла и М.Воронина. См. [147, с.108].

91) В феврале 1838 г. Конференция ИКИПС решила приобрести этот курс для библиотеки института [197] – информация пошла в другом направлении. Анализ этого курса см. в [92].

92) В письме от 1822 г.: «Опыт учит нас, что мы не должны надеяться сэкономить на наших 6.000 рублей, мы не должны рассчитывать на работы, прежде всего, мы ничего от этого не выйграем, если хотим остаться честными людьми. Между офицерами нашего корпуса царит такая зависть, что невозможно брать на себя сколько нибудь значительные работы, без того, чтобы не пасть их жертвой, так как вскоре вы будете подвергнуты всевозможной ненависти и клевете. Главный директор, который слаб и находится в плохом окружении, обескураживает лучших офицеров. Полковник Destron <SIC!> (один из товарищей Базена), не выдержав более, вынужден был просить отставки. Базен вне себя» [74, с.29]. К сожалению, мы не знаем точной даты письма, которая могла бы многое прояснить, но речь явно идет о периоде незадолго до падения Бетанкура, когда он уже потерял контроль над ситуацией. «Destron» – описка. Речь идет о М.Г.Дестреме и об атаке на него в это время.

мер, из опубликованного нами письма Рокура; ее жертвой, в конечном счете, пал Бетанкур, и чуть не пал Базен, пострадали и Дестрем, и Потье [64; 74, с.29; 182].

Что касается узкой группы, то речь идет о научной (точнее, инженерной механико-математической) школе Бетанкура-Берда-Базена – синкретичном полицентрическом образовании, совместившем французскую теорию с британской практикой и испанской верой в «полезность» изобретений и теорий. Были там и немецкие, и голландские составляющие – этакий европейский котел идей и методов на русской почве и дровах. Теоретические разработки шли в Институте КИПС. Чарльз Берд предоставил свой завод в качестве лаборатории, получая благодаря этому контакту заказы от Главного управления путей сообщения и имея возможность использовать полученные результаты в собственных целях. Функции лаборатории также отчасти выполняли мастерские I округа путей сообщения, которыми до января 1824 г. заведывал Базен, а отчасти – мастерские Кондукторской школы. Практическая апробация технических решений шла в рамках работ, которые вел КИПС, а проверку их надежности и единства прочности и красоты проводили две созданные Бетанкуром эксперно-проектные организации: по архитектуре и градостроительству – Комитет для строений и гидравлических работ в Петербурге (с 1816), по техническим вопросам – Комиссия проектов и смет (с 1820).

Ламе и Клапейрон оказались вторым научным поколением в этой школе, очень плодотворно развивавшейся в 1820-е гг. Можно выделить 6 основных областей ее деятельности в этот период: аналитическая механика, прикладная механика, начертательная геометрия, различные области строительной механики и строительного искусства, инженерные изыскания, методическая ветвь.

Но в 1830–31 гг. школа пережила кризис: политика наступала науке на пятки. Французам пришлось делать нелегкий выбор. Ушли не только Ламе и Клапейрон. Пытался уйти Базен. В феврале 1833 г. покинул службу А.Фабр. Для Базена, который после смерти Бетанкура (1824) оказался во главе школы, стало очевидно, что надо искать замену. И он нашел ее в лице трех молодых русских (возраст – от 26 до 31 года, все трое уже были членами Петербургской Академии наук), обучавшихся в Париже и не так давно оттуда вернувшихся: М.В.Остроградского, В.Я.Буняковского, А.Я.Купфера[93]. Его выбор оказался чревычайно удачен. Остроградский не только сумел возглавить и развить три из шести дочерних школ, на которые в 30-е гг. начал разделяться некогда

93) Остроградский был приглашен в мае 1830 г., но с лета 1830 по май 1831 г. опять был во Франции и к преподаванию приступил лишь в 1831 г. Физик А.Я.Купфер был приглашен последним, в ноябре 1831 г., после ухода Ламе [167].

достаточно единый организм, – в областях аналитической механики, практической механики и методологии преподавания математики и механики в инженерных школах, но и оказал определенное влияние на четвертую – в области строительной механики. Еще к двум, – в области начертательной геометрии и инженерных изысканий, – как к научным школам Остроградский отношения не имел, хотя лица, действовавшие в их рамках, получали у него, как у лектора, хорошую математическую подготовку. В результате, в историю этот научный организм вошел как школа Остроградского, хотя он ее никогда не создавал, но возглавил, относясь к ее третьему поколению. А об основателях благополучно забыли.

Так вот, хотелось бы подчеркнуть, что тем успехам, которых Ламе и Клапейрон достигли, вернувшись во Францию, они во многом обязаны удивительному научному климату, в котором прожили 11 лет, – климату синтеза теоретических и экспериментальных исследований, с одной стороны, и практической деятельности – с другой. Ламе был больше теоретик, Клапейрон –практик, но опыт «школы Бетанкура-Берда-Базена» на каждого оказал сильнейшее влияние.

Бертран, подводя итоги жизни Ламе, писал: «Ламе был великим геометром. Он создал методы, ставшие сегодня классическими <…>. В его глазах математика была главным образом инструментом для проникновения в суть природы» [21, с.2; 22, с.274]. «Он поставил себе целью никак не меньше, чем объединить все физические законы как последствия единого принципа» [21, с.3]. «Ламе был, следовательно, не только выдающийся математик и один из самых выдающихся авторов нашего времени. Его работы были и будут иметь для строительного искусства практическое значение, важность которого становится все более очевидной с каждым днем» [21, с.8; 22, с.279]. Таковым его признавали не только математики. Подобный его образ сложился и в обществе, достаточно далеком от точных наук[94].

А завершим мы описание научной деятельности Ламе фразой, брошенной им через 14 лет после возвращения во Францию: «Я многим обязан России» [141, с.277]. И, хотя она часто цитируется в русскоязычных исследованиях[95], смысл ее от этого отнюдь не тускнеет: двое французских ученых получили образование во Франции, но сложились и как инженеры, и как исследователи – в России. Именно там нужно искать корни их деятельности, в синтезе Франции и России в их головах.

---

94) Немецкий математик К.Г.Якоби (C.G.J.Jacobi) писал еще в 1838 г.: Ламе – «один из проницательнейших математиков эпохи» (цит. по [152, с.87; 153, с.360]). 10 августа 1862 г. Герцен отмечал в одном из своих писем: «Ламе в качестве одного из величайших математиков нашего времени <…>» [156].

95) Впервые в [147, с.148; 182, с.47]. Сейчас уже размножено в интернете и повторено в мелких публикациях.

ЧАСТЬ III. ЛАМЕ И ПЕТЕРБУРГСКАЯ ЖИЗНЬ

Семейная жизнь

Информация о семейной жизни Ламе, также как и о причинах отъезда обоих друзей из России, в основном восходит к *Éloge de Gabriel Lamé*, написанной через 8 лет после его смерти непременным секретарем Академии наук Ж.Бертраном [19; 20]. Содержащая определенное количество ошибок в отношении собственно российских реалий[95], эта биографическая статья, по-всей видимости, достаточно точна в отношении личной жизни Ламе. Поэтому позволим себе обширную цитату: «Через два года после своего прибытия в Россию, Ламе сочетался браком с молодой француженкой, мадмуазель Бертен де Жеродан, которая, будучи скромной учительницей, смогла снискать к себе привязанность и заслужить всеобщее уважение. Любезный и великолепный Ксавье де Местр, выступив свидетелем его брака и окружив его добротой и вниманием, постарался помочь ему забыть об отсутствии семьи и удалении от родины. Вдвойне привлеченное с тех пор к гостеприимному дому молодого инженера, французское общество, весьма блистательное тогда в Санкт-Петербурге, любило там собраться. Там возникло множество дружеских связей, которые последовали за г-ном и г-жой Ламе во Францию; они стали поводом и возможно причиной их скорого возвращения» [19, с.243; 20, с.10].

Запомним последнюю фразу – она нам понадобится при выяснении причин отставки друзей. Что касается Ксавье де Местра, персонажа эмблематичного, которому любят уделять внимание биографы Ламе[96], то контакты с ним были не столь уж длительными, ибо он покинул Петербург и с 1825 по 1839 гг. жил в Италии [215]. Однако обратим внимание, что с 1824 г., то есть в последние годы своей жизни в Петербурге, граф Ксавье де Местр был из-

95) Так, например, утверждая: «Правительство России, желая создать в 1820 году школу путей сообщений, запрашивает первых учителей во Франции» [19, с.241; 20, с.7], Бертран (а за ним A. de Lapparent): «<…> в 1820 г., русское правительство, желая основать школу путей сообщения, обратилось к Франции, чтобы сформировать ее штат» [90–1, с.121] и более поздние авторы [48]) из двух событий: набора политехников при организации ИКИПС в 1809/10 и дополнительного приглашения профессоров в 1820 г., сделали гибрид. Энциклопедическое издательство Ляруcс в 1994 г. произвело на свет уже совершенно фантастический конструкт, утверждая, что Ламе «отправлен в 1820 г. в Россию с Клапейроном, чтобы руководить обширными работами по воплощению в жизнь проектов императора Александра I <…>. Стремится создать в Санкт-Петербурге учреждение, аналогичное Политехнической школе» [86]. Другими словами, согласно Ляруссу, Ламе с Клапейроном не приглашаются профессорами в институт, который возник за 11 лет до их приезда, а, приехав, пытаются его создать, приглашены же они якобы были, чтобы воплощать проекты императора, который в реальности не создал ни одного проекта.

96) Помимо работы Бертрана см. также [147, с.63; 153, с.359].

бран директором Императорского С.-Петербургского Минералогического общества, действительными членами которого являлись и Ламе, и Клапейрон. Общество, часто собиравшееся на квартире своего первого директора, Л.И.Панснера, в Михайловском замке, было одним из мест их встречи. Среди членов общества встречаем Бетанкура и Базена (не благодаря ли им наши герои стали членами этого ученого собрания?), профессора института И.С.Резимона, К.Берда, а позднее и герцога Александра Вюртембергского[97].

Вернемся к семье нашего героя. Прошение Ламе о разрешении вступить в первый законный брак с девицею Бертен де Жерандо, французскою подданною, жившей у своей покровительницы, графини Разумовской, было подано Базену 4/16 сентября 1823 г. [157]. Свадьба состоялась 27 октября, когда брак был зарегистрирован в посольстве Франции в Петербурге, до этого – в церкви. Среди свидетелей был Ксавье де Местр[98]. Из формулярного списка Ламе 1830 г.: «Женат на дочери французского натуралиста, Якова Адольфа Берти де Жерардона Марии Маргарите Феортюне» [244, л.239]. Из пенсионного досье их сына: полное имя матери – Marie Marguerite Fortunée Bertin de Gerandon (варианты – Geraudou, Géraudon = Жеродон; последний варинат – правильный) [122]. В [74, с.30–64] три главы посвящены их роману, родственникам жены и их совместной жизни в Петербурге. Это не случайно, ибо родители Ламе очень сильно противились их браку, и от этой эпохи сохранилось много писем, и весьма оживленных. Причем не только самого Ламе и его родителей, но также Клапейрона, Базена и других лиц; в уговорах родителей Ламе принял участие даже Анфантен.

Ламе, по всей видимости, не отличался сильным здоровьем. И согласие на службу в Петербурге с его тяжелым климатом было, с этой точки зрения, не лучшим решением. В марте 1830 г. он писал Базену: «Ваша Светлость знает насколько мое здоровье пострадало в течении 10 лет, которые я провел в Санкт-Петербурге, не преры-

97) [228; 261, с.II, XXXII, LXIX–LXXV].

98) [74, с.50]. К сожалению, в этой брошюре путаница с датами. Во-первых, стоит октябрь 1824 г. вместо октября 1823 г., что противоречит всем остальным событиям, в т.ч. и описанным в брошюре [74, с.61, 63]. К тому же первенец в семье родился 2/14 июля 1824 г. (см. далее), что вполне корреспондирует со свадьбой в октябре 1823 г. B.Jeanson и F.Segretain утверждают также, что венчание в церкви происходило 15 ноября, а регистрация в посольстве – 27 ноября. Вполне возможно, что так и было. Хотя сомнение вызывает не столько сам факт большого разрыва между этими датами (который авторы объясняют тем, что у новобрачных не хватало всех необходимых документов [74, с.47–48]), но и различие между ними ровно в 12 дней – равное различию между юлианским и григорианским календарями в XIX в. Нет ли здесь каких-то ошибок, тем более, что авторы брошюры указывают на отсутствие сохранившихся рассказов о церемонии?

вая серьезных и умозрительных трудов; врачи признают, что частые недомогания, которые были у меня в последнее время...» и т.д. [165, л.3об.]. О его «разстроенном здоровье» говорится и в рапортах по институту за 1830 г. [166]. Об опасении за свое здоровье Ламе пишет в цитировавшемся выше письме к своему отцу. 3 марта 1826 г. он даже отказался присутствовать «в печальной процессии погребения тела Императора Александра I» (хотя и был в нее назначен от КИПС), ибо у него болел зуб. Правда уже 5 марта спохватился и восстановил свое место в процессии [234].

Много информации содержится в Матрикулах, в библиотеке Политехнической школы, которые в 1993–94 гг. были сведены в банк данных на 200 выпусков: *La banque de données du matricule X*: *1794–1993*[99]. Там читаем: «Габриэль Ламе, именуемый Ламе де ля Друатьер, сын Габриэля Франсуа Ламе, владельца недвижимости[100] и Жюли Гуалар Ля Друатьер». Таким образом, в Политехнической школе Ламе также использовал и имя своей матери[101].

В той же базе данных находим одного из его сыновей: Gabriel Léon Jean Baptiste Lamé, которого называли Lolo, родившийся в Петербурге 18/30 августа 1826 г. Он обучался в Политехнической школе в 1846–48 г., затем – в Прикладной артиллерийской и инженерной школе (École d'application d'Artillerie et du Génie), служил в артиллерии – подполковник, затем шеф эскадрона (chef d'escadron), вышел в отставку в 1882 г., был снят с учета 4 ноября 1887 г. и скончался 1 апреля 1892 г. Его подругой была Амелия Нарлатт (Amélie Narlatte, по др. источникам: Harlatte). Согласно [74, с.130], брак между ними заключен не был. Это же подтверждает и запись в личном деле Г.Л.Ж.Б. Ламе от 31 декабря 1884 г.:

99) [14]. Ныне эти данные выведены в Интернет и на их основе для наиболее известных политехников подготовлены notices biographiques, которые мы тоже учитываем. См. также [120, т.3, с.1217].

100) «Propriétaire» может означать в данном случае и «домовладелец», и владелец предприятия, лавки, земли.

101) Генеалогия Габриэля Ламе в целом описана в [74, с.10–14, 98]: его дед, Gabriel Lamé (1725–84), перебрался из Орлеана в Тур, где женился на Marie-Anne Tourtay. Отец нашего героя, Габриэль-Франсуа (1760–1831), был их сыном. И уже он перебрался в Париж ок. 1803 г. От его брака (в 1790) с J.M. Goislard La Droitière родилось 5 детей: Julie (1791), Zoé (1792), Gabriel (1795), François, которого именовали Vallée (1796–1810) и Céline (1801). В то же время, как следует из цитируемой брошюры, в этой генеалогии на уровне деда остается достаточно много вопросов. Обратим внимание еще на одного персонажа, чье имя встречается в литературе: оружейный мастер Gabriel Lame (сохранились пистолеты с его клеймом), родившийся в 1734 или в 1735 гг. и в 1754–77 гг. проживавший в Мезьере. Его вторая жена, Jeanne Catherine Justine Marlois, в 1756–72 гг. родила ему не менее 7 детей [123]. Несмотря на легкие различия в орфографии фамилии (которая в XVIII в. во Франции еще в принципе не была жесткой), и учитывая явное наличие родового имени Gabriel и вполне подходящие хронологические границы, мы не можем не задать вопроса о возможных родственных связях.

«58 лет и 4 месяца. Холост» [122, л.15]. От Амелии он имел сына Гастона Леона (Gaston Léon; 8 февраля 1861, Страсбург – ноябрь 1887), который пошел по стопам отца: он стал политехником (X1883), в 1885 вышел в Артиллерийский корпус, но рано умер, даже не закончив обучения, в звании младшего лейтенанта артиллерии (sous-lieutenant d'artillerie)[102].

Другой сын Габриэля Ламе, Жозеф Эмиль (Josef Emile), также родился в Петербурге, 2/14 июня 1830 г. Собирался стать горным инженером. 16 сентября 1851 г. был принят в подготовительный класс парижской Горной школы, но математическими способностями отца явно не обладал, учился тяжело и, в конечном счете, вышел в отставку уже в 1853 г. Был натурой, скорее, художественной, публиковался в различных журналах; испытал сильное влияние мистицизма. Трагически погиб 7 декабря 1863 г. во время обострения депрессии. Его гибель оказала очень сильное влияние и на физическое, и на психическое состояние отца – он так и не смог оправиться от этого удара[103].

И, наконец, – дочь Габриэля Ламе, родившаяся в Петербурге 2/14 июля 1824 г., Мари Стефани (Marie Stéphanie; Mimie). Ее крестной матерью стала Стефани Базен, жена Пьера-Доминика Базена и дочь Сеновера, а крестным отцом – Клапейрон. Она была старше своих братьев и прожила долгую жизнь (ум. в 1909 г.). Во Франции Мари Стефани вышла замуж (16 апреля 1849 г.) за известного горного инженера и ученого Мишеля-Эжена Лефебюра де Фурси (Michel-Eugène Lefébure de Fourcy; 1812–89), представителя большой династии политехников. От этого брака в 1851 г. родилась дочь Клер (Clair), в замужестве Mme Whettnall, оставившая мемуары[104].

---

102) [14; 28; 74, с.63, 126–130, 149; 122].

103) Окончательно Габриэля Ламе добила смерть жены, 5 февраля 1870 г. Он сам ушел из жизни 1 мая того же года и был похоронен на кладбище Монпарнас [74, с.57, 71, 115, 117, 130–132]. В списках учеников Политехнической школы есть еще один Lamé, Maurice Luc Valère (5.06.1884, Tours – 1970; X1903). В 1905 г. он был выпущен в инженерный корпус, занимался проблемами авиации, был автором научных работ; вышел в отставку в ранге подполковника [14; 77; 120, т.3, с.1217]. Учитывая фамилию и место рождения, он явно имел родственную связь с Габриэлем Ламе, но какую, мы на данный момент сказать не можем. Определенную известность получил родственник Габриэля Ламе по линии его кузена, Жюля Ламе-Флёри (J.R.Lamé-Fleury), политехник и горный инженер Ernest Jules Frédéric Lamé-Fleury (1823–1903; X1843), по всей видимости, двоюродный племянник Габриэля [14; 74, с.7, 10, 15, 74; 90–3, с.244 и др.; 120, т.3, с.1217; 87; 121, с.439].

104) [12, с.64; 74, с.7, 63, 114]. Как мы предположили в нашем докладе, в архивах этого семейства могли сохраниться документы, касающиеся отца Marie Stéphanie, в т.ч. и его российского периода. Это блестяще подтвердилось в ходе самого коллоквиума, на котором присутствовали ныне здравствующие представители этого семейства. Некоторые из предоставленных ими материалов использованы в настоящей статье.

Благодаря воле случая, рождение каждого ребенка увязывалось с получением нового чина, о чем Ламе писал своим родителям: Мари была дочерью майора Ламе, Леон – подполковника, а третий ребенок, которого тогда ждали, должен был стать сыном уже полковника Ламе [74, с.62–63].

Именно с этими тремя детьми семейство Ламе и покидало глубокой осенью 1831 г. Петербург.

Общественная жизнь и салоны

Если во Франции даже в наиболее тяжелые эпохи общественная жизнь была, в значительной степени, жизнью политической, то в России она была «салонной» и, отчасти, «клубной». К сожалению, в СССР и в постсоветской России феномен салонов изучался, в основном, историками русской литературы, реже – музыки, которые, к тому же, в отличие от своих героев, французским, как правило, не владели. В результате за пределами внимания остались научные салоны, светские салоны в инженерной среде и франкоязычные петербургские салоны, что прекрасно видно по двум монографиям, посвященным этой проблеме, как, впрочем, и по отдельным статьям [216]. Однако именно в салонах велись дискуссии не только литературного, музыкального, театрального, но и научного характера. Ну, а клубы стали предметом исследовательского внимания вообще лишь в последнее время и все по тем же причинам, ибо к литературе и музыке они имели значительно меньшее отношение, чем салоны, являясь довольно регламентированными объединениями социальных элит (Английский, Немецкий, Американский, Дворянский, Купеческий клубы или собрания, Охотничий клуб и т.д.) [248]. Внешние же проявления политической жизни (которая протекала подспудно) были минимальными. С определенной точки зрения даже франкмасонские ложи, легально действовавшие до августа 1822 г., могут рассматриваться как клубы. И с этой же точки зрения запрещены они были за свою излишнюю (по мнению властей) политизацию и за эту самую закрытость, делавшую жизнь в них неподконтрольной государству. Запретив открытую политическую жизнь, государство сдвинуло все страсти российского общества на поле литературы и искусства, где они и «кипели» (на наш взгляд, это одна из причин столь бурного развития русской литературы в XIX в.). Именно в эту атмосферу (тогда еще достаточно либеральную) попали Ламе и Клапейрон, приехав в Петербург летом 1820 г.

Похоже, что в отличие от их старших товарищей, увлечение франкмасонством их не коснулось. Во всяком случае, нет никаких следов их участия в российских ложах, в то время как Базен, Фабр, Потье, Сеновер – все прошли через них [182, с.179–180;

253]. Осенью 1822 г. Ламе и Клапейрон, как и весь чиновный мир России после запрещения в августе того же года масонских лож, давали подписку о непринадлежности к какому-либо тайному обществу [159]. Эта подписка мало что значила для тех, кто действительно входил в таковые, но отпугнула от них любителей поиграть в таинственность и тайное знание.

Думаем, что первым салоном, куда ввели наших друзей, был «французский круг у генералов Базена, Сеновера и пр.», который называет Н.И.Греч, рассказывая о Фаддее Булгарине [177]. Последний умудрился попасть в круг этих лиц и «читал им свои сочинения, которые кто-то переводил для него на французский язык»[105]. Речь идет о середине 1819 г. И, хотя в это время П.Базен еще не был генералом, но к приезду Ламе и Клапейрона в Петербург летом 1820 г. уже стал таковым [182].

Кто входил в этот круг? Для начала укажем, что в 1820-х гг. в России (в первую очередь, в Петербурге) служило несколько десятков французских инженеров, костяк которых составляли парижские политехники (около 20 человек): П.Базен, А.Фабр, К.Потье, М.Дестрем, А.Рокур, Б.Анфантен, Т.Компер, Т.Дюкуэдик, А.Ганри, В.Феррандин-Газан, граф Сент-Альдегонд и др. [182; 251]. Эта группа в значительной степени принадлежала к кругу А.Бетанкура. Ламе и Клапейрон вошли в нее совершенно органично. Конечно, она охватывала далеко не всех политехников, хотя принадлежности к одной alma mater – École polytechnique было вполне достаточно, чтобы попасть в этот салон. Но и не все, кто туда был вхож, являлись политехниками, – достаточно назвать Сеновера и Булгарина.

В рамках именно этого круга была подготовлена «Русская антология» Дюпре де Сен-Мора (P.J.É. Dupré de Saint-Maure) [5], для которой Базен переводил «Россиаду» Хераскова, и которая оживленно обсуждалась в российской печати. Дюпре де Сен-Мор провел в России почти 5 лет (1819–23) и в феврале-марте 1821 г. организовывал в доме кн. Лобанова-Ростовского литературные вечера (с 7/12 марта они начали проводиться дважды в неделю, по понедельникам и пятницам, в новом, построенном Монферраном здании на Исаакиевской площади). Билеты были дорогими – по 75 руб. с человека. Их посещали представители высшего света и дипломатического корпуса, а также известные литераторы, среди которых – Н.И.Карамзин, Н.И.Греч, Ф.В.Булгарин, Д.И.Хвостов. Обратим внимание на имя графа де Местра и его супруги, урожденной С.И.Загряжской. На этих вечерах бывало много французов, среди которых – П.П.Базен с супругой и с тестем Сеновером,

105) [177]. О том, как это могло произойти, см. в нашей работе [181].

Монферран с супругой, а также неразлучные Ламе и Клапейрон [43; 182, с.175, 209]. Дюпре де Сен-Мор был с ними знаком и упоминает их в своих записках [46].

В 1821 г. в Петербурге возник еще один салон, куда, на первый взгляд, входили уже только парижские политехники – числом «с дюжину». Похоже, что он действовал до 1823 г. Речь идет о собиравшемся еженедельно политэкономическом и философском кружке, который организовали Антуан Рокур (1789–1841) и Бартелеми Проспер Анфантен (1796–1864). Политехник, будущий столп сен-симонизма, а тогда простой служащий банкирского дома «Мартен д'Андре» («Martin d'André»), Анфантен получал здесь свой первый опыт в области социальных наук[106]. Из этого же кружка впоследствии выйдет парижский Институт всеобщей морали А.Рокура и его независимый от Огюста Конта курс позитивной философии. Базен[107], Ламе и Клапейрон были активными участниками этого клуба[108].

Возможно, не без влияния обсуждавшихся там экономических идей, два приятеля в 1826 г. планировали уйти с государственной службы и организовать в России частную промышленную и научную ассоциацию. «Мотором» был Клапейрон. Ламе же, тяготея к исследовательской работе, явно не хотел заниматься производственной деятельностью (в отличие от Клапейрона, он избегал руководить и строительными работами, которое вело путейское ведомство). Вопрос поднимался несколько раз, и планы заняться частной промышленной деятельностью со временем возникли и у самого Ламе. Однако в России этим намерениям не суждено было сбыться

---

106) Первоначально он, в качестве коммивояжера, партнера своего кузена Луи Нюга (L.Nugues), торговал винами в Германии, затем в России; в 1821 г. перешел на службу в банк Мартэн д'Андре, а в 1823 г. вернулся в Париж [4; 52; 101, с.16; 129, с.22; 209]. Этот банк и сам факт его пребывания в Петербурге неоднократно упоминается в переписке Анфантена, напр. [50; 51, с.11–16, 49–59].

107) Пожалуй, наиболее ранние факты контакта Анфантена с Базеном мы находим в дневниковых записях Мишеля Шевалье (Michel Chevalier), названных им *Conversations avec le Père* (*Разговоры с Отцом* <Анфантеном>). В записи под 7.9.1832 г. приведен рассказ Анфантена о том, как при раскружаливании проседал свод Ямского водопроводного моста, и какие испытания этого свода провел Базен, его строитель. Испытания эти, в такиь подробностяь неизвестные из других источников, относятся, по всей видимости, к весне 1821 г., хотя раскружаливание было завершено 15/27 сентября 1820 г. [89, с.178; 182, с.96–97; 232]. Сам Анфантен появился в Петербурге весной 1821 г. (20 апреля 1822 г. он писал Пишару: «Я вот уже год как русский» [51, с.8–9]).

108) См. об этом сюжете [23, с.302–303; 24, с.3; 52; 59, с.13; 89, с.323–324, 326–327, 330; 103, с.54; 104; 115; 118, с.48; 127; 128, с.21; 129, с.22; 137, с.84; 182, с.180]. На контакты Ламе с Анфантеном, который был знаком и с невестой Ламе, Фортюне Бертен де Жеродон, указывают также различные пассажи в [74, с.46 и др.]. В [89, с.323–324] спутаны P.D. Bazaine (отец) и P.D.Bazaine-Vasseur (сын); первый приходился маршалу Базену отцом, второй – родным братом, и никто – дядей.

[74, с.58, 104]. В конечном счете, воплотились в железнодорожном строительстве после возвращения двух друзей во Францию.

Анфантен писал 20 апреля 1822 г. своему другу Пишару (Pichard): «Я нашел в Петербурге десять – двенадцать учеников Школы. Вы знаете возможно только одного из них. Рокур, инженер Мостов и Дорог. Можете себе представить, какое счастье для нас собратся вместе. Мы еженедельные устраиваем философские вечера, и мы изучали этой зимой Кабаниса, Ларомигьера, Кондорсе, Вольнея[109], физиологию, идеологию и т.д. Каждый из нас делает доклад по одному из этих трудов и это действительно очень интересно. Политэкономия – также отрасль наших занятий, и это отнюдь небезынтересно, уверяю вас»[110]. Собрания проводились на квартире Рокура, который появился в Петербурге летом 1821 г. [137, с.80]. Алемань (Allemagne) пишет далее: «Рокур приобщил Анфантена к принципам политической экономии Ж.Б.Сэя.» [4]. Таким образом, Ламе штудировал труды по социальным наукам и периодически, наряду со всеми, делал по ним доклады.

Из схемы, составленной Ламе и приведенной в [L38], также, как и из описания в [74, с.59–60], следует, что дом, в котором проживали Ламе и Клапейрон, непосредственно примыкал к выходившему на Фонтанку дому Мартена д'Андре (точнее, являлся его внутренним флигелем), где, скорее всего, и проживал Анфантен.

Похоже, что кроме политехников на собраниях бывали и некоторые другие лица. Мы не удивимся, если со временем выяснится, что в беседах участвовал и директор Института КИПС, Сеновер – в прошлом известный экономист эпохи Революции [59]. А его дочь (она же жена Базена) бывала на заседаниях вместе со своим мужем почти наверняка. Предоставим слово Ф.Вигелю: «Единственная же дочь их, Стефания, в тринадцать лет изумляла уже живостью и смелостию ума и развивающимся кокетством. Можно было предвидеть, что она пойдет далеко, что она будет чем-то, чему тогда не было еще имени. Ожидания сбылись: Сен-Симонизм и все богопротивные секты видели ее сильною своею поборницею» [138].

Это не единственная организация, которая была создана в Петербурге при непосредственном участии Анфантена. Другая – Французское благотворительное общество в Петербурге (Association Française de bienfaisance à Saint-Pétersbourg), возникшая во фран-

109) P.J.G.Cabanis (1757–1808), французский врач, физиолог, философ; P.Laromiguière (1756–1837), французский философ; M.J.A.Nicolas de Caritat, marquis de Condorcet (1743–1794), французский философ, математик и политический деятель; C.F.Chasseb_uf de La Giraudais, comte Volney (1757–1820), французский философ и ориенталист.

110) [51, с.10]. Выдержка в [4] со ссылкой: Archives Saint-Simoniennes, ms.7643, f°8. (см. также [104, с.76–77]).

цузской колонии под председательством французского посла [111, с.12]. Подробно мы рассказали об этом обществе в [181]. Здесь же укажем лишь, что Устав его, предложенный в качестве образца и для других французских колоний, был утвержден Людовиком XVIII в 1820 г., и оно начало свои финансовые операции в том же году, 25 августа (по н. ст.) – в день Св. Людовика [9, с.3; 112, с.4]. Но похоже, что неофициально, в виде своеобразной кассы взаимопомощи, оно появилось между 1817 и 1819 гг. [11; 113].

Список участников начал публиковаться с 1825 г. [10]. В нем присутствуют: Bazaine (вначале один, затем с женой), три брата Fabre (причем врач Яков был пожизненным членом Комитета), Henry, Raucourt, Destrem, Potier, граф S^t Aldegonde, и наши герои – Clapeyron и Lamé (Lamée). Из неполитехников, тесно связанных с КИПС и его Институтом, или входящих в круг А.Бетанкура, можно назвать Сеновера (Senovert), профессоров Резимона (Résimont; Résimon, Résimond), племянника и секретаря Базена П.Цейлера (Zeiller), а также архитекторов П.Жако (Jacot), Монферрана (Montferrand) с женой и его противника, Модюи (Mauduit), Кавоса (Cavos) и Паскаля (Pascal).

Остановимся чуть подробнее на последнем персонаже, ибо об этом человеке, имеющем отношение к Ламе, вообще мало что известно. Выпускник парижской Академии архитектуры, Эжен (Евгений Францевич) Паскаль (1791–1861) также входил в круг Бетанкура, ибо с сентября 1823 г. по ноябрь 1827 г. состоял в должности рисовальщика при Комитете для строений и гидравлических работ в С.-Петербурге (по др. данным, с 1.5.1825 г. по 2.3.1827 г., когда получил должность каменных дел мастера), и был связан с Монферраном. До этого работал в Крыму, затем, около года, в Комиссии по сооружению Храма Христа Спасителя в Москве; автор решетки Александровского сада в Москве (1820); принял российское подданство. В 1821–22 гг., по рекомендациям Бетанкура, Сеновера и Монферрана, Паскаль принимал участие в крымской экспедиции академика Е.Е.Келера; впрочем, вошел в конфликт с Академией наук. В 1828 г. он, тогда младший архитектор при Монферране, участвовал в сооружении катафалка в Петропавловском соборе для скончавшейся императрицы Марии Федоровны; в 1832 г. наблюдал в Петерлакской каменоломне за обтеской Александровской колонны (той самой, для которой Ламе рассчитывал энтазис); с 1833 г. – «назначенный в академики» Академии художеств; в 1840-х гг. – архитектор Департамента проектов и смет ГУПСиПЗ (то есть, прямой подчиненный Дестрема); в 1843 г. вышел в отставку в невысоком чине титулярного советника; в 1847 г. должен был исполнить «проект греко-российской церкви» на звание профессора архитектуры; автор проектов нескольких домов в

Петербурге[111]. С 1829 по 1846 гг. Евгений Паскаль исправно вносил ежегодно по 25 р. на благотворительные цели. Далее, в 1847, 48 и 51 гг. платила уже только «Mme Pascal»[112]. Сам архитектор покинул С.Петербург, на старости лет возвратившись во Францию. Данные о нем у А.Новицкого, автора статьи для РБС, также завершаются 1847 годом[113].

Мадам Паскаль была женщиной активной, и в 1820-е гг. в Петербурге был известен ее салон, по выражению Ламе, «весьма популярный», который, также как и салон супруги Базена, Стефани, посещали Ламе и Клапейрон. Обе эти женщины находились в числе их близких друзей, как, впрочем, и графиня Разумовская. Посещали они также салон Mme Cournand. Причем, в собственно русских аристократических салонах их не то, чтобы стремились принимать, особенно после отъезда из Петербурга летом 1824 г. их покровительницы графини Разумовской, хотя позднее они часто бывали и обедали у графа Румянцева. В результате, светская жизнь наших друзей протекала, в основном, в салонах французской петербургской колонии. Ламе играл в любительских (явно благотворительных) спектаклях, а Клапейрон пел, к тому же, видимо, неплохо, и потому «был на расхват в салонах» [74, с.28, 35–36, 38, 43, 61–62].

Однако, вернемся к Французскому благотворительному обществу. В его списках до 1826 г. мы находим также банкира Мартена д'Андре – петербургского хозяина Анфантена, графа Ларошфуко (Larochefoucauld, 1826–27), едва ли не весь состав французского посольства, множество представителей русской знати (Шереметевых, Трубецких, Потоцких, Завадовских). И среди них – Анатолий Демидов и ...«Pouchkine (de Alex.)» – А.С.Пушкин, который в 1828–29 жертвовал на французских вдов и сирот по 25 руб. [111, с.11; 112, с.9]. Во второй половине декабря 1828 г. Клапейрон и Ламе, скорее всего, оказались с Пушкиным на одном заседании.

Таким образом, заседания общества давали нашим героям все возможности для установления контактов как с высшим петербургским светом, так и с влиятельными лицами во французской колонии. С другой стороны, это был и навык благотворительности – тип общественной активности, к которой не пренебрегал и сен-симонизм (не случайно Анфантен стоял у истоков этого общества). Но то, что легко удавалось в рамках французской колонии, резко

---

111) [181, с.422–423; 226; 262, с.78–81]. В настоящее время в рамках организованного нами коллоквиума по французским архитекторам и инженерам в России, состоявшегося 10 декабря 2010 г. в Париже, В.Бондарчук, А.Квятковский и F.Gibert сделали доклад, посвященный Э.Паскалю. Материалы коллоквиума предполагаются к публикации.

112) [112, с.9; 113–1830, с.13; 113–1831, с.15; 113–1832, с.13; 113–1833, с.13; 114].

113) [226]. В [262, с.78] утверждается, что он вернулся во Францию в 1849 г., но, как нам кажется, это произошло на пару лет раньше.

осложнялось при выходе за ее границы. Так, 12 ноября 1824 г. Ламе и Клапейрон подали рапорт с просьбой разрешить им прочесть в здании института публичные лекции по физике и химии в пользу пострадавших от наводнения. Но разрешения на это руководство ведомства путей сообщения так, судя по всему, и не дало [212, с.76–77; 264, с.129].

Как следует из текста Бертрана [19, с.243; 20, с.10], сам дом Ламе (он же – дом Клапейрона) служил местом сбора представителей французской колонии, то есть был своеобразным светским салоном, который, впрочем, по свидетельству Ламе (март 1828 г.) начал пустеть: «Французские семьи покидают Россию. Круг нашего общения резко сокращается и если только не вливаться в русское общество, которое не подходит нам и которому неподходим мы, наш салон грозит превратиться в пустыню. Меня эта перспектива не пугает. Я достаточно люблю одиночество. Но моя жена, у которой нет математики для того, чтобы усердно ею заниматься, и которая не может даже пообщаться с мужем, когда он усердно работает, в полном праве начать жаловаться, и меня это беспокоит» [74, с.61].

Как видим, уменьшение французской колонии в Петербурге началось еще до революции 1830 г. По-всей видимости, французы почувствовали изменение общественного климата в столице с уходом александровской эпохи.

В мае 1828 г. в Россию возвратился молодой М.В.Остроградский, обучавшийся в Париже. Тесные отношения с Ламе у него завязались еще до того, как он летом 1830 г. стал профессором ИКИПС. Сохранилось недатированное письмо к нему Ламе [L39], которое, судя по содержанию (говорится о еще не восстановленном после ледохода или ледостава мосте через Неву, а Остроградский жил на Васильевском о-ве), должно относиться, скорее всего, к осени 1829 г.[114] Из него следует, что Ламе навещал Остороградс-

114) Остроградский из Франции добрался до Петербурга в мае/июне 1828 г. и летом выехал в Полтавскую губернию. Возвратился в сентябре 1828 г. С начала апреля по конец октября 1830 в Петербурге не было Ламе, с середины 1830 до конца апреля 1831 – Остроградского (оба ездили во Францию). Остроградский вернулся лишъ к маю 1831 и тяжело больным (приступил к чтению лекций лишь в ноябре), что, на первый взгляд, совпадает с текстом письма, но привыкнуть посещать его перед этим (так же как и перед ледоставом осенью 1828 г.) Ламе никак не мог, ибо Остроградского не было в Петербурге [174, с.68; 175, с.80–86; 223, с.58–59]. Остается 1829 г., тем более, что 4 мая 1829 г. в Академии наук в Париже был зачитан мемуар Ламе, где тот писал об Остроградском [L18, с.195; 174, с.128; 175, с.143–144; 269, с.26], а, значит, они уже знали друг друга. В письме говорится о подписке и билетах – речь, скорее всего, идет о публичных лекциях Остроградского по небесной механике, которые тот читал с 19 ноября 1829 (ст.ст.) по март 1830 г. [164; 174, с.65; 175, с.83–84]. А, значит, наиболее вероятная дата письма – первая половина ноября 1829 г., когда шла подписка на лекции. Ламе и Остроградский встретились также в Париже осенью 1830 г., и Ламе привез от него письмо непременному секретарю Петербургской академии наук, П.Н.Фуссу [223, с.59].

кого по средам и пятницам[115]. Другими словами, по этим дням у молодого математика еженедельно собирались люди. По всей видимости, перед нами какая-то версия научного салона в Петербурге.

Впрочем, в качестве научного салона (или, скорее, научного клуба, ибо имело место избрание членов) можно рассматривать и заседания Императорского С.-Петербургского Минералогического общества, тем более, что первое время они проводились на квартире его директора, о чем мы уже говорили выше.

Ламе как педагог

Вряд ли кто-либо будет спорить, что профессия человека оказывает влияние на его восприятие в обществе. Но профессии, которые связаны с общением и публичностью, влияют на это восприятие больше, чем другие. К таковым относится педагогика, тем более, в высшей школе, где слушателями и собеседниками преподавателя оказываются достаточно взрослые люди, которые становятся их учениками, последователями, а то и противниками. Поэтому попробуем собрать воедино мнения о Ламе, как о педагоге.

Хотя наш герой всю жизнь преподавал, но это был в первую очередь исследователь, а в педагогике – методист. Само же преподавание не относилось к сильным сторонам его творчества. У нас слишком мало материалов по России, но есть по Франции, в том числе записки его русских слушателей. Начнем с воспоминаний А.И.Дельвига, слушавшего курсы Ламе и Клапейрона еще в их петербургскую пору: «Ламе был человек положительный, глубоко ученый, приятной наружности и изящных форм; читал лекции красноречиво и твердо знал, что читал <…>. Клапейрон был, напротив, человек взбалмошный <…> не всегда твердо знал читаемые им лекции и часто затруднялся в математических выкладках, но от природы способнее Ламе, который много выигрывал старательным изучением преподаваемых им предметов»[116].

А вот из записок другого их ученика, А.Нордштейна: в Институте «по контракту служили два Француза: Ламѐ и Клаперон; первый превосходный физик, механик, интегралист и вообще математик-теорист, а второй ветренная голова, впрочем, тоже был профессором» [222, с.243].

Всего через 3 месяца после возвращения из России, 31 марта 1832 г., Ламе стал профессором физики в Политехнической школе [80, с.13; 83, с.17; 99, Lamé, с.1]. А, значит, и методы должны были быть те же самые: «Ламе, силуэт с бледным и гладким

115) Письмо это, в свое время найденное В.Е.Прудниковым в коллекции Н.Е.Жуковского в ЦАГИ, в русском переводе публиковалось не менее 4-х раз: целиком в [220, с.366; 231, с.717] и в выдержках в [147, с.104; 153, с.371], а также приведено в [148, л.103]. Французский оригинал опубликован лишь в виде факсимиле [231, с.718].

116) Цит. по [147, с.137] со ссылкой на [185, с.129].

лицом, монотонно укачивал своих слушателей в колебаниях света» [90–1, с.47] (видимо, имеется ввиду освещение газовыми рожками). И далее: «Трактат, написанный им в 1836 г., особенно 2е его издание, появившееся в 1840 <[81] – *Д.И.Г.*>, является шедевром четкости, краткости и глубины; он пытался преподавать как писал; это было опасно <...>. Он кончил тем, что стал более глубоким, чем понятным <...>. Понять своего Ламе (*Comprendre son Lamé*) стало в Школе синонимом «быть очень сильным <науках>». С тех пор восхищались гением ученого, любили человека за доброту и доброжелательность; с большим трудом следовали за преподавателем. Он понял это сам; перейдя в 1844 г. в выпускные экзаменаторы (*examinateur de sortie*) по механике, он принял на себя функцию, которая идеально ему подходила, и оставил для пользования учеников и преподавателей прекрасную книгу, которая навсегда останется образцом» [90–1, с.62]. В России его печатные и литографированные курсы [L6; L26–L30] также остались образцами, повлиявшими на дальнейшее развитие учебников в соответствующих областях.

В середине и второй половине XIX в. в России было принято посылать в Европу на стажировку лиц для подготовки к профессорскому званию. Их отчеты публиковались в *Журнале Министерства народного просвещения*. Математики из их числа часто слушали лекции Ламе (А.Бессель, Н.В.Бугаев, А.П.Горлов, А.Ильин, В.Г.Имшенецкий, А.Коркин) [147, с.146–148; 153, с.364–365, 372; 200; 202]. Приведем некоторые выдержки, касающиеся характера преподавания. Имшенецкий о курсе Ламе по теории упругости (11.12.1863): «Слабое здоровье и лета почтенного профессора не позволяют ему читать свои лекции общепринятым образом, то есть производить вычисления и доказательства на доске аудитории; поэтому при начале лекции слушателям раздаются литографированные листки с выводами вычислений, которые профессор объясняет по одному из таких листков, причем слушатели должны также воображать относящиеся к предмету чертежи, следя за словами профессора. Должно сознаться, что было бы чрезвычайно трудно следить за таким изложением, не быв вовсе знакомым с предметом»[117]. Бугаев о том же курсе и литографированных листах: «При подобном способе изложения у Ламе время выигрывается едва ли не вдвое. Притом, имея эти листки, слушатели очень легко могут сохранить в памяти все заключения профессора»[118]. Как видим, мнения двух слушателей кардинально расходятся.

Нам посчастливилось обнаружить в библиотеке Института Франции, в фонде Ламе как сами подобные листы, так и бумаги

117) [201]. См. также [147, с.147; 153, с.364].
118) [202]. См. также [147, с.147; 153, с.365].

по их подготовке (переписку с литографом, квитанции), относящиеся к 1859/60 уч. г.[119] Это – уникальные свидетельства настоящей революции в средствах инженерной и научной коммуникации, которую произвела литография в первой половине XIX в., дав рождение «littérature grise»[120]: от литографированных курсов до лекционных материалов, от чертежей до копирования старых текстов и изображений [178]. В конце XX в. эту функцию выполняли, в основном, ксерокопировальные аппараты, а ныне сюда подключились и компьютеры.

Завершение карьеры и отставка

Как мы уже говорили, условия службы у двух друзей в России были прекрасными. Другой вопрос, что сама служба была тяжелой. Так не у них одних. Но она вознаграждалась чинами, орденами, деньгами, положением в обществе.

Весной 1831 г. еще ничто не предвещало драматической развязки. Судя по рапорту Ламе Базену от 16/28 мая 1831 г., и он, и Клапейрон имели обширные планы по изучению возможностей приложения собранной в Англии информации к России, и уходить в отставку отнюдь не собирались (Клапейрон, правда, еще находился в Вытегре, но должен был вскоре возвратиться) [236, л.31–32]. Однако 18/30 сентября 1831 г. они оба неожиданно подают прошения об отставке и о разрешении выехать во Францию [147, с.61, 65; 264, с.141]

Попытки разрешить загадку их отъезда в советскую эпоху вызвали к жизни своеобразный стереотип двух французов, гениальных ученых, «прогрессивных инженеров-новаторов» и полковников-полуреволюционеров, один из которых был взят под жандармский надзор (Ламе), а другой – сослан (Клапейрон), которых манкировали их же коллеги-роялисты, а реакционный николаевский режим то ли за революционные убеждения, то ли за желание осчастливить Россию строительством железных дорог, в конечном счете, просто выгнал из страны[121]. Мы отнюдь не утрируем. Определенный рекорд побит в книге «Михаил Васильевич Остроградский: Педагогическое наследие; Документы о жизни и деятельности», вышедшей под редакцией И.Б.Погребысского и А.П.Юшкевича в 1961 г., где утверждается: «В 1832 г. (по другим

119) [73, f.231–265, 295, 299–303, 310, 324].

120) «Серая литература» (фр.) – любые тексты, размноженные на копировальной технике.

121) [134, с.60; 152, с.87; 153, с.358–359;224; 225; 264]. Так, Френк [264, с.131] представляет роялистом Рокура, который, вернувшись «в бурбонскую Францию, счел лишним упомянуть о Ламе и Клапейроне» во 2-м издании своего трактата, в то время как говорил о нем в первом (речь идет о [116; 117]). В действительности же Рокур тогда был сен-симонистом, а вскоре стал позитивистом и воспитателем рабочих (что с роялизмом мало вяжется), но, человек крайне неуживчивый, если не склочный, он перессорился со всеми друзьями и покровителями.

сведениям в 1830 г.[122]) по причинам, которые пока не удалось выяснить, Николай I в трехдневный срок выслал из России и Ламе, и Клапейрона» [220, с.378]. Забегая вперед, должны заметить, что события, о которых идет речь, были не в 1830 и не в 1832[123], а в 1831 г.; ни о каком трехдневном сроке речь не шла, да и никто их из России не высылал…

Широко использовалась одна из версий, восходившая к слухам, циркулировавшим в Петербурге в 1831 г. и попавшим во французские газеты декабря 1831 г. [74, с.99–100] и в мемуарные тексты XIX в. Она гласила, что все проблемы началось с награды. А.И.Дельвиг, выпускник 1832 г., знавший в качестве ученика обоих профессоров, писал, что Ламе и Клапейрон были награждены Луи Филиппом кавалерскими знаками ордена Почетного легиона. Однако Николай I запретил им носить эти знаки на их русских военных мундирах (по утверждению Дельвига, они не имели, как Базен, русского подданства). Ламе и Клапейрон обиделись и осенью 1831 г. вышли в отставку и уехали во Францию [185, с.130]. В действительности, Базен также не имел русского подданства, но даже и без этой ошибки трактовка вызывает сомнение.

Лефебюр де Фурси о Ламе: «11 январля 1831 года, по просьбе нашего посла <графа де Мортемар> он был произведен в кавалеры Ордена Почетного Легиона (будучи еще полковником на русской службе и оказывая честь французскому имени заграницей)»[124]. Но в этот день были награждены 6 французов, служивших в России: генерал-лейтенант Базен – командорским знаком королевского ордена Почетного легиона, генерал-майоры Фабр, Потье и Дестрем – офицерскими, полковники Ламе и Клапейрон – кавалерскими. 2 февраля 1831 г. Базен через герцога Вюртембергского запрашивал разрешение на ношение этих знаков [233]. Французские биографы Ламе прямо пишут, что «царь запретил им носить награды, данные правительством, которое он отказывался признать» [74, с.94]. Френк и Воронина утверждают, что 22 мая 1831 г. все таковое разрешение получили, кроме Ламе и Клапейрона [147, с.62; 264, с.142]. Но забывают при этом указать, что в

122) Эта ошибочная дата отъезда Клапейрона из России (как вариант: прекращения преподавания) постоянно встречается в литературе (напр., [39; 192, с.122; 203; 205; 268, с.196; 265]). В России она впервые появляется, по-видимому, у Ларионова [212, с.65], где, скорее, речь идет об описке, ибо в других местах своей книги он дает правильную информацию [212, с.92]. Во Франции она возникает раньше (встречается уже в 1900 г., см. [76]), увязываясь с революцией 1830 г., из-за которой, по мнению авторов, Клапейрон покинул российскую службу. В последних публикациях французы создали новый гибрид: уже оба друга, Ламе и Клапейрон, по их утверждению, преподавали в России до 1830 г., а уехали в 1831 [49, с.31–32].

123) Ошибочное указание на 1832 г., как год отъезда Ламе из России и/или возвращения в Париж, регулярно встречается в энциклопедиях. Напр., см. [85; 211].

124) [88, с.272; 229, с.1]. Документы о награждении см. в [29].

имеющемся деле [233], на которое они ссылаются, отказа двум последним в праве ношения ордена нет. О них как бы просто забыли. Представлял Николаю I эту просьбу герцог Вюртембергский, поэтому корни всех решений императора надо искать именно в его действиях, начиная с простейшего вопроса: а называл ли он в своем ходатайстве имена Ламе и Клапейрона?

В качестве придирок герцога, осложнявших жизнь наших героев, иногда приводят его требование к Ламе объяснить задержку на 18 дней своего возвращения из командировки в Англию и Францию (вместо 6/18 октября инженер якобы вернулся 24 октября/5 ноября) и почти-что дерзкий ответ Ламе, объяснившего опоздание «дурным состоянием дорог в России» [153, с.358; 212, с.90]. Однако при ближайшем рассмотрении ситуация выглядит иначе. Летом 1830 г. во Франции произошла революция, и герцог, к своему ужасу, должен был обнаружить, что он сам именно на это время послал туда своего офицера, да еще французского подданного. И ручаться, что тот не принял участия в каких-либо революционных действиях, невозможно в принципе. Легко представить, с каким нетерпением он должен был ждать возвращения Ламе из Парижа, высчитывая каждый день, а тот, как на зло, задержался на целых 18! И, естественно, по прибытии Ламе, от него требуют объяснений (причем отнюдь не сам герцог, а начальник Штаба корпуса, Варенцов). С формальной стороны все абсолютно верно. Первая часть рапорта Ламе [236, л.19] о том, что основная причина задержки – ожидание с 18/30 сентября по 2/14 октября (то есть 14 дней из 16-ти) дипломатической почты, которую хотели было с ним передать, должна была герцога успокоить: никаких политических причин задержки не просматривалось (об этой части ответа в историографии забывают). Ну, а от второй части, что движение было замедленно из-за состояния дорог (вспомним: октябрь-ноябрь, распутица), и потому Ламе смог прибыть лишь 22 октября (а не 24-го), а 23-го утром уже был в Штабе, герцог мог, конечно, и поморщиться. Но и это была реальная причина, да и потеряно из-за нее всего 2 дня. А вот еще 1–2 дня (зависит от того, как считать) «набежали» из-за нерасторопности самого Штаба.

Говоря об отставке, обратим внимание на последнюю фразу из вышеприведенной цитаты Бертрана[125]. Как нам кажется, в ней скрыто значительно больше информации о действительных причинах возвращения, чем в нижеследующих, и часто цитируемых пассажах: «В июле 1830 года падение неустойчивого престола поколебало и нарушило спокойствие в Европе, ужаснув всех государей.

125) «<…> Там родилось много дружеских связей, которые последовали за г-ном и г-жой Ламе во Францию; они стали поводом и возможно причиной их скорого возвращения» [19, с.243; 20, с.10].

Посланный за нескольких месяцев до этого с визитом в Англию, по возвращении, Ламе нашел санкт-петебургское общество взбудораженным. Правительство боролось с либеральными идеями с какой-то яростью: встревоженная полиция повсюду находила виновных. Заподозренные в симпатии к ненавистной революции, французы особенно вызывали его недоверие. Клапейрон, уличенный в слишком свободных высказываниях, был послан в командировку в Вытегру, на Архангельскую дорогу, для того чтобы следить за работами, которые не были ни начаты, ни даже запроектированы. Казак, ожидавший его там, не имея секретных инструкций, сообщил Клапейрону свой приказ – повиноваться ему во всем, на территории деревни, но стрелять в него если бы тот попытался уйти. Могущественное влияние, и потребность в его советах сократили ссылку Клапейрона до нескольких месяцев» [19, с.243–244; 20, с.10–11].

Даже если учесть несколько утрированый характер описания полуфарсовой «ссылки» Клапейрона[126], то все равно приходится

126) Вопрос в реальности не исследовался; описания восходят к Дельвигу и Бертрану. А.И.Дельвиг: «После июльской революции их обоих предваряли, чтобы они свои мнения об этой революции держали про себя. Это им было подтверждено и после Варшавского мятежа. Ламе повиновался, но Клапейрон пробалтывался. Вследствие этого в декабре герцог Александр Вюртембергский, конечно по приказанию императора, объявил ему о том, что он командируется в Вытегру… откуда возвратился только летом следующего года» (цит. рукописи мемуаров Дельвига по [139, с.152–153]). Допускаем самодурство герцога Вюртембергского, который никого направить в ссылку не имел права (это прерогарива императора, а тот бы решал вопросы иначе), но вот в дурную командировку по делам службы – мог. Если бы Клапейрона действительно было за что наказывать, им бы занималось III отделение, и тогда были бы другие проблемы. Клапейрон же вместе с поручиком КИПС Княжевичем направлялись «для обозрения в искусственном отношении зимних работ по Мариинской системе» [169, л.2]. Это не забытая Богом дорога в Архангельск, а одна из трех артерий, питавших Петербург (нынешний Волго-Балт), ну а Вытегра – «столица» II Округа путей сообщения, которому подчинялись яводные пути Севера, Мариинская и Тихвинская водные системы. При эксплуатации гидросистем зимний период использовался для подготовки их к следующей навигации. Так что бессмысленной командировку Клапейрона, которая длилась 4 месяца, по май 1831 г. [236, л.32], назвать нельзя. Другой вопрос, что эту миссию мог выполнить не профессор института в разгар учебного года, а любой из инженеров II округа, на чем настаивал Базен. Герцог же требовал отправить именно Клапейрона, видимо, желая «погрозить ему пальцем». Допустимый вариант: заметив склонность Клапейрона к излишне свободным высказываниям, удалить на какое-то время из столицы, чтобы тот проветрился и чего лишнего и необратимого сдуру не наболтал. В своих мемуарах внучка Ламе, Clair Whettnall, пишет, что основой для «ссылки» явился донос слуги [74, с.94]. Вряд ли герцог оберегал Клапейрона: скорее, ведомство и себя самого. Переписка между герцогом и сопротивлявшимся Базеном тянулась с 13 по 31 января 1831 г., но последний был вынужден уступить [169]. Подчеркнем, что никаких других высокопоставленных имен, – от Бенкендорфа до императора, – в переписке не упоминается (чтобы сломать усилия Базена, защищавшего Клапейрона, достаточно было бы просто намекнуть на монаршую волю), а, значит, инициатива исходила от самого герцога. Помочь Клапейрону выбраться из Вытегры помог французский посол, герцог Мортемар (см. далее).

признать, что после революции 1830 г. ситуация для всех французов на российской службе стала непростой. Однако их отнюдь с этой службы не выгоняли, и они имели возможности для продвижения, о чем говорят судьбы генералов Базена, Потье, Дестрема, Фабра, Сент-Альдегонда и др. Ламе и Клапейрон занимали в российской иерархии достаточно высокое для своего возраста положение полковников элитного корпуса, профессоров, чл.-корреспондентов Академии наук. Просто они должны были для себя решить: соблюдать ли определенные правила игры (держать язык за зубами, заниматься лишь наукой и не лезть в политику, ограничить свои контакты с лицами подозрительными для власти, не читать запрещенной литературы[127]) и делать карьеру, либо все бросить и уехать во Францию? Похоже, что именно необходимость ограничить подозрительные контакты, то есть значительно сократить свои связи с Францией, и оказалась той последней каплей, которая перевесила соображения карьеры. Вернемся к Бертрану: «Взволнованный тем, что его друг впал в немилость, и справедливо обеспокоенный будущим, Ламе писал отцу: «Возвращаться ли мне в Париж множить толпу просителей, не зная, что ждет меня: благополучие или нищета? Мне трудно сделать выбор между двумя равно опасными ловушками. Если я покину Россию, то потеряю всякую надежду на будущую пенсию, и судьба моей семьи станет прощанием с интеллектуальной жизнью... Ты видишь теперь, довавляет он, в чем причина моих терзаний и горестей. Если бы еще мое здоровье не причиняло мне беспокойств, я мог бы попытаться приехать в Париж со своей женой и тремя детьми. Благодаря лечению и упорству я сумел бы без сомнения за несколько лет вернуть моей семье немного благополучия и счастья; но некоторые недомогания предвещают, что преждевременная старость помешает мне добится цели». Он посоветовался с Клапейроном. После долгих обсуждений всех за и против и консультаций с друзьями и докторами, они подали в отставку, которая была принята без компенсации. До конца 1831 года оба друга вернулись во Францию»[128].

А вот как описывает это событие 8 лет спустя сам Ламе: «Я находился в командировке в Англии <...> в то время, как июльская революция вспыхнула в Париже. Когда я вернулся к своему другу г. Клапейрону в Санкт-Петербург, наше положение стало настолько трудновыносимым, что нам пришлось задуматься о возможности возвращения во Францию. Я потратил большую часть

127) До Ламе, как следует из [74, с.61], доходил какой-то из издававшихся во Франции и запрещенных в России, прореволюционных журналов («...подпольный журнал, который Габриэль читал»).

128) [19, с.244; 20, с.11], [L41]. Письмо Ламе к отцу часто цитируется. Напр., [124, с.324; 147, с.64].

1831 года на составление подробного отчета о моей поездке. К концу этого же года мы оба подали просьбу об отставке, которая была принята без какой-либо компенсации» [80, с.13; 83, с.17].

К рапортам Ламе и Клапейрона были приложены медицинские свидетельства. О Ламе: «страдает в продолжение десяти лет геморроидальными припадками, весьма сильными; только посредством воздержания и весьма тщательной осторожности он мог остановить развитие чрезвычайно опасной болезни – чахотки, по сей причине я всегда советовал полковнику Ламе переселиться в теплый климат». О Клапейроне: «катарр мочевого пузыря» (цит. по [147, с.65]). М.Воронина, исследовавшая эти документы, считает, что часть диагнозов вписана в оставленное место позже и другим почерком, а потому «непосредственная причина их отъезда, указанная в рапортах, – болезнь, – является чисто формальной» [147, с.65]. Что ж, в этом есть свой резон, однако допускаем, что болезни все-таки могли быть. О слабом здоровье Ламе мы уже писали, и то, что в петербургском климате у него вполне могла начаться чахотка, развитие которой с трудом было остановлено врачом, – вполне допустимо. Не эту ли ситуацию имел ввиду сам Ламе в цитировавшемся нами письме к Базену перед своим отъездом в Англию весной 1830 г. [165, л.3об.]?

Отставку они оба получили указом императора Николая I от 21 октября 1831 г. (ст.ст.) Соответствующие документы были им «выданы по принадлежности» 9/21 ноября 1831 г.

Обратим внимание на два факта:

1. Последнюю свою награду, – орден св. Станислава 3 ст., – Ламе получил за отчет и материалы, собранные во время путешествия в Англию. Эта награда была дана одновременно с указом об отставке, 21 октября 1831 г.[129].

2. Ламе и Клапейрон были уволены «за болезнию» и с «мундирами» [229; 249–1831].

Таким образом, Николай I отнесся к ним очень благожелательно и отставка была почетной. Если бы возникла хоть тень политической неблагонадежности, можно быть уверенным, что не было бы ни ордена, ни мундиров, да и формулировки были бы другими. Рассчитывать на пенсионы Ламе и Клапейрон не могли в принципе, ибо не прослужили необходимого по закону срока. Согласно *Уставу о пенсиях и единовременных пособиях* 1827 г., для получения минимальной пенсии, равной 1/3 полного оклада, требова-

129) [212, с.92; 229]. Приказ Вюртембергского по КИПС №114, в котором говорится об ордене, датирован 22.10.1831 г., где дата повеления императора не стоит. А приказ об отставке – №115 от 23.10.1831 г. (высочайшее повеление – 21.10.1831 г.). Базену этот орден был доставлен при отношении герцога от 30.10.1831 г. (ст. ст.).

лось не менее 20 лет беспорочной службы, а у наших друзей было лишь по 11, то есть почти в два раза меньше. Ламе это прекрасно понимал и описывал, как мы уже видели, в письме к отцу. Он был не совсем справедлив, утверждая позднее, что их отставка была принята «без какой-либо компенсации»[130], ибо они получили по 5 тыс. руб. на дорогу до Франции [147, с.66; 237], что, впрочем, предполагалось договором найма на российскую службу [74, с.22], который и был выполнен. Однако друзья мечтали о пенсионе, либо о каком-либо крупном вознаграждении и действовали по двум каналам: через Базена и через французское посольство.

В письме от 10 марта 1832 г., начинающемся словами «Monsieur le Maréchal»[131], к будущему французскому послу в Петербурге, они излагают свою версию событий, приведших к их отставке, представляя все в выгодном для себя свете: «Начиная с событий 1830 года, наша позиция стала деликатной, и наш долг как французов, и наш долг, как офицеров на службе императора трудно было примирить. Похоже, что некоторые неправильно интерпретированные высказывания навлекли на нас немилость императора. Один из нас (г.Клапейрон) был отправлен в командировку, которая являлась настоящей ссылкой. Г-н герцог де Мортемар[132] с трудом добился его отзыва». Далее описывается история с награждением орденами Почетного легиона и утверждается, что «несмотря на множественные просьбы, не удалось добиться от императора разрешения на его ношение. Оказавшись между нашей прекрасной позицией в России и нашим характером французов, мы почли долгом подать в отставку. Наше здоровье, ослабленное длительным пребыванием в суровом климате, дало нам уважительный мотив, которым мы обосновали свою просьбу об отставке. Она нам была предоставлена, но в какой-либо компенсации нам было отказано. Эта строгость в отношении нас может объясняться холодностью, которую российский двор тогда испытывал в отношении Франции. Мы полагаем, что поскольку отношения между двумя кабинетами становятся более дружественными, Вам будет легче убедить императора Николая пересмотреть решение, которое он принял в отношении нас». И в конце – о том, что генерал Базен в России может дать всю необходимую информацию [7, doc.1].

130) [80, с.13; 83, с.17; 90–1, с.122].

131) По всей видимости, адресат – маршал Эдуард Адольф Казимир Мортье, герцог де Тревиз (E.A.C.Mortier, duc de Trévise), который в 1832 г. был назначен французским послом в Петербурге. Хотя явные опечатки в архивной описи [8], полная путаница в интернетовских статьях и отсутствие точных дат в [189] осложняют идентификацию. Де Тревиза в должности посла относительно скоро сменил другой маршал – Николя Жозеф Мезон (N.J. Maison).

132) Duc de Mortemart, французский посол в России в 1828–1831 [8; 189].

Попробуем проанализировать это письмо. Обратим внимание: Ламе и Клапейрон подтверждают, во-первых, что были несдержаны в своих речах, что командировка Клапейрона по своему характеру приближалась к ссылке, и что помог его вытащить из Вытегры французский посол; во-вторых, то, что у них, действительно, возникли проблемы со здоровьем, и это они открыто сами использовали как предлог для отставки. Утверждение о *многократных* просьбах, связанных с орденом Почетного легиона, вызывает сомнение. Как мы видели выше, герцог Вюртембергский с таковой просьбой к Николаю I не обращался. Возможно, что обращалось посольство, но документов мы не видели. И, наконец, утверждение о строгости императора в отношении них просто не соответствует действительности: подписав в 1827 г. *Устав о пенсиях*, Николай I отнюдь не стремился нарушать его положения.

В деле находится недатированный черновик ответа, написанного уже явно из Петербурга. Посол пишет, что получил их письмо, осведомлен об их заслугах и, что, побеседовав на эту тему с российским вице-канцлером[133], передал официальную ноту. И обещает сообщить, как только будет информация [7, doc.1]. Более на эту тему в деле документов нет.

Вне зависимости от посольства, свои усилия предпринимает Базен. Из его письма к Ламе в марте 1832 г. следует, что он пытался добиться для них обоих пенсиона, опираясь на реальные заслуги двух друзей и на их письмо в *Journal des debats* от 1 января 1832 г. (см. о нем ниже). Последнее получило известность при дворе и было прочитано императором, который остался им очень доволен. Но нарушать закон не стал. Поэтому Базен разработал целый план, по всей видимости, согласованный с герцогом Вюртембергским, который «желал добра» обоим инженерам. Согласно этому плану, Ламе и Клапейрону предлагалось направить в Россию «сборник интересных замечаний о строительном искусстве в целом или о некоторых новых отраслях промышленности», который был бы принят с максимальной благосклонностью, и позволил бы герцогу возобновить просьбу перед императором [74, с.97]. Другими словами, Базен, поняв, что обычного пенсиона друзьям не получить, попытался представить их как полезных российских агентов, которым требуется содержание. Вариант этого трюка он проделал впоследствии сам, так что его расчеты отнюдь не были безосновательными.

Не этот ли план, среди прочих, причин простимулировал первые работы Ламе и Клапейрона по железным дорогам во Франции [L20; L21]? Однако сам сборник, если и готовился, то быстро за-

133) В те годы – граф Нессельроде.

вершен не был, а в июне 1833 г. умер герцог, и возможность осуществления плана исчезла.

Таким образом, если даже герцог Вюртембергский, признанный «гонитель» то ли одного Клапейрона, то ли обоих, посылал им через Базена добрые пожелания и готов был ходатайствовать за них перед императором, говорить о каких-либо проблемах, связанных с угрозами политических репрессий, просто не приходится, хотя внутри корпуса проблемы у наших героев могли быть. Ну, так они были у всех, достаточно изучить биографии других французских инженеров на русской службе.

Но тогда их отставка – не выталкивание их со службы «ретроградами» и «реакционерами», и уж тем более, не наказание, а их личный выбор, выбор достаточно свободных людей в очень несвободной стране. И с территории, где происходило резкое ограничение даже тех незначительных свобод, которые ранее были, они перебрались на территорию, где свободы только что резко расширились. Учитывая, что из России они поехали на родину, перед нами – «эмиграция наоборот». А такие действия обычно зависят от внутреннего состояния людей и определяются их личной реакцией на внешние события. Поэтому не стоит все объяснять реакционной политикой российского правительства. Не меньшие подвижки должны были произойти в сознании самих инженеров.

И вот здесь есть одна гипотеза, связанная с кружком Рокура и Анфантена, о котором мы говорили выше. Похоже, что для большинства участников кружка (кроме самих его основателей), это была своеобразная интеллектуальная игра, которая со временем просто надоела. Исключение составили лишь Ламе и Клапейрон, чьи сен-симонистские связи тянутся именно от этих еженедельных собраний. По-всей видимости, контакты возобновлялись, когда наши герои ездили во Францию: Клапейрон – в отпуск, с марта по август 1826 г.[134], Ламе – весной и осенью 1830 г., проездом в Англию и обратно [80, с.14]. Встреча Клапейрона с сен-симонистами во время путешествия находит подтверждение в письме О. Родрига (Rodrigues) от 18 августа 1826 г. Анфантену, в Амстердам: «Не забудьте, г-на Клапейрона. У вас будет еще один курильщик по моему возвращению. Кружка пива, длинная трубка или сигара – спутники в путешествии»[135].

Ламе же встречался, во-первых, с самим Анфантеном в мае–июне 1830 г. в Париже перед своим путешествием в Англию. Анфантен именно тогда раскрыл ему суть религии сен-симонизма,

134) По приказу от 27.2/11.3.1826 г. он был уволен в отпуск во Францию на 6 месяцев [230–2, с.137; 243, л.43].

135) [51, с.107, 110]. По всей видимости, Клапейрон возвращался из Парижа в Петербург через Амстердам, где должен был встретить Анфантена.

доктрина которой к этому времени уже сложилась. Новое учение произвело впечатление на нашего героя, и тот привлек в этот круг своего кузена, Ламе-Флёри. При возвращении Ламе в Париж из Англии, в августе 1830 г., Анфантен опять посещает своего друга.

Не здесь ли кроется разгадка поездки Ламе в Лион, к братьям Сегенам, в конце того же августа? Жюль Сеген был активным сен-симонистом – адептом Анфантена, и Ламе мог ехать по совету и с рекомендацией последнего[136].

Во-вторых, еще до отъезда в Англию Ламе посетил создателя позитивной философии, Огюста Конта, – своего товарища по Политехнической школе, с которым они были в одном выпуске. Так же как и Конт, Ламе проявлял явный интерес к френологии [56, с.483, 495; 74, с.75–76, 91]. Подчеркнем, что один из ближайших коллег Ламе по ИКИПС и его друг, Матвей Волков, был одним из крупнейших российских френологов, оставившим после себя фундаментальные работы[137]. Насколько можно судить из его опубликованных писем и времени издания его трудов на эту тему [141; 143], френологией он заинтересовался в 1830-е гг. Не сыграл ли свою роль в появлении этого интереса Габриэль Ламе?

И, наконец, при возвращении из Англии, в сентябре 1830 г., Ламе встретился со своим другом и бывшим сослуживцем, Антуаном Рокуром, о котором набросал несколько строк в письме к Клапейрону: «Рокур наделал много глупостей, но даже сделай он их в 10 раз больше, они бы все искупились, и причем с лихвой, его упорством в стремлении преодолеть всякое противодействие и укоренить систему. Любопытно наблюдать как все эти глашатаи порока старательно и даже с гордостью работают резчиками, слесарями, каменщиками и т.д. Господин Бернар мне говорит, что они, как правило, тем умнее и тем лучше работают, чем они большие

136) Благодарим за комментарий Мишеля Котта.

137) К френологии, созданной австрийским врачом и анатомом Ф.Й.Галлем (Gall, 1758–1828), можно относиться по-разному, в т.ч. и как к «лженауке». С нашей же точки зрения, это вполне естественный этап поиска путей изучения головного мозга, в данном случае, по внешней форме и размерам его костяной оболочки – черепу, то есть по тому объекту, который тогда поддавался измерению; не случайно она получила такую известность в инженерной среде. И, в любом случае, придется признать важнейшую роль кранологии (части френологии, занимавшейся собственно обмерами черепов) в становлении антропометрии. Сама же френология стала возможной лишь после понимания Галлем того факта, что «центры душевной жизни сосредоточены не в желучках мозга, как тогда повсеместно считали, а в мозговых извилинах» [154], то есть в тех частях мозга, которые определяют его внешнюю форму. Сейчас к этим методам парадоксальным образом вернулись, хотя и на принципиально новом уровне знаний о работе головного мозга, а в последние десятилетия и с использованием компьютерного моделирования. Они применяются в палеоантропологии, то есть при изучении тех существ, от которых не осталось мягких тканей. Именно кранологические данные служат основой для подавляющего большинства последующих исследований.

преступники, и что, при прочих равных условиях, они опережают свободных рабочих по объему выполняемых работ, когда их поощряют. А какие головы для изучения! мой дорогой, Галль всегда прав!» (цит. по [74, с.92]). Речь идет о попытках Рокура «перевоспитать» заключенных, дав им профессии.

В Петербурге Ламе и Клапейрон встречались с Пикаром д'Авиньоном (Picard d'Avignon) – миссионером сен-симонистом, которого Анфантен в конце 1820-х гг. направил в российскую столицу [224, с.166, 289]. На их контакты Анфантен возлагал определенные надежды. 15 августа 1829 г. он писал из Парижа Пикару в Петербург: «Я счастлив узнать от Вас, что Клапейрон и Ламе не прекратили поддерживать искорки Сен-Симонизма которые мы пытались в них заронить (и я очень расчитываю на Вас) <…> пусть Ламе делает как обычно, пусть выверяет и исправляет с помощью расчетов прогнозы Клапейрона, а вы будьте между ними двумя чтобы поддерживать альтернативное движение анализа и синтеза, такой троицей вы сможете пойти далеко: школа действительно будет представлена в Петербурге»[138]. Не одна ли это из тех связей, на которые прозрачно намекает Бертран, считая их причиной их отставки?[139].

---

138) Цит. по [23, с.302] со ссылкой: Bibliothèque de l'Arsenal. Fond Enfantin, ms.7674/76.

139) См. прим. 125. См. также [63, с.351; 182, с. 180, 226]. Едва ли не первым советским исследователем, увязавшим проблемы, вставшие перед Ламе и Клапейроном в 1831 г., с сен-симонизмом, была О.В.Орлик [224]. Однако все ее познания в этой области ограничились лишь работой Р.Факкара (*Fakkar R.* Sociologie, socialisme et internationalisme prémarxists: Contribution a l'étude de l'influence internationale de Saint-Simon et de ses disciples. Neuchâtel: Delachaux & Niestlé, 1968. P.163–164), имевшего о событиях в России весьма смутные представления. Орлик объединила эту информацию с собственным описанием событий, сделанным в 1968 г. [225], и в результате возникла фантастическая картина, согласно которой Ламе и Клапейрон были посланы в Россию в качестве миссионеров сен-симонистов [224, с.166, 289], хотя они приехали туда в 1820 г., то есть до того, как сен-симонистом стал сам Анфантен, который, по логике, и должен был бы их направлять. И в другом месте: «Под надзор жандармов был взят профессор Ламэ, сослан в Вытегру профессор Клапейрон <…>, которые к тому же были обвинены и в проповеди сенсимонизма среди студентов», о чем мы уже говорили. И далее: «Бенкендорф считал «опасными» редактора «Телеграфа» Полевого, а также Шора, Башилова, Хвостова, Клапейрона…» [224, с.130, 185]. Здесь что ни пассаж, то – фантазии либо вопросы. Каждому, хоть немного знакомому с историей России, понятно, что одного обвинения в «проповеди студентам» было бы достаточно для лишения чинов, орденов, состояния и высылки из страны или для РЕАЛЬНОЙ ссылки, а то и для тюремного заключения. Клапейрона же послали в неудобную служебную командировку. Никаких документов о взятии Ламе под жандармский надзор или о мнении Бенкендорфа про Клапейрона Орлик не приводит. Теоретически можно допустить, что какая-либо неосторожная фраза Клапейрона достигла ушей шефа жандармов, что он высказал несколько соображений герцогу, а тот в истории с Клапейроном действовал со свойственной ему деликатностью. Но пока не будет представлено хоть одного документа, показывающего сомнения Бенкендорфа в отношении наших героев, все эти построения являются даже не гипотезой, а чистой фантазией.

Если наша гипотеза верна, то становятся очевидными и глубинные причины ментальных изменений: наши друзья «заболели» сен-симонизмом, как и десятки их товарищей во Франции. Именно в конце 20-х гг. в инженерной среде (в первую очередь, политехников) произошел «выброс» нескольких философских, политических, экономических теорий (сен-симонизм, позитивизм, работы в области политэкономии и социологии), которые определили активность этих групп едва ли не на весь XIX век, оказав влияние и на век XX. А у Ламе с Клапейроном в этом случае возник выбор: либо действовать согласно своим убеждениям, либо делать карьеру. Это выбор свободы совести, он же – выбор нравственный, о возможности которого забывают исследователи, ища во всем материальные, карьерные или административные причины. И, похоже, что эти два молодых человека просто предпочли карьере следование убеждениям и получение возможностей для социальной активности, поставив в тупик будущих историков. Именно та дилемма, которую друзья сами сформулировали в письме к будущему послу: «наш долг как французов, и наш долг, как офицеров на службе императора». Иначе: не их наказали за сен-симонизм, а они уехали, ибо стали таковыми. Другой вопрос, что герцог Вюртембергский почувствовал какие-то изменения в их умонастроениях и, от греха подальше, тут же дал им отставку.

Для Ламе выбор был тяжелее, ибо он отвечал за семью. И здесь опять приходит на помощь все та же фраза Бертрана, в которой он намекает не только на странные контакты, но и на завязавшиеся в рамках французской колонии связи, которые давали надежду устроиться во Франции. Скорее всего, речь идет о Бургуэне, который лично хорошо знал председателя Совета министров, Перье.

Ну, а то, что наши предположения близки к истине, говорит удивительно бурная деятельность сен-симонистского характера, которую наши друзья развили во Франции *сразу* по возвращении: от программных документов и книг [L20–L22; 33] до создания первых железных дорог, начертания их сети, строительства мостов и локомотивов[140]. И в этой деятельности очень широко использовались знания и опыт, полученные в годы российской службы, что прекрасно видно по работам «переходного характера».

Характерно, что в эти же годы (видимо, в начале 1832 г.) Россию покинул еще один сен-симонист, друг Ламе и Клапейрона и будущий их соавтор, гражданский инженер Эжен Флаша, о котором мы уже говорили. Другими словами, если в 1829 г. у сен-симонистов еще были надежды на возможность развития их идей в

140) См. на эту тему [13; 24; 76; 102; 103, с.227–229; 104, с.93; 121; 128, с.30, 56–62, 73–75, 85; 129, с.202–203; 265]. Сен-симонистские воззрения оказали влияние и на исследовательскую деятельность Ламе, см. [103, с.183; 118; 119].

России, то после 1830 г., – года французской и бельгийской революций, польского восстания, холерных бунтов, – они исчезли полностью.

В завершение нашего рассказа обратим внимание еще на один мотив стремления во Францию, связанный уже исключительно с Клапейроном. Но начать придется не с него, а с Базена.

С осени 1830 г. положение французов в Петербурге, действительно, стало трудным. И Базен подумывает о возвращении во Францию, тем более, что ухудшилось здоровье. 22 ноября 1830 г. он даже просит отставки с поста директора ИКИПС, но не получает ее [30; 168; 182, с.54, 205]. Меж тем во Франции 14 января 1831 г.[141] ему дают новый чин дивизионного инспектора Корпуса мостов и дорог – это уже «генеральский» уровень, чему сильно помогло его производство в генерал-лейтенанты КИПС в России 7/19 апреля 1830 г. [26; 182, с.204]. Официальная информация Базену из Парижа в Петербург об этом присвоении ушла 23 января (н. ст.) 1831 г. [26]. Не позже 23 января / 5 февраля 1831 г. он уже знал о присвоении ему нового чина: или официальное письмо дошло очень быстро, или было еще какое-то, приватное, посланное сразу после 14 января, что скорее. Во всяком случае, в этот день гостившая с 1829 г. у Базена в Петербурге его внебрачная дочь Мелани Вассер (Базен; 1.4.1808–6.6.1852), которую он выдавал за свою племянницу, написала об этом своей матери, Мари Мадлен Вассер[142]. И здесь же подробно расписала семейный план отъезда из Петербурга, который держался в строжайшей тайне: вначале должна была выехать семья, то есть жена Пьера-Доминика, Александрина Стефани Базен с дочерью Матильдой, со своим отцом, Сеновером, и с самой Мелани. А затем Базен. Предполагалось, что год он отдохнет в Италии, а затем – новая служба, во Франции. В реальности, из-за тяжелого состояния Сеновера, Петербург они покинули лишь 14/26 июля 1831 г. (на корабле «L'Intrépide Canaris» направились морем во Францию, в Онфлёр) [32].

В этой ситуации мы не можем не увязывать принятие решения с получением нового чина в Корпусе мостов и дорог: с финансовой точки зрения Базен оказывался обеспечен, к тому же он прослужил в России уже более 20 лет, что гарантировало ему пенсион в 1/3 полного оклада.

Знал ли Ламе об этих приготовлениях? Если да, то, во всяком случае, не сразу, ибо все содержалось в секрете, что подчеркивает

141) В нашей книге, еще не имея французских архивных документов, мы указывали 1(2?) ноября 1830 г. [182, с.205]. Но это по-видимому, лишь промежуточный этап.

142) [31]. Мелани была родной сестрой известного инженера мостов и дорог, Пьера-Доминика Базена-Вассера (1.12.1809–2.2.1893), и будущего маршала Ахилла Базена (13.2.1811–23.9.1888); и все трое – внебрачными детьми П.Д.Базена и Мари Вассер [126, с.525–530].

Мелани в своем письме. Но то, что ничего не знал Клапейрон, – утверждать можно точно, ибо как раз в этот момент был вынужден уехать в Вытегру. А вот когда в мае 1831 г. вернулся из Вытегры, то оказался поставлен перед фактом.

Дело в том, что Клапейрон был влюблен в Мелани, которой давал уроки химии. И вернувшись, узнал, что та собирается окончательно покидать Петербург. К тому же к Мелани уже сватались. Во всяком случае, в январе она отказала русскому офицеру-кирасиру, правда, по причине отсутствия у того состояния [31]. Так что ждать больше нельзя, надо просить руки. Но прежде требуется решить для себя: оставаться в России либо нет. В первом случае Мелани никуда не надо уезжать, во втором – уезжать надо самому Клапейрону, бросив службу и надежды на пенсион. Клапейрон выбирает второе. По-видимому, все указанные выше причины имели место, а история с Мелани просто оказалась последней каплей, потребовавшей срочного принятия решения. Существует написанное в том же месяце (точная дата нам неизвестна) письмо Ламе, из которого следует, что Клапейрон в послании к своей матери сообщил о только что возникшем у него намерении вернуться во Францию [74, с.95]. По всей видимости, речь идет о второй половине месяца, ибо как мы видели выше, еще в середине мая друзья об отставке не помышляли. Ну что ж, вот и время появления идеи.

В том же мае Клапейрон просит руки Мелани и получает согласие. В июне они обручились. Ну, а поженились суженые довольно поздно, лишь 7 января 1834 г. в Париже[143].

Решение Ламе должно было следовать за решением Клапейрона. В противном случае он должен был оставаться один, тем более, что Петербург предполагал покинуть и их покровитель, Базен. Психологически, как мы видели, он к такому решению был готов, и помолвка Клапейрона должна была стать последним аргументом. Другими словами, это, скорее всего, июнь 1831 г.

Но если решение возникло так рано, почему друзья подали прошение об отставке лишь осенью? Ларчик открывается просто: Ламе должен был закончить отчет о своей командировке, осуществленной на российские деньги. Без этого отставку могли и не дать, и, уж во всяком случае, она не была бы почетной.

В конечном счете, Базен задержался еще почти на 4 года, а Ламе с Клапейроном уже через 5 месяцев покинули страну и за эти месяцы подготовили почву для своего возвращения, в том числе проект железнодорожной сети для Франции, который через посольство был направлен министрам этой страны, а также рекомендательные письма посла к председателю Совета министров (см. выше).

143) [17; 74, с.96–97; 182, с.181–183].

Возвращение во Францию

В начале ноября 1831 г. подготовка к отъезду вошла в завершающую фазу: 10/22 ноября в *С.-Петербургских ведомостях* появилось объявление об их отъезде, обязательное для тех, кто навсегда покидал Петербург (мера безопасности против неисправных должников). Среди отъезжающих были названы отставные полковники КИПС Габриель Ламе «с супругою Фортюне Ламе и с детьми: Мариею, Леоном и Эмилиею Ламе» и «Эмиль Кляперон». 13/25 и 17/29 ноября объявление повторялось [251].

8/20 ноября 1831 г. датируется рекомендательное письмо, которое барон де Бургуэн дал Клапейрону, а 16/28 ноября – то, которое он дал Ламе и в котором утверждал, что оба инженера могут быть профессорами в Политехнической школе[145]. А 21.11/3.12.1831 г. в *Ведомостях* появился список выехавших из Петербурга 17 и 18 ноября, в котором мы находим «отставного полковника Ламе», ехавшего «до Полангена» (пограничный пункт) [251]. Учитывая, что в списке из 15 имен он стоял на 4-м месте, можно с достаточным основанием утверждать, что Петербург Ламе покинул 17/29 ноября 1831 г.

А вот имя Клапейрона в списке отсутствует, и это не случайно. В книге домашних расходов Ламе, сохранившейся в семье, под 8/20 ноября 1831 г. имеется запись: «départ de Clapeyron» («отъезд Клапейрона») [74, с.98]. Другими словами, Клапейрон покинул Петербург тайно, в тот же день, когда получил рекомендательное письмо и еще до публикации в газетах информации об отъезде. В случае возникновения проблем, их должен был решать задержавшийся в российской столице еще на 9 дней Ламе, так же как и получать на следующий день, 9/21 ноября 1831 г., его документы об отставке (см. выше). Почему он так торопился, мы в точности не знаем. Похоже, что «летел на крыльях любви», а могла возникнуть и возможность выехать с кем-нибудь из французских дипломатов, что резко ускоряло и удешевляло путь, а, быть может, и давало возможность выехать незаметно. Впрочем, одно не исключает другого.

Точная дата прибытия в Париж обоих иненеров нам неизвестна, но для Ламе это был самый конец декабря 1831 г. (по н.ст.), а Клапейрон должен был прибыть несколько раньше[146]. Во-первых, этому соответствуют сроки путешествия на почтовых, и конец 1831 г. как момент приезда называется во всех биографиях Ламе и Клапейрона. А во-вторых, есть еще одно подтверждение: сам Ламе утверждает, что через 3 месяца после возвращения из России стал профессором физики в Политехнической школе [80, с.13; 83,

145) [7, doc.3–5. 7 л.; 27, n° 15, 16/28.11.1831, 2 л.; 26, n°70, 28/16.11.1831, 2 л.]. Обширные цитаты из письма, данного Ламе, см. в [23, с.305]. Подробнее см. выше.

146) Авторы [74, с.98] считают, что Ламе прибыл в Париж около 10 декабря 1831 г. Однако это слишком ранняя дата, и они не ссылаются при этом ни на какой документ.

с.17]. А произошло это 31 марта 1832 г. [99, Lamé, с.1]. Начальству же в Париже по возвращении они оба представились «на следующий год» – 1 января 1832 г. [27, n° 13, 1.1.1832].

Их возвращение в Париж вызвало множество слухов, предположений и откликов во французской прессе. Причем настолько много, что они вынуждены были в воскресном выпуске *Journal des debats* от 1 января 1832 г. опубликовать общее опровержение всех этих измышлений [L18]: «К редактору. Столичные журналы сильно разнились в изложении мотивов, определивших наше возвращение из России. Одни говорят о недобрых намерениях; другой, сочинив на эту тему абсурдный роман, берет на себя оправдание дурного обхождения, жертвами которого мы якобы являлись, представляя награждение нас орденом Почетного Легиона как плату за недостойные действия. Несмотря на нашу уверенность, что здравомыслящая публика распознает преувеличения первых, а клевета второго никого не обманет, мы считаем своим долгом восстановить факты: мы были приглашены в 1820 году в Россию на службу в корпус инженеров путей сообщения. После одиннадцати лет честной и справедливо оцененной службы, ослабленное здоровье, мотивы чести, которым лишь мы сами являемся судьями, а так же несколько случаев жалоб, связанных с недоразумением, которые без сомнения рассудит время, побудили нас подать в отставку. Мы просим Вас, Господин, поместить в Вашей газете это простое изложение. Нам было бы весьма досадно быть обвиненными в насправедливости по отношению к правительству, под покровительством коего мы добровольно прожили в течение 11 лет, и где мы вплоть до последнего момента получали от наших руководителей и подчиненных только знаки уважения и дружбы. [Подписано] Ламе и Клапейрон, бывшие полковники на службе в России»[147].

Как видим, с одной стороны, среди этих слухов фигурируют все те, которые повторяются и сегодня: от проблемы с орденами до «плохого отношения» (не восходят ли они к этим самым публикациям?). И в основе каждого лежит какое-то реальное событие. Иной вопрос: явилось ли каждое из них причиной отставки, либо и они, и сама отставка – лишь отражение более глубинных процессов? С другой стороны, Ламе и Клапейрон с большим уважением отзываются о российском правительстве, что вряд ли было бы возмоно в слуае их высылки.

Публикации, о которых идет речь, попытались найти B.Jeanson и S.François. Однако им оказались доступны лишь неполные подшивки газет за это время, среди которых, по их утвер-

147) [L19]. Близкая формулировка перекочевала в 1832 г. и в документы Министерства народного образования, где о Клапейроне говорилось, что он «покинул выгодное положение в России по причине, патриотической и почетной» [74, с.96].

ждению, в *Temps* и *National* от 26 декабря 1831 г. были выявлены заметки идентичного содержания, касающиеся проблем с орденом Почетного легиона: «Гг. Клапейрон и Ламе, горные инженеры, выпускники Политехнической школы, были несколько лет назад направлены французским правительством в распоряжение правительства России для создания в Санкт-Петербурге школы, подобной Парижской. Эти два офицера, получив от правительства несколько месяцев назад Орден Почетного Легиона, не получили разрешения носить его в Санкт-Петербурге. Став как французы жертвами плохого обращения, они решились покинуть Россию и вернуть Франции двух ее преданных детей и военных, подающих самые большие надежды» (цит. по: [74, с.99–100]).

Обратим внимание на дату: 26 декабря. Она еще не говорит, что в Париж вернулись оба приятеля, достаточно, чтобы появился лишь один из них – Клапейрон, выехавший из Петербурга раньше. А вот публикация в *Journal des debats*, которая не могла быть доставлена в редакцию позже 31 декабря, говорит, что прибыли уже оба. Статья 26 декабря связана не столько с тем, что в Париже появились наши друзья, сколько с тем, что туда приехал из России кто-то из французской колонии, хорошо знавший петербургские слухи, и значительно хуже реальную деятельность Ламе и Клапейрона, иначе бы не было бреда о том, что русское правительство пригласило их в свое время для создания в Петербурге школы, похожей на Политехническую.

Возможно, что дальнейшие поиски в парижских газетах за декабрь 1831 г. выявят новые заметки, связанные с возвращением Ламе и Клапейрона.

Сохранение российских контактов

В России о Ламе и Клапейроне отнюдь не забывали. Иногда публиковались их работы[148], в том числе, и написанные еще в России [L17]. В 1859 г. Клапейрон приглашался в Петербург на юбилей ИКИПС (но не смог поехать по состоянию здоровья, о чем извещал письмом из Парижа от 8 декабря 1859 [193]). Он присылал в Россию экземпляры своих работ [218]. К их авторитету обращались при решении принципиальных вопросов технического образования [194, с.4]. Ламе способствовал избранию 3 марта 1856 г. М.В.Остроградского член-корреспондентом Академии наук Института Франции[149]. Но это как бы официальная сторона контактов.

Личная, как правило, фиксируется в письмах, дневниках, мемуарах. Причем эпистолярные тексты могут быть и научными, как, например, письма Ламе к физику А.Купферу (A.Kupffer),

148) См. [23, с.361; 147, с.185; 153, с.361, 371; 210; 218, л.77]. Любопытно, что рапорт трех человек [210] в Горном журнале был подан как статья лишь одного Ламе.

149) [147, с.104; 220, с.337, 366; 250, с.24].

профессору ИКИПС, которого он знал еще по Петербургу [L43; L44][150]. Впрочем, в Архиве Академии наук имеется и официальное письмо Ламе в академию от имени Политехнической школы [L42][151].

По счастью, сохранились письма М.Волкова, который неоднократно встречался с ними обоими в Париже во время своих путешествий, к А.Баландину, также прекрасно знавшему и Ламе, и Клапейрона. В них мы находим зарисовки отдельных событий, меткие характеристики, неожиданные повороты. Волков – автор язвительный, тем интереснее его наблюдения. Приведем некоторые из его записей, хотя они и относятся к более поздней эпохе, чем пребывание обоих друзей в России, но дошли до нас благодаря старой дружбе.

Письмо от 26 декабря 1845: «Вчера у Клапейрона вечер был оживленный. Ламе очень-любезен. Сыновья и дочь его уже большие. По выезде из России, он не имел других детей. «Я многим обязан России», говорит он. У К<лапейрона>[152] две дочери близняшки[153]; оне доказывают возможность близняшек романа Сю[154]. Л<аме> никак не может различить их. В их обществе видел я настоятеля бывшего Иезуитского Коллегиума. <...> К<лапейрон> и Л<аме> весьма-религиозны, – особенно жена К<лапейрона>[155]. Были танцы, несмотря на присутствие священной особы, которая с улыбкою смотрела на танцующих. Конфектные билетики – все с молитвами, вместо обыкновенных, любовных и двусмысленных стишков. Дерево стояло посредине комнаты. Вещицы разыгрывались картами. Мне достались зажигательные свечки; Л<аме> – пустая коробочка, с фортункою наверху: образ пустоты его науки, в отношении к тому, чтó принято называть фортуною; К<лапейрон> получил корзинку – есть что в нее положить, а будет и еще более: он человек практичный. Музыки не было, хотя и был представитель ея – Рубини[156]. Детей и шуму было много»[157].

---

150) Письмо [L44] написано в Париже, когда там был Купфер, занимавшийся заказом приборов для метеорологических наблюдений [207; 223, с.142].

151) Подробнее о связях Ламе с российской наукой после его возвращения во Францию, см. [153, с.360–366].

152) В своих письмах Волков широко использует именование лиц по инициалам – первым буквам фамилий, что его адресату, Баландину, было явно понятно. Письмо от 26.12.1845 позволяет однозначно расшифровать инициал «К.» как «К<лапейрон>», а инициал «Л.» – как «Л<аме>», что нами и делается с помощью угловых скобок. Это шифрование имен явилось причиной того, что авторы, даже знакомые с письмами Волкова, не соотносили описания с интересующими нас персонажами.

153) Алиса (19.4.1839–2.10.1855) и Маргарита (19.4.1839–14.5.1869) [126, с.529–530].

154) Имеется ввиду роман Эжена Сю «Парижские тайны» (Eugène Sue. Les Mystères de Paris). Впервые вышел в 1842 г. Пользовался фантастическим успехом. Только за 1842–45 гг. выдержал не менее 13-ти изданий в Париже и еще 8-ми – в Бельгии, Испании и Швеции, не считая трех переложений для театра.

Через месяц с небольшим, 4 февраля 1846: «Прихожу вчера к К<лапейрону>, в 8/2 вечера – обедают! жду в салоне. Приходит Л<аме>. Ждем вдвоем. Является незнакомая мне чета – ждем вчетвером. Наконец, в 9/2, дверь отворилась, и салон наполнился обедавшими. К<лапейрон> извиняется, говоря, что «в конституционном государстве, всегда поздно обедают». Поэтому в желудке у Французов такая же произошла революция, как и в их политике» [141, с.286].

Из писем Волкова явно следует, что в зрелом возрасте Ламе потерял пассионарность, которой обладал в ранней юности. И большой личной смелостью в эти годы уже не отличался ни в отношениях с женщинами, ни в событиях бурной политической жизни, хотя ее театрально-маскарадную сторону (в прямом и в переносном смысле слова) явно любил. Вот три зарисовки.

Вечером и ночью 24 декабря 1845 г. Волков с Ламе были на бале-маскараде в Grand Opéra, причем не участвовали в танцах, а наблюдали за этой «сатурналией» (по выражению Волкова) из лож и прогуливались в фойе. Там они общались с некоей «M-me R.», которую бросил ее русский любовник «Г.», прогуливавшийся тут же со своей новой пассией. Но как только «M-me R.» втянула их в какой-то скандал и в новую любовную интрижку, из которой Волков позднее с трудом выбрался, «Л<аме>, слабый дух которого страшился жарчайшего сражения, – ушел» [141, с.273–276].

А вот из эпохи революции 1848 г. Запись от 16.4.1848 г.: «Рано поутру отправился я в избирательное собрание экономистов <...>. По дороге, заехал к Л<аме>: он в страхе. Его принуждают вступить в ряды национальной гвардии, потому-что у него собственная мебель, за которую он платит городскую пошлину. «Вы должны, говорят ему, участвовать в защите вашей собственности.» Он предвидит драку <...>» [141, с.514]. Через 17 дней, 3 мая: «Зашел к Л<аме>, и не застал его дома: он на карауле в доме мэра. Как, я думаю, наслаждается! Он находит непонятное для меня удовольствие наряжаться национальным гвардейцем, ходить на сборы, на дежурство и т.п.; – только не на драку» [141, с.521].

Незадолго до смерти Ламе его видел в Париже его бывший ученик А.И.Дельвиг: «В последний раз я видел Ламе очень старым, глухим, болезненным и потерявшим память. Он нанимал в Латинском квартале Парижа очень небольшую квартиру в 5-м, если не в 6-м этаже. Меня он не узнал и не мог припомнить, но с

155) Речь идет еще о первой жене Клапейрона, Мелани Вассер.

156) Видимо, речь идет о Джованни Батиста Рубини (1795–1854), который только что вернулся из Петербурга, где завершил свою театральную карьеру (в опере «Сомнамбула») [188].

157) [141, с.277]. Здесь и далее при цитировании мы старались максимально сохранить орфографию подлинника, исключая лишь стандартные изменения.

удовольствием отзывался о времени, проведенном им в России, и относился к ней с благодарностью»[158].

Странным образом Ламе вернулся в Россию еще раз, лет через 60 после своей смерти: в 20-е гг. Борис Суварин выискивал у парижских букинистов рукописи социалистов XIX в., покупал и пересылал в Москву, в центральный партархив (Институт Карла Маркса – Фридриха Энгельса). В результате, в этом архиве сложилась уникальная коллекция, в которой находится и одно из писем Анфантена к Ламе[159]. Один из авторов настоящей работы, И.Гузевич, обнаружила его совершенно случайно, 21 мая 1991 г., когда архив был еще совершенно закрытым заведением. От руки сняла копию, на которой проставили обязательный штамп о ее верности. Текст письма, воспроизведенного по этой копии и ранее, по всей видимости, никогда не публиковавшегося, приведен в в приложении к настоящей статье.

Заключение

Итак, какие выводы можно сделать из нашего описания жизни и деятельности Ламе в Петербурге? Из анализа его работ того периода?

Россия вошла в его жизнь не просто частным эпизодом, но в качестве одной из доминант в его карьере. Пребывание в этой стране, совпав с тем периодом жизни, когда только что закончивший школу молодой специалист формируется как ученый и как личность в науке, оказало не меньшее влияние на Ламе, чем обучение в Политехнической и Горной школах. Именно здесь он написал свои первые работы мирового значения. Не будь у него российского опыта, наложившегося на его опыт французский, это был бы другой человек и другой исследователь. Мы не знаем какой. Но подозреваем, что с меньшими внутренними возможностями и с меньшими результатами. И мы далеко не уверены, что в этом случае Ламе смог бы оказаться вторым по своему значению французским математиком XIX века после Коши. Также, как не взялись бы утверждать, что не будь у Клапейрона российского опыта, он бы сумел первым понять и математически обработать мемуар Карно *Размышления о движущей силе огня* ...[160]

158) Цит. по [148, л.129] со ссылкой на [185, т.1, с.130].

159) Ныне – Российский центр хранения и изучения документов новейшей истории (РЦХИДНИ). Указанная коллекция состоит как минимум, из 4-х фондов: фонд французских социалистов-утопистов (ф.471, 1809–99), охватывающий документы Фурье и Сен-Симона (166 документов, 90 дел; описан в [206]; выборочные публикации из него см. в [252]), и отдельно фонды А.К.Сен-Симона (ф.224, 1791–1835), Э.Кабе (ф.226, 1824–51, 28 дел) и Б.П.Анфантена (ф.223, 1815–64, 56 дел). И.Гузевич работала с последним.

160) Подробнее о роли российского опыта в этой работе Клапейрона см. [68; 180].

В свою очередь, Ламе оставил определенный след в российской научной и культурной жизни 1820-х – начала 30-х гг., в том числе и такой заметный, как очертание Александрийского столпа.

Принятые сокращения

ACP – Annales de chimie et de physique (Paris)

ADN – Archives diplomatiques de Nantes

AÉP – Archives de l'École Polytechnique (Palaiseau, France)

AM – Annales des mines (Paris)

BIF – Biblithèque de l'Institut de France (Paris)

BNF – Biblithèque nationale de France (Paris)

BSEIN – Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale

BSM – Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques: 1^{e} section du Bulletin universel des sciences et de l'industrie / Publ. sous la dir. de B^{on} de Férussac (Paris)

BST – Bulletin des sciences technologiques: 5^{e} section du Bulletin universel des sciences et de l'industrie / Publ. sous la dir. de B^{on} de Férussac (Paris)

CARAN – Archives Nationales (Paris)

Clapeyron. Notice… – *Clapeyron É*. Notice sur les travaux de M. Émile Clapeyron… . Paris, 1858. (См. [36]).

Entre Mécanique et Architecture…– Entre Mécanique et Architecture = Between Mechanics and Architecture / Éd. par *P.Radelet-de Grave, E.Benvenuto*. Basel; Boston; Berlin: Birkhäuser Verlag, 1995. 399 p.

Jeanson; Segretain. Gabriel Lamé… – *Jeanson B., Segretain F*. Gabriel Lamé…. Paris, 1949/200?. (См. [74]).

JGC – Journal du Génie civil, des sciences et des arts (Paris)

JRAM – Journal für die reine und angewandte Mathematik = Journal de Mathématiques / Par *Crelle* (Berlin)

JVC – Journal des voies de communication (SPb.)

Lamé. Analyse … – *Lamé G.* Analyse des travaux de M. Lamé… <Paris, 1843>. (См. [80]).

Lamé. Notice … – *Lamé G.* Notice autobiographique. <Paris, 1839>. (См. [83]).

PVSA – Procès-verbaux des séances de l'Académie tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835, publiés conformément à une décision de l'Académie par M.M. le Secrétaires perpétuels / Institut de France, Académie des sciences. T.7–10. Hendaye: Impr. de l'Observatoire d'Abbadia, 1916–1922.

SABIX – Bulletin de la Société des Amis de la Bibliothèque de l'École polytechnique (Palaiseau).

SABIX. 2009. № 44, – SABIX. 2009, octobre. № 44, spécial: Gabriel Lamé: Les Pérégrination d'un ingénieur du XIX^{e} siècle: Actes du Colloque [15–16–17 janvier 2009]. 160 p.

Savans étrangers – Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France: Sciences mathématiques et physique (Paris)

SHAT – Service historique d'armée de terre (Vincenne, France)

БСЭ-2, БСЭ-3 – Большая советская энциклопедия, 2-е изд. М: БСЭ; То же, 3-е изд. М.: СЭ.

ВИЕТ – Вопросы истории естествознания и техники

Виргинский. Железнодорожный вопрос… – Железнодорожный вопрос в России до 1835 года // Исторические записки. № 25. 1948. С.135–168.

Воронина. Габриэль Ламе… – *Воронина М.* Габриэль Ламе: 1795–1870. Л., 1987. (См. [147]).

ГИА СПб – Государственный исторический архив С.-Петербурга

ГМИ СПб – Государственный музей истории С.-Петербурга
ЖПС – Журнал путей сообщения (SPb.)
ИМИ – Историко-математические исследования (М.).
ПГУПС – Петербургский государственный университет путей сообщения, библиотека
РГИА – Российский государственный исторический архив (СПб.)
СПФ АРАН – С.-Петербургский филиал Архива Российской Академии наук
Шкляр. Рукописный фонд...– *Шкляр И.В.* Рукописный фонд библиотеки ЛИИЖ-Та: Каталог. Л.: ЛИИЖТ, 1969. См. [268].

Список работ Г.Ламе, которые были выполнены или для которых были собраны материалы в годы российской службы 1820–1831[161]

Опубликованные типографским способом

1. Précis d'une course dans le pays du Hartz / Avec *B.Clapeyron* // AM. T.7, livr.1. 1822. P.21–40.

2. I.a. Mémoire sur la stabilité des voûtes; Supplément au Mémoire sur la stabilité des voûtes / Avec *B.Clapeyron* // AM. T.8, livr.4. 1823. P.789–810, 811–818.

I.b. Mémoire sur la stabilité des voûtes [présenté à l'Académie royale des sciences, le 11 février 1822] avec un rapport de M. de Prony sur ce mémoire / Avec *B.Clapeyron*. Paris, 1823. Экземпляр: ПГУПС, 6128. – N.V.

I.c. Mémoire sur la stabilité des voûtes / Avec *B.Clapeyron* // JVC. 1826. № 2. P.15–25; № 3. P.35–48.

I.d. Idem // JGC. T.5. 1829, sept. P.68–85.

I.e. Об устойчивости сводов / Совм. с *Б. Клапейроном* // ЖПС. 1826. Кн.2. С.16–28; Кн.3. С.39–54.

II.a. 344. Mémoire sur la stabilité des voûtes; par MM *Lamé et Clapeyron*, ingénieurs au Corps royal des mines, majors du génie des voies et communications au service de Russie (*Annales des Mines*, 4^{e}. livr. 1823; pag. 789. Supplément à ce Mémoire, ibid., pag. 811): [Information sur l'article] // BSM. T.1. 1824, mai. P.264.

II.b. Bonnard, Augustin-Henri de. 344. Rapport fait à l'Académie des Sciences, le 26 mai 1823; par MM *Dupin* et *de Prony*, rapporteur, sur le Mémoire de MM. Lamé et Clapeyron (*Annales des Mines*, 4^{e}. livr.; pag. 818): [Extrait] / Bd // BSM. T.I. 1824, mai. P.264–266.

II.c. *De Prony, Dupin*. Rapport sur le Mémoire de MM. Lamé et Clapeyron rélatif à la Stabilité des voûtes [lu par M. de Prony à l'Académie royale des sciences, le 26 mai 1823] // PVSA. T.7 (см.: [107]). P.503–508.

II.d. *Dupin, de Prony*. Rapport fait à l'Académie royale des sciences, le 26 mai 1823, sur le Mémoire de MM. Lamé et Clapeyron // AM. T.8. 1823. P.818–836.

II.e. *Idem*. Mémoire sur la stabilité des voûtes avec un rapport de M. de Prony sur ce mémoire. Paris, 1823. (Voir [L2-I.b]). – N.V.

---

161) При составлении списка помимо самих работ использовались: [38; 36; 69; 80; 83; 147, с.183–185; 182, с.209; 254, с.37–38; 268] и нумеризованные книги в Интернете (gallica et gallica2.bnf.fr, digizeitschriften.de, books.google.fr и др.). В своей массе работы описаны de visu. Остальные помечены знаком «N.V.». Знаком (*) помечены работы, носящие «переходный» характер: завершенные во Франции, они либо были начаты в российский период, либо материалы для них были собраны в этот период. В группах под индексом «I.» описаны сами работы Ламе, под индексом «II.» – сопутствующая литература: аннотации, анонсы, отзывы, рецензии, резюме. Работы расположены в хронологическом порядке их написания.

II.f. *Прони, Дюпен*. Выписка из донесения Королевской Парижской Академии наук от 26 маия 1823 г., членов Академии Прони и Дюпена [о сочинении Ламе и Клапейрона «Об устойчивости сводов»] / Пер. с фр. [*Я.Севастьянова*?] // ЖПС. 1826. Кн.1. С.31–40.

II.g. *Prony, Dupin*. Extrait du rapport fait à l'Académie royale des sciences de Paris le 26 mai 1823, par MM^rs Prony et Dupin membres de cette académie, sur le Mémoire de MM^rs les majors Lamé et Clapeyron concernant la stabilité des vo^ttes // JVC. №1. 1826. P.28–36.

II.h. *Prony, Dupin*. Extrait du rapport fait à l'Académie royale des sciences de Paris le 26 mai 1823, par MM. Prony et Dupin, membres de cette académie, sur le Mémoire de MM. les lieutenans-colonels Lamé et Clapeyron, concernant la stabilité des voûtes // JGC. T.5. 1829. P.85–90.

II.i. *Bonnard, Augustin-Henri de*. Rapport fait à l'Académie des sciences, le 26 mai 1823, par MM. Dupin et de Prony, raporter, sur le Mémoire de MM. Lamé et Clapeyron (*An. des Mines*, 4^e livr., p.818): [Extrait] / *BD.* // BST. T.1. 1824. P.306–308.

II.j. [Information sur les publications dans le JVC/ЖПС]: 391. Journal des voies de communication. In 8°; 1826, cah. 1–5; Pétersbourg / A. // BST. T.8, livr.12. 1827. P.352–353.

II.k. [Extrait du rapport]: *Clapeyron.* Notice ... P.2.

II.l. [Extrait du rapport]: *Lamé*. Notice ... P.7–8.

II.m. [Extrait du rapport]: *Lamé*. Analyse... P.6–7.

II.n. [Analyse et résumé (y comprit du rapport)]: *Poncelet*. Examen critique et historique des principales théories ou solutions concernant l'équilibre des voûtes // Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences, publiés conformément à une décision de l'Académie par M.M. le Secrétaires perpétuels (Paris: Bachelier). T.35. 1852, juil.-déc. P.494–502 (p.500–502).

II.o. [Information sur la reception du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 11 février et le 15 avril 1822 // PVSA. T.7 (см.: [107]). P.275, 311. (См.: L2-IIc).

II.p. [Citations du mémoire]: *de Prony* (raporteur), *Dupin Ch., Poinsot*. Rapport sur un Mémoire de M. Poncelet, intitulé Exposé des procédés purement graphique et uniformes, pour déterminer la poussée et l'épaisseur des piédroits des voûts cylindriques à intrados et extrados quelconques: 10 mars 1834 // PVSA. T.10 (см.: [110]). P.464–467.

3. Sur la lampe à gaz hydrogène: Extrait d'une lettre écrite de Saint-Pétersbourg // AM. T.8. 1823. P.119–120.

4. Mémoire sur les engrenages / Avec *B. Clapeyron* // AM. T.9, livr.5. 1824. P.601–624.

5. I.a. Déscriplion d'un pont suspendu de 1022 pieds d'ouverture, projeté par M. Bazaine, ingénieur au Corps royal des ponts et chaussées de France, général-major du génie au service de Russie, et par MM. Lamé et Clapeyron, ingénieurs au Corps royal des mines, majors du génie au service de Russie: Extrait d'une lettre adressée à M.Baillet, inspecteur divisionnaire au Corps royal des mines, Saint-Pétersbourg, 15–27 août 1825 / Avec *B.Clapeyron* (?) // AM. T.11, livr.5. 1825. P.265–278.

I.b. Projet d'un Pont en chaines à construire sur la Grande Neva vis-à-vis l'Eglise de S^t Isaac / par Général Major Bazaine assisté des majors Lamé et Clapeyron: [Album]. РГИА. Ф.1399, оп.1, д.684. 11 л.

I.c. [Копия проектов 1825 и 1827 гг. с опис. и коммент.]: О проекте цепного моста чрез Неву, предполагаемого против церкви Св. Исаакия, составленном генерал-майором Базеном 1825 и пополненном 1827 года // Описание предположений о застроении С.Петербурга с 1806 по 1826 год: К VI^му Атласу. С.210–217, 491. – (Атлас Майера. Т.[6]); Проект цепного моста через Неву предполагаемого против церкви Св. Исаакия на протяжении 1015 футов сочиненный генерал-майором Базеном при содействии майоров Ламе и Клапейрона. (Атлас Майера. Т.[6], атлас VI, л. XL). 1 л. – ГМИ СПб. 1-А, 4384-и; 4447-и.

II. [Extrait]: *Chevalier Michel*. <…> 115.II. Déscriplion d'un pont suspendu de 1022 p. d'ouverture, projeté par M.Bazaine, ingén. au Corps royal des ponts et chaussées de France, général major du génie au service de Russie, et par MM. Lamé et Clapeyron, ingén. au Corps roy. des Mines, majors du génie au service de Russie / *Ch. M.* // BST. T.8, livr.7. 1827. P.86–88.

6. I.a. Traité élémentaire de calcul integral à l'usage des élève de l'Institut des voies de communication / Avec *P.D. Bazaine*. SPb.: À l'Imprimerie des voies de communication, 1825. XI, 205 p.

I.b. Начальные основания интегрального исчисления / Совм. с *П. Базеном*; пер. *В. Галямина*. СПб., 1827. 164 с.

7. I.a. О висячих мостах // ЖПС. 1826. Кн.3. С.55–81.

I.b. Mémoire sur les ponts suspendus // JVC. 1826. № 3. P.49–71.

I.c. Idem // JGC. T.1. 1828, oct. P.245–260.

I.d. Sur les ponts de chaînes (de Russie) et sur les résistances des fers employés dans leur construction: Extrait d'une lettre écrite à M.Baillet, Saint-Pétersbourg, 12–24 octobre 1824 // AM. T.10, livr.2. 1825. P.311–330.

II.a. [Extrait]: *Chevalier Michel*. 114.I. Sur les ponts de chaînes en Russie et sur les résistances des fers employés dans leur construction: Extraits de lettres adressées à M.Baillet, inspect. division. au Corps roy. des Mines, par M. Lamé (Annales des Mines; tom X, 2e liv., p.311, et tom XI, 5e livr., p.265) <…> / *Ch. M.* // BST. T.8, livr.7. 1827. P.86–87.

II.b. [Information sur la publication dans le JVC/ЖПС]: 391. Journal des voies de communication. In 8°; 1826, cah. 1–5; Pétersbourg / A.; 393. Description des Ponts en chaînes exécutés à Saint-Pétersbourg, en 1824, par le colonel Traitteur. Pétersbourg, 1825 // BST. T.8, livr.12. 1827. P.352–353, 355–356.

8. I.a. О разрешении по строению задач 3 и 4 степеней / Пер. кап. Языкова // ЖПС. 1826. Кн.4. С.39–49.

I.b. Note sur la résolution graphiques des problèmes du 3 et 4 degré // JVC. 1826. № 4. P.37–47.

I.c. Note sur la résolution graphiques des problèmes du 3e et 4e degré // JGC. T.1. 1828, nov. P.435–442.

II.a. [Information sur la publication dans le JVC/ЖПС]: 391. Journal des voies de communication. In 8°; 1826, cah. 1–5; Pétersbourg / *A.* // BST. T.8, livr.12. 1827. P.352–353.

9. I.a. О построении веревчатых многоугольников [Кн.7: О веревчатых многоугольниках] / Совм. с *Б. Клапейроном*; пер. пор. *Стремоухова* // ЖПС. 1826. Кн.6. С.38–51; 1827. Кн.1(7). С.47–62.

I.b. Mémoire sur la construction des polygones funiculaires / Avec *B. Clapeyron* // JVC. 1826. № 6. P.35–47; 1827. № 1(7). P.43–55.

I.c. Idem // JGC. T.1. 1828, nov. P.496–504. – [I статья. Обещанного продолжения не было].

II.a. [Résumé]: 199. *Sturm C*. Mémoire sur les polygones funiculaires; par les MM. Lamé et Clapeyron. (Journal des voies de communication. St.P. 1827, n° 6, p.43–55) / C.S. // BSM. T.11. 1829, mai. P.326–327.

II.b. [Analyse]: *Sturm C.* // Clapeyron É. Notice sur les travaux … (op. cit.). P.2.

II.c. Idem: *Lamé*. Analyse… P.8.

II.d. Idem: *Lamé*. Notice… P.9.

II.e. [Analyse]: *Годыцкий-Цвирко А.М.* Юбилей веревочного многоугольника: К столетию опубликования статей Ламе и Клапейрона, профессоров Института Корпуса Инженеров Путей Сообщения 1827–1927 = An Outline of History of the Funicular Polygon // Сб. Ленинградского ин-та путй сообщения. Вып.101. Л., 1929. С.217–228. См. [176].

II.f. Реферат (в выдержках): *Штурм Ш.* / Публ. *Ю.М.Гайдука, И.А.Наумова* [в статье: «Русские страницы биографии Г.Ламе»] // ИМИ. Вып.16. М.: Наука, 1965. С.346.

10. Sur un cabestan mis en usage par M. de Bétancourt, lieutenant général au service de Russie / Avec *B.Clapeyron* // AM. T.12. 1826. P.225–229.

11. I.a. О приложении статики к решению задач, входящих в теорию наименьших расстояний / Совм. с *Б.Клапейроном* // ЖПС. Кн.10. 1827. С.27–54.

I.b. Mémoire sur l'application de la statique à la solution des problèmes relatifs à la théorie des moindres distances / Avec *B. Clapeyron* // JVC. № 10. 1827. P.26–49.

I.c. Memoire on the application of statics to the solution of problems concerning the theory of least distances / Avec B. *Clapeyron*; Transl. into English by *O.I. Franksen, I. Grattan-Guinness* // Mathematics and Computers in Simulation. 1989. P.211–218. (Voir [57]).

II.a. [Extrait]: 200. *Sturm C.* Mémoire sur l'application de la Statique à la solution des problèmes relatifs à la théorie des moindres distances; par les MM. les lieutenans-colonels Lamé et Clapeyron. (*Ibid.* [*Journal des voies de communication*. St.P. 1827], n° 10) / *C.S.* // BSM. T.11. 1829, mai. P.327–328.

II.b. [Analyse]: *Sturm C.* // *Lamé*. Notice... P.9–10.

12. I.a. Выводы из опытов, произведенных над Российскими железными проволоками, по приказанию Его Королевского Высочества Главноуправляющего путями сообщения / Пер. Строит. отряда подпор. *Меца* // ЖПС. Кн.12. 1827. С.61–69.

I.b. Résultats d'expériences faites sur les fils de fer de Russie, d'après l'ordre de Son Altesse Royle, Monseigneur le duc de Wurtemberg, dirigeant en chef le Corps des ingénieurs des voies de communication // JVC. № 12. 1828. P.55–60.

I.c. Последствия опытов над Российскою проволокою по приказанию Его Королевского Высочества Главноуправляющего путями сообщения учиненных инженер подполковником Ламе: Приложение к рапорту, представленному ЕКВ от 18 ноября 1826 № 17; Рапорт от 18 ноября 1826: [Рукопись] // Дело по представлению г.-м. Потье о учинении опытов употреблению для цепных мостов проволочных канатов вместо цепных звеньев. РГИА. Ф.206, оп.1, д.630. Л.8б-15. (См. [241]).

13. I. Nouvelles formules analogues aux séries de Taylor et de Maclaurin / Avec *B.Clapeyron* // JRAM. Bd.6, H.1. 1830. S.40–44.

II. [Résumé]: 31. Journal für die reine und angewandte Mathematik. – Journal de Mathématiques, de M. Crelle. T.VI. Berlin, 1830 / *A. C<ournot ?>* // BSM. T.15. 1831, févr. P.72–73.

14. I. Sur le dévelopment des fonctions suivant des séries de lignes trigonometriques d'arcs imaginaires/ Avec *B. Clapeyron* // JRAM. Bd.6, H.1. 1830. S.45–48.

II. [Résumé]: 31. Journal für die reine und angewandte Mathematik. – Journal de Mathématiques, de M. Crelle. T.VI. Berlin, 1830 / A. *C<ournot ?>* // BSM. T.15. 1831, févr. P.72–73.

15. I.a. Mémoire sur la Solidification par refroidissement d'un globe liquide, lu par M. Lamé à l'Académie des sciences, séance du 10 mai 1830 / Avec *B. Clapeyron* // ACP. Vol.47. 1831, juil. P.250–256.

I.b. Mémoire sur la Solidification par refroidissement d'un globe liquide / Avec *B. Clapeyron* // BSM. T.16. 1831, nov. P.255–259.

II.a. Information: 59. Paris. – Académie des sciences. Séance du 10 mai 1830 // BSM. T.15. 1831, févr. P.116.

II.b. [Information sur la lecture du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 10 mai 1830 // PVSA. T.9 (см.: [109]). P.443.

16. I.a. Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes / Avec *B.Clapeyron* // JRAM. 1831. Bd.7, H.2. S.150–169; H.3. S.237–252; H.4. S.381–413.

I.b. Idem / Avec *B.Clapeyron* // Savans étrangers. T.4. 1833. P.463–562.

I.c. Idem: Extrait de Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France et imprimés par son ordre, Sciences Mathématiques et physiques / Avec *B. Clapeyron*. Paris: Imprimerie royale, 1833. P.463–562. – N.V.

II.a. Poinsot, Navier. Rapport sur le Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes par MM. Lamé et Clapeyron, ancienes élèves de l'Écile Polytechnique, actuellement au service de Russie, lequel à pour objet l'Équilibre des corps solides homogènes [lu par M. Navier à l'Académie des sciences de Paris le 29 septembre 1828]; *Navier*. Remarques sur un article de ce Mémoire relatif à la Mesure de la compression d'un vase sphérique: [Communiqué le 6 octobre 1828] // PVSA. T.9 (см.: [109]). P.124–127, 130.

II.b. *Poinsot, Navier* (raporteur). Rapport fait par MM. Poinsot et Navier à l'Académie des sciences de Paris dans la séance du 29. Septembre 1828, sur un mémoire de MM. Lamé et Clapeyron, concernant l'équilibre intérieur des corps solides homogènes // JRAM. Bd.7, H.2. 1831. S.145–149.

II.c. *Navier*. Rapport sur un Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes par M.M. Lamé et Clapeyron, lu par M. Navier à l'Académie des sciences de Paris le 29 septembre 1828 // JVC. № 14. 1829. P.70–80.

II.d. [Citation]: *Navier*. Note relative à la question de l'équlibre et du mouvement des corps solides élastiques // BSM. T.11. 1829, avr. P.243.

II.e. [Analyse]: *Navier, Poinsot*. [Rapport sur un Mémoire sur l'équilibre intérieur des corps solides homogènes par M. M. Lamé et Clapeyron] // Le Globe. T.6, n°100. 1828, 8.10. P.742–743.

II.f. *Навье*. Выписка из донесения, читанного г.Навье в Парижской Академии наук 29 сентября 1828 года, касательно сочинения Подполковников: Ламе и Клапейрона, о равновесии твердых однородных тел / Пер. *А.Гибаля* // ЖПС. Кн. 14. 1829. P.76–87.

II.g. [Résumé, analyse]: *Fourier, le baron Jean-Baptiste-Joseph*, secrétaire perpétuel. Analyse des travaux de l'Académie royale des sciences pendant l'année 1828: Partie mathématique. [Paris]: Impr. de A. Firmin Didot, . P.29–30. (Год изд. определен по: [L16-II.h]).

II.h. [Résumé, analyse]: *Fourier, le baron, secrétaire perpétuel.* Analyse des travaux de l'Académie royale des sciences, pendant l'année 1828: Partie mathématique // JGC. T.7. 1830. P.312–314.

II.i. [Résumé]: *Ferry*. Analyse des travaux de l'Académie royale des sciences, pendant l'année 1828 / [par *Fourier* et *Cuvier*] // Revue éncyclopédique ou analyse raisonnée des production les plus remarquable <...> (Paris). T.43. 1829, juil.-sépt. P.42–72 (p.44).

II.j. Idem // *Clapeyron*. Notice... P.3–4.

II.k. Idem // *Lamé*. Analyse... P.10–11.

II.l. Idem // *Lamé*. Notice... P.14–15.

II.m. [Information sur le rapport]: 110. Paris. – Académie des sciences. <...> Séance du <...> 29 septembre 1828 // BSM. T.14. 1830, août. P.151.

II.n. [Analyse]: *Barré de Saint-Venant A.J.C.* Applications, par MM. Lamé et Clapeyron; Solution ultérieure, par M Lamé, du problème de la sphère pleine ou creuse sollicitée d'une manière quelconque. Difficultés pour le prisme; Nécessité de se contenter de solutions qui supposent un mode particulter de distribution des forces sur les bases. Méthode inverse. MM Lamé et Clapeyron // *C. Navier.* Résumé des leçons données à l'école des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines. I^re^ partie, contenant les leçons sur la résistance des matériaux et sur l'établissement des constructions en terre, en maçonnerie et en charpente. I^re^ section: De la résistance des corps solides / Avec des notes et des appendices, par *M. Barré de Saint-Venant.* 3^e^ éd. Paris: Dunod, 1864. P.clxxj–clxxiv.

II.o. *Навье, Пуансо*. [Отзыв на Мемуар Ламе и Клапейрона о внутреннем равновесии однородных твердых тел] / Публ. *Ю.М.Гайдука, И.А.Наумова* [в статье: «Русские страницы биографии Г.Ламе»] // ИМИ. Вып.16. М.: Наука, 1965. С.349–351.

II.p. *Poinsot, Navier* (rapporteur). Rapport sur un Mémoire sur l'équilibre des corps solides homogènes, par MM. Lamé et Clapeyron, ingénieurs au Corps royal des mines, lieutenants-colonels du génie au service de Russie, adressé à l'académie le 1^er^ fevrier/20 janvier 1828, et présenté dans la séance du 7 avril 1828 / Commissaires, M.M. *Poinsot* et *Navier* (rapporteur). AAS. Pochette, séance du 29 septembre 1828. Manuscrit. 2 f.

II.r. *Lamé* G., Clapeyron E. [Lettre] A Monsieur le Baron Fourier, Sécrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences. SPb., 1.2/20.1.1828. AAS. Pochette, séance du 29 septembre 1828. Manuscrit. 2 f. (3 p.).
II.s. [Information sur la reception du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 7 avril 1828 // PVSA. T.9 (см.: [109]). P.50. (См.: [L16-IIa]).
II.t. [Citation du mémoire]: *Navier* (raporteur), *Arago, Poisson*. Rapport sur un Mémoire de M. Duhamel, intitulé Calcul des actions moléculaires développées par les changements de la température dans les corps solides: 17 mars 1834 // PVSA. T.10 (см.: [110]). P.556–559.
17. 35a Последствия химического разложения разсола, добытого из одного соляного рудника, принадлежащего к числу Строгановских, и разных произведений, кои были получены при вываривании из оного поваренной соли / Сочинение Подполковника *Ламе*; с фр. рукописи перев. *А.Танков* // Труды Минералогического общества, Высочайшим Его Императорского Соизволения учрежденного в С.-Петербурге. Ч.2. СПб., 1842. С.93–100.
18. I. Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les Polyèdres, et principalement dans le Prisme triangulaire régulier; présenté à l'Académie royale des sciences, le 8 <SIC: 4 !> mai 1829 // Journal de l'École royale polytechnique. T.14, cah. 22. 1833, sept. P.194–251.
II. [Information sur la reception du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 4 mai 1829 // PVSA. T.9 (см.: [109]). P.241.
19. I.a. *Lamé* G., Clapeyron E. [Lettre] Au Rédacteur [du «Journal de débats»] // Journal de débats. 1832, 1 janvier. P.3.
I.b. Idem // *Jeanson; Segretain*. Gabriel Lamé… P.99.
20. *Lamé* G., Clapeyron E. Mémoire sur les chemins de fer considérés sous le point de vue de la défense du territoire (extrait): lu à l'Association Polytechnique, dans sa séance du 20 juin Д / Par MM. *Lamé* et *Clapeyron*, ingénieurs au Corps royal des mines // *A. Perdonnet, G. Lamé, E. Clapeyron.* Notices sur les chemins de fer. Paris: Giraudet, juillet 1832. P.27–38.
21. I.a. Vues politique et pratique sur les travaux publics de France / *Avec B. Clapeyron, Stéphane et Eugéne Flachat.* Paris: Chez Paulin et Carilian-Gœury, libraires, 1832. 336 p.
I.b. Idem: [Chapitre V] / Idem // Écrits d'ingénieurs / *Jean-Rodolphe Perronet, Gabriel Lamé, Émile Clapeyron, Stéphane et Eugène Flachat* … [et al.]. Paris: Ed. du Linteau, 1997. P.33–48. (В книге Глава 5 находится на с.75–90). (См.: [49]).
22. Plan d'écoles générale et spéciales pour l'agriculture, l'industrie manufacturière, le commerce et l'administration / Avec *B. Clapeyron*. Paris: Bechelier, 1833. 135 p.
23. I.a. Second Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les Polyèdres, et principalement dans le Prisme triangulaire régulier, présenté à l'Académie des sciences, le 6 février 1832 // Savans étrangers. T.5. 1838. P.418–439.
I.b. Idem. Tirage à part. [S.l.: s.n., n.d.]. 22 p. – N.V.
II. [Information sur la lecture du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 6 février 1832 // PVSA. T.10 (см.: [110]). P.22.
24. I.a. Mémoire sur les surfaces isothermes dans les corps solides en équilibre de température, [présenté à l'Académie des Sciences, séance du 13 <SIC: 6 !> mai 1833] // Savans étrangers. T.5. 1838. P.174–219.
I.b. Idem. Tirage à part. [S.l.: s.n., n.d.]. 46 p. – N.V.
I.c. Idem: Extrait de Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des sciences de l'Institut de France et imprimés par son ordre: Sciences Mathématiques et physiques. Paris: Imprimerie royale, 1838. P. 174–219. – N.V.
I.d. Mémoire sur les surfaces isothermes dans les corps solides en équilibre de température // Journal de mathématique pures et appliquées / Publ. par *J. Liouville* (Paris). T.2. 1837, avril-mai. P.149–188.
I.e. Idem // ACP. T.53.1833. P.190–204.
II.a. *Poisson, Libri, de Prony*. Rapport sur un Mémoire sur les surfaces isothermes dans les corps solides en équilibre de température // PVSA. T.10 (см.: [110]). P.305–306.

II.b. [Information sur la lecture du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 6 mai 1833 // PVSA. T.10 (см.: [110]). P.265.

25. I.a. La vue d'une colonne élevée <...>: [Résumé рассуждений Ламе о выборе кривой, определяющей энтазис Александринской колонны] // *A. Montferrand.* Plans et détails du monument consacré à la mémoire de l'empereur Alexandre: Ouvrage dédué à Sa Majesté l'Empereur Nicolas Ier par A. Ricard de Montferrand. Paris: Chez Thierry frères, 1836. P.13–14.

I.b. [Резюме рассуждений Ламе о выборе кривой, определяющей энтазис Александровской колонны] из [*Montferrand*. Plans et détails du monument consacré à la mémoire de l'empereur Alexandre. Paris. MDCCCXXXVI. Из главы II] // *Никитин Н.* Огюст Монферран... (см.: [221, с.326–328]).

I.c. То же, в выдержках // *Воронина.* Габриэль Ламе... (см.: [147, с.109–110]).

Литографированные курсы

26. Cours de physique fait à l'Institut du Corps des voies de communication. Pt. 1–2. <SPb., 1828>. (<183> p.)(53 p., <1> f. de pl.). (2e pt.: Magnétisme). Autogr.[162] Экземпляр: СПб. Горный институт, библ. Г-841, 842. (См.: [163; 212, с.84; 222, с.244]).
27. Cours de mécanique rationnelle / Avec la particip. de *B.É. Clapeyron*. SPb., 1830/31?. Autogr. – N.V.
28. *Clapeyron É.* Cours [Leçons] de mécanique appliquée / Avec la participation de *G.Lamé*. SPb., 1827–28. 44 p., 34 f. de pl. Autogr. Экземпляры: ПГУПС, 9196; копия: Centre Alexandre Koyré (EHESS-MNHN, Paris), bibl. (См.: [144; 196; 212, с.84; 222, с.244; 254, с.37]).
29. *Clapeyron É.* Précis du cours d'Astronomie, enseigné à l'Institut des Ingénieurs des voies de communication / [Avec la participation de *G. Lamé* ?]. SPb., 1828. 64 p. Autogr. Экземпляр: ПГУПС, 22004. (См.: [212, с.75, 84–85; 254, с.37]).
30. [Cours de chimie] <SPb., 1828?>. <92 p. ?>. Autogr. (См.: [161; 163, л.4об.; 212, с.84; 222, с.244; 254, с.37]). – N.V.
31. *Lamé G.* (?). [Cours d'algèbre appliquée à la géométrie] / [Avec la participation de *É. Clapeyron*?]. <SPb., 1828? 1829?>. Autogr. (См.: [222, с.244]). – N.V.
32. *Lamé G.* (?) [Cours de chimie appliquée] <SPb., 1830?>. Autogr. (См.: [170]). – N.V.
33. Cours de physique de l'École Polytechnique, 1re année, 2e division, année 1831–32; Idem, 2e année, 1re division. [Paris], 1832. (198 p.)(167, 26, 16 p.). Autogr. Экземпляры: ÉP, bibl. C.I.83, 84 (mq); BIF. 8° NS 20635(1); BNF. V-14325(1–4).
34. Cours de physique de l'École Polytechnique, 1re année, 2e division, année 1832–33: Propriétés générales de la matiére, Sur la théorie des vapeurs; Idem, 2e année, 1re division: [suite de] l'Electrecité, Galvanisme. [Paris], 1832–33. (240 p. <507 p.>)(473 p.). Autogr. Экземпляры: ÉP, bibl. C.I.85 (mq); BIF. 8° NS 20635(1–2); BNF. V-14326(1–2), 18033.
35. Cours de physique de l'École Polytechnique, 1re année, 2e division, année 1833–34; Idem, 2e année, 1re division. 2 vol. [Paris], 1834. (508 p.)(438 p.). Autogr. Экземпляры: ÉP, bibl. C.I.86, 87 (mq); BNF. V-18031, 18032. – N.V.
36. Cours de physique de l'École Polytechnique, 2e année, 1re division, année 1834–35; Idem, 1re année, 2e division. 2 vol. [Paris], 1835. (438 p.)(? p.). Autogr. Экземпляры: ÉP, bibl. C.I.88, 89 (mq).
37. Cours de physique de l'École Polytechnique, 2e année, 1re division, année 1835–36. [Paris], 1836. Autogr. Экземпляры: ÉP, bibl. C.I.90 (mq). – N.V.

Опубликованные письма[163]

38. Lettre de Lamé à sa mère, SPb., 8/20.12.1823: [Fac-similé] // SABIX. 2009. № 44. P.26.

---

162) Autographie – французский «книжный» термин, обозначающий рукописный текст, размноженный литографским способом.

163) Мы не учитывали непубликовавшиеся личные письма. Их много в частном архиве наследников Ламе. На их основе написана брошюра, посвященная Ламе [74]. И мы надеемся посвятить им отдельное исследование.

39. I.a. *Lamé G*. «Mon cher Ostrogradski», <SPb., automne 1829> // *ИМИ*. Вып.7. 1954. С.718. (Факсимильная публикация; оригинал на 1954 хранился в коллекции Н.Е.Жуковского в архиве ЦАГИ). См. [231].
I.b. Письмо Лямé к М.В. Остроградскому / Перев. на рус. и публ. *В.Е. Прудникова* // *ИМИ*. Вып.7. 1954. С.717. См. [147, с.104; 153, с.371; 220; 231, с.717].
I.c. Письмо Ламе к М.В. Остроградскому // Михаил Васильевич Остроградский… М., 1961. С.366. (См. [220]).
I.d. То же: [Выдержки] // *ИМИ*. Вып.16. 1965. С.371. (См. [153]).
I.e. Письмо Ламе: [Выдержки] // *Воронина М* Габриэль Ламе… С.104.
40. I.a. *Lamé G*. «Mon Général»: [Письмо Базену, SPb., 4.3.1830] // *Воронина М* Габриэль Ламе… С.57. (Факсимильная публикация первой страницы; РГИА, ф.200, оп.1, д.1753, л.31–32). См. [165].
I.b. *Lamé G*. «Mon Général»: [Письмо Базену, оригинал, 4.3.1830]. ЦГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.368, л.3–4.
I.c. *Lamé G*. «Mon Général»: [Письмо Базену, копия, б.д.]. ЦГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.368, л.3–4.
I.d. Письмо Ламе к П.Д. Базену: [Выдержки] / Перев. на рус.; публ. *М.М. Ворониной* // *Воронина.* Габриэль Ламе… С.56, 59.
41. I.a. Lamé à son père: [Extrait] // AM. 7^{e} sér. T.13. 1878. P.244. См. [19].
I.b. Idem: [Extrait] // *Bertrand J.* Éloge de Gabriel Lamé, par J. Bertrand, secrétaire perpétuel: Lu dans la séance publique du 28 janvier 1878. Paris: Firmin-Didot, 1878. P.11. См. [20].
I.c. Idem: [Extrait] // Entre Mécanique et Architecture… C.324. См. [124, с.324].
I.d. Письмо Ламе к отцу: [Выдержки] / Перев. на рус.; публ. *М.М. Ворониной* // *Воронина.* Габриэль Ламе… С.64.
42. I.a. Письмо Ламе к П.Н. Фуссу, 20.4.1839 / Перев. на рус.; публ. *Ю.М. Гайдука* и *И.А.Наумова* // *ИМИ*. Вып.16. 1965. С.360–361. См. [153].
I.b. Оригинал на французском языке письма Ламе к П.Н. Фуссу, 20.4.1839. СПФ АРАН. Ф.1, оп. 2, 1839, № 2, §424. См. [153, с.371]. – N.V.
43. I.a. Sur les causes des explosions des chaudières dans les machines à vapeur: Extrait d'une lettre de M. Lamé, professeur à l'école polytechnique à Paris à M. Kupffer: lu le 1 novembre 1839 // Bulletin Scientifique publié par l'Académie Impériale des sciences de Saint-Pétersbourg et rédigé par son secrétaire perpétuel. T.6, n°24 (144). SPb.: W.Graeff; Leipzig: L. Voss, 1840. Col. 380–382. См. [147, с.185; 153, с.361]. – (Интернет, сканированная копия: http://books.google.fr/books?id=sd3nAAAAMAAJ&pg=RA2-PA383&lpg=RA2-PA383&dq=Lamй+"Sur+les+causes+des+explosions"&source=bl&ots=qjzn).
I.b. Idem: Sur les causes des explosions des chaudières dans les machines à vapeur: Extrait d'un lettre de M. Lame <…> à M. Kupffer: Lu le 1 novembre 1839 / Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg. SPb.: W.Graeff, 1840. 4 p. (col. 380–382). (Extrait de: Bulletin scientifique publié par l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg. 1840. T. 6, n°24). – N.V.
44. I.a. Г.Ламе – А.Я.Купферу, 17 августа 1850, Париж / Перев. и публ. *Т.Н.Кладо* // Очерки истории математики и механики: Сб. ст. М.: Изд-во АН СССР, 1963. С.259–260. См. [153, с.361–362, 371; 207; 208; 223, с.142].
I.b. Lamé G. «Mon cher Kupfer»: [Автогр. на франц. яз., 17 août 1850]. СПФ АРАН. Ф.32. Оп.2. №89: Ламе Гавриил, чл.-кор. Письма к А.Я.Купферу. 2 л.

Рукописи

45. I. Recherches sur le mouvement uniforme des fluides incompressibles et homogènes, adressé à l'Académie royale des sciences par M. Becquey, directeur général des ponts et Chaussées et de Mines, séance du 7 juillet 1823 / Avec *B. Clapeyron*. <SPb., 1823>. N.V. – Retiré le 31.5.1824.
II. [Information sur la reception du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 7 juillet, 22 septembre 1823 et 31 mai 1824 // PVSA. T.7. P.515, 546; T.8. P.94. (См.: [107; 108]).

46. Заключение на Меморию полк. Карелина об удобнейшем устройстве телеграфов / Вместе с *Клапейроном*. 1823. (Одобрено Комиссией проектов и смет 31.12.1823). РГИА. Ф.208, оп.1, д.42, л.76/5.
47. Ia. [Заключение на Записку о введении в России путевых паровых экипажей Казимира Янкевича] / Вместе с *Клапейроном*. 1830. РГИА. Ф.206, оп.1, 1830–32, д.824: Записка о введении в России путевых паровых экипажей. Л.12 и др. – N.V., информация по [139].
Ib. То же: [Выдержки] // *Виргинский.* Железнодорожный вопрос… С.153. (См. [139]).
48. I. Impossibilité de l'équation $x^5 \pm y^5$ = 2 sup x z sup 5 en nombres entiers, présenté à l'Académie royale des sciences, le 2 fevrier 1824. <SPb., 1823>. – N.V.
II. [Information sur la reception du Mémoire à l'Académie des sciences et sur la désignation d'un commission], le 2 février 1824 // PVSA. T.8 (см.: [108]). P.14.
49. I.a. [Projets de ponts de chaînes à construire sur la Moskva et sur la Yaouse à Moscou: Notices explicatives]. SPb., 1824. РГИА. Ф.206, оп.1, 1823–27, д.493, л.19–28, 32–33.
I.b. Projets d'un pont de chaînes à construire sur la Moskva et d'un pont en fonte à construire sur la Yaouse à Moscou présentés à Son Altesse Royale Monseigneur le Duc Alexandre de Wurtemberg par le *Majors Lamé* et *Clapeyron* avec plans de détails dessinés par le Lieut. *Brun*. SPb., 1825. 2 f., 10 f. de pl. Album. ПГУПС. 3.IX.23 (23133).
I.c. Idem, [Notices explicatives nouvelles et corrigées abrégées]. SPb., 30.4.1825. РГИА. Ф.206, оп.1, 1823–27, д.493, л.70–73, 86–110.
I.d. Idem, [Notices explicatives nouvelles et corrigées détailles]. SPb., 1825. РГИА. Ф.206, оп.1, 1823–27, д.493, л.86–110, 114–120.
II. [Аннотация] // *Шкляр*. Рукописный фонд… С.116–117.
50. I. Projets d'un pont suspendu à construire sur la Louga à Jambourg présenté à Son Altesse Royale Monseigneur le Duc Alexandre de Wurtemberg / Plans de details dessinés par le lieut. *Brun*. SPb., 18 mars 1825. 1 f., 7 f. de pl. Album. ПГУПС. 22001 (Z.I.1).
II. [Аннотация] // *Шкляр*. Рукописный фонд… С.116.
51. Opinion des Majors Lamé et Clapeyron au sujet du changement proposé pour les petits ponts de chaines / Avec *Adam* et *Clapeyron*. <SPb. 18 septembre 1825>. 1 f. RGIA. F.206, op.1, d.618, f.31. (Fac-sim.: [54, p.207]).
52. I.a. Sur la demonstration du théorème de Taylor. 1826. 7 f. Manuscrit. ПГУПС. 32998, P.IV (18552).
I.b. Idem. СПбО ААН. Ф.759: Фонд акад. А.Н. Крылова. Оп.1. Д.431. 2 л. 2 экз. копий: карандашная и сделанная под копировальную бумагу.
II. [Аннотация] // *Шкляр*. Рукописный фонд… С.10.
53. [Mémoire sur l'intégrale $\int_{-\infty}^{\infty} \sin mx dx \,/\, [(e^x - e^{-x}) \,/\, 2 + x]$ et autres semblables] / Avec *B.Clapeyron*. Dans: *Barré de Saint-Venant A.J.C.* Mémoire inédit de M. Lamé et la suite que je lui donne et détermination de la force courbe que prennent les sections primitivement droites d'une pièce rectangulaire sollicitée à la flexion et au glissement transversal. <1827/29>–1847–<1878>. 4 cahiers. 141 f. Manuscrit. BIF. Fond Barré de Saint-Venant, ms 4225-1.
54. [Эскизный проект висячего моста ч/р. Мста в Яму Бронницах; Краткая пояснительная записка] / Вместе с *Клапейроном*. 1829–30. (Одобрен Комиссией проектов и смет 30.9.1830). РГИА. Ф.208, оп.1, д.63, л.278–283.
55. I. Observations relatives à l'Art de l'Ingénieur recueillies durant le voyage en Angleterre fait d'après l'ordre de Sa Majesté l'Empereur Nicolas I^er^ pendant l'été de l'année 1830 par le colonel Lamé: En 5 vol. [SPb.], 1830. Mémoires. 225, 14 <178, 62 ?> f.; Atlas. 64, 14, 30 f. Manuscrit. ПГУПС. 7162, 7163, 6089, 7252, 7246 (№ 1733. VII.266. Шк.XIV).
II. [Аннотация] // *Шкляр.* Рукописный фонд… С.23–24.
56. Ponts et chemin de fer Saint-Étienne – Lyon: Dessins et commentaires. [Lyon; SPb., 1830]. 11 f. Manuscrit. ПГУПС. – N.V. (Информация о наличии, без точной ссылки, в [147, с.117; 148, с.127]).

57. Mémoire [sur la création d’un vaste système de chemins de fer et de grands chariots à vapeur, envoyé par le Ministre plénipotentiaire, baron de Bourgoing en 1831 «aux Ministres de Sa Majesté»] / Avec *B.Clapeyron*. [SPb.], 1831. – N.V. (Осенью 1831 г. отправлен во Францию с дипломатической почтой; информ. по [7, doc.3]).

Список литературы

1. Activité industrielle de l’Angleterre, en 1828; *Masclet*, le chev. Chemin en fer entre Liverpool et Manchester // JGC. T.2. 1829. P.214–215, 244–250; *Masclet*, le chev. Chemin à rouage de fer, entre Liverpool et Manchester // JGC. T.3. 1829. P.130–139, 593–598; *Masclet*, le chev. Lettre au directeur du Journal du génie civil, sur le chemin de fer entre Liverpool et Manchester: [12 août 1829] // JGC. T.5. 1829. P.187–189.
2. AÉP. Doss. Lamé (X1814); Admissions, section 3: Classement de sortie et admission dans les services, cart.3: 1811–1817, dos. «Mines 1817».
3. AÉP. Régistre de matricule des élèves. Vol.4: 1810 à 1819, concours 1814, f.123; Ibidem, concours 1816, f.152v.
4. *Allemagne, Henry-René* D’. Les Saint-Simoniens: 1827–1837. Paris: Libraire Gründ, 1930. P.28.
5. Anthologie russe, suivie de Poésies originales, dédiée à S.M. L’Empereur de toutes les Russies // Par *P.J. Émile Dupré de Saint-Maure* <…>. Paris: C.J. Trouvé, 1823. XXIX, 264 p. 4°; Idem. XLV, 360 p. 8°.
6. *Arago F.* Sur l’ancienne École Polytechnique. Paris: Bachelier, 1853. P.19.
7. ADN. Fonds: SPb-Ambassade. Série: Cartons et registres. Côte 264: Clapeyron et Lamé, Ingénieurs au service de France. Nov. 1831 – mars 1832. 5 doc.
8. ADN. Liste des ambassadeurs de France en Russie de 1801 à 1917 // Ambassade de France à Saint-Pétersbourg: Inventaire des volumes relies de la correspondance politique: 1802–1907. P.25.
9. Association Française de bienfaisance: Rapport fait au Comité d’exercice. 3^{e} Année. SPb.: l’Impr. d’Alexandre Pluchart, 1823. 8 p.
10. Association Française de bienfaisance <…>. 4^{me} Année. Ibidem, 1824. 8 p.; Idem <…> A Saint-Pétersbourg. 5^{me} Année. Ibidem, 1825. 8 p.; Idem. 6^{me} Année. Ibidem, 1826. 12 p.; Idem. 7^{me} Année. SPb.: Impr. de la Veuve Pluchart, 1827. 12 p.
11. Association Française de bienfaisance fondée en 1817, à S^{t}-Pétersbourg; Comité de secours aux victimes de la guerre 1871: 1^{er} compte-rendu 15 Janvier au 1 Mars. SPb., j. 33 p.; Association Française de bienfaisance fondée en 1817, à S^{t}-Pétersbourg = Французское общество благотворительности, основанное в 1817 г., в С.П.Б.; Comité de secours aux victimes de la guerre 1871: 2^{er} compte-rendu 1 mars au 30 juin = Комитет вспомоществования жертвам войны: Второй отчет с 1 марта по 30 июня. СПб., j. 40 p.; Société française de bienfaisance // Le Conservateur Impartial. 1821, 11.10. № 81. P.391.
12. *Auclair A.* Les ingénieurs et l’equipement de la France: Eugène Flachat (1802–1873). Le Creusot; Montceau-les-Mines: Ecomusée de la Communauté urbaine, 1999. 315 p.
13. *Autin J.* Les frères Pereire: le bonheur d’entreprendre. Paris: Perrin, 1983. P.45, 54–55, 62–69 et al.; De la machine à vapeur locomotive // Le magasin pittoresque. An. 4. 1836. P.35–38; *Clapeyron*. Sur le règlement des tiroirs dans les machines à vapeur // BSEIN. № 455. 1842, mai. P.203–204; Notice sur les détentes de vapeur appliquées aux machines fixes et aux locomotives / *D.* // BSEIN. № 501. 1846, mars. P.111; *Clapeyron*. Note sur des expériences faites au nouveau chemin de fer de Saint-Germain, avec une locomotive de la construction de M. Flachat // BSEIN. № 505. 1846, juillet. P.413–414; *Payen J.* La machine locomotive en France des origines au milieu du XIX^{e} siècle / Avec la collab. de *B. Escudié* et *J.M. Combe*. Lyon: Éd. du CNRS, 1988. P.147; *Savoye J.* Un présédent de l’École d’Administration de 1848: Le projet de G. Lamé et E. Clapeyron // La revue administrative. №148. 1972, juil.-août. P.368–372; *Thépot A.* Les ingénieurs des mines du XIX^{e} siècle: Histoire d’un corps technique d’Etat: 1810–1914. T.1. Paris: ESKA/IDHI, 1998. P.321, 350, 373–374, 377–378, 393; *Bazaine[-Vasseur P.D.]*, professeur. Cours de chemins de fer: Notes prises par M.M. les élèves. [Paris]: Écoles Imperiale des Ponts et Chaussées, [pas avant 1868]. P.30. Autogr.; Idem: 1868–1869. Ibidem, b. P.54, 61–62.

14. Banque (La) de données du matricule X: 1794–1993 / Bibliothèque de l'École polytechnique. Palaiseau, 1993–94.
15. *Barré de Saint-Venant*. Rapport sur un Mémoire de M. Maurice Levy, présenté le 3 juin 1867, reproduit le 21 juin 1869 et intitulé: Essai sur une théorie rationelle de l'équilibre des terres fraîchement remuées, et ses applications au calcul de la stabilité des murs de soutènement: Extrait des Comptes rendus des séances de l'Académie des sciences, tome LXX, séances des 7 et 14 février 1870 / Commissaires: MM. *Combes, Serret, Bonnet, Phillips, de Saint-Venant* rapporteur. Paris: Gauthier-Villars, b. 24 p.
16. *Bazaine P.D.* Travaux projetés et executés: [Collection des dessins]. Pt.1. ПГУПС. 18560.
17. *Beamont M.* Bazaine: Les secrets d'un marechal: 1811–1888. Paris: Impr. nat., 1978. P.16–37.
18. *Bénard D.* Gabriel Lamé et le polygone funiculaire // SABIX. 2009. № 44. P.113–118.
19. *Bertrand J.* Éloge de Gabriel Lamé, ingénieur en chef des mines: Lu dans la séance publique annuelle du 28 janvier 1878 // AM. 7^{e} sér. T.13. 1878. P.236–259.
20. *Bertrand J.* Éloge de Gabriel Lamé, par J. Bertrand, secrétaire perpétuel: Lu dans la séance publique du 28 janvier 1878. Paris: Firmin-Didot, 1878. 28 p.
21. *Bertrand.* Discours de M. Bertrand, Membre de la section de géométrie, prononcé aux funérailles de M. Lamé, Le mardi 3 mai 1870; *Combes*. Discours de M. Combes au nom des ingénieurs du Corps impérial des mines / Institut impérial de France, Acad. des sciences. Paris: Typ. de Firmin Didot frères, 1870. 8 p.
22. *Bertrand, Combes, Puiseux.* Discours prononcé aux funérailles de M. Lamé, Le mardi 3 mai 1870: Discours de M. Bertrand, Membre de la section de géométrie, au nom de l'Institut; Discours de M. Combes, Inspecteur général des mines, au nom des ingénieurs du Corps des mines; Discours de M. Puiseux, Professeur à la Faculté des sciences, au nom de la Faculté des sciences de Paris // AM. 7^{e} sér. T.1. 1872. P.274–282.
23. *Bradley M.* Franco-Russian Engineering Links: The Careers of Lamé and Clapeyron, 1820–1830 // Annals of Science. Vol.38. 1981. P.291–312.
24. *Butrica A. J.* Saint-simonian engineers: A neglected aspect of french engineering societies. [Paris, 1992]. 23 p. – Manuscrit, Archives D.I.G.
25. CARAN. F^{14} , 2164^{2}. (Corps des ponts et chaussés). Bazain. 53 pieces.
26. CARAN. F^{14} , 2718^{2} (Corps des Mines). Clapeyron. 75 pieces.
27. CARAN. F^{14} , 2729^{2} (Corps des Mines). Lamé. 30 pieces.
28. CARAN. Legion d'Honneur: LH 1459/48, Lamé G.[L.J.B.]. 15 f.
29. CARAN. Legion d'Honneur: LH 541/42, Clapeyron. 9 pieces.
30. CARAN. 320 AP 1: Fonds de la famille Bazaine. Dos. 4: Correspondance de Mélanie, sœur du maréchal Bazaine. Lettre à sa mère, SPb., 14/26.12.1830. 3 л.
31. CARAN. 320 AP 1, dos. 4. Lettre Mélanie à sa mère, SPb., 23.1/5.2.1831. 3 л.
32. CARAN. 320 AP 1, dos. 4. Lettre Mélanie à sa mère, SPb., 5/17.7.1831. 3 л.
33. *Carnot H*. Sur le Saint-Simonisme: Lecture faite à l'Académie des sciences morales et politiques. Paris: A.Picard, 1887. P.9, 25. (Extrait du Compte rendu de l'Académie des sciences morales et politiques); *Bouglé C.* Socialismes français: du «socialisme utopique» à la «démocratie industrielle». Paris: A. Colin, 1932. P.100–101.
34. Catalogue de la Bibliothèque de l'École Polytechnique. Paris: Gauthier-Villars, 1881. XIV, 1114 p.
35. *Cauchy A.* Recherches sur l'équilibre et le mouvement intérieur des corps solides ou fluides, élastiques ou non élastique // Bulletin des sciences / Par la Société philomatique de Paris. 1823. P.9–13.
36. *Clapeyron É*. Notice sur les travaux de M. Émile Clapeyron, ingénieur en chef des mines. Paris: Impr. de Mallet-Bachelier, 1858. 11 p.
37. *Clapeyron É*. Sur le ciment russe: Extraite d'une lettre écrite de Saint-Pétersbourg // AM. T.8. 1823. P.306–307.
38. Clapeyron // La littérature française contemporaine, 1827–1844, continuation de la *France Littéraire*: Dictionnaire bibliographique <...> / Par *Ch. Louandre* et *Félix Bourquelot.* T.3. Paris: G.-P.Maisonneuve & Larose, 1965. P.8. (Fac-sim. de l'éd. de

1848); Clapeyron, Benoit-Pierre-Émile / *M. Kerker* // Dictionary of Scientific Biography. Vol.3. New-York: Ch. Scribner's sons, 1981. P.286–287.

39. Clapeyron, Benoit-Paul Émile // World who's who in science. 1st ed. Chicago (Ill.): A.N. Marquis-Company, 1968. P.338; Clapeyron, Benoit-Paul Émile / *E.Drude* // Handwörterbuch der Naturwissenschaften. 2 Aufl. Bd. 2. Iena: Gustav Fischer, 1933. S.739; Clapeyron (Benoit-Paul Émile) // *M.F. Alphandéry* Dictionnaire des inventeurs français. Nendeln (Liechtenstein): Kraus reprint, 1979. P.84–85; Clapeyron (Benoit-Paul Émile) / *St. Le Tourneur* // Dictionnaire de biographie française. T.8. Paris: Letouzey et Ané, 1959. Col.1352–1353.
40. Colloque internatinal Gabriel Lamé: Les Pérégrination d'un ingénieur du XIXe siècle (15–16–17 janvier 2009): Programmme du colloque / Centre François Viète, Univ. de Nantes; MSH de Nantes. [Nantes, 2009]. <4> p. В Интернете см.: http://www.sciences.univ-nantes.fr/cfv/colloques/2009/lame2009/lame.html; http://www.sabix.info/article-22975427.html; http://www.histnet.cnrs.fr/research/sfhst/spip.php?article229.
41. Colloque internatinal Gabriel Lamé: Les Pérégrination d'un ingénieur du XIXe siècle (15–16–17 janvier 2009): Résumés des interventions / Centre François Viète, Univ. de Nantes; MSH de Nantes. [Nantes, 2009]. <10> p.
42. *Combes.* Discours de m. Combes, Membre de cette Académie, prononcé aux funérailles de M. Clapeyron au nom de la section de mécanique, Le samedi 30 janvier 1864 / Institut impérial de France, Académie des sciences. [Paris, 1864]. 6 p.
43. Consevateur (Le) Impartial. 1821, 25.02. №16. P.71; Idem. 6.03. №54. P.218–219; Idem, Supplément au №18. Entre p.84 et 85; Idem, Supplément au №20. Entre p.92 et 93.
44. *Cotte M.* Gabriel Lamé, itinéraire d'un jeune ingénieur en France et en Europe: 1820–1832 // [41, с.<3–4>].
45. *Cotte M.* Gabriel Lamé, itinéraire d'un jeune ingénieur en France et en Europe: 1820–1832 // SABIX. 2009. № 44. P.9–19.
46. *Dupré de Saint-Maure É.* Pétersbourg, Moscou et les provinces, ou Observations sur les moeurs et les usages russes au commencement du XIXe siècle. Paris: Pillet aîné, 1830. T.1. P.78.
47. École des mines, archives. Registres des matricules (1768–1952), f.5v.–6.
48. École Polytechnique (L') / Sté des amis de l'École; préf. par *Édouard Estaunié*. Paris: Gauthier-Villars et Cie, 1932. P.132; *Guérithault R.* Gabriel Lamé, tourangeau, mathématicien, phusicien, ingénieur: 1795–1870 // Bulletin trimestriel de la Société archéologique de Touraine (Tours). T.36. 1971. P.301–302.
49. Écrits d'ingénieurs / *Jean-Rodolphe Perronet, Gabriel Lamé, Émile Clapeyron, Stéphane et Eugène Flachat, Émile Martin, Jean Résal, Paul Séjourné, Robert Maillart, Eugène Freyssinet, Albert Caquot, Robert Le Ricolais, Micolas Esquillan*; Avertissement *B.Marrey*. Paris: Ed. du Linteau, 1997. 178 p.
50. *Enfantin B.-P.* Correspondance inédite. Paris: E. Dantu, 1872. P.165, 221. (Oeuvres de Saint-Simon et d'Enfantin. Vol.25).
51. *Enfantin B.-P.* Œuvres. Paris: E. Dantu, 1872. P.8–16, 49–59, 107, 110. (Oeuvres de Saint-Simon et d'Enfantin. Vol.24).
52. Enfantin Barthélemy, Prosper // Dictionnaire biographique du mouvement ouvrier français. T.2. Paris: Éd. ouvrières, 1965. P.153; *Charléty S.* Histoire du saint-simonisme: 1825–1864. Paris: Hachette, 1896. P.33–34; Idem. Paris: Paul Hartmann, 1931. P.28 (Répr.: Utrecht: Gonthier, 1964).
53. Famille Seguin // Wikipedia. Internet: http://fr.wikipedia.org/wiki/Fr%C3%A8res_Seguin; Marc Seguin // Wikipedia. Internet: http://fr.wikipedia.org/wiki/Marc_Seguin; Ligne Saint-Étienne – Lyon // Wikipedia. Internet: http://fr.wikipedia.org/wiki/Ligne_Saint- %C3%89tienne_-_Lyon; Cotte M. Innovation et transfert de technologies: Le cas des entreprises de Marc Seguin, France, 1815–1835: [Thèse de doctorat en histoire: EHESS, Paris, 1995] / Sous la dir. de L. Bergeron. 2 vol. Villeneuve d'Ascq: Presses Universitaires du Septentrion, 1998. 1142 p.; Cotte M. De l'espionnage industriel à la veille technologique. Belfort; Montbéliard: Presse univ. de Franche-Comté; Pôle éd. de l'Univ. de Technologie de Belfort-Montbéliard, 2005. P.121–149; Idem: Programme de recherches à partir d'un

essai de typologie de la circulation des idées techniques durant la première industrialisation: Dossier présenté en vue de l'habilitation à diriger des recherches (H.D.R.), EHESS. Paris, 2000. P.176–185.

54. *Fedorov S.G.* Wilhelm von Traitteur: Ein badischer Baumeister als Neuerer in der russischen Architektur: 1814–1832. Berlin, Ernst & Sohn, 2000, xi, 331 pp.
55. *Foce Federico.* The Theory of Elastisity between Molecular and Continuum Approach in the XIX Century // Entre Mécanique et Architecture… P.302–304.
56. *Fourcy A.* Histoire de l'École Polytechnique / Introd. *J. Dombres*. Paris: Belin, 1987. 69, , viij, 516, 71–198 p.
57. *Franksen O.I., Grattan-Guinness I.* The earliest contribution to location theory?: Spatio-economic equilibrium with Lamé and Clapeyron, 1829 // Mathematics and Computers in Simulation. 1989. P.195–220.
58. *Gouzévitch D.* Lamé en Russie: 1820–1831: œuvre d'ingénieur, œuvre académique // [41, c.<5>].
59. *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* Etienne-François de Sénovert, traducteur en français des oeuvres de J. Steuart: Trois volets d'une vie: 1753–1831 // James Steuart en 1995: Colloque International (14–15–16 septembre 1995, Musée de la Révolution française, Châteu de Vizille): [Textes des communications]. [Grenoble, 1995]. 1, 22 p.
60. *Gouzevitch D., Gouzevitch I.* Gabriel Lamé à Saint-Petersbourg: 1820–1831 // SABIX. 2009. №44. P.20–43.
61. *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* Ingénieurs français et la construction et aménagement de Saint-Pétersbourg: Comité hydraulique (1816–1842) et Commission de projets et de devis (1820–1842) = Французские инженеры в застройке и благоустройстве Петербурга: Гидравлический комитет (1816–1842) и Комиссия проектов и смет (1820–1842) // La France et les français à Saint-Pétersbourg: XVIII–XX siècles: Actes du colloque = Франция и французы в Санкт-Петербурге: Материалы коллоквиума. СПб.: Европейский дом, 2005. P.101–123, 263–285; *Gouzévitch D.* La commission des projets et des devis de la Direction générale des voies de communication de Russie (1820–1842) // Les Enfants du Siècle: Sciences et savants de l'époque romantique (1815–1830): Colloque international de Nantes (13–15 Octobre 1994): Résumés des communications reçues. [Nantes, 1994]. P.<24>.
62. *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* Journal des Voies de Communication: histoire d'une revue bilingue russe-française (1826–1842) // La presse et les périodiques techniques en Europe: 1750–1950 / Sous la dir. de *P. Bret, K. Chatzis, L.Pérez*. Paris: L'Harmattan, 2008. P.87–110.
63. *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* Les contacts franco-russes dans le monde de l'enseignement supérieur technique et de l'art de l'ingénieur // Cahiers du Monde russe et soviétique. 1993. Vol.34, n°3. P.345–368.
64. *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* Note de l'ingénieur-colonel Raucourt de Charleville concernant des voies de communication en Russie / Avec la particip. de *W.Bérélowitch* // Cahiers du monde russe. 1996. T.37, n°4. P.479–504.
65. *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* Transfert de technologies en matière de travaux publics en Russie: quête aux innovations et choix politiques, 1800–1850 // Technological trajectories, markets, institutions: Industrialized countries, 19th–20th Centuries: From context dependency to path dependency / éd. *L.Tissot* & *B.Veyrassat*. Bern: Peter Lang, 2001. P.97.
66. *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* Le phénomène des «ingénieurs-résidents»: reconnaissance légale ou espionnage technique? // De la diffusion des sciences à l'espionnage industriel: XVe–XXe siècles: Actes du colloque de Lyon (30–31 mai 1996) de la SFHST / Ed. par *A.Guillerme*. Paris: SFHST, 1999. P.159–181. (Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences. №47); Idem. Travelling Interchanges Between the Russian Empire and Western Europe: the Travels of Engineers during the First Half of the Nineteenth-Century // Travels of Learning: A Geography of Science in Europe / Eds *A.Simões, A.Carneiro, M.P.Diogo*. Dordrecht; Boston; London: Kluwer Academic publ., 2003. P.213–231. – (Boston Studies in the Philosophy of Science. Vol.233).

67. *Gouzévitch I.* Lamé, Clapeyron et les salons pétersbourgeois: entre sciences et pensée sociale // [41, c.<4–5>].
68. *Gouzévitch M.* Aux sources de la thermodynamique ou la loi de Prony/Betancourt // Agustín de Betancourt y Molina: 1758–1824 / Éd. *I.Gouzévitch, D. Gouzévitch* et *K.Chatzis*. Barcelona: Escola tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona, 2009. P.119–147. (Quaderns d'Història de l'Enginyeria. Vol.10: № spécial); *Martin Medina A., Gouzévitch M.* Aux sources de la thermodynamique: Le mémoire sur «La force expancive de la vapeur» du Chevalier de Betancourt et du Baron de Prony // Archives internationales d'histoire des sciences. Vol.58, n°160–161. 2008, juin-décembre. P.185–223.
69. *Grattan-Guinness I.* Convolutions in French Mathematics: 1800–1840. 3 vol. Basel; Boston; Berlin: Birkhauser Verlag, 1990. 1601 p.
70. *Guitart R.* Les coordonnées curvilignes de Gabriel Lamé représentation des situations physiques et nouveaux objets mathématiques // SABIX. 2009. № 44. P.119–129.
71. *Henry*. Cours de construction à l'usage de l'Institut des ingénieurs des voies de communication. СПб., 1827. 277, 7 p., 34 f.
72. Index biographique de l'Académie des Sciences: du 22 décembre 1666 au 1er octobre 1978 / Institut de France. Paris: Gouthier-Villars, 1979. 513 p.
73. Institut de France, bibliothèque. Papiers de G.Lamé. Ms 2056, t. LVI, dos. II, III, f.100–541.
74. *Jeanson B., Segretain F.* Gabriel Lamé: De Tours en passant par Saint-Pétersbourg et Paris = [Gabriel Lamé, Prosper-Parfait Goubaux et leurs famille: Archives familiales]. Paris, 1949/<c.2006–08>. 151 p.
75. JGC. T.1–6. 1828–1830.
76. *Jouguet E.* Clapeyron // Babu L. L'École des mines de Saint-Etienne. St-Etienne: Impr. De J. Thomas, 1900. Annexe, p.VIII–IX. (Extrait du Bulletin de la Société de l'Industrie minerale. 3e sér., t.14, 2e livr. 1900).
77. *Lamé* (1903). Le vol vertical et la sustentation indépendante <…> // X information (Paris). 1926/27, juin. №1. P.8.
78. Lamé, Gabriel // *J.C.Poggendorff*. Biographisch-literarisches Handwörterbuch. Bd.1. Leipzig: J.A.Barth, 1863. Kol.1359–1360; Lamé, Gabriel // J.C.Poggendorff's Biographisch-literarisches Handwörterbuch. Bd.3: 1858–1883. Leipzig: J.A.Barth, 1898. Kol.768.
79. *Lamé G.* Adieux de M.Lamé. Paris: Typ. de Firmin Didot frères, <1864>. 1 p.
80. *Lamé G.* Analyse des travaux de M. Lamé, Ingénieur en chef des Mines, Professeur à l'École Polytechnique. Paris: Impr. de Bachelier, V. 21 p.
81. *Lamé G.* Cours de Physique de l'École Polytechnique. 2 vol. Paris: Bachelier, 1836–37; 2e éd. 3 vol. Ibidem, 1840. Vol.1: xix, 563 p.; Éd. allemand: Lehrbuch der Physik für höhere polytechnische Lehranstalten. Deutsch bearbeitet und mit den nöthigen Zusätzen versehen von C.H.Schnuse. 3 Bd. Darmstadt: Leske, 1838–41. (XX, 531)(X, 459)(VIII, 545) S.; Éd. Belge, N.V.: 3 vol. Bruvelles: Meline; Cans, 1837–38. (380)(312)(212) p., 17 f. de pl.
82. *Lamé G.* Leçons sur la théorie mathématique de l'élasticité des corps solides. 2e éd. Paris: Impr. de Gauthier-Villars, 1866. XVI, 335 p.
83. *Lamé G.* Notice autobiographique / Par *G. Lamé*, Ingénieur en chef au Corps des Mines, Professeur de physique à l'École Polytechnique. <Paris, 1839 ?>. 24 p.
84. *Lamé G.* Notice sur E. Clapeyron. Paris: Imp. de Gauthier-Villars, <1858>. 8 p.
85. Lamé, Gabriel // Concise dictionary of scientific biography. New York: Charles Scribner's sons, 1981. P.407; Lamé, Gabriel / *S.L. Greitzer* // Dictionary of Scientific Biography. Vol.7. Ibidem, 1981. P.601–602.
86. Lamé Gabriel // Inventeurs et scientifiques: Dictionnaire de biographies. Paris: Larousse, 1994. P.349.
87. Lamé-Fleury (Ernest-Jules-Frédéric) // Dictionnaire universel des contemporains: contenant toutes les personnes notables de la France et des pays étrangers … / Par. *G. Vapereau*. Paris: L. Hachette, 1865. P.1030.
88. *Lefébure de Fourcy Eug.* Notice nécrologique sur Lamé (Gabriel), Ingénieur en chef des mines, Membre de l'Institut // AM. 7e sér. T.1. 1872. P.271–273.

89. Livre (Le) nouveaux des Saint-Simoniens: Manuscrits d'Émile Barrault, Michel Chevalier, Charles Duveyrier, Prosper Enfantin, Charles Lambert, Léon Simon et Thomas-Ismayl Urbain (1832–1833) / Éd., introd. et notes par *Ph. Régnier*. Tusson: Du Lérot, 1992. 342 p.
90. Livre du centenaire: 1794–1894 / École Polytechnique. 3 t. Paris: Gauthier-Villars et fils, 1895–97.
91. *Locqueneux R.* Caractère générale du Cours de physique de Lamé // [41, с.<7–8>].
92. *Locqueneux R.* Le cours de physique de Lamé à l'École Polytechnique // SABIX. 2009. №44. P.79–86.
93. *Locqueneux R*. Préhistoire & Histoire de la thermodynamique classique. Paris: SFHST, 1996. P.162–169. (Cahiers d'histoire & de philosophie de sciences. №45).
94. *Lorenz H*. Technische Elastizitätslehre. München; Berlin: R. Oldenbourg, 1913. S.653–657.
95. *Navier C.L.M.H.* Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'aplication de la mécanique à l'établissements des constructions et des machines. 1ère partie: Contenant les leçons sur la résistance des matériaux, et sur l'établissement des constructions en terre, en maçonnerie et en charpente. 2ème éd. Paris: Carilian-Gœury, 1833. xxiv, 448 p.
96. *Navier C.L.M.H.* Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines. 1re partie: Contenant les leçons sur la résistance des matériaux et sur l'établissement des constructions en terre, en maçonnerie et en charpente. 1re section: De la résistance des corps solides / Avec des notes et des appendices, par M. *Barré de Saint-Venant*. 3e éd. Paris: Dunod, 1864. cccxi, 851 p.
97. *Navier C.L.M.H.* Résumé des leçons données à l'École des ponts et chaussées sur l'aplication de la mécanique à l'établissements des constructions et des machines. Nouvélle éd., revue, corr. et augm. Bruxelles: Sté Belge de library; Hauman, 1839. XII, 621 p.
98. *Navier C.L.M.H.* Sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques: Extrait d'un Mémoire présenté à l'Académie des Sciences, le 14 Mai 1821 // Bulletin des sciences / Par la Société philomatique de Paris. 1823. P.177–181.
99. Panthéon des illustrations françaises au XIXe siècle, comprenant un portrait, une biographie et un autographe de chacun des hommes les plus marquants <…> / Sous la dir. *V. Frond*. Vol.2. Paris: A. Pilon, 1865. Lamé, p.1–3.
100. Paul-Charles-Amable de Bourgoing // Wikipedia. Internet: http://fr.wikipedia.org/wiki/Paul-Charles-Amable_de_Bourgoing; *Bourgoing, baron Paul de*. Souvenirs d'histoire contemporaine: Épisodes militaires et politiques. Paris: E.Dentu, 1864. P.541–542, 554–555, 569. (Сканированная версия в Интернете: http://books.google.fr/books?id=MQsbAAAAYAAJ & printsec=frontcover&source=gbs_ge_summary_r & cad=0#v=onepage&q&f=false).
101. Père (Le) Enfantin: Détails biographiques tirés des archives de l'École Polytechniques. <Après 1864>. 16 p. Manuscrit. AÉP, 11 §2, dossier: Enfantin (X 1813).
102. *Picon A.* Les polytechniciens saint-simoniens au 19e siècle. Paris: Fondation Saint-Simon, 1994. P.14–16, 18. (Notes de la Fondation Saint-Simon. № hors série).
103. *Picon A.* Les Saint-simoniens: R0000aison, imaginaire et utopie. Paris: Belin, T. 381 p. (Histoire et société: Modernités).
104. *Pinet G.* L'École polytechnique et les saint-simoniens // La Revue de Paris. 1894, 15 mai. №8. P.73–96.
105. *Poisson S.D.* Addition au Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps l'élastiques: Lu à l'Académie, le 24 novembre 1828 // Mémoires de l'Académie royale des sciences de l'Institut de France. P.623–627.
106. *Poisson S.D.* Mémoire sur l'équilibre et le mouvement des corps l'élastiques: Lu à l'Académie, le 14 <SIC: 21 !> avril 1828 // Ibidem. T.8. Paris: Firmin Didot père et fils, 1829. P.357–570.
107. PVSA. T.7: Années 1820–1823. Hendaye: Impr. de L'Observation d'Abbadia, 1916. 694 p.
108. PVSA. T.8: Années 1824–1827. Ibidem, 1918. 749 p.
109. PVSA. T.9: Années 1828–1831. Ibidem, 1921. 849 p.

110. PVSA. T.10: Années 1832–1835 (7 premiers mois). Ibidem, 1922. 861 p.
111. Rapport sur le opérations du Comité de l'Association Française de bienfaisance à Saint-Pétersbourg depuis le 25 Août 1827 jusqu'au 31 Décembre 1828. 8^{me} exercice. SPb.: La typ. M^{me} Veuve Pluchart, 1829. 15 p.
112. Rapport sur le opérations <…> du 1^{er} Janvier, au 31 Décembre 1829. 9^{me} exercice. Ibidem, 1830. 12 p., 1 f. tabl.
113. Rapport sur le opérations <…> pendant l'année 1830. 10^{me} exercice. Ibidem, 1831. 15 p., 1 f. tabl.; Idem <…> 1831. 11^{me} exercice. SPb.: l'Impr. de M^{me} Veuve Pluchart et Fils, 1831. P.1–17; Idem <…> 1832. 12^{me} exercice. Ibidem, 1832. P.1–15.
114. Rapport sur le opérations du Comité de l'Association Française de bienfaisance à Saint-Pétersbourg: <…> du 1^{er} Janvier, au 31 Décembre 1834. 14^{me} exercice. SPb., 1835.; Idem. 1840. – Idem, 1872. 20^{me} – 52^{me} exercice. 33 brochures. Ibidem, 1840–1872.
115. *Raucourt A.* Cours normal de Philosophie positive. $1^{ère}$ pt.: Physique philosophique de l'homme. Paris: Carilian-Goery, 1834. 520 p.
116. *Raucourt de Charleville A.* Traté sur l'art de faire de bons mortiers et notions pratiques pour en bien diriger l'emploi, precédé d'expériences récentes faites sur les chaux de France et de Russie. SPb., 1822. , 362, XXVIII p., VIII tabl.
117. *Raucourt de Charleville A.* Traité sur l'art de faire de bons mortiers et d'en bien diriger l'emploi, ou Méthode générale pratique pour fabriquer en tous pays la chaux, les cimens et les mortiers. $2^{ème}$ éd. Paris: Malher, 1828. XXXIX, 368 p.
118. *Régnier Ph.* Du saint-simonisme comme science et des saint-simoniens comme scientifiques: généralités, panorama et repères // SABIX. 2009. № 44. P.45–52.
119. *Régnier Ph.* Du saint-simonisme comme science et des saint-simoniens comme scientifiques: Généralités, panorama et repères // [41, c.<3>].
120. Répertoire général des anciens élèves de I'École Polytechnique / *[Callot]*. 4 t. [Palaiseau]: $S^{té}$ Amicale des anciens élèves de l'EP (AX), <1987>. V. 2210, <21> p.
121. *Ribeill G.* La révolution ferroviaire: La formation des compagnies de chemins de fer en France: 1823–1870. Paris: Belin, 1993. 478 p.
122. SHAT. Pension, № 34156 / 3^{e} ser.: Lamé. 28 f.
123. Sieur (Le) Lame, fabricant d'armes à Mézières // Études ardennaises. № 41. 1965, avril-juin. P.41.
124. *Tazzioli R.* Construction engineering and natiral philosophy: the work by Gabriel Lamé // Entre Mécanique et Architecture… P.317–329.
125. *Tazzioli R.* Théorie de l'élasticité et philosophie naturelle // SABIX. 2009. № 44. P.65–71.
126. *Valynseele J.* Les maréchaux de Napoléon III: Leur famille et leur descendance. Paris: J. Valynseele, 1980. XX, 600 p.
127. *Walch J.* Michel Chevalier – économist saint-simonien: 1806–1879. Paris: J. Vrin, 1975. P.84, 101, 317, 321; Enfantin (Barthélemy-Prosper) / *A.Perrier* // Dictionnaire de biographie française. T.12. Paris: Letouzey et Ané, 1968–70. Col.1823; *Иванов И.* Сен-Симон и сен-симонизм. М., 1901. С.362.
128. *Wallon M.* Les Saint-Simoniens et les chemins de fer: thèse pour le doctorat… Paris: A. Pedone, 1908. 176 p.
129. *Weill G.* L'École Saint-Simonienne: son histoire, son influence jusqu'à nos jours. Paris: Félix Alcan, 1896. 317 p.
130. [Адрес-календарь]: Месяцослов с росписью чиновных особ, или Общий штат Российской империи на лето 1826. Ч.1. СПб., 1826. С.836; То же, 1830.
131. Академия наук СССР: Персональный состав. Кн.1: 1724–1917. М.: Наука, 1974. С.118–119.
132. *[Андреев П.Н.].* Очерк состояния Института инженеров путей сообщения в царствование императора Александра I // Инженерные записки. Т.4, вып.2. 1878. См., с.1–20.
133. *Базен П.П.* Об определении средних расстояний для транспорта материалов // ЖПС. 1827. №1(7). С.22–27; *Bazaine P.D.* Sur la détermination des distances moyennes, pour le transport des matériaux // JVC. 1827. №7. P.21–42.
134. *Бернштейн С.А.* Очерки по истории строительной механики. М.: Госиздат лит-ры по стр-ву и арх-ре, 1957. 236 с.

135. *Боголюбов А.Н.* Математики, механики: Биографический справочник. Киев: Наукова думка, 1983. С.223, 269.
136. *Боголюбов А.Н.* Механика в истории человечества. М.: Наука, 1978. С.92; Lamé, Gabriel // World who's who in science. 1st ed. Chicago (Ill.): A.N. Marquis-Company, 1968. P.990; Geschichte der Technikwissenschaften / Hrgb. von *G.Buchheneim, R.Sonnemann.* Leipzig: Leipzig, 1990. S.173; *Klooster, H.S. van.* Émile Clapeyron: 1799–1864 // Journal of chemical education (New-York). Vol.33, iss. 6. 1956, June. P.299; Lamé (Gabriel) // Larousse du XXe siècle: en 6 volumes. Paris: Larousse, 1931. P.313.
137. *Верен Э., Гиллерм Ж., Гузевич Д.Ю., Гузевич И.Д.* «Господин Рокур, которого я люблю...»: К 200-летию со дня рождения Антуана Рокура де Шарлевиля // ВИЕТ. 1989. №3. С.76–88.
138. *Вигель Ф.Ф.* Записки. Ч.5. М.: Изд. «Русского архива», 1892. С.18.
139. *Виргинский В.С.* Железнодорожный вопрос в России до 1835 года // Исторические записки. № 25. 1948. С.135–168.
140. *Виргинский В.С.* История техники железнодорожного транспорта. Вып. 1. М.: Трансжелдориздат, 1938. 216 с.
141. *Волков М.С.* Отрывки из заграничных писем: 1844–1848. СПб., 1857. 552 с.
142. *Волков М.С.* Его Сиятельству, Господину Главноуправляющему путями сообщения и публичными зданиями, Графу Карлу Федоровичу Толю, донесение Корпуса Инженеров путей сообщения Подполковника Волкова, о сведениях, собранных им за границею по части строительного искусства // ЖПС. 1838. Т.1, кн.4. С.253–255; *Он же.* Описание способа предохранения дерева от гниения // Там же. С.325–330; *Он же.* Железная дорога от Парижа до Сен-Жерменя: система деревянных мостов, построенных через Сену // Там же. Т.2, кн.1. С.46–58.
143. *Волков М.С.* Письма о физиологии человеческого мозга. СПб., 1848. 186 с. (Отт. из «Отечественных записок». 1847, n°11, 12; 1848, n°2, 3 под загл.: Физиология человеческого мозга: «Письма [из Парижа, в 1846 и 1847 годах] к А.И.Баландину»); *Волков М.* Френология. СПб., 1857. XIV, 231 с.; *Volkoff, M.S. de.* Notice sur l'épaisseur du crane humain, et sur l'appréciation du volume et de la configuration du cerveau // Annales médico-psychologiques. T.9. 1847, mai. P.317–330.
144. *Воронин М.И.* Исследование становления и развития транспортной науки и техники в области изысканий и проектирования железных дорог от их возникновения до начала социалистической индустриализации в СССР: Дисс. ... докт. техн. наук. Л., 1973. Т. 1. С.29.
145. *Воронин М.И.* Первые научные контакты русских, западно-европейских и американских ученых в области транспортной науки и техники: 1800–1850 // Труды XIII Международного конгресса по истории науки: Москва, 18–24 августа 1971 г. Секция XI. М.: Наука, 1974. С.178–181.
146. *Воронин М.И., Воронина М.М.* Павел Петрович Мельников: 1804–1880. Л.: Наука, 1977. С.22.
147. *Воронина М.М.* Габриэль Ламе: 1795–1870. Л.: Наука, 1987. 196 с.
148. *Воронина М.М.* История развития прикладной механики в России в XIX столетии (применительно к проблемам транспорта): Дисс. ... докт. технич. наук. СПб., 1999. 291 с.
149. *Воронина М.М.* Становление курса прикладной механики в высших технических учебных заведениях Петербурга // ВИЕТ. 1976. Вып.3 (52). С.63–65.
150. *Воронина М.М.* Становление прикладной механики в России: I пол. XIX в.: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук / Науч. рук. А.Н. Боголюбов. М., 1980. 165 с.
151. *Гайдук Ю.М.* Эпизод из научно-педагогической деятельности Г. Ламе в Петербурге: К истории освоения концепции Коши построения математического анализа // ВИЕТ. 1985. №1. С.83–85.
152. *Гайдук Ю.М., Наумов И.А.* Габриэль Ламе в России // Природа. 1970. №8. С.85–87.
153. *Гайдук Ю.М., Наумов И.А.* Русские страницы биографии Г. Ламе // ИМИ. Вып.16. 1965. С.339–372.
154. Галль (Gall) Франц Йозеф / *М.Г. Ярошевский* // БСЭ-3. Т.6. 1971. С.73.

155. *Ганри*, подполк. Изыскания касательно программы сочинения о строениях, или полного курса построений, для употребления инженерами путей сообщения / Пер. пор. *Стремоухова* // ЖПС. Кн. 12. 1828. С.70–92; *Henry G*. Recherches sur le plan d'un traité théorique et pratique des constructions, ou d'un cours complet de construction, à l'usage des ingénieurs des voies de communication / Par lieutenant-colonel *Henry*. JVC. № 12. 1828. P.61–80.
156. *Герцен А.И.* Концы и начала: Письмо третье // *А.И. Герцен*. Собрание сочинений: В 30-ти т. Т.16. М.: Изд. АН СССР, 1959. С.150, 157.
157. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.25: Дело о разрешении офицерам Института КИПС вступать в законный брак. 30.4.1813–11.9.1823. Л.20.
158. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.46: Об определении по Выс. повелению в КИПС вызванных из Франции инженеров Ламе и Клаперона, с помещением их в Институт профессорами математики. 2.1.1821–23.8.1823. 10 л.
159. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.50: О взятии с гг. офицеров и воспитанников Института подписок о непринадлежности к какому-либо тайному обществу. 25.9–12.12.1822. 142 л.
160. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.65: О распоряжениях Директора и Совета Института по оному 1824 года. Л.3.
161. ГИА СПб. Ф.381,оп.13, д.139: О литографировании курсов, преподаваемых в Институте, 1827–30, 48 л.
162. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.157: Дело о доставлении сведений в Дежурство КПС об условиях, предъявляемых гг. подполковникам Ламе и Клаперону во Франции при приглашении их вступить в Российскую службу. 6–28.10.1827. 6 л.
163. ГИА СПб. Ф.381,оп.13, д.209: О экзаменах и выпуске воспитанников института, о награждении чиновников. 1828–39. Л.4–5, 11.
164. ГИА СПб. Ф.381,оп.13, д.323: О назначении репетиторов для слушания лекций, открытых адъюнкт6профессором Императорской Академии наук Остроградским, о небесной механике и математической физике. 1829–30. 13 л.
165. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.368: Об командировании полковника Ламе за границу для исполнения Высочайше возложенных на него поручений. 30.3.1830–11.7.1832. 42 л.
166. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.385: О присвоении офицерских званий и награждении чиновников интитута. 1830. Л.10.
167. ГИА СПб., ф.381, оп.13, д.388: Об определении в ИКИПС профессорами адъюнктов Имп. АН Остроградского и Буняковского. 1830–33. 17 л.; Д.524: Об определении в Институт профессором курса физики кол. сов. Купфера. 1831–32. 8 л.
168. ГИА СПб. Ф.381,оп.13, д.441: Об увольнении директора института г.-л. Базена. 22.11–25.12.1830. 3 л.
169. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.456: О командировании полковника Клаперона и поручика Княжевича для обозрения гидротехнических сооружений во II округ и о прикомандировании к Институту майора Волкова 1 13.1–4.2.1831. 11 л.
170. ГИА СПб. Ф.381,оп.13, д.488: О присвоении офицерских званий и награждении чиновников интитута. 1831. Л.10.
171. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.521: Дело о назначении в Институт на место полковников Ламе и Клаперона для преподавания прикладной механики и химии и курса построения майоров Волкова, Христиановича и капитана Мельникова, и о производстве майору Волкову жалованья и столовых за преподавание курса построения. 29.10.1831–30.6.1832. 6 л.
172. ГИА СПб. Ф.381, оп.13, д.4190: Об утверждении членами Совета института ст. сов. иова, подполковников Севастьянова, Ламе и Клаперона и секретарем Совета и Конференции тит. сов. Готтеса 22.9–17.10.1829. 4 л.
173. *Глащенков Г.А., Коренев Л.И., Тарасов Б.Ф., Ярохно В.И.* Достойны высшего признания: Выдающиеся представители первого транспортного вуза России в высших научных и творческих учреждениях страны / Под ред. В.Е. Павлова. СПб.: ПГУПС, 1999. 120 с.
174. *Гнеденко Б.В.* Михаил Васильевич Остроградский: Очерки научного творчества и педагогической деятельности. М.: Гостехтеориздат, 1952. 332 с.

175 *Гнеденко Б.В., Погребысский И.Б.* Михаил Васильевич Остроградский: 1801–1862: Жизнь и работа; Научное и педагогическое наследие. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 272 с.

176. *Годыцкий-Цвирко А.М.* Юбилей веревочного многоугольника: К столетию опубликования статей Ламе и Клапейрона, профессоров Института Корпуса Инженеров Путей Сообщения 1827–1927 // Сборник Ленинградского ин-та путей сообщения. Вып.101. Л., 1929. С.203–228.

177. *Греч Н.И.* Записки о моей жизни. СПб., 1886. С.445; То же. М.; Л.: Académia, 1930. С.683.

178. *Гузевич Д.* Первые литографированные учебные пособия в России // Книга в России: Век Просвещения. Л., 1990. С.147–148; Он же. Рождение литографии как революция в средствах унженерной коммуникации // Наука и техника: Вопросы истории и теории: Тезисы XX годичной конференции Санкт-Петербургского отделения Российского национального комитета по истории и философии науки и техники: 22–25 ноября 1999 г. Вып.15. СПб.: СПФ ИИЕТ РАН, 1999. С.99–100; *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* The birth of the lithography as a revolution in the engineering communication: Germany – France – Russia // Dvě stoleti litografie = Bicentenary of Lythography. Praha: Národní technické muzeum, 1997. P. 55–64. (Sborník Národního technického muzea. Č. 30).

179. *Гузевич Д., Гузевич И.* Бетанкур: инженерные путешествия и научно-техническая экспертиза // Изв. Петербургского ун-та путей сообщения. Спец. вып.: Мат-лы междунар. научно-практич. конференции, посв. 250-летию со дня рождения Августина Бетанкура. 2008, янв.–февр. С.115–132.

180. *Гузевич Д., Гузевич И.* Кто создал Школу Остроградского, или европейский котел на российском топливе // ИМИ. 2^{я} сер. Вып.10(45). 2005. С.93–119; *Gouzévitch D., Gouzévitch I.* L'école des «3B» ou les antécédents hispano-franco-écossais de l'école mécanico-mathématique russe, dite d'Ostrogradskij: annés 1810–1830 // Les Mathématiques dans la cité / Sous la dir. de *M.J. Durand-Richard*. Vincennes: PUV, 2006. P.45–75.

181. *Гузевич Д., Гузевич И.* О Пушкине, инженерах и об одном забытом французском обществе // Петербургские чтения-97: Петербург и Россия: Материалы энциклопедической библиотеки «Санкт-Петербург-2003». СПб.: Петровский фонд, 1997. С.416–433.

182. *Гузевич Д.Ю., Гузевич И.Д.* Петр Петрович Базен: 1786–1838. СПб.: Наука, 1995. 240 с.

183. *Гузевич Д., Гузевич И.* [Письмо в редакцию ВИЕТ]. 1985, 5 мая. 6 с.; То же. 1985, ноябрь. 7 с.; То же. 1986, ноябрь. 4 с. Архив авторов.

184. *Делоне Б.М.* Вклад Ламе в теорию упругости // Природа. 1970. №8. С.85.

185. *Дельвиг А.И.* Мои воспоминания. М.: Изд. Моск. публичного Румянцевского музея, 1912. Т.1. С.129–131.

186. *Дельвиг А.И.* Полвека русской жизни. Т.1. М.; Л.: Academia, 1930. С.187–188, 199–200.

187. *Дестрем М.Г.* Общие суждения об относительных выгодах каналов и дорог с колеями, и приложение выводов к определению удобнейшего для России способа перевозки тяжестей / Пер. КИПС майора Васильева // ЖПС. 1831. Кн.21. 90 с.; *Destrem*, Gén.-Major. Considérations générales sur les avantages relatifs des canaux et des chemins à ornières, et application du mode de transport le plus avantageux pour la Russie // JVC. №21. 1831. 77 p.

188. Джованни Рубини: Жизнь и творчество // Опера: оперные певцы. Интернет: http://orpheusmusic.ru/publ/dzhovanni_rubini_zhizn_i_tvorchestvo/124-1-0-539; Рубини Джованни Батиста // Биографии. История жизни великих людей. Интернет: http://www.tonnel.ru/?l=gzl&uid=994 и http://www.tonnel.ru/?l=gzl&uid=994&op=bio;.

189. Дипломатические представители Франции в России: 1702–1995 годы / Посольство Франции в России // Россия и Франция: XVIII–XX века. М.: Наука, 1995. С.361–362.

190. *Дмитриев В.В.* Краткий очерк истории кафедры геодезии за 150 лет (1809–1959): К 150-летнему юбилею ЛИИЖТа. Л., 1958. Т л. разл. паг. – Машинопись. ПГУПС, КР.X.139.
191. *Добринская Л.* Александровская колонна // Нева. 1976. №11. С.210–213; *Павлов В.Е.* Славный и незабвенный Монферран: О книге В.К. Шуйского, посвященной знаменитому зодчему // История Петербурга. 2006. № 4(32). С.94–96.
192. *Дубовский О.В.* Клапейрон и его работа «О движущей силе теплоты» // Труды Ленинградского кораблестроительного института. Вып. 11. 1953. С.121–131.
193. *Дрново А.В.* Из воспоминаний о пятидесятилетнем юбилее Института Корпуса инженеров путей сообщения. СПб., 1910. С.91–92; *Кошманов В.В.* Карно, Клапейрон, Клаузиус: Книга для учашихся. М.: Просвещение, 1985. С.51.
194. *Ершов А.* О высшем техническом образовании в Западной Европе. М., 1857. 31 с.
195. *Житков С.М.* Институт инженеров путей сообщения Императора Александра I: Исторический очерк. СПб., 1899. VI, 500 с.
196. Журналы конференции Института корпуса путей сообщения: 1837. [СПб.], 1837. Л.25–25 об. – Рукопись. ПГУПС, КР.IV.43.
197. Журналы конференции Института корпуса путей сообщения: 1838. [СПб.], 1838. Л.26. – Рукопись. ПГУПС, КР.IV.44.
198. *Завадский К.* Водяные сообщения России: Сборник предположений и проектов по улучшению водяных путей империи. Ч.3. СПб., 1888. С.242–260.
199. *Значко-Яворский И.Л.* Очерки истории вяжущих веществ от древнейших времен до середины XIX века. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1963. С.339–344.
200. Извлечения из отчетов лиц отправленных за границу для приготовления к профессорскому званию // ЖМНП. 1862. Ч.116, отд.2. С.44 (А.Ильин); 1863. Ч.117, отд.2. С.58, 60, 292–293 (А.Коркин, Ильин); Ч.118, отд.2. С.58, 60, 292–293 (В.Имшенецкий); Ч.119, отд.2. С.80 (Имшенецкий); Ч.120, отд.2. С.278 (Имшенецкий); 1864. Ч.121, отд.2. С.79, 126–128 (А.Бессель; Имшенецкий); Ч.122, отд.2. С.302–303, 907, 909–911 (Бугаев; Имшенецкий).
201. Извлечения из отчетов лиц <...>: В. Имшенецкий // ЖМНП. 1864. Ч.121, отд.2. С.127–128.
202. Извлечения из отчетов лиц <...>: Магистра Бугаева // ЖМНП. 1864. Ч.121, отд.2. С.271.
203. *Искольдский И.И.* Бенуа Клапейрон // Успехи химии. Т.14, вып.4. 1945. С.337–338.
204. История механики с конца XVIII в. до середины XX в. / Под общ. ред. *А.Т. Григорьяна, И.Б. Погребысского.* М.: Наука, 1972. С.54–55; *Ракчеев Е.Н.* Очерк развития теории упругости в России во второй половине XIX–начале XX века: 1861–1917 // Труды ИИЕТ. Т.22. 1959. С.214–215.
205. Клапейрон (Clapeyron), Бенуа Поль Эмиль // БСЭ-3. Т.12. М.: СЭ, 1973. С.263; Клапейрон, Бенуа Поль Эмиль // БСЭ-2. Т.21. 1953. С.356.
206. *Кондакова И.А.* Документы французских социалистов-утопистов в ЦПА ИМЛ при ЦК КПСС // Советские архивы. 1988. №1. С.87–91.
207. Купфер (Kupffer), Ядольф Яковлевич (Адольф-Теодор) (Фонд 32) // Архив Академии наук СССР: Обозрение архивных материалов / Под ред. *Г.А. Князева и Л.Б. Модзалевского.* Т.2. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1946. С.216–218.
208. *Кладо Т.Н.* Страница истории науки в России: Из переписки академика А.Я.Купфера с зарубежными учеными // Очерки истории математики и механики: Сб. ст. М.: Изд-во АН СССР, 1963. Р.232–233, 259–261; СПФ АРАН. Ф.32, оп.2, д.89: Ламе, письма к А.Купферу. 2 л.
209. *Кучеренко Г.С.* Сенсимонизм в «Политической экономии и политике» Проспера Анфантена // Новая и новейшая история. 1974. №5. С.58.
210. *Ламе*. Рапорт о тюрбине г. Пассо членов Комиссии гг. Понселе, Сегюе и Ламе (Из Compte rendu de l'Académie des sciences de Paris. 23 octobre 1843, pag.853) / Пер. пор. *Соважа* // Горный журнал. 1844. Ч.3, n°9. См., с.426–434; *Ламе*. Современная задача физико-математических наук: Неизданная лекция проф. Ламе, читанная им 18/30 ноября 1861 года // Русский вестник. Т.38. 1862, март. С.417–437.
211. Ламе (Lamé), Габриэль // БСЭ-3. Т.1. 1973. С.132; Ламé, Габриель // БСЭ-2. Т.24. 1953. С.258.

212. *Ларионов А.М.* История Института инженеров путей сообщения императора Александра I за первое столетие его существования: 1810–1910. СПб., 1910. VIII, 409 с. (Репринт. переизд. в книге: История Петербургского государственного университета путей сообщения. Т.1: 1809–1910. СПб.: ПГУПС, 2009. С.I–VIII, 1–409).
213. Ленинградский ордена Ленина Инстут инженеров железнодорожного транспорта имени академика В.Н.Образцова: 1809–1959. М.: ВИПО МПС, 1960. 387 с.
214. Летопись Российской Академии наук / Отв. ред. *М.Ф.Хартанович*. Т.2: 1803–1860. СПб.: Наука, 2002. С.213.
215. Литературное наследство. Т.33/34. М.: Изд-во АН СССР, 1939. С.214.
216. Литературные салоны и кружки: Первая половина XIX века / Ред., вступит. ст. и примеч. *Н.Л.Бродского*. М.; Л.: Academia, 1930. 592 с.; *Муравьева И.* Салоны пушкинской поры: Очерки литературной и светской жизни Санкт-Петербурга. СПб.: Книга, 2008. 544 с.; *Шарипов А.М.* Литературные салоны и журналы Москвы и Петербурга 1820–1840-х годов и положение «новых начал для философии» // Петербург и Москва: Две столицы России в XVIII–XX веках: Сб. статей. СПб.: Изд-во СПб. ун-та, 2001. С.21–33.
217. *Манида [Воронина] М.М*. Становление преподавания высшей математики, механики, физики в Институте инженеров путай сообщения // Сб. науч. тр. ЛО СНОИФЕТ. Вып.8, ч.2. Л., 1973. С.36–37.
218. Материалы к биобиблиографии деятелей института. Т.3. Л., 1959. Л.75–77. Машинопись. ПГУПС, 012/М34.
219. *Медович Р.М.* Первые висячие мосты в России // Железнодорожное строительство. 1963. №8. С.75–76; *Секретарь Л.* Авторство установлено // Новгородская правда. 1987, 25.06.
220. Михаил Васильевич Остроградский: Педагогическое наследие; Документы о жизни и деятельности / Под ред. *И.Б.Погребысского и А.П. Юшкевича*. М.: Физматгиз, 1961. 399 с.
221. *Никитин Н.П.* Огюст Монферран: Проектирование и строительство Исаакиевского собора и Александровской колонны. Л.: Изд. Ленингр. отд-я Союза советских архитекторов, 1939. 348 с.
222..*Нордштейн А.* Выписки из тетрадей инженера Нордштейна // РА. 1905. Т.3, n°10. С.233–270.
223. *Ожигова Е.П.* Математика в Петербургской академии наук в конце XVIII–первой половине XIX века. Л.: Наука, 1980. 220 с.
224. *Орлик О.В.* Передовая Россия и революционная Франция. М.: Наука, 1973. 299 с.
225. *Орлик О.В.* Россия и французская революция 1830 года. М.: Мысль, 1968. С.98.
226. Паскаль, Евгений / *А.Новицкий* // Русский биографический словарь. Т.: Павел-Петр. СПб., 1902. С.331–332; Труды Архива АН СССР. Вып. 4: Материалы для истории экспедиций Академии наук в XVIII и XIX веках: Хронологические обзоры и описание архивных материалов / Сост. *В.Ф.Гнучева*, под общ. ред. *В.Л.Комарова*. М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1940. С. 165; *Шуйский В.К.* Огюст Монферран: История жизни и творчества. М.; СПб.: Центрполиграф; МиМ-Дельта, 2005. С.192, 376.
227. Первые железные дороги в России / Предисл. *М. Крутикова* // Красный архив. 1936. Т.3(76). С.83–155.
228. *Перевозио П.Н.* Список членов Императорского С.-Петербургского Минералогического общества со дня основания общества по день двадцатипятилетнаго юбилея президентства Е.И.Величества кн. Николая Максимилиановича Романовского герцога Лейхтенбергского, 7-го мая 1890 года. СПб., 1890. С.53–54, 62, 66; *Версилов Н.П.* Список членов Императорского С.-Петербургского Минералогического общества со дня основания общества по 1902 г. / Испр. и доп. с 1890 по 1902 г. действ. чл. об-ва горным инж. *Н.Версиловым.* СПб., 1902.
229. Приказы Главноуправляющего по Корпусу путей сообщения. СПб., 1830–33.
230. Приказы, отданные по Корпусу инженеров путей сообщения в <...>. Т.1: 1810...1823; Т.2: 1824–1827. СПб., 1825–28.

231. *Прудников В.Е.* Четыре письма к М.В.Остроградскому // ИМИ. Вып.7. 1954. С.716–719.
232. РГИА. Ф.1409, оп.1, 1821, д.3570: Разъаснения Ген. М.Базена по поводу распространившихся слухов об осадке свода Новопроводного моста на канале в Ямской в С.Пб. 9 л.
233. РГИА. Ф.200, оп.1, 1831, д.1799: О жаловании г.л. Базену командирского, г.м.Фабру, Потье и Дестрему офицерского и полковникам Ламе и Клапейрону кавалерских орденов Королевского ордена почетного легиона. Л.1–6.
234. РГИА. Ф.200, оп.1, д.107: По отношению ДПС с приложением копии с Журнала Комитета гг. министров о учреждении Печальной комиссии для сопровождения тела в Бозе почивающего Государя Императора Александра Павловича и о пр. распоряжениях. 1825. 136 л.
235. РГИА. Ф.200, оп.1, д.1740: Об определении и перемещении профессоров по Институту п.с. 1830. 23 л.; *Павлов Е.* Кафедре – 120 лет // Наш путь (Ленинград). 1984, 3.12. С.3.
236. РГИА. Ф.200, оп.1, д.1753: Об отправлении полковника Корпуса инженеров Ламме <Так!> заграницу на 6 месяцов. 3.2.1830–4.11.1831. 49 л.
237. РГИА. Ф.200, оп.1, д.1793, 22.9–9.11.1831, л.96–135 об.
238. РГИА. Ф.206, оп.1, 1823–27, д.493: О составлении проэктов построению мостов в г. Москве. 297 л.
239. РГИА. Ф.206, оп.1, 1823, д.508, л.16; Д.672: Об издании ученого журнала по части путей сообщения, л.73–75, 210об.; Ф.210, оп.1, Дела по изданию ченого журнала путей сообщения: 1826–28, д.3, л.76; 1828, д.8, л.37–40; 1829, д.12, л.15–16, 53, 55, 66 и др.
240. РГИА. Ф.206, оп.1, д.610: О представленном генерал-майором Базеном проекте постоянного чрез Неву моста. 10 л.; *Бунин М.С.* Мосты Ленинграда: Очерки истории и архитектуры мостов Петербурга-Петрограда-Ленинграда. Л.: Стройиздат, 1986. С.113–115; *Кочедамов В.И.* Проекты первого постоянного моста через Неву // Архитектурное наследство. 1953. №4. С.205–207; *Щусев П.В.* Мосты и их архитектура. М.: Госиздат. лит-ры по стр-ву и арх-ре, 1953. С.264.
241. РГИА. Ф.206, оп.1, д.630: Дело по представлению г.-м. Потье о учинении опытов употреблению для цепных мостов проволочных канатов вместо цепных звеньев. 30.12.1825–10.10.1827. 24 л.
242. РГИА. Ф.206, оп.1, д.876: О прочных составах к покрытию швов гранитных одежд. 6–25.4.1825. 4 л.
243. РГИА. Ф.207, оп.16, д.56, л.42–49: Формулярный список о службе и достоинстве КИПС полковника Клаперона за 1830 г.
244. РГИА. Ф.207, оп.16, д.64, л.238–243: Формулярный список о службе и достоинстве КИПС полковника Ламе за 1830 г.
245. РГИА. Ф.208, оп.1, 1823, д.42: Журнал Комиссии проектов и смет, л.63–65/5; 1824, д.43: <То же>, л.124–128/2 и 107–111/4.
246. РГИА. Ф.208, оп.1, д.2, л.6–7; д.42, л.135–136/2.
247. РГИА. Ф.210, оп.1, д.3, 1827, л.121, 186–187, 193–194.
248. *Розенталь И.С.* И вот общественное мненье!: Клубы в истории российской общественности: Конец XVIII–начало XX вв. М.: Новый хронограф, 2007. 400 с.
249. Русский инвалид. 1828, 27.01 и 6.08. №24, 194. С.96, 776; 1831, 26.10. №270. С.1077.
250. Русско-французские научные связи = Relations scientifiques russo-françaises / Публ. А.Т.Григорьяна и А.П.Юшкевича, при участии Т.Н.Кладо и Ю.Х.Копелевич. Л.: Наука, 1968. 299 с.
251. С.-Петербургские ведомости: Приложение. №264, 267, 270, 274 от 10, 13, 17 и 21.11.1831. С.2340, 2372, 2396, 2430.
252. Сен-симонистская религия: Письма темных людей / Публ., подгот. текстов, предисл. и коммент. *С.Зенкина*; пер. *Е.Гальцовой* // Новое литературное обозрение. №13. 1995. С.291–314.

253. *Серков А.И.* Русское масонство: 1731–2000: Энциклопедический словарь. М.: РОССПЭН, 2001. С.78–79, 393, 459, 664, 741, 827; *Bakounine T.* Répertoire biographique des francs-maçons russe: XVIII^{e} et XIX^{e} siècles. Paris: Inst. d'Étude slaves, 1967. LV, 655 p.; *Пыпин А.Н.* Русское масонство: XVIII и первая четверть XIX в. Пг., 1916. Разн. с.; Tableau général de la Grand Loge Astrée à Saint-Pétersbourg et des douze loges de sa dépendance pour l'an maçonnique $58^{17}/_{18}$. [SPb., 1818]. Pag. div.; Idem. <...> pour l'an maçonnique $58^{18}/_{19}$. [SPb., 1819] Pag. div.; Idem. <...> pour l'an maçonnique $58^{20}/_{21}$. [SPb., 1821]. Pag. div.
254. *Соколовский Е.* Пятидесятилетие Института и Корпуса инженеров путей сообщения: Исторический очерк. СПб., 1859. XIV, 149 с.
255. СПФ АРАН. Ф.1: Протоколы заседаний конференции АН, оп.1а-1827, 1828, д.38, л.31–110; Д.39, л.1–9.
256. СПФ АРАН. Ф.1, оп.1а-1827, д.38, л.89–89 об.
257. СПФ АРАН. Ф.1, оп.1а-1828, д.39, л.139, §595.
258. СПФ АРАН. Ф.766, оп.1, д.4: Протоколы заседаний Минералогического общества за 1827–28 гг. Л.40; д.5: То же, за 1829–30 гг. Л.201; и др.
259. СПФ ААН. Ф.914: Данилевский, оп.1, д.37: Данилевский В.В. «Технические науки в АН СССР: 1725–1945». 199 л.
260. *Тимошенко С.П.* История науки о сопротивлении материалов. М.: Гостехтеориздат, 1957. 536 с.
261. Труды Минералогического общества, Высочайшим Его Императорского Соизволения учрежденного в С.-Петербурге. Ч.1. СПб., 1830. LXXXI, 479 с.
262. *Тункина И.В.* Русская наука о классических древностях юга России: XVIII – середина XIX в. СПб.: Наука, 2002. 676 с.
263. *Флаша*. Артезианские колодцы / Пер. пор. *Соболевского* // ЖПС. Кн. 24. 1832. Р.49–67; *Flachat E.* Puits artésiens // JVC. №24. 1832. P.42–59.
264. *Френк А.М.* О деятельности Клапейрона в России // Ученые записки Тираспольского пед. ин-та. 1958. Вып.8. С.125–145.
265. *Хргиан А.* Б.-П.-Э. Клапейрон: К 175-летию со дня рождения // Метеорология и гидрология. 1974. №3. С.125–126;
266. [*Чаруковский*]. Список лиц, окончивших курс наук в Институте Инженеров путей сообщения Императора Александра I с 1811 по 1882 г. СПб., 1883. С.18/2.
267. *Черепашинский М.* Краткий исторический очерк развития строительной механики // Сборник ИИПС (СПб.). Вып.23. 1892. С.27.
268. *Шкляр И.В.* Рукописный фонд библиотеки ЛИИЖТа: Каталог. Л.: ЛИИЖТ, 1969. 224 с.
269. *Юшкевич А.П.* О неопубликованных ранних работах М.В. Остроградского: [Вступит. ст. к публ. р-т в русском переводе и сама публ. с примеч. *В.И.Антропова*] // ИМИ. Вып.16. М., 1965. С.11–126.

Приложение

Письмо Анфантена к Ламе
Оригинал

Российский центр хранения и изучения документов новейшей истории (б. Центральный партийный архив Института марксизма-ленинизма)
Ф. 225, оп. 1, д. 43: « Enfantin (Prospère Barthélémy) à G. Lamé de l'Institut. L.a.s. Paris 1843. VI.16 ».
1 p. 4° avec adresse.

На обложке:

«Il [Enfantin] le prévient (Lamé] que Lambert n'a pas eu les instruments nécessaires pour observer la comète du mois de mars et le prie d'en informer l'Académie. Pour les questions chimiques prendre des informations chez Gay-Lussac».

1 лист голубой бумаги, исписан с одной стороны, с другой стороны адрес:

«Monsieur Lamé
Membre de l'Institut
Rue de Clichy 25
Paris»

Запечатано красным сургучом

«Cher ami, voici Ce que Lambert m'écrit le 13 avril.

L'observatoire n'est pas fourni des principaux instrumens, je l'ai beaucoup regretté à l'apparition de la Comète du mois de Mars; je n'ai pu que suivre sa marche apparente et la trouver sur une Carte Celeste. [Lambert] Bey s'est imaginé qu'il devait en écrire à M. J... ard, et sans me consulter, sans m'en avoir jamais parlé, il m'a prêté des opinions et des Calculs que je crains bien n'être pas justes. Je t'en previens afin que si, par hasard ce <...illis.> de [Lambert] Bey était reporté à l'Academie, tu puisses dire Ce qui en est, en laisser les erreurs, s'il y en a, à qui de droit.

Voici le tracé des observations de Lambert.

Lambert a été chargé de plusieurs travaux sur la monnaie d'Egypte. Il me dit qu'il lui manque quelques ouvrages sur la technique de cette fabrication, surtout sur les alliages, la manière de les faire ...et l'emploi de l'acide sulfurique. Les catalogues de librairie ne lui indiquent rien, et il te demande si tu as connaissance de ces travaux et si tu peux m'indiquer les livres qui en traîtent. Ne pourrais-tu pas t'en informer près de Gay Lussac?

Tu me pardonnes de ne pas t'aller voir, je suis un peu ours et tu m'as promis de t'arrêter chez moi en passant le matin.

Tout à toi mon vieil ami
Enfantin
16 mai 1843».

Перевод

Обложка с резюме письма:

«Он [Анфантен] предупреждает [Ламе] что у Ламбера[164] не было необходимых инструментов для наблюдения кометы в марте и просит уведомить об этом Академию. По химическим вопросам получить информацию у Гей-Люссака».

«Господину Ламе

Члену Института

Улица Клиши 25

Париж»

«Дорогой друг, вот что Ламбер мне пишет 13 апреля.

Обсерватория не поставила основные инструменты, я очень об этом сожалел при появлении Кометы в марте; я мог лишь проследить ее видимый путь и найти ее на Небесной Карте. [Ламбер] <– нрзб.> Бей вообразил, что он должен написать об этом Г-ну Ж…арду <– нрзб.>[165], и не спросив моего мнения и ничего мне не сказав, он приписал мне мнения и расчеты, которые, я боюсь, неправильны.

Я тебя об этом предупреждаю, чтобы, в случае, если бы вдруг этот ..нрзб [Ламбер] Бей представил отчет в Академию, ты мог бы сказать как обстоят дела, оставив ошибки, если таковые имеются, тем кто их совершал.

Вот траектория наблюдений Ламбера.

Ламберу было поручено множество работ по Египетским монетам. Он мне говорит, что ему не хватает нескольких трудов по технике этого производства, в особенности, по сплавам и методам их изготовления… и использованию серной кислоты. Каталоги книготорговца ничего ему не дают, и он спрашивает, известно ли тебе об этих работах и можешь ли ты мне указать какие-нибудь книги на эту тему. Можешь ли ты спросить об этом у Гей-Люссака[166]?

Извини что я не пришел тебя повидать, я немного нелюдим, и ты мне обещал что зайдешь ко мне утром.

Преданный тебе, мой старый друг

Анфантен

16 мая 1843».

164) Ламбер-(Бей) Шарль Жозеф (Lambert-Bey Charles Joseph, 2.05.1804–13.02.1864; X1822), политехник, горный инженер (1824), сен-симонист [120, с.1213]. Более 20 лет провел в Египте; один из первых, кто изучил и публично озвучил идею Суэцкого канала. Руководил в Каире Политехнической школой и Обсерваторией.

165) Речь явно идет о каком-то академике-астрономе. В списке Института Франции на весну 1843 г. наиболее близкая фамилия у Алексиса Бувара (Bouvard Alexis, 27.06.1767–7.06.1843), члене секции астрономии с апреля 1803 г. [72, с.36–37, 154].

166) Гей-Люссак Жоземф Луим (Gay-Lussac Joseph Louis, 6.12.1778–9.5.1850), французский химик и физик, член Академии наук Института Франции (с 1806).

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АПРИОРИЗМ В.Я.ЦИНГЕРА

В.Я.Перминов

Профессор чистой математики Московского Императорского университета Василий Яковлевич Цингер (1836–1907) внес значительный вклад в развитие математики в России и в совершенствование ее преподавания в Московском университете. Основные его работы относятся к геометрии и теоретической механике. В сфере его особого интереса лежали идеи новой для того времени проективной геометрии, развиваемой в трудах Шаля, Штейнера, Штаудта и Мебиуса. В 1875 г. Цингер перевел на русский язык книгу М.Шаля «Исторический обзор развития геометрических методов». Впервые в России он начал читать отдельный курс по проективной геометрии. Вместе со своими учителями Н.Д.Брашманом и А.Ю.Давидовым принимал активное участие в организации Московского математического общества, с 1886 по 1891 гг. – президент этого общества. В круг его научных интересов входила также ботаника. Во время своих многочисленных поездок по России он собрал около 400 коллекций растительных видов, которые составили основу его фундаментального труда «Сборник сведений о флоре Средней России» (1885). Как писал его ученик К.А.Андреев, «Имя В.Я.Цингера должно занять место между именами первых и наиболее выдающихся исследователей природы России». Примечательной особенностью научной деятельности В.Я.Цингера было его стремление к прояснению философских оснований науки. Он пытался найти разрешение трудных методологических вопросов, возникших в математике вследствие появления в ней абстрактных теорий, таких как неевклидовы, многомерные и проективные геометрии, то есть структур, заведомо выходящих за рамки классической математики по характеру своих определений. В трех статьях – «Точные науки и позитивизм» (1874), «Ньютон как математик» (1887) и «Недоразумения во взглядах на основания геометрии» (1894) – Цингер представил систему доводов в защиту кантовского понимания природы математики. Мы рассмотрим здесь аргументы Цингера, относящиеся к защите математического априоризма, а также его возражения против позитивистской философии математики. За сто сорок лет, прошедших после первых философских выступлений Цингера, и в самой науке и в философии науки произошли радикальные изменения. Тем не менее, многие его идеи звучат актуально и соответствуют нашим сегодняшним настроениям и поискам.

1. Критика позитивизма и позитивистской философии математики

Философия 19-го столетия характеризуется ярко выраженной эмпирической и позитивистской направленностью. Идеалистические системы предшествующего столетия потеряли свою привлекательность. Философы направили свои усилия на исследование идей, лежащих в основе научного мировоззрения и методов науки. Известно, что Александр Гумбольт, возражая против кандидатуры Гегеля на звание академика Берлинской академии, заявил, что человек, никогда не работавший в химической лаборатории, не имеет права выступать с рассуждениями о химической науке. Этот любопытный инцидент не случаен, он демонстрирует нам то обстоятельство, что ученые 19-го века уже не видели в абстрактных философских системах источника достоверной истины. Априоризм Канта, трансцендентальный идеализм Шеллинга и натурфилософии Гегеля стали восприниматься научным сообществом не как продвижение к истине, а скорее как ее затемнение.

На этом фоне преобладающее влияние получила школа позитивизма, утверждающая науку в качестве единственно допустимого основания философии. Наиболее известными представителями позитивистской философии во второй половине 19-го столетия были О.Конт, Дж.Ст.Милль и Г.Спенсер. Основное стремление философов-позитивистов состояло в обосновании принципиальной несостоятельности всей предшествующей философии. Они требовали полного отказа от философских учений, связанных с чистым умозрением, теологией и метафизикой. Устранение метафизики, то есть умозрительных схем, относящихся к реальности в целом и не проверяемых на основе опыта, – основное требование позитивистской философии.

Другое положение, выдвигаемое позитивистами, состояло в том, что единственным законным источником знания является опыт. Сам этот тезис не новый. Он был выдвинут на первый план еще Ф.Бэконом и Д.Локком, но последующие за ними рационалисты, в особенности Г.Лейбниц и И.Кант, с достаточной ясностью показали его ущербность. Позитивисты 19-го века вновь приняли этот тезис в качестве бесспорной истины. Тезис радикального эмпиризма они рассматривали как наиболее простой подход к обоснованию антиметафизической установки: если человеческое знание не имеет никаких источников знания кроме опыта, то в его структуре не остается места для теологических и метафизических конструкций.

Еще одна предпосылка позитивной философии состояла в разделении существующих наук по степени их научности. Полноценными заслуживающими довериями научного знания являются для Конта и Милля только науки точные, связанные с использованием математических методов. Науки типа психологии и социологии не заслуживают названия наук, ибо они заведомо перегружены метафизическими допущениями. За этой установкой стоит стремление внести в философию стандарты научного мышления: позитивисты хотели сделать философию не только свободной от метафизики, но и имеющей надежную основу в системе точных наук.

Философское мышление последних десятилетий 19-го века характеризуются полным преобладанием позитивистского стиля мышления. К этому направлению мысли примыкали все наиболее известные ученые того времени. Достаточно здесь назвать имена таких ученых как П.Дюгем, В.Оствальд, Э.Мах, Л.Больцман. В России считали себя сторонниками позитивистской философии И.М.Сеченов, К.А.Тимирязев, Н.А.Умов, О.Д.Хвольсон. Все эти ученые хотели видеть в философии не абстрактные рассуждения о субстанции, боге и душе, а прежде всего строгое учение о границах и методах человеческого мышления. Позитивистская установка была принята также и большинством философов. Некоторое исключение составляли неокантианцы, обосновывающие наличие априорных оснований мышления, но они также находились под сильным влиянием позитивизма: у Когена, Наторпа и Нельсона мы видим типичное для позитивизма преклонение перед математическим естествознанием, а также стремление превратить философию в строгую науку, подчиненную научной методологии.

Является удивительным, что формируясь в этой атмосфере, Цингер решительно настраивается против нее и ставит задачу возвращения философии к кантовскому трансцендентализму и априоризму. Этот факт, по-видимому, никак не связан с полученными в университете знаниями по философии: особого интереса к Канту в Московском университете в годы учебы Цингера не наблюдалось. Здесь мы имеем дело, скорее, с особенностями личности самого Цингера. Известно, что еще в студенческие годы он изучил труды Канта в подлиннике и проникся глубоким убеждением в том, что все его критики совершенно не сравнимы с ним по силе интеллекта и по уровню понимания проблем. Он пришел к убеждению, что здесь мы имеем дело с гением, которого пытаются ниспровергнуть люди, должным образом не усвоившие суть его учения.

В своем очерке о Цингере (1908) Л.Лопатин справедливо замечает, что он был совершенно одинок в своих философских пристрастиях и что ему не на кого было опереться. Это совершенно справедливое замечание. Строгий априоризм защищал в это время только Г.Фреге в Германии. Но Фреге скорее последователь Лейбница, чем Канта: как логицист он не признавал кантовского синтетического априори и исключал геометрию из состава априорного знания. Априористская позиция Цингера с самого начала направлена на защиту кантовского трансцендентализма во всем его объеме и на критику позитивизма, пытающегося поставить опыт выше априорных интуиций сознания.

Позитивиская философия для Цингера – это псевдофилософия, выступающая под флагом науки. Он обращает внимание, во-первых, на крайнюю неопределенность антиметафизической установки позитивистов. По поводу исходных формулировок Конта он пишет: «Философскому, или – как он чаще называет – метафизическому знанию он противопоставляет познание позитивное; задачу науки он видит не в исследовании *сущности* явлений, а в изыскании *общих фактов и неприводимых свойств*. От мыслителя следовало бы ожидать разъяснения этих различий и указания той границы, которая отделяет позитивное знание от метафизического, но ничего подобного в «Курсе позитивной философии» нет» [1, с.22].

Наиболее глубокий теоретический дефект позитивистов Цингер видит в их отказе от исследования субъективности и ее законов. «Уничтожая философское знание, – пишет он, – позитивизм ставит на его место знание эмпирическое. Это основное положение позитивизма, очевидно, не может быть признаваемо в безусловном смысле: в сущности, за ним скрывается, как умалчиваемый постулат, признание силы разума, без которой опыт не мог бы ничему научить и был бы даже совсем невозможен. Но позитивисты согласны смотреть на эту способность человеческого духа только как на факт из области френологии (как сам Конт) или нервной физиологии (как позднейшие позитивисты): изучение же законов разума с иной точки зрения считают невозможным и бесполезным» [1, с.24]. «Разум, – пишет он далее, – есть постоянно и всюду действующая способность человека: его участие присуще каждому нашему шагу и многое, что мы по привычке и вследствие крайней обыкновенности склонны считать непосредственным указанием чувства, в действительности оказывается действием разума. Даже самая возможность опыта, возможность всякого чувственного восприятия, необходимо предполагает существование разума, без которого мы, имея глаза, были бы слепы и, имея уши, были бы глухи» [1, с.49]. Для Цингера как сторонника кантовской теории познания совершенно очевидно, что не существует опыта без его условий, определяемых априорной структурой разума. Философия же, которая пытается исходить из опыта как из некоторого рода первичной и неразложимой инстанции, является для Цингера грубым искажением действительной логики мышления.

Цингер указывает также на то обстоятельство, что любая философская теория опирается на априористические понятия, такие как причинность, пространство, время, необходимость, случайность и т.п., которые не являются понятиями опытными: он подчеркивает, что эти понятия имеют совершенно иной статус, чем понятия, сформировавшиеся через отвлечение от опыта. С этим же обстоятельством мы встречаемся, говорит он, и в практике наук, которые относятся позитивистами к классу позитивных. Рассуждая о механическом движении, мы неизбежно апеллируем к представлениям о пространстве, о причинности и о времени, которые не могут быть выведены из опыта. Эти универсальные представления, считает Цингер, должны рассматриваться как необходимые для мышления вообще и проистекающие из самого разума. Но это значит, что антиметафизический тезис, будучи проведенным последовательно, разрушает не только философские системы, но и сами точные науки, которые позитивисты хотели бы положить в основание своей системы. «Вопрос об априористических понятиях, называемых нередко несоответственным именем врожденных идей, есть вопрос сравнительно простой и доступный: решение его может быть получено путем критического исследования процессов уже зрелого и установившегося ума: тщательный анализ понятий и суждений может открыть, что в них заимствовано из внешних данных и что вносится самим разумом вследствие необходимо принадлежащих ему свойств. Подобные исследования были предметом глубоких соображений многих философов и в особенности знаменитого творца «Критики чистого разума»; эти серьезные строгие и весьма трудные философские изыскания требовали самого глубокого напряжения мысли и отличаются самым предусмотрительным устранением всякого произвола и всякой неясности. Признавать, подобно позитивистам, результаты этих умственных усилий плодами пустой фантазии, лишенными всякого значения, было бы научной недобросовестностью или крайней недальновидностью» [1, с.50].

Слабость позитивистской доктрины, считает Цингер, подтверждается и непоследовательностью ее проведения у самих позитивистов: на словах отказываясь от всякой метафизики, они неизбежно вводят метафизические тезисы и метафизические приемы мышления в свои рассуждения. Пытаясь, к примеру, перестроить психологию в соответствии с требованиями позитивизма они прибегают к понятию неприводимого свойства, которое может быть понято только в качестве обычной метафизической конструкции [1, с.25–26]. Собственные теории позитивистов, говорит Цингер, демонстрируют то обстоятельство, что тот компонент знания, который они называют метафизикой, неустраним из философских и научных рассуждений.

Цингер обращает внимание также на тот факт, что и Конт и Милль, будучи увлечены односторонним эмпиризмом, оставили без всякого внимания философию Канта и весь последний этап развития немецкой философии. Претендуя на оригинальность, они разорвали всякую связь с философской традицией. Результатом этого неуважения к предшественникам является то, что философское мышление отбрасывается на два столетия назад, в эпоху докантовского и долейбницевского наивного сенсуализма. В позитивистской теории, как она представлена в работах О.Конта и Дж.Ст Милля, Цингер видит радикальное отступление от важнейших достижений философского мышления предшествующих столетий, недопустимое упрощение и примитивизацию философского мышления в целом.

В.Ф.Асмус писал о речи Цингера «Точные науки и позитивизм»: «Цингер нанес позитивизму удар со стороны, которую сами позитивисты считали неуязвимой и неприступной. Он решил доказать перед лицом авторитетного научного собрания и перед многочисленной образованной публикой, что «научность» позитивной философии мнимая и что репутация научной философии, которой козыряет позитивизм, лишена серьезного основания» [8, с.83].

Возражения Цингера могут быть отнесены к самой ранней критике позитивистской философии. История науки показывает, что такого рода ранняя критика обычно остается безрезультатной, так как критикуемое направление все еще питается заложенной в нем силой отрицания. Позитивизм приобрел силу из отрицания гегельянства и старой метафизики и в своем безусловном влиянии в последние десятилетия 19-го века он, несомненно, поддерживался этим отрицанием. Критика позитивизма, направленная на анализ его дефектов на этом восходящем этапе не имела шансов быть услышанной. Основное положение Цингера – положение о неустранимости метафизики из научных рассуждений – было подтверждено многими примерами и принято философским сообществом только в 30-х гг. следующего столетия после работ К.Поппера, Т.Куна и других постпозитивистов. Другое важное положение Цингера, а именно, положение о внеэмпирическом статусе категорий, в полной мере не принято и в настоящее время. Мы видим это в теории Поппера: обосновав положение о неустранимости метафизики из науки, Поппер не считает возможным признать за пространством, временем и категориями статус априорных понятий. Ясно, что «третий мир» Поппера – это система научных идеализаций, но не система априорных представлений. Если признать априорное знание в качестве особого слоя научного мышления, то мы должны были бы говорить о четвертом мире – о мире априорных, абсолютных и вневременных истин.

Поскольку О.Конт и Дж.Ст.Милль объявили основой своей философии систему точных наук, то Цингер поставил своей задачей исследовать понимание этих наук, как оно представлено в работах этих философов. В первом томе «Курса позитивной философии» Конт выводит существование математики из операций с вещами и явлениями. Это, по Конту, первый эмпирический уровень математики или уровень операций с явлениями, Лишь на втором уровне математика переходит к операциям с эти первичными операциями и здесь она становится логически строгой. Таким образом, математика, как и все другие науки, происходит, по Конту, из обычного чувственно-вещественного опыта и связанных с ним операций и отличается от опытных наук лишь в том отношении, что на втором уровне (на уровне исчислений) она доходит до строгих определений, до чего никогда не доходят эмпирические науки. Геометрия для Конта эмпирическая наука, родственная механике, она является наукой об измерении пространства и формирует свои понятия в практических процедурах измерения. В своих первичных утверждениях, связанных с интуицией места и движения геометрия, по Конту, содержательна и не является строгой наукой: она становится строгой только на уровне уравнений или абстрактных функций. Геометрия, по Конту, движется к строгости через переход от конкретных функций к абстрактным, от синтетического знания к аналитическому. Синтетическая геометрия, опирающаяся на наглядность, считает Конт, уже не имеет особой значимости для современной геометрии, которая становится абстрактной, алгебраической и преимущественно аналитической.

Все эти положения Конта Цингер отвергает как не соответствующие природе математического мышления. В основе зарождения геометрии лежат, по Цингеру, не процедуры измерения, а акты созерцания: геометрия была бы элементом человеческого сознания и в том случае, если бы не было никакой потребности в измерениях, ибо она выражает в себе не какие-либо эмпирические процедуры, а сами условия мышления. Цингер указывает также на то обстоятельство, что процедура измерения пространства не может быть беспредпосылочной. В действительности она является процедурой упорядочения опыта в априорных формах и уже предполагает интуицию величины и числа как априорных представлений. Но это значит, что общие представления о пространстве и о величине никак не могут рассматриваться как производные от этой практической процедуры.

Конт, считает Цингер, ошибается и в том, что синтетические методы в геометрии утратили свою значимость: развитие проективной геометрии в 19-м столетии говорит о том, что именно синтетические методы определяют современное развитие этой дисциплины. Интуитивно ясная, синтетическая геометрия, считает Цингер, первична перед аналитической и именно ей, вопреки Конту, должна быть приписана абсолютная строгость и абсолютная обосновательная значимость. Намерение Конта понять геометрию как эмпирическую науку, приобретающую точность только на уровне формул, является с точки зрения Цингера, искажением сути геометрического знания.

Столь же несостоятельна, по Цингеру, и характеристика математического знания, представленная в философской системе Милля. Милль также исходит из твердого убеждения в опытной основе математических наук. Главная идея Милля, отличающая его позицию от позиции Конта, состоит в различении математических понятий с их прообразами. Учение Милля о прообразах представляет в своей основе повторение аристотелевского тезиса о том, что «геометр и исследователь чисел изучают отдельно то, что отдельно не существует». Аристотель считал, что геометр, видя круглый предмет, отвлекает круглоту как таковую от всех других свойств и делает ее самостоятельным предметом рассмотрения. Круглота не существует отдельно в вещественном мире, но в голове математика она превращается в отдельный и самостоятельный предмет. Геометр, таким образом, сам создает себе предмет для своих рассуждений. Таков взгляд Аристотеля на природу геометрии, ясно выраженный в «Метафизике». К этой установке Аристотеля Милль добавляет представление об идеализации: геометр, по его мнению, не просто отвлекает нечто от реальных предметов, но идеализирует это нечто, приписывая ему свойства, не существующие в реальности. В реальности, говорит Милль, нет круга, у которого все радиусы были бы в точности равны: это идеальное равенство, привнесение нашего разума, нашей способности идеального конструирования. За каждым математическим образом, согласно Миллю, стоит некоторый прообраз – реальный или истинный предмет, включенный в сферу эмпирического бытия, но не обладающий совершенством математического образа. Конечные истоки математики находятся по Миллю именно в этих несовершенных эмпирических образах.

Другое антиаприористское положение Милля состоит в том, что математик не может обладать никаким представлением типа чистого созерцания, так как все его действительные представления определены опытом и по необходимости вещественны. Мы, по Миллю, представляем все вещи только трехмерными и никогда не представляем и не можем представить себе линию без ширины или плоскость без толщины. За евклидовскими понятиями точки, прямой и плоскости, считает Милль, в действительности, не стоит никаких особых представлений, отличных от эмпирических, за ними вообще не стоит никаких представлений: эти формулировки являются, в действительности, лишь методическими предписаниями, согласно которым мы не должны в геометрических рассуждениях учитывать ширину линии или толщину плоскости. Кантовские априорные представления, таким образом, превращаются у Милля в систему методологических ограничений в процессе употребления этих понятий.

Эти положения Милля, с точки зрения Цингера, являются также несостоятельными. Относительно идеи прообразов он пишет: «Милль говорит, что изучаемый в геометрии круг есть только неточная копия с *истинного* круга, известного нам на опыте, но где же на опыте этот круг – образец, с которого эта копия снимается? ...Всякий понимает, что точный круг рассматриваемый в геометрии, есть круг *чисто идеальный*, который не существуя на опыте, тем не менее, несомненно, существует в наших представлениях и понятиях. Этот-то идеальный круг и есть единственный истинный круг, к которому на опыте все круглые предметы могут только приближаться, представляя собой как бы несовершенные копии его, а никак не наоборот» [1, с.33]. Математические понятия, по Цингеру, не производны от эмпирических прообразов, а сами эти прообразы, в действительности, следует понимать, как только частичные эмпирические интерпретации априорных представлений о пространстве.

Общее заключение Цингера о позитивистской философии математики совершенно однозначно и сводится к тому, что эта философия искажает сущность математического знания и она не может быть основанием подлинной научной философии, на которую претендует позитивизм. Математическое знание априорно в своей основе и попытка позитивистов вывести исходные его представления из чувственных прообразов совершенно бесперспективна. В заключение статьи он пишет: «...Я не имел притязания доказать самим позитивистам, что они идут по ложному пути; цель моя была более скромная; я хотел только указать на фальшивое отношение позитивистов к тем наукам, которые ими же самими поставлены во главе всякого знания, но о которых они имеют весьма недостаточные и превратные понятия» [1, с.61].

Двумя десятилетиями позднее ту же отрицательную оценку миллевской философии точных наук дал Э.Гусерль. В «Логических исследованиях» он писал, что боги оставляют Милля, когда он начинает говорить о логике. Совпадение этих оценок не случайно. Философы, прошедшие школу критической философии, не могут рассматривать эмпирические подходы к объяснению математики и логики иначе, чем как основанные на заблуждении и бесперспективные.

2. Недоразумения в основаниях геометрии

Статья В.Я.Цингера «Недоразумения в основаниях геометрии» (1894) посвящена анализу изменений в представлениях о геометрии, которые были порождены изменениями в содержании самой геометрии, происшедшими в течение 19-го столетия.

Расширение геометрии за счет принятия новых, более абстрактных теорий привело к проблемам, которых не было в старой геометрии. Это расширение, говорит Цингер, было полезным с точки зрения ее теоретической силы и возможностей приложения, но здесь сразу же возникли методологические трудности. Некоторые математики стали утверждать, что признание неевклидовых геометрий обнаруживает неполную истинность евклидовой геометрии, указывают на то, что старые учения о пространстве надо считать опровергнутыми развитием новой геометрии.

Цингер отвергает эти гипотезы как совершенно неправомерные. Практика показывает, говорит он, что никто не сдает в архив ни старую геометрию, ни старую механику, ни старую физику: наряду с новыми геометрическими теориями продолжают существовать евклидианские представления, не претерпевая никаких ограничений в сфере своего применения. И эту ситуацию, говорит он, надо признать совершенно естественной и единственно возможной. Дело в том, что представления евклидовой геометрии – это представления *a priori*, идущие от духа, они никак не связаны с опытом в своем происхождении и, вследствие этого, они не имеют шансов быть поколебленными со стороны какого-либо опыта или со стороны каких-либо вновь возникших теорий: априорное знание не может быть отвергнуто на основе какого-либо другого знания.

Неразрушимость традиционного евклидианского основания геометрии проистекает также и из логической связи новых геометрий со старыми. Появление неевклидовых геометрий не может привести к отказу от каких-либо принципов евклидовой геометрии по той простой причине, что все новые геометрии являются обобщениями евклидовой геометрии и зависят от последней в том смысле, что все они в своих внутренних связях и построениях необходимо опираются на положения евклидовой геометрии. Новые геометрии вообще не могли бы существовать без опоры на содержательные положения и логику евклидовой геометрии, которая получает свою достоверность не из каких-либо других теорий, а из первичной (априорной) интуиции пространства. Старую геометрию, таким образом, следует понимать не как одну из понятийных структур, которая в принципе могла бы быть отодвинута в сторону, а как необходимый порождающий центр для всех новых геометрических теорий, без стабильности которого расширение геометрического знания было бы невозможным. Этот центр имеет основу существования, независимую от каких-либо теорий и он никогда не может быть поставлен под сомнение вследствие появления новых геометрических теорий.

Другое недоразумение в сфере понимания геометрии состоит, по Цингеру, в распространенном мнении, что данные опыта определяют свойства окружающего нас реального пространства. Это мнение опирается на авторитет Римана, который в своей лекции «О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии», выдвинул предположение, что те свойства, которыми отличается пространство от других мыслимых троекратно протяженных величин, могут быть выведены только из опыта» [4, с.67]. Риман предполагал, что некоторая система измерений должна привести нас к точному ответу на вопрос, является ли наше реальное пространство евклидовым или неевклидовым.

Цингер считает это предположение Римана совершенно несостоятельным. Даже если бы опыт, говорит он, принудил нас признать, что в некоторых реальных треугольниках сумма углов меньше двух прямых, то мы должны были бы только заключить, что наши физические углы и прямые в каких-то отношениях не соответствуют определениям евклидовой геометрии, но это никак бы не поколебало истинности евклидовой геометрии самой по себе и не дало бы никаких оснований утверждать, что наша пространство не евклидово. Этот опыт указывал бы всего лишь на неадекватность принятой интерпретации, но он не доказывал бы внутренней несостоятельности евклидовой. Гаусс и Лобачевский, предпринимавшие попытки измерить углы реальных треугольников с тем, чтобы выявить истинную геометрию пространства, не осознавали в должной мере некорректности самой постановки вопроса. «Лобачевский думал, что можно непосредственными измерениями углов в очень больших треугольниках убедиться, равна ли сумма таких углов полуокружности или нет. Он даже действительно производил такую поверку в треугольниках, вершинами которых были два положения Земли и одна их неподвижных звезд, параллакс которой считался известным. Подобные измерения не могли, само собою разумеется, привести ни к какому результату, так как самый план наблюдений построен был на логической ошибке, которая называется ложным кругом; дело в том, что параллакс звезды, предполагаемый известным, определяется на основании поверяемой аксиомы как раз из тех наблюдений, которые по мнению Лобачевского, должны эту аксиому поверять. Но Лобачевскому вовсе не нужно было производить новых наблюдений: астрономы уже давно и неоднократно встречались с треугольниками, не удовлетворяющими требованиям евклидовой геометрии; но именно это несогласие повело их не к изменению аксиом геометрии, а к открытию рефракции, аберрации, собственного движения звезд и т.д. ...Да и уноситься на звезды нет никакой надобности: измерения на земной поверхности также давали и дают результаты, более или менее уклоняющиеся от требований геометрии; но по этим уклонениям геодезисты судят, однако, не о степени верности 11-ой аксиомы» [3, с.6].

Основной вывод Цингера в связи с этой проблемой состоит в том, что расхождения геометрии с опытом и реальными измерениями не могут поколебать геометрию во внутренней согласованности ее принципов. Дело в том, что вопрос об истинной геометрии окружающего нас пространства вообще не является осмысленным. «...Опытные данные сами по себе, вследствие неизбежного недостатка точности, настолько податливы, что всегда могут быть приноровлены и к не-эвклидовой и ко всякой другой геометрии, а из этого еще с большей ясностью обнаруживается, что достоверность аксиом не может ни подтверждаться, ни опровергаться посредством опытной поверки» [3, с.7].

Оба рассмотренных недоразумения, считает Цингер, проистекают из основного заблуждения в современном понимании геометрии, а именно из приписывания ее представлениям опытного происхождения. «В самом том мнении, – пишет он, – что вопрос о геометрии реального пространства может быть решен посредством внешнего опыта, слышится отголосок эмпирических и материалистических воззрений, которые в науке текущего столетия составляют самое слабое звено и самый тяжкий грех, коснувшийся, наконец, в этом пункте и области математического знания. Я говорю здесь об основном догмате эмпиризма, заключающемся в отрицании духовной сущности сознания и духовного бытия вообще» [3, с.5].

Подлинная философия математики должна начинаться, по Цингеру, с установления коренного различия между объектами чувственного опыта и объектами, непосредственно данными в нашем сознании. Чувственные восприятия с принудительной силою удостоверяют нас в существовании отделенного от нас материального мира. Математические же науки имеют характер чисто умозрительный: они не утверждают и не могут утверждать никакого материального бытия. Современная философия математики приходит к ложным заключениям главным образом вследствие смешения этих двух источников знания: опыта и априорной интуиции. Как и Кант, Цингер убежден, что математика базируется на абсолютных основаниях и этот факт доказывает полную несостоятельность всех попыток ее эмпирического объяснения. «Верованием в опытное происхождение – пишет он, – можно только разрушить геометрию, лишить ее достоверности, определенности и точности, но никак не утвердить основы, на которых она зиждется» [3, с.8].

Цингер отклоняет также и возможность реабилитировать эмпиризм на основе эволюционных представлений. В 70-х гг. Г.Спенсер в своих «Основаниях психологии» предложил истолкование априорного знания, согласно которому «априорное для индивида является апостериорным для рода». Идея Спенсера состояла в том, чтобы понять априорное знание как приобретенное в исторической эволюции человеческого рода и закрепленное всей совокупностью его приспособительной деятельности. Ясно, что априорное в таком смысле не абсолютно, ибо родовой опыт не может быть закончен. С точки зрения Цингера, такого рода биологизированная трактовка априорного знания ничего не прибавляет к доводам эмпиризма. «Эмпирики второй половины нашего века, – пишет он, – стали вводить в свои рассуждения некоторую поправку: не настаивая более на необходимости, чтобы каждый из собственного опыта приобретал себе геометрические воззрения, стали говорить, что эти воззрения вырабатываются долговременным путем накопления опытов в предшествующих поколениях и передачи их потомству по законам наследственности. Но эта поправка едва ли что поправляет: какую бы особую первобытную мудрость вы не приписали нашим отдаленным предкам, для вас все-таки остается совершенно непонятным, каким образом они могли извлекать из опыта то, что для нашего современного сознания из опыта извлечено быть не может» [3, с.10].

К концу 19-го столетия сформировались четыре воззрения на природу исходных математических представлений. Это априоризм, поддерживаемый во второй половине этого столетия в представителями Марбургской школы неокантианства (Г.Коген, П.Наторп, Л.Нельсон), эмпиризм, стремящийся понять становление математических объектов на основе опыта и идеализирующей активности сознания (О.Конт, Дж.Ст.Милль, Г.Гельмгольц), эволюционная эпистемология, истолковывающая общезначимость и устойчивость математических объектов на основе представления о родовой эволюции человеческого сознания (Г.Спенсер) и, наконец, подход к пониманию математических аксиом как соглашений, подход, согласно которому «в качестве оснований геометрии допустима равноправность каких-либо положений, лишь бы они были удобны для математической обработки» [3, с.5]. Цингер не использует понятие конвенционализма для обозначения этой последней установки, но сама эта установка выделяется им с полной определенностью. Позиция Цингера состоит в том, что все эти концепции кроме априористской совершенно неприемлемы, ибо все они производны от эмпиризма, ошибочного в самой своей основе.

Но здесь Цингер стоит перед проблемой обоснования самой концепции априоризма, положенной в основу его критики, и прежде всего перед проблемой, связанной с пониманием априорного знания как идущего от духа. Наша интуиция побуждает нас думать, что евклидианские представления абсолютны, неразрушимы, что они порождаются в сфере духа и вносятся в систему эмпирических представлений самим сознанием. Наше внутреннее чувство в принципе согласуется с такой установкой: никто не сомневается в том, что теорема Пифагора никем и никогда не будет отвергнута. Но, почему эти представления такие, а не другие, и какова та последняя объективность, которая диктует нам именно такие геометрические представления в качестве необходимых? Пытаясь ответить на эти вопросы, Цингер доходит здесь до границ своей обосновательной базы и ссылается на кантовское чистое созерцание как на последнюю инстанцию, способную привести нас к пониманию истоков математического мышления. «Перед нами возникает вопрос, где же, в самом деле, причина их неоспоримой достоверности: что такое эта непосредственная ясность и очевидность? Пытаясь дать ответ на это, мы чувствуем себя как бы у преддверия всякого знания, у того источника, из которого непосредственно почерпаются начала знания: мы как бы находимся в том пункте, откуда в одну сторону открывается перед нами внешний мир явлений, а в другую глубина нашего духа, область мысли с ее логическими законами, область сознания и духовного созерцания. В этом пункте находим мы и искомую очевидность, и эта очевидность есть именно пространство, – пространство не как слово или отвлеченное понятие, а как живое деятельное представление в нашем уме. Мы имеем здесь дело с простейшим умственным актом, не допускающим не сомнений, ни доказательств» [3, с.8].

Все сводится, таким образом, к признанию чистого созерцания как непосредственного факта сознания. Цингер берет этот факт как устраняющий проблему. Но это, конечно, только видимость объяснения. По большому счету, проблема, остается нерешенной, ибо корни математического мышления остаются скрытыми в глубине духа. Здесь мы вообще входим в некоторый тупик: принимая эмпиризм, мы впадаем в релятивизм, чуждый духу математического мышления, принимая априоризм, мы сталкиваемся с тайной субъективности, которая сама из себя диктует нам абсолютные представления и нормы мышления. И в том и другом случае мы входим в область иррациональности, не поддающейся прояснению. Размышления Цингера никак не решают проблемы, а лишь раскрывают сложность ситуации и указывают на необходимость принципиально новых соображений.

Пуанкаре, как известно, отклонял и априористское и эмпирическое истолкование аксиом, отдавая предпочтение их конвенционалистскому пониманию. Цингер, напротив, отвергает и эмпиризм и конвенционализм, полагая, что только в рамках априоризма суть математического мышления может быть понята. Но здесь мы стоим перед проблемой обоснования самой априористской философии математики, которая не решается и в теории Цингера, – перед необходимостью прояснения природы чистого созерцания.

3. Отклонения от Канта

На основе общего обозрения идей Цингера можно сделать вывод, что в истолковании природы математического знания он всецело следует за Кантом. Такой вывод, однако, был бы не совсем верным. Можно указать на ряд моментов, где он существенно отходит от кантовской теории познания.

Первое заметное отклонение мы видим у Цингера в трактовке истоков априорных представлений. По Канту, априорные формы чувственности формируются в человеческом сознании как способы гармонизации чувственного опыта. В своей диссертации «О форме и принципах чувственно воспринимаемого и умопостигаемого мира» (1770) он высказывает мнение, что пространство и время как формы чувственности определены в своем содержании стремлением к единству сознания. Кантовское объяснение генезиса представлений пространства и времени является, таким образом, телеологическим, апеллирующим к функции сознания. Цингер говорит не о мышлении и априорных формах мышления, а о духе и идеальных законах духа. В отличие от Канта он видит истоки априорного знания в духовной природе человеческого сознания. Духовное в его понимании есть особая субстанция, противоположная по своим качествам материальной субстанции, и невыразимая в эмпирическом описании. Позитивистское требование описания всякой реальности в понятиях опыта уничтожает духовное бытие, так как оставляет его за сферой сознания, превращает его в ничто. Априорное знание, по Цингеру, имеет свои истоки в духе и входит в наше сознание, когда оно нацелено «на глубину нашего духа, на область мысли с ее логическими законами, на область сознания и духовного созерцания». Это существенно иное понимание истоков априорных представлений. Его можно охарактеризовать, как мистически отражательное, ибо априорное осознается через непосредственное созерцание духовного бытия. Цингер здесь ближе к Лейбницу, который считал, что человек как монада, будучи связан с Богом как монадой всех монад, непосредственно получает некоторое знание о мире, отличное от знания, получаемого на основе опыта. Наличие в сознании человека необходимых истин Лейбниц выводил из божественной природы человеческого сознания, из его особой связи с высшей сущностью и из его способности отражать образ божества. Цингер также исходит из того, что наше сознание способно непосредственно отражать законы духовного бытия и делать их своими внутренними принципами. Таким образом, мы имеем здесь дело, скорее, с теологической трактовкой истоков априорного знания, чем с телеологической и гносеологической. «Для каждого беспристрастно мыслящего человека, – пишет он, – эмпиризм опровергается строго логическими доказательствами, но еще более возмущается против него нравственное чувство, так как отрицанием духовного бытия уничтожается единственная прочная основа нравственности и подавляются все высшие идеальные стремления человека» [3, с.11]. Гносеологический идеализм Канта заменяется у Цингера идеализмом теологическим и этическим. В кантовской системе, в которой теоретический разум строго отделен от разума практического, такой подход к пониманию истоков априорного знания, конечно, не приемлем.

Другое существенное отклонение от Канта мы видим у Цингера в его понимании геометрической интуиции. Для Канта математика базируется на интуиции пространства и интуиции времени как на двух равноправных интуициях сознания. В отличие от Канта, Цингер последовательно проводит мысль, что геометрическая интуиция обладает первенством и особой обосновательной значимостью. «Только благодаря представлению пространства, – пишет он, – мы имеем ясные понятия о раздельности и непрерывности, о числе и величине, о том, что есть целое, а что есть часть, что больше и что меньше и т.д. Как аксиомы геометрии, так и первые положения арифметики и анализа получают характер бесспорных истин только через представление пространства» [3, с.9]. Цингер, таким образом, склоняется к трактовке пространства как фундаментальной интуиции, лежащей в основе всей математики, то есть к некоторому пангеометризму, который состоит в том, что геометрическая интуиция сама по себе достаточна для объяснения всей системы исходных представлений математики. Аксиомы арифметики и анализа, с этой точки зрения, также формируются на основе геометрических очевидностей. Цингер нигде не говорит о времени как об особой интуиции, определяющей в соответствии с концепцией Канта систему первичных арифметических понятий, хотя много говорит о пространстве. Из этого факта мы можем сделать вывод, что кантовская концепция арифметики, как базирующейся на априорном созерцании времени, не была принята Цингером как достаточно убедительная и по этой причине была оставлена им в стороне.

Цингер приписывает геометрической очевидности свойство абсолютной обосновательной значимости, которого мы не видим у Канта. В своем эссе о Ньютоне он проводит ту мысль, что только через доведение теоретических принципов до геометрической ясности наука достигает их полного обоснования. «В области геометрии и механики, – пишет он, – Ньютон не считал необходимым постоянно и систематически прибегать к косвенным приемам и символам алгебры: он стремился главным образом к непосредственному пониманию, к тому, чтобы истина открылась уму как прямой и очевидный результат усилия мысли, а не как вывод из более или менее длинного ряда отвлеченных рассуждений» [2, с.47]. Он убежден, что отходя от интуитивных доводов и вводя символические средства в геометрию, мы вносим нечто чуждое для методов этой науки и ослабляем ее обосновательную силу. Как и для Декарта, непосредственное интуитивное усмотрение является для него более фундаментальным, чем обоснование на уровне каких-либо вербальных доводов.

Цингер отходит от Канта также в определении сферы априорного знания. Кант относил к сфере априорного не только принципы логики и математики, но и принципы теоретического естествознания. Он считал, что принципы ньютоновой механики также априорны, хотя сам Ньютон и не осознал этого факта. Кант был убежден в том, что и все другие общие принципы естествознания, которые могут появиться в будущем, могут быть только чистыми или априорными по своей природе. Кант никогда не сомневался в истинности этого положения и единственная проблема, которую он здесь видел, состояла в том, чтобы дать этому положению полное теоретическое обоснование. Наряду с вопросом, как возможна чистая математика, он ставит также вопрос, как возможно чистое естествознание. Ответ на этот вопрос должен состоять по Канту в обосновании того факта, что общие принципы естествознания однозначно определены метафизикой, то есть системой рассудочных основоположений.

Цингер не разделяет этой установки Канта. Принципы механики, считает он, – продукт опыта и их нельзя уподобить аксиомам математики. Он соглашается с тем, что кинематика, основанная на геометрии, имеет априорный статус, но это, считает он, не может относиться к принципам динамики. «Кинематические представления так близки и сродны с геометрическими, что очень часто для наглядности чисто геометрических исследований мы невольно прибегаем к представлениям перемещения, изменения формы и т.п. Но наше представление ничего не может нам указать, когда дело касается динамических вопросов; основные динамические законы лежат совершенно вне области чистого представления, которое оставляет полный простор произволу в этом отношении и само по себе ничего не решает относительно истины или вероятности динамических законов» [1, с.52]. Это расхождение Цингера с Кантом, конечно, не случайно, а проистекает из новой ситуации в науке. В 18-ом веке в силу слабого развития науки еще не было ясного различения между метафизическими принципами и принципами собственно научными или теоретическими. Но в 19-ом столетии это различие стало совершенно очевидным, хотя кантовское положение об априорности механики все еще защищалось некоторыми философами и физиками (Г.Грассман, Г.Герц, Н.Н.Страхов и др.).

Это наиболее глубокое и принципиально важное расхождение с Кантом, ибо подход Цингера существенно ограничивает кантовскую претензию на коперниканский переворот в философии. Коперниканский переворот был бы реализован в полной мере (это и входило в истинный замысел Канта), если бы удалось показать, что все теоретически принципы, необходимые для описания опыта, являются чистыми, то есть производными от системы априорных принципов. В этом случае теоретическая картина мира была бы производной от метафизики, и мы могли бы сказать вслед за Кантом, что «мир вещей определяется в соответствии с нашими понятиями» Но если мы устанавливаем, что принципы науки – не принципы априори, а принципы, продиктованные опытом, то это заставляет нас возвратиться к докантовской точке зрения, согласно которой сами вещи через их воздействие на человеческое сознание определяют законы мира. Кантовский коперниканский переворот существенно ограничивается: признавая наличие априорных принципов сознания, Цингер не склонен придавать им определяющего значения в формировании научной картины мира.

Принципиальное отклонение от Канта мы видим у Цингера также в понимании им объективности и реальности человеческого знания. Будучи убежденным априористом и субъективистом в понимании математики, Цингер относится к научным теориям как к теориям о мире, раскрывающим реальные связи независимого от нас мира. «Чувственные восприятия, – пишет Цингер, – с принудительной силой удостоверяют нас в существовании какого-то чуждого нам, загадочного и полного тайн, материального мира» [1, с.5]. Он не сомневается в существовании этого независимого от нас мира и в нашей возможности его познания. Здесь Цингер мыслит не как философ-скептик или агностик, а как естествоиспытатель и натуралист. Человек, считает он, познает внешний, трансцендентный мир и научная картина мира имеет безусловную реальную значимость. Эта позиция расходится с кантовской феноменологической установкой, согласно которой наши представления о мире есть только конструкция сознания, которая связывает феномены, сам же мир, независимый от человека, остается вещью в себе, недоступной познанию.

Учитывая это обстоятельство, мы можем говорить о специфическом натуралистическом априоризме Цингера, в котором признание априорных категорий мышления соединяется с признанием законов науки, отражающих реальные связи мира, противостоящего субъекту. Это отступление от Канта уже намечено Цингером в его критике механики: если для Канта принципы механики всецело определяются априорными основоположениями и выводятся из них, то для Цингера они определены опытом и могли бы быть совершенно другими при тех же априорных принципах. Л.Лопатин, несомненно, прав, когда он говорит, что Цингер уходит от кантовского феноменализма и иллюзионизма [5, с.483]. Цингер мыслит в отношении природы как последовательный натуралист и материалист, ни в какой мере не склонный подвергать сомнению ни реальность мира, ни способность человеческого сознания раскрывать его подлинные законы.

В этом последнем пункте позиция Цингера не совсем определена, так как он нигде не ставит вопроса о реальности представлений в общефилософском плане. Однако, является несомненным то положение, что утверждая кантовский априоризм, Цингер не разделяет кантовского феноменологизма и агностицизма, согласно которому человеческая картина реальности является конструкцией сознания, не имеющей отношения к миру вещей самих по себе. Кантовский субъективизм вытесняется у него естественнонаучным натурализмом и познавательным оптимизмом.

Мы, таким образом, видим у Цингера ряд существенных уклонений от установок Канта. Мы видим, что Цингер ограничивает намеченный Кантом объем априорного знания, настаивает на реальной значимости законов природы и дает существенно другую трактовку форм чувственности, выдвигая на первый план понятие пространства и геометрическую интуицию. В этом плане подход Цингера только один из множества подходов к истолкованию философии Канта, появившихся во второй половине 19-го столетия. Но данная Цингером трактовка Канта имеет одно существенное отличие от всех других ее трактовок. При всех отклонениях от Канта Цингер сохраняет ядро кантовской системы, которое в той или иной мере разрушалось во всех других ее интерпретациях. Сущность кантовской теории познания состоит в ее радикальном противостоянии эмпиризму, психологизму и релятивизму. Центральное положение Канта состоит в том, что понятия, определяющие процесс познания, задающие его нормативную основу, являются вневременными и независимыми от исторически расширяющегося содержания опыта. Иными словами, Кант утверждал наличие внеэмпирической и вневременной основы мышления, которая выявляется в системе принципов логики, в формах чувственности и в категориях рассудка. Этот абсолютизм Канта противоречил релятивистскому духу 19-го столетия и вследствие этого категорически отвергался всеми философскими направлениями, включая и неокантианское. Но именно эту первичную абсолютистскую трактовку априорного знания Цингер выдвинул на первый план и именно в ней он увидел ценность кантовской философии математики и кантовской теории познания в целом.

Мы, таким образом, имеем все основания утверждать, что во второй половине 19-го века математик Цингер был единственным философом, пытавшимся защитить подлинного, не искаженного эмпирической и научной релятивизацией Канта. Его отклонения от Канта в этом плане второстепенны, ибо они не устраняют основу кантовской теории познания – учение об абсолютной внеисторической системе представлений, определяющей истоки математического мышления.

4. Идеи Цингера и будущая философия математики

Можем ли мы сегодня оправдать радикально априористскую и пангеометрическую концепцию математического знания, намеченную В.Я.Цингером? Современная философия математики, конечно, может дать на этот вопрос только отрицательный ответ. Основная характеристика философии математики 20-го столетия состоит в том, что она существенно углубила эмпиризм и релятивизм 19-го века. Философы всего прошедшего столетия в подавляющем большинстве были склонны считать совершенно бесперспективной всякую философию математики, выводящую исходные математические представления из априорных установок сознания. В 30-х гг. прошлого века К.Поппер объявил о полной некорректности допущения каких либо вечных истин в структуре научного знания и источников знания, обладающих безусловным авторитетом. Кант, по мнению Поппера, утверждая наличие вневременных форм мышления, просто выдавал желаемое за действительное. Конт и Милль при всей своей привязанности к опыту и индукции не ставили под сомнение нормы логики, не доходили до утверждения относительности математических доказательств и не подвергали сомнению самоочевидные факты как базу рассуждения. Современная философия науки настаивает на релятивности логических норм, на относительной строгости всех доказательств и рассматривает эмпирический базис науки как всегда относительный и подверженный корректировке. Современное методологическое мышление всецело подчинено релятивистской идеологии и идея априорного знания неприемлема для него ни под каким видом. Сторонники эволюционной эпистемологии могут признать наличие в сознании человека устойчивых структур, выработанных приспособительной деятельностью многих поколений людей, но ясно, что такого рода структуры не имеет никакого отношения к строгому кантовскому априори. Априоризм Цингера, принимающий априорное основание мышления в качестве безусловного, не приемлем для современной философии науки.

Но должны ли мы абсолютизировать установки современной философии науки? Правомерность этого вопроса оправдывается тем фактом, что в двадцатом веке как и в девятнадцатом, несмотря на подавляющее влияние релятивистских воззрений, были также и сторонники априоризма. В начале века Э.Гуссерль опубликовал свои «Логические исследования», где пытался обосновать абсолютный характер логических норм и исходных математических истин. Основная его идея состояла в том, что наряду с обычными абстракциями, человеческое сознание в своем столкновении с данными опыта, вырабатывает особые представления – эйдосы, имеющие общезначимый и непреложный характер. И наряду с науками эмпирическими, по Гуссерлю, существуют науки эйдетические (математика и логика), которые не подчиняются критерию историчности и релятивности, значимому для эмпирических наук. Несколькими годами позднее Л.Брауэр положил кантовский априоризм в основу математического интуиционизма. Хотя это был ограниченный априоризм, распространяющийся только на арифметику, тем не менее ясно, что Брауэр также возвращал априорное знание в математику в качестве ее глубинного основания.

В 20-х гг. Г.Фреге выдвинул программу геометрического обоснования математики. В своих первых работах по основаниям, сделанным в последние десятилетия 19-го века, Фреге придерживался логицистской установки, которая исключала синтетическое априори и относила геометрию к системе эмпирического знания. Однако в конце жизни Фреге осознал факт недостаточности логики и арифметики для обоснования математики. Он приходит к тому выводу, что к обоснованию математики мы можем подойти, только придав обосновательное значение геометрической очевидности. «Арифметика и геометрия, – пишет он в 1924 г., – выросли на одной и той же почве, а именно геометрической, так что вся математика есть, собственно говоря, геометрия» [6, с.224]. Таким образом, через тридцать лет после Цингера Фреге выдвигает положение о фундаментальности и универсальности геометрической очевидности и о геометрии как истинном основании математической науки в целом. Идеи двух математиков совпали и в утверждении априорности геометрии и в понимании геометрической интуиции универсального основания математики.

Здесь мы также не можем пройти мимо обосновательных идей Д.Гильберта. При формулировке своей программы абсолютного обоснования математики Д.Гильберт также принужден был обратиться к идее априорного знания. В статье «Познание природы и логика» (1924) он писал: «Я полагаю, что математическое знание также, в конечном счете, основывается на некоторой разновидности такого созерцательного понимания и что даже для построения арифметики нам необходима определенная априорная установка» [7, с.460].

Мы видим, таким образом, что идея априорного знания как знания, безусловно, достоверного и независящего от опыта, не исчезла и в философии 20-го века, несмотря на преобладание в ней эмпирической и релятивистской установки. Сам этот факт уже говорит о том, что релятивистская теория познания упускает из виду некоторый важный момент в понимании природы математического мышления. Но это значит, что глубинная тяжба между эмпиризмом и рационализмом далеко не закончена и, в действительности, мы должны быть готовы к появлению теорий, корректирующих эмпиризм и восстанавливающих априоризм на основе некоторых более глубоких теоретико-познавательных предпосылок.

В качестве альтернативы расхожему релятивизму мы сформулируем здесь принципы деятельностной теории познания, которая указывает на один из возможных путей оправдания априорного знания. Деятельностная теория познания исходит из того положения, что всякое познание нацелено на практику и что высшие нормы человеческого мышления не берутся из опыта, не изобретаются субъектом, а продиктованы практической ориентацией человеческого мышления. Эта простая установка позволяет в ряде случаев обосновать абсолютный и, следовательно, априорный характер норм мышления, таких, к примеру, как нормы логики. Аристотель в «Метафизике» утверждал абсолютность закона непротиворечия, исходя из того соображения, что отказ от этого закона сделал бы все человеческие понятия неопределенными в своем содержании и всякое последовательное рассуждение совершенно невозможным. Довод Аристотеля, конечно, верен, но в настоящее время, исходя из понятия практики, мы можем сделать его более ясным. С праксеологической точки зрения, функция логического вывода заключается, в конечном итоге, в предсказании будущего, которое состоит, в сущности, в сокращении мыслимых возможных его альтернатив. Если мы скажем, что завтра будет дождь и завтра не будет дождя, то мы ничего не скажем полезного для нашей практической ориентации в мире, поскольку мы не исключили ни одной из мыслимых альтернатив. Но исключение альтернатив возможно только через противопоставление A и не-A как бытийных характеристик событий, при котором приняв A, мы должны отбросить не-A как не обладающее существованием. С этой точки зрения, принятие закона непротиворечия обусловлено фундаментальной практической направленностью человеческого мышления и этот закон должен быть принят в качестве необходимого для любого акта мышления, направленного на деятельность, в качестве его априорного принципа.

То же самое относится и к категориальным основоположениям. Мы верим, к примеру, что каждое явление имеет причину. Можно было бы допустить, что мы верим в истинность этого высказывания вследствие того, что мы встречались в опыте со многими явлениями, у которых потом обнаруживалась и причина. Но такой индуктивистский подход, которого в свое время придерживался Д.Юм, не отражает природы этого утверждения. Мы верим в закон причинности как совершенно универсальный и не допускающий исключений, но такого рода законы не могут быть обоснованы на основе какой-либо индукции. Праксеологическая теория познания говорит нам, что мы приобретаем убеждение в истинности этого закона не на основе индуктивного вывода, а вследствие нашей постоянной направленности на деятельность, на практическое преобразование мира. Сознание субъекта, включенного в деятельность, всегда нацелено на раскрытие причин явлений, ибо только на основе раскрытия причин мы можем практически действовать. Тезис «Каждое явление имеет причину» – таким образом, не индуктивный вывод из наблюдения отдельных случаев, а лишь выражение нашей универсальной нацеленности на обнаружение причин: этот тезис утверждает видение мира, благоприятное для практической деятельности и оправдывающее ее возможность. Мы не знаем, все ли явления в окружающем нас мире имеют причину, и этого мы, конечно, никогда не будем знать, но поскольку мы – действующие существа и нуждаемся в причинной обусловленности событий, то ясно, что положение «Каждое явление имеет причину» всегда будет безусловным регулятивом нашего мышления. Деятельностная теория категорий подтверждает истинность положения Канта о безусловной необходимости основоположений рассудка. Эти основоположения – не индуктивные выводы, не произвольные конвенции, они не даны от бога и не порождены наблюдением конкретных вещей и связей. Они продиктованы только деятельностной ориентацией мышления и вследствие этого являются абсолютными регулятивами мышления, проистекающими из его практической направленности.

С этой точки зрения мы можем, наконец, подойти и к обоснованию априорности исходных представлений геометрии. Математики и философы уже давно установили, что исходные истины евклидовой геометрии органически связаны с представлением твердого тела, то есть с представлением тела, сохраняющего свою форму. Лейбниц указывал на то, что именно вращение твердого тела относительно двух неподвижных точек задает нам представление о прямой линии. Исходя из понятия твердого тела и его сечения, Лобачевский вывел все основные аксиомы евклидовой геометрии. Э.Мах показал возможность технического изготовления плоскости при наличии трех твердых тел. То положение, что система аксиом евклидовой геометрии выражает в конечном итоге только наше представление о твердых телах и их движениях, в настоящее время следует считать доказанным. Мы должны теперь поставить вопрос: как сформировалось в сознании человека представление о теле, не изменяющем своей формы? Если бы мы попытались взять эту идею из опыта или из теоретических наук, то мы снова бы возвратились к идее эмпирических истоков геометрии. Деятельностная теория познания позволяет нам избежать этой ошибки. Анализ показывает, что задолго до появления идеализации твердого тела в физике, эта идея уже существовала как элемент философской онтологии, обусловленный деятельностной ориентацией мышления. Мы можем утверждать, что наша включенность в социальную деятельность навязывает нам не только логику и категориальное видение мира, но и определенные представления о возможных объектах этого мира как приемлемых для действия. Представление о твердом теле мы можем считать одной из необходимых идеализаций сознания, порождаемых деятельностным отношением человека к миру. Идея твердого тела, таким образом, не результат обобщения опыта, но продукт практики, элемент универсальной онтологии, порождаемой включением субъекта в деятельность.

Но если это так, то исходные геометрические интуиции – не идеализации, сформировавшиеся на основе эмпирических образцов, как это думал Милль, а интуиции, отражающие аспекты универсальной онтологии, порождаемой деятельностным отношением человека к миру. Евклидианские геометрические интуиции могут быть истолкованы в этом плане как бытийные характеристики реальности, предполагаемые актами деятельности. Милль прав, что сквозь теоремы евклидовой геометрии просвечивает реальность, но он ошибался, считая, что эта видение реальности навязано нам опытом.

Деятельностная интерпретация априорных структур сознания важна в том отношении, что она позволяет нам подойти к пониманию природы чистого созерцания, которое выглядит мистическим постулатом как у самого Канта, так и у всех его последователей. Деятельностная теория познания полностью устраняет здесь всякую мистику, ибо мы начинаем осознавать тот простой факт, что деятельностные интуиции сознания порождаются не в сфере сознания, а в актах деятельности, что они даны нам непосредственно в качестве условий нашей практической деятельности, что они безусловны для нас и вследствие универсальности практики они являются необходимыми предпосылками всякого мышления, нацеленного на практику: мышление, не построенное на деятельностных интуициях, не выполняло бы своей практической функции. Чтобы действовать, мы должны распределить объекты действия в пространстве и времени, мы должны иметь способность к непосредственному сравнению вещей по их объему и расстоянию от других вещей. Эти непосредственные усмотрения, требуемые практикой, должны быть общезначимыми, поскольку наши действия всегда коллективны и социальны. Априорные представления чувственности, о которых говорит Кант, с деятельностной точки зрения, – это лишь непосредственное практически обусловленное видение объекта действия, на основе которого упорядочивается вся система относящихся к нему чувственных данных. Кант был, несомненно, прав в том, что формы чувственности первичны по отношению к конкретным чувственным данным и независимы от них по той причине, что структура практики не зависит от качественного состава объекта действия, Мы устраняем здесь всякую мистику. Созерцание глубины духа, о котором говорит Цингер, мы заменяем теперь рефлексией актов деятельности, навязывающей нам априорные интуиции сознания. Деятельностный анализ позволяет выявить структуру деятельностной онтологии и производную от них структуру исходных математических идеализаций. На вопрос, почему исходные представления геометрии такие, а не другие, мы отвечаем: потому что включенность человека в деятельность требует именно такой системы онтологических идеализаций. Мы должны обосновать, что акты практической деятельности неизбежно порождают в нашем сознании идеализацию твердого тела, которая неизбежно отражается в нашем сознании в понятиях евклидовой геометрии.

С деятельностной точки зрения, кантовская теория должна быть признана как истинная во всех своих основных положениях. И кантовский априоризм и деятельностная теория познания сходятся в утверждении абсолютности и вневременности фундаментальных структур мышления. Это значит, что, несмотря на господство релятивистских воззрений в современной философии, мы имеем основание предполагать, что будущая теория познания и будущая философия математики неизбежно придут к признанию априорной основы мышления. В понимании оснований теории познания Кант все-таки прав и все попытки современного релятивизма устранить из теории познания систему абсолютных предпосылок обречены на неудачу.

В течение двух столетий, прошедших после Канта, сотни философов пыталось опровергнуть его учение об априорных принципах мышления, показать неприемлемость для современной теории познания оправдания каких-либо внеисторических положений и принципов. Философия 19-го и философия 20-го столетий развивались главным образом в сторону усиления релятивизма и в сторону все более категоричного отторжения кантовского априоризма. Интеллектуальное достижение Цингера состоит в том, что он с полной ясностью осознал бесперспективность этого уже явно наметившегося в его время движения к безбрежной релятивизации. В истории философии и даже в истории науки происходят иногда интеллектуальные катастрофы, состоящие в том, что выдающиеся достижения отодвигаются в тень, забываются и заменяются поверхностными и модными учениями. Цингер понимал, что усиление влияния позитивисткой идеологии является именно такого рода интеллектуальной катастрофой, разрушением достижений философии предшествующего века, примитивизацией философского мышления, отбрасывающей его к эмпиризму 17-го столетия. Сегодня мы видим, что Цингер был совершенно прав в своем диагнозе ситуации и в своей оценке позитивизма как псевдофилософии, которая выступая от имени науки, разрушает основания научной философии и научного мышления в целом.

Последствия интеллектуальной катастрофы, внесенной в философию сторонниками Конта и Милля, не устранены полностью и в настоящее время. Хотя общая критика позитивизма является сегодня обычным делом, практика философского мышления все еще остается преимущественно позитивистской. Достаточно указать на тот факт, что все современные попытки реабилитировать метафизику развиваются исключительно на позитивистском фундаменте и ни под каким видом не допускают реабилитации строгого кантовского априоризма. Современные школы научной метафизики вообще не ставят проблемы априорного знания и не доходят до восстановления кантовского категориального анализа. Только полная реабилитация кантовского априоризма и кантовской метафизики будет свидетельствовать о том, что философия преодолела, наконец, двухсотлетнюю релятивистскую деградацию и снова встала на путь подлинного развития.

Цингер не считал себя философом и не претендовал на завершенную философскую систему. Он не привел новых аргументов в пользу математического априоризма. Мы видим также, что он часто уклоняется от анализа проблем, возникающих в его собственных рассуждениях. Характеризуя геометрию как науку, идущую от духа, он не предпринимает попытки ответить на вопрос, что такое наука, идущая от духа, и почему она проявляется именно в таком, а не в другом наборе очевидностей. Мы видим здесь не философа, исследующего природу априорного знания, а скорее методологически внимательного ученого, который анализируя реальную науку, указывает нам на то обстоятельство, что ее логику нельзя понять без принятия системы априорных истин.

Однако, достойно удивления, что, будучи математиком, Цингер раньше и яснее, чем все современные ему философы, увидел полную несостоятельность позитивистской философии. Его критика позитивизма совершенно точна и современна. Его главный аргумент состоял в том, что реальная наука не может обойтись без метафизических понятий, а это именно тот аргумент, который уже в 20-м веке использовали К.Поппер и Т.Кун. Еще более удивительным является и то обстоятельство, что Цингер защищал радикальный априоризм в полном противоречии с духом времени, когда основная струя философского и методологического мышления была направлена на отрицание всякого рода вневременных представлений и принципов. Мы видим мыслителя, совершенно независимого от мировоззренческих установок своего времени, от органически присущих ему интеллектуальных предрассудков и последовательно защищающего, казалось бы, безнадежно устаревшую идею. О таких людях говорят, что они ведомы чутьем истины, незримой для большинства. Это дает нам основание считать Цингера не просто философствующим ученым, но ученым-мыслителем, одним из наиболее ярких русских философов второй половины 19-го столетия.

Давно установлено, что имеется и специфическая философская проницательность, которая заключается в непосредственном чувстве истины при отсутствие осязаемых аргументов и даже при наличии противоречащих доводов. Изучение таких философов, как Платон, Аристотель, Декарт, Лейбниц и Кант, демонстрирует нам большое число такого рода удивительных прозрений, когда философ утверждал положения, противоречащие всем видимым основаниям, и его идея признавалась правильной лишь по истечении нескольких столетий. На философских размышлениях Цингера лежит свет этой высшей философской одаренности. Он утверждал истинность априоризма в эпоху, когда все сходились на позитивизме, и защищал при этом строгий кантовский априоризм, который выглядел совершенно мистическим в его время и от которого отступили даже те философы, которые объявили себя последователями Канта. Лишь сегодня мы постепенно начинаем осознавать глубокую истинность кантовского учения и неизбежность возвращения философии и методологии науки к строгим априорным основаниям.

Философские воззрения Цингера на математику не вписываются в современную философию математики, но есть все основания думать, что они будут востребованы философией науки совсем недалекого будущего. Речь идет, конечно, прежде всего о новом и более глубоком понимании кантовского априоризма. Заслуга Цингера состоит в том, что в век полной деградации философского мышления и отступления ее от своих высших достижений, он указал на кантовскую философию как на истинное основание всякого адекватного мышления о математике и о науке в целом.

В настоящее время становится все более ясным, что для современной теории познания и для современной философии математики подлинной опорой является не эмпиризм, не конвенционализм и не эволюционная эпистемология, а именно априоризм, утверждающий наличие априорных интуиций, лежащих в фундаменте человеческого мышления. Работы Цингера, направленные на обоснования этого положения, должны быть признаны в качестве реальной и продуктивной попытки углубления современной ему философии математики и предвосхищением будущей философии науки.

Список литературы

1. *Цингер В.Я.* Точные науки и позитивизм. М.: Московский Университет, 1874.
2. *Цингер В.Я.* Ньютон как математик // Двухсотлетие памяти Ньютона (1687–1887). М., 1888.
3. *Цингер В.Я.* Недоразумения во взглядах на основания геометрии. М., 1894.
4. *Риман Б.* О гипотезах, лежащих в основаниях геометрии // Об основаниях геометрии. Казань, 1893.
5. *Лопатин Л.М.* Философские взгляды В.Я.Цингера // *Лопатин Л.М.* Философские характеристики и речи. Минск, Москва, 2000.
6. *Frege G.* Posthumous writings. Chicago University Press, 1974.
7. *Гильберт Д.* Познание природы и логика // *Гильберт Д.* Избранные труды. Т.1. М., 1998.
8. *Асмус В.Ф.* Борьба философских направлений в Московском университете во второй половине 19-го века // Вопросы истории. 1946. №1. С.56–85.

ПРЕМИЯ, НЕ НАШЕДШАЯ АДРЕСАТА (ИЗ ИСТОРИИ ПРЕМИЙ ИМЕНИ ПРЕЗИДЕНТОВ МОСКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА)

О.А.Саввина

Московское математическое общество, ставя своей целью «содействовать развитию математических наук в России», с момента своего открытия занимало активную позицию в поощрении научных исследований в области математики и физики.

Первая премия в области математики, к которой Общество имело непосредственное отношение, носила имя его первого президента Николая Дмитриевича Брашмана (1796–1866).

Н.Д.Брашман родился в Моравии, но большую часть своей жизни провел в России, которую полюбил всей душой. Здесь он принял православие и более тридцати лет своей жизни отдал беззаветному служению Императорскому Московскому университету. Заслуги Н.Д.Брашмана не остались незамеченными в России. Его учебное руководство по аналитической геометрии было удостоено премии Демидова, а сам Н.Д.Брашман был избран членом-корреспондентом Императорской Санкт-Петербургской Академии наук (1855).

В 1864 году ученый в связи с преклонным возрастом и ослабленным здоровьем оставил службу в университете, но не прекратил занятия наукой и вопросами ее организации, выступив инициатором создания математического кружка, получившего вскоре статус Московского математического общества. В знак «содействия успехам русского просвещения и в особенности развитию математических наук» он пожертвовал свои личные сбережения для учреждения премии. Положение об этой премии было утверждено в 1865 году.

В этом Положении в качестве главного и необходимого условия для получения премии объявлялись «самостоятельность труда и его польза для науки». Право на соискание премии имели только выпускники Московского университета, исключая преподавателей его физико-математического факультета.

Порядок присуждения премии определялся следующим образом. Один раз в два года от имени физико-математического факультета Московского университета объявлялась на публичном акте (публичный акт проводился 12(25) января) тема для соискания премии (тема из чистой математики должна была чередоваться с темой из математики прикладной). До 10-го июня следующего после объявления темы года физико-математический факультет принимал сочинения для соискания премии. Затем сочинения рассматривались рецензентами, один из которых представлял свой отзыв на совете факультета.

Если, по мнению докладчика, сочинение оказывалась недостойным премии, то премия не присуждалась. Если же докладчик находил сочинение достойным, но против его мнения было представлено одним из членов факультета письменное возражение, то вопрос о присуждении премии решался математическим отделением факультета по большинству голосов. Не вполне одобренное сочинение могло быть удостоено почетного отзыва факультета[1].

Положение предусматривало и тот случай, если ни одно из представленных факультету сочинений не удостоится премии. В этом случае факультет имел право повторить ту же тему через четыре года после первого его объявления, а на сумму невыданной премии университет должен был приобрести процентные бумаги. Так должно было продолжаться до тех пор, пока основной капитал не возрастет настолько, что двухгодичную премию в 300 руб. можно будет обратить в премию в 500 руб.

Если проценты с накопившегося таким образом капитала достигали ежегодно 500 рублей, то факультет получал возможность предлагать темы каждый год (чередуя темы по чистой и прикладной математике).

Особо отмечалось: «Хотя премия может быть присуждена сочинению, представленному в факультет в рукописи, но деньги не могут быть выданы до тех пор, пока не будет представлено в совет по одному печатному экземпляру для Московского университета, для Академии наук и для всех русских университетов»[2].

Поскольку в 1865 г. у Московского математического общества еще не было своего печатного органа, то понятно, почему объявление о присуждении премии согласно Положению предполагалось размещать в «Московских ведомостях».

Из отчетов Московского университета следует, что достойные сочинения на премию Н.Д.Брашмана находились не всегда. Например, в 1876–1878 гг. премия не присуждалась, в 1880 г. была объявлена тема по кинетической теории газов, но сочинений представлено не было. На факультете было принято решение «отсрочить на два года присуждение премии имени Н.Д.Брашмана» на эту тему и одновременно объявить новую по чистой математике – «Приложение теорий эллиптических функций к теории чисел»[3].

В декабре 1883 г. на физико-математическом факультете была поддержана новая тема «О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью», за которую два года спустя профессору Московского технического училища, доктору прикладной математики Николаю Егоровичу Жуковскому (1847–1921) и была присуждена премия имени Н.Д.Брашмана. А так как в предыдущие годы премия не присуждалась и ее сумма возросла, то Николай Егорович Жуковский получил не 300, а 500 рублей «из процентов имеющегося на этот предмет капитала»[4].

В этом же, 1885 г., физико-математический факультет объявил для соискания премии им. заслуженного профессора Н.Д.Брашмана следующую тему – теперь уже по чистой математике – «Теория ультра-эллиптических функций», рекомендуя соискателю премии сделать «критико-историческое обозрение различных методов исследования ультра-эллиптических функций и по возможности усовершенствовать означенную теорию в каком-нибудь отношении»[5]. В 1887 г. Петр Михайлович Покровский (1857–1901) в рамках объявленной тематики защитил магистерскую диссертацию «Теория ультра-эллиптических функций I класса» (Математический Сборник, том XIII), за которую был удостоен премии имени Н.Д.Брашмана[6].

Позднее среди тем по прикладной математике физико-математическим факультетом на премию имени Н.Д.Брашмана предлагались, например, такие:

– «Физическое значение начала наименьшего действия и моноциклические системы Гельмгольца» (1887 г.)[7];

– «О движении твердого тела в несжимаемой жидкости» (1891 г.)[8];

– «Изыскание способов изучения коротких акустических волн, недоступных ощущению ухом» (1902 г.)[9].

В истории существования премии имени Н.Д.Брашмана был случай, когда она присуждалась дважды одному и тому же соискателю – учителю математики, а в будущем профессору Казанского университета Петру Сергеевичу Назимову (1851–1902). Премию имени Н.Д.Брашмана он получил в 1880 г. (за исследование по теории дифференциальных уравнений в частных производных)[10] и в 1883 г. (за сочинение «О приложениях теории эллиптических функций к теории чисел»)[11].

Среди обладателей премии имени Н.Д.Брашмана за исследования по чистой математике: приват-доцент Московского университета Виссарион Григорьевич Алексеев (1866–1943)[12], который защитил в рамках тематики премии в 1893 г. магистерскую диссертацию «Теория числовых характеристик систем кривых линий»[13]; а по прикладной математике – Сергей Алексеевич Чаплыгин, удостоенный премии за сочинение на тему «О движении твердого тела в несжимаемой жидкости» (1895 г.)[14].

Членами комиссии по присуждению премии Н.Д.Брашмана и рецензентами в разные годы состояли известные московские профессора, члены Московского математического общества: В.Я.Цингер (1836–1907), Б.К.Млодзеевский (1858–1923)[15], Н.В.Бугаев (1837–1903) и др.

Опыт учреждения премии имени Н.Д.Брашмана оказался вполне удачным. Премия быстро получила известность далеко за пределами Московского университета, удивительно точным было установление достойных этой премии. Лауреаты премии впоследствии становились известными профессорами, учеными. Поэтому закономерным выглядит появление инициативы учредить на физико-математическом факультете еще одну премию.

В 1896 г. вдовой заслуженного профессора Московского университета и президента Московского математического общества Августа Юльевича Давидова (1823–1885) были внесены 3000 руб. на учреждение премии имени А.Ю.Давидова в области математики[16].

22-го января 1897 г. всеподданнейший доклад министра народного просвещения об учреждении премии имени А.Ю.Давидова был одобрен Государем Императором[17], министру было предоставлено право утвердить положение о премии, что и было выполнено 31 января 1897 г.

Премия назначалась через каждые три года за лучшие сочинения на заданную тему по математике, теоретической механике, астрономии и физике по очереди, но «ввиду обширности математики, ей представляется две очереди», то есть темы предлагались в следующем порядке: а) по математике; б) по астрономии; с) по математике; д) по физике; е) по теоретической механике.

Для назначения темы и «суждения о представленных на эту тему сочинениях» избиралась особая комиссия в составе представителей физико-математического факультета Московского университета и членов Московского математического общества.

Сочинения на соискание премии представлялись декану физико-математического факультета, который направлял их в комиссию.

Премия присуждалась только русским подданным, не являющимся профессорами. К представленным на конкурс сочинениям предъявлялось требование – они должны были быть написаны на русском языке, но при этом могли быть представлены как в рукописи, так и опубликованы. Однако в случае признания сочинения, поданного в рукописи, достойным, премия выдавалась только после предоставления Московскому университету 50 печатных экземпляров (25 для университета и 25 для Московского математического общества) этого сочинения[18].

Предусматривался и тот вариант, если ни одно из представленных сочинений «не будет признано достойным премии, или если таковых не будет вовсе». В этом случае Комиссия могла присудить премию за лучшее по той же науке сочинение, напечатанное не более как за пять лет до присуждения премии[19].

Таким образом, назначение темы и присуждение премии, также как и для премии имени Н.Д.Брашмана, находилось в компетенции физико-математического факультета Московского университета, о чем объявлялось в традиционном торжественном собрании 12-го января. Контроль за денежными средствами по фонду премии также был возложен на факультет. Участие же Московского математического общества в присуждении премии заключалось практически только в том, что оно делегировало своих представителей в комиссию по присуждению премии и должно было публиковать объявления о премии в издаваемом Обществом «Математическом сборнике». В нем же было опубликовано и Положение о премии[20].

Величина премии определялась каждый раз особым постановлением физико-математического факультета. При этом она должна была быть не менее 300 руб. и не более суммы процентов с капитала за данное трехлетие. Если же за какое-либо трехлетие премия не присуждалась, то соответствующие проценты присоединялись к основному капиталу. Сюда же причислялся и остаток по выдаче премии из процентов за данное трехлетие. На эти денежные суммы Правление Московского университета имело право приобрести процентные бумаги, «правительственные и правительством гарантированные»[21].

Согласно желанию жертвователей, первая тема на соискание премии была такова: «Разработка общей формулы А.Ю.Давидова в теории определенных интегралов» (Математический сборник

1882 г., т.X, с.1–29)[22]. Размер соответственной премии определялся в 340 руб. Срок представления сочинения на эту тему устанавливался не позднее 15 сентября 1899 г., причем особо оговаривалось, «что до тех пор, пока не будет представлено на нее вполне удовлетворительного сочинения, она объявляется, совместно с очередными темами и на все последующее трехлетие». Однако эта тема, в течение десятилетий оставалась за рамками научных интересов математиков, о чем свидетельствуют повторы ее объявления (например, в очередной раз объявленный в 1902 г. конкурс сочинений на тему «Разработка общей формулы А.Ю.Давидова в теории определенных интегралов (Математический сборник. 1882. Т.X. С.1–29).

Среди лауреатов премии имени А.Ю.Давидова пока удалось обнаружить только двух человек – канувшего в Лету, окончившего курс по математическому отделению Рихарда Егермана (в 1902 г.) и известного математика Николая Николаевича Лузина.

В 1902 г. физико-математический факультет на соискание премии А.Ю.Давидова объявил следующую тему сочинений по чистой математике «О функции, определяемой рядом, расположенным по целым положительным степеням переменного (В направлении исследований Hadamar'a)». Соответственно срок подачи сочинений – 15 сентября 1905 г.[23]

Одной из последних[24], возникших в недрах Московского математического общества и самой загадочной, оказалась премия по математике, учрежденная в память еще одного президента Математического общества – Николая Васильевича Бугаева. Эта премия отличалась от двух предыдущих тем, что она имела конкретный статус – премии Московского математического общества, а не размытый – премии Императорского Московского университета.

История появления этой премии и ее существования носит поистине детективный характер. В течение десятилетия хранились и приумножались средства на эту премию, но нам так и не удалось установить ни одного ученого, получившего ее.

18 ноября 1903 г., почти сразу же после кончины президента Московского математического общества Николая Васильевича Бугаева, его преданные ученики П.А.Некрасов (1853–1924) и Л.К.Лахтин (1863–1927) выступили на заседании Общества с предложением «учредить подписку для образования при Московском математическом обществе премии имени Бугаева за труды в области аритмологии и поручить бюро Общества выработать текст приглашения к подписке»[25]. Это предложение было поддержано, и П.А.Некрасов, совмещавший тогда пост президента Общества и должность попечителя Московского учебного округа, тотчас перешел к действиям.

Менее чем через десять дней после заседания, 27 ноября 1903 г., был подготовлен текст следующего содержания:

«Минувшею весной скончался заслуженный ординарный профессор Московского университета, президент Московского математического общества Николай Васильевич Бугаев. Его научная, учебная и общественная деятельность обнимала период свыше 40 лет. Для семьи русских математиков, вышедших из Московского университета, он был учителем в высоком смысле слова: это был человек беззаветно преданный служению науке и Родине.

При своей обширной эрудиции и богатых природных дарованиях Николай Васильевич оставил много трудов почти во всех отделах математики и в философии. Наиболее ярко его научная деятельность проявилась в разработке теории чисел, или, как ее называл Николай Васильевич, в аритмологии.

Свой взгляд на эту область он впервые публично высказал в своей вступительной университетской лекции в 1865 г. Он указывал в этой речи, что аритмология должна занять в математике самостоятельное положение, равноправное с анализом. Над осуществлением этой мысли Николай Васильевич работал всю жизнь и целым рядом научных исследований подтвердил и расширил взгляд, высказанный в юности.

Благодаря его трудам, аритмология вступила в новую фазу своего развития. Как бы завершая свою долгую работу, на склоне лет, Николай Васильевич еще раз вернулся к теме своей вступительной лекции, и в сильной речи на Цюрихском конгрессе и на X съезде естествоиспытателей в Киеве изложил в определенных чертах свой взгляд на значение аритмологического миросозерцания.

Высоко ценя память своего незабвенного президента, товарища и почти общего учителя, члены Математического общества единодушно сошлись в желании учредить премию имени Николая Васильевича за лучшие сочинения по аритмологии. Цель премии — привлечь молодые русские ученые силы к изучению и дальнейшей разработке той области математики, которая так много обязана своим развитием Николаю Васильевичу и которую он ценил особенно высоко.

Без сомнения, разработка идей учителя есть лучшее выражение нашего уважения к его памяти.

Для составления капитала премии Н.В.Бугаева члены Математического общества открыли между собою подписку, в которой тотчас же приняли участие все находившиеся в заседании Общества 18 ноября 1903 г. Полагая, что и не бывшие в этом заседании московские и иногородние, сочувствуя цели подписки, пожелают принять в ней участие, Общество постановило разослать настоящее приглашение к своим членам с просьбой о присылке заявлений и взносов на премию Николая Васильевича Бугаева к казначею Общества Петру Васильевичу Преображенскому (Москва, Большая Грузинская ул., д. Университета). Имея в виду многочисленность учеников и почитателей Николая Васильевича, Общество в то же время возбуждает ходатайство о разрешении всероссийской подписки на означенную премию.

Президент Московского математического общества
27 ноября 1903 г. П.Некрасов»[26]

5 декабря 1903 г. этот текст был отправлен ректору Московского университета со следующим сопроводительным письмом:

«Милостивый государь Александр Андреевич,
препровождая при сем состоящего при Императорском Московском университете прошения Математического общества от 27 ноября 1903 г. о желании сего общества учредить премию имени Николая Васильевича Бугаева за лучшие сочинения по аритмологии, честь имею уведомить Ваше Превосходительство, что ближайшие сотрудники Николая Васильевича открыли между собою подписку на эту премию. Покорнейше прошу Вас, если найдете возможным сообщить об этом сотоварищам покойного Николая Васильевича Бугаева, преподающим в Московском университете на тот случай, если бы они пожелали участвовать в этой подписке.

П.Некрасов, 5 декабря 1903 г.»[27]

Ректор поддержал просьбу математиков и направил соответствующее прошение дальше по более высоким инстанциям. Однако ответ, полученный из Министерства народного просвещения 14 марта 1903 г., был неожиданным, поскольку содержал отказ:

«Господину
Попечителю Московского учебного округа

Вследствие представления от 15-го декабря 1903 г. по вопросу об открытии всероссийской подписки для учреждения премии Николая Васильевича Бугаева за лучшее сочинение по аритмологии, уведомляю Ваше Превосходительство, что Министерство внутренних дел с коим я входил в сношение по сему делу, ввиду чрезвычайных обстоятельств, вызванных последними событиями на Дальнем Востоке, признало несвоевременным открытие теперь всероссийской подписки на указанную цель[28].

За временного управляющего
Министерством народного просвещения
Ренар»[29].

Отказ, несомненно, огорчил П.А.Некрасова. Однако он был не тем человеком, который пасовал перед неудачей. П.А.Некрасов не терял надежды и повторил свою просьбу, несколько скорректировав ее. 7 апреля 1904 г. он отправил в Министерство следующее письмо-прошение:

«Господину временно
управляющему Министерством народного просвещения

...

Ввиду указанной Министерством внутренних дел затруднительности при настоящих обстоятельствах военного времени разрешить всероссийскую подписку на учреждение при Московском математическом обществе премии имени покойного президента сего Общества заслуженного профессора Московского университета Николая Васильевича Бугаева я позволяю себе обратиться к Вашему Превосходительству с покорнейшей просьбой возбудить ходатайство о разрешении с указанной целью ограничительной всероссийской подписки лишь в средних и высших учебных заведениях и состоящих при них учреждениях.

Вместе с сим долгом считаю доложить Вашему Превосходительству, что мотивом к возбуждению сего ходатайства может служить, по мнению моему то обстоятельство, что в указанных учебных заведениях и учреждениях имеется большое число учеников и почитателей Николая Васильевича Бугаева, для которых было бы очень дорого увековечить память об этом выдающемся деятеле, много потрудившемся на пользу русской науки и педагогического дела в России.

К сему долгом считаю присовокупить, что если бы и это ходатайство было при настоящих условиях несвоевременным, то Математическое общество просит дозволить возбудить таковое при более благоприятных обстоятельствах»[30].

В это время на заседании Московского математического общества 20-го апреля этого же года докладывается об отказе, полученном сверху[31]. Математики опечалены, но ненадолго. 6 мая 1904 г. также неожиданно получен ответ от товарища министра, который премии имени Н.В.Бугаева дал уже зеленый свет.

«Господину попечителю
Московского учебного округа

Уведомляю Ваше Превосходительство, что, по соглашению с Министерством внутренних дел, я разрешаю Московскому математическому обществу открыть подписку в средних и высших учебных заведениях Империи и состоящих при них учреждениях для учреждения премии имени умершего президента названного Общества Николая Васильевича Бугаева»[32].

И с осени 1904 г. вопрос о премии становится одним из центральных на заседаниях Московского математического общества. Приведем краткие выписки из протоколов заседаний, состоявшихся в 1904–1905 гг.

21 сентября 1904 г. определено при выпуске в продажу Сборника в память Н.В.Бугаева имеющийся получиться доход обратить в фонд премии имени Н.В.Бугаева и разрешить Л.К.Лахтину выпустить в продажу оттиски прочитанной им в заседании Общества биографии Н.В.Бугаева, с обозначением на них, что доход от продажи издания предназначается на усиление того же фонда[33].

19 октября 1904 г. секретарь доложил заключение Совета Общества по вопросу об условиях премии имени Н.В.Бугаева, после чего П.А.Некрасов прочел составленную им записку. Самая записка приложена к настоящему протоколу и хранится в делах Общества. После прений, в которых принимали участие К.А.Андреев, Е.А.Болотов, Д.Ф.Егоров, Н.Е.Жуковский, П.А.Некрасов и П.В.Преображенский, единогласно определено принять, что премия имени Н.В.Бугаева должна быть назначаема за лучшие сочинения по математике, причем преимущество должно отдаваться исследованиям, имеющим отношение к трудам Н.В.Бугаева. Темы для сочинений не указываются Обществом. Сочинения могут быть представляемы их авторами к заранее установленному сроку печатными или в рукописи; в последнем случае имя автора может быть скрыто под девизом. Независимо от этого, сочинения могут быть рекомендуемы для соискания премии и всеми членами Московского математического общества. Премия может быть присуждена только лицам, не имеющим степени доктора, за сочинения, написанные на русском языке[34].

21 декабря 1904 г. П.А.Некрасов представил квитанцию магазина Карбасникова в получении 100 экземпляров книги «Московская философско-математическая школа и ее основатели», заявляя, что доход от продажи означенных книг жертвуется им в капитал премии имени Н.В.Бугаева. Определено: благодарить П.А.Некрасова за его пожертвование[35].

18 января 1905 г. определено: на рассылаемом приглашении к подписке на премию имени Н.В.Бугаева напечатать объявление об изданном Обществом сборнике речей, произнесенных в заседании в память Н.В.Бугаева[36].

26 апреля 1905 г. определено: разослать при ближайшем выпуске «Сборника» отчет о подписке на премию Н.В.Бугаева[37].

21 февраля 1906 г. Доложен отчет по фонду премии имени Н.В.Бугаева к 17 января 1906 года. Постановлено: поручить Бюро Общества выработать проект устава премии имени Н.В.Бугаева[38].

7 ноября 1906 г. Заслушано заключение членов ревизионной комиссии об отчете казначея Общества по фонду премии имени Н.В.Бугаева[39].

Наконец, 13 декабря 1906 г. Положение о премии имени Н.В.Бугаева утверждено.

27 февраля 1907 г. об этом доложено на заседании Московского математического общества, принято постановление напечатать это положение в «Математическом сборнике» и разослать во все университеты и другие высшие учебные заведения[40].

Положение хранится в фонде Центрального государственного архива Москвы. Оно полностью совпадает с тем, что было опубликовано в «Математическом сборнике. Отличие состоит лишь в том, что архивный документ подписан директором Департамента народного просвещения М.Андрияновым, а в опубликованной версии указано, что Положение утверждено товарищем министра О.Герасимовым. Приведем текст этого документа полностью:

«Положение о премии имени Николая Васильевича Бугаева

1. Для увековечения памяти покойного президента Московского математического общества Николая Васильевича Бугаева учреждается при Обществе премия его имени.

2. Капитал премии составляется из собранной между учениками и почитателями Николая Васильевича Бугаева суммы, заключающейся в свойствах крестьянского поземельного банка в 2000 руб. номинально, а также и из могущих поступать пожертвований.

3. Капитал премии хранится в Московском губернском казначействе.

4. Премия присуждается через каждые три года за лучшие сочинения по математике, причем преимущество отдается исследованиям, имеющим отношение к трудам Н.В.Бугаева.

5. Сочинения для соискания премии Н.В.Бугаева представляемы в Общество к сроку, назначенному обществом на каждое трехлетие и объявленному в Математическом сборнике.

6. Сочинения на премию могут быть подаваемы или напечатанными или в рукописи. В последнем случае имя автора может быть скрыто под девизом.

7. Премия может быть присуждаема за сочинения, не представленные авторами, но признанные обществом достойными награды.

8. Премия может быть присуждаема только лицам, не имеющим степени доктора, за сочинения, написанные на русском языке.

9. Составление отзыва о сочинениях, представленных на премию, Общество поручает или одному из своих членов или особо избранной для того комиссии.

10. Вопрос о присуждении премии окончательно решается в заседаниях Общества.

11. Размер премии определяется каждый раз особым постановлением Общества, но не должен быть менее 200 руб.

12. Могущие образоваться при выдаче премии остатки, по постановлению Общества или причисляются к основному капиталу или поступают на усиление премии в следующем трехлетии.

13. Такой же порядок соблюдается в том случае, если премия за какое-нибудь трехлетие останется не присужденной.

14. В случае, если капитал премии достигнет достаточного для того размера, премия может быть присуждаема одновременно двум или большему числу лиц, сочинения которых будут признаны Обществом достойными награды».

Итак, все утверждено и опубликовано. Оставалось только ждать поступления работ на соискание премии. Однако проходили годы, но никаких сочинений, судя по протоколам заседаний Математического общества, не поступало и обсуждение вопроса сводилось лишь к финансовым отчетам, в которых приводился, например, такой факт: «27 января 1909 г. Общество имело квитанцию Волжско-Камского коммерческого банка на принадлежащую Обществу сумму 7789 руб. номинальных, причем в эту сумму входит и фонд премии имени Н.В.Бугаева»[41]. 20 сентября 1911 г. на накопившиеся наличные деньги фонда имени Н.В.Бугаева поручено казначею приобрести свидетельство крестьянского земельного банка[42]. Отчеты о фонде премии Н.В.Бугаева заслушивались также в декабре 1911 г.[43], в декабре 1912 г.

К сожалению, кроме этих финансовых отчетов, о премии имени Н.В.Бугаева практически ничего неизвестно. Остается высказать предположение, что она так и не нашла своего адресата. Возможно, присуждение премии откладывалось по ряду обстоятельств. Время инициативы ее учреждения совпало с Русско-японской войной, студенческими беспорядками в Московском университете и Первой русской революцией 1905 г. Известно, что после наступления сравнительной стабильности в стране и университете деньги были собраны. Так, в протоколе заседания Московского математического общества 1913 г. говорится о приобретении из сумм «Бугаевского фонда» 2-х билетов Крестьянского Поземельного банка (по 100 р.)[44]. То есть, к 1913 г. необходимая сумма, перекрывающая минимальный размер премии 200 рублей, имелась. 26 февраля 1913 г. на очередном заседании Математического общества наконец было принято решение опубликовать объявление о премии имени Н.В.Бугаева с конкретной датой представления сочинений – 1 января 1916 г.[45]. На этом, увы, известная нам история о премии имени Н.В.Бугаева заканчивается.

В заключение нельзя не отметить, что все это время в «Математическом сборнике» продолжали публиковаться объявления о премии имени А.Ю.Давидова. Так, в 1906 г. «От Московского математического общества объявлялось, что для соискания премии имени А.Ю.Давидова, бывшего заслуженного профессора Императорского Московского университета и президента Московского математического общества назначаются 2 темы: «Разработка общей формулы А.Ю.Давидова в теории определенных интегралов» и «Электромагнитная масса». Сочинения должны были быть доставлены декану физико-математического факультета Московского университета не позднее 15 сентября 1908 г.»[46]. В протоколе заседания от 18 декабря 1912 г. говорится, что:

«Комиссия по назначению премии имени А.Ю.Давидова в составе представителей физико-математического факультета К.А.Андреева, Л.К.Лахтина и Д.Ф.Егорова и представителей Общества Б.К.Млодзеевского и А.К.Власова довела до сведения Общества об избранной ею теме на премию «Разложение функций в тригонометрические ряды в связи с новейшими исследованиями в области расширения понятия об интеграле»[47].

А в 1915 г. Н.Н.Лузин закончил свое исследование «Интеграл и тригонометрический ряд», опубликованное в первом выпуске «Математического сборника» в 1916 г., поэтому премия была присуждена ему[48].

На фоне изложенных в повествовании событий, на наш взгляд, вопрос об истории премии имени Н.В.Бугаева выглядит не только не вполне выясненным, но главное заключение состоит в том, что в силу каких-то обстоятельств незаслуженно была проигнорирована сама личность талантливого ученого. В связи с этим невольно возникает вопрос о восстановлении исторической справедливости, и, быть может, таким актом спустя 150 лет после рождения Общества явилось бы присвоение безымянной ныне премии, «присуждаемой молодым ученым за работу или цикл работ по математике», статуса премии имени Н.В.Бугаева?

Примечания

[1] Сборник сведений о стипендиях, пособиях и премиях, находящихся при Императорском Московском университете. М., 1901. С.144–146.

[2] Сборник сведений о стипендиях, пособиях и премиях, находящихся при Императорском Московском университете. М., 1901. С.144–146.

[3] Речь и отчет, читанные в торжественном собрании Московского университета 12-го января 1882 г. С.81.

[4] Отчет о состоянии и действиях Императорского Московского университета за 1885 г. М., 1887. С.42

[5] Речь и отчет, читанные в торжественном собрании Московского университета 12-го января 1886 г. С.81.

[6] Рецензия дана Н.В.Бугаевым в «Отчете Московского Университета» за 1888 г.

[7] Отчет о состоянии и действиях Императорского Московского университета за 1887 г. М., 1890. С.41.

[8] Отчет о состоянии и действиях Императорского Московского университета за 1891 год. М.: Университетская типография, 1893. С.28.

[9] Отчет о состоянии и действиях Императорского Московского университета за 1902 год. М.: Университетская типография, 1903. С.33–34.

[10] *Ожигова Е.П.* Развитие теории чисел в России. Изд.2. М.: Едиториал УРСС, 2003. С.250.

[11] ЦГАМ. Ф.418. Оп.216. Д.14. (о присуждении Назимову премии имени Н.Д.Брашмана).

[12] Отчет о состоянии Императорского Московского университета за 1892 год. М.: Университетская типография, 1893. С.28.

[13] ЦГАМ. Ф.418. Оп.61. Д.485 (о присуждении премии Н.Д.Брашмана).

[14] Отчет о состоянии и действиях Императорского Московского университета за 1895 год. М., 1897. С.29.

[15] Отчет о состоянии Императорского Московского университета за 1892 год. М.: Университетская типография, 1893. С.59.

[16] Отчет о состоянии и действиях Императорского Московского университета за 1896 год. М., 1898. С.99.

[17] Об учреждении при Императорском Московском университете единовременной денежной премии имени А.Ю.Давидова. Высочайшее повеление от 22-го января 1897 г. // Журнал Министерства народного просвещения. Спб., 1897. Часть CCCXII. С.39.

[18] Сборник сведений о стипендиях, пособиях и премиях, находящихся при Императорском Московском университете. М., 1901. С.174–176.

[19] Сборник сведений о стипендиях, пособиях и премиях, находящихся при Императорском Московском университете. М., 1901. С.174–176.

[20] Математический сборник. Т.20. №1. С.IX–XII.

[21] Сборник сведений о стипендиях, пособиях и премиях, находящихся при Императорском Московском университете. М., 1901. С.174–176.

[22] Сборник сведений о стипендиях, пособиях и премиях, находящихся при Императорском Московском университете. М., 1901. С.174–176.

[23] Видимо, за эту тему Лузин получил премию.

[24] После была еще попытка учредить премию имени Умова...

[25] Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1904. Т.4. №4. С.692–713. С.706.

[26] ЦГАМ. Ф.459. Оп.2. Д.5633. Об учреждении премии им. Н.В.Бугаева. 1903–1907. Л.2.

[27] ЦГАМ. Ф.459. Оп.2. Д.5633. Об учреждении премии им. Н.В.Бугаева. 1903–1907. Л.1.

[28] ЦГАМ. Ф.459. Оп.2. Д.5633. Об учреждении премии им. Н.В.Бугаева. 1903–1907. Л.1.

[29] ЦГАМ. Ф.459. Оп.2. Д.5633. Об учреждении премии им. Н.В.Бугаева. 1903–1907. Л.1.

[30] ЦГАМ. Ф.459. Оп.2. Д.5633. Об учреждении премии им. Н.В.Бугаева. 1903–1907. Л.8.

[31] 20 апреля 1904 г. Секретарь доложил, что г. попечитель Учебного округа сообщил, что ввиду чрезвычайных обстоятельств, вызванных событиями на Дальнем Востоке, Министерство признало несвоевременным открытие теперь всероссийской подписки на премию Н.В.Бугаева. (Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1904. Т.4. №4. С.692–713. С.712.)

32 ЦГАМ. Ф.459. Оп.2. Д.5633. Об учреждении премии им. Н.В.Бугаева. 1903–1907. Л.8.

33 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1906. Т.25. №4. С.709–726. С.710.

34 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1906. Т.25. №4. С.709–726.

35 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1906. Т.25. №4. С.709–726. С.714.

36 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1906. Т.25. №4. С.709–726. С.714.

37 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1906. Т.25. №4. С.709–726. С.716.

38 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1906. Т.25. №4. С.709–726.

39 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1908?. Т.26. №4. С.629–638. С.630.

40 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1908?. Т.26. №4. С.629–638. С.633.

41 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1911. Т.27. №4. С.580–596. С.584.

42 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1912. Т.28. №4. С.580–596. С.551.

43 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1912. Т.28. №4. С.580–596. С.551.

44 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1915. Т.29. №4. С.474.

45 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1915. Т.29. №4. С.471.

46 Математический сборник. 1906. Т.25. №4.

47 Извлечение из протоколов заседания Московского математического общества // Математический сборник. 1915. Т.29. №4. С.466–467.

48 См.: Отчет Московского университета за 1915–1917 гг.

ГЕОРГ КАНТОР ИЗ ПЕТЕРБУРГА. ДЕТСТВО И ИСТОРИЯ СЕМЬИ. АРХИВНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ

Г.И.Синкевич

Георг Фердинанд Луи Филипп Кантор родился в Петербурге 3 марта (19 февраля по старому стилю) 1845 г. в семье Георга Вольдемара Кантора и Марии Кантор-Бем. Стояла холодная погода – минус 8–10 градусов по Реомюру (10–13 по Цельсию), дул слабый ветер, небо было закрыто облаками.

Георг был первым долгожданным ребенком, родившимся на третий год после свадьбы родителей. Вот что пишет о нем отец в 1851 г.: «Старшего, семилетнего зовут Георг Фердинанд Луи Филипп, он одарен от природы стремлением к порядку, преобладающим надо всем остальным, по характеру сангвиник» [1].

Его отец, Георг Вольдемар Кантор, купец и маклер, приехал в Петербург из Копенгагена. Его мать, Мария Кантор-Бем, родилась в Петербурге в семье скрипачей.

Семья жила на Васильевском острове, на 11 линии в доме купца Траншеля[1] [2].

При доме был красивый сад работы садовника Гердеса, и в саду играли дети Канторов.

Из этого дома отец семейства Георг Вольдемар Кантор ходил на стрелку Васильевского острова, где он был маклером на Бирже, и по Благовещенскому мосту к Исаакиевской площади в Торговый дом Сарептского общества[2], с которым он сотрудничал. В отделе рукописей РНБ сохранилось письмо Георга Вольдемара Кантора 1851 г., в котором он описывает «суровую суматоху своей жизни», изматывающую конкуренцию, свою апатию, своих детей, гостей дома, холодные зимние вечера, отварную говядину на ужин и кипящий самовар.

В 1846 г. родился второй мальчик – Луи Густав (Леля).

Из письма Георга Вольдемара Кантора кузену Дмитрию Мейеру в 1851 г.: «Леля или собственно Луи Густаф, второй мальчик шести лет от роду, обладает необычайной бойкостью языка (зачастую не лишенной логики), темпераментом холерика и бывает порой до отчаяния упрямым».

В 1847 г. у Георга Вольдемара Кантора обострилась чахотка[3], и он с супругой отправился на лечение в Италию. Детей они оставили на попечение живших рядом Анастасии и Осипа Гримм – тетки Георга Вольдемара Кантора и ее мужа, скрипача.

Как пишет Георг Вольдемар своему кузену, «После того, как я в сопровождении моей супруги предпринял длительное путешествие по южной Европе для обуздания приобретенной в трудах (а не врожденной) чахотки, после долгого пребывания в Пизе и «бэлла Венеции», я осенью 47-го, истощенный еще более чем до поездки, спешно возвратился в Петербург для того лишь, чтобы принять благословение и испустить последний вздох в окружении своих двух детей[4]». Но здоровье вернулось к нему, а вслед за ним работоспособность и благосостояние.

В 1848 г. в семье Канторов родилась София. В конце 1849 г. родился четвертый ребенок – Константин Карл[5]. Из цитированного письма Георга Вольдемара Кантора кузену: «Девочку, которой скоро исполнится 4 года, зовут Софией, она нежное, прелестное и к тому же интеллигентное создание. Константин Карл – последний мальчик 2-х лет; его характер пока не определился».

Впоследствии София прекрасно рисовала и именно она увлекла взрослого Георга Кантора изучением Шекспира. Константин Карл стал хорошим пианистом, а потом капитаном кавалерии.

В этом же доме с 1850 г. поселился П.Л.Чебышев, позже – его друг О.И.Сомов, университетские профессора-математики [2].

Выходя из дома, Чебышов и Сомов могли видеть, как в саду играли дети Канторов, и слышать, как из их окон доносится музыка.

Жена Георга Вольдемара Кантора, Мария Кантор, урожденная Бем, происходила из знаменитой музыкальной семьи. Она была обаятельна, приветлива и артистична, играла на скрипке. Их дом был открыт для гостей. К ним приходили друзья-музыканты, звучала музыка. Дети учились у нее игре на скрипке и фортепиано. Георг Кантор сохранил любовь к скрипичной музыке на всю жизнь, а в студенческие годы со своими друзьями даже организовал струнный квартет [4, с.278].

Впоследствии Георг Кантор сожалел, что отец не позволил ему стать скрипачом [5, с.278].

В гости приходил брат Марии скрипач Людвиг Бем; тетя Георга Вольдемара Анастасия Гримм со своим мужем скрипачом Осипом; дядя Георга Вольдемара, скрипач Гартвиг Мейер, который в гостях у племянника любил выкурить гаванскую сигару. Приходили его дочери, кузины Георга Вольдемара, Маша и Мила. Приходила Анна, сестра Марии, и ее тетя Юстина Моравек, служившие камерюнгферами[6] при дворе Великой княгини Марии Николаевны. Приходил скрипач и композитор Людвиг Маурер, друг покойного отца Марии Кантор-Бем. Приходил друг Георга Вольдемара Кантора, маклер Чарльз Моберли.

Когда Георгу исполнилось восемь лет, его и брата отдали учиться в Петришуле (Невский проспект, д.22), Главное Немецкое училище при лютеранской церкви св. Петра. Оно было основано в 1709 г. для многочисленного немецкоязычного населения Петербурга. Здание сохранилось в перестроенном в 1830-е гг. виде. За зданием церкви находится школа.

Преподавание было на высоком уровне, многие, не только немцы, старались отдать детей туда учиться. В школе было 15 классов, в каждом классе от 20 до 70 человек, были классы для мальчиков и классы для девочек. В классе Кантора было 67 учеников.

В первом классе изучали религию, русский, немецкий, французский, арифметику, каллиграфию, географию, рисование; по желанию – английский и латынь[7]; во втором классе – религию, русский, немецкий, французский, арифметику, каллиграфию, рисование.

Первый семестр Георг Кантор учился очень хорошо, у него были прекрасные отметки: религия – 4, русский язык – 5, французский – 4, арифметика – 5 [6]. Но во втором (весеннем) семестре 1853 г. все стало очень плохо: религия – 3, 2, 2, русский – 3, 2, 2, арифметика – 4, 3, 3, 2, другие предметы – 3, 2, 2, 2. Средний балл «2,2» [7]. Возможно, это было связано с болезнью отца, или другими семейными проблемами, а быть может, это был первый эпизод депрессии.

В классе, где учился Георг Кантор, чистописание (каллиграфию) вел И.Лагузен, и отметки Кантора были 3,5 и 4; французский – Г.Лаланс, закончивший это же училище, он ставил Кантору отметки от 3 до 4,5; К.Лиммерих, вел географию, и по ней у Кантора были одни пятерки. Рисование вел В.Папе, и оценки у Кантора были 4 и 5. Грамматику немецкого языка вел Р.Шульце, отметки 4,5 и 5. Русский язык вел Д.Ульянов. По этому предмету отметки у Кантора были от 3 до 4,5. Латынь Кантор не посещал.

Математику в первом и втором классе вел Ф.Фейхтнер. Он составил для учеников таблицу Российских монет, мер и весов. Георг Кантор имел по математике пятерки, изредка четверки.

В списке учеников 1854 г второго класса – Георг Кантор, девяти лет; религия семьи – лютеранская и католическая, из купеческой семьи, родился в Петербурге, проживает у себя; в первом классе – его младший брат Людвиг Кантор, 8 лет [8].

В эти годы семья переехала на Большую Конюшенную улицу в четырехэтажный дом Жадимировского, поближе к школе[8]. Современный адрес: Большая Конюшенная, д.1.

В третьем классе математику у Георга Кантора стал вести) В.Зарнов. В курс математики входила арифметика, наука о торговле и бухгалтерия. Зарнов был известен как составитель таблиц для вычисления процентов по банковским билетам [9]. Оценки Кантора по математике заметно улучшились [10].

К концу 1 семестра 1856 г. у Кантора самым успешным предметом была география, затем математика и немецкая грамматика, потом религия, французский, каллиграфия и менее всего русский язык [10].

К сожалению, чахотка, которой был болен отец Георга, Георг Вольдемар Кантор, сделала невозможным его пребывание в суровом климате Петербурга. Помимо этого, в России начинался финансовый кризис, с воцарением Александра II усложнились условия торговли.

4 мая 1856 г. Георг Вольдемар Кантор просит 1 год отпуска для отъезда за границу: «Вследствие просьбы биржевого маклера Георга Кантора, имеющего надобность отправиться на один год за границу, Биржевой комитет не находя со своей стороны препятствия к увольнению Кантора в отпуск имеет честь донести о том Департаменту Внешней торговли» [11].

В 1856 г. семья Канторов уехала из Петербурга в Германию.

Линия матери

Мать Георга Кантора – Мария Бем (Maria Böhm) – родилась в семье петербургских скрипачей Франца Бема (Franciscus Böhm) из Венгрии и Марии Моравек (Maria Moraweck, Morawech, Morawek) из Вены. Франц и Мария Моравек познакомились и поженились в Петербурге. Вот как это было.

В венгерском городе Пеште (Pest) в семье Михаэлиса Бема и Анны Дорфмейстер (Michaelis Böhm & Anna nata Dorfmeister) [12] родились два сына – в 1788 г. Франц, а в 1795 г. – Йозеф. Оба стали скрипачами, но не на своей родине, а в других городах – в Петербурге Франц и в Вене – Йозеф. Франц, Йозеф и Мария Моравек учились игре на скрипке у Пьера Роде [5, с.278].

Йозеф Бем. Йозеф стал солистом Придворной капеллы в Вене, профессором Венской консерватории, писал скрипичные пьесы. Он считается основоположником венской скрипичной школы, среди его воспитанников – такие известные скрипачи, как Й.Иоахим, Я.Донт, Э.Раппольди, Э.Ременьи и его племянник из Петербурга Людвиг Бем, впоследствии профессор Петербургской консерватории. Йозеф Бем был близко знаком с Ф.Шубертом и Л. ван Бетховеном, принимал участие в авторском концерте Шуберта, ему Бетховен поручил исполнение своих последних квартетов [13].

Франц Бем, первый скрипач Императорских театров в Петербурге.

Известный скрипач Пьер Роде служил в Петербурге с 1803 по 1807 г., и в это время у него учились юные Франц Бем, Йозеф Бем и Мария Моравек. Георг Кантор в письме к П.Таннери в 1896 г. вспоминал: «Мои дедушка и бабушка Франц и Мария Бем, урожденная Моравек, из школы француза Роде в Санкт-Петербурге, в 20-е и 30-е годы были императорскими скрипачами-виртуозами и вызывали восхищение в музыкальных кругах, а мой двоюродный дед Йозеф Бем, тоже ученик Роде, основал в Вене известную скрипичную школу, из которой вышли Иоахим, Эрнст, Зингер, Хельмесбергер (отец), Л.Штраус[9], Раппольди» [5, с.278].

В 1809 г. Франц Бем поступил скрипачом на службу в Императорские театры Петербурга. Директор конторы Императорских театров А.Л.Нарышкин, ценитель музыки и знаток людей, разглядел в двадцатилетнем венгре талант и сильный характер. Франца сразу взяли солистом [14].

Мария Моравек. С 1797 г. в Петербурге жила чешская семья придворного метрдотеля Леопольда Моравека из Вены [15], среди восьмерых детей были дочери Мария 1795 г. рождения и София 1798 г. рождения. Семья была обеспеченная, дети получили хорошее воспитание, а Мария была талантливой скрипачкой. Она играла настолько хорошо, что с 17-летнего возраста начала давать концерты. Закончилась война с Наполеоном, и юная Мария Моравек дает объявление в газете: «Девица Мария Моравек честь имеет известить, что 18 декабря сего года будет дан ею в Филармоническом зале большой вокальной и инструментальной концерт, в котором играть она будет на скрипке»[10], арендует большой зал. Видимо, концерт прошел успешно, потому что в следующем году она дает два концерта, в феврале 1814 г. выступает вдвоем с Францем Бемом, а 8 июля 1814 г. она выходит за него замуж.

В метрической книге католического костела Св.Екатерины Санкт-Петербурга имеется запись: «Франц Бем из Песта, Венгрия, сын Михаэлиса и Анны урожденной Дорфмейстер сочетается браком с девицей Марией Моравек, дочерью Леопольда и Анны урожденной Мако Гросентес. Свидетели Фердинандус Гиделло и Иоганнес Ронко» [12].

Ни юный возраст, ни рождение детей не помешали Марии Бем давать ежегодные концерты во время поста. Последний раз она играла с мужем 3 марта 1822 г. В мае 1823 г. Мария умерла от грудной болезни. Ей было 28 лет. Франц Бем остался с четырьмя детьми – Адольфом, Анной, Марией и Софией. Он продолжал служить первым концертистом Императорских театров, играл в оркестре и давал концерты [16]. Франц Бем женился второй раз в 1824 г. на сестре Марии – Софии (1798–1866) [17]. От этого брака родилось трое детей: Людвиг, Юлия и Максимилиан.

Франц Бем был учителем многих известных музыкантов – среди них композиторы М.И.Глинка, А.Н.Верстовский, А.Ф.Львов, даже члены царской семьи [18, с.73]. Глинка написал для Бема в 1836 г. соло в опере «Иван Сусанин» [19, с.272].

В петербургских изданиях много восторженных рецензий на концерты Бема. Очень любил его В.Ф.Одоевский, называя лучшим из скрипачей, а смычок Бема называл «Шелковым луком Амура» [20, с.107].

Более чем 30 лет Бем был первым солистом Петербурга. Франц Бем умер 16 февраля 1846 г. в возрасте 57 лет от «ослабления нервов». Сообщение о его смерти помещено в газете «На днях умер, в С-Петербурге, к общему сожалению всех знавших его и многочисленных чтителей его необыкновенного таланта первый концертист Императорских театров Франц Бем, принадлежавший к числу примечательнейших виртуозов на скрипке» [21]. Похоронен на Смоленском кладбище в Петербурге.

В Русском музее есть картина Григория и Никанора Чернецовых «Парад на Царицыном лугу» 1837 г. На переднем плане – группа горожан, любующаяся парадом. Среди них Пушкин, Жуковский, Крылов, дворяне, артисты, художники, музыканты – всего 223 человека – весь цвет Петербурга. Правее группы с Пушкиным в группе музыкантов и артистов стоит Франц Бем (персонаж №185 по росписи).

Мария Кантор-Бем. Мать Георга Кантора, Мария Бем, дочь Франца и Марии, была трехлетним ребенком, когда умерла ее мать. Заботу о детях приняла София Моравек, сестра Марии Моравек, ставшая женой Франца год спустя. Семья жила рядом с Театральной площадью, вокруг жили многодетные семьи артистов и музыкантов. Вместе устраивали праздники для детей, домашние концерты. Мария была приветливой, доброжелательной, играла на скрипке. Однажды в их дом пришел сослуживец Франца Бема, тоже скрипач Императорского оркестра лютеранин, датчанин Гартвиг Мейер (Gartvig Meyer), живший неподалеку. С ним пришел его племянник, молодой образованный купец из Копенгагена, Георг Вольдемар Кантор. Мария и Георг понравились друг другу, а потом в 1842 г. поженились. Она была католичкой, он – лютеранином. Как же он оказался в Петербурге?

Линия отца

Георг Кантор писал к Полю Таннери 6 января 1896 г.: «Мой покойный отец, умерший в Германии в 1863 г., Георг Вольдемар Кантор, ребенком приехал с матерью в Санкт-Петербург и сразу же был окрещен в лютеранство. Но родился он в Копенгагене (я не знаю точно в каком году, приблизительно между 1810 и 1815 г.), родился у еврейских родителей, принадлежавших там к португальской еврейской общине, и, следовательно, видимо, испано-португальского происхождения» [5, с.241].

В Петербург XVII–XVIII вв. охотно ехали купцы и специалисты. Требовались военные, моряки, инженеры, архитекторы, медики, музыканты, художники, ремесленники. Приезжало много датчан. Они селились на Васильевском острове, на линиях, ближайших к Бирже [22].

Абрам Мейер, купец из Копенгагена.

Престарелый купец из Копенгагена Абрам Мейер (ум. в 1801 г.), прадед математика Георга Кантора, жил в Санкт-Петербурге, встречая корабли со своим товаром.

В августе 1799 г. на рейде Кронштадта стоял датский галеот «Ди Фрау Мария».

На корабле был товар от нескольких купцов – кофе, сахар, имбирь, ром, вино, кардамон, гвоздика, ткани – всего на 138000 рублей.

Слева и справа от корабля место для прохода судов было свободно. Из Кронштадтской пристани выходил русский военный корабль, который ветром отнесло к галеоту. При сильном крене военный корабль задел галеот и висящим якорем пробил его борт. Так как тяжелые, весом до 4,5 тонн якоря висели снаружи, выдаваясь над бортом, такие аварии случались часто. Галеот, получив пробоину, быстро затонул.

Сразу же начались работы по его подъему и ремонту, люди не пострадали, но поднятые товары все промокли. Мокрый кофе начал дымиться, сахар размыло, вино вытекало из бочек. Продавать было уже нечего. Торговцы (на корабле находился товар 20 купцов) потерпели убытки, и Абрам Мейер в их числе [23].

Кто-то посоветовал Абраму Мейеру обратиться за помощью к Павлу I.

Старый купец пришел на аудиенцию, и о чем же он попросил? Устроить судьбу детей! У него было два сына – Осип и Гартвиг, и две дочери. В сентябре юношей определили придворными музыкантами, а 21 января 1800 г. вышел указ «Его Императорское Величество высочайше указать соизволил престарелого копенгагенского купца Меера Абрамова, проживающего ныне здесь на Санкт Петербурге, детей его на службу нигде не определенных Осипа и Гартвига Меера определить на службу по его величества на театральной дирекции музыкантами с жалованьем каждому по пятьсот рублей в год».

В 1801 г. после смерти Павла I на престол вступает Александр I, объявивший о сохранении всех пенсионов и выплат, назначенных его отцом. Ежемесячно он выдает деньги по прошениям, все это строго учитывается.

26 июня 1801 г. к нему приходит вдова только что умершего Абрама Мейера. Видимо, она в сильной нужде и долгах, потому что следует указ кабинета: «Снисходя на прошение вдовы Мейер, всемилостивейшее повелеваем выдать ей заимообразно две тысячи рублей, вычтя оные в четыре года, из жалованья двух ее сыновей камер-музыкантов Мейеров. Александр» [24].

Гартвиг Иоганн Мейер, придворный музыкант.

Двое сыновей престарелого копенгагенского купца остались служить придворными музыкантами. С ними жила престарелая мать и одна из сестер. Осип умер в 1803 г. Гартвиг Мейер, лютеранин, продолжает службу скрипачом в оркестре. Он женился на Шарлотте Вульф, родились дети: Гелена-Эмилия, Наталья-Мария, Дмитрий-Иосиф, Александр, Адольф. Восприемником (формальным крестным отцом) сына Мейера Александра был император Александр I.

Такую милость император часто оказывал служащим при дворе, она влекла за собой обязательство определить мальчика в службу, а девочке дать приданое. Правда, характерно это для приближенных к императору православных. Загадочное многолетнее покровительство сопровождало семью Мейеров, начиная с крушения галеота «Ди Фрау Мария».

Гартвиг Мейер служил музыкантом до 1828 г. Умер в 1867 г.

Дмитрий Иванович Мейер, профессор права, создатель российского гражданского права.

Прославил семью сын Иоганна Гартвига Дмитрий Мейер (1819–1856). Его называют отцом русской цивилистики. Закончил с золотой медалью Главный педагогический институт в Петербурге по курсу юридических наук. Был направлен на стажировку в Берлинский университет, где с 1842 по 1844 г. слушал лекции. В 1845 назначен в Казанский университет, работает как адьюнкт, а после защиты докторской «О древнем русском праве залога» в 1848 г. как профессор. В 1853 г. был избран деканом юридического факультета. В 1855 г. перевелся в Санкт-Петербургский университет. «Побуждает меня к тому желание служить в Петербурге как сосредоточии нашей умственной жизни, с которым я, притом, связан родственными отношениями» [25, с.11]. К сожалению, Дмитрий Иванович прочел только одну лекцию, 18 января 1856 г. он умер от чахотки. Похоронен на Смоленском кладбище. (Семьи Мейеров и Бемов хоронили там своих близких).

Вот некоторые воспоминания об этом замечательном человеке. «Студенты Казанского университета выносили из его лекций такую массу знаний, какой не получали в ту эпоху нигде слушатели. Кроме обширного материала, расположенного в строгой научной системе, лекции Мейера были проникнуты тем гуманным характером, тою смелостью чувств, которые должны были увлекательным образом действовать на учеников. Когда в 40-х годах с кафедры раздается голос протеста против крепостничества, чиновничьего взяточничества, против различия в правах по сословиям и вероисповеданиям – приходится заключить, что профессор обладал значительным гражданским мужеством. Смелое слово учителя не оставалось без влияния на учеников: известен случай, когда один из учеников Мейера отказался от выгодной покупки крепостных именно под влиянием впечатления, вынесенного из университета [26, с.34].

Писатель Лев Толстой был студентом Мейера: «Когда я был в Казани в университете, я первый год действительно ничего не делал. На второй год я стал заниматься. Тогда там был профессор Мейер, который заинтересовался мною и дал мне работу – сравнение «Наказа» Екатерины с «Esprit des lois» Монтескье. И я помню, меня эта работа увлекла, я уехал в деревню (летом 1846 г.), стал читать Монтескье, это чтение открыло мне бесконечные горизонты; я стал читать Руссо и бросил университет именно потому, что хотел заниматься» [27, с.148].

Свою библиотеку Мейер завещал Петербургскому университету. Сочинения Мейера переиздаются и поныне, его читают и изучают.

Анастасия Гримм, дочь Абрама Мейера, тетя Георга Вольдемара Кантора.

Даубен упоминает о тете Георга Вольдемара Кантора, которая в Петербурге вышла замуж за скрипача Йозефа (Осипа) Гримма [3, с.272]. Это был ее второй брак.

Сначала, приехав из Копенгагена, она приняла православие с именем Анастасия (Настасья) Михайлова, вышла замуж, потом овдовела. Вторично вышла замуж за скрипача Осипа Гримма в 1809 г. 3 ноября 1809 г. в Сергиевском соборе состоялось их венчание. «Капельмейстер Его Сиятельства господина военного Министра Графа Алексея Андреевича Аракчеева Осип Гримм состоящий в католическом законе без переменения онаго, с еврейскаго во святом крещении нареченную Анастасиею Михайловой, венчаны по указу С.Петербургской Духовной Консистории под № 3115 в Сергиевском всей Артиллерии Соборе 1809 года ноября 3 числа, жених первым, а невеста вторым браком» [28].

Йозеф и Анастасия жили на Васильевском острове недалеко от дома Канторов. Брак их был бездетным, сын Анастасии от первого брака из Петербурга уехал.

Очень возможно, что семья Гриммов приняла на себя заботу о юном Георге Вольдемаре Канторе – отце математика Георга Кантора. В пользу этого говорят следующие аргументы. Георг Вольдемар Кантор ребенком был привезен в Петербург матерью, и сразу окрещен в лютеранскую веру. Отец его, Якоб Кантор, возможно, остался в Копенгагене. О роли матери в жизни Георга Вольдемара нет никакой информации. Видимо, он рано осиротел. А вот ее родная сестра Анастасия Гримм, вероятно, заботилась о мальчике. Возможно, мальчик воспитывался в ее семье.

После женитьбы Георг Вольдемар Кантор с молодой женой поселился рядом с Гриммами, в доме неподалеку. Он передает привет от супруги и тети Гримм своему кузену Дмитрию Мейеру в письме к нему: «особые приветы от моей супруги и тети Гримм». Это детское именование – тетя Гримм, в одном ряду с супругой, говорит о том, что и в семье Канторов они играли роли одного ряда. В 1847 г. Георг Вольдемар, заболев чахоткой, едет с женой за границу, а двух малолетних детей – годовалого Густава и двухлетнего Георга – они оставляют в Петербурге. Кому? – наверное, тете Гримм.

В пользу близких отношений говорит и завещание Осипа Гримма Георгу Вольдемару Кантору, «вильманстрандскому и временному петербургскому купцу Егору Яковлеву сыну Кантору» [29], составленное 30 января 1854 г.

На следующий день после написания завещания, 31 января 1854 г., Осип Гримм умер от водяной болезни в возрасте 68 лет.

Имеется прошение Георга Вольдемара Кантора («Вильмастрандский и временно Ст.-Петербургский 3 гильдии купец Егор Яковлев Кантор») написанное по-русски 26 мая 1854 г. в Кабинет его Императорского величества о выдаче оставшегося жалования Осипа Гримма.

Размер остатка пенсиона Гримма был 57 рублей 39 копеек серебром. Кроме того, Кантор получил движимое имущество на 350 рублей, капитала наличного 33 рубля, 6 акций страхового от огня общества по 690 рублей каждая на 4140 рублей серебром, акции общества застрахования пожизненных доходов каждая по 81 рублю серебром на 648 рублей серебром, итого 5171 рублей серебром [29].

Анастасия Гримм умерла между 1851 и 1854 г. И она сама, и Йозеф Гримм опекали Георга Вольдемара, а он заботился о них в старости.

Мать Георга Вольдемара Кантора, дочь Абрама Мейера (имя неизвестно). Предположительно, Георг Вольдемар ребенком приехал с матерью и возможно, с отцом, в Санкт-Петербург, и оказался в евангелическом лютеранском приюте. Об этом написано у Даубена со ссылкой на Граттан-Гиннеса [30, с.348], который, в свою очередь, цитирует доклад Датского генеалогического общества[11]: «Хотя история семьи туманна, несомненно, что отец Кантора, Якоб, жил в Копенгагене. [...] Семья лишилась всего во время штурма [Копенгагена] и перебралась в Петербург, где мать Георга Вольдемара имела родню. Вследствие семейного бегства в Петербург воспитание и образование маленького Георга Вольдемара было вверено евангелической Лютеранской миссии. Что стало с его родителями тогда, неизвестно, хотя семья его матери, (семья Мейер), была, по некоторым сведениям, успешной и уважаемой в Петербурге. Сестра была замужем за Йозефом Гриммом (католиком), который был придворным камер-музыкантом, а у племянника было прочное положение профессора права в Казани. Очевидно, он способствовал правовому регулированию освобождения крепостных крестьян в 1861 году, и как любили вспоминать в его семье, Толстому довелось быть его студентом. Что касается родителей Георга Вольдемара, о них больше ничего неизвестно, кроме того факта (упомянутого в докладе Датского генеалогического института), что Якоб Кантор в 1841 году был еще жив, прислав своему сыну поздравление с помолвкой» [3, с.272–274]. Все гипотезы и возможные предположения о судьбе этой ветви семьи подробно приведены в книге [31].

Георг Вольдемар Кантор, купец и маклер.

Известно, что его мать была из Мейеров, что он приходится кузеном Дмитрию Мейеру, сыну Гартвига [32]. Так как в 1837 г. в адресной книге он упомянут как маклер Егор Кантор [36], а маклером можно было стать по достижении 30-летнего возраста, можно предположить его год рождения 1807. Но более поздние находки меняют это предположение, в соответствии с брачной записью он родился в 1814 г.

До 1833 г. Кантора нет в списках купцов. Первая информация о нем появляется «Коммерческой газете» 22 ноября 1834 г.: «Кантор и компания – отпуск пеньки 1855 пудов, конопляного масла 175 бочек; Егор Кантор отпуск поташа 31 бочка». Далее в 1835 г., «Датскаго подданного, пользующегося правом здешнего 2-й гильдии купца Егора Кантора, отпущено поташа 6 бочек = 153 пуда 25 фунтов». За 1835 г. Г.Кантор привоз на 223396 рублей 50 коп, отпуск на 5509 рублей 0 копеек. За 1836 г. Кантор и компания привоз на 12200 рублей, отпуск на 149784 рубля. За 1837 г. Кантор и компания осуществили привоз на 114700 рублей, отпуск на 60394 рубля.

С 1837 г. упоминания о торговых операциях Кантора в «Коммерческой газете» прекратились. Наиболее вероятным кажется предположение, что он соединил свой капитал с другой датской кампанией, возможно Асмуса Симонсена. (На письме Кантора к Д.Мейеру стоит обратный адрес: «Гг. Асмус Симонсен и К° для г. Георга Кантора»). Этот торговый дом назывался еще Сарептский дом, или Горчичный дом, и был расположен в Конногвардейском переулке 4. Торговля их была типичной для Петербургского порта – вывозили пеньку, сало, поташ, парусное полотно, а ввозили горные машины, пряности, ром, шелк, гравюры, бумагу.

Асмус Симонсен был агентом Евангелического общества гернгутеров, лютеранской секты особо строгого направления, называемой также «Моравскими братьями», или «Чешскими братьями».

В Петербурге Георг Кантор-отец жил на Васильевском острове, недалеко от Биржи. В 1837 г. его адрес указан в [33] в списке биржевых маклеров: Кантор Егор 3 линия №21, Вас[илеостровская] часть, квартал 145, и в списке купеческих контор Кантор Георг, фирма Кантор и компания по 5 линии №7, Вас[илеостровская] часть. В школьном журнале сына он указан как купец [34]. Георг Вольдемар Кантор был потомственным купцом (вспомним Абрама Мейера и галеот «Ди Фрау Мария»). С 19-летнего возраста он позиционировал себя в Петербурге как купец и маклер. Заметим сразу, что он пользовался паспортом, в котором был указан неверный возраст (надо полагать, из-за возрастного ценза в 30 лет для торговой деятельности в России). В 24-летнем возрасте он уже прекратил торговать (вероятно, причиной тому была несбалансированность торговых операций, приведенных выше).

Начиная с 1835 г. Георг Вольдемар Кантор записался в вильманстрандские купцы. Маленький город Вильманстранд (ныне Лаппеенранта, Финляндия) в 220 км от Петербурга входил в Великое Княжество Финляндское в составе Российской империи. Финляндское купечество пользовалось значительными торговыми льготами, многие иностранные купцы записывались в финляндское купечество ради преимуществ оффшорной зоны, хотя представляли собой «ложных бюргеров», почти не бывавших в тех городах, к которым были приписаны. Таким образом Георг Вольдемар Кантор стал подданным Российской империи.

Дядя Георга Вольдемара Кантора по матери, Гартвиг Мейер, был скрипачом оркестра императорских театров с 1816 г., где первой скрипкой был Франц Бем. Все артисты и музыканты жили рядом с театром. Тогда было принято вечерами ходить друг к другу в гости со своими музыкальными инструментами играть квартеты Шуберта.

Возможно, на одном из домашних концертов и познакомились молодые люди Георг Вольдемар Кантор, образованный коммерсант, и Мария Анна Бем, очаровательная скрипачка.

Венчание состоялось 21 апреля 1842 г. в лютеранской церкви, вероятно, Св. Екатерины на Большом проспекте Васильевского острова д.1. (Эту же церковь посещал Леонард Эйлер, здесь, вероятно, крестили и Георга Кантора).

Георг Вольдемар Кантор был лютеранин, а Мария Бем – католичка. Поэтому 22 апреля 1842 г. в католической церкви Св. Екатерины (где венчались в 1814 г. родители Марии) было еще и венчание по католическому обряду: «Георг Вольдемар Кантор, купец из Вильманстранда, лютеранин, 28 лет, и мадемуазель Мария Бем, дочь Франца Бема, 22 лет» [35]. Свидетелем со стороны жениха был Чарльз Моберли, маклер; со стороны невесты – Людвиг Маурер, скрипач. Имеется на этом документе также подпись, которую с некоторой степенью достоверности можно прочитать как Якоб Кантор (отец Георга Вольдемара). Таким образом, мы можем установить год рождения Георга Вольдемара Кантора – 1814. (Этот же год написан и на его надгробии).

Судя по составу гостей, семья Марии Бем не радовалась этой свадьбе. Из семьи невесты на свадьбе не было никого. Со стороны невесты был только добряк Людвиг Маурер, скрипач и дирижер, друг Франца Бема. Франц Бем, вероятно, не одобрял выбор своей дочери, так как жених был без средств и из иной среды (хороший человек, но плохой музыкант).

Женитьба вдохнула в Георга Вольдемара новые силы и уверенность. Если в 1839 г. он в списке маклеров, не могущих заплатить акциз [36], то в 1848 г. он вновь избирается маклером [37], и его успешность постепенно растет; в 1854 г. его имя уже на пятом месте в списках маклеров по размеру уплаченного акциза [38]. Георг Вольдемар даже вступил в страховую кассу вдов, чтобы обеспечить жену на случай своей смерти[12]. В 1848 г. вновь избирается в маклеры, и его успешность постепенно растет; в 1854 г. его имя уже на пятом месте в списках маклеров [39].

По утверждению Граттан-Гинесса, Мария Бем приняла веру мужа [30]. Но в 1854 г. она названа католичкой в школьном журнале своих сыновей Георга и Людвига [40].

Приведем некоторые фрагменты из письма [1] Георга Вольдемара Кантора своему кузену Дмитрию Мейеру в октябре 1851 г. Хотя оба они по происхождению из Дании, письмо написано готической немецкой скорописью[13]. Дмитрия он называет Осса – уменьшительное от Иосифа – второго имени Дмитрия. Георг Вольдемар Кантор тоже был болен чахоткой, как и Мейер. Он рекомендует Дмитрию пользоваться респиратором и упоминает свою статью о респираторе, опубликованную в «Medicinisce Zeitung Russlands. St-Petersburg» [41]:

«Мой дорогой старый Осса,

сотни раз я мысленно беседовал с тобой на разные темы и всякий раз испытывал желание и потребность написать тебе, но реальность неотложных дел, которые в суровой суматохе жизни требуют от человека, существующего за счет коммерции, полной отдачи, и вдобавок к сему изощреннейшая конкуренция, изматывающая не только физически, но и морально, как бы невероятно это ни звучало, с момента твоего отъезда, не отпуская, держат меня в состоянии апатии, каковая мало располагает к дружеской или семейной переписке.

Со стороны всем кажется, что взлеты и падения меня и вправду больше не трогают, и, по-видимому, материальная сторона затмила все, но, поверь мне, в то время как прагматизм и вынужденное стремление к получению прибыли, казалось бы, полностью завладели человеком, окруженным четырьмя растущими детьми, в нем, однако же, еще жива душа, прирожденное стремление к красоте и добру: просто в мирской суете он так редко ощущает позыв к откровениям и находит для них повод!! [...]

Несколько недель назад твой отец поведал содержание твоего последнего письма, в котором ты сообщаешь о составлении завещания, что воистину вконец расстроило милого доброго старика и повергло его в меланхолию.

Скажи мне, дорогой друг, впрямь ли была такая нужда тревожить твоих старых родителей признаниями и известиями такого рода??

Правда ли, что с твоей грудью все настолько опасно? Пострадала ли твоя телесная конституция из-за столь долго не проходящего коклюша – или ты чувствуешь, что избавился от сего телесного недуга? Напиши мне, убедительно прошу тебя об этом.

Маша Моллериус прекрасно устроилась, и Мила Калинин[14] вполне освоилась, у нее двое милейших детей, ее старшая девочка воистину славное, ласковое и умное дитя. Машина Соня тоже славная девочка. Твоя матушка в последнее время часто хворала и очень мучилась от сильных болей в желудке. Обе сестры по очереди сидели с ней по ночам; теперь ей стало лучше, и она снова встала на ноги; ее лечил превосходный врач – доктор Бенбек; теперь он стал и моим домашним врачом. Твой старый папа тоже уже не выглядит молодым, однако притом обладает отменным аппетитом и время от времени с большим наслаждением выкуривает у нас настоящую Гавану, но я бы хотел, чтобы ты сам своими глазами смог это увидеть.

В заключение хотел бы пожелать из чисто эгоистических соображений пожить некоторое время здесь, дабы воспользоваться твоими воззрениями, опытом, знаниями, методами и советами и изначально воспитывать моих двух прекрасных мальчиков должным образом [...].

Ну, на сегодня все – моя бухгалтерия, которая все время требует обновления, и поздний час – уже глубоко заполночь, подсказывают мне, что надо заканчивать, да и тебе, очевидно, уже давно наскучило сие длинное послание Георгия к Дмитрию Казанскому; особые приветы от моей супруги и тети Гримм[15], в мыслях от всего сердца жму руку, твой старый Георг». Обратный адрес письма – Гг. Асмус Симонзен и К° для передачи Г-ну Георгу Кантору в Санкт-Петербурге.

В 1856 г. семья Канторов уехала из Петербурга в Германию. Это было связано с изменением экономической ситуации в России, а также с болезнью Георга Вольдемара Кантора – чахоткой. Вероятно, Георг Вольдемар был ошеломлен ранней смертью от чахотки своего любимого кузена Дмитрия Мейера. В газете St. Peterburgische Zeitung от 15(17) мая 1856 г. в списке отъезжающих за границу: «Георг Кантор, вильманстрандский купец с женой Марией Кантор и несовершеннолетними детьми Георгом, Людвигом, Константином и Софией, с Лаурой Зундштрем, шведской подданной, проживающий по Большой Конюшенной в доме Жадимировского 1».

Георг Вольдемар не планировал отъезд навсегда – он взял отпуск на год. Но переезд оказался окончательным.

Сначала они поселились во Франкфурте-на-Майне. К этому времени семья уже была богата. В 1871 г. после воссоединения Германии и появления рейхсмарок их состояние оценивалось более чем в полмиллиона рейхсмарок

К этому времени семья уже была богата. В 1871 г. после воссоединения Германии и появления рейхсмарок их состояние оценивалось более чем в полмиллиона[16] [42]. Отец хотел, чтобы Георг стал инженером, но сын выбрал математику, для изучения которой поступил в университет в Цюрихе. Георг Вольдемар Кантор умер в 1863 г. в Гейдельберге. Мария Кантор умерла в 1876 г. в Берлине.

Кантор тепло вспоминал детские годы в Петербурге. В 1894 г. он писал в одном из писем: «Мои первые чудесные 11 лет, проведенные в прекрасном городе над Невой, к сожалению, никогда не повторятся» [43, с.16]. В конце жизни Георг Кантор, как сын российского подданного, размышлял о возможности своей дипломатического службы в России.

Так в Петербурге возникла семья, члены которой происходили из Венгрии, Чехии, Дании. В семье были такие яркие таланты, как скрипачи Бемы – братья Франц, Йозеф и сын Франца, Людвиг, юная скрипачка Мария Моравек, придворный музыкант скрипач Гартвиг Мейер, создатель русского гражданского права Дмитрий Мейер, купцы и коммерсанты Абрам Мейер и его внук Георг Вольдемар Кантор. Жизнь этой семьи была тесно связана с культурной жизнью Петербурга, и Георг Кантор наследовал эту культуру.

Примечания

[1] 10 октября 2011 г. во дворе дома установлена мемориальная доска, современный адрес: г. Санкт-Петербург, 11-я линия Васильевского острова, д.24.

[2] Современный адрес: г. Санкт-Петербург, ул. Якубовича, д.24.

[3] Тогда не было известно об инфекционной природе чахотки. Первая публикация Н.И.Пирогова на эту тему появилась в 1852 г.

[4] Георг Вольдемар Кантор неточен как в датах, так и в указании точного возраста своих детей.

[5] Дж.У.Даубен пишет, что «The couple's six children, of which Georg was the eldest» [3, с.274]. Сведений о других детях, помимо четверых названных, найти не удалось.

[6] Камерюнгфера – младшая фрейлина, девушка, присутствующая при одевании царственных особ. В штат Великих Княжен выбирались юные дочери музыкантов и купцов, способные участвовать в играх и музыкальных занятиях.

[7] В Петришуле латынь Кантор не изучал.

[8] Об этом свидетельствует газетное сообщение (St. Peterburgische Zeitung. 1856. 15(27) Mai. S.506).

[9] Людвиг Штраус (1835–1899), родился в Пресбурге (Братислава).

[10] Санкт-Петербургские ведомости. 1812. № 100. 13 декабря. С.1402.

[11] Danish Genealogical Institute, prepared in 1937 by Th. Hauch–Fausböll. – In Nachlass Cantor I. (Генеалогическое исследование, составленное в 1937 году сотрудником Датского генеалогического института Хох-Фаусболлом, хранится в 1 отделе Архива Кантора.)

[12] Благодаря этому она после смерти мужа получала из России пенсию 190 рублей.

[13] Чтобы перевести письмо, пришлось сначала обращаться к услугам немецкой фирмы в Гамбурге, расшифровывающей неразборчивые тексты.

[14] Сестры Дмитрия Мейера, Наталия-Мария и Гелена-Эмилия.

[15] Настасья Михайлова, в замужестве Гримм, тетя Дмитрия и Георга Вольдемара.

[16] При пересчете этих денег на русские серебряные рубли капитал Канторов был приблизительно равен стоимости товаров затонувшего галеота «Ди Фрау Мария». (Исходя из того, что серебряный рубль содержал 18 гр. серебра, марка – 5 гр., получил рублевое выражение наследства – 138889 рублей – для петербургских купцов не очень большая сумма). Кстати, заметим, что посмертный долг Пушкина был 140000 рублей (100000 – частные и 40000 – царю).

Список литературы

1. Отдел рукописей Российской национальной библиотеки, Санкт-Петербург. Ф.476. Д.54. Л.6.
2. Путеводитель 60 000 адресов из Санкт-Петербурга, Царского села, Петергофа, Гатчина и пр. СПб., 1854.
3. *Dauben J.W.* Georg Cantor. His Mathematics and Philosophy of the Infinite. Cambridge, Massachusetts and London, 1979.
4. *Никитенко Г., Соболь В.* Дома и люди Васильевского острова. М., 2008.
5. *Décaillot Anne–Marie.* Cantor et la France. Correspondance du mathématicien allemand avec les français à la fin du XIX siècle. [Paris], 2008.
6. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.272. Оп.1. Д.196.
7. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.272. Оп.1. Д.197.
8. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.272. Оп.1. Д.204. Л.8.
9. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.272. Оп.1. Д.197.
10. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.272. Оп.1. Д.224.
11. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.852. Оп.1. Д.786. Л.57, 163. (Материалы 1856 г.)
12. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.3457. Оп.2. Д.9. Л.118.
13. *Синкевич Г.И.* Бем. Семья скрипачей // Musicus. СПб. 2010. №5 (24). С.54–59.
14. Российский государственный исторический архив, Санкт-Петербург. Ф.497. Оп.1. Д.601.
15. Российский государственный исторический архив, Санкт-Петербург. Ф.469. Оп.5 (212/646). Д.352, 347; Оп.5 (36/1629). Д.192, 193, 204; Ф.468. Оп.1. Ч.2. Д.3918. Л.45.
16. Российский государственный исторический архив, Санкт-Петербург. Ф.497. Оп.1. Д.148. Л.78.
17. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.347. Оп.1. Д.60.
18. *Белякаева-Казанская Л.В.* Силуэты музыкального Петербурга. СПб., 2001.
19. *Глинка М.И.* Записки. Литературные произведения и переписка. В 2-х т. Т.1.
20. *Одоевский В.Ф.* Музыкально-литературное наследие. М., 1956.
21. Московские ведомости. 1846. № 25. 26 февраля. С.68.
22. *Жаров Б.С.* Датчане // Три века Санкт-Петербурга. Энциклопедия в 3-х т. Девятнадцатый век. Кн.2. Петербург, 2003.
23. Российский государственный исторический архив, Санкт-Петербург. Ф.13. Оп.2. Д.167.
24. Российский государственный исторический архив, Санкт-Петербург. Ф.466. Оп.1. Д.204.

25. *Гольмстен А.Х.* Дмитрий Иванович Мейер, его жизнь и деятельность // *Мейер Д.И.* Русское гражданское право: чтения, изданные по записям слушателей / Под ред. *А.Вицина.* С исправл. и доп. *А.Х.Гольмстена.* Изд.10-е. Пг., 1915.
26. *Шершеневич Г.Ф.* Наука гражданского права в России. Казань, 1893.
27. *Гольденвейзер А.Б.* Вблизи Толстого. М., 1959.
28. Российский государственный исторический архив, Санкт-Петербург. Ф.497. Оп.1. Д.223, Л.15.
29. Российский государственный исторический архив, Санкт-Петербург. Ф.468. Оп.4. Д.356. Л.5,13.
30. *Grattan-Guiness I.* Towards a Biography of Georg Cantor // Annals of Science. An International Quarterly Review of the History of Science and Technology since the Renaissance. 1971. Vol.27. December, № 4. P.345–391.
31. *Синкевич Г.И.* Георг Кантор & Польская школа теории множеств. СПб., 2012.
32. *Пуркерт В., Ильгаудс Х.И.* Георг Кантор / Пер. с нем. *Н.М.Флейшера.* Харьков, 1991.
33. *Нистрем К.* Книга адресов Санкт-Петербурга. СПб., 1837.
34. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.272. Оп.1. Д.204.
35. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.347. Оп.1. Д.64. Л.118.
36. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.852. Оп.1. Д.378. Л. 2.
37. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.852. Оп.1. Д.600. Л. 25, 26, 33.
38. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.852. Оп.1. Д.779. Л. 23.
39. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.852. Оп.1. Д.779. Л.3.
40. Центральный государственный исторический архив Санкт-Петербурга. Ф.272. Оп.1. Д.204.
41. *[Georg Voldemar Cantor]* Ein wort über der Jeffreys'schen Mund-Respirator als Schutz- und Heilmittel. (Eingesandt von einen praktischen Arzte) // Medicinische Zeitung Russlands. St.-Petersburg. 1848. №6. Februar 7. P.45–48.
42. *Meschkowski H.* Probleme des Undedlichten. Werk und Leben Georg Cantors. Braunschweig, 1983.
43. *Purkert W., Ilgauds H.J.* Georg Cantor (1845–1918). Basel–Boston–Stuttgart, 1987.

ПЕРВАЯ МИРОВАЯ ВОЙНА И МАТЕМАТИКА В «РУССКОМ МИРЕ»

С.С.Демидов

19 июля (1 августа) 1914 года Германия объявила войну России и казавшаяся конфликтом местного значения война Австро-Венгрии с Сербией превратилась в большую войну, названную впоследствии Первой мировой войной. Официальное ее завершение 28 июня 1919 года – дата подписания Версальского договора, который подвел ее предварительные итоги. Одним из результатов стало крушение четырех империй – Российской, Германской, Османской и Австро-Венгерской, кардинальным образом изменившее

политическую карту мира. Полностью сменился расклад мировых сил и, что не менее важно, сам дух международных отношений. Способы ведения войны обозначили небывалое прежде значение технического фактора, технического оснащения войск, основанного на передовых технологиях, определяемых научно-техническим уровнем противников. Наука и техника, казавшиеся на рубеже двух эпох основой будущего прогресса человечества, оказались источниками военной мощи, нацеленной на уничтожение врага и достижение победы, сулящей господство.

Россия вступила в Первую мировую войну в ранге империи, а к дате ее формального завершения числилась уже республикой – Российской Социалистической Федеративной Советской Республикой. За время войны она пережила две революции – Февральскую 1917 г. и Октябрьскую 1917 г., а также братоубийственную гражданскую войну, продолжавшуюся до 1923 г. Лишь ее окончание стало для России фактическим завершением Первой мирровой войны. В очередную свою передышку между Первой и Второй мировыми войнами страна вступила уже в виде Союза Советских Социалистических Республик. Этот Союз, основанный 29 декабря 1922 г., провозглашался государством нового типа – республикой рабочих и крестьян, построенной на идеологическом фундаменте марксизма, власть в которой фактически осуществлялась партией большевиков (ВКП(б) – Всесоюзной Коммунистической Партией большевиков) во главе с В.И. Лениным.

Наша задача – попытаться проследить эволюцию математики (то есть математического сообщества, его институтов, математических исследований и математического образования) в ходе войны в «русском мире», то есть в русскоязычном мире людей, встретивших начало Первой мировой войны, жителей Российской империи, многие из которых в результате драматических исторических событий тех лет оказались далеко за ее пределами. Попробуем ответить на вопрос – какую роль сыграла эта война в развитии математики?

Для того, чтобы понять и оценить масштаб произошедших за годы войны перемен, попробуем для начала взглянуть на российскую математику начала лета 1914 г.: какой она встретила начала войны? Вернемся в май – начало июня того далекого уже года – в конец последнего мирного семестра в истории высшей школы Российской Империи.

Математика в Российской империи к лету 1914 года

Основными центрами математической жизни Империи были ее столицы – Санкт-Петербург и Москва.

В Петербурге ее средоточием стали Императорская академия наук и университет. С этими учреждениями связана деятельность школы, известной в России и Европе как Петербургская математическая школа или школа П.Л.Чебышева, в последней трети XIX в. выросшая в одну из наиболее значимых в Европе. Ее главными направлениями стали теория вероятностей, конструктивная теория функций, аналитическая механика, математическая физика и теория чисел, в начале XX в. представленные такими именами как А.А.Марков, А.М.Ляпунов и В.А.Стеклов. В петербуржской среде доминировали прикладная направленность исследований (исключение составляла теория чисел – направление традиционное для северной столицы со времен Л.Эйлера), стремление к строгому и одновременно эффективному решению задач, к построению алгоритмов, позволяющих доводить решение либо до численного ответа, либо до пригодного приближенного решения, стремление к простоте и элементарности используемых средств. Общее осмысление математики и ее места в мире носило у петербуржцев позитивистский характер. Характерными для них было отрицательное отношение к идеалистической философии, религии и, конечно, к монархии. Тон задавал лидер школы академик А.А.Марков – выдающийся математик, прославившийся результатами в теории вероятностей, теории приближения функций и теории чисел. Его убеждения разделял академик А.М.Ляпунов, автор классических результатов в качественной теории дифференциальных уравнений, математической физике теории вероятностей. Их единомышленником выступал ученик Ляпунова более молодой академик, тоже начавший приобретать известность в мире своими результатами в области математической физики, В.А.Стеклов. Все трое – замечательные педагоги, читавшие лекции в университете и в других учебных заведениях Петербурга. Если к ним еще добавить таких известных ученых и педагогов как Ю.В.Сохоцкий, К.А.Поссе, Д.Ф.Селиванов, И.И.Иванов, Н.М.Гюнтер и Я.В.Успенский, то не приходится удивляться, что Петербург той поры позиционировался в математическом мире как один из важнейших научных и образовательных центров. Ведущая роль в воспитании нового поколения математиков принадлежала Стеклову, создавшему одну из наиболее ярких школ первой трети XX в. Вот наиболее известные ее представители: В.И.Смирнов, Я.Д.Тамаркин, А.А.Фридман. Все они в 1910–12 гг. были оставлены при университете для подготовки к профессорскому званию. В те же годы при университете был оставлен ученик Маркова А.С.Безикович. Взрыв научной активности петербургской молодежи в эти годы был во многом подготовлен той работой, которую петербургские математики (Марков и др.) вели среди учащейся молодежи. С большим успехом работал общегородской математический семинар для гимназистов и др.

В Москве средоточием математической жизни стал университет и действовавшее при нем с 1864 г. Московское математическое общество, деятельность которого в последней трети XIX в. приняла общероссийский характер. С 1866 г. Общество начало издавать журнал «Математический Сборник», ставший трибуной активно развивавшегося российского математического сообщества. В Москве математика развивалась в иной, отличной от петербургской, парадигме. И хотя москвичам, как и петербуржцам, был присущ интерес к прикладной тематике (в этом проявилась общая для всей тогдашней России тяга к развитию интеллектуальных и промышленных сил Империи), во всем остальном их математические вкусы кардинально расходились: москвичи испытывали особый интерес к геометрическим исследованиям, отличались склонностью к идеалистической и даже религиозной философии. Эта склонность стала основанием тому, что сложившаяся в последней трети XIX – в начале XX вв. школа получила наименование философско-математической. В московской математической среде в большой чести было православие и даже монархизм.

К началу века в Москве процветали исследования по механике (прежде всего по аэро- и гидромеханике) и дифференциальной геометрии (в направлении, заложенном трудами К.М.Петерсона). Наиболее важные достижения москвичей той поры связаны с именами Н.Е.Жуковского и Д.Ф.Егорова.

Разница в мировоззрении, царившем в математических сообществах двух столиц, породила между ними конфронтационные взаимоотношения. Петербуржцы свысока взирали на своих московских коллег и не упускали случая поставить на место «безграмотных москвичей». Москвичи же, уязвленные таким отношением академического Петербурга, искали тематику (по возможности, далекую от интересов петербуржцев), которая позволила бы им выйти на позиции, определявшие лицо современной математики – дифференциальная геометрия и механика сплошных сред в число модных разделов в ту пору не входили. И в начале века они такую тематику нашли – ею оказалась теория функций действительного переменного, новый раздел, начало которому положили французы – Э.Борель, А.Лебег и Р.Бэр. В 1911 г. в Comptes Rendus Академии наук Франции появилась статья Егорова «О последовательности измеримых функций», содержавшая известную теорему, носящую его имя, а в 1912 г. в том же журнале заметка его ученика Н.Н.Лузина о С-свойстве измеримых функций. С этих работ началась история одной из влиятельнейших математических школ XX столетия – Московской школы теории функций. Таким образом к весне 1914 г. тон задавали: в части, касавшейся прикладной математики, Жуковский и его школа, в дифференциальной геометрии

Егоров и Б.К.Млодзеевский. Над своими магистерскими диссертациями по теории поверхностей начали трудиться С.С.Бюшгенс и С.П.Фиников, над различными вопросами теории функций В.В.Голубев, В.В.Степанов и И.И.Привалов. Но главным событием лета 1914 г. стало возвращение из длительной командировки в Геттинген и Париж восходящей звезды Московской школы Лузина. В осеннем семестре он объявил в университете курс по теории функций действительного переменного и параллельный ему семинар. Из этого семинара в первые годы его существования выросло первое поколение знаменитой Лузитании – Д.Е.Меньшов, М.Я.Суслин, А.Я.Хинчин, П.С.Александров.

Эти успехи не изменили общего отрицательного отношения петербуржцев к москвичам, тем более что теоретико-множественные работы Г.Кантора и основанные на них исследования по теории функций действительного переменного (по выражению Успенского «лебеговско-канторовская дребедень») вызывали у них резкое неприятие.

Конфронтация петербуржцев и москвичей создавала напряжение во всем российском математическом сообществе: не надо забывать, что большинство в преподавательском корпусе российских университетов составляли выпускники столичных университетов.

А в российской провинции в конце XIX – начале XX вв. наметился резкий подъем математической активности. И хотя традиционно вся общественная и культурная жизнь Российской империи была жестко централизована, хотя властная вертикаль пронизывала все сферы деятельности, тем не менее по мере удаления от столиц влияние управляющей длани становилось заметно слабее.

В частности, оказывалось возможным свободно разрабатывать идеи, приходившие с Запада и не находившие поддержки у столичных математиков. Так в Казанском университете кроме традиционной со времен Н.И.Лобачевского геометрической тематики (А.В.Васильев, А.П.Котельников и др.) появились авангардные исследования по математической логике П.С.Порецкого и Н.А.Васильева.

Математической логикой начали заниматься и в молодом Новороссийском университете в Одессе – И.В.Слешинский и С.И.Шатуновский. Здесь же с вопросов неевклидовой геометрии и оснований геометрии начал свои геометрические изыскания В.Ф.Каган.

Вообще на рубеже веков заметно оживилась математическая жизнь на юге Российской империи. Так в одном из старейших в стране Харьковском университете, высокий уровень преподавания в котором был установлен усилиями Ляпунова и Стеклова, в предвоенные годы работали такие математики как Д.М.Синцов, Н.Н.Салтыков, А.Б.Пшеборский, наконец, один из крупнейших математиков XX в. С.Н.Бернштейн.

Киевский университет, отмеченный весьма умеренными математическими достижениями в XIX в., благодаря усилиям переехавшего туда в 1901 г. замечательного представителя петербургской школы Д.А.Граве, резко поднял свой математический уровень. Трудами Граве в 1908–1914 гг. была создана школа, носившая преимущественно алгебраический характер. Из нее в эти годы вышли такие известные математики как Б.Н.Делоне, О.Ю.Шмидт, Н.Г.Чеботарев, положившие начало советской алгебраической школе, а также М.Ф.Кравчук и переселившийся на Запад А.М.Островский.

Из математиков Варшавского университета, в котором ранее работали такие известные ученые, как Н.Я.Сонин, В.А.Анисимов и Г.Ф.Вороной, назовем двух воспитанников Петербургской математической школы Д.Д.Мордухай-Болтовского и В.И.Романовского. Хотя Юрьевский (бывший Дерптский) университет и переживал в ту пору далеко не лучшие времена, однако, среди его профессоров в 1914 г. мы видим таких известных ученых как выходцы из Московского университета математик В.Г.Алексеев и механик Л.С.Лейбензон. Из выдающихся математиков, работавших в те годы в других учебных заведениях Российской империи, назовем выдающегося алгебраиста профессора Томского технологического института Ф.Э.Молина и одного из пионеров разработки качественных методов теории дифференциальных уравнений профессора Рижского политехнического института П.Г.Боля.

Перечисленные имена первоклассных математиков, широта диапазона их исследований, значимость названных школ в науке XX в. свидетельствуют о том, что математика накануне событий Первой мировой войны переживала в Российской империи период бурного роста. В чрезвычайном темпе развивалось и российское математическое сообщество. Активно работали математические общества: рядом со старейшим Московским – Математическое отделение Новороссийского общества естествоиспытателей (основано в 1876 г.), Харьковское математическое общество (основано в 1879 г.), Казанское физико-математическое (с 1880 г. существовало как физико-математическая секция Общества естествоиспытателей, а с 1890 г. как независимое общество), Киевское физико-математическое (основано в 1889 г.). Большое количество участников собирала математическая секция Всероссийских съездов естествоиспытателей и врачей, первый из которых прошел в январе 1868 г. в Петербурге, а последний 13-й в июне 1913 г. в Тифлисе. Если на Первом съезде было всего лишь 6 математических докладов, то 13-ом их число возросло до 31. Если на первых съездах число участников математической секции было где-то около 50, то на последних оно поднялось до 500. На этих съездах ставились и активно обсуждались проблемы школьного математического образования. В этих обсуждениях принимали участие ведущие российские ученые и преподаватели средней школы, которые на съездах составляли большинство. Острота этих проблем стала причиной организации специальных всероссийских съездов преподавателей математики. Первый такой съезд был проведен в Петербурге в январе 1912 г., второй в Москве уже в январе 1915 г. Одной из центральных тем этих съездов была реформа преподавания – движение которое, возглавленное Ф.Клейном, было горячо поддержано в российском математическом сообществе. Задачей этой реформы стало воспитание у школьников функционального мышления, а также введение в школьную программу элементов «высшей математики». Россия приняла активное участие в работе созданной в 1908 г. Международной комиссии по преподаванию математики. Председателем ее русской секции (подкомиссии) выступил Н.Я.Сонин.

Вообще русские математики выступали активными участниками всех крупных международных начинаний конца XIX – начала XX вв. Они активные участники международных конгрессов математиков, начиная с первого в 1897 г. в Цюрихе, затем в Париже (1900), в Гейдельберге (1904), в Риме (1908), наконец, последнего довоенного конгресса 1912 г. в Кембридже. Они с энтузиазмом восприняли начало первого крупного реферативного проекта, осуществленного берлинским математиком К.Ортманом – «Книги успехов математики за год» (Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik), первый том которого увидел свет в 1871 г. – и приняли в нем деятельное участие. В этом ежегоднике сотрудничали А.Н.Коркин, Е.И.Золотарев, К.А.Поссе, Д.М.Синцов. Как писал Васильев: «Трудно, думаю, оценить ту громадную пользу, которое оно принесло; в частности, конечно, особенно обязана ему русская наука. При поразительном незнании нашего языка иностранцами… только благодаря этому Jahrbuch'у русская математическая литература могла сделаться известной математикам других стран» [1, с.323]. Русские математики приняли участие в осуществлении организованного в Германии международного проекта «Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften» – Д.Ф.Селиванов написал раздел по исчислению конечных разностей (1901), А.Н.Крылов в сотрудничестве с К.Мюллером (C.Müller) по теории корабля (1906–1907), Т.А.Афанасьева-Эренфест в соавторстве со своим мужем П.Эренфестом по статистической механике (1909–1911).

Русские математики стали частыми гостями в Париже и Геттингене и активно печатались во французских, немецких и итальянских математических журналах. Обычной практикой российской системы математического образования стали длительные командировки лиц «приготовляемых к профессорскому званию» в ведущие европейские математические центры. Уже упомянутый Лузин, будучи еще студентом, в конце 1905 г. был отправлен в Германию и Францию, откуда вернулся летом следующего года. А работая над над своей магистерской диссертацией, он находился в этих странах с конца 1910 г. до начала лета 1914 г. Значительное время проводили на Западе многие ведущие российские профессора. В подобных командировках некоторых из них застало начало Первой мировой войны.

Можно сказать, что Первую мировую войну российская математика встретила как неотъемлемая часть европейского математического мира. И хотя она не входила в число его лидеров, которыми по-прежнему оставались французы и немцы, в спину которым дышали итальянцы, тем не менее она была одним из самых успешных и динамично развивавшихся его отрядов.

Математика и математики в первые годы войны (до Февральской революции 1917 г.)

Когда в ходе военных действий появилась реальная опасность вступления германских войск на территорию Российской Империи, российским правительством было принято решение об эвакуации высших учебных заведений с западных территорий вглубь страны. Так в 1915 г. Киевский университет был эвакуирован в Саратов, Варшавский – в Ростов-на-Дону. Лишь в 1918 г. нашел пристанище в Нижнем Новгороде Варшавский политехнический институт, в Воронеже – Юрьевский университет, в Иваново-Вознесенске – Рижский политехнический институт. Киевляне вернулись домой уже осенью 1916 г. Позднее в свои уже независимые государства вернулись Варшавский и Рижский политехнические институты, а также Юрьевский университет, ставший Тартуским. Последние добрались до Варшавы, Риги и Тарту уже не в полном составе: русские профессора за небольшими исключениями предпочли остаться. Так, варшавяне влились в состав Нижегородского университета, а рижане и юрьевцы положили начало Иваново-Вознесенскому политехникуму и Воронежскому университету, соответственно. Варшавскому же университету была отныне определена судьба остаться Ростовским-на-Дону.

Пожалуй, лишь в этих школах, располагавшихся на западных рубежах Империи, война серьезным образом нарушила нормальный ход педагогического процесса и научных исследований. Во всех прочих – в Петроградском, Московском, Казанском и даже в Харьковском университетах – течение жизни продолжалось в привычном ритме. Читались лекции, велись научные семинары (в моду уже начинали входить научно-исследовательские семинары: в Москве такие семинары вели, например, Егоров и Лузин), готовились и защищались диссертации. Важно было то, что учившаяся в высшей школе молодежь, лица, оставленные при университетах «для приготовления к профессорскому званию», приват-доценты и профессора по действующему законодательству Российской империи не подлежали призыву в действующую армию. Это создавало необходимые условия для сохранения научного потенциала страны.

В первопрестольной успешно работал Жуковский со своими учениками (С.А.Чаплыгиным и др.). Их труды по аэродинамике приобретали особую ценность в виду открывавшихся войной перспектив использования воздухоплавательной техники. Млодзеевский и, особенно, Егоров с учениками продолжали успешно развивать ставшие традиционными для Москвы направления в дифференциальной геометрии и геометрической теории уравнений с частными производными. В весеннем семестре 1914 г. Егоров объявил семинар по теории функций. Тогда, как вспоминал впоследствии Меньшов, «только что появился... интеграл Лебега и так называемая метрическая теория функций» [2, с.188]. Летом этого года в Москву вернулся Лузин и объявил свой курс по теории функций действительного переменного. «Именно этот читаемый из года в год специальный курс и сопровождающий его семинар... явились центром, из которого выросла Московская школа теории функций – замечательный памятник научной деятельности Н.Н.Лузина», – рассказывал Меньшов [3, с.475]. Сам Лузин готовил тогда к защите диссертацию, которую назвал «Интеграл и тригонометрический ряд», опубликовал в 1915 г. и защитил в мае 1916 г. Труд оказался столь успешным, что Ученый совет постановил в порядке исключения присвоить диссертанту сразу, минуя степень магистра, степень доктора чистой математики. В диссертацию был включен и результат его ученика А.Я.Хинчина, который ввел понятие асимптотической производной. В том же году появляются замечательные результаты другого его ученика Меньшова, в 1915 г. еще один его ученик П.С.Александров доказал континуум-гипотезу для борелевских множеств (В-множеств) – множеств, которыми, согласно тогдашним убеждениям, исчерпывался весь запас множеств, реально используемых в математике. Последнее оказалось неверным: и уже в 1916 г. студент Лузина М.Я.Суслин ввел новый тип множеств, не являвшихся В-множествами: А-множества. Этот класс множеств, называвшихся также суслинскими или аналитическими, на многие годы превратился в основной объект исследований по дескриптивной теории множеств, ставших визитной карточкой лузинской школы. Результаты лузинских учеников без промедления печатались в парижских Comptes Rendus (не будем забывать, что

Россия и Франция в начавшейся войне выступали союзниками) и становились известными в Европе. Москва становилась одним из ведущих центров математических исследований в Европе.

Признанный европейский математический центр – Петроград (такое название Санкт-Петербург получил после начала войны с Германией) – сохранял свои позиции. Активно трудились академики Марков, Ляпунов, Стеклов, зрели исследовательские таланты Н.М.Гюнтера и Я.В.Успенского, продолжали свою научную и педагогическую деятельность Ю.В.Сохоцкий, К.А.Поссе, И.Л.Пташицкий, Д.Ф.Селиванов, И.И.Иванов, наконец, вырастала целая когорта замечательных учеников – готовили свои магистерские диссертации Смирнов, Тамаркин, Фридман. Заявили о себе первоклассными результатами А.С.Безикович и И.М.Виноградов. Война сказывалась на активности петербургской школы разве только в некотором замедлении издательской деятельности и в затягивании сроков защиты диссертаций. Непосредственно в военные действия оказался вовлеченным лишь Фридман, который ушел на фронт добровольцем и в 1914–1916 гг. служил в авиационных частях.

Продолжалась нормальная деятельность и в других российских учебных заведениях, расположенных на территориях не затронутых военными действиями.

Математика и математики в эпоху развала Российской империи

Ситуация начала резко меняться в эпоху революционных событий 1917 г., особенно после Октябрьской революции, которая привела к кардинальной смене строя государственной жизни, к слому старого государственного аппарата, установлению новых неведомых доселе порядков и за которой последовала братоубийственная гражданская война. Запылала вся территория бывшей Империи. Конечно, такие события в высшей степени негативно отразились на жизни научных и образовательных учреждений. Прекращение нормального функционирования институтов власти, бедственная ситуация с продовольствием и топливом поставили университетскую профессуру на грань выживания. Старые и больные быстро сошли в могилу. В 1918 г. покончил жизнь самоубийством Ляпунов, в 1921 г. не стало Жуковского, а в 1922 г. Маркова. Для более молодых и энергичных наступило время поиска хлеба насущного. Особенно тяжелая ситуация сложилась в обеих столицах. Лузин с учениками (Меньшовым, Суслиным, Хинчиным) перебрались в Иваново-Вознесенск, где в 1918 г., как мы уже говорили, был организован Политехнический институт, петроградцы (Тамаркин, Фридман, Безикович, Виноградов) спасались в Перми, где в 1916 г. открылся филиал Петроградского университета, в 1917 г. ставший самостоятельным университетом.

События на юге европейской части Империи разворачивались непредсказуемо и с необычайной скоростью – там действовали отряды белой армии, красногвардейцы, части регулярной немецкой армии, войска неожиданно появлявшихся и также быстро исчезавших государственных образований, наконец, многочисленные банды, самую известную из которых возглавлял легендарный батька Махно. Несмотря на весь творившийся там беспредел именно в эти годы Д.А.Граве, осевший в Киеве еще в 1899 г., создал свою знаменитую школу, с которой связано, прежде всего, начало отечественных исследований по новой алгебре – Б.Н.Делоне, О.Ю.Шмидт, Н.Г.Чеботарев. Его учениками стали такие известные математики как А.М.Островский, позднее, М.Ф.Кравчук, Н.И.Ахиезер и М.Г.Крейн. В Харькове также продолжали свою деятельность и высшая школа, и математическое общество. Ее высокий научный уровень сохраняли и поддерживали такие математики как Д.М.Синцов, Н.Н.Салтыков, С.Н.Бернштейн. Несмотря на тяжелую ситуацию в Одессе, математики старались и там по возможности наладить учебную и научную жизнь.

Тяжелые условия жизни в стране вздыбленной революцией усугублялись неопределенностью отношения новых властей к учреждениям науки и образования. Нежелание мириться с таким положением и жить в мире, управляемом новой советской властью, подтолкнуло многих, в том числе и математиков, к эмиграции. Так из Петрограда в 1922 г. уехал в Польшу, а затем через год в США Я.А.Шохат[1], в том же году на знаменитом «философском пароходе» был выслан Селиванов[2], в 1924 г. убежали (перейдя границу в Прибалтике) Безикович[3] и Тамаркин[4], а в 1929 г. решил не возвращаться на родину находившийся в командировке академик Успенский[5]. Уехал ряд математиков из университетов юга Империи. Так в 1919 из Харькова сначала в Тифлис, а когда в 1921 году к власти там пришли большевики, в Белград уехал Н.Н. Салтыков[6], в том же году покинул Харьков и переехал в Польшу молодой статистик Ю.Ч. Нейман[7]. В 1922 г. покинул Харьков и переселился в Польшу А.П. Пшеборский[8]. В 1920 г. из Одессы в Белград переехал А.Д.Билимович[9], а в 1922 г. из Одессы сначала в Белград, а затем в Прагу Е.Л.Буницкий[10].

События революции и последовавшей за ней гражданской войны стали временем коренной ломки и старых институтов, и прежнего менталитета. Общественная жизнь менялась стремительно. То, на что при обычном течении жизни уходили годы, в такие периоды могло совершаться почти мгновенно. Так, учрежденный в 1878 г. Томский университет долгое время имел в своем составе единственный факультет – медицинский. Многолетние настойчивые усилия организации других факультетов не давали никаких результатов и лишь в 1917 г. был открыт физико-математический факультет. Основанный в 1909 г. Саратовский университет лишь в 1917 г. обрел, наконец, физико-математический факультет. В 1918 г. появились университеты в Симферополе (Таврический), Тифлисе и Ташкенте (Туркестанский), в 1919 г. в Баку и Ереване, в 1920 г. в Екатеринбурге и во Владивостоке (Дальневосточнй университет), в 1921 г. в Минске. В эти годы началась история многих высших учебных заведений, в том числе педагогических институтов и институтов технического профиля. Начали выстраиваться новые формы научной деятельности. Так в 1918 г. в Киеве была создана Всеукраинская академия наук, первым президентом которой был избран В.И.Вернадский. В феврале 1922 г. по инициативе Стеклова организован Физико-математический институт Российской академии наук, получивший в 1926 г. его имя (именно из этого института в 1934 г. был выделен Математический институт им. В.А. Стеклова). В том же 1922 г. в Московском университете начал действовать ряд научно-исследовательских институтов, в их числе Научно-исследовательский семинар математики и механики, первым директором которого стал Млодзеевский, которого в следующем году сменил Егоров.

Первое послереволюционное десятилетие стало временем невиданной прежде миграции педагогических и научных кадров. Основной точкой притяжения стала Москва, которая в 1918 г. приобрела статус столицы государства. Сюда из Одессы в 1923 г. переехал В.Ф.Каган, из Киева в 1920 г. О.Ю.Шмидт, в 1924 г. А.П.Котельников, а в 1926 г. Е.Е.Слуцкий. Некоторые математики переселялись в Петроград: еще в самом начале войны сюда переехал из Одессы Г.М.Фихтенгольц, а в 1922 г. из Киева Б.Н.Делоне. Университетские центры (прежде всего Москва и Петроград) притягивали к себе учащуюся молодежь, социальный и национальный состав которой кардинально изменился: в высшую школу пришли люди рабоче-крестьянского происхождения, а также многочисленная еврейская молодежь, для которых получение высшего образования в царской России было чрезвычайно затруднено.

Российская академия наук в первые послевоенные годы переживала самый драматический период в своей почти уже двухсотлетней истории. Математический ее класс в 1923 г. состоял из трех действительных членов: Стеклова, Крылова и Успенского. В 1926 г. не стало Стеклова, а вскоре страну навсегда покинул Успенский и математический класс съежился до одного действительного члена – Крылова. Наркомат просвещения, в ведении которого она оказалась, поначалу вообще не числил ее в своих приоритетах. Более того, многие из большевистского руководства рассматривали Академию как отжившее свой век наследие старого режима. По их мнению, место старой Академии, «забытой» в старой столице, должна была занять созданная в 1918 г. в Москве новая Социалистическая академия (впоследствии переименованная в Коммунистическую). Возвращение Академии наук в число государственно образующих институтов страны, в значительной степени, заслуга Стеклова, в 1919 г. избранного ее вице-президентом. Человек левых убеждений, принявший большевистскую революцию и установивший хорошие отношения с наркомом просвещения А.В. Луначарским, а также с самим В.И. Лениным, Стеклов добился того, что Академия наук приобрела статус головного научного учреждения СССР. Но этот статус получил воплощение лишь во второй половине 20-ых гг. В 1923 же году страна лишь начинала приходить в себя после окончания длительной гражданской междоусобицы. Начиналась эпоха советского государственного строительства, в том числе строительства области народного образования: школьного и высшего. Уже уходили в прошлое мечтания совершивших революцию большевистских идеологов о мировой революции[11], становилось очевидным, что страна обречена строить новое общество, живя во враждебном окружении. Предстояла коллективизация и индустриализация страны. Нужны были образованные кадры, для воспитания которых была нужна эффективно работающая школа – начальная, средняя и высшая. Образовательная система и, прежде всего, система школьного образования, существовавшая в Империи, за первые годы советской власти пришла в упадок. А для решения стоявших перед СССР задач нужно было решать амбициозную задачу – нужно было строить массовую школу, которой в царской России не было, необходимо было создать разветвленную систему политехнического образования, строительство которой до революции только начиналось. Осуществлять все это нужно было в мобилизационном порядке: до новой войны оставалось менее двух десятилетий и наиболее проницательные политики уже тогда ощущали ее дыхание.

Для выстраивания необходимого стране научно-технического и образовательного комплекса нужна была, в частности, большая математика: высоко профессиональное математическое сообщество и хорошо выстроенная система математического образования. Возможно ли было решить такую задачу в обозримом будущем? Для ответа на этот вопрос рассмотрим ситуацию, сложившуюся в советском математическом сообществе в 1923–1927 гг.

Математика в СССР за 10 лет

Как мы уже говорили, математические исследования в стране ко времени революционных событий 1917 г. находились в состоянии подъема. Их уровень был таков, что даже тяготы пятилетки, на которую пришлись испытания опустошительными войнами (одна из которых была гражданской) и кровавой революцией, не остановили ее поступательного развития. Как писал в статье, посвященной развитию математики в стране за десять лет советской власти, Хинчин: «Может быть, в эти первые тяжелые годы революции математика, по чисто внешним причинам, оказалась поставленной в несколько особые условия, позволившие ей развиваться интенсивнее других точных наук: математику не нужно ни лабораторий, ни реактивов; бумага, карандаш и творческие силы – вот предпосылки его научной работы; а если к этому присоединить возможность пользоваться более или менее солидной библиотекой и некоторую долю научного энтузиазма (а это есть почти у каждого математика), то никакая разруха не может остановить его творческой работы. Недостаток текущей литературы в известной степени возмещался неустанным научным общением, которое в эти годы удалось организовать и поддерживать» [5, с.41].

Математическая Москва, громко заявившая о себе в 1911–1916 гг., сумела в основном благополучно переплыть через бурные воды истории: единственной страшной потерей стала смерть в 1919 г. от сыпного тифа гениального Суслина. Уже в 1922 г. в Москву вернулся из очередной поездки в Западную Европу Лузин и возобновились регулярные заседания его семинара, в работе которого наряду с преподавателями (Степановым, Александровым и Урысоном) участвовали также студенты – Н.К.Бари, В.И.Гливенко, Л.Г.Шнирельман, затем – А.Н.Колмогоров, чуть позднее – М.А.Лаврентьев, Л.В.Келдыш, Е.А.Леонтович, П.С.Новиков и Г.А.Селиверстов. Вернулись в Москву и включились в работу «старики» – Привалов, Меньшов и Хинчин [6]. Успешно продолжались исследования по тематике теории множеств и теории функций. Внимание при этом было сосредоточено на проблемах теории аналитических множеств. Однако уже в это время в школе Егорова–Лузина отчетливо проявилась тенденция к расширению тематики исследований. Как писал впоследствии Степанов: «Всякий научной школе со специализированной тематикой в процессе ее развития угрожает опасность эпигонства... после того как основные проблемы разрешены и исчерпаны трудами ряда талантливых ученых, эти же ученые и их ученики добирают оставшиеся крохи. Московская школа в целом преодолела эту опасность расширением области исследования и применением методов теории функций и теории множеств к другим отраслям математики» [7, с.51]. Отправной точкой для работы в новых направлениях стали собственные достижения школы в метрической теории функций, которая во многом определила и используемые в новых областях методы.

Еще в годы революции Лузин и его ученики (Привалов, Голубев, Меньшов, Хинчин) начали исследовать проблемы теории функций комплексного переменного. В 1925 г. к ним присоединился М.А.Лаврентьев, воспитавший замечательного ученика – М.В.Келдыша.

Достижениями Александрова и Урысона 1921–1924 гг. были отмечены первые шаги советской топологической школы. В 1925 г. под руководством Александрова начал работать семинар по топологии, на котором выросли такие выдающиеся математики как А.Н.Тихонов и Л.С.Понтрягин.

В 1923 г. появились первые важные результаты Хинчина по теории вероятностей, а в конце 20-ых годов к разработке этой дисциплины приступил один из крупнейших математиков XX века Колмогоров.

В 1922–23 гг. Хинчин приступил также к разработке проблем теории чисел. В 1925/26 учебном году он организовал по этой тематике специальный семинар, в котором приняли участие А.О.Гельфонд и Шнирельман.

Продолжались исследования в традиционных для Москвы направлениях – дифференциальной геометрии (Егоров, С.П.Фиников), теории дифференциальных уравнений с частными производными (Егоров), прикладной математике (С.А.Чаплыгин). Если к этому добавить работы по тензорной дифференциальной геометрии Кагана и его учеников, по теории интегральных уравнений Егорова и В.А.Костицына, по теории почти периодических функций Степанова, по теории вероятностей и статистике Е.Е.Слуцкого, наконец, по теории групп О.Ю.Шмидта и его учеников, то можно говорить, что к середине 20-ых годов Москва стала важным и быстро развивающимся центром математических исследований. Центр этот формировался вокруг университетского Научно-исследовательского института математики и механики и Московского математического общества. Во главе обоих институтов стоял Егоров, который пытался делать все для возрождения нормальной жизни отечественного математического сообщества. Было возобновлено издание «Математического сборника» теперь уже как общесоюзного и даже международного математического журнала – журнал начал печатать статьи не только на русском, но и на немецком, французском и итальянском языках[12]. Москвичи приступили к работе над изданием Полного собрания сочинений Н.И.Лобачевского. Наконец, ими был подготовлен и с 27 апреля по 4 мая 1927 г. проведен Всероссийский математический съезд, возродивший регулярную деятельность математического сообщества в стране, теперь уже в СССР – на съезде было принято решение о проведении в 1930 г. Первого Всесоюзного съезда математиков в Харькове.

Таким образом центром жизни отечественного математического сообщества де-факто и де-юре стала Москва. Но в Петрограде, переименованном в 1924 г. в Ленинград, оставалась Российская академия наук, которая с 1925 г. стала именоваться Академией наук СССР. Как мы уже говорили ранее, от Академии потребовались немалые усилия, чтобы отстоять свое место среди отечественных государственных институтов. Выдающуюся роль в этом сыграл Стеклов. Именно под его началом был создан текст нового устава Академии, принятый в 1927 г., согласно которому Академия заняла положение головной научной организации Советского Союза. Но это произошло уже после его смерти, случившейся в 1926 г. А весь период от 1917 г. до середины 20-ых годов математическое сообщество старой столицы переживало очень тяжело. Мы уже говорили о том, что ушли из жизни академики Ляпунов и Марков, ряд ведущих достаточно молодых талантливых математиков – Успенский, Тамаркин, Шохат, Безикович – эмигрировали на Запад. Трагически – от сыпного тифа – ушел из жизни блистательный Фридман. Положение стало выправляться лишь к середине 20-ых годов. Существенную роль начал играть уже упоминавшийся академический Физико-математический институт. Наиболее важными направлениями исследований ленинградцев стали математическая физика (Стеклов, Гюнтер, Смирнов), теория дифференциальных уравнений – обыкновенных (Крылов, Смирнов, И.А.Лаппо-Данилевский) и с частными производными (Стеклов, Гюнтер), теории чисел (И.И.Иванов, Б.Н.Делоне, И.М.Виноградов, Р.О.Кузьмин, Б.А.Венков). Заметим, что молодые петроградские математики занимались и вопросами теории действительного переменного (Безикович, Г.М.Фихтенгольц) – темой абсолютно запрещенной лидерами старой петербургской школы. В конце 20-ых годов появились и первые исследования С.Л.Соболева и Л.В.Канторовича. Так что к середине 20-ых годов математический Ленинград обладал серьезным творческим потенциалом.

Из других точек творческого роста следует выделить, прежде всего, города Украины: Киев, Харьков и Одессу. Выдающиеся результаты по теории дифференциальных уравнений, конструктивной теории функций и теории вероятностей продолжал публиковать Бернштейн. Успешно работали ученики Граве (Кравчук, Н.И.Ахиезер, М.Г.Крейн). Разворачивалась деятельность школы по нелинейным колебаниям Н.М.Крылова – Н.Н.Боголюбов. Продолжал свои геометрические исследования Д.М.Синцов.

Важным центром математических исследований оставалась Казань, где со времен Лобачевского успешно велись работы в области геометрии, и куда в 1928 г. переехал из Одессы выдающийся алгебраист Чеботарев. Новым пунктом на математической карте страны стал Тифлис (Г.Н.Николадзе, А.М.Размадзе, Н.И.Мусхелишвили), где в январе 1918 г. был открыт университет. Важные результаты в области теории вероятностей и математической статистики были получены застрявшим в Ташкенте профессором Варшавского–Ростовского-на-Дону университета и одним из основателей Туркестанского университета В.И.Романовским.

Подводя итоги успехам математики в СССР к концу первого десятилетия советской власти, Егоров писал: «...работы математиков СССР занимают достойное место среди работ европейских ученых и вносят свою долю участия в развитие и совершенствование различных математических дисциплин» [9, с.231–232].

В итоге отечественная математика вышла из военного десятилетия на подъеме. Понеся известные потери – некоторые математики, не перенеся тягот военного времени, рано ушли из жизни, ряд ученых эмигрировали из страны, многие проекты оказались надолго замороженными и даже вообще остановлены, некоторые институты и университеты вообще оказались за пределами страны – в целом отечественная математика к середине 20-ых годов стала явлением в мире чрезвычайно заметным и, как об этом свидетельствуют последующие события, готовилась к мощному рывку вперед. Его осуществлению способствовало случившееся в 1934 г. «путешествие из Ленинграда в Москву» президиума Академии наук и Математического института им. В.А.Стеклова. Этим переездом был положен конец конфликту математиков двух столиц, державшему в напряжении отечественное математическое сообщество и положено начало процессу формирования Советской математической школы. Но это уже предмет другого исследования.

Заключение

Разумеется, любая война наносит значительный ущерб обществу, особенно, если речь идет о войне мировой – миллионы погибших и увечных, страдания мирного населения и т.д. Великий урон приносит она и развитию науки, научному сообществу и системе народного образования. Не вынеся тяжелых условий жизни, складывающихся в условиях войны, преждевременно уходят из жизни старые и больные, некоторые одаренные молодые люди, из которых могли бы вырасти серьезные исследователи, погибают на фронтах. К счастью, по российскому законодательству, с которым страна вошла в войну, учащиеся высших учебных заведений, лица, оставленные «для подготовки к профессорскому званию», а также приват-доценты и профессора высшей школы призыву в армию не подлежали. Учебные заведения, располагавшиеся на западе Империи, были эвакуированы на Восток и их нормальная деятельность была нарушена. В результате сокращения финансирования были заторможены или даже вовсе остановлены многие проекты.

Но человечество не научилось пока решать многие стоящие перед обществом проблемы, не прибегая к такому хирургическому инструменту как война. При всей своей тяжести война помогает в решении некоторых общественных проблем[13]. Так Первая мировая война помогла и в решении некоторых задач, стоявших перед российским научным сообществом. Скажем так, их можно было решить и в мирной обстановке и наверняка они и были бы решены безо всякой войны, но время на это в мирной обстановке ушло бы значительно большее. Первая мировая война с еще большей наглядностью, чем когда либо ранее, раскрыла те возможности, которые могла предоставить для успеха в ее ходе военная промышленность, опиравшаяся на передовые технологии, которые, в свою очередь, основывались на последних научных достижениях. Так, использование в военных действиях воздухоплавательной техники продемонстрировало важность аэродинамических исследований, которые успешно велись в Москве группой Н.Е.Жуковского. В 1901 г. в своем имении Кучино под Москвой миллионер Д.П.Рябушинский создал Аэродинамическую лабораторию, которой руководил Жуковский. Однако лишь война подвигла государство (уже Советское государство!) к организации большого государственного института: 1 декабря 1918 г. в Москве под руководством Жуковского был открыт Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ). Деятельность этого института составила эпоху в развитии советского самолетостроения. Непреложной стала важность задач механики. Отсюда и появление в Московском университете в 1922 г. Научно-исследовательского института математики и механики[14].

Создание таких учреждений совершенно нового типа в обычной рутине государственных дел превращается в чрезвычайно медленный процесс всякого рода согласований многочисленных ведомств, изысканий свободных ресурсов и т.д. Обстановка военного времени меняет все. То, на создание чего в мирное время нужны десятилетия, в военных условиях делается подчас в несколько дней. Так, организация новых университетов, новых факультетов в уже существующих университетах, которые тянулись годы и годы, в период войны и развернувшихся на ее фоне революции и гражданской войны, осуществлялась чрезвычайно быстро. Помогла в этом даже вынужденная эвакуация вузов, которая способствовала также расширению географии научных и образовательных учреждений страны.

Для решения проблем нарождавшегося индустриального общества нужны были кадры. Нужно было менять всю систему образования, сделав его массовым. Нужна была новая массовая (а не элитарная, как это было ранее) средняя школа, необходимо было создавать и расширять систему образовательных учреждений, готовивших кадры для развивающейся промышленности. Нужно было открыть двери учебных заведений для широких масс, а не только для представителей высших слоев общества. Все это было сделано в СССР в конце 10-х – 30-е гг. Были сняты и всякого рода религиозные ограничения. В результаты в университеты пришла молодежь из рабочей и крестьянской среды и многочисленная молодежь из еврейских местечек[15].

Все это, учитывая высокий стартовый уровень, на котором находилась математика в Империи в начале Первой мировой войны, создало предпосылки к подлинному взрыву научной активности в области математики, случившемуся в 30-е – 40-е гг. в СССР.

Примечания

[1] J.A.Shohat (1866–1944). Долгие годы состоял профессором Пенсильванского университета.

[2] D.F.Selivanoff (1855–1932). Жил и работал в Праге.

[3] A.S.Besicovitch (1891–1970). Вначале работал у Н.Бора в Копенгагене, впоследствии профессор в Кембридже. Член Лондонского Королевского Общества.

[4] J.D.Tamarkin (1888–1945). Обосновался в США. С 1929 г. профессор Брауновского университета. В 1942–1943 гг. вице-президент Американского математического общества.

[5] J.V.Uspensky (1883–1947). С 1929 года и до самой кончины работал в Стэнфордском университете.

[6] Н.Н.Салтыков (1872–1961). Работал в Белградском университете, действительный член Сербской Академии наук.

[7] Jerzy Neyman (1894–1981). В 1938 г. был приглашен в Калифорнийский университет в Беркли, с которым была связана вся его дальнейшая деятельность.

[8] A.B.Przeborsky (1871–1941). Проработав несколько месяцев в Виленском университете, переехал в Варшаву, где трудился в тамошнем университете.

[9] А.Д.Билимович (1879–1970). Работал в Белградском университете, действительный член Сербской академии наук и в 1936–1940 гг. секретарь Отделения естественно-математических наук Академии.

[10] E.L.Bunitzky (1874–1952). Работал в Карловом университете.

[11] В 1918 г. В.И.Ленин писал [4, с.185]: «...Международная революция приблизилась...на такое расстояние, что с ней надо считаться как с событием дней ближайших». В Конституции СССР 1924 г. еще читаем: «новое союзное государство... послужит верным оплотом против мирового капитализма и новым решительным шагом на пути объединения трудящихся в Мировую Социалистическую Советскую республику». Но уже сталинская Конституция 1936 г. не содержит об этой республике даже упоминания.

[12] В итоге в журнале начали активно печататься зарубежные авторы, в том числе Э.Картан, М.Фреше, Б.Гамбье, Ж.Адамар, Х.Хопф, С.Лефшец, Р.Мизес, Э.Нетер, В.Серпинский, Л.Тонелли [8].

[13] Достигнутая в результате войны независимость Польши послужила основанием зарождению одной из наиболее ярких математических школ XX-го столетия. Конечно, при любом развитии событий рано или поздно Польша обрела бы независимость. Однако Первая мировая война ускорила этот процесс и послужила успешному развитию Польской математической школы [10; 11].

[14] На этой же линии лежит и создание в 1933 г. в Московском университете Механико-математического факультета, ставшего в послевоенном Советском Союзе одним из центральных институтов страны и мира в развитии механики полета и теоретической космонавтики.

[15] Не нужно забывать при этом об ограничении прав на получение высшего образования, введенных советской властью для «выходцев из эксплуататорских классов» Российской империи. Правда, в реальной жизни существовали пути, позволявшие обходить эти ограничения. Так, Московский университет закончили выходец из дворянской семьи А.Н.Колмогоров или сын купца И.Г.Петровский.

Список литературы

1. *Юшкевич А.П.* История математики в России до 1917 года. М.: Наука. 1968.
2. Дмитрий Евгеньевич Меньшов. Вторая беседа (2 мая 1975 года) // Математики рассказывают. Из собрания фонодокументов имени В.В.Дувакина. М., 2005. С.180–195.
3. *Бари Н.К.*, *Голубев В.В.* Биография Н.Н.Лузина // Лузин Н.Н. Собрание сочинений. Т.3. М.: Изд-во АН СССР. С.468–483.
4. *Ленин В.И.* Полное собрание сочинений. Изд. 5-е. М.: Политиздат. 1970.
6. *Хинчин А.Я.* Математика // Десять лет советской науке. Сборник статей / Под общей ред. *Ф.Н.Петрова*. М.–Л., 1927. С.39–51.
7. *Демидов С.С.*, *Токарева Т.А.* Формирование Советской математической школы // Историко-математические исследования. 2-я серия. Вып. 10(45). 2005. С.142–159.
8. *Степанов В.В.* Московская школа теории функций // Ученые записки МГУ. 1947. Вып. 91. С.47–52.
9. *Демидов С.С.* «Математический сборник» в 1866–1935 гг. // Историко-математические исследования. 2-я серия. Вып. 1(36). № 2. 1996. С.127–145.
10. *Егоров Д.Ф.* Математика в СССР // Наука и техника в СССР. 1917–1927 / Под ред. *А.Ф.Иоффе*, *Г.М.Кржижановского*, *М.Я.Лапирова-Скобло*, *А.Е.Ферсмана*. М., 1927. С.223–232.
11. *Domoradzki S.* The Growth of Mathematical Culture in the Lvov Area in the Autonomy Period (1870–1920). History of mathematics. V.47. Praha: Matfyzpress. 2011.
12. *Duda R.* Lwowska szkola matematyczna. Wroclaw, 2014.

ЛЕММА УРЫСОНА ИЛИ ТЕОРЕМА ЛУЗИНА–МЕНЬШОВА?

Е.Медушевский

Перевод с польского и примечания ***Г.И.Синкевич***

Оставьте москвичам их внутренние ссоры,
пусть решают их сами[1].

Первый вариант [1] на польском языке был опубликован в 1996 г. В процессе работы над текстом были сделаны некоторые изменения. Автор благодарен Галине Синкевич за перевод текста, а также за вставленные сноски с теми сведениями о российских математиках, которые не были известны автору.

Введение

В статье рассматриваются две теоремы, упомянутые в названии, разные с точки зрения логики, но схожие по математической форме. Положение, занимаемое ими в математике, неравнозначно.

Способы построения функций, описанных Богомоловой и Урысоном, идентичны. Теорема Лузина–Меньшова (ТЛМ) является основой для идеи нормальности в исследованиях Урысона. Богомолова опубликовала результат годом раньше.

Значение Леммы Урысона заключается в ее приложениях. Позже она приобрела известность как связующее звено между теоретико-множественными методами и геометрическим разделом топологии. Теорема Лузина–Меньшова менее известна широкому математическому сообществу. Она никогда не была предметом исследования в руководствах. Она является тонким инструментом исследования производных, замечательного раздела действительного анализа. В отличие от более чисто математической Леммы Урысона, она как теорема сама по себе стала частым объектом исследований.

Обе теоремы появились в обстановке Москвы 1920-х гг., времени расцвета московской теоретико-множественной математики под руководством Дмитрия Егорова и Николая Лузина. Это было время бурной деятельности сообщества молодых учеников Лузина, названного Лузитанией, преисполненного разнообразием характеров, математических интересов и страстей, где соперничество сопровождалось тесным сотрудничеством. Харизматическая личность Лузина не только вызывала восхищенное преклонение, но и вела к конфликтам. Самый известный из них, разгоревшийся вокруг аналитических множеств, непосредственно предшествовал описываемым в этой статье событиям.

Хотя библиографические источники, касающиеся известной Леммы, достаточно богаты, есть некоторые интригующие пробелы. Многие из них относятся к теореме Лузина–Меньшова, в том числе вопрос об авторстве, позже заполненный многими неясными и сомнительными фактами. Теорема Лузина–Меньшова предшествует Лемме Урысона как хронологически, так и в естественном развитии идей.

Теория функций действительной переменной сформировалась раньше, чем теоретико-множественная топология, и автор убежден, что Теорема Лузина–Меньшова сыграла важную роль для известности Леммы Урысона. Связь между этими теоремами никогда не обсуждалась ни топологами, ни математиками, работающими в действительном анализе. Даже в Москве. Однако эти теоремы известны во всем мире и это стало причиной написания этой статьи.

Лемма Урысона

Топологическое пространство называется нормальным, если для каждой пары его подмножеств $F \subset U$, где F замкнуто, а U открыто, всегда может быть найдено замкнутое подмножество K из U, содержащее F, что записывается как

$$F \subset \operatorname{int} K \subset K \subset U. \qquad (1)$$

Нормальные пространства не всегда определялись таким образом. Г.Титце (1880–1964), который систематично анализировал *условия отделимости*, начиная от T_0 через T_2 до нормальности, полагал нормальность как условие T_4, позволяющее разделить два любые замкнутые подмножества без общих точек с помощью открытой окрестности без общих точек [2]. Хотя установление эквивалентности условий Титце с условием (1) является простым логическим упражнением, факт перехода к форме (1) был значительным стимулом для дальнейшего развития понятия нормальности. Эта новая формулировка впервые появилась у Урысона в первой посмертно изданной статье 1925 г., главной задачей которой была теорема о том, что мощность связных нормальных пространств (имеющих более одной точки), есть континуум [3] (в русском переводе [4, т.1, с.177–179]).

Хотя в вводной части статьи используется форма нормальности по Титце, но в вводной части вспомогательная лемма доказывается в предположении, что условие T_4 включает условие (1).

Таким образом, мы видим, что этот факт для Урысона был не только существенным, но и инновационным.

Цепочка включений из условия (1) в работе [3] была итерирована (продолжена), и Урысон получил хорошо известную топологам бесконечную цепочку включений

$$F \subset \ldots \subset \mathrm{int} K_r \subset K_r \subset \ldots U, \tag{2}$$

где r пробегает значения двоичных дробей $k / 2^n$ до 1.

Можно было бы ожидать, что будет написана хорошо известная непрерывная функция. Но это не так, ибо цепочки (2) достаточно для доказательства теоремы о значении мощности.

Только в третьем приложении к его статье, в «Трудах» [4, т.1, с.208] представлена функция, существование которой дает ответ на вопрос Мориса Фреше о возможности определения на общих топологических пространствах непостоянной непрерывной функции.

Далее это точнее выражено следующей теоремой:

«Теорема. *Пусть A и B суть два замкнутых множества, лежащих в нормальном пространстве E. Тогда существует такая непрерывная на E функция* $f(x)$, *что*

$f(x) = 0$ *на* A,

$f(x) = 1$ *на* B,

$0 \le f(x) \le 1$ *для всех других точек пространства E*».

Позже эта теорема получила название Леммы Урысона (ЛУ).

Известная топологам функция

$$f(x) = \inf\{r : x \in K_r\} \tag{3}$$

появилась только в процессе доказательства теоремы.

К удивлению читателя, знакомого с дальнейшим развитием топологии, этот результат остался без приложений и рассматривался как самоцель. Хотя проблема, поднятая Фреше, имела большое общее значение для теоретико-множественной топологии как математической дисциплины, само существование функции не давало никакого импульса конкретной математической проблеме.

В конце своей статьи в разделе «Дополнительные замечания» Урысон писал: «Теорема §25 имеет большое значение для проблемы метризации; я намерен в скором времени опубликовать работу, в которой я с помощью этой теоремы покажу, что *всякое нормальное пространство со счетной базой гомеоморфно метрическому пространству*» (курсив Урысона. – *Е.М.*) [4, т.1, с.211].

Отметим эмоциональное примечание П.С.Александрова, сделанное много лет спустя и напечатанное в «Трудах» в 1951 г. Мы читаем: «По существу, в этих леммах уже содержится... ключ к доказательству метризационной теоремы» [4, т.1, с.216].

Статья [3] была закончена в августе 1924 г. Как можно прочитать в примечаниях Александрова к «Трудам» Урысона [4, т.1, с.214–218], это было за три дня до трагической смерти Урысона.

Только во *второй* посмертной статье Урысона [5] (в русском переводе [4, т.2, с.740–747], где Лемма явно приведена и еще раз доказана, была сформулирована теорема о метризуемости нормальных пространств со счетной базой и доказана хорошо известным способом с использованием функции Урысона.

Эта вторая посмертная статья, как мы можем прочитать в примечаниях Александрова к статье в «Трудах», была почти полностью воссоздана Александровым (за исключением вступительного абзаца) по фрагментарным заметкам Урысона. Зная дальнейшие результаты Александрова в теоретико-множественной топологии, мы можем назвать его одним из творцов Леммы.

Теорема Лузина–Меньшова

В теории функции действительной переменной о *теореме Лузина–Меньшова* можно услышать или прочитать без отсылки к какой-либо конкретной работе. Это теорема о множестве точек плотности измеримых множеств на действительной прямой.

Чаще всего она (ТЛМ) приводится в такой форме: Если F совершенное подмножество измеримого подмножества U, состоящего исключительно из своих точек плотности, то существует совершенное множество K, заключенное между F и U так, что множество F содержится в подмножестве K^* множества K, состоящего из точек плотности K, то есть

$$F \subset K^* \subset K \subset U. \qquad (4)$$

Напомним, что p есть точка плотности измеримого множества A, если отношение меры множества A на промежутках $[p-h, p+h]$ к длинам $2h$ этих промежутков стремится к 1 при h, стремящемся к нулю. По Лебегу почти все точки любого измеримого множества являются его точками плотности. Операция перехода от измеримого множества A к его измеримой внутренней части A^* имеет те же формальные свойства, что и операция перехода к внутренней области в топологическом смысле. Множества, состоящие исключительно из своих точек плотности, представляют аналогию с топологически открытыми множествами; назовем их множествами, открытыми по мере.

Топологически открытые множества являются открытыми по мере. Однако бывают множества, открытые по мере, не являющиеся топологически открытыми, например, множество иррациональных чисел. Далеко не всякое множество, замкнутое по мере, например, множество рациональных чисел, будет топологически замкнутым.

Только лет пятьдесят спустя эта топология с мерой (мерная топология, measure topology) вновь появилась в действительном анализе (см. C.Goffman and D.Waterman [6]). Ее называют плотностной топологией (density topology).

Одноточечное множество можно использовать в роли F в (4). Таким образом, ТЛМ не утверждает нормальность топологии с мерой.

Мы не утверждаем, что Лузин и Меньшов имели в виду плотностную топологию. Пожалуй, оба математика были далеки от понимания топологического пространства как множества, снабженного топологией.

Теорема была сформулирована, но, как мы предполагаем, осталась без доказательства. Доказательство было представлено Верой Богомоловой[2] в ее статье 1924 г. [7].

Богомолова писала: «Теоремы I, II, III и IV были сначала доказаны Н.Н.Лузиным и Д.Е.Меньшовым. Не зная их метода, я получила несколько позже другое доказательство, которое я привожу в тексте» [7, с.155]. Доказательство теоремы Лузина–Меньшова, данное Богомоловой, далеко не очевидно.

Автор признателен Ивоне Кшеминьской [9], которая прочитала эту статью и поделилась с автором ценными комментариями.

Мотивация статьи Богомоловой выходит за пределы утверждения ТЛМ. Теорема в статье была сформулирована и доказана в особо специфической форме, позволяющей получить общий подход к детальным построениям известных в то время сингулярных всюду дифференцируемых функций; например, одна из них с плотно расположенным множеством интервалов постоянства была построена С.Мазуркевичем [10]. Как мы можем прочитать в [7], задача была поставлена Лузиным в связи с его недавним интересом к построениям А. Данжуа и его беседам с В.Серпинским в Москве в 1915–1918 годах.

С этой целью в следующей части работы было получено соответствующее следствие. Вставляя промежуточные звенья в цепочку (4), Богомолова получила бесконечную цепочку включений:

$$F \subset \ldots \subset K_r^* \subset K_r \subset \ldots \subset U, \tag{5}$$

где r пробегает на $[0,1]$ двоичные дроби.

Тогда определена функция

$$f(x) = \inf\{r : x \in K_r^*\}, \tag{6}$$

которая оказывается асимптотически непрерывной, что означает, что в каждой точке, являющейся точкой плотности измеримого множества, она на этом множестве непрерывна [11].

Таким образом, функция будет непрерывной в смысле топологии плотности. Будучи ограниченной, она является производной от своего неопределенного интеграла Лебега. Этот всюду дифференцируемый интеграл, в зависимости от специфики построения, является функцией Мазуркевича, то есть нигде не монотонной всюду дифференцируемой функцией, которую Богомолова приписывала А.Данжуа.

По поводу ТЛМ

Похоже, что ТЛМ стала известна математикам из устных сообщений и уже существовала как результат *до* статьи Богомоловой. Она использовалась как окончательный результат. Функция Богомоловой была ее первым известным применением. Многие годы ТЛМ оставалась без континуации.

Самые ранние цитирования этой теоремы, ныне известные автору, – это статьи Исайи Максимова[3] и Зыгмунта Загорского[4] (Zahorski), вышедшие двадцать лет спустя. Хронологически первыми были статьи Максимова, посвященные аппроксимативно непрерывным функциям. В силу известного результата статей Максимова, опубликованных в 1940 г. в Казани [12], и в Тохоку (Tohoku) [13], область определения каждой функции Дарбу первого класса может быть перепараметризована с помощью автогомеоморфизма так, что функция станет аппроксимативно непрерывной; в частности производной, если функция ограничена.

При этом использовалась теорема Лузина–Меньшова, вновь доказанная Максимовым. В одной из этих работ Максимова статья В.Богомоловой [7] цитируется в сноске. Работа Загорского [14], опубликованная в Тохоку, начинается с цитирования теоремы Лузина–Меньшова без какой-либо ссылки на источник. Загорский представил доказательство теоремы на пяти печатных страницах. Кажется, эта теорема была известна Загорскому только на слух, а ее прежнее доказательство было ему недоступно. Теорема была применена для построения всюду дифференцируемой функции на данном множестве G_δ меры ноль, где производная бесконечна, и решалась проблема, поставленная Войтехом Ярником (Jarnik) в 1933 г. в Тохоку. На статью Богомоловой ссылки нет. Тем не менее, в том же году Загорский опубликовал в «Математическом сборнике» работу [15], где вновь обсуждалась Теорема Лузина–Меньшова и в сноске есть примечание, что Богомолова – автор доказательства. Две эти работы Загорского были отправлены из Львова до июня 1941 г. и были получены в Тохоку и в сборнике в июле того же года. Его интерес к сингулярным производным возник в Варшаве за несколько лет до Второй мировой войны.

Детальную связь со статьей Богомоловой [7] мы находим только в особняком стоящей статье 1976 г. Каплана и Слободника [16], в которой была вновь сформулирована и доказана теорема Лузина–Меньшова и в качестве следствия указана функция Богомоловой (6). В ней обсуждаются результаты статьи Загорского [14] и выводятся новые следствия из ТЛМ о непостоянных всюду дифференцируемых функциях, производные которых равны нулю на плотном множестве точек.

Функция Мазуркевича была одной из многих функций такого типа сингулярности. Первым был А.Кепке (Koepcke, 1889), который построил всюду дифференцируемую нигде немонотонную функцию (которую Богомолова приписывала Данжуа). В 1907 г. Д.Помпейю построил строго возрастающую функцию, у которой всюду существующая производная была равна нулю на плотном множестве точек. Интерес к таким функциям был вызван теорией интеграла. Производные этих функций не интегрируемы по Риману, что показывало недостаточность интеграла Римана для восстановления функций по производной. Классические построения делались в соответствии с индивидуальными методами.

Работа Загорского [14] инициировала метод перепараметризации областей функций ограниченной вариации с помощью гомеоморфизмов, построенных им с использованием теоремы Лузина–Меньшова, благодаря чему эти функции становились всюду дифференцируемыми. Более подробно это было сделано в 1950 г. Загорским в его работе [17], где развит гораздо более общий подход к функции Богомоловой (однако без каких-либо ссылок на [7]). Например, функция Мазуркевича может быть получена путем перепараметризации области хорошо известной функции лестницы Кантора–Лебега. Этот подход Загорского был обобщен как процедура А.Брукнером (Bruckner) в книге 1970 г. [18]. В этой книге дано современное доказательство ТЛМ, однако, без комментариев по поводу происхождения теоремы.

С одной стороны, мы видим большое математическое значение результатов, основанных на ТЛМ, а с другой стороны, их изящество как произведений математического искусства. Теория функций действительной переменной, в частности, тонкие результаты, проливающие свет на природу первой производной, никогда не претендовали на ведущую роль в математике.

Тем не менее, вопросы, касающиеся производных и ТЛМ, одни из наиболее тонких в теоретико-множественной математике.

Последующие обсуждения теоремы привели к интересным обобщениям.

По поводу Леммы Урысона

Судьба родственного результата, называемого Леммой Урысона, была совсем иной.

Невозможно представить себе теоретико-множественную топологию, о которой рассуждал Титце (Tietze) в своей статье 1923 г., без непостоянных непрерывных функций действительной переменной, связывающих ее с пространствами геометрической природы. Хотя и форма функции Урысона не менее важна. Лемма применима в разнообразных ситуациях, соединяющих теоретико-множественную топологию с геометрией. Во второй посмертной статье Урысона [5], подготовленный к изданию Александровым, Лемма была применена в доказательстве теоремы о метризации нормальных пространств со счетной базой. Целью этой статьи не является описание других известных теорем о метризации нормальных пространств при более слабых предположениях, в доказательствах которых Лемма Урысона играет ключевую роль. Напомним только метод отображений в нервы открытых покрытий, как инструмент для аппроксимации пространств многогранниками, применим в теории размерности Лебега.

Согласно примечаниям П.С.Александрова в «Трудах» [4, с.214–218], Урысон представил свои результаты в Московском математическом обществе в мае 1924 г. Статья Богомоловой к этому времени была напечатана в «Математическом сборнике», так как она была принята к печати 25 мая 1925 г. Таким образом, трудно объяснить отсутствие ссылок на Богомолову в статье Урысона. Можем ли мы принять в качестве оправдания, что в июне 1923 г. оба ПС-а[5] отправились в Геттинген – см. книгу М.Бечваровой (Becvarova) и И.Нетука (Netuka) [19] – и были, наверное, далеки от московских событий.

Глядя на статью Богомоловой [7], мы видим, что ее суть заключается в доказательстве (5). Именно этот результат последующие авторы назвали Теоремой Лузина–Меньшова. Функция (6) воспринималась как естественное следствие. Таким образом, Лемма Урысона заимствовала из Теоремы Лузина-Меньшова не очень много, а именно стимул для понимания нормальности в форме (1). Как бы то ни было, мы ценим значение таких тонких стимулов. Более того, со стороны Урысона такой красивый жест был бы вполне уместен.

Глядя на последующие работы 30-х гг., мы наблюдаем удивительное молчание по поводу Леммы Урысона в публикациях Александрова. В первом томе «Топологии», написанной вместе с Хайнцем Хопфом (Heinz Hopf) в 1935 г., отсутствует ссылка на Урысона, хотя сама Лемма сформулирована и применяется. В математических биографиях Александрова и Урысона ничего не рассказано о событиях, связанных с открытием этого столь важного результата теоретико-множественной топологии, чего не скажешь о комментариях к результатам Урысона по теории размерности.

Ситуация выглядит совсем иной в учебниках Александрова, написанных много лет спустя: [20] – 1948 г. и [21] – 1970 г. Новая формулировка нормальности (1) уже называется «Малой Леммой Урысона», а формула – «Большой Леммой Урысона». Можем ли мы объяснить это изменение результатом переоценки Леммы Урысона в свете бурного развития в то время дисциплины, называемой *общей топологией*?

За пределами математики

Автор не вправе обсуждать нематематические причины отсутствия ссылок на ТЛМ в работах Урысона. Возможно, Урысон и Александров просто забыли про Богомолову и даже саму ТЛМ. Это может быть подтверждено тем фактом, что спустя много лет Александров не смог увидеть ТЛМ в «Малой Лемме Урысона». Возможно, он никогда не интересовался теоретическими проблемами меры.

Однако отсутствие ссылок может быть вызвано холодностью в отношениях Урысона и Александрова с их родным центром в Москве. В случае Александрова мы можем просто указать на конфликт с Лузиным, начавшийся около 1918 г. вокруг аналитических множеств, открытых Суслиным.

Эти события происходили в годы падения знаменитой Лузитании, группы молодых математиков, окружавших Лузина с тех пор, как в 1920 г. закончилась Гражданская война. Год за годом молодые математики, к которым принадлежали ПС-ы, утверждали свою независимость в выборе проблематики. Это было великое поражение Лузина, вызванное его трудным характером. Процитируем слова Александрова, сказанные много лет спустя: «Причиной трагической судьбы Лузина была его личность, сосредоточенная на себе, его отчужденность, его нелегкая, даже для учеников, запутанная психология».

В конце 1920-х гг. математические события в Москве влились в поток событий, источник которых лежал за пределами чисто математической жизни. Все началось с общего плана реорганизации Академии наук. Лузин был удален с философского отделения Академии. Хотя у этого решения и были политические причины, но, как мы знаем, даже Дмитрий Егоров, отечески заботливый близкий друг Лузина, не смог его поддержать.

Травля – труднопереводимое русское слово – вокруг Лузина достигла апогея в середине 30-х гг., когда в печати появилось много анонимных обвинений, в том числе на слабые докторские диссертации, написанные под руководством Лузина. Хотя Лузин не разделил судьбу Егорова, который был сослан в Казань, где и умер, события выбросили Лузина из активной математической жизни. Эти обвинения исходили не из математического сообщества. Похоже, что математическое сообщество было вовлечено в это дело против собственной воли. События были тщательно описаны А.П.Юшкевичем в широком политическом контексте [22]. Недавно были опубликованы материалы с заседаний комиссии Академии, рассматривающей так называемое «Дело Лузина» [23].

Из опубликованного списка учеников Лузина только Богомолова прекратила математические исследования, опубликовав лишь одну работу, а именно свою докторскую диссертацию. Эта диссертация имела значительную математическую ценность, так что нет никаких оснований полагать, что она была одной из «слабых докторских диссертаций», написанных под руководством Лузина. Как бы то ни было, Богомолова находится в списке учеников Лузина (доступном в Google) без каких-либо персональных данных, как несуществующий человек. В томе «Математика в СССР за сорок лет» [24] упоминается статья Богомоловой, но в именном указателе ее имя отсутствует. Она также не упомянута среди учеников Лузина в его биографии, написанной Ниной Бари к его книге «Интеграл и тригонометрический ряд» в 1951 г. Но есть и более интригующий факт, а именно, что в этой биографии, как и в других биографических статьях о Н.Н.Лузине, теорема Лузина–Меньшова нигде не отмечена как вклад Лузина в математику. Именно парижская работа Лузина 1912 г., посвященная аппроксимативно непрерывным функциям, цитируется в разделах руководств по теории функций действительной переменной.

Естественно спросить, почему упомянутые здесь факты были так долго безразличны математическому сообществу? ЛУ была так знаменита и ТЛМ до последних десятилетий усиленно разрабатывалась в реальном анализе. Безразличие к ЛУ можно объяснить тем, что Лемма Урысона прославилась только после доведения концепции общей топологии до ее апогея в приложениях в 1960-е гг. Молчание, окружающее ТЛМ в реальном анализе, так просто не объяснить. Его можно объяснить тем фактом, что поколение математиков 1920–1940 гг. знали реальные факты, рассматривая их как свою собственность. Но как объяснить молчание математиков следующих поколений? Несколько легче понять молчание в Москве. Московские математики, невольно вовлеченные в 1930-е гг. в политический конфликт, не были заинтересованы вновь обсуждать в такой опасной ситуации еще одну математическую загадку, которая, как мы считаем, имеет чисто математически характер.

Примечания

[1] Парафраз строк А.С.Пушкина из стихотворения «Клеветникам России»: «Оставьте: это спор славян между собою, домашний, старый спор, уж взвешенный судьбою, вопрос, которого не разрешите вы».

[2] Люстерник, вспоминая 1921 г., пишет о ней как об аспирантке Лузина из 2-го МГУ [8]; к сожалению, больше никаких сведений о ней найти не удалось (прим. переводчика).

[3] Максимов Исайя Максимович (1889–1965) учился в Казани и Москве, работал в Чувашском Госпединституте. Был аспирантом Лузина одновременно с В.Богомоловой. Основные работы: «Аналитическое решение некоторых вопросов теории чисел», книга «Теория двучленных сравнений с простым модулем и первообразных корней». Кандидатская диссертация по теме «О непрерывных преобразованиях функций». Занимался вопросами трансфинитного анализа, автор понятия трансфинитного пространства (прим. переводчика).

[4] Зыгмунд Загорский (1914–1998) – польский математик, получил математическое образование в Варшаве, работал во Львове с Банахом, затем в Лодзи. Основные работы в области действительного и комплексного анализа и тригонометрических рядов (прим. переводчика).

[5] Двое друзей, П.С.Александров и П.С.Урысон, имели в Лузитании прозвище ПС-ы (прим. переводчика).

Список литературы

1. *Mioduszewski J.* Lemat Urysohna czy twierdzenie Łuzina–Mieñszowa? // Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej. Seria Matematyka–Fizyka. – 1996. – Z.76. – S.141–150.
2. *Tietze H.* Beiträge zur allgemeine Topologie I. Axiome für verschiedene Fassungen der Umgebungsbegriff // Mathematische Annalen. 1922. – T.88. – S.290–312.
3. *Urysohn P.* Über die Mächtigkeit der zusammenhängenden Mengen // Mathematische Annalen. 1925. – T.94. – S.262–295.
4. *Урысон П.С.* Труды по топологии и другим областям математики. В 2-х тт. М.–Л.: ГИТТЛ. – 1951. Т.I. С.1–514. Т.II. С.515–992.
5. *Urysohn P.* Zum Metrizationsproblem // Mathematische Annalen. 1925. 94. S.309–315.
6. On approximately continuous transformations / Goffman, D. Waterman // Proceedings of the American Mathematical Society. – 1961. – v.12. – P.116–121.
7. *Богомолова В.С.* Об одном классе функций всюду асимптотически непрерывных // Математический сборник. – М., 1924. – Т.32. – С.152–171.

8. *Люстерник Д.А.* Молодость Московской математической школы. Электронный ресурс: http://modernproblems.org.ru/memo/224-memoirs.html
9. *Krzemińcska I.* Osobliwości funkcji różniczkowalnych // Zeszyty Naukowe WSI w Opolu. Seria Matematyki. – 1994. – Z.13. – S.27–42.
10. *Mazurkiewicz S.* Konstrukcja funkcji rózniczkowalnej mającej wszędzie gęsty zbiór przedziałów stałości // Prace Matematyczno-Fizyczne. – 1916. – S.193–201.
11. *Натансон И.П.* Теория функций вещественной переменной. – М.: Наука, 1974. – 480 с.
12. *Максимов И.М.* О преобразовании некоторых функций в асимптотически непрерывные // Известия физико-математического общества и Научно-исследовательского института математики и механики при Казанском университете им. В.И. Ульянова-Ленина. – 1940. – Т.XII. – Серия В. – С.9–41.
13. *Maximoff J.* On density points and approximately continuous functions // Tohoku Mathematical Journal. – 1940. – Vol.47. – P.237–250.
14. *Zahorski Z.* Über die Menge der Punkte in welchen die Ableitung unendlich ist // Tohoku Mathematical Journal. – 1941. – P.321–330.
15. *Загорский З.С.* О множестве точек недифференцируемости непрерывной функции // Математический сборник. – 1941. – Т.9(51):3. – С.487–510.
16. *Каплан Л.И.*, *Слободник С.Г.* Монотонные преобразования и дифференциальные свойства функций // Математические заметки. 1977. Т.22. №6. С.859–871.
17. *Zahorski Z.* Sur la première dérivée // Transactions of the American Mathematical Society. – 1950. – v.69. – P.1–54.
18. *Bruckner A.* Differentiation of Real Functions // Transactions of American Mathematical Society. Centre de recherches Mathématiques. Monograph Series. V.5. – 1994.
19. *Bečvářová M.*, *Netuka I.* Jarnik's Notes of the Lecture Course «Punktmengen und Reelle Funktionen» by P.S.Aleksandroff (Göttingen 1928). Prague.: Matfyzpress. – 2010. 144 P.
20. *Александров П.С.* Введение в общую теорию множеств и функций. М.–Л.: ОГИЗ, 1948. – 413 с.
21. *Александров П.С.* Введение в общую теорию множеств и общую топологию. М.: Наука, 1977. – 368 с.
22. *Юшкевич А.П.* «Дело академика Лузина» // Вестник АН СССР. 1989. – Т.4. – С.102–113.
23. Дело академика Лузина. Стенограммы заседаний / Под ред. *С.С.Демидова*, *Б.В.Левшина*. СПб.: РХГИ, 1999. – 368 с.
24. Математика в СССР за сорок лет (1917–1957) / Под ред. *А.Г.Куроша*. В 2-х томах. М.: ГИФМЛ, 1959.

ЧЕРН И ПОНТРЯГИН

Ю.А.Аминов

3 декабря 2004 г. умер Черн – один из выдающихся геометров мира, китаец по национальности, много лет работавший в Америке в Беркли. Сообщение пришло по электронной почте из Беркли в Институт математики Польской академии наук, где я в это время работал по приглашению. Но умер он в Китае, у себя на родине, с которой был постоянно связан, на 94-м году жизни.

Бог дал ему великий талант и почти вечную жизнь. Казалось, Черн вечен. На мой вопрос к геометрам, посещавшим Беркли, «как там поживает профессор Черн?», я неизменно получал ответ: «Черн работает, читает лекции, проводит научную работу, все в порядке!»

Последнее большое дело Черна – участие в организации Международного конгресса математиков в Пекине в 2002 г. Все, даже те, кто не был с ним лично знаком, привыкли к его незримому присутствию, которое облагораживало этот мир, думали о нем, и это печальное известие взволновало, и захотелось узнать о нем больше и что-то рассказать студентам. В декабре 2004 г. я сделал доклад в Варшавском университете «Об одной проблеме Черна», который посвятил памяти этого замечательного математика. Проблема касается вопроса неограниченности в пространстве Евклида полного минимального подмногообразия.

Ученики, коллеги и почитатели называют Черна великим геометром XX столетия. Еще при жизни вышли многочисленные книги, посвященные ему, например, великолепно изданная книга с цветными фотографиями «Черн – великий геометр двадцатого столетия» под редакцией Яо [1]. Вышли избранные сочинения [2]. Многие его труды широко известны. Но, пожалуй, наиболее знамениты его работы по доказательству формулы Гаусса–Бонне–Фенхеля–Аллендорфера–Вейля, использующему только внутреннюю геометрию многообразия, а также по характеристическим классам эрмитовых многообразий, которые относятся к 1942–1946 гг. Я ознакомился с книгой «Математик и его математическая работа» [3], содержащей избранные работы Черна и обзоры по его работам. Книга издана в 1996 г. под редакцией Ченга, Ли и Тиан. И был несколько поражен – авторы обзорных статей совсем забывают упомянуть работы советского математика Л.С.Понтрягина. Нет о нем ни слова в большом обзоре Р.Палиса и С.-Л.Тернг «Жизнь и Математика С.С.Черна» [4], нет и ссылок на его работы. А.Вейль в статье «С.С.Черн как геометр и друг» пишет: «Что касается классов Понтрягина, то о них в это время еще не было слышно» [5, с.170]. В статье Ф.Гриффитса «Некоторые размышления о математическом вкладе С.С.Черна» [6] лишь вскользь упомянуты формы Понтрягина.

В сентябре 2004 г. Черн был награжден премией Фонда Шоу. Комитет Фонда состоял из Ж.-П.Бургиньйона, Ф.Гриффитса, С.Лина, В.Ву и Л.Янга. В статье, посвященной этому событию и опубликованной в [7] по материалам заключения Комитета, говорится о классах Черна, об отображениях Черна–Вейля, связности Черна и т.д. Упоминаются имена В.Бляшке, Э.Картана и Г.Вейля, но не упоминаются классы Понтрягина. В статье А.Джексона «Памяти Ш.Ш.Черна» говорится: «Когда Черн создал свое внутреннее доказательство теоремы Гаусса–Бонне в 1944 г. и ввел то, что мы теперь знаем как классы Черна, в 1946 г., то по выражению Ву, он далеко опередил свое время. Несколько математиков, с чувством предвидения – Хайнц Хопф, Андре Вейль и Герман Вейль – понимали важность сделанного Черном ...» [8, с.623]. Опять же нет ни малейшего намека на работы Л.С.Понтрягина.

Однако С.С.Черн в своей знаменитой работе «Характеристические классы эрмитовых многообразий» уже в первых строках пишет о замечательном добавлении к нашему знанию в работах Штифеля, Уитни, Понтрягина, Стинрода, Фелдбау, Эресмана и др. и, как честный человек, как принято в научном мире, дает ссылки [9, с.85] на 2 работы Л.С.Понтрягина «Характеристические циклы многообразий» и «Некоторые топологические инварианты Римановых многообразий» [10; 11].

Обратите внимание на годы публикаций – 1942 и 1944. Особенно впечатляет дата 1942 г. Немецкие войска подошли вплотную к Ленинграду, Москве, Волге, Сталинграду, вышли на Кавказ. Это было тяжелейшее время – казалось бы, все в этот момент должно быть отдано фронту, военным заботам. Но вера в победу была настолько велика и столь важное значение придавалось научным исследованиям, что советское правительство старалось поддержать издание журнала «Доклады Академии наук СССР».

Опишем кратко обстановку тех лет. В 1941 г. Академия наук СССР была переведена из Москвы в различные города на Востоке, в основном в Казань и Свердловск. Украинская академия наук была эвакуирована в столицу Башкирии Уфу и некоторые города Урала. Учреждения Академии наук СССР в Казани располагались в зданиях Казанского университета. В свое время их строил Н.И.Лобачевский и, таким образом, он сослужил добрую службу Академии (хотя в свое время не был в нее избран). В Казани в 1941 г. находился Президиум АН СССР, а в 1942 г. он был переведен в Свердловск. Именно в Казани в 1942 г. печатались «Доклады академии наук СССР» в типографии «Татполиграф» при Народном комиссариате местной промышленности (НКМП) ТАССР на ул. Миславского 9. Редколлегия размещалась также в Казани (ул.Баумана 19, Дом печати), ответственным редактором был академик А.Е.Ферсман, а заместителем ответственного редактора – академик А.Н.Колмогоров. Журнал издавался на русском и английском языках. В 1944 г. он был разослан по 520 адресам, в том числе в США.

Л.С.Понтрягин, в то время член-корреспондент, в 1941–1942 гг. тоже находился в Казани. Очень скупо он передает обстановку тех дней: «И она [война], как для всякого советского человека, послужила для меня причиной тяжкого мучительного изменения сложившегося образа жизни... Тогда мною было получено несколько хороших результатов, причем работа над ними осуществлялась частично при стоянии в длинных очередях» [12, с.16–17].

Многие ученые академии во главе с Президентом академии В.Л.Комаровым были заняты военными вопросами, но правительство придавало значение и тому, чтобы теоретические исследования, не имеющие непосредственного оборонного значения, продолжались и находились на высоком уровне. В 1941 г. Президиум обращался к правительству с просьбой о получении иностранной научной литературы. Благодаря этому было замечено, что уменьшилось число публикаций в области ядерной физики, и из этого был сделан важный вывод о том, что в других странах эти работы засекречены. В 1942 г. была проведена сессия АН СССР в Свердловске, а в сентябре 1943 г., когда Академия наук уже вернулась в Москву, прошло общее собрание – «факт совершенно исключительного значения», как сказал В.Л.Комаров, «в тот момент, когда на обширных территориях Европы погасли огни в лабораториях, музеях и высших школах...» [13, с.5]. Интересно отметить такие слова из его доклада: «Математические работы Лобачевского, Жуковского и Чаплыгина немало способствовали тому, что наши самолеты и крейсеры стали грозной силой, уничтожающей технику и живую силу фашистских захватчиков...» [13, с.8]. Академия наук в эти годы отметила 300-летие со дня рождения И.Ньютона и 150-летие со дня рождения Н.И.Лобачевского. П.С.Александров сделал доклад о Лобачевском. На этой же сессии академиком был избран В.В.Смирнов, а членами-корреспондентами – М.В.Келдыш и И.Г.Петровский (см. [14–16]).

Выдающиеся работы Л.С.Понтрягина, которые создавались в очень трудных условиях, были вовремя опубликованы, по-видимому, сразу дошли до США и были поняты их математиками. Именно характеристические классы и числа Понтрягина совершили революцию в топологии и в той части геометрии, которая связана с топологией.

3 сентября 2008 года исполняется 100 лет со дня рождения Льва Семеновича Понтрягина.

Автор выражает признательность С.С.Демидову за полезную информацию.

Список литературы

1. Chern, a great geometer of the twetieth century / Ed. by *Shing-Tung Yau*. Hong Kong: International Press, 1992.
2. *Chern Shiing-shen*. Selected Papers of S.S.Chern. 3 Vols. New York: Springer-Verlag, 1989.
3. A mathematician and his mathematical work: Selected papers of S.S.Chern / Ed. by *P.Li*, *G.Tian*, *Sh.-Y.Cheng*. World Scientific Series in 20^{th} Century Mathematics. World Scientific Publishing Co.Pte.Ltd, 1996.
4. *Palais R.S.*, *Terng Ch.-L.* The life and mathematics of Shiing-Shen Chern. https://www.researchgate.net/publication/261547933_The_Life_and_Mathematics_of_Shiing-Shen_Chern

5. *Weil A.* S.S.Chern as geometer and friend // Wolf prize in mathematics / Ed. by *S.S.Chern*, *F.Hirzebruch.* Vol.1. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2000. P.169–172.
6. Inspired by S.S.Chern: A Memorial volume in honor of a great mathematician / Ed. by *P.Griffiths*. Hackensack, New Jersey: World Scientific Publishing, 2006.
7. Chern receives Shaw prize // Notices of American mathematical society. 2004. Vol.51. Iss.9. P.1067–1068.
8. *Jackson A.* In Memoriam: S.-S. Chern // Notices of American mathematical society. 2005. Vol.52. Iss.6. P.623–625.
9. *Chern S.S.* Characteristic classes of Hermitian manifolds // Annals of Mathematics. Second Series. 1946. Vol.47. No.1. P.85–121.
10. *Понтрягин Л.С.* Характеристические циклы многообразий // Доклады Академии наук СССР. 1942. Т.35. №2. С.35–39.
11. *Понтрягин Л.С.* Некоторые топологические инварианты римановых многообразии // Доклады Академии Наук СССР. 1944. Т.43. №3. С.95–98.
12. *Понтрягин Л.С.* Краткое жизнеописание Л.С.Понтрягина, составленное им самим // Успехи математических наук. 1978. Т.33. №.6 (204). С.7–21.
13. *Комаров В.Л.* Вступительное слово Президента Академии наук СССР В.Л. Комарова на Общем собрании Академии наук СССР // Вестник Академии наук СССР. 1943. Т.13. №9–10. С.5–8.
14. *Левшин Б.В.* Академия Наук СССР в годы Великой Отечественной Войны, 1941–1945. М., 1966. 188 с.
15. *Левшин Б.В.* Советская наука в годы Великой Отечественной Войны. М., 1983. 382 с.
16. Академия Наук СССР. Общее собрание Академии Наук СССР 25–30 сентября 1943 г. М., 1944. 244 с.

НИКОЛАЙ МИХАЙЛОВИЧ МАТВЕЕВ – ПЕТЕРБУРГСКИЙ МАТЕМАТИК И ПЕДАГОГ (К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

Л.В.Коновалова

Николай Михайлович Матвеев – легендарная личность для Санкт-Петербурга. Он не был выдающимся математиком, но он был выдающимся педагогом, автором большого количества блестящих учебников по математике и замечательным человеком, благотворно повлиявшим на судьбы многих молодых людей.

Николай Михайлович Матвеев родился 1 ноября 1914 г. в Вологодской области, станция «Дикая», в семье зажиточного крестьянина. В хозяйстве отца было две коровы и одна лошадь. После революции 1917 г. отца «раскулачили» и маленький Коля оказался сыном «кулака». Было и другое печальное обстоятельство, повлиявшее на судьбу Николая Михайловича. А именно, его дядя – Анатолий Тимофеев, получивший хорошее техническое образование в Санкт-Петербурге, знавший несколько европейских языков, в 1918 г. эмигрировал из России во Францию. Там он занялся книготорговлей. Хорошее образование, знание языков и, наконец, природный ум привели к успеху. Он быстро разбогател и умер во Франции в возрасте более ста лет.

Николай Михайлович, блестяще окончив среднюю школу, особенно он отличался по математике, отправился в Ленинград поступать в университет на математико-механический факультет. Однако два обстоятельства – сын «кулака» и родственник эмигранта – не позволили ему стать студентом. Некоторое время он был «вольнослушателем», а потом по комсомольской путевке вернулся домой в Вологду и стал учителем в школе. Три года Николай Михайлович учил школьников математике, физике и немецкому языку. В 1933 г он вновь отправляется в Ленинград поступать в университет. Приобретя статус школьного учителя, Николай Михайлович смог поступить на математико-механический факультет. Ему очень повезло с учителями. Это были Николай Максимович Гюнтер (17.12.1871–04.05.1941) и Григорий Михайлович Фихтенгольц (05.06.1888–26.06.1959).

Николай Максимович Гюнтер – петербуржец, выпускник Петербургского университета (окончил в 1894 г.), доктор чистой математики (1915 г.). Его научные работы относятся к общей теории дифференциальных уравнений как обыкновенных, так и с частными производными. Большое число работ Гюнтера посвящено проблемам математической физики. Им написаны монографии по уравнениям с частными производными и по теории потенциала [1].

Григорий Михайлович Фихтенгольц – одессит, родился в Одессе, там же и окончил университет. С 1918 г. он профессор Петроградского, а затем Ленинградского университета. Его научные интересы относились к теории функций действительной переменной и к функциональному анализу. Трехтомник Фихтенгольца «Курс дифференциального и интегрального исчисления» – лучший учебник по математическому анализу. Григорий Михайлович Фихтенгольц – легендарная личность в Санкт-Петербурге Его очень любили студенты, а некоторые его остроумные замечания до сих пор повторяют преподаватели при чтении лекций. Например, профессор Вулих Борис Захарович, восхищавший нас, студентов матмеха, своей безукоризненной, элегантной манерой чтения лекций, однажды на лекции по математическому анализу объявил: «Теорема о двух милиционерах». Затем улыбнулся и сказал: «Так эту теорему называл Григорий Михайлович Фихтенгольц». Многие выпускники матмеха, ставшие впоследствии преподавателями, до сих пор называют теорему о сжатой переменной теоремой о двух милиционерах.

Николай Михайлович Матвеев был очень талантливым студентом, его заметил Гюнтер и пригласил после окончания университета к себе в аспирантуру. В 1941 г. Матвеев успешно защитил кандидатскую диссертацию на тему «О достаточном условии Лихтенштейна для слабого экстремума» и был оставлен на математико-механическом факультете в качестве ассистента самого Фихтенгольца. Отметим, что Николай Михайлович каким-то образом (он не говорил каким именно) поддерживал отношения со своим дядей, живущем во Франции. Ему удавалось снабжать Гюнтера математической и художественной литературой с помощью дяди А.Тимофеева. Во время войны Николай Михайлович работал в Свердловске в Уральском государственном университете. В 1944 г. Матвеев возвращается в Ленинград, он – доцент кафедры дифференциальных уравнений математико-механического факультета ЛГУ. Николай Михайлович блестяще читает лекции по дифференциальным уравнениям, ведет практические занятия, активно занимается научной деятельностью. Стоит заметить, что Николай Михайлович был очень дружен с Николаем Павловичем Еругиным (14.05.1907–12.02.1990), выдающимся советским математиком, академиком АН БССР. Еругин выпускник ЛГУ 1932 г., в 1935–1957 гг. работал в Ленинградском университете. В 1957 г Николай Павлович уехал в Белоруссию и работал в Институте математики АН БССР до конца своих дней. Основные его труды посвящены теории дифференциальных уравнений [1].

Еругин был частым гостем в доме Матвеева. Его сын, Павел Николаевич Матвеев вспоминает, как Николай Павлович, будучи у них в гостя и узнав о каких-то его шалостях, «бил его палкой», поскольку Николай Михайлович, по доброте душевной, подвергать сына физическим наказаниям не мог.

Николай Михайлович Матвеев – автор более ста научных работ по теории дифференциальных уравнений, им написано большое количество учебников и задачников по теории дифференциальных уравнений. В 1955 г. в издательстве ЛГУ Матвеев выпускает замечательную книгу «Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений», содержащую 655 страниц блестяще изложенного материала. Предисловие к монографии написал Н.П.Еругин. Текст книги был набран в типографии за рекордно короткий по тем временам срок – в течение двух месяцев. Такая скорость объяснялась просто: весь гонорар за книгу Николай Михайлович отдал типографии. В 1963 г. выходит второе издание под названием «Методы интегрирования дифференциальных уравнений. Учебник для механико-математических специальностей университетов» в издательстве «Высшая школа». В 1967 г. он публикует третье издание в том же издательстве в Москве. Учебник великолепен и очень востребован и в Минске в 1974 г. вышло его четвертое издание. В 1969 г. Николаю Михайловичу была присвоена ученая степень доктора физико-математических наук.

Работу над своим знаменитым «Сборником задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям» Матвеев завершил к началу 1960 г, и в том же году задачник был опубликован в издательстве ЛГУ. Второе издание задачника выходит в Москве в 1962 г., затем третье издание – в Минске в 1967 г.. Задачник так хорош и так востребован, что его переиздают в 1970, 1977, 1987 гг. и, наконец, в 2002 г. выходит седьмое издание в Петербурге в издательстве «Лань». Отметим, что кроме курса теории дифференциальных уравнений Николай Михайлович Матвеев читает на матмехе блистательный курс «Аналитическая теория обыкновенных дифференциальных уравнений», который, все студенты, специализирующиеся по кафедре «Дифференциальные уравнения», слушали с восторгом. В шестидесятые годы Матвеев разработал и читал еще один курс «Асимптотическая теория дифференциальных уравнений», который так же все студенты посещали, настолько интересно и доходчиво излагал материал Николай Михайлович.

Несколько лет Матвеев был председателем предметной комиссии по математике на матмехе, в связи с этой работой он издает в помощь поступающим в университет целый ряд пособий. Например, в 1965 г. Николай Михайлович совместно со старшим сыном разработал и опубликовал «Сборник задач по математике в помощь поступающим в вузы» в издательстве Казанского университета. Сборник пользовался большой популярностью у абитуриентов и трижды был переиздан. Его трудолюбие и трудоспособность потрясают. Он пишет большое количество пособий по дифференциальным уравнениям для заочников. В шестидесятые годы было модным «учебное телевидение». Николай Михайлович откликается и на это веяние времени и издает ряд учебных пособий в помощь слушателям учебного телевидения.

Наряду с большим педагогическим талантом Николай Михайлович Матвеев обладал даром организатора. Известно, что Постановлением Совета Министров СССР от 10 октября 1969 г. был образован в ЛГУ Факультет Прикладной Математики – Процессов Управления, первым деканом которого стал профессор Владимир Иванович Зубов. Этому событию предшествовало колоссальная работа, проделанная Николаем Михайловичем. Именно благодаря его энергии, его организаторскому таланту появился в университете новый факультет. Десять лет – с 1969 по 1979 гг. – Матвеев был бессменным руководителем кафедры высшей математики факультета ПМ–ПУ. Чтобы факультет с первый дней своего существования полноценно работал необходимо наличие, с одной стороны, студентов, а с другой квалифицированных преподавателей. И здесь Николай Михайлович проявил свой незаурядный талант организатора и свое удивительное человеколюбие. А именно, он лично изучил дела студентов, отчисленных с матмеха, и, выбрав из них наиболее способных, (имевших хорошие оценки до отчисления), лично написал каждому из них письмо с предложением восстановиться в университете, но на новом факультете ПМ-ПУ. Тем самым он, во-первых, изменил к лучшему судьбы многих способных молодых людей, во-вторых, создал возможность для полноценной работы нового факультета. Печален тот факт, что на протяжении всех десяти лет Николай Михайлович был лишь исполняющим обязанности заведующего кафедрой высшей математики.

В 1979 г. Матвеев покинул ЛГУ и возглавил кафедру математического анализа в ЛГПИ им. А.И.Герцена. С 1979 по 1989 гг. Николай Михайлович занимал должность заведующего кафедрой математического анализа, а с 1989 по 1994 гг. был профессором кафедры, на посту заведующего кафедрой его сменил Владимир Петрович Одинец.

В эти годы Матвеев опубликовал свой известный курс «Аналитическая теория дифференциальных уравнений» в издательстве ЛГПИ им. А.И.Герцена. Николай Михайлович являлся основателем и бессменным руководителем городского семинара по дифференциальным уравнениям и математической физике. Семинары проводились еженедельно по понедельникам. Семинары были необыкновенно интересные, их посещало большое количество народа. Это были и студенты старших курсов, и аспиранты, и инженеры, у которых возникали проблемы, связанные с тематикой семинара. Много преподавателей из разных городов России приезжали на семинар. Все получали помощь в решении своих проблем. Отметим, что после окончания каждого семинара к Николаю Михайловичу выстраивалась длинная очередь, чтобы поговорить с ним. Матвеев внимательно выслушивал каждого, вникал в суть проблемы и давал подробный алгоритм действий, необходимых для того, чтобы, как он говорил, все было хорошо.

Николай Михайлович возобновил в ЛГПИ семинар по истории математики и методике преподавания. Семинар проводился раз в месяц по средам. На этом семинаре по личному приглашению Николая Михайловича неоднократно выступали с докладами ведущие историки математики страны: С.С.Демидов, А.Н.Боголюбов. Отметим, что первый же доклад Сергея Сергеевича Демидова произвел на участников семинара такое сильное впечатление, что многие из них (автор статьи в том числе) начали серьезно заниматься историей математики.

Под редакцией Матвеева и при его прямом участии с 1986 по 1992 гг. ежегодно выходил межвузовский сборник научных трудов «Дифференциальные уравнения в частных производных» [2] в издательстве ЛГПИ. С 1982 по 1993 гг. также под редакцией Николая Михайловича ежегодно выходил межвузовский сборник «Математический анализ. Вопросы теории, истории и методики преподавания математики» [3]. Сборники «Математическая физика» [4], «Качественная теория сложных систем» [5] регулярно выходили под его редакцией с 1984 по 1987 гг. В перечисленных изданиях печатались такие известные петербургские математики как В.С.Виденский, Г.А.Леонов, В.Ф.Зайцев, В.Ф.Кузютин, М.М.Смирнов; москвичи С.С.Демидов, А.Н.Филатов, В.В.Шершков и многие другие ученые практически со всех вузов России. Николай Михайлович обладал неиссякаемой энергией и огромной любовью к людям. Во многих городах России благодаря его активной деятельности были открыты аспирантуры. Он подготовил к защите кандидатских диссертаций более 50 аспирантов, вырастил 6 докторов наук.

Матвеев – заслуженный деятель науки Российской Федерации, он награжден медалью Ушинского. Медаль Ушинского была учреждена постановлением Совета министров РСФСР от 25 мая 1946 г. Ею награждались педагоги-практики, добившиеся особенных успехов в педагогическом труде, и авторы учебников, зарекомендовавших себя, как самые ясные и полезные. Кроме того, Николай Михайлович являлся действительным членом международной Академии Наук Высшей школы. Эта авторитетная и влиятельная неправительственная организация, объединяющая более тысячи известных ученых и педагогов системы профессионального образования сорока стран мира.

Круг интересов Матвеева был необычайно широк, но наибольший интерес для Николая Михайловича представлял человек. Он искренне любил каждого своего студента и всеми силами пытался каждому помочь. О нем рассказывают легенды, которые являются истиной правдой. Приведу несколько примеров. Его аспирантка Нина Михайловна Репникова в 1981 г. должна была защищать диссертацию, а Николай Михайлович в Военно–медицинской академии за день до защиты перенес тяжелейшую полостную операцию. Так вот, добравшись до телефона в ординаторской в день защиты, Матвеев, весь в дренажных трубках, контролировал Нинину защиту. Многие аспиранты рассказывали, что Николай Михайлович ставил свою фамилию в их работах (рядом с фамилией автора), чтобы ускорить напечатание статьи, а в последний момент, после принятия статьи в печать, отсылал в редакцию телеграмму с настоятельной просьбой исключить свою фамилию, поставленную по ошибке. И таких примеров можно привести много.

Николай Михайлович был талантлив во всем. Он прекрасно пел, у него была природная постановка голоса, очень красивый тенор. Помню, я сдавала кандидатский минимум по математике, нас было человек пятнадцать. Мы пришли в назначенное время, но оказалось, что экзамен начнется лишь через полтора часа. Все сидели в аудитории бледные в страшном напряжении. Вдруг пришел Николай Михайлович и сказал: «Я буду вам петь арии из редко исполняемых опер и старинные русские романсы, а вы будете угадывать имена композиторов». Напряжение спало, и мы с изумлением слушали дивное пение Николая Михайловича.

В 1994 г Николай Михайлович Матвеев ушел из Петербургского государственного педагогического университета им. А.И.Герцена (в 1990 г институт получил статус университета) и возглавил кафедру высшей математики в Ленинградском государственном университете им. А.С.Пушкина. Там он проработал до конца своих дней. 1 декабря 2003 г. Николай Михайлович почувствовал себя плохо, но он даже не допускал мысли о том, чтобы не прийти на лекцию в университет. На все мои уговоры заменить его он категорически отказался. 2 декабря Матвеев прочел студентам свою последнюю лекцию, а 4 декабря его не стало. Николай Михайлович Матвеев похоронен на кладбище под г. Пушкином.

В Библии есть эпизод: Иисус Христос идет по пустыне и встречает десять прокаженных. Он исцеляет их и продолжает свой путь, а они продолжают свой. И только один из десяти исцеленных вернулся и поблагодарил Спасителя. Вывод: каждый десятый – благодарный. Общение с Николаем Михайловичем сделало нас всех чуть-чуть лучше, поэтому среди его учеников благодарных больше. Каждый год 1 ноября в день рождения Николая Михайловича Матвеева на могилу приходят ученики почтить его светлую память.

Список литературы

1. *Бородин А.И.*, *Бугай А.С.* Биографический словарь деятелей в области математики Киев: Изд-во «Радянська школа», 1979.
2. Дифференциальные уравнения в частных производных. Межвузовский сборник научных трудов. Л.: Изд-во ЛГПИ, 1986.
3. Математический анализ. Вопросы теории, истории и методики преподавания математики. Межвузовский сборник научных трудов. Л.: Изд-во ЛГПИ, 1988.
4. Математическая физика. Межвузовский сборник научных трудов. Л.: Изд-во ЛГПИ, 1984.
5. Качественная теория сложных систем. Межвузовский сборник научных трудов. Л.: Изд-во ЛГПИ, 1986.

ДОКЛАССИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИКА

ВВОДНЫЕ КОММЕНТАРИИ ИБН АЛ-ХАЙСАМА К ПЯТОЙ КНИГЕ «НАЧАЛ» ЕВКЛИДА[1]

И.О.Лютер

Общая теория отношений, изложенная Евклидом в пятой книге «Начал», подверглась обширному комментированию и критическому пересмотру в сочинениях средневековых арабоязычных ученых: и в отдельных трактатах, и в комментариях к «Началам», и в арабских редакциях этого сочинения Евклида – так называемых обработках и улучшениях. Результаты восприятия и развития этими учеными теории отношений Евклида анализировались во многих исследованиях по истории средневековой математики. Однако содержание соответственных фрагментов некоторых арабских источников вводилось в научный оборот иногда тезисно. Это характерно, в частности, для изложения в [1, с.53–54, 61–62] нескольких фрагментов, относящихся к теории отношений, из «Комментария к введениям [к книгам «Начал»] Евклида» («Шарх мусадарат Уклидис») выдающегося средневекового философа и математика Абу ‘Али ал-Хасана ибн ал-Хасана ибн ал-Хайсама (965–1040). Своей известностью это сочинение обязано, прежде всего, исчерпывающему исследованию фрагмента трактата, содержащего попытку Ибн ал-Хайсама доказать пятый постулат о параллельных (см., например, [2]). Я предлагаю рассмотреть и проанализировать четыре (в моей разбивке) первых комментария ал-Хайсама к пятой книге «Начал» Евклида, руководствуясь рукописью этого сочинения (№104 араб.) Научной библиотеки им. Н.И.Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета.

---

1) Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-03-00120 а).

Первый комментарий ал-Хайсама к теории отношений величин, запрет метабазиса Аристотеля и классификация наук ал-Фараби. Этот комментарий – своего рода введение к пятой книге «Начал» Евклида:

«Что касается книги пятой, то Евклид разъясняет в ней свойства отношений математических величин друг к другу. Отношения математических величин охватывают [и] отношения всех физических величин. Однако [192 об.] цель исследования [Евклида] – отношения между математическими величинами, поскольку они всегда остаются в одном и том же (букв. «своем». – *И.Л.*) состоянии, ибо в одном [и том же] состоянии всегда находятся математические величины, сами по себе неизменчивые до тех пор, пока не изменится представление (мутахаййал, букв. «воображенное». – *И.Л.*) о них. Что касается отношений, которые [имеют место] между физическими величинами, то значительное число из них не сохраняет [свое] состояние, ибо многие физические величины не остаются в одном [и том же] состоянии ни на мгновение. Все они под[вержены] возникновению и уничтожению. К этим величинам, я имею в виду [те], которые под[вержены] возникновению и уничтожению, могут успешно применяться отношения, упомянутые в этой книге, несмотря на то, что отношение между ними не сохраняет свое состояние. Это [возможно] потому, что изменение отношения между этими величинами за короткое время не будет ощутимо, поэтому его изменение не отражается на результатах [его] применения. Изменчивые физические величины, между которыми применяются отношения, приведенные в этой книге, – это величина (каммиййа, также «количество». – *И.Л.*) физических тел: величина их поверхностей, величина их длин и ширин. Я имею в виду [под величиной тел] совокупность этих их протяженностей. Вместе с тем к ним относятся величины (макадир) весов тяжелых тел, ибо величины весов делят, дробят, удваивают и определяют отношения их частей друг к другу. Поэтому отношения, приведенные в пятой книге, также применяются между величинами весов. Что касается величин, чуждых возникновения и уничтожения, то применение таких отношений между ними наиболее значимое. Эти величины – это время и небесные тела, величины их протяженностей, величины их движений, величины их орбит и величины их расстояний. Таким образом, отношения, приведенные в этой книге, применяются между всеми величинами. Они применяются между ними всеми с пользой, [что] необходимо для того, что нуждается в знании их количеств (каммиййат) из их соотношений (идафат) и сравнений друг с другом» [3, л.192–192 об.].

В этом фрагменте Ибн ал-Хайсам утверждает возможность приложения теории отношений «математических» величин Евклида ко «всем физическим» величинам. Уместно отметить некоторую аналогию между его рассуждениями и словами западноевропейского переводчика «Начал» Кампана Новарского (XIII в.) о возможности существования отношений не только между геометрическими величинами, но и другими «однородными вещами» – весами, силами, звуками [4, с.23].

Рассматривая отличительную черту физических величин – изменчивость – как главный фактор, препятствующий применению к ним геометрических методов, Ибн ал-Хайсам подкрепляет свое утверждение о возможности приложения к ним теории отношений, лишь кратко отмечая несущественность изменения отношения величин, «подверженных возникновению и уничтожению», в течение короткого промежутка времени. Таким образом, в приведенном фрагменте высказывается в некотором смысле основание для математизации натурфилософии.

Однако тезис ал-Хайсама о возможности приложения теории отношений величин ко «всем физическим» величинам противоречит запрету метабазиса Аристотеля – тезису о недопустимости перехода от одной науки к другой в процессе доказательства, обусловленному его же концепцией науки и классификацией наук: «Нельзя… вести доказательство, переходя из одного рода в другой, как, например, нельзя геометрическое положение доказать при помощи арифметики… Поэтому аксиомы, на основании которых ведется доказательство, могут быть одними и теми же в нескольких науках, но в науках, род которых различен, таких, как арифметика и геометрия, не годится арифметическое доказательство для свойства величин, если только эти величины не числа… » («Вторая аналитика», I.7, 75a38–75b4) [10, т.2, с.270–271]. Впоследствии именно с позиций запрета метабазиса ‘Умар ал-Хаййами (Омар Хайям, 1048–1131) и Насир ад-Дин ат-Туси (1201–1274) критиковали применение ал-Хайсамом физического движения (параллельного переноса) в геометрическом доказательстве пятого постулата о параллельных [5, с.115–116; 6, с.308–309; 7, с.483–485].

С другой стороны, «все физические величины», приводимые ал-Хайсамом в качестве примеров, фактически соответствуют предметной области математических наук в классификации наук Абу Насра Мухаммада ибн Мухаммада ал-Фараби (872–950), отличной от аристотелевской системы наук и наиболее популярной из ранних классификаций во времена ал-Хайсама.

Ал-Фараби, известный в средневековой арабской философской традиции как «Второй учитель» после Аристотеля, изложил свою иерархию наук в трактате «Перечисление наук» («Ихса’ ал-‘улум»), органично объединив в ней греческие науки и исламские дисциплины [8; 9]. Позднейшие арабо-мусульманские философы Абу ‘Али ибн Сина (Авиценна, ок.980–1037) и Абу’л-Валид Мухаммад ибн Ахмад ибн Рушд (Аверроэс, 1126–1198) приспособили ее и к новым дисциплинам и к тем, что были упущены ал-Фараби. В XII в. это сочинение ал-Фараби было переведено на латинский язык Домиником Гундиссалином и Герардом Кремонским.

Семь математических или «пропедевтических» наук в построении ал-Фараби включают кроме традиционного квадривиума – арифметики, геометрии, астрономии и музыки – еще и оптику, науку о весах и так называемую «науку об искусных приемах» (’илм ал-хийал).

Не все нововведения в области математических наук ал-Фараби приводят к противоречию с тезисами Аристотеля в контексте метабазиса. Это, в частности, относится к объединению в рамках одной науки геометрии ее теоретической и практической частей (аналогично ал-Фараби поступил в случаях арифметики и музыки) и утверждению Аристотеля о том, что «если доказательство должно перейти к другому роду, то этот род должен быть или вообще тем же или в каком-то отношении тем же» («Вторая аналитика», 75b7–9) [10, т.2, с.273]. Не расходится с тезисами Аристотеля о метабазисе и осуществленное ал-Фараби наделение астрономии, науки о весах и оптики статусом отдельных математических наук. Такая реорганизация сущностно не нарушает определенную Аристотелем «подчиненность» этих наук, для которых «знание того, что есть, основано на чувственном восприятии, знание же того, почему есть, – на математике» и которые, «будучи по своей сущности отличными от математики, пользуются ее формами» («Вторая аналитика», 78b31–79a15) [10, т.2, с.282]. И, следовательно, не приводит к противоречию с тезисами Аристотеля о возможности метабазиса в случае «подчиненных» наук: «Нельзя доказать посредством одной науки положения другой, за исключением тех случаев, когда науки так относятся друг к другу, что одна подчинена другой, каково отношение, например, оптики к геометрии и гармонии – к арифметике» («Вторая аналитика», 75a14–16) [10, т.2, с.271]. И далее: «... но доказательство не подходит к другому роду, разве только тогда, когда, как было сказано, геометрические доказательства подходят к положениям механики и оптики, а арифметические – к положениям гармонии» («Вторая аналитика», книга 1, глава 9, 76a23–25) [10, т.2, с.273].

Иная ситуация была обусловлена введением ал-Фараби «науки об искусных приемах». Собственно говоря, с введением этой науки было установлено новое инклюзивное взаимоотношение между наукой и искусством, знанием и действием, позволившее раздвинуть границы, определенные аристотелевским запретом метабазиса между математикой и другими науками.

Ал-Фараби, исходя из того, что объекты математических наук отвлечены от материи, а «ощущаемые тела и материальные вещи имеют такие состояния, которые мешают применять доказанные математические положения на практике по желанию человека», предлагает «учение о том, каким образом надо поступать, чтобы привести в соответствие и воплотить в естественных телах все то, чье существование доказано в упомянутых математических науках путем рассуждений и доказательств», учение, дающее «разные способы и приемы для нахождения искусственным путем применения математики на практике в естественных и ощущаемых телах» [11, с.31–33; 4, с.138]. Эта совокупность дисциплин, которые в большинстве своем будут известны впоследствии как науки «смешанные» (мумтазадж, термин встречается у Ибн Сины) или «промежуточные» (mediae у Фомы Аквинского), включает искусство руководства строительством, «искусные приемы» измерения различных видов тел, изготовления различных инструментов и приборов для различных ремесел, в том числе зеркал и весов, то есть то, что мы бы назвали инженерными и прикладными науками.

К «науке об искусных приемах» ал-Фараби относит числовые приемы, в том числе и алгебру, которая, как он отмечает, «является общей как для чисел, так и для геометрии» [11; с.33]. Особенности предмета алгебры ал-Фараби описывает следующим образом: «Она [алгебра] содержит искусные приемы нахождения и применения чисел, основы которых для рациональных и иррациональных величин даны в десятой книге «Начал» и в том, что не упомянуто Евклидом. Поскольку рациональные и иррациональные величины относятся одни к другим, как числа к числам, то каждое число будет соответствовать рациональной или иррациональной величине. Если находятся числа, которые соответствуют некоторым величинам, находящимся в пропорции, то каким-то способом найдутся и эти величины. Поэтому мы постулируем, что определенные рациональные числа соответствуют рациональным величинам, а определенные иррациональные числа соответствуют иррациональным величинам». (Переводы этого фрагмента в [12, с.168; 13, с.246] и [11, с.33–34] разнятся; я привожу «усредненный» вариант, в большей степени полагаясь на русский перевод А.Кубесова и И.О.Мохаммеда арабского текста этого фрагмента и русский перевод Г.П.Матвиевской средневековой латинской версии.)

Итак, алгебра применяется сразу в двух науках – арифметике и геометрии, алгебраическая «вещь» (шай’, лат. *res*) – современное алгебраическое неизвестное – может быть и числом и геометрической величиной, но это противоречит утверждениям Аристотеля в контексте метабазиса.

Достоверные сведения о знакомстве Ибн ал-Хайсама с трактатом «Исчисление наук» ал-Фараби отсутствуют. Несмотря на это, исходя из всего сказанного, можно предположить, что ал-Хайсам в рассмотренном фрагменте «Комментария» мог руководствоваться классификацией наук ал-Фараби. Следует, однако, отметить, что в другом фрагменте этого же трактата – в общем вводном комментарии к седьмой, восьмой и девятой книгам «Начал» Евклида, посвященным теории целых и рациональных чисел, – ал-Хайсам говорит о существовании только четырех видов математических наук: теории чисел (‘илм ал-’адад), геометрии, астрономии и гармонии (та’лиф) [3, л.213 об.–214].

Примечательно, что несколько отдельных трактатов Ибн ал-Хайсама посвящены дисциплинам, входящим именно в «науку об искусных приемах» ал-Фараби. Среди сохранившихся можно назвать трактат «Об определении высоты вертикальных объектов» («Фи ма’рифа иртифа’ ал-ашхас ал-ка’има»), продолжающий традиции «Оптики» Евклида. Традиции, неизвестные в эллинистический период, отражены в трактате ал-Хайсама «О принципах измерения» («Фи усул ал-мисаха») – собственно учебнике, в котором устанавливаются геометрические основания и правила землемерной практики. (Комментированный арабский текст и французский перевод этих двух трактатов опубликованы в [14; с.505–645]).

Уместно упомянуть и фундаментальную «Книгу оптики» («Китаб ал-маназир») ал-Хайсама, в которой оптика объединяет математическую, физиологическую и физическую традиции в единую всеобъемлющую теорию. В XII–XIII вв. это сочинение Альхазена (латинизированное имя ал-Хайсама) было переведено неизвестным автором на латинский язык под названием «De Aspectibus». Несмотря на огромное влияние этого сочинения на исследования западноевропейских ученых, по словам Д.Линдберга, «большинство ученых, работающих в какой-либо области того, что мы называем теперь оптикой, продолжали рассматривать математику, физику (сопровождаемую иногда психологией или эпистемологией) и физиологию света и видения как различные предприятия и предпочитали практиковать то или иное из них, изолированно от остальных; коротко говоря, старые дисциплинарные границы продолжали оказывать сильное влияние на ученость» [15, с.338]. Последнюю фразу в равной мере можно отнести и к ученым средневекового арабо-мусульманского мира.

Комментарий Ибн ал-Хайсама к общему определению отношения Евклида, определение отношения «древних» и антифайретическая теория. Одно из первых понятий теории отношений Евклида – это понятие отношения двух величин. Общее определение отношения как «некоторой зависимости двух однородных величин по количеству», данное Евклидом в пятой книге «Начал» [16, с.142], представляет собой утверждение по существу метафизическое: род отношения оказывается в категории соотнесенного, как следствие, математически от такого определения ничего не зависит и ничего из него не выводится. Неудивительно, что на протяжении всей средневековой «арабской» истории «Начал» оно подвергалось различным интерпретациям и пересмотру, в том числе и в следующем комментарии ал-Хайсама к пятой книге «Начал» Евклида:

«Итак, отношение (нисба) – это некоторое соотнесение (идафа). Если есть некоторое соотнесение, то оно определяется только двумя вещами.

Этот термин, то есть «отношение», может быть применен [и] к величинам и к невеличинам, поскольку соотнесение многих вещей, которые соотносятся [193] друг с другом, называется отношением, подобно родственным отношениям (ансаб). Ибо говорят в случае (букв. «о». – *И.Л.*) некоторых родственных отношениях, что он – араб и, следовательно, относится к арабам, если будет их потомком, и говорят, что он – иракец и, следовательно, относится к иракцам, если будет их родственником. И это соотнесение называется отношением. Существует много примеров этого соотнесения.

Что касается отношения, которое [имеет место] между величинами, то это – соотнесение (идафа) одной из них с другой по их количеству (каммиййа)» [3, л.192 об.–193].

Терминологическое отступление. В арабском языке для математического отношения и философской категории отношения (соотнесенного), в отличие от русского языка, применяются различные термины – «нисба» и «идафа» соответственно. Английский язык, например, также позволяет различать эти понятия: *ratio* и *relation*. Бытовые значения арабского слова «идафа» – «присоединение», «добавление», а в определенных предложных словосочетаниях оно может переводиться как «по сравнению», «по отношению». Это позволяет переводить слово «идафа» в других контекстах не только как «соотнесение», но и более философски нейтрально, как «соотношение», «связь». Арабское слово «нисба» – многозначное, это и «отношение», и «связь», и «родство», и «происхождение», что и отмечает ал-Хайсам, говоря о его применении «и к величинам и к невеличинам», которые как-то соотносятся друг с другом. Это в определенном смысле отражено в приведенном им примере такого применения в случаях родства.

В приведенном фрагменте дается собственно евклидово определение отношения величин как соотнесенного. Далее, однако, ал-Хайсам отмечает существование определения отношения как количества:

«Определение отношения, которое имеется во всех видах непрерывного количества, [определение,] которое охватывает все их отношения [и] которым определили его древние, [следующее]: «Отношение – это сущность меры (аййиййату кадри) одной из двух [однородных] величин относительно другой». Толкование этого утверждения: отношение – это [именно то] понятие, [к которому] обращаются с вопросом о мере (каммиййа, также «о количестве». – *И.Л.*) величин.

Последующие (букв. «позднейшие, современные». – *И.Л.*) авторы определили отношение словами, отличными от этих слов. Вот их высказывание: «Отношение – это [195] некоторое соотнесение (идафа) одной из двух однородных величин с другой по мере (фи'л-микдари, также «по величине». – *И.Л.*)».

Евклид привел определение отношения во введении к пятой книге своего сочинения. В некоторых рукописях [это определение] встречается в первой формулировке, в других – во второй формулировке. Каждая из двух формулировок – это определение верное…

Можно было бы определить отношение словами, в большей степени излагающими суть, чем формулировки этих двух определений: отношение одной из двух [однородных] величин к другой – это сравнительное измерение (кийас) количества (каммиййа) одной из [этих] двух величин относительно количества другой величины» [3, лл.194 об.–195].

Итак, Ибн ал-Хайсам приводит две различные формулировки определения отношения, а также трактует сущность отношения двух однородных величин как сравнительное измерение. Примечательно, что в более ранней, согласно его атрибуции, формулировке «древних» род отношения относится к категории количества: «отношение – это сущность меры одной из двух однородных величин относительно другой». Тогда как в более поздней формулировке «последующих авторов» – «отношение – это некоторое соотнесение одной из двух однородных величин с другой по мере» – род отношения относится к категории соотнесенного. Само же определение по существу совпадает с определением отношения Евклида.

В таком случае можно предположить, что определение отношения «древних» представляет собой доевклидово, точнее доевдоксово определение отношения.

Известно, что общая теория отношений, изложенная Евклидом в пятой книге «Начал», принадлежит Евдоксу Книдскому (ок.390 до н.э. – ок.337 до н.э.). Более ранней, чем теория отношений Евдокса–Евклида считается так называемая антифайретическая теория отношений, созданная, согласно Б.Л.Ван дер Вардену, Теэтетом (ок.417–369 г. до н. э.) [17, с.239–243]. В основе этой теории лежит алгоритм Евклида – метод нахождения наибольшего общего делителя или наибольшей общей меры двух величин, для натуральных чисел изложенный в предложении VII.2 «Начал», а для величин – в предложении X.3, равносильный в современной терминологии разложению дроби в непрерывную дробь.

Тот факт, что греческие математики применяли до Евдокса антифарейтическую теорию, доказывал О.Беккер [18]. Реконструкцию этой теории представил Д.Фоулер [19]. В 2002 г. Б.Витрак высказал и аргументировано изложил свою позицию, что недостаточное число известных к настоящему времени античных свидетельств не доказывает существование такой теории в греческой математике [20]. Я.Хогендайк, не соглашаясь с мнением Б.Витрака и рассмотрев один из самых ранних сохранившихся арабских текстов, посвященных антифайретической теории – «Трактат о трудности в деле об отношении» («Рисала фи-л-мушкил мин амр ан-нисба») Абу ʿАбдуллаха Мухаммада ал-Махани (IX в.), выдвинул «предварительное» предположение, что ал-Махани почерпнул свои доказательства из греческого источника, не дошедшего до нас, а если это так, то антифайретическая теория существовала в греческой математике [21].

Согласно ал-Махани: «Отношение двух однородных величин или отношение двух чисел есть положение (хала) одной/одного из них, когда она/оно измеряется другой/другим, или наоборот. Следует различать три случая: [1.] меньшее полностью исчерпывает большее, так что от него не остается остатка; [2.] меньшее не исчерпывает большего полностью, но от большего остается что-то, меньшее, чем меньшее; когда меньшее измеряется этим остатком, то он [остаток] исчерпывает его полностью или остается что-то, меньшее, чем первый остаток; если теперь первый остаток измерить этим вторым остатком, то он исчерпывает его полностью или остается остаток; если измеряется второй [остаток] этим [третьим остатком] и если делать это постоянно, то получится остаток, полностью исчерпывающий предшествующий остаток, или; [3.] не получится остатка, который исчерпывал бы полностью предшествующий. Первые два случая относятся к случаям сравнительного измерения, имеющим место, как для чисел, так и для величин, третий имеет место для величин» [2, с.50].

Общее определение отношения, данное ал-Махани в контексте антифайретической теории, отличается и от определения Евклида и от определения «древних» как сущности меры, приведенного ал-Хайсамом. Несмотря на это, принимая во внимание то, что в основе этой теории – метод нахождения наибольшей общей меры двух величин, все-таки можно предположить, что определение «древних» представляет собой один из первых элементов или антифайретической теории отношений или, скорее, некоторой теории, переходной между этой теорией и теорией отношения Евклида–Евдокса, возможность существования которой также заключил О.Беккер.

Чтобы в некоторой мере обосновать это предположение, обратимся ко второй части «Комментария к трудностям во введениях книги Евклида» («Шарх ма ашкал мин мусадарат китаб Уклидис») ал-Хаййами, в которой он развивает антифайретическую теорию отношений. В самом начале этой части он приводит общее определение отношения, аналогичное именно определению «древних» ал-Хайсама, приписывая, однако, такую формулировку «автору «Начал»»: «отношение – это сущность меры (аййиййату кадри) одной из двух однородных величин относительно другой» [6, с.340–341]. По мнению ал-Хаййами, такое «определение или описание близко к истине», но это нуждается в разъяснении. Он понимает под «сущностью меры» двух однородных величин соотношение (идафа), имеющее место между этими двумя величинами, но интерпретирует такое соотношение как величину, исходя из следующей цепочки рассуждений: когда имеются две однородные величины, то они или равны, или неравны; одним из свойств количества является возможность рассматривать в нем равенство и неравенство; тогда отношение (нисба) собственно и есть такое рассмотрение соотношения (идафа) двух однородных величин, а также рассмотрение связанного с этим, а именно, величины (микдар) этого соотношения постольку, поскольку это отношение есть отношение между величинами [6, с.340–341]. (Русский перевод определения отношения в трактате ал-Хаййами: «отношение есть любая мера одной из двух однородных величин в другой» [5, с.127]. Арабский термин «аййиййа», то есть «сущность, чтойность» (лат. *quidditas*), здесь некорректно переведен как однокоренное с ним прилагательное женского рода «аййа» – «любая». Скорее всего, такое ошибочное прочтение – следствие неразборчивости почерка или описки переписчика рукописи, с которой делался данный перевод.)

Акцентированное нами определение отношения как «сущности меры» – определение «древних» по ал-Хайсаму – встречается не только в «Комментарии» ал-Хаййами, но и в редакции «Начал» Евклида Ибн Сины, современника ал-Хайсама [22, с.153], также в обработке «Начал» Евклида («Тахрир китаб Уклидис») Насир ад-

-Дина ат-Туси (у ат-Туси, уточним, утверждается не «сущность меры одной из величин», а просто «сущность одной из величин») [23, с.76].

Появление в средневековых арабских редакциях «Начал» Евклида и комментариях к ним определения отношения двух однородных величин как «сущности меры», а также трактовок такого определения было, по всей видимости, обусловлено тем, что антифайретическая теория отношений по сравнению с теорией отношений Евдокса–Евклида в большей степени соответствовала интересам арабоязычных математиков (ал-Махани, ан-Найризи, ал-Хайсама, ал-Хаййами и др.), поскольку выявляла сущность пропорции и отношения величин с измерительной точки зрения. Тем более что определение пропорции с помощью алгоритма Евклида позволяло получать рациональные приближения к иррациональным отношениям с любой степенью точности непосредственно. Именно так – с позиций измерения – и интерпретируют отношение ал-Хайсам в конце вышеприведенного фрагмента («...отношение одной из двух однородных величин к другой – это сравнительное измерение количества одной из двух однородных величин относительно количества другой величины») и, например, Псевдо-Туси (см. далее).

Анализ исследований средневековых арабоязычных геометров в области теории отношений (см., например, [13; 24; 25]) позволяет заключить, что общее определение отношения Евклида как соотнесенного («зависимости» в русском переводе «Начал» Д.Д.Мордухай-Болтовского) в итоге было переосмыслено в определение отношения как количества.

Так, если в одном из первых переводов «Начал» на арабский язык, так называемой версии Исхака-Сабита (IX в.), отношение трактуется, как и надлежит переводу, в евклидовом смысле, то к XIII в. в арабской математике сложилась аргументированная традиция относить это понятие не к категории отношения, а к категории количества, нашедшая отражение в арабских редакциях «Начал» XIII в., в частности в наиболее популярных на средневековом арабо-мусульманском Востоке обработках «Начал» Насир ад-Дина ат-Туси и Псевдо-Туси (арабский текст обработки Псевдо-Туси был издан в 1594 г. в Риме), а также в «Улучшении «Начал» Евклида» ал-Абхари.

Как уже отмечалось, Насир ад-Дин ат-Туси в своей редакции пятой книги «Начал» Евклида определяет отношение двух величин как «сущность [меры] одной из двух однородных величин относительно другой» [25, с.76]. Во введении к своей редакции шестой книги «Начал» Евклида ат-Туси по существу распространяет аристотелевскую трактовку категории количества на понятие отношения двух количеств и утверждает: «Я говорю: как отношение из акциденций количества, так и композиция (та'лиф) [отношений] из акциденций отношения. Это означает, что иногда величина рассматривается как таковая – количество само по себе, а иногда – как количество при сравнении с другой величиной того же (букв. «ее». – *И.Л.*) рода. Тогда отношение – это количество соотнесенности (каммиййа ал-идафиййати)» [25, с.88].

Напомним, Аристотель подразделяет количество на «количество само по себе» и «привходящее количество»: «Из тех вещей, которые суть количество само по себе, одни таковы как сущности… другие суть свойства и состояния такого рода сущности… Точно также большое и малое, большее и меньшее, если говорить о них самих по себе или в их отношении друг к другу, суть свойства количества сами по себе… Из того, что называется количеством как привходящее, одно называется так… поскольку то, чему оно присуще, есть некоторое количество; а другое есть количество в том же смысле, в каком движение и время суть количества; и они ведь называются некоторым количеством и непрерывным, поскольку делимо то, свойством чего оно есть» («Метафизика», 1020а15–33) [10, т.1, с.165].

Обратимся еще к двум редакциям «Начал» Евклида XIII в. Псевдо-Туси и Асир ад-Дина ал-Абхари (ок.1200–1264/1265?) – современников ат-Туси, ассоциированных в разное время с возглавляемой им Марагинской обсерваторией.

Псевдо-Туси во введении к пятой книге своей обработки «Начал» приводит определение отношения почти по Евклиду: как «соотнесения (идафа) двух однородных величин по мере (кадр, также «количество». – *И.Л.*)». При этом, как уже отмечалось, подобно ал-Хайсаму, он поясняет, что под отношением «подразумевается измерение (такдир) одной величины [посредством] другой, однородной с ней» [26, с.108]. Но далее, во введении к шестой книге своей редакции «Начал», он определяет отношение все-таки как «количество (каммиййа), получающееся в результате соотнесения (идафа) одного вида количества (камм) с тем, что того же вида» [26, с.131].

Ал-Абхари в трактате «Улучшение «Начал» Евклида» («Ислах ал-китаб ал-Истикисат») [27] определяет отношение как «меру (кадр) одной из двух однородных величин относительно другой» [28, л.30 об.]. Аналогичная формулировка двумя веками ранее была представлена в комментарии в защиту теории отношений Евклида андалузского математика и астронома Ибн Му'аза ал-Джаййани (XI в.), но о заимствовании говорить не приходится [2].

Что понималось под количеством отношения (это понятие Евклид не определял, но применил в определении составного отношения в шестой книге «Начал», которое считается поздней интерполяцией в текст этого сочинения) следует из рассуждений ат-Туси, также представленных во введении к шестой книге его обработки «Начал»: если для измерения величин взять некоторую «единичную» однородную с ними величину, то количество (кадр) любого отношения – это величина (микдар), с которой эта «единичная» величина будет в этом отношении [25, с.88]. Другими словами, если E (единичная величина) измеряет некоторую величину C, такую что A относится к B, как E к C, то количество отношения A к B есть C (или B к A).

Эти рассуждения ат-Туси получили знаковое завершение в первой книге его «Трактата о полном четырехстороннике» («Китаб аш-шакл ал-катта'»), который был составлен в 1260 г., позднее его обработки «Начал», завершенной в 1248 г. Первая книга содержит теорию составных отношений. В этом контексте, исходя из своей концепции количества отношения, ат-Туси утверждает, что любое из отношений может быть названо числом, измеряемым единицей, тем самым расширяет понятие числа на отношения непрерывных величин [22, с.20–21].

Недостаточная обоснованность всех этих по существу тезисов ат-Туси объясняется не столько жанром первого сочинения (обработка) и основной целью второго (построение полной системы тригонометрии, и плоской и сферической), сколько вероятным знакомством ат-Туси с соответственными исследованиями его предшественников, прежде всего с «Комментарием к трудностям во введениях книги Евклида» ал-Хаййами. В этом трактате ал-Хаййами предвосхищает многие относящиеся к теории отношений утверждения ат-Туси, сопровождая их объяснениями и доказательствами. В частности, он вводит понятие отвлеченной делимой единицы и подходит к обобщению понятия числа на любые положительные действительные числа.

В этой связи примечательно определение числа из «Всеобщей арифметики» И.Ньютона, ставшее новой вехой в развитии учения о числе: «Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой за единицу. Число бывает трех видов – целое, дробное и иррациональное. Целое число есть то, что измеряется единицей; дробное – кратной долей единицы; иррациональное число несоизмеримо с единицей [29, с.8].

Западноевропейским ученым уже в XII в. были доступны несколько латинских версий «арабских» прочтений «Начал» Евклида. Прежде всего, это латинский перевод Герарда Кремонского (1114–1187) неустановленной до сих пор арабской рукописи комментария Абу-л-ʽАббаса ан-Найризи (ум. ок.922) к «Началам» Евклида (сохранились две другие неполные рукописи комментария ан-Найризи, содержащие соответственно первые четыре и первые пять книг комментария). А также латинский перевод Аделарда Батского (ок.1080–ок.1152) одного из первых арабских переводов «Начал» Евклида, осуществленного Абу Мухаммадом ал-Хаджаджем (786–833) (арабский перевод не сохранился).

Комментарий ан-Найризи к «Началам» Евклида также был составлен на основании перевода ал-Хаджаджа, но значительно переработан автором. Герард Кремонский перевел определение отношения ан-Найризи–Евклида следующим образом: «И отношение (*proportio*) есть некоторое соотношение (*relatio*) количества, которое существует между двумя [количествами] одного рода» (*Et proportio est aliqua relatio quantitatis, que est inter duas unius generis*) [36, с.156]. Род отношения оказывается в категории соотнесенного, поэтому, вероятно, ан-Найризи счел необходимым разъяснить, что «некоторое соотношение» Евклида означает, что и соотношение (*relatio*), и соотнесенное (*relatum*) присущи всем категориям, но в случае «некоторого соотношения» двух однородных количеств речь идет о соотношении, причастном категории количества. (*Et hoc, quod Euclides dixit «relatio aliqua», voluit intelligi, quod relatio est communis omnibus predicamentis, vel ideo dixit «relatio aliqua», quia relatum communicat predicamentis, et posuit ipsam in una cathegoria, scilicet quantitate* [36, с.156].)

Латинский перевод определения отношения Аделарда Батского очевидным образом демонстрирует трудности, обусловленные недостаточно разработанной в его время соответствующей терминологией (или даже ее отсутствием): «Отношение (*proportio*) есть точное соотношение (*certitudo*) двух каких бы то ни было количеств, [принадлежащих] одному роду, друг с другом [37, с.145]). (*Proportio est quantitatum duarum quantecumque fuerint eiusdem generis quantitatum unius ad alteram certitudo.*) Как прокомментировал такую формулировку историк математики Е.А.Зайцев: слово *certitudo* не встречается в классической латыни; в средневековой латыни оно означает «уверенность, обоснованность», а также «гарантию»; в этом последнем смысле *certitudo* использовалось как синоним другого средневекового слова *warandia*; в контексте денежного обращения слово *warandia* имело смысл (гарантированного) сохранения денежной единицей точного значения в ходе ее оборота, что подразумевало периодическое официальное взвешивание соответствующей денежной единицы; иными словами, слово *certitude* в определении отношения, возможно, указывает на то, что речь идет о нахождении точного соотношения между количествами (например, взвешиванием); у Аделарда, наверное, еще не было специального термина *relatio*, поэтому он использовал бытовое *certitudo*.

Третий комментарий Ибн ал-Хайсама, отношение равенства как элемент всех отношений, «Введение в арифметику» Никомаха. В этом комментарии ал-Хайсам представляет свою оригинальную классификацию отношений величин:

«Отношение величин друг к другу, во-первых, делится на два вида. Неизвестно, чтобы каждому из этих двух видов было дано определение, отличающее его, и было дано название. Можно было бы назвать один из этих двух видов общим отношением (нисба муджамала), а другой вид назвать определенным отношением (нисба му’аййана).

Тогда общее отношение – это[, когда] мы говорим: «эта величина больше, чем эта величина, а эта величина меньше, чем эта величина». Можно использовать «часть» (ба’д) вместо «меньшая». Величина, которая больше, чем другая величина, возможно, будет ее двойной (ди’ф), а возможно, ее кратной (ад’аф), а возможно, меньше, чем ее двойная. Подобным же образом, меньшая и[ли] часть, возможно, будет долей (джуз’) большей величины и, возможно, будет ее [доли] долей, и, возможно, будет чем-то промежуточным, поскольку не [для] всех различных двух величин [верно то, что] меньшая из них будет долей большей точно. <...>

Что касается определенного отношения, то оно делится на три вида.

Первый – это отношение равенства и наше утверждение «эта величина равна этой величине».

Что касается второго вида, то пример [этого] – наше утверждение «эта величина есть двойная этой величины», или «столько-то и столько-то кратная», или «половина ее», или «такая-то доля из ее долей», или «такие-то ее доли», или то, что составляется из этого. Это отношение качественно остается отношением равенства, поскольку отношение равенства [193 об.] – простейшее из отношений, это элемент (ʿунсур) всех отношений, это отношение, входящее в них, выводимое из них, относимое к ним.

Что касается третьего вида, то пример этого – наше утверждение «отношение этой величины к этой величине – это отношение этой другой величины к этой другой величине» и[ли] «как отношение такой-то величины к такой-то величине».

К этому [определенному] отношению относятся эти и другие отношения. Что касается того, что относятся к нему эти отношения, то это разъяснено. Что касается того, что относится к нему отношение, отличное от них, то это будет объяснено дальше.

Итак, определенное отношение делится на эти три вида. Эти три вида объединяются в два вида, [то есть] определенное отношение состоит из числового (‘ададийа) отношения и нечислового (гайру ‘ададийа) отношения.

Что касается числового отношения, то это – отношение равенства (нисба ат-тасава), отношение кратных, отношение долей, поскольку равенство (тасавийа), кратные, доли, их отношение есть отношение, исчисляющее их.

Что касается отношения нечислового, то это то, которое может быть найдено, но не может быть выражено. Это отношение имеется между непрерывными количествами. Аналогично величинам, оно может быть и между числами. Это, [на]пример, утверждение «вычисление корня из десяти» и подобное тому, что не имеет корня: как утверждение «корень корень» о том, что не имеет «корня корня»; как утверждение «сторона куба», [что] ложно применительно к некоторым числам, которые не являются кубом. Таким же образом «корень из пятнадцати» ложно применительно к числу и исчислению. Все эти [вещи] называют иррациональными (ед.ч. асамм, мн.ч. сумм, букв. «глухой». – *И.Л.*). Тогда пример отношения чисел, которое не является числовым, будет [из] тех примеров, когда относятся эти корни и то, что подобно им, друг к другу, или они относятся к своим квадратам, или к рациональным числам (мантикат, букв. «выразимые». – *И.Л.*), поскольку их отношение не будет как отношение числа к числу.

Что касается величин, то создатели искусства геометрии дали название двум частям всех величин: иррациональные и рациональные. Десятая книга сочинения Евклида ограничивается этим содержанием (маʿнан). Мы в комментарии к введениям [194] десятой книги разъясняем, что [такое] иррациональные [величины] и что [такое] рациональные, подробно излагаем эти два понятия и обобщаем сказанное о них.

Что касается предмета [данных рассуждений], то я говорю об общем понятии отношения. Так, утверждается, что отношение непрерывного количества делится на две части: отношение числовое и отношение нечисловое.

Далее, что касается числового отношения, которое [случается] между непрерывным количеством, то оно [имеет место], когда отношение одной из двух величин к другой будет как отношение числа к числу. Это понятно, поскольку может оказаться одна из некоторых [двух] величин кратной другой, или ее долей, или ее долями, или равной ей, а все эти отношения [между двумя такими величинами] находятся в числах.

Что касается отношения нечислового, то это [имеет место], когда отношение одной из двух величин к другой будет, как отношение величины к величине, но не как отношение числа к числу. Особенность любых двух величин такого свойства [заключается] в том, что, если отнять от большей равные меньшей, от нее останется остаток, меньший, чем меньшая величина; и если отнять от меньшей равные этому остатку, от меньшей останется остаток, меньший, чем первый остаток; и если отнять от первого остатка равные второму остатку, от него останется остаток, меньший, чем второй остаток, и так далее. [В этом случае] отделение не завершится остатком, измеряющим остаток, который ему предшествует, исчерпывающим его. Я имею в виду, что он [предшествующий остаток] не будет его кратным, поскольку, если бы завершилось отделение остатком, измеряющим предшествующий ему [остаток], то этот остаток необходимо измерял бы обе величины. Это разъясняется в предложениях десятой книги [«Начал»]. Когда одна [и та же] величина измеряет две величины, отношение одной из двух величин к другой будет как отношение числа к числу, поскольку каждая из двух величин будет кратной той величины, которая измеряет их обеих. Тогда отношение одной из двух величин к другой будет как отношение некоторого числа в одной из двух как кратной к некоторому числу в другой как кратной. Что касается того, что, возможно, найдутся две величины этого свойства, я имею в виду, что отношение одной из двух к другой не будет как отношение числа к числу, то это объясняется [194 об.] в книге десятой [«Начал»]. <...>

Итак, утверждается, что отношение всех величин подразделяется на два вида: числовое отношение и нечисловое отношение. Числовое отношение [величин] – такое, что получаются числа из их отношения. И нечисловое отношение – такое, что не получаются числа из их отношения.

Числовое отношение подразделяется на два вида: на равенство и неравенство. Равенство – это элемент всех отношений. Это означает, что большее – это избыточное над равным, меньшее – это недостающее до равного, кратное – это кратное равного и совокупность всех [величин], равных ему [то есть равному]. Если меньшая из двух величин является долей большей, то, действительно, в большей есть несколько величин, каждая из которых равна меньшей. Если меньшая является долями большей, то в большей есть несколько величин, которые есть в меньшей [и которые] равны каждой из величин, которые есть в большей. Из этого уточнения становится ясным, что равенство – это элемент всех отношений, то есть основа, к которой сводятся все отношения» [3, л.193–194 об.].

В этом фрагменте (в частности в последнем абзаце) особый интерес представляют утверждения ал-Хайсама об отношении равенства как «простейшем из отношений», «элементе всех отношений», «основе, к которой сводятся все отношения». Подобные взгляды на отношение равенства были аргументировано изложены задолго до ал-Хайсама неопифагорейцами Никомахом Геразским

(I–II вв.н.э.) во «Введении в арифметику» [4] и Теоном Смирнским (I–II вв.н.э.) в трактате «Изложение предметов, полезных при чтении Платона» [5], а также в третьей книге «Математического собрания» Паппа Александрийского (IV в.н.э.).

Так, Никомах (книга I, XVII) утверждает: «Для соотнесенного количества наивысшим родовым делением является деление на равенство и неравенство: ведь все, что рассматривается в отношении к чему-то другому, будет либо равным, либо неравным, а третьего здесь нет. <…> И как видовое свойство, это отношение равенства само по себе уже не делится и не подразделяется, будучи первичным и не подверженным разделению. Ведь не существует того или иного вида равенства, но все равное равно одинаковым образом» [4, с.119]. И далее (книга II, I): «Элементом называется и является то последнее, из чего все слагается и на что все разлагается… равенство является элементом для соотнесенного количества…» [4, с.129–130]. Рассмотренные в этом сочинении алгоритм Евклида, позволяющий в случае соизмеримых величин прийти от некоторого отношения к отношению равенства, а также обратный алгоритм разворачивания всех числовых отношений из отношения равенства можно рассматривать аргументами в пользу утверждаемого [32; 20, с.24–30].

Теон приводит аргументы об отношении равенства, автором которых указывает Эратосфена (III в. до н. э.): «Пропорция исходит из отношения, а началом отношения является равенство. И это очевидно. Во всяком обособленном роде имеется свой элемент и начало, в который все прочее разрешается, он же неразложим. Необходимо, чтобы он был нераздельным и неделимым. <…> Для количества элементом служит единица, для размеров – точка, для отношения и пропорции – равенство. Ведь единица неделима по количеству, точка – по размерам, равенство – по множеству отношений. И число возникает из единицы, линия – из точки, отношение и пропорция – из равенства, но это происходит не одинаковым образом. <…> …вся математика состоит из количественных пропорций, и …равенство является началом, элементом и природой пропорции» [5, с.505–506, 515]. (Соответственные рассуждения Паппа приводятся в статье А.И.Щетникова [32, с.58, 66, 72].)

До сих пор отсутствуют сведения не только о существовании средневековой арабской версии трактата Теона Смирнского, но и о доступности арабоязычным ученым его греческого оригинала. «Математическое собрание» Паппа Александрийского было известно средневековым арабоязычным ученым. В арабском переводе была доступна книга VIII этого сочинения, которая существовала как отдельный трактат под названием «Введение в науку механика», но о существовании полного перевода «Математического собрания» на арабский язык сведений нет. (Рассуждения Теона и Паппа, сходные с утверждениями ал-Хайсама в контексте отношения равенства, приводятся в статье А.И.Щетникова [32, с.58, 66, 72].)

Иначе сложилась на арабо-мусульманском Востоке судьба «Введения в арифметику» Никомаха. Непосредственно с греческого текста это сочинение было переведено на арабский язык Сабитом ибн Коррой (826–901); текст перевода опубликован в [34]. Существовал и более ранний арабский перевод «Введения», выполненный в первой половине IX в. по сирийской анонимной версии конца VIII – начала IX вв. несторианским митрополитом и переводчиком Хабибом ибн Бахризом. Этот не дошедший до нас перевод был известен «первому философу арабов» Абу Юсуфу ал-Кинди (ок.801–873). Критическая редакция ал-Кинди перевода Ибн Бахриза была записана одним из его учеников в двух версиях: неполной, без пяти первых глав, и дополненной самим этим учеником. Вторая полная версия редакции ал-Кинди известна в наше время в еврейском переводе, скорее парафразе, провансальского еврейского философа и переводчика Калонимуса бен Калонимуса (1286–ок.1328) [33].

Ибн ал-Хайсам в комментарии к арифметическим седьмой, восьмой и девятой книгам «Начал» Евклида, который уже упоминался (см. п.1), отмечает, что изучение свойств чисел по методу индукции (истикра’) присуще арифметике (арисматики), которая объясняется в «книге «Арифметика»». В используемой нами рукописи «Комментария» ал-Хайсама автор этой книги не указан [3, л.214], однако, он (Никомах Геразский), как следует из [35, с.712], указывается в другой рукописи этого сочинения (Стамбул, Фейзулла 1359, л.213 об.).

Таким образом, можно утверждать, что Ибн ал-Хайсам при составлении своего «Комментария к введениям [к книгам «Начал»] Евклида», в частности в своих рассуждениях об отношении равенства, руководствовался «Введением в арифметику» Никомаха.

В том же фрагменте, в котором ал-Хайсам упоминает «Введение в арифметику» Никомаха и отличает арифметику методом индукции, указывается и другой метод изучения свойств чисел – дедуктивное доказательство (барахин). Этот метод характерен для трех арифметических книг «Начал» Евклида, метод индукции – для неопифагорейской арифметической традиции. Различие между двумя арифметическими методами рассуждения отразилось и на терминологии, применявшейся арабоязычными учеными с X в.: термин «ал-арисматика» относился к неопифагорейской арифметической традиции, а термин «’илм ал-’адад» («теория чисел») – к арифметическим книгам Евклида и их дальнейшему развитию в сочинениях арабских математиков. Однако это терминологическое различение не было систематическим: Сабит ибн Корра перевел название «Введение в арифметику» Никомаха как «Мадхал ила ‘илм ал-’адад» («Введение в теорию чисел»).

Еще одним свидетельством обращения ал-Хайсама к сочинению Никомаха может служить и некоторая аналогия между его рассуждениями из первого рассмотренного нами фрагмента-комментария, в которых он различает физические и математические величины, и начальными (I и II) главами первой книги «Введения в арифметику» Никомаха, в которых физические и математические объекты также дифференцируются, но в более философском контексте: «...телесные и материальные вещи пребывают в непрестанном течении и изменении, изначально и вечно подражая материи и исходной природе, которые по своему характеру являются изменчивыми и всякий раз другими. Что касается бестелесных вещей, которые мыслятся отнесенными к телесным или связанными с ними, а таковы качества, количества, фигурности, великость, малость, равенство, сопряжения (отношения. – *И.Л.*), энергии, положения, место, время и прочее, что имеется у всякого тела, то все они сами по себе неподвижны и неизменны, однако по сопричастности участвуют и имеют свою долю в изменениях, происходящих с тем телом, к которому они относятся. <...> Все эти вещи нематериальны, вечны, бесконечны, во всем одинаковы и неизменны по своей природе, и они всегда остаются самими собой по своей сути, и о каждой из них говорится как о сущем в собственном смысле. Те же вещи, которые подвержены возникновению и уничтожению, росту и убыванию, всякому изменению и участию, непрестанно меняются; и хотя о них и говорят, как о сущих, поскольку первые принимают в них участие, но по своей собственной природе они не являются действительно сущими; ведь они не остаются теми же самыми ни на мгновение, но все время проходят через все виды перемен» [30, с.101–102]

Четвертый комментарий Ибн ал-Хайсама к определениям части и кратного Евклида: «Обратимся теперь к словам, которыми начал Евклид книгу пятую своего сочинения. Первое, что привел Евклид во введении этой книги, – это его утверждение: «часть (джуз’) – это величина меньшая от величины большей, если она измеряет большую; кратное (зу ал-а‘даф) – это [величина] большая от [величины] меньшей, если измеряет ее меньшая».

Оба эти утверждения – два истинных определения части и кратного, то есть [истинных для] любых двух различных величин, поскольку, если большая [величина] разделена равными частями, каждая из которых равна меньшей [величине], то либо выделенный из нее остаток будет меньше, чем меньшая величина, либо из нее не выделится ничего. Если большая величина разделена равными [частями], каждая из которых равна меньшей [величине], то, действительно, меньшая измеряет большую. Смысл «измеряет» [заключается в] равенстве всех ее, [большей величины], частей.

Если обе величины будут определенного рода, [то между ними] возможно наложение, как [в случае] линий и плоскостей (здесь и далее в аналогичных случаях употребления слова «плоскости» подразумеваются плоские фигуры. – *И.Л.*), которые одного рода, поскольку измерение одной из них с помощью другой возможно с помощью наложения одной из них на другую.

Если часть [и] ее кратное – две линии одного рода, то возможно, чтобы меньшая [линия] накладывалась на некоторую часть большей до тех пор, пока не исчерпает ее и от нее не останется ничего.

В [случае] плоскостей возможно, чтобы большая была кратной меньшей, и [при этом] невозможно, чтобы меньшая накладывалась на одну за другой часть большей до тех пор, пока она ее [большую] не исчерпает. Это означает, что возможно, чтобы [195 об.] две плоскости были одного рода и были равными, и [при этом] невозможно, чтобы одна из них совмещалась с другой. Как[, например,] прямоугольник и параллелограмм, если их основанием будет одна [и та же] линия и оба [заключены] между [одними и теми же] параллельными линиями. В первой книге [«Начал»] было доказано, что эти две плоскости равны (предложение I.35 «Начал». – *И.Л.*). Также, если основание параллелограмма будет кратным основания прямоугольника, то параллелограмм будет кратным прямоугольника. Несмотря на это, прямоугольник не измеряет параллелограмм по способу, который мы определили с помощью наложения, и они одного рода, потому что оба – две равные плоскости. Также треугольник и квадрат могут быть равны и не совмещаться друг с другом. И один из них может быть кратным другого и не измеряться [другим с помощью] наложения. Равенство треугольника и квадрата было доказано в первой и во второй книгах «Начал».

Что касается тел, то возможно, чтобы они были равны, чтобы некоторые из них были кратными других, и [при этом] невозможно, чтобы они совмещались [друг с другом].

Тогда то, что охватывает все однородные величины – это то, что они [могут быть] равны и что некоторые из них [могут быть] кратными других, [независимо от того] совмещаются они или не совмещаются.

Если будет так, то значение слов Евклида о части – «если измеряет большую» – [заключается в словах] «можно большую разделить равными частями, каждая из [которых] равна меньшей», поскольку утверждение, которое он привел, – это общее утверждение, я имею в виду, [имеющее место] для любой части любой величины.

Если наложение невозможно для всех величин, а равенство возможно для них всех, то измерение не будет общим, если только не подразумевается под ним равенство. Равенство, которым здесь называется измерение, [понятие] более широкое, чем равенство величин, которые совмещаются друг с другом, которое мы упоминали, ибо смысл утверждения Евклида «если измеряет большую» – «если равны каждая из ее[, большей величины,] частей».

Если есть две произвольные однородные величины различных размеров, [то для] некоторых пар (в тексте вместо «пар» написано «из них». – *И.Л.*) возможно, чтобы большая из них была разделена на величины, равные и равные [196] меньшей величине, а [для] некоторых пар (букв. из них. – *И.Л.*) – [чтобы] большая из них не делилась на величины, равные и равные меньшей величине, напротив, из нее выделится остаток, меньший, чем меньшая величина.

Выходит, меньшая делится на два вида, охватывающие все меньшие. Один из двух [видов меньших] присущ измерению большей, то есть равенству всех частей большей. Измерение происходит здесь посредством деления. Тогда утверждение будет определением полным.

Подобным образом, большая величина, когда сравнивается с меньшей величиной, делится на два вида. Один из них: когда большая будет разделена равными частями, каждая из [которых] равна меньшей. И другой [вид]: [когда] выделяется из нее остаток, который меньше, чем меньшая. Тогда большая либо будет кратной меньшей, либо не будет кратной.

Кратное (зу ал-аʽдаф) – это то, которое измеряется меньшей. То, которое не является кратным – которое не измеряется меньшей. Измерение [с помощью] меньшей в этом месте оказывается делением, определение – полным.

Суть кратного количества (адаф) – равные (амсал). «Однократное» – [это] «диʽф» («диʽф» – это единственное число от «адʽаф», означающего «кратное количество», «кратные». – *И.Л.*) и «однократное» – это одно «равное» («мисл» – единственное число от «амсал», означающего «равные». – *И.Л.*). [Тогда] два равных, называемые «двойное» («диʽф», общепринятое значение этого слова: «двойной», «двукратный». – *И.Л.*), будут называться двумя однократными. Первое название – это метафора, однако, ее часто применяют. На самом же деле два равных – это два однократных. То, что указывает, что однократное есть равное, – это то, что, когда говорят о величине, что она есть пятикратное другой величины, или десятикратное или прочие кратные, то подразумевают пять равных, или десять равных, или то, что подобно этим равным. [Итак,] «однократное» – это «диʽф» и одно «равное» – это «мисл». Тогда если кратное количество – равные, то однократное есть равное» [3, лл.195–196].

В этом комментарии Ибн ал-Хайсам разъясняет истинность определений кратного и части, данных Евклидом, исходя из своей трактовки выражения «меньшая измеряет большую», то есть измерения.

Аристотель описывает процесс измерения, обращаясь к методу наложения: «...кто-то измеряет нас, и мы узнаем свой рост благодаря тому, что столько-то раз прикладывают к нам меру длины...» («Метафизика», X.I, 1053a34-36) [10, т.1, с.255]. Евклид применяет этот метод для доказательства конгруэнтности («равенства и подобия») фигур (предложения I, 4; I, 8; I, 24), полагаясь на аксиому конгруэнтности: «И совмещающиеся друг с другом равны между собой» (подробнее о наложении, трудностях, связанных с применением этого метода, а также об аксиоме конгруэнтности на средневековом арабо-мусульманском Востоке см. [38, 40]).

Неудивительно, что ал-Хайсам также отмечает, что измерять (сравнивать) однородные величины можно с помощью метода наложения – основного критерия «равенства и подобия» (конгруэнтности) величин в античной и средневековой традиции. Однако, обращаясь к конкретным примерам, он отмечает, что некоторые однородные геометрические величины (неконгруэнтные плоские фигуры, тем более тела) могут быть равны, не совмещаясь друг с другом, а также, что одна из двух однородных величин может быть кратной другой без возможности наложения между ними. Исходя из этого, под измерением однородных величин он понимает не измерение с помощью наложения, а «более общее» измерение путем деления большей величины на части, равные меньшей величине. И судя по всему, деление не только непосредственное, а и результат рассмотрения отношения этих двух величин. Поэтому-то определения Евклида части и кратного, с точки зрения ал-Хайсама, истинны: в них говорится не о наложении, а об измерении, заключающемся в возможности деления большей величины на части, каждая из которых равна меньшей величине.

В соответствии с таким пониманием измерения ал-Хайсам трактует кратное как некоторую большую величину, которую можно разделить на несколько величин, каждая из которых равна меньшей величине. В третьем, рассмотренном в статье фрагменте «Комментария», ал-Хайсам определяет кратное также согласно этой точке зрения: «Равенство – это элемент всех отношений. Это означает, что большее – это избыточное над равным, меньшее – это недостающее до равного, кратное – это кратное равного и совокупность всех [величин], равных ему [то есть равному]».

Свое толкование кратного Ибн ал-Хайсам попытался отразить и в самом термине для его обозначения. Соответствующие рассуждения представлены в последнем абзаце рассматриваемого фрагмента, в которых ал-Хайсам утверждает, что более правильно называть «кратное количество» или «кратные» («адʿаф») «равными» («амсал»), в таком случае слово «диʿф» – единственное число слова «адʿаф» должно означать «равное», то есть «однократное», а не «двойное», «двукратное» (это устоявшееся значение слова «диʿф»).

Заметим, что Ибн ал-Хайсам в трактате под названием «О разрешении сомнений в «Началах» Евклида и разъяснении их смысла» (Китаб фи халл шукук китаб Уклидис фи-л-Усул ва шарх ма'анихи), составленном позднее рассматриваемого нами «Комментария к введениям [к книгам «Начал»] Евклида», проигнорировал эти свои же семантические аргументы и привел определение кратного, используя традиционный для этого понятия арабский термин («зу ал-адʿаф») [40, с.242]. Однако такие терминологические выводы ал-Хайсама не остались незамеченными: Асир ад-Дин ал-Абхари в трактате «Улучшение «Начал» Евклида» использует именно термин «амсал» («равные») для обозначения «кратного» [28, л.30 об.]. Это – не единственное заимствование ал-Абхари из «Комментария к введениям Евклида» ал-Хайсама. В [27, с.88–91] было показано, что определение прямой ал-Абхари представляет собой дословное воспроизведение трактовки ал-Хайсама определения прямой Евклида.

Список литературы

1. *Plooij E.B.* Euclid's conception of ratio and his definition of proportional magnitudes as criticized by Arabian commentators (including the text in facsimile with translation of the commentary on ratio of Abu 'Abd Allah Muhammad ibn Mu'adh al-Djajjani). Rotterdam: Uitgeverij W.J.van Hengel, 1950.
2. *Розенфельд Б.А.* Доказательство пятого постулата Евклида у средневековых математиков Хасана ибн ал-Хайсама и Льва Герсонида // Историко-математические исследования. М., 1958. Вып.XI. С.733–782.
3. *Ал-Хасан ибн ал-Хайсам.* Шарх мусадарат Уклидис / Рукопись Научной библиотеки им. Н.И.Лобачевского Казанского федерального университета №104 араб., л.151–222. (на арабском языке).
4. *Зайцев Е.А.* Математический трактат Николая Орема «Об отношениях отношений» и развитие средневековых представлений о движении и континууме // Институт истории естествознания и техники им.С.И.Вавилова: Годичная научная конференция ИИЕТ РАН, 2015. Москва: УРСС, 2015. Т.2. С.20–24.
5. *Омар Хаййам*. Комментарий к трудностям во введениях книги Евклида // Трактаты / Пер. *Б.А.Розенфельда*, вступ. статья и комм. *Б.А.Розенфельда* и *А.П.Юшкевича*. М., 1961. С.113–146.

6. *Al-Khayyam.* Commentaire sur les difficultés de certaines postulats de l'ouvrage d'Euclide (texte et traduction) // Al-Khayyam mathématicien / Éd. par *R.Rashed* et *B.Vahabzadeh*. Paris: Éditions Albert Blanchard, 1999. P.305–383.
7. *Насир ад-Дин ат-Туси*. Трактат, исцеляющий сомнение по поводу параллельных линий / Прим. *Б.А.Розенфельда* и *А.П.Юшкевича* // *Историко-математические исследования*. Вып.13. 1960. С.483–532.
8. *Bakar O.* Classification of Knowledge in Islam: A Study in Islamic Philosophies of Science / Forworded by *S.H.Nasr*. Cambridge: Islamic Texts Society, 1998.
9. *Tahiri H*. Mathematics and the Mind. An Introduction into Ibn Sina's Theory of Knowledge. Heidelberg–New York–Dordrecht–London: Springer, 2016. P.16–17.
10. *Аристотель*. Сочинения: В 4 т. М., 1976–1984.
11. *Аль-Фараби*. Перечисление наук (математика) // Математические трактаты / Пер. *А.Кубесова* и *И.О.Мохаммеда*; прим. *Б.А.Розенфельда* и *А.Кубесова*. Алма-Ата: Наука, 1972. С.17–51.
12. *Rashed R.* Philosophy of mathematics // The unity of science in the Arabic tradition: science: logic, epistemology and their interactions / Ed by *S.Rahman*, *T.Street*, *H.Tahiri*. Vol.11. Berlin: Springer, 2008. P.153–182.
13. *Матвиевская Г.П.* Учение о числе на средневековом Ближнем и Среднем Востоке. Ташкент: Фан, 1967.
14. *Rashed R.* Ibn al-Haytham: Théorie des coniques, constructions géométriques et géométrie pratique / Les mathématiques infinitésimales du IX[e] au XI[e] siècle. Vol.III. London: al-Furqan Islamic Heritage Foundation, 2000.
15. *Lindberg D.C.* Science in the Middle Ages. Chicago: University of Chicago Press. P.338–368.
16. *Евклид.* Начала Евклида. Книги I–VI / Пер. с греч. и ком. *Д.Д.Мордухай-Болтовского* при ред. участии *М.Я.Выгодского* и *И.Н.Веселовского*. М.–Л.: ГТТИ, 1950.
17. *Ван дер Варден Б.Л.* Пробуждающаяся наука I. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции. М.: ГИФМЛ, 1959.
18. *Becker O.* Eudoxus-Studien: I: Eine voreudoxische Proportionenlehre und ihre Spuren bei Aristoteles und Euklid // Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abd. B: Studien. Bd.2 (1933). S.311–330. (Reprinted in: Classics in the history of Greek Mathematics / Ed. by *J.Christianidis*. Boston Studies in the Philosophie of Science. Vol.240. Dordrecht/Boston, 2004. P.191–209.)
19. *Fowler D.* The Mathematics of Plato's Academy: A New Reconstruction. Oxford: Clarendon Press, 1987.
20. Vitrac B. Umar al Khayyam et l'anthyphérèse: Étude du deuxième Livre de son commentaire «Sur certaines prémisses problématiques du Livre d'Euclide» // 2002. Farhang. N 14. P.137–192.
21. *Hogendijk J.P.* Anthyphairetic Ratio Theory in Medieval Islamic Mathematics // From China to Paris. 2000 Years Transmission of Mathematical Ideas / Ed. by *Y.Dold-Samplonius*, *J.W.Dauben*, *M.Folkerts*, *B. van Dalen*. Series: Boethius 46. Stuttgart: Steiner, 2002. P.187–202.
22. *Ibn Sina*. al-Shifa'. Usul Al-Handasah (Mathématique, Géométrie) / Texte établi par *A.H.Sabra*, *A.H.Lotfi*, Revu et préfacé par *I.Madkour*. Cairo: L'Organisation Egyptienne Générale du Livre, 1977. (на арабском языке)
23. *Насир ад-Дин ат-Туси*. Тахрир китаб Уклидис. Стамбул: Дар ат-Тибаʿа ли'л-Даула ал-ʿАлийа ал-Усманийа, 1216 [1801/2]. (на арабском языке).
24. *Мухаммед Насирэддин Туси*. Трактат о полном четырехстороннике / Пер. под редакцией *Г.Д.Мамедбейли* и *Б.А.Розенфельда*. Баку: Изд-во АН АзССР, 1952.
25. *Сабит ибн Корра*. Книга о составлении отношений // Математические трактаты / Пер. *Б.А.Розенфельда*, *Дж.ад-Даббаха*, *Л.М.Карповой* и др. // Научное наследство. М., 1984. Т.8. С.77–101.

26. [*Псевдо-Туси*]: Kitab tahrir al-usul li-Uqlidis li-sharih majhul (mansub khata' li Nasir al-Din al-Tusi). Anonymous commentary upon Euclid's *Elements* wrongly ascribed to Nasiraddin at-Tusi (Evclidis elementorum geometricorum Libri Tredecim. Ex traditione doctissimi Nasiridini Tusini. Nunc primum Arabicè impressi. Romae: Medicea, M.D.XCIV, 1594) // Islamic Mathematics and Astronomy / Ed. by *F.Sezgin*. Vol.20. Frankfurt am Main: Publications of the Institute for the History of Arabic-Islamic Science at the Johann Wolfgang Goethe University, 1997. (на арабском языке)
27. *Лютер И.О.* Первые результаты исследования трактата ал-Абхари «Улучшение «Начал» Евклида» по его дублинской рукописи // Историко-математические исследования. Вып. 15(50). М.: Янус-К, 2014. С.84–119.
28. *Асир ад-Дин ал-Абхари*. Ислах ал-китаб ал-Истикисат / Chester Beatty Library (Dublin), Ms Ar 3424, fols.1v–126v (на арабском языке).
29. *Ньютон И.* Всеобщая арифметика, или Книга об арифметических синтезе и анализе. М.: Издательство АН СССР, 1948.
30. *Никомах из Герасы*. Введение в арифметику / Пер. А.И.Щетникова // Schole. Философское антиковедение и классическая традиция. 2009. Т.3. №1. С.99–160.
31. *Теон Смирнский*. Изложение предметов, полезных при чтении Платона / Пред., пер. и комм. А.И.Щетникова // Schole. Философское антиковедение и классическая традиция. 2009. Т.3. №2. С.466–558.
32. *Щетников А.И.* Алгоритм разворачивания всех числовых отношений из отношения равенства и идеальные числа Платона // Schole. Философское антиковедение и классическая традиция. 2008. Т.2. №1. С.55–74.
33. *Freudenthal G., Zonta M.* Remnants of Habib Ibn Bahriz's Arabic Translation of Nicomachus of Gerasa's Introduction to Arithmetic // Adaptations and Innovations: Studies on the Interaction between Jewish and Islamic Thought and Literature from the Early Middle Ages to the Late Twentieth Century, dedicated to Professor Joel L.Kraemer / Ed. by in *Y.T.Langermann* and *J.Stern*. Louvain: Éditions Peeters, 2007. P.67–82.
34. [*Nicomachus of Gerasa*]. Kitab al-Madkhal ila 'ilm al-'adād / Transl. by Thabit ibn Qurra, ed. by W.Kutsch. Beirut, 1958.
35. *Rashed R.* Classical Mathematics from Al-Khwarizmi to Descartes / Transl. by *M.H.Shank*. Series: Culture and Civilization in the Middle East. London and New York: Routledge and CAUS, 2015.
36. Anaritii in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii. Ex interpretatione Gherardi Cremonensis in codice Cracoviensi 569 servata / Ed. *M.Curtze* // Euclidis Opera omnia: Supplementum / Ed. *I.L.Heiberg*, *H.Menge*. Lipsiae: B.G. Teubneri, 1889.
37. The first Latin translation of Euclid's *Elements* commonly ascribed to Adelard of Bath: books I-VIII and books X.36-XV.2 / Ed. by *H.L.L.Busard*. Toronto: Pontifical Institute of Medieval Studies, 1983.
38. *Лютер И.О.* От квадратуры круга к введению движения в геометрию (в контексте сочинений аш-Ширази и Альфонсо из Вальядолида) // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып. 12/47. М.: Янус-К, 2007. С.237–274.
39. *Ibn al-Haytham*. On the Resolution of Doubts in Euclid's Elements and Interpretation of Its Special Meanings / Ed. by *F.Sezgin* // Series C: Facsimile editions. Vol.11. Frankfurt am Main: Institute for the History of Arabic-Islamic Science at the Johan Wolfgang Goethe University, 1985
40. *Лютер И.О.* Проблема несоизмеримости окружности и диаметра круга в контексте учения Аристотеля: сочинения ат-Туси и аш-Ширази // Историко-математические исследования. Вторая серия. Вып.7(42). М.: Янус-К, 2002. Вып.7(42). С.243–261.

НИКОЛАЙ ОРЕМ, НИКОЛАЙ КОПЕРНИК И РОЖДЕНИЕ ФИНАНСОВОЙ СТАТИСТИКИ

Ю.В.Чайковский

В написанной более тридцати лет назад работе о рождении идей статистики [1] не упомянут Николай Орем (Oresme, ок.1320–1382). Насколько могу сейчас судить, дело в том, что для выбора ранних авторов мне служило, прежде всего, руководство Августа Онкена [2], в целом прекрасное, в котором, однако, Орему уделена лишь одна пренебрежительная сноска на с.135, что тот не пошел дальше Фомы Аквинского и потому писать о нем якобы нет смысла.

Лишь недавно Е.А.Зайцев, историк средневековой математики и механики, указал мне на трактат Орема «О монете» как на заслуживающий внимания для понимания истории статистики.

Плохая монета вытесняет хорошую – краткая история парадокса

Большинство историков экономики, вопреки Онкену, приписывают Орему открытие «закона Грешема», важного для истории финансов. У всех историков закон звучит примерно так: «плохая монета вытесняет из обращения хорошую». Поскольку английский финансист Томас Грешем (1519–1579) жил много позже Орема, будем называть упомянутый закон нейтрально – законом замещения (ЗЗ).

Иногда пишут еще, что Орем не был оригинален, ибо почти за 2 тысячи лет до него о замещении писал Аристофан в комедии «Лягушки». Вот этот стих (перевод А.И.Пиотровского):

> Часто кажется, что город граждан и сынов своих
> и достойных, и негодных, ценит совершенно так,
> как старинную монету и сегодняшний чекан.
> Настоящими деньгами, неподдельными ничуть,
> лучшими из самых лучших, знаменитыми везде –
> среди эллинов и даже в дальней варварской стране,
> с крепким правильным чеканом, с пробой верной, золотой –
> мы не пользуемся вовсе. Деньги медные в ходу,
> дурно выбитые, наспех, дрянь и порча, без цены.
> Так и граждан благородных, славных домом и умом,
> справедливых, безупречных, убеленных сединой,
> выросших в хорах, в палестрах, знающих кифарный строй –
> гоним мы, зато мы любим чужеземцев и рабов.

Да, вытеснение отмечено, но – в долгом ходе истории, в силу порчи нравов (сетовать о ней было тогда, как и во все времена, обычной темой обличительной литературы). Автора огорчает давнее прекращение чеканки полноценной монеты, так что нет здесь речи о вытеснении синхронном, а его и описывает ЗЗ.

О порче монеты государями действительно писал Фома, писал лет за 70 до Орема, но у Фомы тоже нет речи о вытеснении в ходе обращения, он лишь взывал к совести правителей, дабы те не портили монету слишком. Право назначать монете цену он признавал только за государем [2, с.133], что Орем как раз оспаривал.

Ни фразы «плохая монета вытесняет из обращения хорошую», ни ее аналога у Орема нет, а в его качестве комментаторы указывают на второй абзац[1] двадцатой главы «Трактата о монетах» Орема, где значится:

«Золото или серебро, вследствие их превращений и ухудшений, сокращается в королевстве, поскольку, несмотря на [таможенный] надзор, они уходят за границу, туда, где стоят дороже. Люди стараются использовать свои деньги там, где думают получить больше. Это уменьшает количество металла для монет в королевстве» [3, с.76].

Трактат писан по-латыни, переведен автором на французский, а в посмертной копии (1503) к этому месту добавлено, что экспорт хорошей монеты происходит в силу ухудшения чеканки [4, с.XXII].

Наблюдение важное, но касается воли крохотной группы лиц – торговцев драгметаллами, а вовсе не характера обращения (массового обмена денег на товары и обратно), то есть к ЗЗ не относится. Здесь у Орема речь идет не о вытеснении хорошей монеты из обращения, а о вывозе золота и серебра в те страны, где не портят монету скверной чеканкой. ЗЗ был, насколько сегодня известно, впервые установлен много позже, примерно через 160 лет, Николаем Коперником (о чем далее), а об Ореме следует сказать другое.

Статистики в нашем понимании ни у кого из ранних авторов нет, а у тогдашних математиков нет на сей счет даже численного материала. Рассуждения о деньгах и их роли у Орема тоже чисто схоластические. Он, например, восславил стабильность курса монет (каковое видел там, где не наблюдается актов официального его изменения) отнюдь не численным материалом, а ссылкой на «Никомахову этику» Аристотеля [3, с.57].

Орем был крупным математиком (ему, например, принадлежит, за 300 лет до Декарта, метод координат), но есть ли что-то из математики в его трактате о монетах?

Казалось бы, ничего такого нет, но дело в том, что и нужных математических понятий в годы Орема не было, да и гораздо позже многие математические темы обсуждались чисто словесно. Таковы, например, рассуждения великого Лейбница о природе случайности (около 1700 г.), намного более глубокие, нежели комбинаторика исходов, с которой принято вести историю теории вероятностей. Подробнее см. [5].

Математический смысл рассуждений Орема о денежном обращении видится мне в *антиинтуитивности* некоторых его выводов. Пусть самим математикам и важны именно доказательства, но всем остальным людям математика ценна исключительно тем, что позволяет делать выводы, без нее сомнительные, а то и невозможные, ибо они противоречат обыденной интуиции[2]. И Орем их делал.

В главе 6 трактата Орем формулирует: «Монета есть эталон обмена естественных богатств (...instrumentum equivalens permutandi divitias naturales)» [3, с.54]. Нам это очевидно, но комментатор Клод Дюпюи писал, что Орем таким заявлением выступил против прежнего убеждения феодалов, что монета – инструмент власти (там же, с.42).

Еще важнее убеждение, проходящее через ряд мест трактата и чуждое мнениям современников, что фактический курс монеты устанавливается не правителем, а рынком: «Контроль торгового сообщества – то единственное, что гарантирует ее устойчивость. Николай Орем как философ-номиналист продвигает весьма далеко эту идею освобождения монетарного инструмента от всякой абсолютистской опеки» – писал Дюпюи [3, с.44]. Мари-Одиль Пикэ-Маршаль еще ранее отметила:

«Но, верный принципу постоянства [курса] монеты, Орем не дает этого права и обществу, за исключением некоторых случаев. Он советует порчу металла для приведения в соответствие официального курса монеты рыночному курсу металлов. Он признал законной – и в этом ущербный пункт его позиции – порчу монеты по государственной надобности (война, выкуп[3], тяжкая потребность общества). Несмотря на последнее, оценивая теорию Орема, надо подчеркнуть, что она маркирует разрыв с прошлым и готовит путь теориям новым, современным» [7, с.345].

Все это правда, но далеко не вся правда. Теорию денег как товара развил еще Жан Буридан (ок.1290 – после 1358), преподававший в Париже, когда Орем там учился, и они были хорошо знакомы. Буридан не оставил трактата о монете, высказав свои мысли в форме комментария к Аристотелю (отчего они малоизвестны). Этим приемом позже широко пользовался и Орем.

В Средние века государи в массе своей полагали, что государство обогатится, если «испортить монету», то есть уменьшить содержание в ней драгметалла и, тем самым, увеличить число монет в казне. Вопреки интуиции, государственное хозяйство лишь разваливалось, и Орем объяснял, почему: теперь каждое начинание, казны либо частных лиц, говоря нашим языком, недофинансировалось. Поэтому его рассуждения о порче монеты были весьма актуальны.

Орем уверенно различил двойную суть тогдашней монеты – содержание металла и обозначение цены.

«Орем сознает всю хрупкость определенности цены этого монетарного инструмента, каковой не основан ни на чем, кроме естественных данных, необходимых для человеческого решения. Природа не снабдила монету тем, чем она снабдила остальные жизненные блага». Эти мысли Орем подтверждал своими переводами Аристотеля [3, с.44].

Чтобы оценить новации Орема, следует вспомнить, кем он был и когда они были сформулированы. Он был простолюдином, но стал другом короля Франции Иоанна Доброго[4] и воспитателем наследника, будущего Карла V Мудрого. Орем был священнослужителем, с 1370 г. королевским капелланом, а 1377 г. аббатом [8], но, согласно Клоду Дюпюи, следует полагать, что он был больше королевским сановником и даже другом короля и воспитателем Карла V и переводчиком Аристотеля, чем церковным деятелем. Орем играл роль в монетной реформе 1360 года (то была попытка вернуться к хорошей монете) [3, с.41–42]. Умер он в 1382 г. в своем аббатстве Лизье.

Орем писал в годы двух трагедий, положивших конец Высокому средневековью, – начала Столетней войны, стократ утяжеленных Черной смертью (крупнейшей в истории пандемией чумы), а также схизмы (распада папской власти).

Отец Иоанна Доброго, Филипп VI де Валуа, начавший Столетнюю войну, презирал всю финансовую тематику. В указе 1346 г. он откровенно заявлял: «Никто не смеет и не должен сомневаться, что только нам и нашему королевскому величеству принадлежит право…чеканки монеты, снабжения деньгами и всяких распоряжений относительно монеты, право пускать ее в обращение, и притом по такой цене, как это нам угодно и признано нами за благо» [9, с.101, сн.47]. Сын вполне следовал отцу и в войне, и в финансах, так что оба довели Францию до того плачевного состояния, из которого должен был выбираться Карл Мудрый, а советником его как раз и был Орем.

«Хотя трактат о монете и основан на «Политике» [Аристотеля], он был следствием как успешного разрушения чеканки Филиппом VI и Иоанном II, так и расстройства торговли и общественных отношений» [4, с.X].

Жестокие военные поражения Франции повлекли такое ослабление институтов монархии, какое известный историк И.М.Гревс даже назвал революцией [10]. Учрежденные еще в 1302 г. Генеральные Штаты (законосовещательный орган) теперь (1355) потребовали права контроля королевских финансов, а позже (1359) даже отказались утвердить унизительный мир с Англией. Противостояние власти и парижан дошло до бегства Карла V из Парижа (1358), а противостояние с крестьянами довело в том же году до краткой гражданской войны (жакерии). По ее окончании (ее сверхжестоко подавил Карл Злой) Карл V начал свои знаменитые реформы, послужившие к постепенному распаду крепостничества (процесс этот шел во многих странах Западной Европы). Среди них примечательна финансовая реформа (декабрь 1360), не только прекратившая на время порчу монеты, но и пытавшаяся монету улучшить (впервые был введен золотой ливр и отменены монеты, наиболее пострадавшие от порчи). Роль Орема в ней несомненна, однако трудно определить ее конкретно. Пикэ-Маршаль [7], оценив сами реформы финансов Карлом V как хрупкие и недолговечные, но полезные, упоминала о роли Орема в них уклончиво и ничего вроде ЗЗ не назвала.

Увы, полноценная монета при таких реформах всегда сразу же исчезала из обращения, и огромная затрата казны вела лишь к огромному убытку, ничего не исправляя в государственном хозяйстве. Государь был вынужден просить помощи советников, среди которых был и Орем. Вполне вероятно, что именно это обращение обратило Орема к монетарным рассуждениям.

Зато известно точно, что его трактат о финансах был докладом, представленным около 1366 г. королю Карлу V. Он достаточно ясно выражал (пусть и в старомодной схоластической форме) требования эпохи, но едва ли можно согласиться с теми, кто видит в нем ЗЗ, каковой высказан лишь через полтора века великим Коперником. В его докладе прусскому сейму (1526 г.) читаем:

«...совершенно недопустимо вводить в обращение новую хорошую монету, когда в обращении продолжает оставаться прежняя худшая» [11, с.104].

«И вот, когда столько превратностей терпит прусская монета, а через нее вся отчизна, только золотомастера и те, кто понимает что-то в благородных металлах, извлекают пользу из ее несчастья. Они выбирают среди разнообразных монет старые; переплавленное серебро из них продают, получая от несознательной массы больше серебра в смешанной монете. Когда же эти старые солиды уже совершенно исчезают из обращения, они постепенно выбирают все лучшее, оставляя груду худых монет. Отсюда-то возникают постоянные жалобы, что... все, что ни было в употреблении людей, превышает привычную цену. Но мы нерассудительны, не догадываемся, что эта всеобщая дороговизна происходит от порчи монеты» (там же, с.106).

Как видим, здесь не только сформулирован сам «закон вытеснения», но и дано ему объяснение, пусть и частичное. На самом деле, хорошая монета уходит из обращения не только вследствие переплавки и экспорта, но и в силу тезаврирования (сбережения), о чем свидетельствуют многие указы различных правителей, требующие от населения сдавать монету прежних лет в обмен на новую (худшую). Почти в те же годы изымал хорошую серебряную монету (копейки и полушки времен Ивана III) у жителей Руси и Иван Грозный.

Насколько Коперник был оригинален? Его биографы утверждали:

«Коперник совершенно правильно, значительно опередив последующих буржуазных экономистов, понимает монету не просто как деньги, а как меру самого ценного металла, в них содержащегося. Он первым подметил то, что монета, с одной стороны, «есть как бы всеобщая мера стоимости», но, с другой, это свое свойство она получает не сама по себе, не через законодательное установление, а через стоимость ценного металла, весовым выражением которого она является» [12, с.272].

Это неверно – об этом писали и Буридан, и Орем. Наоборот, сам ЗЗ неизвестен из более ранних текстов и, на сегодня, должен быть приписан Копернику.

Отсутствие ссылок в текстах Коперника отнюдь не говорит об отсутствии у него знаний о предшественниках. Известно, например, что он скрыл свое заимствование гелиоцентрической идей у Аристарха Самосского (подробнее см.: [13]).

Уверенное обращение Коперника с понятием монеты как товара и его убеждение в бессмысленности попыток правителей устанавливать ее курс своей волей достаточно ясно говорят о том, что он был в курсе тогдашней литературы о деньгах и сознательно следовал той линии знания, какая пунктирно описана в начале работы [1]. Основатель этой линии Буридан был тогда всем известен, а его финансовый комментарий к Аристотелю был в 1513 г. напечатан в Париже [3, с.128] и заведомо был известен всем, кому нужно.

Важно, что выводы данной линии мысли ко времени Коперника перестали быть *антиинтуитивными*, и неудивительно, что его идеи сразу же нашли выход в практику. Прусский сейм принял ряд положений Коперника – в частности, необходимость единственного монетного двора в государстве, изъятие из обращения (с убытком для государства) порченой монеты, принятие рыночного отношения стоимости серебра к стоимости золота как 1:12[5]. Как Коперник нашел это отношение, неясно, но это уже явная финансовая статистика.

К сожалению, едва ли не все новации были вскоре урезаны или отменены властью, и все вернулось на круги своя [12, с.278–279] – все-таки Коперник слишком опередил свое время. Как, впрочем, и в астрономии, где, к тому же, его выводы сто лет оставались антиинтуитивными для большинства пишущих, не говоря уж о народной массе.

Несколько слов о Грешеме. Как и об Ореме, историки признают, что никакого ЗЗ у Грешема нет, а есть (1560 г.) приближение: «Грешем утверждает лишь, что падение курса делает выгодным вывоз лучших монет, и в обращении, следовательно, остаются только худшие монеты» [12, с.276].

Теперь, через два века после Орема, картина в обществе была совсем иная: Англия сильно уступала в мощи двум ведущим державам – Испании (в чьих владениях «никогда не заходило Солнце») и Голландии – стране купцов, плававших и торговавших по всему миру. Конечно, финансовые законы были те же, что и отмечено повторением открытий, однако роли игроков были новыми. При королеве Елизавете Англия быстро набирала силу, а Грешем был ее финансовым советником. Испания возила кораблями золото из Южной Америки, английские «пираты ее величества» грабили эти корабли, и портить монету никакой нужды не было.

Монета стала играть роль парадной вывески государства, и Елизавета не жалела средств для создания ее великолепия. Уже существовала кое-какая финансовая статистика, было известно, каким образом извлечь до 5% прибыли из чеканки не низкопробной, а, наоборот, крайне высокопробной (994-й пробы) золотой монеты. Ее продавали голландским купцам по завышенному курсу, пользуясь тем, что для цветущей голландской торговли всегда нехватало монет, притом требовалась монеты высшего качества, чеканившиеся в то время только в Англии и то с перерывами – когда поступало золото. Известен случай (1584 г.), когда фаворит Елизаветы начал, по-старинке, чеканить монету более низкой пробы и получил от королевы гневную отповедь – снижение пробы «дискредитирует монету Ее Величества» [14].

В этом можно видеть успех финансовой мысли Грешема (умершего пятью годами ранее): лучшая монета не пущена в обращение, где исчезла бы, оставив казну в убытке, а прямо отправлена за рубеж (куда и так в большой части ушла бы), притом с выгодой для казны.

Впрочем, заблуждение финансистов продолжалось еще очень долго: «никогда не было недостатка в теориях, призывавших к честной чеканке монет», ибо считалось, что качество монеты будет поддерживаться рынком [15, с.196].

Большие числа и большие деньги (элементы статистики в средневековых банках)

Сказанное выше заимствовано из трудов, в которых банк не упоминается, и персонажи рассуждают как бы в финансовой пустоте, опираясь, в основном, на Аристотеля и Фому Аквинского. И наоборот, в трудах по истории финансов нет речи о Буридане и прочих. А ведь тот был подростком, когда во Франции произошло финансовое потрясение: был уничтожен главный банк страны – орден тамплиеров (1303 г.). На звонкую монету легла непосильная задача обслуживания финансовой системы государства, на что, в сущности, и отреагировали схоласты.

Изложенное далее являет собой упрощенное разъяснение соответствующих мест работы [1], где читатель найдет и ссылки на соответствующую литературу.

* * *

С глубокой древности люди играют в азартные игры (в них играли египтяне при фараонах, затем греки, осаждавшие Трою), и принято считать, что именно в играх впервые осознаны законы случайности. На самом деле было совсем не так. Разумеется, кое-какие обстоятельства просто нельзя не заметить: например, при игре в кости 3 очка на трех костях выпадают гораздо реже, чем 10 очков. Ведь три очка могут выпасть всего лишь одним способом – когда на всех трех костях выпала единица. А 10 очков могут выпасть многими способами. Однако понимания более глубоких свойств не было очень долго.

Бесчисленные поколения игроков не выработали даже самых простых требований к инструментам игры: в музеях хранится много старинных игральных костей, и их пробовали бросать – выяснилось, что они падают на разные грани очень и очень по-разному. Мы бы сочли их для игры непригодными, а предки наши – нет. Тем более, не могли игроки выявить независимость, и до сих пор большинство людей считает, что если монета 10 раз подряд упала гербом, то теперь-то, вернее всего, упадет цифрой; хотя к такой уверенности нет никаких оснований. Игроки всех времен именно играли, а не опыты ставили, и если попадался среди них экспериментатор, его открытия умирали вместе с ним.

Зато с глубокой древности люди копят деньги, и здесь обычно не до игр – «деньги счет любят». Еще больше деньги любят безопасное место, а где его найти простому человеку? В безвыходности деньги закапывали, но это совсем неудобно, и в иное время их предпочитали нести в храм. Особенно развилась эта традиция в Западной Европе тогда, когда повсюду воцарилась единая католическая вера – на церковное имущество грабители посягали весьма и весьма редко (даже короли предпочитали с Церковью договариваться).

Приняв деньги, служитель храма выдавал расписку и заносил принятую сумму в особую книгу, то есть, говоря финансовым языком, открывал *лицевой счет*. Повсеместно купцы и ремесленники стали замечать, что удобно вести взаимные расчеты без наличных денег, через лицевые счета, давая служителю поручение переписать сумму с одного счета на другой. Так церкви первыми взяли на себя функцию *расчетных банков*. Произошло это в десятом веке.

Главное, однако, было внутри банка: здесь стали замечать, что сданные на хранение деньги подолгу не нужны их владельцам, особенно – при безналичных расчетах. Хранители стали сдавать деньги в долг под проценты (когда должник обязан отдать больше, чем взял), то есть становились ростовщиками. Первыми этим занялись, естественно, те же церкви, став *кредитными банками*, а в 11-м веке появились, сперва в Италии, и банкиры-профессионалы.

Естественно, деньги в любой момент могут быть затребованы владельцем – на чем же основано благополучие банкира? Ситуация сходна с бросанием кости: если тебе доверил деньги один человек, то отдать их еще кому-то нельзя, коли не знаешь, когда он за ними придет; как не знаешь, какой гранью упадет кость. Но если вкладчиков сотни, то, как показывает опыт, каждый день за деньгами приходит приблизительно одно и то же количество (ноль или считанные единицы). Конечно, возможны катастрофы (война, чума, голод и т.п.), когда сразу многие требуют вернуть им вклады, но в спокойное время почти все деньги лежат без движения, и можно рискнуть ими воспользоваться. Риск, заметим, только в том, что назавтра будет нежданная катастрофа, а это бывает весьма редко.

Словом, первые законы случайности были поняты не в древности и не в играх, как пишут руководства по теории вероятностей, а в средневековом банке. Самый заметный из них: при неизменных внешних условиях *среднее значение случайной величины колеблется много слабее, нежели сама случайная величина* (устойчивость средних)Так, вклад одного лица может в любой день как упасть до нуля (он забрал свой вклад), так и возрасти во много раз (он разбогател), но средний вклад (сумма вкладов, деленная на число вкладчиков) меняется мало – если, повторяю, нет общей беды.

Какую долю вложенных денег можно отдать в долг и под какие проценты? Вопросы далеко не просты, но средневековые банкиры научились довольно хорошо отвечать на них. Прежде всего, чем больше вкладчиков, тем большую долю можно отдать в долги, а значит и получить тем большую прибыль в виде процентов. И вот, с 12-го века, частные банки начинают объединять свои капиталы, образуя крупные *банкирские дома* с отделами в разных городах.

Смотрите: самым главным банкир жертвовал – свободой действий. Не только ради большей выгоды, но и чтобы выжить в лихое время. При этом оказалось, что самый размер ростового процента тоже зависит от числа вкладчиков и должников у данного банкира: ведь расходы на содержание банка почти не растут с удвоением числа сундуков в его подвалах, а доходы удваиваются, то есть *богатый банкир мог брать меньший процент* с каждого и тем расширять круг клиентов.

Сейчас мы сдаем деньги в сберкассу и получаем при этом доход, 2–3% в год[6]. Нам странно слышать, что первые банки вообще не платили процентов вкладчикам, зато брали с должников *ссудный процент*, от 8 до 20% годовых. Такой процент даже считался скромным, в лихое время порою брали и по 200%.

За взятие этого процента банкиров считали злодеями и жестоко преследовали, как законами, так и без законов. Слов нет, добродушному человеку в банкиры идти не стоило, но не злая воля банкира взвинчивала проценты, а неумолимые числа – например, число дождей в июле, а с ним и урожай в сентябре.

Бывало, король или князь, оказавшись без денег, решал наивно, что меч сильнее монеты, что закон силы сильнее закона чисел. Наемники, месяцами сидевшие без жалованья, очень рады бывали приказу князя разграбить банк, но как быстро уплывали долгожданные деньги! Всем теперь требовалась *звонкая монета* (ведь расчеты через банк прекратились), а взять ее было негде.

Парадокс: из подвалов банка монету выбросили на рынок, а она от этого как раз на рынке-то и исчезла. Дело в том, что она, лежа в запертом сундуке банкира, непрерывно оборачивается за счет безналичных расчетов, тогда как в кошельке владельца она лежит недвижно, пока тот не потратит ее. Возникает ее нехватка, тормозящая завоз товаров, и начинается голод; а тот, кому деньги нужны позарез, вынужден давать расписку на сумму вдвое и втрое большую, чем сам брал (таким нехитрым путем банкиры обходили запрет на ростовщичество).

Денежным людям (чиновникам, торговцам и мастерам) приходилось возить друг к другу телегами мешки с серебром (золота, столь щедро текущего в исторических фильмах, было тогда, до открытия Южной Америки, в обороте мало), а при этом на дорогах множатся грабители. И так – до появления нового банка.

Не сразу, а только в 13-м веке внимательные люди стали замечать, и то далеко не все: чем более преследовать банкиров, тем выше растет ссудный процент и даже торговля порою замирает.

Банк обычно не платил процентов вкладчикам – просто потому, что те рады были сами заплатить, лишь бы избавиться от наличных. И часто действительно платили – когда брали в банке *вексель*. Ни купец на ярмарку, ни крестоносец в Палестину, ни кардинал на собор не ездили с возами монеты – это было и хлопотно, и опасно. Всякий предпочитал везти вексель – бумагу, по которой только он мог получить деньги в конечном пункте.

Все мы наслышаны про банкирскую страсть к наживе. Так сколько же брал жадный банкир за выдачу векселя? Обычно – всего около *половины процента* от принятой суммы. А вот когда тот же купец ехал на ту же ярмарку с товарами и просил застраховать их, то такса была совсем другая: 10–15% их стоимости. Дело в том, что теперь банкир рисковал: в случае гибели товаров он брался оплатить всю их стоимость из своих капиталов, тогда как при гибели купца с векселем он должен был только вернуть деньги купца его наследникам, да и то – если те докажут, что купец эту сумму по векселю не получил. Плату же за вексель банкир брал потому, что сам тратился при сделках с иногородними банкирами (оплачивая разницу между стоимостью полученных от них требований по векселям и собственных к ним требований: это делалось на их ежегодных встречах, именовавшихся вексельными ярмарками).

Но почему банкир брал большие проценты с обывателя, взявшего взаймы и никуда не едущего? Оказывается, он и здесь рисковал: должники разорялись, исчезали или просто отказывались платить. Ведь охраной нынешнему банку служат не столько стены и стража, сколько – герб на вывеске, если он государственный, или лицензия, если он частный. Ибо грабитель – враг государства.

Тогда было не так: банкир был лицом нежелательным и часто преследуемым. Он не смел отказать ни князю, ни городу, хотя знал, что они могут ссуду не вернуть; иногда невозврат даже оговаривался: например, князь обещал вернуть ссуду с процентами в случае победы в войне и ничего не вернуть при поражении.

Убыток банкир, естественно, взымал с тех, с кого мог, то есть – с обывателей, которые никуда не делись и еще более бесправны, чем он сам. Он даже говорил с гордостью: риск – моя профессия, за это мне платят.

Как же определялась цена риска? С высоты нынешнего знания все очень просто: доходы банка должны превышать его расходы в среднем по всему множеству клиентов. Чтобы не разориться, банкир должен был уметь приблизительно оценивать это среднее, используя прежний опыт – свой и своих коллег. Так, он должен был знать, сколь часто гибнут корабли, разоряются ремесленники и многое другое. Эта *финансовая статистика* возникла в 15-м веке.

Но то будет в пятнадцатом, а в начале четырнадцатого французский король Филипп Красивый совершил величайшее в истории финансовое преступление – уничтожил орден тамплиеров, главный католический банк. О них потом много писал Вальтер Скотт. Помните, если читали: у него повсюду выступают *храмовники* – сразу и монахи, рыцари, и злодеи. На самом деле тамплиеры были не добрее и не злее других банкиров, просто они были богаче всех, и Филипп (вот уж кто был злее всех) наивно решил, что может эти богатства присвоить.

А их не оказалось. Не помогли ни страшные пытки, ни, затем, вековые поиски. Искавшие не усвоили простого финансового факта: богатство банка – не в монете, а в бумагах – в полученных расписках, векселях и прочих чужих обязательствах. О зверствах Филиппа говорить противно, зато любопытно, что главный тамплиер крикнул ему из пламени костра проклятье, и оно в тут же начало сбываться. Почему Филипп, здоровяк, за год буквально стаял, не знает никто, но вот почему стаяло его государство, понять легко: Франция осталась без главного банка.

В позднем Средневековье банкиры проявляли удивительное умение считать, и их слово подчас ценилось выше королевского: они даже ставили свои подписи под договорами королей, ручаясь за их состоятельность. Случалось, что и императорская корона, и папская тиара попадали в подвал банка – пока владелец не расплатится. Если же уплата долга была для правителя непосильна, то банк соглашался взять на себя сбор какого-то из налогов (в качестве ссудных процентов), и правитель понемногу обращался в исполнителя воли банкира. Физически он мог и ограбить банкира, и даже убить, но обойтись без него не мог.

Впрочем, даже очень большие деньги не спасали банкира, если они не оказывались большими числами. Если, например, банк отдаст в одни руки половину капитала, то никакой размер капитала и никакое число вкладчиков не будут ему гарантией: все вкладчики вместе равны теперь одному должнику.

На этом погиб крупнейший банкирский дом 14-го века, дом Барди во Флоренции. В 1340 г. до Италии дошло известие, что английский парламент отказался платить долги своего короля, вкладчики бросились в банки, и два банкирских дома (Барди и Перуцци) обанкротились. Оказалось, что Барди тайно отдали в Англию более половины капитала (разумеется, векселями, а не монетой, которой у них так много не было, да и доставить ее в Лондон вряд ли бы кто сумел).

Английский заем 1337 г. для войны с Францией был делом обычным, но война затянулась (кто мог знать, что она окажется Столетней?), и раздраженный парламент, решив показать, что здесь и король – просто человек, отказался оплачивать его расходы, каковые счел авантюрой. Тем самым, долг англичан французам (за пожарища, горы трупов, толпы нищих и калек во Франции) был все же оплачен, правда – не англичанами, а неповинными флорентийскими обывателями.

Вот в какой ситуации жили и творили Буридан и Орем.

Разумеется, банкиры поступили слишком рискованно, но не следует забывать, что риск – их профессия, что грозит крахом всякое распоряжение чужими деньгами и что теория вероятностей не дает точных предсказаний. Сама эта теория стала едва намечаться только тогда, когда средневековые банки уже рушились вместе с породившими их республиками и купеческими компаниями.

Однако свое дело банкиры сделали: научили Европу считать. Именно для них писались первые учебники арифметики, где долги и проценты были столь же обычны, как в нынешних – встречные поезда. И купец, и состоятельный обыватель – все к 15 веку были вынуждены обсчитывать предложения банкира. Стоит ли уплатить 1/7 цены корабля с товарами в качестве страховки? Стоит ли завещать банку свой дом в обмен на пожизненную пенсию? Поневоле многие задумывались над долями, шансами и средними. Тут мы и подошли к сути.

Оказалось, что законы случайного можно видеть не только в азартных играх. Кость падает с частотой 1/6 на каждую сторону потому, что она симметрична, а почему корабль гибнет с частотой 1/7? Грани кости равновозможны, как равновозможны стороны монеты или карты из колоды. А что равновозможно в обыденной жизни? Если бы не банкиры, обыватель эпохи Возрождения вряд ли вообще задумался бы над такими вопросами, но он задумался и стал понемногу замечать, что задавать их можно буквально всюду.

Например: равновозможно ли рождение мальчика и девочки? Ответ казался очевидным и утвердительным, но в середине 17 века появилась статистика населения и сразу выяснила – нет, на 14 мальчиков рождается только 13 девочек. Словно при зачатии бросается 27-гранная игральная кость, и если выпадет грань от первой до 14-ой, то рождается мальчик, а если другие грани – то девочка.

Впрочем, это еще надо было осознать. Сперва статистики решили, что это Господь мудро предусмотрел, чтобы мальчиков было немного больше, дабы каждая девушка могла выйти замуж, хотя часть мужчин гибнет на войне, в море и на плахе. Естественно, здесь был усмотрен также и веский довод против ислама с его многоженством.

Нам же важно другое – перед обществом встал вопрос: почему можно использовать теорию вероятностей не только в играх, но и в жизни? Вопрос прояснен, насколько это вообще ныне возможно, в книге [5]. Не имея ответа на него, средневековые банкиры (да и умные торговцы) вполне успешно пользовались основным утверждением статистики – об устойчивости средних величин. Именно это давало им возможность отдавать часть «чужих денег» в кредит.

Кроме того, уже в 13-м веке банкиры поняли, что устойчивость средней величины радикально растет с ростом числа случайных слагаемых и стали объединяться в «банкирские дома». О самом большом из них, доме Барди, шла речь выше. При этом банкиры в массе шли на потерю самостоятельности, прежде всего, ради повышения надежности своего личного дела.

Наука сходит с небес на землю

«Современная наука – это дочь астрономии; она сошла с небес на землю по наклонной плоскости, подставленной ей Галилеем», писал сто лет назад Анри Бергсон. В отношении физики ссылка на Галилея уместна, и то отчасти, но статистика свершила тот же путь намного раньше, причем финансовая, – с Коперником.

Ранняя статистика бытовала в трех формах – *учет, описание и вычисление*, а вероятностные идеи проникли в нее гораздо позже [5]. Наибольшим и лучшим был тут опыт астрономии: звездные каталоги являли строгий учет, описаны были движения планет, а строгие вычисления мы видим как в эфемеридах[7], так и в реформе календаря («новый стиль»). Биографы Коперника справедливо отметили, что как теоретик финансов он так же опередил эпоху, как астроном, однако они были неправы, утверждая, что он «первым подметил» товарно-рыночную суть денег [12, с.272]. В этом он следовал давней традиции, а новатором был лишь в выявлении того, что мы именуем статистической тенденцией.

Эпоха Возрождения: недолгий переход внимания общества от банкира и торговца к производителю

Крушение системы средневековых банков, начавшееся, как сказано, в 1303 г. во Франции, с ограбления, завершилось по всей Европе в конце 15-го века без всяких ограблений – с падением итальянских торговых республик в связи с падением Византии, когда турки перекрыли восточные торговые пути. Однако средневековая финансовая статистика не умерла сразу же, поскольку служила опорой науке-лидеру. А наукой-лидером в 14–15 веках было итальянское «торговое дело» («la pratica della mercatura»), предтеча финансовой и страноведческой наук.

Оно имело блестящее начало в итальянских трактатах «Торговое дело», что показал еще Джованни Паньини [16] и о чем кратко сказано в работе [1, с.67–68]. От этих-то трактатов о торговле и шло (пока их не забыли) развитие политэкономии. Хозяйство, как частное, так и государственное, понималось в то время на языке торгово-денежном, то есть *рыночном*: что где выгодно продать и что на эти деньги выгодно купить.

Однако в том же 16-м веке произошло раздвоение идеологии теоретиков: географические открытия поддерживали прежнее понимание хозяйства как торговли, но в самой Европе хозяйственные трудности породили иное направление литературы, нерыночное, а подчас и антирыночное. В ней те, кто был более озабочен, выясняли то, что людям нужно для жизни, что из этого производится, как потребляется и почему большинство бедно.

Начатая на грани 15–16 веков Эразмом Роттердамским, данная линия мысли нашла яркое выражение в «Утопии» Томаса Мора

(1516) с ее апофеозом производства, но не торговли, а в 1519 г. мы видим уже ее защитника, грамотного экономически. То был английский проповедник Клемент Армстронг. Он, повторяя реплику из «Утопии», бичевал огораживания (изгнание крестьян с земли для замены земледелия овцеводством) за их *чисто рыночный характер*: да, шерсть выгоднее, однако огораживание лишает население работы и разваливает общество. Его памфлет гласит, что благо государства состоит прежде всего в материальном производстве, а не в торговле, и содержит чеканную формулу: «Все богатство государства имеет своим источником труд простого народа» [1, с.78].

Через почти сто лет эту линию мысли блестяще завершил «Краткий трактат о средствах снабдить серебром и золотом королевства, лишенные рудников драгоценных металлов» Антонио Серра (Serra, Неаполь, 1613 г.), бунтаря и мыслителя. Он предлагал государству способствовать развитию не столько торговли и банков, сколько ремесел.

Увы, вскоре такие рассуждения были заслонены, а затем и вытеснены «памфлетами о торговле», из которых в 18-ом веке выросла нынешняя политэкономия, видящая плоды труда исключительно как товар. Об этом тоже см. статью [1]. В последующие 400 лет идея торговли обросла теориями, породившими в итоге нынешнюю *меновую* политэкономию со всеми ее вариантами, включая *марксизм* и следовавшее за ним *кейнсианство*.

Идея войны отошла в конце 20-го века на задний план, но суть доктрины осталась прежней: все, кто что-то создает, объединены словом «товаропроизводители», они суть поставщики товаров на обмен, и только. Для нашей тематики «взаимосвязей бытия» главным лицом в этом ущербном процессе явился, на мой взгляд, философ Томас Гоббс с его тезисами «Труд – тот же товар, который можно выгодно менять» и «Война всех против всех» (1651 г.). Второй тезис вытекал из убеждения Гоббса в том, что человек асоциален и стремится лишь к собственной выгоде [2, с.222]. Из философии Гоббса через 200 лет выросли и дарвинизм, и марксизм. Это общеизвестно, но мало кем замечено, что обе доктрины, мысля себя новыми, повторяли суть стародавней традиции, которая склонна выбирать «рыночные» призывы, отбрасывая «производственные». То был возврат к Орему и Копернику, а шире – к Позднему средневековью. Их-то и чтут как основоположников.

Родоначальником другой, *производственной*, политэкономии почти забытой и ныне заново открываемой, принято в наши дни называть философа и ученого Готфрида Вильгельма Лейбница [17]. Но это уже совсем другая тематика.

Примечания

[1] В первом абзаце говорится, что длительная порча монеты отнимает у общества почти все деньги и подобна хронической болезни, незаметно истощающей организм.

[2] Простой пример: какова вероятность того, что в группе из N человек хотя бы у двоих совпадут дни рождения (дни, а не годы)? Большинство скажет, что при $N < 100$ вероятность весьма мала, а на самом деле она превышает половину уже при $N = 23$. Здесь интуиция прямо противоречит истине. А вот сюжет, где она просто не говорит ничего. Беззаботная гардеробщица приняла N шляп и раздала N номерков, но затем, целуясь с другом, повалила стенд, шляпы рассыпались и были развешаны, как попало. Какова вероятность правильной выдачи шляпы хоть кому-то? Одни говорят, что она должна расти с ростом N, другие – что она падает, на самом же деле она едва колеблется около (1–1/e) [6, с.176–179]. Тут теория вероятностей действительно полезна, притом, на мой взгляд, больше, чем в комбинаторике исходов азартных игр.

[3] Имеется в виду выкуп короля из плена (в 1357 г. в плен попал Иоанн II).

[4] Он был не намного добрее Карла Злого, короля наваррского, своего врага, а прозвище «Добрый» (le Bon) заслужил щедрой раздачей земель, во вред себе и Франции. Вел губительную политику и, в частности, нещадно портил монету, от чего его сын отказался – вероятно, по совету Орема.

[5] При попытках ввести при обмене иные соотношения, один из двух металлов становился в ходе обмена лучшим и вытеснялся другим из обращения.

[6] Написано в 1980-е годы.

[7] Таблицы предстоящих положений светил. Служили для ориентации кораблей в море, и уже Колумб взял с собой эфемериды Региомонтана.

Список литературы

1. *Чайковский Ю.В.* Становление статистического мировоззрения // Метафизика и идеология в истории естествознания. М., Наука, 1994. С.62–107.
2. *Онкен А.* История политической экономии до Адама Смита. СПб., 1908. 491 с.
3. Traité des monnaies. *Nicolas Oresme* et autres écrits monétaires du XIV[e] siècle (*Jean Buridan, Bartole de Sassoferrato*). Textes réunis et introduits par Claude Dupuy. Traduits par Frédéric Chartrain. Lyon, La Manufacture, 1989. 207 pp.
4. *Johnson Ch.* (ed.). The *De moneta* of Nicolas Oresme and English mint documents // Transl. from the Latin with Intr. and Notes by *Charles Johnson*. London etc., 1959. 114 pp.
5. *Чайковский Ю.В.* О природе случайности. 2-е изд. М., ЦСИ, 2004. 280 с.
6. *Кемени Дж., Снелл Дж., Томпсон Дж.* Введение в конечную математику. М.: ИЛ, 1963. 486 с.
7. *Piquet-Marchal, M.-O.* Nicole Oresme, théoricien et praticien de la monnaie // Annales de Normandie. 1986. Vol.36. Numéro 4. P.345–346.
8. *Шишков А.М.* Орем // Католич. Энциклопедия. Т.3. М., 2007. Стлб.1092–1094.
9. *Маркс К.* Капитал. Т.1. М., 1988. XVI, 891 с.
10. *Гревс И.М.* Иоанн II Добрый // Новый энциклопедический словарь Брокгауз-Ефрон. СПб., 1913. Т.20. Стлб.141–143.
11. *Коперник Н.* Трактат о чеканке монет (1526) // *Герасименко М.П.* Николай Коперник – выдающийся экономист эпохи раннего капитализма. Киев: Изд. АН УССР, 1954. С.101–112.
12. *Веселовский И.Н., Белый Ю.А.* Николай Коперник. М., Наука, 1974. 435 с.
13. *Чайковский Ю.В.* Избегание предтеч // Вопросы философии. 2000. №10. С.91–103.
14. *Муха М.В.* Монетная политика Елизаветы Тюдор в последней четверти XVI века // Средние века. Выпуск 57. М.: Наука, 1994. С.249–353.
15. *Эшли У.Дж.* Экономическая история Англии в связи с экономической теорией. М., 1897. 814 с.
16. *Pagnini G.F.* Della decima e delle altre gravezze. Lisbona e Lucca, 1766. T.1–4.
17. *Конторов Д.С., Михайлов Н.В., Саврасов Ю.С.* Основы физической экономики. (Физические аналогии и модели в экономике). М., 1999. 184 с.

ПРЕДПОСЫЛКИ ОТКРЫТИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ БРОШЕННОГО ТЕЛА (ВОПРОС О «ПРОМЕЖУТОЧНОМ ПОКОЕ»)[1]

Е.А.Зайцев

О проблеме предпосылок закона движения брошенного тела

В современной истории науки вопрос о предпосылках научной революции XVII в. остается одним из самых трудноразрешимых. Сказанное относится, в частности, к закону параболической траектории движения брошенного тела, с открытия которого она началась. В отношении этого закона можно говорить о предпосылках трех видов. Прежде всего, это – формально-логические предпосылки, то есть постулаты, на основе которых строится его доказательство. Они будут кратко охарактеризованы ниже. Во-вторых, это – исторические предпосылки, лежащие в основе его открытия Галилео Галилеем. На их анализе мы останавливаться не будем. Третий вид – это реально-логические предпосылки. Ими являются теоретические представления, зародившиеся в доклассической науке и *опосредующие* ее переход в классическую. От прочих теоретических представлений доклассического периода они отличаются тем, что содержат в себе потенции для перехода к классической механике XVII в. Вопрос о них и будет рассмотрен в данной статье.

Формально-логическими предпосылками закона параболической траектории являются три постулата.

Первый постулат – закон параллелограмма движений, в соответствии с которым всякое перемещение тела в пространстве допускает разложение на *независимые* компоненты. В применении к брошенному телу это означает, что его движение является векторной суммой двух движений, одно из которых осуществляется в горизонтальном, а другое – в вертикальном направлении.

Второй постулат – закон пропорциональной зависимости скорости от времени по отношению к вертикальной составляющей движения. Точнее, это – закон линейного уменьшения скорости в зависимости от времени при движении тела вверх и, соответственно, линейного же увеличения при падении вниз. Из этого закона следует, в частности, закон квадратичной зависимости пути от времени при свободном падении.

Третий постулат – закон инерции по отношению к горизонтальной составляющей движения. В соответствии с этим законом перемещение брошенного тела по горизонтали происходит с постоянной скоростью, ибо в этом направлении на него не действуют силы. Строго говоря, у самого Галилея речь шла об инерциальном

1) Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-03-00218 а).

движении-качении шарика по абсолютно гладкой сфере с центром в центре Земли и радиусом, большим земного радиуса. Однако в силу малой кривизны это движение можно считать прямолинейным. Галилей называл такое движение «нейтральным» потому, что оно не было ни *естественным* движением шарика вниз (по направлению к центру Земли), ни его *насильственным* перемещением в противоположном направлении.

Эти постулаты, будучи формально-логическими предпосылками закона, открытого Галилеем, не являются, однако, его историческими предпосылками. Дело в том, что у Галилея не было полной уверенности ни в самих постулатах, ни в характере взаимосвязей между ними. Об этом косвенно свидетельствуют его попытки обосновать параболический закон посредством (ложной) аналогии между траекторией снаряда и цепной линией, образуемой провисающей цепочкой. Характерно, что эти попытки, следы которых обнаруживаются еще в ранних рукописях, Галилей не оставлял до конца жизни [1]. Отметим, что Б.Кавальери и Э.Торричелли, в отличие от Галилея, обладали более точным представлением об этих постулатах и выводимости из них параболической траектории движения [2, p.291–304].

Указанные постулаты нельзя также назвать реально-логическими предпосылками, опосредующими открытие параболического закона. Как сказано выше, на роль таковых могут претендовать лишь такие теоретические конструкции, которые, будучи продуктом предшествующей традиции, сохраняют с ней связь. Но во всех трех постулатах уже заметен *полный* разрыв с аристотелевской традицией, проявляющийся в отказе от качественных оценок и переходе к чисто количественной трактовке движения. Так, первый постулат есть, по сути, утверждение о том, что пространственные перемещения обладают свойством векторной аддитивности (по Канту, аддитивность, то есть равенство целого сумме частей, является характерным свойством математического количества). Второй постулат, фиксируя пропорциональную зависимость скорости от времени, *de facto* превращает скорость в вид непрерывного количества (ибо таковым является время). В физике Аристотеля скорость или, точнее, «быстрота» относилась к одному из разрядов качества и имела в качестве противоположного «медленность». Третий постулат, утверждая постоянство скорости, вписывает движение в теоретическую конструкцию количественного типа, в которой величина пройденного с постоянной скоростью пути связана прямой пропорциональной зависимостью с величиной затраченного времени.

Разрыв с аристотелизмом проявляется в этих постулатах также в отказе от важного императива доклассической традиции, согласно которому целое имеет онтологический приоритет над своими частями (холизм). В доклассической механике это представление распространялось не только на вещи, но и на движения. Так, натурфилософы античности и средних веков полагали, что свойства отдельных движений, участвующих в производстве общего движения, определяются формой этого движения. Они считали, что, если некоторое элементарное движение является частью составного движения, то его свойства могут изменяться в зависимости от формы движения, в которое оно входит. Отсюда следовал вывод о невозможности сведения сложного движения к совокупности элементарных движений.

Обсудим этот вопрос подробнее. Элементарные движения, входящие в состав сложного движения, могут быть однонаправленными, разнонаправленными или направленными в противоположные стороны. В отношении однонаправленных сил в доклассической механике бытовало мнение, что такие силы способны непропорционально увеличивать совокупное действие, то есть приводить к результату, превосходящему сумму результатов, производимых каждой из сил по отдельности. Это и означает нарушение принципа аддитивности в отношении сил: действие целой силы *больше* суммы действий составляющих ее сил [3; 4].

Относительно разнонаправленных сил (под этот случай подпадает бросание тела: на него действует и сила броска, и сила тяжести) схоласты, напротив, полагали, что одна из сил способна ослабить действие другой. Подобной точки зрения придерживался, например, еще Дж.Бенедетти (1530–1590). Он, в частности, полагал, что сила импетуса, которым обладает тело, брошенное в горизонтальном направлении, уменьшает действие, оказываемое на это тело силой тяжести, и тем самым замедляет его падение. Обоснованием этого тезиса служил для Бенедетти феномен вращения волчка. «Истина... – писал он, – состоит в том, что, чем быстрее его движение, тем меньше его давление на ту точку (точку опоры. – *Е.З.*); иными словами, тем легче становится само тело» [5, с. 285]. Полученный вывод распространяется на полет «мяча» (*pila*), бросаемого при помощи «лука, какого-либо иного приспособления (*instrumentum*) или метательной машины». «Чем быстрее движется мяч насильственным движением, – продолжает Бенедетти, – тем большей склонностью к движению по прямой линии он обладает и поэтому тем меньше он стремится к центру мира и от этого становится легче» [Ibid.]. Отметим, что из положения о том, что одна из сил, действующих на тело, уменьшает действие другой, следует неожиданный (для классической механики) вывод: из двух тел, одинакового веса и находящихся на одной высоте, брошенное в горизонтальном направлении упадет на землю позднее, чем падающее свободно.

В отношении сил, действующих в противоположных направлениях, в доклассической механике бытовало мнение, что их общее действие определяется не разностью сил (как в классической механике), а их отношением. Такая трактовка вступает в очевидное противоречие с принципом аддитивности физических сил.

Неприемлемым для доклассической механики представлялся также закон свободного падения с постоянным ускорением. Средневековая схоластика, в частности, исходила из того, что движения в подлунном мире вызываются «одушевленными» силами, которые не могут подчиняться столь элементарному закону. Регулярные движения – равномерные, равноускоренные или равнозамедленные – схоласты связывали не с реальным миром, созданным, как они выражались, «упорядочивающим могуществом Бога» (*potentia Dei ordinata*), а с виртуальной действительностью, относящейся к регистру «Его абсолютного могущества» (*potentia Dei absoluta*) или, говоря философским языком, к сфере логически возможного (*possibile logicum*) [6]. Когда Доминго де Сото в середине XVI в. сформулировал гипотезу о равноускоренном падении тяжелых тел, современники ее просто не заметили. Прошло еще полстолетия, прежде чем Галилей пришел к пониманию ключевого значения этого закона для теории движения.

Абсолютно неприемлемым для доклассической механики представлялся и принцип инерциального движения с постоянной скоростью. В аристотелевской физике считалось, что всякое движение требует постоянного контакта с активной силой. В схоластике этот тезис был смягчен: в рамках теории импетуса допускалась возможность движения в отсутствии активной силы. Однако при этом считалось, что тело все равно не может двигаться бесконечно долго и, тем более, равномерно. Рано или поздно тело, обладающее вложенной в него силой, должно остановиться из-за (i) постепенного истощения этой силы и (ii) естественного стремления к покою, присущего самому телу (*inclinatio ad quietem*).

Весомым аргументом против движения с постоянной скоростью служил также сформулированный Аристотелем тезис об отсутствии равномерности в движениях подлунного мира. Всякому такому движению, указывал он, присуще ускорение, наступающее либо в начале, либо в середине, либо в конце («О небе» II, 6; 288a17–24). Для средневековой схоластики этот тезис оставался непреложной истиной (см., например, комментарий И. Буридана [7, л.108 r]). Равномерное вращение допускалось в аристотелизме только для небесных светил, которые состояли из эфира (особо тонкой материи) и приводились в движение специальными неприродными «двигателями» – интеллигенциями Аристотеля или христианскими ангелами.

«Промежуточный покой»

В этой статье мы рассмотрим вопрос об одной из реально-логических предпосылок представления о параболической траектории. Это – представление о возможности мгновенного изменения направления движения в точке разворота возвратно-поступательного перемещения. Иначе говоря, представление о том, что между двумя фазами возвратно-поступательного движения не обязательно наступает так называемый «промежуточный покой» (*quies media*, *quies intercedens*). Отказ от «промежуточного покоя» представляет собой одно из тех звеньев, которые реально *опосредуют* между доклассической и классической наукой.

Идея «промежуточного покоя» восходит к Аристотелю («Физика» VIII, 8). Аристотель полагал, что всякое тело, осуществляющее возвратно-поступательное движение, замирает в момент поворота (входит на некоторое время в состояние покоя) и лишь затем начинает движение в противоположном направлении. «В этом, – утверждал Стагирит, – убеждает не только свидетельство чувств, но и рассуждение» («Физика», 262a19). Рассуждение, которое имел в виду Аристотель, представляет собой доказательство от противного или приведение к абсурду. Из гипотезы о том, что покой носит мгновенный характер, следует абсурдный вывод: тело в момент разворота участвует одновременно в двух противоположных движениях («Физика», 264a7–35).

Тезис о «промежуточном покое», по сути, запрещал рассмотрение возвратно-поступательного перемещения как единого движения. С точки зрения Аристотеля такое перемещение является комбинацией двух разных движений, разделенных промежутком покоя. Каждое из этих движений имеет свою цель, на актуализацию которой оно направлено.

Истоки представления о «промежуточном покое» становятся понятными, если учесть, что движение в аристотелевской физике относится не только к пространственному перемещению (движение «по месту»), но и к ряду других категорий – качеству, количеству и субстанции. По определению, всякое движение имеет целью актуализацию качества, количества, места или субстанции, то есть доведение соответствующей формальной характеристики до совершенства. Совершенство предполагает сохранение достигаемой в результате движения категориальной характеристики в течение определенного времени. В противном случае нет смысла говорить о ее полной актуализации.

При движении «по месту» должна происходить актуализация определенного места, в которое тело направлялось своим движением. В случае смены направлений движения актуализация места в точке разворота предполагает наступление в ней полноценного *про-*

межутка покоя. В противном случае это место не будет отличаться от прочих мест, занимаемых телом по ходу своего перемещения.

В приведенном фрагменте Аристотель специально не затрагивал вопрос о движении тела, брошенного вверх, а затем падающего вниз. Однако из тезиса о «промежуточном покое», носящем общезначимый характер, следует, что тело, брошенное вверх, должно замереть в наивысшей точке своей траектории и только затем начать падать вниз.

В скобках заметим, что представление о «промежуточном покое» в верхней точке траектории не позволяет описывать движение брошенных тел (вертикально или под углом) в терминах математики, ибо неясно, сколько времени этот покой будет длиться. Предваряя последующее изложение, укажем на то, что в рамках теории импетуса (которой придерживался молодой Галилей) наличие «промежуточного покоя» между двумя движениями брошенного вверх тела приводит к выводу о том, что тело должно оставаться в таком покое вечно (см. ниже).

Проблема «промежуточного покоя» в средневековой схоластике

Непосредственным поводом для обсуждения проблемы «промежуточного покоя» в средневековой схоластике стало одно из доктринальных положений католичества, не имеющее прямого отношения к физике. Что неудивительно, ибо почти все важные темы схоластической натурфилософии обязаны своим происхождением сугубо богословской проблематике [8]. Согласно католической догматике, человек с момента зачатия находится в состоянии первородного греха. Вместе с тем, та же догматика учит о том, что человек может сподобиться благодатных даров. Поскольку состояние греха и благодати противоположны, возникает вопрос: как происходит их смена или переход из одного состояния в другое?

Эгидий Римский (ок.1243–1316)

Обсуждение проблемы перехода из одного состояния в другое начинается в конце XIII в. с Эгидия Римского (qu.2, Quodlibet VI, 20) [9, с.418–424].

Эгидий начинает с доводов в пользу мгновенного характера перехода от греха к благодати. В качестве первого аргумента он приводит пример из физики (все остальные доводы носят чисто богословский характер).

Представим себе горошину (*faba*), которая летит вверх навстречу падающей вниз башне (*turris*). Очевидно, что, столкнувшись с башней, горошина изменит направление своего движения на противоположное. Поскольку горошина не способна задержать падение башни, то направление ее собственного движения изменится мгновенно.

Сказанное, однако, не означает ложность тезиса о «промежуточном покое». На самом деле, указывает Эгидий, в момент столкновения горошина находилась – некоторым парадоксальным образом – в двух противоположных состояниях. С одной стороны, она уже начала двигаться вниз (об этом свидетельствуют наши чувства), с другой стороны (в соответствии с тезисом Аристотеля), она пребывала в состоянии покоя. Используя двойственность состояния горошины, Эгидий получает нужный – с богословской точки зрения – вывод относительно греха и благодати: «И по той же причине, по которой тело может находиться одновременно в противоположных состояниях (*sub oppositis*), дух может [находиться одновременно] в состоянии греха и благодати (*sub culpa et gratia*)» [9, с.418].

На этом анализ примера с горошиной не заканчивается. В конце раздела, обсудив различные аргументы от богословия, Эгидий снова возвращается к нему. Он понимает, что с логической точки зрения суждение о том, что горошина находится в двух контрадикторных состояниях (движения и покоя), является противоречивым и поэтому не может быть использовано в качестве посылки силлогизма. Чтобы избежать логического противоречия, Эгидий прибегает к специальному приему, который состоит в приписывании покою и движению дополнительных предикатов – *per se* («сам по себе») и *per accidens* («по совпадению»). «Промежуточный покой», считает Эгидий, наступает для горошины *per se*, как некоторое необходимое состояние, естественным образом предваряющее движение в обратном направлении. А вот мгновенное движение в обратном направлении наступает для горошины *per accidens*, то есть исключительно из-за того, что башне «случилось» в это время падать ей навстречу [9, с.424]. Приписывание состоянию горошины предикатов *per se* и *per accidens* позволило Эгидию противопоставить покой и движение *в разных отношениях*, т. е. неконтрадикторным образом, и тем самым избежать логического противоречия.

Для разъяснения тезиса о покое *per se* и движении *per accidens* Эгидий приводит еще один пример. В нем он рассматривает падение мяча на доску. В случае, когда доска неподвижна, мяч в момент столкновения будет находиться в состоянии «промежуточного покоя» *per se*. Если же доска движется вверх навстречу мячу, то отскок от нее происходит мгновенно *per accidens*, то есть исключительно из-за встречного движения.

Судьба аргумента «от горошины» в контексте богословских споров не представляет особого интереса. Отметим только, что сам пример, равно как и связанные с ним терминологические уточнения (*per se* и *per accidens*), стали с этого момента неотъемлемой частью дискуссии о «промежуточном покое» в натурфилософии, которая продолжалась до середины XVII в.

Прежде, чем перейти к дальнейшему изложению этой дискуссии, коротко остановимся на значении терминологического различия между явлениями *per se* и *per accidens*. По сути, это различие позволяет проанализировать четыре типа феноменов. Первый тип представлен феноменами сверхъестественного характера, связанными со спасительными действиями Бога (в рамках «технологии спасения»). Здесь при переходе из одного противоположного состояния в другое зачастую просто необходимо – с доктринальной точки зрения – признать мгновенный характер перехода, отказавшись, тем самым, от идеи «промежуточного покоя». Второй тип – это природные явления, в которые вклиниваются привходящие обстоятельства (падающая башня). В явлениях такого рода «промежуточный покой» также может отсутствовать. Но это отсутствие *per accidens*. Третий тип феноменов представлен целенаправленными действиями человека, осуществляемыми при помощи «искусства» (techne, ars). В соответствии со схоластической номенклатурой, этот тип также подпадает под разряд событий *per accidens*. Ведь форма, создаваемая ремесленником, – например, деревянная кровать – является привходящей, акцидентальной по отношению к дереву, из которого она изготовлена, ибо дерево само по себе (*per se*) не стремится к ее обретению. В этом (и только в этом) отношении технические феномены сходны с природными феноменами, в которые вклинивается случай. В технических феноменах, цели которых не совпадают с целями природы, отсутствие «промежуточного покоя» также признается допустимым. И только в отношении четвертого типа феноменов, который представлен чисто естественными движениями, обладающими внутренней целью и средствами для ее достижения, тезис о «промежуточном покое» в полной мере сохраняет свою силу. Между двумя естественными движениями в противоположных направлениях обязательно наступает «промежуточный покой». Сказанное относится, в частности, к движению камня, брошенного вверх, а затем падающего вниз. Согласно схоластике, он обязательно должен «зависнуть» в верхней точке своей траектории.

Итак, решение вопроса о горошине и башне носит у Эгидия компромиссный характер. С одной стороны, положение о «промежуточном покое» сохраняет свое значение для естественного движения. С другой – его общезначимый характер оказывается поставленным под сомнение: отсутствие «промежуточного покоя» допускается в сфере случайных и технологических процессов. Предваряя общий вывод этой статьи, отметим, что именно развитие технологий приведет в конце XVI в. к полному отказу от аристотелевского тезиса.

Опишем, не претендуя на полноту, другие примеры схоластических рассуждений, в которых возвратно-поступательное механическое движение было использовано при обсуждении проблемы «промежуточного покоя».

Ричард Мидлтаунский (ок.1249–ок.1308)

Поводом для дискуссии на тему «промежуточного покоя» послужил для Ричарда вопрос из «Сентенций» Петра Ломбардского: «Может ли Бог в один и тот же момент создать противоречивые (вещи)?» (In I Sent.; dist. XLII, art. I, quest. 4). [10, с.374–375]. При обсуждении аргументов «за» и «против» Ричард, как и Эгидий, привлекает к рассмотрению примеры механических перемещений. Первый пример: человек бросает мяч в стену, и тот отскакивает от нее. Отсутствие «промежуточного покоя» означает, что человек, бросая мяч, смог одновременно (*simul*) создать две противоречивые «вещи» (*contradictoria*) – перемещения в противоположных направлениях. Значит, на это, тем более, способен Творец.

Далее, как обычно в схоластике, следует возражение (*in oppositum*), содержащее аргументы в пользу «промежуточного покоя». Ричард замечает, что, если мяч при отскоке от стены не находится в покое, то место у стены, которое он в это время занимал, не было занято им актуально (*non signavit aliquem locum in pariete in actu*). В этом случае нахождение мяча в месте отскока является такой же «смесью потенции с актом» (*potentia permixta actui*), как и нахождение его в любом другом месте по ходу движения. Отсутствие «промежуточного покоя» делает место отскока идентичным всем прочим местам, проходимым мячом при движении. Для аристотелика такое положение дел недопустимо. Всякое движение имеет цель: оно должно привести «вещь» из «возможного» в «действительное». Движение «по месту» есть актуализация того места, в которое движется тело. Отказ от идеи «промежуточного покоя» равносилен признанию того, что движение мяча к стене было «напрасным». Оно не достигло поставленной цели. Полученный вывод противоречит общему представлению аристотелизма о том, что природа ничего не делает напрасно. В ее действиях бывают ошибки, сбои, но в большинстве случаев природное движение все же достигает своей цели. Поэтому тезис о «промежуточном покое» сохраняет свою силу.

Для примера с мячом Ричард формулирует еще и компромиссный вариант ответа. В этом варианте допускается наличие «промежуточного покоя», но с оговоркой, что длится такой покой незаметное время (*tempus imperceptibile*).

Следующий его пример совпадает с примером Эгидия Римского: отличие состоит лишь в том, что горошина летит теперь навстречу падающему вниз каменному жернову (*lapis molaris*). Обсуждая аргументы «за», Ричард указывает на то, что в некоторый «неделимый» момент времени горошина и жернов будут и соединены вместе, и в то же время разъединены. Если такое противоречие возможно в природе, то тем более оно возможно для нетварной силы, действием которой создана природа. Таков аргумент «за».

В аргументе «против» Ричард использует введенные Эгидием понятия покоя *per se* и движения *per accidens*. Для него между покоем и движением горошины также нет противоречия, ибо покой наступает «сам по себе», а движение «по совпадению». Движение «по совпадению» Ричард иллюстрирует также примером человека, который находится в покое на движущемся корабле.

Следующий пример связан с сугубо гипотетической ситуацией, относящейся к регистру «Божественного всемогущества». Если Бог сотворит камень в области лунной сферы, то этот камень должен мгновенно начать падать на Землю. Сказанное означает, что «промежуточный покой» между сотворением камня и началом его падения отсутствует. Обсуждая этот пример, Ричард приводит подробные доводы «за» и «против», не вынося при этом окончательного вердикта [10, с.374–375].

Иоанн Буридан (ок.1295–1363)

Систематическое использование аргументов от механики, ставящих под сомнение идею «промежуточного покоя», начинается в XIV в. Обычно схоласты приводят их в комментариях к «Физике» Аристотеля. Наиболее важным здесь является комментарий Иоанна Буридана (ок.1295–1363), носящий название «Тончайшие вопросы к «Физике» Аристотеля» [7].

Восьмой вопрос Буридана к восьмой книге «Физики» имеет чисто физическую формулировку: «Действительно ли необходимо, чтобы во всяком возвратном движении движущееся тело покоилось в точке возврата?» [7, л.116r].

Кроме горошины и жернова Буридан приводит еще два примера, которые, по его мнению, могут породить сомнение в общезначимости тезиса о «промежуточном покое». Первый пример: муха ползет вертикально вверх по неподвижному копью, которое затем начинает падать вниз (из-за того, что перерезана веревка, которая его удерживала). Очевидно, указывает Буридан, что в этом случае движение мухи вверх переходит в движение вниз без «промежуточного покоя». Второй пример аналогичен первому. Человек перемещается по палубе неподвижного корабля. В какой-то момент корабль начинает движение в противоположном направлении, при этом скорость его увеличивается. Очевидно, что по прошествии некоторого времени человек будет двигаться в ту же сторону, что и корабль. При этом изменение его движения произойдет без «промежуточного покоя». Заметим, что оба примера носят характер мысленного эксперимента, относящегося не к природе, как таковой, а к природе, которая технически преобразована. И падение копья, которое вызывается человеком, перерезающим веревку, и движение корабля по воле кормчего являются искусственно созданными феноменами.

Приведя примеры против «промежуточного покоя», Буридан затем разбирает метафизический аргумент «за», который мы уже встречали у Ричарда Мидлтаунского. Если тело (например, падающий на землю мяч) не замирает в точке разворота, но отскакивает мгновенно, то цель падения не достигнута. Поскольку природа ничего не делает напрасно, в точке разворота обязательно должен наступить «промежуточный покой» [Ibid].

Вслед за Буриданом тезис о «промежуточном покое», используя практически те же механические и технологические примеры, активно обсуждали его знаменитые ученики – *Марсилий Ингенский* (ок.1335–1396) [11, л.83v] и *Альберт Саксонский* (ок.1320–1390) [12, л.82v].

Начиная с комментариев этих трех схоластов, отсылки к механике возвратно-поступательного движения становятся неотъемлемой чертой схоластических упражнений на тему «промежуточного покоя». Попытки решить вопрос о «замирании» движущегося тела в точке поворота продолжались вплоть до середины XVII в. «Эксперименты» с горошинами, мухами и матросами не смогли, однако, поколебать симпатий к тезису Аристотеля. Единственно, чего удалось при этом добиться – это посеять сомнение в его общезначимом характере.

Сила традиции была столь сильна, что даже в XVI в. многие авторы продолжали следовать за Аристотелем. Характерен пример *Франческо Буонамико* (1533–1603), одного из предшественников Галилея, который следующим образом описал движение тела, брошенного вверх, а затем падающего вниз: «так обстоит дело с камнем, подброшенным в воздух: его движение становится все более медленным и, в конце концов, исчерпывается; после промежуточного покоя (*interposita quiete*) – ведь движения камня [вверх и вниз] противоположны или следуют противоположностям, – когда препятствие устранено, он начинает движение [вниз] согласно природе» [13, p.505].

Как уже было отмечено, в дискуссии о «промежуточном покое» схоласты XIII–XVI вв. активно использовали примеры не только естественного, но и искусственного движения. Общей чертой приводимых ими примеров возвратно-поступательных движений является, однако, их крайняя элементарность. В этих примерах фигурируют лишь самые простые прямолинейные движения. Примеры сложных движений, комбинации круговых и поступательных, схоласты не рассматривают. Практика теоретизирования по поводу движений резко контрастирует с реальным развитием механических технологий. В позднее средневековье начинается применение устройств, в которых реализуются сложные совместные движения – круговые и прямолинейные (кривошипно-шатунный механизм). Схоластическая же мысль по-прежнему концентрируется на анализе элементарных технологий, не способных раскрыть «идеальные» аспекты механического движения [14; 15].

Астрономические модели против тезиса о «промежуточном покое»

Другая интеллектуальная традиция, в рамках которой происходило обсуждение проблемы «промежуточного покоя», обязана своим происхождением теоретическим изысканиям в астрономии. Эта традиция значительно дальше продвинулась по пути критики аристотелевского положения. Произошло это во многом благодаря использованию «высокотехнологичных» примеров движения.

Франциск Меронский (François de Meyronnes 1288–1328).

Начало астрономической традиции критики «промежуточного покоя» было положено Франциском Меронским в комментарии к «Сентенциям» Петра Ломбардского (II Sent., dist. XIV, qu.8). Несмотря на богословский характер комментируемого источника, вопрос сформулирован в чисто физических терминах: «Верно ли, что между двумя противоположными движениями необходимо наступает покой?» [16, л.151v].

В возражениях «против», которые приводит Франциск, важную роль играют два астрономических примера. Первый пример: «Лунный свет претерпевает последовательно [сначала] увеличение, а затем уменьшение вследствие приближения Луны к Солнцу или удаления [от него]; но между этими двумя противоположными явлениями не следует полагать наличие покоя...Не следует думать, что существует интервал времени, когда Луна не удаляется от Солнца и не приближается [к нему]» [Ibid.].

Во втором примере речь идет о перемещении планет по отношению к Солнцу. «Планета, – отмечает Франциск, – то приближается [к Солнцу], то удаляется [от него]; при этом промежуточный покой отсутствует. Если кто-то скажет, что такое движение кажущееся, происходящее из-за различия в относительном расположении [двух светил], то [сказанное] не имеет силы; ибо несомненно, что здесь в наличии два противоположных движения, и [между ними] нет промежуточного покоя...» [Ibid.].

В приведенном примере отрезок прямой, соединяющий планету и Солнце, сначала уменьшается, а затем увеличивается. С точки зрения Франциска, нет никаких оснований считать, что между этими двумя фазами присутствует «промежуточный покой». Поскольку движение планет описывается комбинациями непрерывных круговых перемещений, это (составное) движение не может задерживаться на время в крайних точках отрезка.

Аналогичный вывод может быть сделан для планет, которые движутся по небосклону прямыми и ретроградными движениями. По ходу своего перемещения по небосклону они то приближаются, то удаляются от Земли. В геоцентрической астрономии Птолемея такое движение описывалось моделью, состоящей из специально подобранных круговых движений. Композиции круговых движений, построенные при помощи системы дифферентов и эпициклов, позволяли наглядно представить кинематический механизм прямого и ретроградного движений планет по отношению к Земле.

Элементарный пример возвратно-поступательного движения «астрономического типа», в котором отсутствует «промежуточный покой», приводит Николай Орем (ок. 1320/25–1382) в трактате «Вопросы о сфере» (Questiones de sphera).

Светящееся тело движется непрерывно по горизонтальной круговой орбите, находящейся рядом с вертикальной стеной. Между орбитой и стеной помещено непрозрачное (темное) тело, отбрасывающее тень на стену. Очевидно, что при движении светящегося тела эта тень будет совершать возвратно-поступательное движение, в конечных точках которого будет отсутствовать «промежуточный покой» [17, S.42–43].

Принципиально важным для темы «промежуточного покоя» является тот факт, что в рамках модели Птолемея теоретически возможны такие комбинации вращений, результатом которых является возвратно-поступательное движение по прямой линии. Для такого движения – в силу того, что оно является комбинацией непрерывных круговых движений – тезис о «промежуточном покое», очевидно, теряет свою силу. Первый пример комбинации, приводящей к возвратно-поступательному прямолинейному движению, принадлежит арабскому математику и астроному Насир ад-Дину ат-Туси (1201–1274).

В «модели Туси» рассматривается движение пары, состоящей из двух звеньев равной длины DO и OH, вращающихся с постоянной угловой скоростью. При этом скорость второго вдвое больше скорости первого и направлена в противоположную сторону. При таком движении конец второго вектора, точка H, совершает простое гармоническое колебание; любое ее положение можно рассматривать как «сумму» двух равномерных вращений. Длина вектора DH периодически изменяется, уменьшаясь и увеличиваясь от нуля до DA. При этом, точка H, говоря языком механики, осуществляет возвратно-поступательное движение по отрезку AB (рис.1).

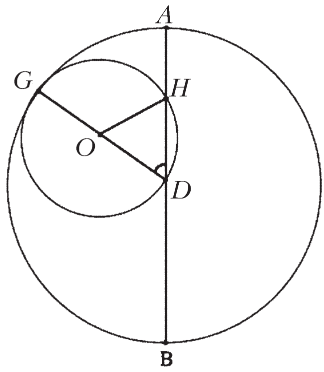

Рис.1

«Модель Туси» можно представить иначе. Рассмотрим конструкцию, состоящую из двух кругов с радиусами $DG = R$ и $DA = 2R$. Пусть малый круг катится без проскальзывания по большому, касаясь его с внутренней стороны. Тогда точка H окружности малого круга совершает *прямолинейное* колебательное движение вдоль диаметра AB большого круга [18, с.268–273].

Тот факт, что движение, реализованное в «модели Туси», является аргументом против «промежуточного покоя», был осознан далеко не сразу.

Сама модель появилась в Европе в начале XVI в. Первое упоминание о ней мы встречаем в «Малом комментарии» *Николая Коперника* (1473–1543), написанном в 1509 г. (остался в рукописи [19, с.427]). Позднее на нее ссылаются в своих работах *Дж.Б.Амико* (1512–1538) [20, с.2] и *Дж.Фракасторо* (ок. 1476–1553) [21, л.60v]. Наиболее подробное описание движений, осуществляемых в рамках «модели Туси», содержится в гл. 4 кн. III знаменитого труда Коперника «О вращении небесных сфер» (1543); глава носит название «О том, каким образом колебательное, или либрационное, движение составляется из круговых» [19, с.165–166]. Во всех упомянутых трактатах «лемма Туси» сначала доказывается, а затем применяется для объяснения прямого и возвратного движения небесных светил в модели Птолемея. Ссылок на ее возможное значение для опровержения «промежуточного покоя» в указанных работах нет [22]. Еще одно доказательство «леммы Туси» – на этот раз вне связи с астрономией – встречается в трактате «О пропорциях» Дж. Кардано (1501–1576) [23, предложение 173, с.560–561].

Пройдет почти столетие после появления «модели Туси» в Европе, прежде чем она будет использована для критики «промежуточного покоя». Произойдет это в ранней работе Галилея «О движении» (*De motu*, ок.1593).

Критика «промежуточного покоя» Галилеем и Дж. Бенедетти. Итак, новый этап в развитии критики «промежуточного покоя» связан с именем Галилея (1564–1642), которому принадлежит целая серия аргументов против аристотелевского тезиса, включая ссылку на «модель Туси» [24, с.323–328, 390–393]. Некоторые из этих аргументов восходят к средневековой натурфилософии, в частности, пример с горошиной и жерновом (Галилей заменяет горошину маленьким камешком, а жернов – большим камнем). Этот довод Галилей называет «широко известным» (vulgatum argumentum) [24, с.326]. Другие аргументы отличается новизной. Общая стратегия Галилея состоит в выводе абсурдных следствий из гипотезы «промежуточного покоя». Рассмотрим одно из его рассуждений, имеющее непосредственное отношение к проблеме брошенного тела.

Предположим, пишет Галилей, что камень брошен *насильственно* вверх из точки *a* в точку *b*. Достигнув точки *b*, которая является верхней точкой его траектории, камень *естественным* движением устремляется вниз. Предположим, в соответствии с положением о «промежуточном покое», что камень покоился в точке *b* в течение некоторого интервала времени *cd*. Пребывание камня в покое означает, что в продолжении всего интервала времени *cd* импетус, сообщенный камню в момент броска, был равен его весу. Поскольку вес, будучи внутренним свойством камня, не подвержен изменению (*gravitas vero intrinseca semper eadem manet*), величина импетуса также должна была оставаться постоянной в течение всего времени *cd*. В частности, в момент времени *c* величина импетуса должна быть такой же, как и в момент времени *d*. Но, если сила импетуса, которым обладал камень в момент времени *c*, способна удерживать его в течении всего времени *cd*, то непонятно, почему эта сила не может удерживать его в течении еще одного интервала *cd*, то есть в течение двойного времени, и т.д. Таким образом, тезис о «промежуточном покое» приводит к абсурдному выводу: если камень зависает в верхней точке траектории, то в таком положении он должен оставаться вечно (*eadem vero argumentandi ratione servata, demonstrabitur etiam, lapidem in b semper quiescere*) [24, с.327, 391].

Среди доводов против «промежуточного покоя», приводимых Галилеем, особое место занимает ссылка на «модель Туси». Галилей был первым (на латинском Западе), кто в полной мере осознал тот факт, что именно этот «высокотехнологичный» пример вступает в противоречие с традиционным представлением, освященным авторитетом Аристотеля. Обсуждая «модель Туси», Галилей не забывает указать на то, что нашел ее описание в знаменитом труде Коперника [24, с.326].

Другим примером «высокотехнологического» движения, служащим для опровержения «промежуточного покоя», является механическое перемещение, описанное старшим современником и учителем Галилея – Дж. Бенедетти. Модель этого движения приведена в главе 23 трактата «О механике», входящего в состав обобщающего труда «Различные математические и физические рассуждения» (1585) [5].

Приведем рассуждение Бенедетти.

«В главе 8 книги VIII «Физики» Аристотель говорит, что невозможно чему-либо двигаться то в одном, то в другом направлении, то есть, продвигаясь по заданной линии вперед и возвращаясь назад, без того, чтобы в конечных точках [этой линии] не наступал покой. Я же, напротив, говорю, что это возможно. Для изучения этого вопроса представим круг *u.a.n.*, который непрерывно движется вокруг центра *o* в произвольном направлении, налево или направо; представим точку *b*, лежащую где угодно вне круга, и проведем из этой точки две прямые линии *b.u.* и *b.n.*, касающиеся круга в точках *u* и *n*. Представим себе еще одну линию *u.n.*, или *c.d.*, или *e.f.*, или *g.h.*, лежащую произвольным образом между этими двумя прямыми. Затем возьмем на окружности круга точку *a*, которую соединим прямой [линией] с точкой *b*; будем считать, что конец этой линии закреплен в точке *b*, так что она может следовать по окружности за движением точки *a*. [При таком движении] эта линия будет совпадать то с [линией] *b.u.*, то с [линией] *b.n.*, то будет перемещаться от *b.u.* к *b.n.* и, наоборот, от *b.n.* к *b.u.*, как это происходит с линией прямого и ретроградного движения планет. Отсюда следует, что окружность *u.a.n.* есть как бы эпицикл, а точка *b* – как бы центр Земли. Но тогда очевидно, что при совпадении с *b.u.* или *b.n.* линия *b.a.* не будет находиться в покое, ибо поворот осуществляется мгновенно, а прямые *b.u.* и *b.n.* касаются окружности в (одной) точке. Линия *a.b.* обязательно пересекает линии *u.n.*, *c.d.*, *e.f.* или *g.h.* в [некоторой] точке *t*. Представим себе, что «нечто» (*aliquid*) движется согласно с точкой *t* вдоль одной из указанных линий; очевидно, что это «нечто» никогда не будет в покое, даже, когда находится в одной из крайних [точек отрезка]. Следовательно, мнение Аристотеля неверно (*tuta non est*)» [5, с.183–184] (рис.2).

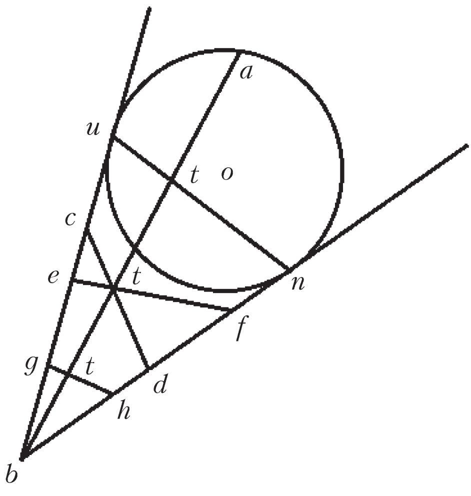

Рис.2

Судя по отсылке к прямому и ретроградному движению планет, идея этого движения, как и «движения Туси», навеяна геоцентрической моделью Птолемея. Однако между конструкциями Туси и Бенедетти есть важное практическое различие. В основе «модели Туси» лежит довольно экзотическое движение, которое в XVI–XVII вв. не имело практического применения (существует единственный пример его использования в одном из типографских станков XIX в.). С моделью Бенедетти дело обстоит иначе. В ее основе лежат интуиции, связанные с реальным техническим движением, осуществляемым посредством кривошипно-шатунного механизма [25, с.140; 26].

Вопрос о связи конструкции Бенедетти с кривошипно-шатунным механизмом является весьма непростым. Строго говоря, в модели Бенедетти отсутствует аналог шатуна, конец которого перемещается возвратно-поступательным движением. В ней возвратно-поступательным движением движется лишь виртуальная точка, лежащая на пересечении движущейся и неподвижной прямой, точка, которая, вообще говоря, не связана с реальным движением какой-либо части механической машины. Для того, чтобы было реализовано движение типа «шатуна», необходимо, чтобы точка b не оставалась в покое, но перемещалась вдоль заданной прямой. Но, поскольку эта точка остается неподвижной, приходится признать, что непосредственным источником модели Бенедетти является не модель передаточного механизма движения, а модель астрономии Птолемея.

И все же, идейная близость конструкции Бенедетти и кривошипно-шатунного механизма не вызывает сомнения. По-видимому, не случайно идея опровержения «промежуточного покоя», основанная на модели Бенедетти, появилась именно тогда, когда в Европе началось активное использование механизмов преобразования возвратно-поступательного движения во вращательное и наоборот. Произошло это в конце XVI–начале XVII вв. Движения, реализованные посредством кривошипно-шатунных механизмов, снабженных маховыми колесами, являются, пожалуй, самыми вескими аргументами в пользу мгновенного характера поворота при возвратно-поступательном перемещении. Помимо прочего, в этих устройствах были реализованы «идеальные движения», что создало предпосылки для описания пространственных перемещений на языке математики [3; 4; 14; 15].

Список литературы

1. *Renn J., Damerow P., Rieger S., Camerota M.* Hunting the White Elephant. When and How Did Galileo Discover the Law of Fall // Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschiechte. Preprint №97. Berlin: MPIWG, 1998. 113 p.
2. *Koyré A.* Etudes galiléennes. Paris: Hermann, 1980. 341 p.
3. *Зайцев Е.А.* Технологические предпосылки научной революции XVII века // Э.В.Ильенков и проблема человека в революционную эпоху. Материалы XIX Международной конференции «Ильенковские чтения». Москва: СГА, 2017. С.266–274.
4. *Зайцев Е.А.* Всеобщее содержание природы в зеркале развития практической механики // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия «Философия. Социология. Право». 2017. Вып.41. С.12–19.
5. *Benedetti G.B.* Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber. Taurini, 1585.
6. *Зайцев Е.А.* У истоков теоретической механики: история превращения технического искусства в научную дисциплину (античность, средневековье, начало Нового времени) // Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова РАН. Годичная научная конференция 2015. Т.1. М.: ЛЕНАНД, 2015. С.132–141.
7. *Johannes Buridanus.* Subtilissime questiones super octo phisicorum libros Aristotelis. Parhisiis, 1509.
8. *Зайцев Е.А.* Наука позднего средневековья: социокультурный контекст становления теории импетуса // Институт истории естествознания и техники им. С.И.Вавилова РАН. Годичная научная конференция 2013. М.: ЛЕНАНД, 2013. С.37–44.
9. *Aegidius Romanus*. Quodlibeta. Lovanium, 1646.
10. *Richardus de Mediavilla*. Super quatuor libros Sententiarum. Brescia, 1591.
11. *Marsilius de Ingen*. Questiones subtilissime super octo libros physicorum… Lugduni, 1518.
12. *Albertus de Saxonia*. Questiones in octo libros Physicorum. Lugduni, 1534.
13. *Francesco Bonamico*. De motu. Florentiae, 1591.
14. *Зайцев Е.А.* Искусственное и природное: концепция идеального Ильенкова и история механики // Философия Э.В.Ильенкова и современность. Материалы XVIII Международной конференция «Ильенковские чтения». Белгород, 2016. С.42–46.
15. *Зайцев Е.А.* Идеальное движение // Научный результат. Социальные и гуманитарные исследования. 2016. Т.2. №2(8). С.34–42.
16. *François de Meyronnes*. In II Sententiarum. Venetiis, 1520.
17. *Breidert W.* Das aristotelische Kontinuum in der Scholastik. Münster: Aschendorff, 1970. 76 S.
18. *Рожанская М.М.* Механика на средневековом Востоке. М.: Наука, 1976. 324 с.
19. *Николай Коперник.* О вращении небесных сфер. М.: Наука, 1964. 653 с.
20. *Amico G.B.* Opusculum de motibus coelestium iuxta principia peripatetica… Venetia, 1537.
21. *Fracastoro G.* Homocentrica. Venetia, 1538.
22. *Di Bono M.* Copernicus, Amico, Fracastoro and Tusi's Device // Journal for the History of Astronomy. 1995. Vol.26. P.133–154.
23. *Cardano G.* Opus novum de proportionibus numerorum… . Basileae, 1570.
24. *Galileo Galilei.* De motu // Le opera di Galileo Galilei. Edizione Nazionale. Vol.1. Firenze, 1890. P.243–419.
25. *Costabel P.* Vers une mécanique nouvelle // VIIIe Congrès international de Tours. Sciences de la Renaissance. Paris, 1973. P.127–42.
26. *Фройденталь Г.* Возникновение механики: марксистский взгляд // Эпистемология и философия науки. 2009. Т.21. №3. С.14–40.

СТАТЬИ РАЗЛИЧНОГО СОДЕРЖАНИЯ

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ В XIX ВЕКЕ: ДЖ. СИЛЬВЕСТР И У.СТОРИ

Т.А.Лавриненко

1. Введение

В настоящее время классическая задача диофантова анализа о решении в рациональных числах неопределенного, или диофантова, уравнения

$$f(x,y)=0, \tag{1}$$

где $f(x,y)$ – многочлен от двух переменных x,y с рациональными коэффициентами, рассматривается прежде всего как задача о структуре множества рациональных точек плоской алгебраической кривой, задаваемой в декартовых координатах x, y уравнением (1). Если от декартовых координат x,y перейти к однородным координатам $u,v,w,$ то вместо уравнения (1) получим уравнение, задающее алгебраическую кривую на проективной плоскости, вида

$$F(u,v,w)=0, \tag{2}$$

где $F(u,v,w)$ – однородный многочлен от переменных u,v,w с рациональными коэффициентами. В силу однородности $F(u,v,w)$ задача о решении (2) в рациональных числах эквивалентна задаче о решении (2) в целых числах; также без ограничения общности можно считать коэффициенты в (2) целыми. В дальнейшем на протяжении всей статьи, не оговаривая это специально, будем считать коэффициенты многочлена $f(x,y)$ в уравнении (1) и многочлена $F(u,v,w)$ в уравнении (2) рациональными числами.

Исследования, посвященные структуре множества рациональных решений уравнения (1) или уравнения (2), сейчас относят к диофантовой геометрии – области математики, в которой диофантовы уравнения изучаются методами алгебраической геометрии. Однако такой подход к изучению множества рациональных решений диофантовых уравнений сложился уже в XX в. До этого же существовала чрезвычайно длительная и устойчивая традиция, восходящая к Диофанту, трактовать этот вопрос чисто алгебраически, когда основным средством для получения рациональных решений уравнений вида (1) был аппарат подстановок, замен и алгебраических преобразований. Подавляющая часть работ этого «алгебраического» периода была посвящена исследованию отдельных конкретных уравнений. Тем не менее уже в это время были получены важные результаты о рациональных решениях уравнения (1) (см. [1–4]).

Наиболее общими результатами, полученными в рамках упомянутого «алгебраического» подхода, были:

– метод нахождения множества всех рациональных решений уравнения (1) по одному известному рациональному решению, если $f(x, y)$ – произвольный многочлен 2-ой степени от x, y;

– методы нахождения нового рационального решения уравнения (1) по одному или двум известным его рациональным решениям, если $f(x, y)$ – произвольный многочлен 3-ей степени от x, y.

Отмеченные методы для диофантова уравнения 3-ей степени вида (1) допускают простую геометрическую интерпретацию и представляют собой не что иное, как два основных способа нахождения рациональных точек эллиптических кривых (т.е. кривых рода 1) – «метод касательной» и «метод секущей», сформулированные чисто аналитически, без использования геометрического языка (об истории этих методов до 19 века, см. [1; 5; 6]). Напомним, что метод касательной состоит в нахождении новой рациональной точки кривой 3-го порядка как точки пересечения этой кривой с касательной к ней, проведенной в ее известной рациональной точке. В методе же секущей новая рациональная точка кривой 3-го порядка находится как точка пересечения этой кривой и прямой, проходящей через две известные рациональные точки данной кривой.

По-видимому, впервые в наиболее общем виде эти методы в их чисто алгебраической форме были изложены Коши в работе [7] 1826 г. (см. [8]). Уточним, что в [7] рассматривается не уравнение (1), а однородное уравнение (2), что также является шагом вперед, поскольку соответствует более общему рассмотрению кривых на проективной плоскости. Однако сам Коши исследует уравнение (2) без апелляции к геометрической трактовке, что и неудивительно: общие однородные проективные координаты были введены Плюккером только в 30-х гг. XIX в., а первое классическое изложение теории алгебраических кривых на проективной плоскости было дано им в 1839 г. (см., например, [9]).

Принято считать, что начала современной арифметики алгебраических кривых, в которой исследование диофантовых уравнений проводится уже средствами алгебраической геометрии, были заложены А.Пуанкаре в мемуаре «Об арифметических свойствах алгебраических кривых» 1901 г. (см. [10; 11]). В целях дальнейшего рассмотрения кратко изложим результаты Пуанкаре по арифметике эллиптических кривых.

Во-первых, в [10] устанавливается, что эллиптическая кривая, задаваемая уравнением (2) и обладающая рациональной точкой, бирационально эквивалентна некоторой кривой 3-го порядка. Поэтому в этом случае задача сводится к исследованию эллиптических кривых 3-го порядка.

Во-вторых, для эллиптических кривых 3-го порядка Пуанкаре формулирует геометрически методы касательной и секущей нахождения новой рациональной точки по одной (метод касательной) или двум (метод секущей) известным рациональным точкам. Поскольку ко вновь найденным рациональным точкам снова можно применять эти методы, то в результате их неограниченного применения мы будем получать, вообще говоря, все новые и новые рациональные точки кривой (2). Для описания получаемого множества точек Пуанкаре использует параметрическое представление кубической кривой с помощью эллиптических функций. Он показывает, что рациональная точка с эллиптическим аргументом, или параметром, α порождает на кубической кривой с помощью методов касательной и секущей множество рациональных точек с эллиптическими аргументами $(3k+1)\alpha$, $k \in \mathbb{Z}$. Исходя же из нескольких рациональных точек кубики с эллиптическими аргументами α, α_1, ..., α_q, можно получить с помощью методов касательной и секущей рациональные точки с эллиптическими аргументами[1]

$$\alpha + 3n\alpha + p_1(\alpha_1 - \alpha) + p_2(\alpha_2 - \alpha) + \ldots + p_q(\alpha_q - \alpha), \tag{3}$$

где $n, p_i \in \mathbb{Z}$.

Пуанкаре пишет: «Можно считать, что аргументы α, α_1, ..., α_q выбраны таким образом, что формула (3) выражает все рациональные точки нашей кривой» [10, с.909]. Наименьшее число $q+1$ рациональных точек кубики, обладающих таким свойством, он называет рангом кубики. Пуанкаре ставит вопрос: «Какие значения может принимать целое число, которое мы назвали рангом кубической рациональной кривой?» [10, с.911]. В определении ранга и в вопросе, поставленном Пуанкаре, математики увидели не сформулированное явно предположение о конечности ранга. Это предположение, получившее впоследствии название гипотезы Пуанкаре, было доказано Морделлом в 1922 г.

После исследования Пуанкаре оставалось сделать еще один шаг, чтобы получить ясное описание структуры множества рациональных точек кубической кривой рода 1 – с помощью методов касательной и секущей ввести операцию сложения рациональных точек таким образом, чтобы сложение точек соответствовало сложению их эллиптических аргументов. Этот шаг, по мнению некоторых ученых, был сделан к середине 1920-х гг. С помощью операции сложения на множестве рациональных точек кубики задается структура абелевой группы. Гипотеза Пуанкаре, доказанная Морделлом, означает, что эта группа – конечно порожденная.

Хотя именно после мемуара Пуанкаре проблема решения диофантовых уравнениий в рациональных числах стала трактоваться почти исключительно в рамках алгебраической геометрии, тем не менее первые значительные успехи в использовании алгебраической геометрии для задач диофантова анализа относятся не к 1901 г., а к 1879–80 гг. и связаны, как показано в [12][2], с именами Джеймса Джозефа Сильвестра и его младшего коллеги по университету Джонса Хопкинса Уильяма Стори. Заметим, что всего годом ранее, т.е. в 1878 г., в печати появились и геометрическая формулировка задачи решения в рациональных числах диофантова уравнения (2) 3-ей степени как задачи нахождения рациональных точек на соответствующей кубической кривой, и геометрические формулировки методов касательной и секущей[3]. Мы имеем в виду статью французского математика Э.Люка [15] (см. об этом [8]). И уже в следующем году начинает публиковаться большая работа Сильвестра «О некоторых уравнениях, определяемых тернарной кубической формой» [16], в которой для изучения структуры множества рациональных точек кубической кривой была развита некая «теория индексов». В этой работе Сильвестр рассматривает множество всех точек кубики, порожденное одной точкой с помощью методов касательной и секущей. Он вводит понятие индекса точки этого множества и вместо непосредственного оперирования с координатами точек переходит к действиям над их индексами. Установив правила для оперирования с индексами, Сильвестр получает, по-видимому, исторически первый способ описания структуры указанного множества. Заметим, что и сама задача исследования структуры множества рациональных точек кубической кривой, а не просто способов их нахождения, здесь по существу ставится впервые.

Теория индексов Сильвестра достаточно подробно проанализирована в [13]. Но в связи с этой теорией было бы интересно рассмотреть и более ранние работы Сильвестра по диофантовым уравнениям, чтобы представить себе контекст, в котором создавалась эта теория, и вообще иметь более полное представление о творчестве Сильвестра в области диофантова анализа. Этому рассмотрению и посвящена первая часть нашей статьи.

Практически сразу же после публикации работы [16], в том же 1880 г., в *American Journal of Mathematics* появилась статья американского математика У.Стори [17], в которой теория индексов Сильвестра подверглась существенной переработке и упрощению. Для этого Стори привлек аналитический аппарат теории эллиптических кривых. Несмотря на важность этого факта, работа [17] оказалась обойденной вниманием историков математики. Мы посвятим этой работе вторую часть нашей статьи.

2. Сильвестр

Джеймс Джозеф Сильвестр (1814–1897) относится к тем математикам XIX в., которые «представляют собой переходный тип между энциклопедистами предыдущего века и узкими специалистами нашего времени» [18, с.55]. Его открытия относятся к нескольким областям математики, но в первую очередь Сильвестр известен своими результатами в области алгебры, особенно в теории инвариантов. Работы [16; 19–23] по диофантовым уравнениям раскрывают еще одну грань его математического творчества.

1) Работы Сильвестра, посвященные уравнению вида $\boldsymbol{Ax^3+By^3+Cz^3=Dxyz}$.

Первый решительный натиск Сильвестра на диофантовы уравнения относится, по-видимому, к 1847 г. – именно в этом году в *Philosophical Magazine* были опубликованы последовательно одна за другой три его статьи [19, 20, 21], составляющие единый цикл. Все они посвящены уравнению вида

$$Ax^3+By^3+Cz^3=Dxyz. \tag{4}$$

Статьи небольшие по объему и представляют собой по существу только сводку результатов относительно уравнения (4).

В первой из них [19] формулируются без доказательства две теоремы о связи между решением в целых числах уравнения (4) при некоторых условиях на коэффициенты A, B, C, D и решением в целых числах уравнения того же вида, но с другими коэффициентами A', B', C', D', связанными с коэффициентами A, B, C, D определенными соотношениями. Сильвестр указывает, что в качестве следствий из этих теорем можно получить утверждения о неразрешимости в целых числах различных уравнений вида (4) и приводит ряд таких утверждений. Он отмечает также, что в некоторых случаях разрешимости в целых числах уравнения вида (4) «может быть получено его общее решение с помощью уравнений в конечных разностях» [19, с.189]. Возможно, здесь имеются в виду изложенные в третьей статье этого цикла [21] результаты.

Во второй статье [20] автор вначале уточняет формулировку теоремы из предыдущей статьи, а затем приводит «*теорему о деривации*», в которой даны формулы для получения рационального решения уравнения $x^3 + y^3 + ABCz^3 = Dxyz$ по известному рациональному решению уравнения (4). Далее в статье указываются случаи неразрешимости уравнения $x^3 + y^3 + 2z^3 = Mxyz$ для некоторых значений M, а для $M = -2$ с помощью «теоремы о деривации» находится несколько целочисленных решений. Приводит Сильвестр и другие примеры применения этой теоремы для конкретных уравнений вида (4).

В последней статье этого цикла [21] Сильвестр рассматривает уравнение

$$x^3 + y^3 + Az^3 = Mxyz. \tag{5}$$

Он утверждает, что при определенных условиях на коэффициенты A и M «все целочисленные решения данного уравнения могут быть получены с помощью определенного процесса [вообще говоря, бесконечного – *Т.Л.*], исходя из одного частного решения», которое Сильвестр называет «примитивным». В статье приводятся две группы формул: первая группа дает выражения для нового целочисленного решения по решению, найденному на предыдущем шаге; вторая позволяет найти новое целочисленное решение по решению, найденному на предыдущем шаге, и по примитивному решению. Сильвестр описывает последовательность, в которой нужно применять приведенные формулы, чтобы этот процесс охватывал все целочисленные решения (5). Однако он не объясняет, ни как были получены эти формулы, ни почему описанная им процедура дает все целочисленные решения уравнения (5).

Во второй статье этого цикла говорится, что «доказательство всего, что здесь представлено, существует не только в виде замысла в голове автора, но и в достаточно протяженной записи, причем в виде, пригодном для публикации» [20, с.296]. Тем не менее более детального изложения этой темы в опубликованных работах Сильвестра мы не обнаружили. Возможно, он охладел к этому направлению исследований и переключился на другие математические проблемы, хотя в первой статье рассматриваемого цикла он и выразил надежду на то, что «эти результаты, как результаты, открывающие новую область в связи с т.н. Последней Теоремой Ферма и как прокладывающие путь в задаче решения уравнений 3-й степени, позволят получить важное значительное пополнение наших знаний по теории чисел» [19, с.191]. По поводу этих слов

Сильвестра К.Паршалл пишет: «...в охоте за математическими проблемами в 1847 г. Сильвестр имел на прицеле крупную дичь – Последнюю теорему Ферма. Важный прогресс в такой знаменитой открытой проблеме быстро создал бы ему репутацию выдающегося математика» [24, с.19]. Очевидно, такого прогресса Сильвестру достичь не удалось, и в течение следующих девяти лет его работ по диофантовым уравнениям не появляется.

Снова Сильвестр обращается к этой тематике в работах [22] 1856 г. и [23] 1858 г. В первой из них, как и в статьях 1847 г., приводится без доказательства ряд утверждений относительно неразрешимости в целых числах некоторых классов уравнений вида (4). Во второй работе речь идет о некоей теории «производных точек» на кубике, которую можно применить и к задаче о целочисленных решениях неопределенного уравнения 3-ей степени

$$F(x,y,z) \equiv Ax^3 + By^3 + Cz^3 + Dyz^2 + Ezx^2 +$$
$$+Fxy^2 + Gzy^2 + Hxz^2 + Iyx^2 + Kxyz = 0 \qquad (6)$$

с целыми коэффициентами.

Таким образом, все работы Сильвестра 1847 г. и его статья 1856 г. посвящены уравнению (4) или его частным случаям. Причем формулировки приводимых в них утверждений имеют чисто теоретико-числовой характер[4]. Тем неожиданнее выглядит следующее рассуждение Сильвестра в его последней работе 1847 г. [21], в которой, как мы упоминали, описывается некая бесконечная процедура получения всех целочисленных решений уравнения (5) по одному известному целочисленному решению при определенных условиях на коэффициенты A и M. Среди этих условий есть неравенство

$$27A - M^3 > 0,$$

и Сильвестр высказывает предположение, что его утверждение о множестве целочисленных решений уравнения (5) при соблюдении определенных дополнительных ограничений может быть применено и к случаю, когда $27A - M^3 < 0$ [21, с.470]. Чтобы объяснить отличие этого случая от предыдущего, он рассматривает кривую 3-го порядка, задаваемую уравнением

$$Y^3 + X^3 + 1 = \frac{M}{A^{1/3}} XY, \qquad (7)$$

в котором коэффициент при XY он называет характеристикой. Сильвестр отмечает, что кривая (7) обладает различными свойствами в зависимости от значения характеристики. А именно, если характеристика меньше 3 (что соответствует случаю $27A - M^3 > 0$), то кривая (7) «является непрерывной кривой, простирающейся в обе стороны до бесконечности», а «как только характеристика становится равной 3, [она] включает в себя изолированную точку, зародыш овала или замкнутой ветви, который продолжает расширяться (всегда находясь обособленно от непрерывной ветви), если характеристика продолжает неограниченно возрастать» [21, с.470]. Таким образом, Сильвестр сопоставляет уравнению (5) кривую (7)[5] и связывает вопрос о целочисленных решениях этого уравнения со свойствами кривой.

Мы видим, что уже в 1847 г., задолго до появления работы Люка [15], Сильвестр пользовался геометрической интерпретацией задачи решения диофантовых уравнений и при их исследовании прибегал к соображениям геометрического характера.

2) Письмо Сильвестра к Кэли от 23.10.1856 г.

Геометрическую терминологию при обсуждении проблем диофантова анализа мы встречаем и в письме Сильвестра к А.Кэли от 23.10.1856 г., т.е. задолго до того, как она стала общеупотребительной в работах по диофантовым уравнениям. Делясь в этом письме соображениями о связи между решением в рациональных числах уравнений, задаваемых с помощью кубической формы от трех переменных и с помощью кубической формы от четырех переменных, Сильвестр пишет: «Если у нас есть кубическая поверхность, обладающая некоторой рациональной точкой, то тангенциализация дает бесконечно много рациональных кривых [подразумевается, что кубическая поверхность задается уравнением с рациональными коэффициентами; под рациональной кривой подразумевается кривая, задаваемая уравнением с рациональными коэффициентами – *Т.Л.*], и, таким образом, если я могу доказать, что из известного решения уравнения $x^3 + y^3 + Az^3 + Bt^3 = 0$ можно получить точку среди бесконечной последовательности таких рациональных кривых, у которой $t = 0$, я решу уравнение $x^3 + y^3 + Az^3 = 0$» [24, с.93]. Как отмечает К.Паршалл, комментируя это письмо, Сильвестр «не продвинулся слишком далеко со всем этим направлением исследований» [там же]. Для нас же в этом письме важно то, что в нем не только свободно используется геометрический язык при трактовке неопределенных уравнений, но и описывается попытка исследовать эти уравнения с помощью геометрических средств.

3) Работа Сильвестра «Заметка об алгебраической теории производных точек на кривых третьего порядка» 1858 г.

В этой заметке так же, как и в предыдущих публикациях Сильвестра о диофантовых уравнениях, результаты автором только анонсируются, но не доказываются. В [23] речь идет о произвольном решении $x = a$, $y = b$, $z = c$ общего однородного уравнения 3-ей степени

$$f(x, y, z) = 0, \tag{8}$$

и требование целочисленности коэффициентов этого уравнения и самого решения (a, b, c) вначале не выдвигается. Однако Сильвестр отмечает, что эти результаты возникли из чисто арифметических размышлений, относящихся к уравнению (8). Он сообщает, что около двух лет назад открыл «поразительную» теорему в учении о кубических формах, которая никогда не была опубликована, хотя и сообщалась нескольким друзьям. Далее Сильвестр пишет, что обладает формулами, с помощью которых из одного данного решения a, b, c уравнения (8) могут быть «сформированы» новые решения путем последовательного получения из одного решения другого [23, с.108]. Решения этой последовательности он называет «первой, или начальной, второй, третьей, и т.д. производными системами (derivative systems)» и утверждает, что «формулы для n-го «производного» решения» являются алгебраическими функциями степени n^2 от a, b, c. Это утверждение, которое Сильвестр впоследствии назовет «законом квадратов», будет более подробно рассмотрено им в [16].

В статье [23] автор наряду с алгебраическим рассмотрением вопроса прибегает и к его геометрической трактовке, например, он говорит о решениях уравнения (8), «имеющих очевидную связь друг с другом через точки перегиба» [23, с.107]. Поясняя свой «закон квадратов», он приводит следующие примеры «производных систем»:

1. координаты точки пересечения касательной к кубической кривой в точке (a, b, c) и этой кривой есть биквадратные функции от a, b, c;

2. точка, в которой «коника, имеющая касание наибольшего порядка с кубической кривой», пересекает эту кривую, является «производной системой», координаты которой – многочлены 25-ой степени относительно координат исходной точки.

Достоинство своего метода Сильвестр видит в том, что с его помощью можно получить координаты «n-го производного решения» чисто алгебраически, «безо всяких ссылок на геометрию вопроса» [23, с.108] (обратим внимание и на название статьи).

Обращаясь во второй части своей «Заметки...» к вопросу о «связи между этой теорией деривации и арифметикой уравнений третьей степени с тремя неизвестными с целыми коэффициентами», т.е. уравнений вида (6), Сильвестр вначале отмечает, что он установил существование большого класса уравнений, обладающих свойством, «что все их решения, если они существуют, являются monobasic; т.е. все их решения – известные функции одного из них». Это решение Сильвестр называет «the base». Далее он пишет: «Если это решение представить как точку на кривой, соответствующей данной кубике, то все остальные возможные целочисленные решения будут представляться точками этой кривой, являющимися производными (derivatives) (в смысле, использованном выше в данной заметке) данной точки и имеющими координаты соответственно 4-ой, 9-ой, 16-ой и т.д. степеней относительно координат этой точки» [23, с.109].

Завершая заметку, Сильвестр выражает надежду, что будет «вскоре иметь спокойствие духа» для того, чтобы «дать миру мемуар, или его фрагмент, «Об арифметической теории однородных кубических форм», и отмечает, что зародыш этой теории впервые возник в его голове много лет назад [23, с.109]. Намерению Сильвестра не удалось вскоре осуществиться и его «учение о деривации» рациональных точек на кубической кривой было изложено только в [16], возможно, в расширенном или переработанном виде.

Как видим, уже за 20 лет до публикации Люка [15], Сильвестр формулирует в [23] задачу решения (6) как задачу нахождения точек с целочисленными координатами на кубической кривой, задаваемой уравнением (6). Здесь он отмечает и два геометрических способа нахождения таких точек: 1) с помощью проведения касательной к кривой (6); 2) с помощью проведения коники, касающейся (6). Тем не менее и в последующие годы в вопросе о рациональных решениях неопределенных уравнений господствовала сложившаяся в течение длительного времени алгебраическая традиция, которая по существу уже стала сковывать развитие этой ветви диофантова анализа. Математики, по-видимому, продолжали считать основной задачей получение алгебраических формул для нахождения рациональных решений неопределенного уравнения, даже если они и осознавали возможность геометрической трактовки этой проблемы. И только в конце 70-х гг. XIX в. плодотворность геометрического подхода была продемонстрирована работой [16].

3. Сильвестр и Стори

1) Сильвестр в университете Джонса Хопкинса. Мемуар Сильвестра «О некоторых уравнениях, определяемых тернарной кубической формой»

Итак, к своему «учению о деривации», систематически изложенному в [16], Сильвестр пришел задолго до опубликования этой работы, по-видимому, около 1856 г., хотя, как он сам пишет, зачатки этой теории возникли у него в голове гораздо раньше (по отношению к 1858 г.; см. выше). Возможность же подробно изложить свою теорию Сильвестр нашел, когда работал первым профессором математики в университете Джонса Хопкинса в Балтиморе (Мэриленд, США). Открытый в 1876 г., этот университет создавался как образовательная и научно-исследовательская организация нового типа, «как высшее учебное заведение, воплощающее идеал самостоятельных научных исследований, как университет, призванный установить новые стандарты не только для американского высшего образования вообще, но и для американской математики в частности» [25, с.53]. С этой целью и был приглашен на должность профессора математики в том же 1876 г.[6] Дж.Дж.Сильвестр – известный английский математик. Он, действительно, успешно справился с задачей создания первой американской школы математических исследований в университете Джонса Хопкинса. Положение Сильвестра в университете предоставляло ему исключительные условия для математического творчества. Как отмечают К.Паршалл и Д.Роу, Сильвестр, «будучи главным профессором отделения и математической знаменитостью, концентрировался почти исключительно на своих собственных исследованиях и на работе над специальными курсами, связанными с этими исследованиями» [25, с.108]. Действительно, его курсы для аспирантов, как правило, отражали его непосредственные математические интересы в это время, причем вопрос слушателя или возникшее обсуждение могли привести Сильвестра к новому исследованию или изменению тематики лекций (примеры см. в [25, с. 80, 108]).

Чтобы способствовать математическим исследованиям как в рамках университета, так и в общенациональном масштабе, в 1878 г. под эгидой университета Джонса Хопкинса стал издаваться *American Journal of Mathematics*, главным редактором которого и был назначен Сильвестр. На этом посту он развил энергичную деятельность, запрашивая статьи у математиков в США и за границей, а также предоставляя для публикации в журнале результаты своих собственных исследований. За время своего редакторства с 1878 г. по 1884 г. Сильвестру удалось привлечь к сотрудничеству с журналом ряд ведущих математиков. В частности, среди публикуемых в *American Journal* работ были статьи А.Кэли, У.К.Клиффорда, Б.Пирса, Ч.С.Пирса, Дж.У.Хилла. Сам Сильвестр представил за это время в *American Journal* около 30 своих работ. Примерно четвертая часть всех поступлений в журнал была вкладом иностранных математиков и чуть меньше половины составляли статьи, представленные в рамках собственно университета. *American Journal* в отличие от многих неудачных попыток создания американских математических журналов до него стал первым в США серьезным изданием с высоким уровнем математических публикаций. Среди его подписчиков были такие выдающиеся математики, как А.Кэли в Англии и Ш.Эрмит во Франции.

Именно в этом журнале Сильвестр и опубликовал свою большую работу [16]. Она печаталась частями в нескольких номерах: №№3–4 за 1879 г. и №№1–2 за 1880 г. Непосредственно перед появлением этой работы в том же *American Journal*, в №2 за 1879 г., была опубликована статья Э. Люка [25], представлявшая собой незначительную переделку его статьи 1878 г. [15]. Помимо геометрической формулировки задачи решения диофантова уравнения (6) в рациональных числах и методов касательной, секущей и конических сечений в ней приводятся еще результаты относительно конкретного диофантова уравнения

$$x^3 + y^3 = Az^3, \tag{9}$$

где A − целое. Люка отмечает, что важный вклад в исследование этого уравнения сделал Сильвестр, давший наборы значений для A, при которых данное уравнение неразрешимо в рациональных числах. Люка доказывает это утверждение Сильвестра[7] и приводит свой собственный результат относительно разрешимости уравнения (9).

И как бы продолжая обсуждение, начатое Люка, Сильвестр начинает со следующего номера *American Journal* печатать свою работу, уже широко используя в ней наряду с традиционной алгебраической и теоретико-числовой терминологией геометрический язык: в работе говорится как о рациональных точках кубики, так и о рациональных решениях уравнения 3-ей степени. Первая ее глава снова связана с изучением все того же уравнения (9). Уже на первых страницах своей статьи Сильвестр упоминает геометрические процедуры получения новых рациональных точек кубики по известным рациональных точкам, данные Люка [16, с.281−282]. Он обращает внимание на метод Люка получения новой рациональной точки как точки пересечения кубической кривой и коники и указывает на то, что этот метод «равнозначен просто комбинации двух других» (т.е. методов касательной и секущей). Рассматривая в следующем, 4-ом, номере журнала за 1879 г. вопрос о рациональных решениях уравнения $x^3 - 3xy^2 - y^3 + 3z^3 = 0$, Сильвестр отмечает, что «вообще говоря, одна рациональная точка кубической кривой (исключая точки перегиба и точки, i-ые тангенциали которых являются точками перегиба[8]) порождает бесконечную последовательность рациональных производных» [16, с.381]. Под «рациональными производными» точек кубики он подразумевает точки, которые могут быть получены из исходной путем различных комбинаций методов касательной и секущей.

Наконец, в №1 *American Journal of Mathematics* за 1880 г. в разделе своей работы, озаглавленном «Excursus B. On the Chain Rule of Cubic Rational Derivation» Сильвестр начинает излагать свою «теорию рациональной деривации» («the theory of rational derivation»). Он рассматривает произвольную кубическую кривую на проективной плоскости и исследует множество Ω «рациональных производных» точки этой кривой. Здесь он не ограничивает себя условием рациональности координат исходной точки. Однако, как видно из вышесказанного, задача изучения множества Ω возникла у Сильвестра в связи с исследованием диофантовых уравнений и, следовательно, прежде всего для случая, когда исходная точка рациональна. Возможно, из-за отсутствия требования рациональности исходной точки результаты Сильвестра о структуре множества Ω из «Excursus B» даже не упоминаются в таком обстоятельном труде, как «История теории чисел» Диксона[9].

Поскольку работы Сильвестра [16] и Стори [17] тесно связаны, то для обсуждения результатов Стори нам придется кратко изложить подход Сильвестра к изучению множества Ω, за более детальным анализом отсылая к [13].

2) Теория индексов Сильвестра

Нахождение новой точки Q кубики по известной точке P методом касательной Сильвестр называет «тангенциализацией» («tangentialization»), а полученную точку Q – «тангенциалью» («the tangential») точки P. Термин «the tangential» использовался Сильвестром еще в [23]. Точку R, полученную тангенциализацией из точки Q, он называет второй тангенциалью точки P, и т.д. Нахождение же новой точки кубики по двум известным точкам методом секущей называется «коллинеацией» («the collineation»), а сама найденная точка – «коллинеалью данных точек» («the collineal to given points»), или «их связующей» («their connective»). Мы также будем пользоваться этой терминологией в рамках этой статьи.

Сильвестр дает простой алгоритм последовательного получения точек множества Ω, порожденного одной точкой кубики. Прежде всего он вводит запись $(m,n)=p$ или $m,n=p$, означающую, что точка p находится по точкам m и n методом секущей, если $m \neq n$, и методом касательной, если $m=n$. Причем в этой записи в качестве m, n и p могут фигурировать и сами точки, и их индексы. Очевидно, если $(m,n)=p$, то $(m,p)=n$ и $(n,p)=m$. Исходной точке P_1 кубики Сильвестр приписывает индекс 1, точке (1,1) – индекс 2, точке (2,2) – индекс 4, и далее по правилу

$$(1,\ 3k+1)=3k+2,\ (2,\ 3k+2)=3k+4,\ k=1,2,\ldots \qquad (10)$$

Таким образом, получается последовательность точек, содержащихся в Ω, с индексами

$$1,2,4,5,7,8,10,11,13,,\ldots,\ 3k+1,\ 3k+2,\ 3k+4,\ 3k+5,\ldots, \qquad (11)$$

представляющими собой все натуральные числа, не делящиеся на 3.

Процесс построения последовательности (11) состоит в том, что новая точка на каждом шаге определяется в результате применения метода секущей к точке 1 или 2 и к точке, найденной на предыдущем шаге. Интересно, что именно в такой последовательности вводит множество рациональных точек, порожденное одной рациональной точкой с помощью всевозможных применений методов касательной и секущей, и Пуанкаре в своем мемуаре 1901 г. (см. [10, с.907–908]). Однако в [10] используется более удобное описание этого множества с помощью эллиптических аргументов получаемых точек.

Построив последовательность (11), Сильвестр доказывает, что это множество замкнуто относительно всевозможных применений методов касательной и секущей и, следовательно, совпадает со всем Ω. Последовательность (11) он называет «шкалой рациональных производных точки на кубической кривой».

Далее Сильвестр дополняет «шкалу» (11), используя для этого произвольную известную точку перегиба I кубики. Точке кубики, коллинеарной точке с индексом m из (11) и точке I, приписывается тот же индекс, но со штрихом: $(m, I) = m'$. Затем вводятся точки с индексами, делящимися на 3, по правилу:

$$(1', 3k-1) = 3k, \tag{12}$$

и таким образом получается «пополненная шкала рациональных производных» точки P_1:

$$\{1, 2, 3, \ldots, n, \ldots\} \cup \{1', 2', 3', \ldots, n', \ldots\}. \tag{13}$$

Если к (13) присоединить еще точку I с индексом 0, то получится множество точек, замкнутое относительно всевозможных применений методов касательной и секущей. Сильвестр устанавливает это, получая правила для нахождения индекса точки $C = (A, B)$, где A и B – точки с индексами из (13). Эти правила распадаются на целый ряд случаев, различающихся по тому, какие остатки от деления на 3 имеют индексы и есть ли у них штрихи или нет. Например, если $r = 3i+1$, $s = 3j+1$, то $(r, s) = r+s$, $(r', s') = (r+s)'$; если при этом $s \geq r$, то $(r, s') = s-r$ и $(r', s) = (s-r)'$. Если $r = 3i+1$, $s = 3j+2$, то $(r, s') = (r+s)'$, если при этом $s \geq r$, то $(r, s) = s-r$, и т.д. Сильвестр отмечает, что во всех этих случаях результат применения метода секущей к двум индексам есть или их сумма, или их разность (если не обращать внимания на штрихи) [16, с.70]. Для доказательства своих правил он использует сведения из теории алгебраических кривых и прежде всего факт, который в обозначениях Сильвестра можно записать следующим образом:

$$((a, b), (c, d)) = ((a, c), (b, d))$$

для любых точек a, b, c, d кубической кривой. Множество точек кубики, порожденное точками из $(\Omega \cup \{I\})$ с помощью всевозможных применений методов касательной и секущей и совпадающее с «пополненной шкалой рациональных производных» точки P_1, будем обозначать Ω_1.

Заметим, что существует параллелизм между использованием Сильвестром индексов точек, составляющих «шкалу рациональных производных» или «пополненную шкалу рациональных производных», и использованием эллиптических аргументов этих точек для описания множеств Ω и Ω_1. Действительно, если эллиптическая кривая 3-го порядка задана в нормальной вейерштрассовой форме[10]

$$y^2 = x^3 + ax + b, \tag{14}$$

в качестве точки перегиба I взята бесконечно удаленная точка $(0:1:0)$ и α − эллиптический аргумент исходной точки P_1, то, как нетрудно проверить, последовательности (13) индексов точек множества Ω_1 будет соответствовать следующая последовательность эллиптических аргументов этих точек:

$$\begin{gathered}\{\alpha, -2\alpha, 3\alpha, 4\alpha, -5\alpha, 6\alpha, \ldots, -(3k-1)\alpha, 3k\alpha, (3k+1)\alpha, \ldots\} \cup, \\ \{-\alpha, 2\alpha, -3\alpha, -4\alpha, 5\alpha, -6\alpha, \ldots, (3k-1)\alpha, -3k\alpha, -(3k+1)\alpha, \ldots\}\end{gathered} \tag{15}$$

(подробнее об этом см. [12; 13]). Таким образом, введенные Сильвестром индексы точек (если не обращать внимания на штрихи) есть просто модули коэффициентов при α у эллиптических аргументов этих точек. Правила же оперирования с индексами из системы (12) в точности соответствуют правилу оперирования с эллиптическими аргументами при «коллинеациях». Однако правила для индексов более громоздки, поскольку приходится рассматривать целый ряд случаев. Чтобы получить единое правило, согласно которому результат применения метода секущей к двум индексам есть их сумма, взятая с противоположным знаком (как и для эллиптических аргументов), нужно было приписать знак «−» определенным группам индексов (см. [12; 13]). Но Сильвестр этого не сделал.

В мемуаре [16] отмечается, что координаты точек множества Ω_1 являются рациональными функциями относительно координат исходной точки P_1 и точки перегиба I. Это следует из формул метода секущей, которые Сильвестр получает в [16] точно так же, как и Коши. Если точки P_1 и I рациональны, то множество Ω_1, рассмотренное Сильвестром, с современной точки зрения есть не что иное, как подгруппа группы рациональных точек кубики, порожденная одной рациональной точкой (с эллиптическим параметром α). В [16] были сделаны первые шаги по изучению ее строения. Однако к осознанию того, что на множестве Ω_1 можно задать групповую структуру, сам Сильвестр не пришел.

3) У.Стори в университете Джонса Хопкинса. Работа Стори «О теории рациональной деривации на кубической кривой»

Анализ работы [16] показывает, что использование Сильвестром индексов предвосхитило использование эллиптических аргументов точек для исследования структуры множества рациональных точек эллиптической кривой. Как мы отметили, требовалось всего лишь несколько изменить определение индексов, чтобы получить полную аналогию между действиями с индексами и действиями с эллиптическими аргументами. Это и было сделано в том же 1880 г. в статье У.Стори «О теории рациональной деривации на кубической кривой» [17, с.356–365], опубликованной в *American Journal of Mathematics*, №4, 1880 г. Прежде чем обратиться к анализу этой статьи, скажем несколько слов об ее авторе.

Уильям Эдвард Стори (1850–1930) родился в Бостоне, штат Массачусетс, в семье адвоката Исаака Стори. Математическое образование получил в Гарварде, закончив университет с отличием в 1871 г. В том же году Стори отправился в Германию, чтобы продолжить изучение математики и физики. В Берлине он слушал лекции Вейерштрасса, Куммера и Гельмгольца. Находясь в Лейпциге, Стори написал под руководством К.Г.Неймана диссертацию «Об алгебраических соотношениях между полярами бинарной формы», за которую в 1875 г. получил степень доктора философии. Вернувшись в США, он стал тьютором в Гарварде. Еще в бытность студентом Гарварда Стори, благодаря своим способностям, обратил на себя внимание известного американского астронома и математика, профессора Гарварда, Бенджамина Пирса, и это впечатление о таланте Стори только усилилось у Пирса после возвращения Стори из Германии. Поэтому когда Сильвестр стал подыскивать для университета Джонса Хопкинса кандидатуру на пост своего помощника, способного принять участие в налаживании исследовательской работы в университете, и с этой целью обратился за помощью к Б. Пирсу, тот без колебаний рекомендовал Уильяма Стори. В 1876 г. последний стал сотрудником отделения математики в университете Джонса Хопкинса, взяв на себя практически полностью нагрузку, связанную с обучением математике по студенческим программам, в то время как Сильвестр посвящал свое время исключительно своим собственным исследованиям и занятиям с аспирантами. Стори также читал курсы и для аспирантов. Он пытался развивать отделение математики на основе германской модели, с которой познакомился во время своего пребывания в Берлине и Лейпциге. Так, Стори основал Математическое Общество в университете и был, наряду с Сильвестром, основателем *American Journal of Mathematics*, где на посту заместителя главного редактора ему приходилось выполнять большую работу. Правда, спустя некоторое время (не позднее 1884 г.) он вынужден был из-за разногласий с Сильвестром оставить этот пост. Как отмечают К.Паршалл и Д.Роу, «Стори играл ключевую роль в успехе всей программы университета Хопкинса» [25, с.109]. В 1889 г. Стори принял приглашение возглавить математическое отделение в недавно открытом университете Кларка (Вустер, штат Массачусетс), первом американском университете, созданном исключительно для обучения по аспирантским программам. Стори проработал в университете Кларка до 1921 г. и за это время под его руководством было выполнено и защищено 16 диссертаций. Самым известным учеником Стори был Соломон Лефшец, выдающийся американский алгебраический геометр и тополог. Более детальную информацию о Стори и его роли в институционализации математических исследований в США можно найти в статье [28], содержащей много интересных подробностей.

Работа [17], о которой пойдет речь ниже, была первой значительной публикацией Стори в *American Journal*. Как раз в это время, а именно в 1878–80 гг., он читал аспирантские курсы по плоским кривым высших порядков и по эллиптическим функциям. Не исключено, что именно это обстоятельство способствовало возникновению у Стори идеи о применении аппарата эллиптических функций к теории индексов Сильвестра, развитой для плоских алгебраических кривых 3-го порядка.

Обратимся теперь к содержанию статьи [17]. В ней прежде всего отмечается, что «теория рациональной деривации» Сильвестра на кубической кривой была развита «для целей решения арифметической задачи (т.е. для задачи о рациональных точках кубики. – *Т.Л.*), но имеет интерес сама по себе с геометрической точки зрения» [17, с.356]. И далее Стори ставит своей целью «развить эту новую теорию индексов в более общей и симметричной форме» и, «комбинируя ее, в конце концов, с теорией параметров, решить ряд задач, связанных прежде всего с перечислением точек (кубики. – *Т.Л.*), обладающих определенными свойствами, аналогичными свойствам для особых точек...» (там же). Мы указывали выше на связь между индексом точки и ее эллиптическим параметром. На эту связь и обратил внимание Стори. Он ставит задачу так изменить определение индексов, чтобы индекс «производной» точки из множества Ω_1 стал просто равным «числу, на которое нужно умножить параметр начальной точки, чтобы получить параметр «производной» точки»[17, с.357]. В [17] отмечается, что при определенной параметризации неособой кубики с помощью эллиптических функций условие коллинеарности трех ее точек с параметрами μ, μ' и μ'' имеет вид:

$$\mu + \mu' + \mu'' \equiv 0(\mathrm{mod}(\omega, \omega')),$$

где ω, ω' – примитивные периоды эллиптических функций, используемых для параметризации. Переходя к построению «теории индексов», Стори пишет, что именно это условие коллинеарности «должно быть нашим руководством при приписывании индексов, чтобы могло существовать упомянутое соотношение между индексом и параметром, т.е. для индексов a, b, c трех коллинеарных точек сохраняется фундаментальная формула

$$a + b + c = 0,$$

или

$$[a, b] = -(a + b), \tag{16}$$

если через $[a, b]$ обозначить индекс «связующей» двух точек с индексами a и b» [17, с.357–358]. Здесь Стори использует обозначение $[a, b]$ для индекса точки кубики, полученной из точек с индексами a и b с помощью метода секущей, если $a \neq b$, и с помощью метода касательной, если $a = b$, в то время как Сильвестр использует в этих целях обозначение (a, b). Такой подход при введении индексов, основанный на едином правиле для оперирования с индексами и для оперирования с эллиптическими параметрами точек, позволил значительно упростить всю теорию Сильвестра.

Руководствуясь равенством (16), Стори модифицирует процедуру Сильвестра построения множеств Ω и Ω_1 следующим образом. Вначале он фиксирует произвольную точку перегиба кубики I и приписывает ей индекс 0. Так же, как и у Сильвестра, «связующая» выбранной точки перегиба и произвольной точки кубики называется противоположной к этой точке. Точке, противоположной точке с индексом a, в соответствии с (16), Стори приписывает индекс $(-a)$, т.е. полагает

$$[a, 0] = -a. \tag{17}$$

Далее он приводит следующий факт из теории алгебраических кривых: точки, противоположные трем коллинеарным точкам кубики относительно одной и той же точки перегиба, также коллинеарны. Поэтому если для двух точек с индексами a и b выполнено (16), то это равенство справедливо и для противоположных точек:

$$[-a, -b] = -[a, b] = -(-(a + b)) = a + b = -((-a) + (-b)).$$

В первую очередь Стори определяет все индексы вида $3m + 1$, $m \in \mathbb{Z}$, приписав начальной точке и ее тангенциали индексы 1 и (-2) соответственно и попеременно используя эти индексы для получения новых индексов в соответствии с правилом (16):

1 – индекс начальной точки; $[1,1] = -2$ – индекс тангенциали начальной точки;

$$[-2,-2] = 4;\ [4,1] = -5;\ [-5,-2] = 7;\ [7,1] = -8;\ [-8,-2] = 10;\ [10,1] = -11;$$

и т.д. Таким образом, точки множества Ω вводятся в той же последовательности, что и у Сильвестра, но при этом изменяется правило, по которому индексы приписываются вводимым точкам.

Стори доказывает, что для любых двух индексов такого вида справедливо равенство (16). Доказательство аналогично доказательствам Сильвестра для правил оперирования с индексами и опирается на факт из теории алгебраических кривых, который в обозначениях Стори может быть записан следующим образом:

$$[[a,b],[c,d]] = [[a,c],[b,d]]. \qquad (18)$$

Далее, рассмотрев все точки, противоположные точкам с индексами вида $3m+1$, $m \in \mathbb{Z}$, Стори, в соответствии с равенством (17), вводит и все индексы вида $3n-1$, $n \in \mathbb{Z}$. Справедливость правила (16) для точек с такими индексами сразу же следует из того, что они являются противоположными к точкам с индексами вида $3m+1$, $m \in \mathbb{Z}$, для которых формула (16) уже доказана.

Наконец, с помощью равенства $[3m-1,1] = -3m$ в [17] вводятся точки с индексами, кратными 3. В результате получается множество точек кубики, совокупность индексов которых совпадает с $\mathbb{Z}$. Далее доказывается, что для любых двух индексов a, $b \in \mathbb{Z}$ выполняется (16). В основе этого доказательства лежат уже упоминавшиеся факты из теории алгебраических кривых.

Таким образом, благодаря новому определению индексов «рациональных производных» начальной точки P_1 вся теория индексов приобрела в [17] более простой и ясный вид. Целый набор данных Сильвестром правил оперирования с индексами был заменен одним единственным равенством (16). Был существенно упрощен и сам вывод этого правила: его доказательство стало гораздо более коротким и изящным. При этом была установлена полная аналогия между оперированием с индексами точек из Ω_1 и оперированием с эллиптическими параметрами этих точек.

Стори не только усовершенствовал теорию индексов Сильвестра, но и развил ее дальше. Так, в [17] отмечается, что для фиксированной начальной точки кубики можно рассматривать не одну, а несколько «пополненных шкал рациональных производных» этой точки, поскольку для построения такой шкалы можно использовать любую из точек перегиба кубической кривой[11]. Вводя эти новые шкалы, каждая из которых соответствует своей точке перегиба, Стори применяет развитую им теорию индексов, соединенную с использованием параметрического представления кубической кривой, для решения ряда задач из теории алгебраических кривых. Мы не будем останавливаться на этих задачах в рамках данной статьи, так как они не имеют прямого отношения к вопросам диофантова анализа.

Отметим только, что во второй части своей работы Стори, исследуя строение кубической кривой, рассматривает вопрос о связи между теорией индексов и теорией параметров точек на кубической кривой более детально [17, с.368–369]. В случае неособой кубической кривой (а это и есть эллиптическая кривая 3-го порядка)

Стори указывает, что координаты ее произвольной точки могут быть выражены, согласно Клебшу [29], как двоякопериодические функции одного параметра. Далее уточняется, что это эллиптические функции и что простейшее представление для неособой кубики, видимо, такое:

$$x{:}y{:}z = sn\mu{:}(cn\mu \cdot dn\mu){:}sn^3\mu.$$

Заметим, что сейчас принято приводить уравнение эллиптической кривой 3-ей степени к нормальной вейерштрассовой форме $y^2 = x^3 + ax + b$ и использовать ее параметризацию $x = \wp(z)$, $y = \frac{1}{2}\wp'(z)$ с помощью эллиптической функции Вейерштрасса $\wp(z)$. Однако если от однородных координат x, y, z точки плоскости перейти к декартовым координатам X, Y по формулам $X = x/z$, $Y = y/z$, то параметризация с помощью эллиптических функций Якоби, приведенная Стори, дает

$$X = \frac{1}{sn^2\mu}, \quad Y = \frac{cn\mu \cdot dn\mu}{sn^3\mu}.$$

Так как

$$\frac{1}{sn^2\mu} = \frac{\wp(z) - e_3}{e_1 - e_3}, \quad \frac{cn\mu \cdot dn\mu}{sn^3\mu} = -\frac{\wp'(z)}{2(e_1 - e_3)\sqrt{e_1 - e_3}},$$

где $z = \mu \,/\, \sqrt{e_1 - e_3}$, то существует простая связь между параметризацией, которая рассматривалась в [17], и параметризацией с помощью функции Вейерштрасса. В [17] устанавливаются формулы, связывающие индекс и параметр точки из любой «пополненной шкалы рациональных производных» начальной точки. В соответствии с этими формулами, если точка перегиба неособой кубики, используемая для построения «пополненной шкалы» Ω_1, имеет эллиптический параметр, равный 0, то эллиптический параметр точки с индексом $a, a \in \mathbb{Z}$, будет равен просто $a\mu$, где μ − эллиптический параметр исходной точки.

Таким образом, из результатов работы [17] непосредственно следует, что множество Ω_1 рациональных точек кубики, порожденное одной рациональной точкой с помощью методов касательной и секущей (и с помощью рациональной точки перегиба), которое рассматривал Сильвестр в [16], имеет простое описание с помощью эллиптических параметров этих точек. Соответствие между индексами и параметрами, установленное Стори, указывало на возможность аналитического подхода к исследованию структуры множества рациональных точек эллиптической кривой 3-го порядка[12] − к проблеме, для решения которой и была первоначально разработана «теория рациональной деривации» Сильвестра. Однако в самой статье [17] не рассматривались вопросы, связанные с изучением множества рациональных точек кубической кривой. Любопытно также, что Стори предпочел построить вначале теорию индексов чисто геометрически, хотя он мог бы так же, как и Пуанкаре в [10], сразу использовать параметризацию кубической кривой с помощью эллиптических функций для описания «множества рациональных производных» точки кубики и таким образом окончательно упростить все рассмотрения. Но Стори лишь руководствуется аналогией между индексами и параметрами точек для введения параметров и использует во всех доказательствах правил оперирования с индексами только геометрические свойства кубики. Лишь во второй части работы он объединяет эти два подхода.

Интересно, что Сильвестр не только дал положительную оценку работе [17], но и обратил на нее внимание А.Кэли, подчеркнув при этом факт применения в [17] теории эллиптических функций. В письме к А.Кэли от 12 мая 1881 г. Сильвестр пишет, что у Стори «есть первоклассная статья, которая выйдет в нашем следующем номере [журнала], расширяющая и завершающая мою теорию рациональной деривации на кубических кривых – которая, я думаю, заинтересует Вас, поскольку он рассматривает приложение эллиптических функций к этому вопросу» [24, с.201–202].

Заключение

Изучение математического наследия Сильвестра показывает, что хотя исследование диофантовых уравнений не было главным направлением его математического творчества, тем не менее он, как и многие выдающиеся математики до него, отдал дань увлечению этим интригующим предметом, в котором при всей простоте исходных постановок задач на протяжении столетий не удавалось создать сколь-нибудь общей и разработанной теории. Возможно, первоначальным побудительным стимулом к занятиям диофантовым анализом было, как считает К.Паршалл, желание Сильвестра утвердить свою математическую репутацию благодаря успеху в решении такой знаменитой проблемы, как Великая теорема Ферма (см. цитировавшиеся выше письмо Сильвестра к Кэли [24, с.93] и его работу [19, с.191]). И хотя Великая теорема Ферма так и осталась неприступной крепостью для Сильвестра, мы можем говорить о его важном вкладе в исследование диофантовых уравнений. Выделяются три периода публикационной активности Сильвестра в области диофантова анализа, которые, по-видимому, совпадают или тесно коррелируют с периодами его творческой активности в этой области: 1847 г. (три заметки), 1856/58 гг. (две заметки) и 1879/80 гг. (большая работа объемом 55 страниц, печатавшаяся в нескольких номерах *American Journal of Mathematics*, в которой наряду с исследованием диофантовых уравнений рассматривалась и общая теория «рациональной деривации» на кубической кривой). И если в статьях 1847 и 1856/58 гг. Сильвестр по существу только анонсирует некоторые полученные им результаты о решении диофантовых уравнений и сообщает о разработке некой новой «арифметической теории однородных кубических форм», то в мемуаре 1879/80 г. он подробно излагает эту теорию, возможно, в расширенном или переработанном виде.

В исследованиях по диофантову анализу Сильвестр проявил себя как талантливый математик, способный к новым подходам в этой области. Эти ростки нового подхода, связанного с использованием геометрического языка и применением результатов теории алгебраических кривых для изучения неопределенных уравнений, мы обнаруживаем уже в одной из первых его статей 1847 г. [21, с.470], то есть задолго до того, как геометрическая интерпретация задачи решения неопределенных уравнений в рациональных числах вошла в диофантов анализ! Геометрическая терминология при обсуждении диофантовых уравнений используется Сильвестром и в его письме к Кэли 1856 г., и в его работе [23] 1858 г. Заметим, что нам не удалось обнаружить никаких других работ этого времени, вплоть до статьи Люка [15] 1878 г., в которых при рассмотрении диофантовых уравнений были бы хоть какие-то отсылки к геометрии вопроса. Очевидно, именно благодаря новому, «геометрическому» взгляду на проблему решения неопределенных уравнений, Сильвестру удалось совершить прорыв в диофантовом анализе и в своей пионерской работе [16] 1879/80 гг. дать, по-видимому, исторически первое исследование структуры множества рациональных решений неопределенного уравнения (6) 3-ей степени. В своей теории индексов он впервые вводит в рассмотрение все множество точек кубической кривой, порожденное одной ее рациональной точкой и точкой перегиба путем всевозможных применений методов касательной и секущей (т.н. «пополненную шкалу рациональных производных точки кубики»), и изучает строение этого множества. Мемуар Сильвестра отличался от всех предшествующих работ по диофантовым уравнениям 3-ей степени, во-первых, новым уровнем общности в постановке самой задачи исследования диофантовых уравнений и, во-вторых, принципиальным расширением средств их исследования, основанном на привлечении идей и результатов теории алгебраических кривых.

Практически сразу после опубликования теории индексов она была значительно усовершенствована молодым американским математиком Уильямом Стори, коллегой Сильвестра по университету Джонса Хопкинса. И это усовершенствование было опять-таки связано с важнейшим расширением средств исследования, на этот раз – с использованием аналитического аппарата теории эллиптических кривых. Для эллиптической кривой 3-го порядка Стори рассматривает ее параметризацию с помощью эллиптических функций и вводит понятие индекса точки таким образом, чтобы существовало простое соответствие между индексом и эллиптическим аргументом точки из «пополненной шкалы». Именно благодаря такому соответствию вся теория индексов в [17] приобретает более простой и симметричный вид и устанавливается полное соответствие между теорией индексов и использованием эллиптической параметризации кривой для исследования «пополненной шкалы рациональных производных точки кубики». Работа Стори, таким образом, указывала на возможность и, главное, на эффективность применения аналитического аппарата теории эллиптических кривых к исследованию диофантовых уравнений 3-ей степени.

Итак, и теория индексов Сильвестра, и ее переработка Уильямом Стори были важным шагом вперед на пути к исследованию, осуществленному Пуанкаре в [10]. Вводя в [10] множество всех точек кубики, порожденное одной рациональной точкой этой кубики путем всевозможных применений методов касательной и секущей, Пуанкаре фактически следует Сильвестру и Стори. Разумеется, он пошел гораздо дальше своих предшественников, по существу представив в [10] программу исследований по арифметике алгебраических кривых на следующие годы. Знал ли Пуанкаре о работах [16] и [17] или с самого начала действовал абсолютно самостоятельно? Мы не беремся ответить на этот вопрос. Пуанкаре вообще не упоминает предшественников в своем мемуаре. Нет у него и упоминания имен Сильвестра и Стори, так же, как, например, нет упоминания имен Гильберта и Гурвица, опубликовавших в 1890 г., то есть на 11 лет раньше Пуанкаре, результаты о множестве рациональных точек кривой рода 0. В [30, с.446, сноска 1] Гурвиц пишет, что Пуанкаре независимо переоткрыл часть их результатов. Вполне вероятно, что Пуанкаре не был знаком и с результатами работ [16] и [17], опубликованных в то время, когда французский математик был поглощен разработкой теории автоморфных функций. К тому же эти результаты появились в американском математическом журнале в первые годы его существования, когда он, по-видимому, еще не выдвинулся в ряд наиболее известных математических журналов. Однако подобные аргументы не кажутся слишком убедительными в свете такого факта. В 1-ом томе *American Journal* была опубликована работа Дж.У.Хилла о движении Луны и эта работа, как указывают К.Паршалл и Д.Роу, «привлекла позже внимание Анри Пуакаре» [25, с.93]. В любом случае Сильвестр и Стори были первыми математиками, показавшими еще в 80-х годах XIX века силу методов алгебраической геометрии для исследования проблем диофантова анализа. Работы [16] и [17] дают еще один конкретный пример проявления тенденций, характерных для развития всей математики XIX в., таких, как переход к новому уровню общности и установление связей между различными математическими дисциплинами.

Примечания

1 Выражение (3) можно представить в более симметричной форме, как $m\alpha + m_1\alpha_1 + m_2\alpha_2 + \ldots + m_q\alpha_q$, где m, $m_i \in \mathbb{Z}$ и $m + m_1 + \ldots + m_q \equiv 1 \pmod 3$. Если в исходную систему рациональных точек с эллиптическими аргументами $\alpha, \alpha_1, \ldots, \alpha_q$ добавить еще точку с эллиптическим аргументом 0, то тогда $m, m_1, \ldots, m_q$ могут принимать <u>любые</u> целые значения.

2 См. также [13].

3 Как показало изучение бумаг Ньютона, этот великий ученый владел методом секущей в геометрической формулировке. Однако рассмотрения Ньютона стали известны только после публикации его бумаг в 1971 г. [14].

4 Например, в [22] утверждается, что уравнение (5) неразрешимо в целых числах при выполнении следующих трех условий: 1) число $M^3 - 27A$, представленное в виде $\Delta^3 \cdot \Delta'$, где Δ' не содержит кубических делителей, таково, что Δ' – четное и Δ' не содержит делителей вида $f^2 + 3g^2$; 2) A – простое; 3) $\sqrt{-M / A}$ не является целым.

5 Уравнение (5) задает в декартовых координатах кривую $X_1^3 + Y_1^3 + A = MX_1Y_1$, которая с помощью преобразования $X_1 = A^{1/3}X$, $Y_1 = A^{1/3}Y$ переходит в кривую (7).

6 Сильвестр прибыл в Соединенные Штаты в начале мая 1876 г. Напомним, что до этого он уже жил и работал там в 1841–1843 гг. Любопытны впечатления Сильвестра от первых месяцев пребывания в Соединенных Штатах в 1876 г. В письме к Барбаре Бодишон от 21 августа 1876 г. он пишет: «Как не похожа Америка на Европу! [Американцы] гораздо более несхожи с нами, англичанами, чем французы, итальянцы, немцы или русские, хотя они говорят на том же языке и внешне следуют тем же обычаям; я не думаю, что я, возможно, когда-нибудь смогу считать Америку своим домом» [24, с.155]. Думал ли Сильвестр так же, возвращаясь в Англию в декабре 1883 г., чтобы принять профессуру в Оксфорде? Судя по его письмам, Сильвестр, узнав о своем назначении на кафедру в Оксфорде, «почувствовал как успокоенность, так и грусть... Он возвращался домой в Англию, но он покидал Балтимор и первый настоящий академический дом, который у него когда-либо был» [24, с.161].

7 В 1867 г. в *Nouvelles annales de mathématiques* Сильвестр предложил для доказательства следующее утверждение: «Пусть p и q – простые числа видов $18n + 5$ и $18n + 11$ соответственно. Тогда любое число вида p, $2p$, $4p^2$, q^2, q^2, $4q$ невозможно представить в виде суммы двух кубов, как целых, так и дробных».

8 Заметим, что Сильвестр указал здесь не все случаи, когда множество рациональных производных некоторой точки на кубике может оказаться конечным.

9 Диксон обращает внимание только на приведенные в [16] формулы для координат точки, полученной с помощью метода касательной или секущей из одной или двух известных точек [27, с.591].

10 Если эллиптическая кривая 3-го порядка рассматривается над полем $\mathbb{Q}$, то привести ее уравнение к такому виду с помощью бирациональных преобразований (с коэффициентами из $\mathbb{Q}$) всегда можно, если кривая обладает хотя бы одной рациональной точкой. Аналогичное утверждение справедливо и в случае поля $\mathbb{R}$ (с $a, b \in \mathbb{R}$). В случае поля $\mathbb{Q}$ можно считать, что a, $b \in \mathbb{Z}$.

[11] Как известно, неособая кубическая кривая имеет 9 точек перегиба, вообще говоря, с комплексными координатами.

[12] Нужно отметить, что до 1880 г. вопрос о применении аналитического аппарата к диофантовым уравнениям поднимался Якоби, писавшим ещё в 1835 г. о возможности применения теорем сложения эллиптических интегралов к изучению множества рациональных решений неопределенного уравнения вида $y^2 = f_3(x)$ (см. об этом [11]).

Однако, эта идея, по-видимому, не привлекла внимания современников Якоби. По крайней мере вплоть до 1880 г. мы не обнаружили никаких попыток, прямых или косвенных, использовать теорию эллиптических интегралов и эллиптических функций для исследования диофантовых уравнений.

Список литературы

1. *Башмакова И.Г., Славутин Е.И.* История диофантова анализа от Диофанта до Ферма. М., 1984.
2. *Weil A.* Number Theory. An Approach through History: from Hammurapi to Legendre. Boston, etc., 1983.
3. *Башмакова И.Г., Лавриненко Т.А.* Комментарии к исследованиям П.Ферма по теории чисел и диофантову анализу // *П.Ферма.* Исследования по теории чисел и диофантову анализу. М., 2015. С.176–313.
4. *Лавриненко Т.А.* Диофантовы уравнения в работах Л.Эйлера // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука. М., 1988. С.153–165.
5. *Лавриненко Т.А.* Решение неопределенных уравнений 3-й и 4-й степени в поздних работах Эйлера // Историко-математические исследования. Вып.27. М., 1983. С.67–79.
6. *Лавриненко Т.А.* Современная арифметика алгебраических кривых и диофантовы уравнения в рукописях Эйлера // Современная наука: теоретический и практический взгляд: сб. статей Международной научно-практической конференции, 25 февраля, 2015 г. Ч.2. Уфа, 2015. С.10–16.
7. *Cauchy A.* Sur la resolution de quelques équations indéterminées en nombres entiers // *Cauchy A.* Exercices de mathématiques. Paris, 1826 // *Cauchy A.* Ouevres complètes (II). T.6. Paris, 1887. P.286–315.
8. *Лавриненко Т.А.* Методы решения неопределенных уравнений в рациональных числах в 18–19 вв. // Историко-математические исследования. Вып.28. М., 1985. С.202–223.
9. Математика 19 века. Геометрия. Теория аналитических функций / Под ред. *А.Н.Колмогорова* и *А.П.Юшкевича.* М., 1989.
10. *Пуанкаре А.* Об арифметических свойствах алгебраических кривых // *Пуанкаре А.* Избранные труды. Т.2. М., 1972. С.901–960.
11. *Башмакова И.Г.* Диофант и диофантовы уравнения. М., 1972.
12. *Лавриненко Т.А.* Решение неопределенных уравнений 3-й и 4-й степени в рациональных числах в 19 в. ВИНИТИ АН СССР, №3669-83. М., 1982.
13. *Лавриненко Т.А.* Из истории арифметики алгебраических кривых в 19 в. // Историко-математические исследования. Вторая серия. Выпуск 3(38). М., 1999. С.361–371.
14. The Mathematical Papers of Isaac Newton / Ed. by *D.T.Whiteside*. Vol.4. Cambridge, 1971.
15. *Lucas E.* Sur l'Analyse indéterminée du troisième degré et sur la question 802 (Sylvester) // Nouvelles Annales de Mathématiques. 2e série. 17. 1878. P.507–514.
16. *Sylvester J.J.* On Certain Ternary Cubic-Form Equations // American Journal of Mathematics. 1879. 2. P.280–285, 357–393; 1880. 3. P.58–88, 179–189. (Также в: *Sylvester J.J.* Collected Mathematical Papers. V.3. Cambridge: University Press. P.312–391).
17. *Story W.E.* On the Theory of Rational Derivation on a Cubic Curve // American Journal of Mathematics. 1880. 3. P.356–387.
18. *Даан-Дальмедико А., Пейффер Ж.* Пути и лабиринты. Очерки по истории математики. М., 1986.

19. *Sylvester J.J.* An Account of a Discovery in the Theory of Numbers Relative to the Equation $Ax^3 + By^3 + Cz^3 = Dxyz$ // Philosophical Magazine. 1847. 31. P.189–191. (Также в: *Sylvester J.J.* Collected Mathematical Papers. V.1. Cambridge: University Press. P.107–109.).
20. *Sylvester J.J.* On the Equation in Numbers $Ax^3 + By^3 + Cz^3 = Dxyz$, and Its Associate System of Equations // Philosophical Magazine. 1847. 31. P.293–296. (Также в: *Sylvester J.J.* Collected Mathematical Papers. V.1. Cambridge: University Press. P.110–113.).
21. *Sylvester J.J.* On the General Solution (in Certain Cases) of the Equation $x^3 + y^3 + Az^3 = Mxyz$, & c. // Phil. Mag. 31(1847). P.467–471 // *Sylvester J.J.* Collected Mathematical Papers. V.1. Cambridge Univ. Press. P.114–118.
22. *Sylvester J.J.* Recherches sur les solutions en nombres entiers positifs ou négatifs de l'équation cubique homogène à trois variables // Annali di scienze matematiche e fisiche. 1856. 7. P.398–400. (Также в: *Sylvester J.J.* Collected Mathematical Papers. V.2. Cambridge: University Press. P.63–64.).
23. *Sylvester J.J.* Note on the Algebraical Theory of Derivative Points of Curves of the Third Degree // Philosophical Magazine. 1858. 16. P.116–119. (Также в: *Sylvester J.J.* Collected Mathematical Papers. V.2. Cambridge: University Press. P.107–109.).
24. *Parshall K.* James Joseph Sylvester: Life and Work in Letters. Oxford: Oxford University Press, 1998.
25. *Parshall K.*, *Rowe D.* The Emergence of the American Mathematical Research Community 1876–1900: J.J.Sylvester, Felix Klein, and E.H.Moore. Providence: American Mathematical Society, 1994.
26. *Lucas E.* Sur l'Analyse indéterminée du troisième degré. Démonstration du plusieurs théorèmes de M.Sylvester // American Journal of Mathematics. 1879. 2. P.178–185.
27. *Dickson L.E.* History of the Theory of Numbers. V.2: Diophantine Analysis. Washington, 1920. (Reprint: New York: Chelsea, 1952).
28. *Cooke R., Rickey F.* W.E. Story of Hopkins and Clark // A Century of Mathematics in America. Part III / Ed. by *P. Duren*. Providence: American Mathematical Society, 1989. P.29–76.
29. *Clebsch A.* Über einen Satz von Steiner und einige Punkte der Theorie der Curven dritter Ordnung // Crelle Journal für die reine und angewandte Mathematik. 1864. 63.
30. *Hurwitz A.* Über ternäre diophantische Gleichungen dritten Grades // Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 1917. 62. S.207–229.

О НЕПОСТИЖИМОСТИ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

В.Н.Тутубалин, Ю.М.Барабашева, Г.Н.Девяткова, Е.Г.Угер

Введение

Области применения теории вероятностей и математической статистики и их методы столь многочисленны и разнообразны, что большинство исследователей даже не задумываются над тем, что такое применение не всегда возможно, а каждый успешный результат удивителен и непредсказуем. В основном прикладная эффективность методов теории вероятностей и математической статистики считается неоспоримой; психологическая «уверенность в приложимости» опирается на глубинные убеждения работающих математиков в том, что математика выполняет функции «современной теологии» [1], что математика исследует истинную, «божественную реальность», а потому ее положения и методы непреложны.

Между математическими и теологическими исследованиями, действительно, имеется глубокое сходство: и в том, и в другом случае изучаются некоторые идеальные сущности, свойства которых напрямую не наблюдаемы, но могут познаваться в особой деятельности: религиозной (получение «откровения»), либо экспериментальной (получение данных, соответствующих математической теории). Анализ конкретных экспериментов нередко показывает, что правильный результат получается лишь чудом.

В данной работе мы рассматриваем такие эксперименты, связанные с историей создания и развития теории вероятностей и математической статистики, точнее с более узкой ее областью – теорией обработки наблюдений (которая называется иногда «теорией ошибок»). В первой части обсуждается возможность работы с понятием случайности и подходы к этой задаче, которые были предложены Гауссом. Далее рассматриваются примеры применения теории ошибок в реальных задачах: уточнение параметров орбиты Паллады, проведенные Гауссом (вторая часть), и опыты по проверке общей теории относительности Эйнштейна с помощью наблюдений отклонения световых лучей в поле тяготения Солнца (третья часть).

Сама возможность рассуждать на исторические темы в этой области, не делая хотя бы очень грубых фактических ошибок, предопределена многолетней деятельностью О.Б.Шейнина. Особую благодарность мы выражаем ему за присылку бумажных версий ряда его работ, среди которых высоко ценный исторический очерк «Теория вероятностей» [2].

Часть первая.
Основные догматы по Гауссу

Представление о случайности глубоко укоренилось в человеческой психике. Одним из примеров проявления случайности являются азартные игры – очень древний спутник человечества. Что касается «божественного» статуса случайности, то это совершенно бесспорно. М.Г.Кендалл [3] называет случайность «*Demon of Chance*», подчеркивая иррациональный характер этого понятия. Мы бы предпочли говорить о «*Dea Fortuiti*» (богиня случайности). Можно сказать, что «божественный» статус случайности выражается в том числе и в непостижимости, непредсказуемости того, будет ли эксперимент эффективен, будет ли получен правильный (ожидаемый) результат.

Обратимся мысленно к ошибкам наблюдений (пусть для начала это будут прямые измерения какой-нибудь физической константы). Очень хочется узнать, с какой же точностью определена эта константа и как лучше обработать результаты измерений, чтобы точность была выше. Человеку свойственно снабжать интересующие его предметы и/или явления некоторой идеальной сущностью, которую можно называть «моделью», но можно и «душой», поскольку строгой научности в «модели» ровно столько же, как и в «душе». Как подходит современный ученый к ошибкам наблюдений? Ошибки, как известно, бывают систематические и случайные. Но что означают эти слова? Никакого научного определения этих понятий не существует. Единственное, что можно сказать, что «душой» случайных ошибок является случайность, а для систематических ошибок такая модель явно не годится. С помощью вероятностных методов изучаются случайные ошибки, в то время как борьба с систематическими ошибками возлагается на экспериментатора и/или производителя инструментов.

Вопрос состоит в том, нельзя ли уподобить хотя бы часть случайных ошибок при научных наблюдениях бросанию игральной кости с целью уменьшения влияния этих ошибок на окончательный результат?

Одним из источников по этому вопросу являются работы Гаусса по методу наименьших квадратов (МНК). Гаусс публиковал работы на латинском языке. Мы использовали перевод Ж.Бертрана на французский язык [4] и перевод на русский язык [5], сделанный с помощью латинского оригинала и перевода на немецкий язык. Эти переводы текстуально значительно расходятся между собой в ряде деталей иногда важных.

Благодаря О.Б.Шейнину [2], мы знаем, что вероятностный взгляд на ошибки измерений существовал задолго до Гаусса, хотя Гаусс излагает его, никого не цитируя. Гаусс повторяет деление ошибок на систематические и случайные. Первые должны быть изгнаны наблюдателем, так что Гаусс рассматривает только случайные ошибки. Считается, что случайная ошибка x характеризуется ее *относительной возможностью* $\varphi(x)$, которая на современном языке называется *плотностью распределения* случайной величины x.

Далее перечислим несколько догматов, лежащих в основе представлений Гаусса о теории ошибок.

Если сделано несколько измерений, в которых оказались ошибки $x_1, x_2, \ldots, x_n$, то за числовыми значениями этих ошибок стоят (в «духовном» мире) *независимые одинаково распределенные* случайные величины. Вся мистика приложений вероятностных методов заключается в этом почти невозможном сочетании независимости и одинакового распределения ошибок. Например, если мы будем измерять нечто очень часто, то в соседних измерениях будем получать почти одно и то же, т.е. ошибки их будут зависимы. Если же мы будем измерять редко, то за время, прошедшее между соседними измерениями, что-нибудь в измерительной системе изменится, и одинаковое распределение ошибок нарушится. Однако сама возможность существования распределения вероятностей ошибок с указанными свойствами у Гаусса вообще не обсуждается, а выступает как догмат веры. Возникнув задолго до Гаусса, этот догмат без обсуждения принимается Гауссом и счастливо переживает последующие полтора века.

Кроме того, Гаусс полагает, что саму функцию $\varphi(x)$, определяющую отношения между сакральным миром случайности и реальными значениями ошибок наблюдения, узнать, вообще говоря, нельзя, но можно надеяться на то, что она обладает некоторыми свойствами. А именно, эта функция, скорее всего, является четной, т.е. $\varphi(x)=\varphi(-x)$, достигает максимума при $x=0$, а при увеличении $|x|$ плавно спадает от этого максимума, обращаясь в нуль вне некоторого конечного отрезка. Впрочем, чтобы не лишать формируемую концепцию нормального распределения, Гаусс допускает и возможность ошибок сколь угодно большой величины, но с исчезающе малыми вероятностями. Во всяком случае, математическое ожидание Ex случайной ошибки должно равняться нулю. Впоследствии предположение нормального распределения, на котором не настаивал Гаусс, постепенно вытесняет таинственную функцию $\varphi(x)$, обладающую лишь некоторыми качественными свойствами.

И, наконец, возникает вопрос о порядке величины случайной ошибки. Гаусс предлагает для ее оценки параметр Ex^2 $(Ex=0)$, т.е. дисперсию, либо квадратный корень из дисперсии, т.е. стандартное (среднеквадратическое) отклонение. Это дает возможность определять порядок ошибок результатов обработки наблюдений, поскольку обработка производится либо с помощью линейных функций, либо (для случая малых ошибок) функциями, которые могут быть приближены линейными.

Таким образом, в основе представлений об ошибках наблюдений лежит вера в то, что они создаются некоторым случайным механизмом, который недоступен или почти недоступен исследованию и определяется действиями «богини случайности». Но вполне в области рациональной аргументации лежит представление о том, что порядок величины случайной ошибки можно характеризовать стандартным отклонением.

Что же реально означает вероятностный подход к задаче оценки точности определения некоторой физической постоянной?

Обычно, получив измерения, содержащие некую неизвестную ошибку, вычисляют доверительный интервал, который с «доверительной вероятностью (скажем 95%) содержит искомое значение постоянной». Вероятность 95% не относится к полученной выборке, потому что вычисленный доверительный интервал либо содержит искомое значение, либо нет. Эта вероятность относится к не существующему реально, но мыслимому *ансамблю* многих выборок с одинаковыми статистическими свойствами. Другими словами, получив много выборок и построив для каждой 95% доверительный интервал, можно утверждать, что 95% этих интервалов «поймают» верное значение оцениваемой константы. Однако первоначально задавался вопрос о точности определения константы применительно к имеющейся единственной выборке. Но на вопросы, относящиеся к индивидуальному объекту, богиня случайности отвечать не умеет. Вместо этого дается ответ на вопрос относительно ансамбля выборок.

Надо иметь в виду, что в приложениях теории вероятностей такая подмена вопроса об индивидуальном событии вопросом о поведении коллектива делается всегда, когда интерес представляет именно вопрос об индивидуальной судьбе.

Представляют интерес некоторые философские выводы, принадлежащие биографу Гаусса, и основанные на высказываниях самого Гаусса [6, с.145]. Можно утверждать, что в отношении Гаусса к методу наименьших квадратов была некая доза мистики, некая вера в «божественную» сущность метода. Как мы отмечали выше, предпосылки метода наименьших квадратов (статистически устойчивые случайные ошибки) вряд ли могут выполняться. Обращение к этому методу (равно как и к другим методам математической статистики) вполне похоже на древнее вопрошание оракула.

В книге [6] приводятся «обоснования» метода, которые, на наш взгляд, таковыми не являются. Единственный путь обоснования метода наименьших квадратов – это эксперимент. Впрочем, как это обычно и бывает с основными научными представлениями, эксперимент, направленный непосредственно на проверку основ, невозможен. Но можно проверять на различных известных примерах оценивания физических, астрономических или любых других величин – дает ли метод наименьших квадратов искомые значения с той же точностью, которая оценивается в рамках самого метода (по отношению к современным значениям этих констант, которые можно использовать на правах точных). Несколько худший, но все же приемлемый способ, когда методом наименьших квадратов получают оценки одного и того же набора констант по нескольким группам независимых измерений. В этом случае можно рассчитать, исходя из принятой модели, насколько могут отличаться между собой эти оценки.

Для такой проверки нужно искать публикации, в которых приводятся конкретные экспериментальные данные. К сожалению, таких публикаций совсем немного. Мы обратились к работам Гаусса [4; 5] и Эддингтона [7; 8].

Часть вторая.
Уточнение Гауссом параметров орбиты Паллады

Наибольшую славу принесло Гауссу определение параметров орбиты малой планеты Цереры. Однако, Гаусс не оставил сколько-нибудь понятного описания своих расчетов. А вот описание уточнения параметров орбиты Паллады Гаусс опубликовал, в том числе и как пример применения метода наименьших квадратов.

В работе Гаусса [5] приведены шесть повторных определений координат Паллады на небесной сфере за период 1803–1809 гг., которые делались в моменты противостояний. А поскольку эти координаты связаны с параметрами эллиптической орбиты планеты, то их (параметры) можно найти, используя наблюдения. Опишем процесс уточнения значений параметров, следуя Гауссу.

Рассматриваются следующие параметры, подлежащие коррекции:

L – средняя долгота планеты для эпохи 1803 г.;

μ – среднее суточное сидерическое движение (в угловых секундах);

π – долгота перигелия;

φ – эксцентриситет орбиты равен $\sin\varphi$;

Ω – долгота восходящего узла;

i – наклон орбиты.

Противостояния нумеруются по порядку: первое, второе... шестое; они происходили соответственно в 1803, 1804, 1805, 1807, 1808 и 1809 гг. Наблюдаемыми величинами (для каждого противостояния) являются гелиоцентрическая долгота и геоцентрическая широта (далее просто: «долгота» и «широта»).

Из противостояний 1804, 1805, 1807 и 1809 гг. были определены приближенные значения указанных параметров орбиты, которые предполагалось уточнить методом наименьших квадратов. По этим приближенным значениям были рассчитаны координаты планеты для каждого противостояния. Затем были вычислены «невязки» т.е. разности {наблюденная координата минус расчетная}. Кроме того, были вычислены частные производные каждой расчетной координаты по каждому из параметров. В этом случае, если параметры L, μ, ..., i получают приращения dL, $d\mu$, ..., di, то расчетное значение координаты получает приращение, равное линейной комбинации приращений параметров с известными числовыми коэффициентами. Надо так подобрать приращения параметров, чтобы минимизировать сумму квадратов невязок.

Таким образом, получается задача на многомерную линейную регрессию, в которой объясняемый вектор-столбец Y есть вектор значений невязок, матрица $X=\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ значений объясняющих переменных есть матрица частных производных расчетных координат по параметрам (в точке, где значения параметров равны известным приближенным), а вектор неизвестных коэффициентов β есть набор dL, $d\mu$, …, di, записанный в столбец.

Числовые данные, извлеченные из статьи [5], сведены в табл.1 (все числа для вектора невязок Y в угловых секундах, остальные числа безразмерные). Порядок записи следующий: первая строчка отвечает первому противостоянию и долготе; вторая строчка – первому противостоянию и широте; третья строчка – второму противостоянию и долготе; четвертая строчка – второму противостоянию и широте и т.д. Всего имеется 12 строчек: по две на каждое противостояние.

Таблица 1

Исходные данные для расчета поправок параметров

Y	X – матрица частных производных					
	X_1,	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
183,93	0,79363	143,66	0,39493	0,95920	–0,18856	0,17387
6,81	–0,02658	46,71	0,02658	–0,20858	0,15946	1,25782
0,06	0,58880	358,12	0,26208	–0,85234	0,14912	0,17775
3,09	0,01318	28,39	–0,01318	–0,07861	0,91704	0,54365
0,02	1,73436	1846,17	–0,54603	–2,05662	–0,18833	–0,17445
8,98	–0,12606	–227,42	0,12606	–0,38939	0,17176	–1,35441
2,31	0,99584	1579,03	0,06456	1,99545	–0,06040	–0,33750
–2,47	–0,08089	–67,22	0,08089	–0,09970	–0,46359	1,22803
–0,01	0,65331	1329,09	0,38994	–0,08439	–0,04305	0,34268
–38,12	–0,00218	38,47	0,00218	–0,18710	0,47301	–1,14371
317,73	0,69957	1719,32	0,12913	–1,38787	0,17130	–0,08360
–117,97	–0,01315	–43,84	0,01315	0,02929	1,02138	–0,27187

Желательно было бы найти такие значения поправок dL, $d\mu$, …, di, чтобы невязка обратилась в нуль, т.е. для первой строки таблицы выполнялось соотношение

$$183{,}93 = 0{,}79363dL + 143{,}66d\mu +$$

$$+ 0{,}39493d\pi + 0{,}95920d\varphi - 0{,}18856d\Omega + 0{,}17387di.$$

Аналогично для остальных 11 строчек таблицы.

Поскольку всего получается 12 уравнений, а неизвестных только 6, точные равенства между правой и левой частью невозможны и значения искомых неизвестных dL, $d\mu$, ..., di находятся из условия минимума суммы квадратов всех остатков (невязок).

Работа Гаусса об уточнении элементов орбиты Паллады состоит из двух частей. В первой части вычисляются производные наблюдаемых величин (долготы и широты на небесной сфере) по параметрам орбиты, т.е. элементы матрицы X (см. выше). Во второй части составляются и решаются нормальные уравнения для определения поправок параметров. Мы проверили (с использованием компьютера) вторую часть работы и результаты проверки, по нашему мнению, достаточно интересны. Рассмотрим следующую табл.2.

Таблица 2

Разные варианты вычисления параметров

	Вычисления Гаусса (11 набл.)	Наши вычисления							
		11 наблюдений		Все 12 наблюдений		Первые 10 наблюдений		Последние 10 наблюдений	
		Оценка	Станд. ошибка	Оценка	Станд. ошибка	Оценка	Станд. ошибка	Оценка	Станд. ошибка
dL	–3,06	–15,6162	124,492	–15,492	114,148	162,8506	41,392	–301,769	137,142
$d\mu$	0,054335	0,05401	0,092	0,053978	0,084	–0,11667	0,034	0,231838	0,092
$d\pi$	166,44	218,4084	170,645	216,114	156,150	59,11509	51,408	–19,7886	145,790
$d\varphi$	–4,29	–33,0919	43,270	–32,5639	39,608	21,58268	13,847	–51,703	30,139
$d\Omega$	–34,37	–51,1987	88,544	–55,2646	79,239	–9,00684	31,758	–47,1255	60,220
di	–3,15	–7,69922	56,120	–2,95319	47,137	9,084732	14,357	–4,82581	40,535

Гаусс отбросил десятое наблюдение (широта 1808 года). Его оценки по оставшимся 11 наблюдениям представлены во втором столбце табл.2, а результат наших вычислений – в третьем столбце. Совпадают только оценки для $d\mu$, а остальные имеют мало общего. Кто же ошибается – мы или Гаусс? Однако матрицы $X^T X$ у Гаусса и у нас почти совпадают, так что типографскую опечатку или нашу ошибку в списывании данных, скорее всего, надо исключить. Биограф Гаусса сообщает, что Гаусс нередко делал ошибки, причем *никогда* (именно это слово пишет биограф!) не проверял результатов вычислений [6, с.149].

Гаусс отмечает возможность контроля вычислений по уменьшению остаточной суммы квадратов [4]. Но уж если контролировать вычисления, то надо проверять ортогональность вектора остатков каждому столбцу матрицы X. Это требует относительно небольшого труда [9]. Для наших значений параметров такая проверка проходит, а для значений Гаусса нет. Однако наши оценки параметров все равно не годятся для уточнения параметров орбиты, поскольку значения стандартных ошибок превосходят по абсолютной величине значения оценок параметров. Гаусс прекрасно понимал важность вычисления стандартных ошибок для рассчитанных значений параметров. В принадлежавшем ему издании астрономического ежегодника даже были найдены вписанные его рукой соответствующие формулы [5, с.108]. Но в случае Паллады он конкретные числа не приводит.

В табл.2 приведены еще несколько вариантов вычислений. Если восстановить в правах 10-ое наблюдение (столбец «все 12 наблюдений»), то все оценки, кроме последней di, получаются похожими на случай «11 наблюдений». Зато последняя радикально меняется.

Два последних варианта вычисления оценок параметров («первые 10 наблюдений» и «последние 10 наблюдений») проделаны для следующего эксперимента. Возьмем первые пять противостояний (т.е. 10 наблюдений), определим по ним поправки к параметрам и рассчитаем по этим поправкам, как должны измениться невязки вычисленных и наблюденных значений долготы и широты планеты в шестом противостоянии. То же самое мы проделали по последним пяти противостояниям, чтобы посмотреть изменение значений невязок для первого противостояния. Результат этого эксперимента отрицательный. В табл.3 приведены невязки при различных вариантах оценки параметров.

Таблица 3

Невязки наблюдений и теории при различном определении параметров

№ наблюдения	Невязки						
	Y-исходные	По Гауссу (11 наблюдений)		По нашим вычислениям			
		Вычисления Гаусса	Наш пересчет	По 11 набл.	По 12 набл.	По первым 10 набл.	По последним 10 набл.
1	183,93	111	111,00	125,73	124,45	24,12	439,48
2	6,81	8,31	8,31	9,01	3,87	9,53	–8,71
3	0,06	–59,18	–59,19	–86,53	–85,78	–51,41	63,72
4	3,09	36,67	36,68	53,18	54,34	10,05	42,00
5	0,02	–19,92	–19,95	–32,39	–32,65	9,52	–31,47
6	8,98	–0,07	–0,06	–22,76	–15,13	17,78	7,58
7	2,31	–85,77	–85,76	–21,18	–20,80	–20,00	36,72
8	–2,47	–25,01	–25,02	–35,35	–42,82	–15,10	–30,77
9	–0,01	–135,88	–135,89	–149,12	–150,02	23,93	–108,02
10	–38,12	–28,72	–28,73	–31,49	–24,03	–14,72	–40,56
11	317,73	216,54	204,63	169,79	171,88	429,02	68,70
12	–117,97	–83,01	–83,44	–67,51	–62,05	–110,68	–63,18
Сумма квадратов	*150 300,7*	*98 684,266*	*93 745,88*	*86 084,69*	*85 849,90*	*201 549,94*	*224 408,79*

Настоящая неудача представлена в двух последних столбцах табл.3. Определение параметров по всем противостояниям, кроме последнего или кроме первого, ведет к очень большим невязкам в долготе исключенного противостояния. Создается впечатление, что линейная по приращениям параметров модель для приращений координат в данном случае неадекватна. Гаусс предложил удобный метод решения нормальных уравнений, но ошибся в вычислениях. А сравнительно необременительным методом контроля вычислений (по ортогональности остатков от регрессии к столбцам объясняющих переменных) не воспользовался. Однако вся эта «дисквизиция» в случае эллиптических параметров Паллады не получилась не только потому, что Гаусс ошибся в вычислениях при решении нормальных уравнений. Метод наименьших квадратов в данном случае не дает сколько-нибудь надежных значений для поправок к параметрам: включение или исключение отдельных наблюдений радикально меняет значения поправок. Не прибавляют доверия к результатам и очень большие значения стандартных ошибок для оценок параметров. Это тот случай, когда МНК дает никуда не годный результат и «оракул» отказывается от ответа на заданный вопрос.

Часть третья.
Удача в неблагоприятных обстоятельствах (опыт Эддингтона)

Речь идет о знаменитых опытах по проверке общей теории относительности Эйнштейна с помощью наблюдений отклонения световых лучей в поле тяготения Солнца [7; 8]. Эти опыты были выполнены двумя английскими экспедициями во время полного солнечного затмения 1919 г. Сам Эддингтон был не просто одним из участников этих экспедиций, он был инициатором и неформальным идейным руководителем всего предприятия. Поэтому в науке укрепилось название «опыт Эддингтона».

Искривление световых лучей в поле тяготения Солнца наблюдается с Земли в виде некоторого смещения на небесной сфере тех звезд, лучи света которых достигают телескопа земного наблюдателя, проходя в достаточной близости от Солнца. Такие наблюдения возможны лишь в момент полного солнечного затмения. Фотографии небольшого участка звездного неба, сделанные в момент затмения, сравниваются с фотографиями того же участка, сделанными в ночное время, и таким образом выявляется предсказанное смещение.

Сравнение двух (или нескольких) фотографий участка звездного неба, сделанных в разное время (и при различных условиях), представляет непростую задачу. Выделение малых эффектов влияния тяготения потребовало довольно рискованной статистической обработки. Критический анализ методов и результатов статистической обработки исходных данных и является предметом данной части работы.

На примере опыта Эддингтона отлично видно, каким образом физический эксперимент становится коллективным делом. В данном случае опыт можно разделить на три существенные части: 1) установка и наладка аппаратуры вплоть до получения необходимых фотографий; 2) сравнение по снимкам положений звезд во время затмения и вне затмения – по возможности точное измерение очень малых величин; 3) статистическая обработка полученных малых смещений. Мы ограничиваемся здесь анализом третьей части эксперимента.

1. Подготовка экспедиций

В начале 1917 г. стало известно, что 29 мая 1919 г. произойдет солнечное затмение, которое очень удобно для проверки теории Эйнштейна. Полоса затмения пройдет поблизости от экватора, поэтому его полная фаза окажется необычно долговременной, а кроме того, поблизости от Солнца в момент затмения окажется сравнительно много ярких звезд, гравитационный сдвиг которых можно надеяться измерить. Столь благоприятные условия повторятся весьма нескоро, а потому нельзя упустить этот шанс. Таким образом, несмотря на мировую войну, принимается решение о подготовке и проведении экспедиции. Решено даже направить две экспедиции: одну в город Собрал на севере Бразилии, другую – на остров Принсипи у западного побережья Африки.

Эддингтон лично участвовал в одной из двух экспедиций, сам фотографировал звезды, измерял смещения звезд и обрабатывал наблюдения. Но самая существенная роль его не в этом. У такой науки, как физика, претендующей на исчерпывающее объяснение мира, есть весьма важная «мистическая» сторона. Эддингтон, вообще склонный к мистике, понимал, что если общая теория относительности Эйнштейна подтвердится, то это будет означать радикальный пересмотр той «мистики», которая стоит за физикой. Это свое понимание Эддингтон умел передать другим - настолько, что в крайне неблагоприятных военных и послевоенных условиях была подготовлена и состоялась специальная экспедиция.

Для комплектации экспедиций соответствующим оборудованием было решено снять объективы с астрографов Оксфордской и Гринвичской обсерваторий (13–16 дюймов). Первый из них – для группы, отправляющейся на Принсипи, а второй – в г.Собрал. Предполагалось, что одним из участников экспедиции в Собрал станет отец Корти –иезуитский священник, один из ведущих английских астрономов того времени. От него и поступило предложение – дополнительно взять с собой относительно небольшой 4-хдюймовый телескоп, которым он ранее пользовался для наблюдения затмения в 1914 г. А получилось так, что именно этот телескоп, который рассматривался как вспомогательный, дал наиболее годные снимки.

2. Системы координат

Всякий фотографический объектив создает на плоской поверхности фотопластинки изображение, для которого выполняется следующее правило: угловое расстояние между любыми двумя точками изображаемого объекта пропорционально линейному расстоянию между их изображениями на снимке. В нашем случае интерес представляли именно угловые расстояния. Для их вычисления использовались декартовы координаты на фотопластинке. Ось абсцисс называется осью прямого восхождения, ось ординат – осью склонения. Сами координаты обозначаются, как всегда, (x, y). За начало отсчета принимался центр фотопластинки.

Чтобы можно было сравнить положение одной и той же звезды на разных снимках, два снимка (стеклянные пластинки толщиной 2–3 мм) необходимо сложить эмульсией к эмульсии. Для этого специально были заготовлены пластинки со снимками той области небесной сферы, которая подлежала наблюдению во время затмения, в зеркальном отражении по отношению к снимкам наблюдения. В Собрале (случай 4-х дюймового телескопа) такой «базовый» снимок удалось сделать на месте наблюдения через некоторое время после затмения. Для этого фотопластинка была повернута к приходящему свету не эмульсией, а стеклом. Для экспедиции на Принсипи «снимки сравнения» были сделаны без применения целостата в Оксфордской обсерватории до демонтажа астрографа, а «затменные снимки» делались уже на месте с помощью того же астрографа, но при участии целостата (обеспечивающего зеркальное изображение).

Понятно, что при сравнении двух фотографий участка звездного неба, сделанных в разное время (и при различных условиях), различие координат одной и той же звезды на двух сравниваемых пластинках могло вызываться целым рядом причин. Практически невозможно с точностью порядка долей угловой секунды обеспечить идентичное расположение фотопластинки и телескопа, компенсацию суточного вращения небесной сферы с помощью целостата, наконец, взаимное положение двух пластинок при складывании их вместе с целью сравнения. Ожидаемые смещения положений звезд под действием тяготения Солнца составляют величины порядка долей угловой секунды. В то же время поправки на разницу в условиях фотографирования могли составлять величины порядка нескольких угловых секунд.

Как выявить эти малые смещения на фоне гораздо больших помех?

Такое выявление возможно за счет математической обработки данных (с применением МНК, а именно, многомерной регрессии). Дело в том, что основная часть различий в положении изображений звезд на двух снимках, определяется «геометрическими» факторами, т.е. тем, что две фотопластинки занимают слегка различные положения по отношению к небесной сфере. Плюс различия в положении относительно базовой пластинки, с которой их складывают для определения смещений. Например, неточная работа целостата приведет к тому, что изображения на одной пластинке окажутся сдвинутыми на постоянный вектор по отношению к изображениям на другой пластинке. Рассмотрим подробнее математическое описание этого и других «геометрических» факторов.

3. Математическое описание смещений изображений звезд

«Гравитационный сдвиг» изображений звезд на фотопластинке описывается очень просто. Он происходит вдоль вектора, соединяющего центр Солнца с изображением звезды (в сторону противоположную Солнцу) и по величине равен $AR_0 \;/\; R$, где A – некоторая константа (равная $(0{,}87)''$, если сдвиг рассчитывать по Ньютону, и $(1{,}75)''$, если рассчитывать по Эйнштейну); R_0 – радиус Солнца и R – расстояние от центра Солнца до звезды. Если (X_0, Y_0) – координаты центра Солнца в момент затмения, а (x, y) – координаты звезды, то смещение звезды пропорционально вектору с координатами $\{(x - X_0) \;/\; R^2,\ (y - Y_0) \;/\; R^2\}$.

Что касается смещений звезд, возникающих при фотографировании из-за каких-то других причин (кроме гравитации), то предполагается, что они достаточно точно описываются линейными функциями от координат звезды. Именно, если (x, y) – координаты звезды на одной фотографии, а (x', y') – ее координаты на другой фотографии того же участка небесной сферы, то должна иметь место связь

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = B\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix},$$

где B – некоторая матрица, c и f – числа. Но поскольку речь идет о весьма малых отличиях координат на двух снимках матрица B должна быть близка к единичной. Принято использовать обозначения

$$B = E + \Delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix},$$

где числа a, b, d, e (равно как и числа c и f) считаются малыми. Заметим, что если координаты (x', y') получаются из координат (x, y) путем нескольких преобразований с матрицами B_1, B_2, …то произведение $B_1 \cdot B_2 \cdot \ldots$ в первом приближении сведется к суммированию добавок $\Delta_1, \Delta_2, \ldots$. То есть одновременное действие нескольких причин на изменение координат звезд можно учесть путем сложения этих причин. Для приращений $Dx = x'-x$, $Dy = y'-y$ получаем следующие выражения:

$Dx = ax + by + c,\ Dy = dx + ey + f.$

Тогда для снимков затмения получается модель

$$Dx \approx ax + by + c + \alpha E_x,\ \ Dy \approx dx + ey + f + \alpha E_y, \qquad (1)$$

в которой Dx, Dy – наблюдаемые смещения звезды (по сравнению со снимком вне затмения); a, b, c, d, e, f – коэффициенты, *одинаковые для всех звезд* на данных двух снимках, а вектор $\{E_x, E_y\}$ и есть вектор $\{(x - X_0) / R^2, (y - Y_0) / R^2\}$. При этом α измеряет величину гравитационного сдвига. В единицах измерения, принятых исследователями из Собрала сдвигу по Эйнштейну у края Солнца соответствует $\alpha = 0{,}0885$. Соотношения (1) задают ту схему многомерной регрессии, которая использована в работе [7].

Каждая из регрессий (1) имеет 4 неизвестных параметра, а число наблюдений равно числу звезд, которые уверенно распознаются на снимках. В наиболее благоприятном случае (телескоп отца Корти) таковых звезд имелось 7, т.е. число степеней свободы = 3. Априори такая регрессия с семью наблюдениями и четырьмя неизвестными параметрами представляется крайне ненадежной. Однако выручает то обстоятельство, что имелось несколько (случайно тоже семь, как и звезд) различных пар сравниваемых пластинок, которые разумно считать независимыми.

В случае ночной съемки в уравнениях (1) отсутствуют последние слагаемые. Схема регрессии в этом случае может быть использована для того, чтобы оценить точность действия линейной модели.

Мы предлагаем несколько другую схему, в которой удваивается число наблюдений и лишь на единицу увеличивается число неизвестных параметров.

Если съемки проводятся одновременно (на одном и том же оборудовании), то ожидается, что преобразование одного снимка в другой сводится к сдвигу (выражаемому константами c и f); преобразованию масштаба, выражаемому коэффициентами a и e (причем $a = e$); и повороту, выражаемому коэффициентами b и d (причем для малых поворотов $b = -d$). Это понижает число параметров модели. Но в ситуации исследования гравитационного сдвига снимки неизбежно делаются в разное время (и иногда на разном оборудовании). В случае разновременных снимков астрономы умеют вычислять поправки на дифференциальную аберрацию и рефракцию. Иными словами, в уравнениях регрессии для Dx, Dy нужно коэффициенты a и b заменить на $a + \Delta a$, $b + \Delta b$; e заменить на $a + \Delta e$; и d заменить на $(-b + \Delta d)$. Все добавки с символом Δ определяются из таблицы [7, с.307].

Обозначим через X (семимерный) вектор абсцисс звезд, через Y – вектор ординат, через DX, DY – векторы смещений. Положим $\tilde{D}X = DX - \Delta aX - \Delta bY$, $\tilde{D}Y = DY - \Delta bX - \Delta eY$. Тогда получаем регрессию вида

$$\begin{pmatrix} \tilde{D}X \\ \tilde{D}Y \end{pmatrix} \approx a\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + b\begin{pmatrix} Y \\ -X \end{pmatrix} + c\begin{pmatrix} I \\ O \end{pmatrix} + f\begin{pmatrix} O \\ I \end{pmatrix} + \alpha\begin{pmatrix} E_X \\ E_Y \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Здесь I – семимерный столбец из единиц, O – такой же столбец из нулей; E_X, E_Y – семимерные векторы, пропорциональные гравитационным сдвигам. В этой регрессии число наблюдений $N = 14$, число параметров $n = 5$.

Таким образом, в эксперименте Эддингтона оценки параметров были получены методом наименьших квадратов с помощью уравнения (1). Для сравнения мы оценили те же параметры с помощью уравнения (2).

4. Результаты обработки (экспедиция в Собрале)

Исходные данные. Основным инструментом в Собрале предполагался объектив Гринвичского астрографа. Во время затмения им было сделано 18 фотографий, из которых 16 относительно годных, но все фотографии оказались не в фокусе. Эффект расфокусировки оказался временным: когда в середине июля приступили к съемкам фотографий сравнения, инструмент вернулся к фокусу без каких-либо регулировок. Дежурное объяснение этого явления состоит в том, что оно было вызвано нагревом зеркала целостата перед началом затмения.

Затменные снимки, хотя и скверные, были сопоставлены со снимками сравнения. Качество снимков позволило оценить α только по одной координате Y. Оказалось, что среднее значение гравитационного сдвига составляет $(0{,}86)''$ (согласно Ньютону, должно быть $0{,}87''$). Этих вычислений мы повторить не могли, потому что полная таблица измеренных смещений звезд не представлена.

Но представлена таблица смещений других пяти звезд. Данные для каждой пластинки были обработаны методом наименьших квадратов, что привело к среднему значению смещения $(0{,}99)''$. Это число мы смогли проверить и в результате получили $\alpha = 0.0221$, что соответствует сдвигу $(0{,}86)''$ у края Солнца т.е. практически точно по Ньютону.

Конечно, нагрев Солнцем зеркала целостата мог нарушить фокусировку и тем затруднить измерение сдвигов звезд относительно фотографий сравнения. Но сделать это так, чтобы точнейшим образом подтвердить ньютоновские представления о тяготении, мог только дьявол. Против четырехдюймового телескопа отца Корти дьявол видимо был бессилен из-за великой святости иезуитского священника.

Измерительные данные наилучшего качества были получены с помощью инструмента с четырехдюймовым объективом. На этих снимках видны лишь 7 из 13 звезд, которые первоначально намечались для исследования.

Исходными данными для дальнейшей обработки являются следующие: во-первых, декартовы координаты (x, y) изображений семи звезд на фотопластинке [7, табл.I]); во-вторых, измерения смещений каждой звезды [7, табл.II]. Примерно через полтора месяца после затмения стало возможно фотографировать ночью изучаемый участок неба (важно, что на том же оборудовании, на котором делались снимки во время затмения). Были получены пластинки сравнения и «базовая» пластинка, которые и надлежало сравнивать со снимками, полученными во время затмения.

Всего рассматривалось семь снимков, сделанных во время затмения и семь снимков сравнения.

Оценка гравитационного сдвига. Речь идет об оценке параметра α, входящего в уравнения (1) и (2), по правилам для оценки параметров линейной регрессии. В цитируемой работе для каждой пластинки, снятой во время затмения, отдельно обрабатываются данные по координате x и координате y. Это означает, что каждое из двух соотношений (1) переписывается в векторном виде, а именно

$$DX \approx aX + bY + cI + \alpha E_X, \quad DY \approx dX + eY + fI + \alpha E_Y, \qquad (3)$$

и коэффициенты оцениваются отдельно для каждого уравнения. В качестве левых частей DX, DY рассматриваются отдельно разности в координатах звезд {затменная пластинка − базовая} и {пластинка сравнения − базовая}. В результате для каждой пары {затменная пластинка, пластинка сравнения} возникают 4 регрессии (по x и по y), т.е. всего 28 регрессий с одной и той же матрицей объясняющих переменных, состоящей из столбцов X, Y, I и одного из столбцов E_X или E_Y.

Мы же предпочли вычислить регрессию согласно уравнению (2) (14 наблюдений, 5 параметров), получив соответственно вдвое меньше оценок для α. Поэтому мы сравниваем среднее из двух расчетов по модели (1) с нашим расчетом. Результаты представлены в следующей таблице:

Таблица 4

Сравнение оценок параметра α, полученных разными способами

Затменная пластинка-базовая			Пластинка сравнения-базовая		
№ пластинки	Полусумма α согласно (1)	Наши вычисления	№ пластинки	Полусумма α согласно (1)	Наши вычисления
I	0,112 (0,114)*	0,115	14-2a	0,042(0,028)*	0,025
II	0,133	0,126	14-2b	0,016	0,012
III	0,111	0,110	15-1	0,003	0,001
IV	0,130	0,123	15-2	0,014	0,010
V	0,139	0,137	17-1	0,030	0,023
VII	0,106	0,116	17-2	0,033	0,036
VIII	0,141	0,138	18-2	0,022	0,016
Среднее	0,124	0,124		0,023	0,018

* В этом случае авторами были допущены арифметические ошибки. В скобках стоят скорректированные нами числа. Средние приводятся по оригинальным данным.

Результаты показывают положительные значения оценок α также для пластинок сравнения, для которых никакого гравитационного сдвига быть не могло. Более того, в одном случае из 14 величина α_y дает примерно 2/3 эффекта Эйнштейна. Правда, взятие в качестве α величины $(\alpha_x + \alpha_y)\,/\,2$ несколько исправляет это положение.

Для исключения базовой пластинки предлагается из среднего результата, отвечающего паре {затменная – базовая} вычесть средний результат для пары {пластинка сравнения – базовая}. В рассматриваемой работе получается $0{,}124 - 0{,}023 = 0{,}101$, а у нас $0{,}124 - 0{,}018 = 0{,}106$ (в то время как теоретически по Эйнштейну ожидается $\alpha = 0{,}0885$). Впрочем, можно предложить следующую догадку. Поскольку в смещениях координат {пластинка сравнения-базовая} наши вычисления дают систематическую ошибку (в среднем +0,018), а базовая пластинка есть, в сущности, одна из пластинок сравнения, то ничто не мешает предположить, что в смещениях {затменная пластинка – пластинка сравнения} содержится такая же ошибка. То есть предлагается вычесть 0,018 еще раз. Тогда мы получим просто замечательный результат $0{,}106 - 0{,}018 = 0{,}088$. Но это всего лишь наше предположение.

В надежде улучшить результат мы испробовали разные варианты усреднения исходных данных. Наиболее полным усреднением является тот случай, когда каждая затменная пластинка сравнивается с каждой пластинкой сравнения согласно уравнению (2) (49 вариантов), а затем все полученные оценки α усредняются. Для этого не обязательно вычислять 49 регрессий: можно вычислить одну регрессию, усреднив лишь столбцы объясняемых переменных. Однако интереснее показать несколько сходных результатов усреднения. За единичный результат мы приняли сопоставление одной затменной пластинки с усреднением всех семи пластинок сравнения. Результаты расчетов приведены в таблице 5.

Таблица 5

Оценка гравитационного сдвига α по усредненным исходным данным

№ пластинки	I	II	III	IV	V	VII	VIII
Оценка α	0,0970	0,1088	0,0927	0,1049	0,1194	0,0988	0,1207
Стандартное отклонение α	0,0117	0,0113	0,0197	0,0170	0,0153	0,0158	0,0139

Среднее значение оценок α снова 0,106. В последней строчке таблицы показаны стандартные отклонения оценок, вычисленные стандартной программой регрессии. Рассчитанное по ним стандартное отклонение среднего значения всех семи оценок составляет 0,0057, т.е. незначительную долю среднего значения. Таким образом, систематическая ошибка параметра α не была ликвидирована максимально возможным усреднением исходных данных.

В целом переход к модели (2) не дал существенного улучшения оценок α. Но он позволил понять, что результаты оценки параметра лучше рассматривать не в отдельности для прямого восхождения и склонения, а беря их полусумму (для каждой из пар пластинок {затменная − базовая} и {пластинка сравнения − базовая}). Тем не менее применение метода наименьших квадратов в обоих случаях дает достаточно разумные результаты. Положительное смещение (в том числе в тех ситуациях, когда гравитационный эффект отсутствовал), по-видимому, объясняется систематическими ошибками в исходных данных.

5. Экспедиция на остров Принсипи

Общие сведения. Еще до начала экспедиции был выбран участок неба, который можно было фотографировать как в январе 1919 г. в Оксфорде (до демонтажа объектива), так и в мае в Принсипи, и были сделаны так называемые *поверочные снимки* этого участка. Попарное сравнение этих снимков сыграло существенную роль в обработке наблюдений. Кроме того в Оксфорде в ночное время был сфотографирован «затменный» участок неба для дальнейшего его сравнения со снимками, сделанными во время затмения на Принсипи, с целью измерения гравитационного сдвига.

Сравнительные измерения поверочных фотографий (Принсипи минус Оксфорд) были использованы для внесения поправок, учитывающих изменения свойств объектива вследствие переезда из Оксфорда на Принсипи. Как и прочие поправки, они учитываются вычислением коэффициентов линейной регрессии. При повторении нами этих вычислений с помощью компьютера возникли заметные отличия от результатов, приводимых Эддингтоном. В дальнейшем в своих вычислениях мы использовали наши результаты.

Во время полной фазы затмения было сделано 16 снимков, обозначенных прописными латинскими буквами от K до Z, но только два из них: W и X – на что-то годились.

Особенности расчетов. Поскольку в работе двух описываемых экспедиций различались системы координат на фотопластинке, методы и аппаратура для измерения координат звезд и их смещений, а так же единицы измерения этих величин, то соответственно и формулы в части работы, посвященной исследованиям на Принсипи, слегка видоизменились. Так, гравитационный сдвиг задается формулой $\kappa\{\alpha_x, \alpha_y\}$, где

$$\{\alpha_x, \alpha_y\} = 10 * \{(x - X_0) / R^2, (y - Y_0) / R^2\}. \quad (4)$$

И теоретическому сдвигу по Эйнштейну соответствует $\kappa = 184$.

Оказалось, что статистическая обработка (многомерные регрессии вида (1)), которая для данных телескопа отца Корти давала достаточно разумные результаты, в применении к данным Принсипи приводит к бессмыслице (отрицательные значения κ, очень большие стандартные ошибки оценок). Поэтому авторы применяют упрощенный способ обработки, использующий лишь одномерные регрессии. Мы для сравнения результатов использовали регрессию вида (2).

Из измеренных смещений звезд (снимки, сделанные во время затмения минус снимки сравнения, соответственно, приращения Δx, Δy) авторы работы [7] вычитают выражения $ax + by$ и $dx + ey$ с суммарными поправочными коэффициентами. Полученные разности обозначаются $\Delta_1 x$ и $\Delta_1 y$. Эти последние разности должны описываться поправочными коэффициентами со следующими свойствами: $a = e = 0$, $d = -b$. К этим разностям мы и применили регрессию вида (2).

Но при этом, что называется, «возможны варианты». Дело в том, что в модели (2) учтены условия $a = e$, $d = -b$, но при этом не обязательно $a = 0$. Возникают два варианта: регрессия (2) с учетом и без учета последнего условия. Кроме того, при обработке поверочных фотографий были допущены некоторые арифметические ошибки. Отсюда еще два варианта: взять векторы-столбцы $\Delta_1 x$ и $\Delta_1 y$ в исходном виде, либо поправить их, убрав арифметические ошибки. Итого 4 варианта. Результаты нашей обработки по каждому из вариантов в сравнении с результатами исходной работы представлены в табл.6.

Таблица 6

Сравнение оценок гравитационного сдвига κ, полученных разными способами

<table>
<tr><th rowspan="3">пара снимков</th><th rowspan="3">κ исходные</th><th colspan="8">Наши вычисления по модели (2)</th></tr>
<tr><th colspan="2">без арифметич. правки $a = 0$</th><th colspan="2">без арифметич. правки $a \neq 0$</th><th colspan="2">с арифметич. правкой $a = 0$</th><th colspan="2">с арифметич. правкой $a \neq 0$</th></tr>
<tr><th>κ</th><th>ст. откл.</th><th>κ</th><th>ст. откл.</th><th>κ</th><th>ст. откл.</th><th>κ</th><th>ст. откл.</th></tr>
<tr><td>X–G1</td><td>204</td><td>209,07</td><td>49,76</td><td>196,57</td><td>74,42</td><td>208,94</td><td>49,26</td><td>191,29</td><td>73,21</td></tr>
<tr><td>X–H1</td><td>151</td><td>162,88</td><td>80,35</td><td>270,90</td><td>98,22</td><td>161,01</td><td>76,89</td><td>263,84</td><td>94,23</td></tr>
<tr><td>W–D1</td><td>163</td><td>177,18</td><td>83,78</td><td>212,73</td><td>122,24</td><td>174,61</td><td>84,83</td><td>211,91</td><td>123,61</td></tr>
<tr><td>W–I2</td><td>175</td><td>170,41</td><td>150,69</td><td>170,90</td><td>104,17</td><td>186,16</td><td>52,39</td><td>151,38</td><td>74,36</td></tr>
<tr><td>среднее</td><td>173,25</td><td>179,88</td><td></td><td>212,77</td><td></td><td>182,68</td><td></td><td>204,60</td><td></td></tr>
</table>

Получилось, что все четыре варианта дают довольно близкие средние значения для κ. Но наилучшим (в смысле близости к теоретическому значению $\kappa = 184$) оказался тот вариант (с учетом арифметических поправок и условия $a = 0$), для которого этого следовало ожидать: в нем максимально сокращено число параметров и убраны арифметические ошибки. В данном случае наша модель (2) удвоенной размерности оказалась удачной. Но стандартные отклонения оценок κ все-таки велики.

6. Выделение индивидуальных гравитационных сдвигов отдельных звезд

Вычисления в этой части работы были проведены по данным, полученным в Собрале с помощью 4-х дюймового телескопа.

Гравитационный сдвиг отдельной звезды с координатами (x, y) есть вектор с координатами $(\alpha E_x, \alpha E_y)$: это теоретическое смещение, если в качестве α взято теоретическое значение, и оценка теоретического смещения, если взято оцененное значение α. Однако авторы выделяют еще *наблюдаемое* смещение.

Процесс оценки наблюдаемых смещений отдельных звезд заключается в следующем. Берутся оценки коэффициентов a, b, d, e модели (1), полученные из 28 регрессий, и к ним применяются поправки на дифференциальную аберрацию и рефракцию. Затем с ориентацией на равенства $a = e$, $b = -d$ коэффициенты несколько подправляются, полученные значения рассматриваются на правах «точных» и к ним применяются обратные поправки. Таким образом, значения коэффициентов a, b, d, e заменяются как бы «точными». Далее из обеих частей уравнений (1) вычитаются линейные комбинации вида $ax + by$ и $dx + ey$. В результате получаются соотношения следующего вида:

$$Dx - (ax + by) = c + \Delta_x, Dy - (dx + ey) = f + \Delta_y, \quad (4)$$

в которых левые части являются известными величинами, а Δ_x и Δ_y как раз и представляют собой наблюдаемые гравитационные сдвиги отдельной звезды по осям координат x и y (испорченные, конечно, какими-то случайными добавками). Вопрос состоит в том, как по известным величинам $c+\Delta_x, f+\Delta_y$ (каждая в количестве семи штук – по числу звезд на снимке) найти значения отдельных слагаемых c, f, Δ_x, Δ_y.

Понятно, что на такой вопрос научного ответа быть не может (но авторы об этом ничего не говорят). Однако в предположении, что Δ_x и Δ_y являются случайными величинами с нулевым средним (но с гравитационными сдвигами это не так!) c и f возможно оценить как средние значения элементов столбцов уравнений (4), оставшихся в левых частях (частный случай линейной регрессии). Остатки в уравнениях регрессии предлагается считать гравитационными сдвигами соответствующих звезд.

В таблице VIII рассматриваемой работы приведены оценки Δ_x и Δ_y для данных: «затменные пластинки (x)», «затменные пластинки (y)» и то же для пластинок сравнения.

Мы повторили описанные вычисления, чтобы сравнить наши результаты с приведенными в таблице. В части «затменные пластинки (x)» результаты практически совпали с табличными, но в других случаях мы получили числа, не имеющие ничего общего с этой таблицей. Кроме того, если какие-либо числа получаются как остатки регрессии, столбцы этих чисел должны быть ортогональны к столбцам объясняющих переменных. В случае оценки коэффициентов c и f имеется единственный (тривиальный) столбец объясняющих переменных, состоящий из единиц, так что сумма остатков должна быть равна нулю. Но это правило не выполняется для столбцов таблицы отвечающих координатам y.

Для поиска источника расхождений нужно убедиться, что коэффициенты a, b, d, e, вычисленные и скорректированные нами (как описано выше) совпадают с использованными в исходной работе. Из (4) следует, что должны выполняться равенства: $Dx-\Delta_x = ax+bu+c$, $Dy-\Delta_y = dx+ey+f$. Поскольку Δ_x и Δ_y приведены в таблице с малым количеством знаков, то эти равенства – приближенные и их можно рассматривать как регрессии левых частей на x и y. Оценив коэффициенты, мы убедились, что наши значения a, b, d, e, практически совпадают с исходными. Но, сравнивая свободные члены в уравнениях регрессии с оценками c и f путем усреднения столбцов величин $Dx-(ax+by)$ и $Dy-(dx+ey)$, мы пришли к выводу, что данные исходной таблицы *попросту сфальсифицированы.*

Оказалось, что ко всем числам раздела «затменные пластинки (y)» прибавлено по (0,5)″; к числам раздела «пластинки сравнения (y)» прибавлено по (0,19)″. Поскольку окончательное значение гравитационного смещения получается вычитанием из первого раздела второго, то это означает, что к окончательному значению сдвига (по оси y) прибавлено (0,31)″.

Заметим, что при вычислении регрессии со свободным членом прибавка постоянной величины к объясняемой переменной не влияет на оценки коэффициентов a, b, d, e, что и позволило нам получить оценки этих коэффициентов, близкие к исходным.

Почему им потребовалась такая прибавка? Дело в том, что при оценке коэффициентов c, f путем усреднения левых частей соотношений (4) вместо точных значений этих коэффициентов получаются, соответственно, $c+\overline{\Delta}_x$, $f+\overline{\Delta}_y$ (черта сверху означает усреднение по столбцу). Поэтому вместо Δ_x, Δ_y возникают величины $\Delta_x-\overline{\Delta}_x$, $\Delta_y-\overline{\Delta}_y$. Следовательно, если для наблюдаемых величин есть какие-то теоретические значения d_x, d_y, то сравнивать полученные величины $\Delta_x-\overline{\Delta}_x$, $\Delta_y-\overline{\Delta}_y$ следует не с d_x, d_y, а с $d_x-\overline{d}_x$, $d_y-\overline{d}_y$.

В рассматриваемом случае $\overline{d}_x=0{,}02$; $\overline{d}_y=0{,}26$. Первое из этих чисел несущественно для сравнения с наблюдениями, а второе весьма существенно. Таким образом, фальсификация чисел таблицы VIII потребовалась лишь по причине некоторого теоретического недоразумения. (И в таком случае прибавлять следовало бы не 0,31, а 0,26.)

Использованный авторами подход имеет еще тот недостаток, что предполагает знание точных значений коэффициентов регрессии, что не является возможным. Применение метода наименьших квадратов позволяет вычислять так называемые *кажущиеся* ошибки (или остатки от регрессии) но не истинные значения ошибок. Вектор кажущихся ошибок представляет собой проекцию вектора истинных ошибок на линейное подпространство, ортогональное к подпространству, порождаемому векторами, на которые производится регрессия. А когда относительно вектора истинных ошибок имеются какие-то теоретические ожидания, то ничто не мешает спроецировать этот теоретический вектор на то же самое подпространство и сравнить результат с вектором кажущихся ошибок. Опишем подробнее предложенный нами способ.

7. Сравнение наблюдаемого и проекции теоретического вектора смещений

Оценим коэффициенты регрессии (2) (14 наблюдений, 5 параметров), полагая $\alpha = 0$ (тогда параметров останется 4). Остатки в такой регрессии будут состоять из проекции на ортогональное дополнение (к линейной оболочке первых четырех столбцов регрессии) следующей суммы: вектор гравитационных сдвигов плюс вектор случайных добавок. Но тогда эти остатки надо сравнивать не с теоретическими смещениями, а опять-таки с проекцией на то же самое ортогональное дополнение вектора теоретических смещений. Речь идет о глазомерном сравнении, поскольку трудно сформулировать правдоподобную гипотезу о случайных добавках к регрессии.

Проекцию вектора теоретических гравитационных сдвигов на десятимерное подпространство мы вычислили как остатки от регрессии этого вектора в качестве объясняемого. Для сравнения с этой теоретической проекцией мы использовали те же пары пластинок, что и при оценке коэффициента α и с теми же поправками (на дифференциальную аберрацию и рефракцию). В качестве объясняемого вектора использовали разности между координатами звезд на затменной пластинке и соответствующей пластинке сравнения.

В наглядном виде сравнение проекции вектора теоретических гравитационных сдвигов с вектором остатков регрессии, усредненных по семи парам пластинок представлено на рис.1

Усреднение наблюдаемых проекций по семи парам фотоснимков демонстрирует неплохой результат: точки более или менее ло-

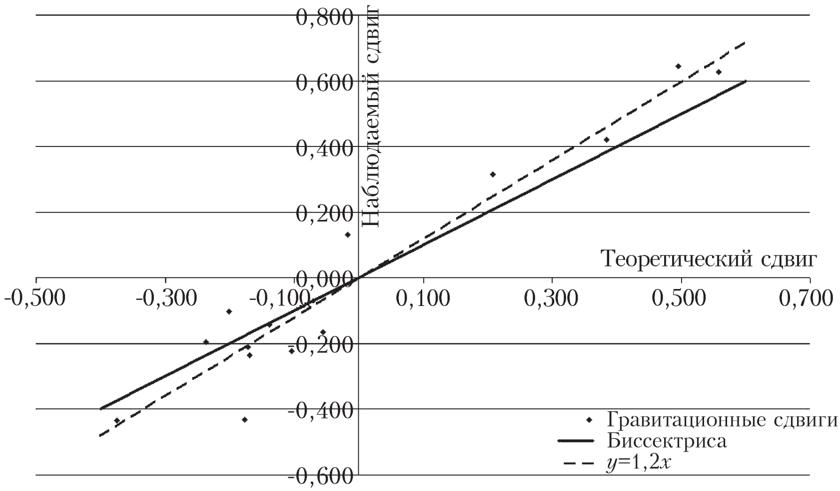

Рис.1. Сравнение проекции вектора теоретических гравитационных смещений со средним вектором остатков от регрессии

жатся на биссектрису координатного угла. Впрочем, из рисунка видно, что наблюдения лучше, чем с биссектрисой, согласуются с прямой $y = 1{,}2x$, имеющей несколько больший угол наклона, чем биссектриса. Наличие систематической ошибки, несколько преувеличивающей гравитационный сдвиг, наглядно подтверждается и при таком способе обработки.

В случае если бы смещение звезд происходило по Ньютону, а не по Эйнштейну, остатки от регрессии вместо биссектрисы координатного угла группировались бы около прямой с коэффициентом наклона 1/2. Такое почти невозможно предположить, глядя на рис.1.

Заключение

Лет сто или двести назад считалось, что научный эксперимент должен быть столь строго запланирован и исполнен, чтобы он мог дать определенный ответ – верна или неверна проверяемая теория. Но с развитием науки стало все определеннее выясняться, что таких экспериментов практически не бывает. Во второй половине XX в. это было осознано постпозитивистской философией науки (утверждение о «теоретической нагруженности» фактуальных высказываний). Постановка научного эксперимента – скорее не вопрос о том, верна ли теория, а вопрошание «оракула», ответ на которое надо уметь интерпретировать. Какие же «прорицания» мы получили применительно к рассмотренным экспериментам?

В первом случае (уточнение Гауссом параметров орбиты Паллады) метод наименьших квадратов не дает сколько-нибудь устойчивого, надежного результата. Включение или исключение из рассмотрения отдельных наблюдений радикально меняет значения оцениваемых параметров. Не прибавляют доверия к результатам и очень большие значения стандартных ошибок для оценок параметров. Это тот случай, когда метод дает никуда не годный результат и «оракул» отказывается от ответа на заданный вопрос.

С другой стороны, по материалам опыта Эддингтона остается только пропеть хвалу Гауссу, который более века назад ввел в научное исследование метод наименьших квадратов. Без этого метода невозможно было бы сравнивать с требуемой точностью два снимка, сделанных на одном оборудовании. Определенную уверенность в результатах придает, конечно, не вера в вероятностную модель метода, а неплохое сходство результатов, полученных для разных пар сравниваемых пластинок. Регрессия с небольшим числом степеней свободы (модель (1)) весьма неплохо выделяет эффект гравитационного сдвига. При этом разные варианты регрессии (модели (1) и (2)) дают близкие результаты.

В результате обработки и анализа всех полученных данных было выявлено, что телескоп отца Корти в Собрале определенно высказался в пользу теории Эйнштейна. С другой стороны, астрограф в Собрале однозначно высказался в пользу Ньютона. Наконец, по данным о.Принсипи получается, что средние величины поддерживают теорию Эйнштейна, но отдельные результаты имеют большой разброс. Очень мало исходных данных – всего два снимка, сделанные во время затмения.

Надо было обладать мистическими способностями Эддингтона, чтобы разобраться, какие из этих сведений интерпретировать как истинные откровения, а какие – признать ошибочными, и из всех этих противоречий сделать правильный вывод. Он и сделал его, объявив, что результаты экспедиции решительно поддерживают теорию Эйнштейна.

Таким образом, сущность метода наименьших квадратов, которую мы предполагаем присущей представлениям Гаусса, несомненно является инструментом *Dea Fortuiti*, что в полной мере и проявилось при обработке описанных выше астрономических наблюдений.

Список литературы

1. *Shaposhnikov V.A.* Theological underpinnings of the modern philosophy of mathemetics. Part I: Mathematics absolutized. Studies in Logic, Grammar and Rhetoric, 2016. V.44 (57). P.31–54.
2. *Шейнин О.Б.* Теория вероятностей. Исторический очерк. Второе издание, исправленное и дополненное. Берлин: издание автора, 2013.
3. *Kendall M.G.* The analysis of economic time-series. Part I. Prices // Journal of Royal Statistical Society. 1953. V.96. P.11–25.
4. *Gauss Ch. F.* Methode de moindres carres. Paris: Mallet-Bachelier, 1855.
5. *Гаусс К.Ф.* Способ наименьших квадратов // Избранные геодезические сочинения. М.: Изд-во геодезической литературы, 1957. Т.1.
6. *Бюлер В.* Гаусс. Биографическое исследование. М.: Наука. Физматгиз, 1989.
7. *Dyson F.W., Eddington A.S., Davidson C.R.* A determination of the deflection of light by the Sun's gravitation field, from observations made at the total eclipse of May 29, 1919 // Philosophical Transactions of the Royal Society in London. 1920. Vol. A 220. P.291–333.
8. *Longair M.* Bending space-time: a commentary on Dyson, Eddington and Davidson (1920) 'A determination of the deflection of light by the Sun gravitational field' // Philosophical Transactions of the Royal Society in London. 2015 Vol. A 373. P.1–13.
9. *Колмогоров А.Н.* К обоснованию метода наименьших квадратов // Успехи математических наук. 1946. Т.1. Вып.1. С.57–71.

НАШИ ПУБЛИКАЦИИ

ПРОЕКТ РЕЛИГИИ БЕЗ БОГА И ЦЕННОСТЬ ЧИСТОЙ МАТЕМАТИКИ: ПРЕДИСЛОВИЕ К ЭССЕ БЕРТРАНА РАССЕЛА «ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ»

В.А.Шапошников

Эссе сэра Бертрана Рассела (1872–1970) «Изучение математики» (The Study of Mathematics) было опубликовано в первом номере британского журнала New Quarterly: A Review of Science & Literature в ноябре 1907 г.[1] Позднее он включил его в сборник «Философские эссе» (Philosophical Essays, 1910), а затем в другой свой сборник – «Мистицизм и логика» (Mysticism and Logic and Other Essays, 1917) [3, т.2, с.14]. В обоих сборниках это эссе сразу следует за другим под названием «Поклонение свободного человека» (The/A Free Man's Worship). Более того, эти два стоящих рядом эссе – единственное, в чем два названных сборника совпадают. Невольно напрашивается мысль, что для автора они были тесно связаны. В самом деле, как сообщает сам Рассел, оба эссе были написаны почти одновременно, в 1902 г. [4, с.V]. Однако, в отличие от «Поклонения свободного человека», которое было напечатано в 1903 г. в первом томе либерального политического журнала Independent Review[2] [3, т.2, с.6–8], статью об изучении математики этот журнал печатать отказался. Ее удалось опубликовать далеко не сразу, что для текстов Рассела было необычно. Первоначально статья имела какое-то иное, специально звучащее заглавие, которое, к сожалению, неизвестно. Нынешнее простое и незатейливое название она получила при публикации в 1907 г. по просьбе издателя (Д.Маккарти), боявшегося распугать читателей нового журнала [5, с.83–84].

Прочитав статью, Литтон Стрейчи[3] написал Расселу 23 октября 1907 г. следующее письмо:

«Дорогой Рассел: Я только что прочел Вашу статью о Математике (в корректуре), и не могу преодолеть соблазн написать Вам, чтобы сказать сколь сильно я был ею захвачен. Она, в самом деле, великолепна, – уносит ввысь к вершинам, – возможно, самым возвышенным из всех (one's carried upwards into sublime heights – perhaps the sublimest of all)! Ваша формулировка самого главного в отношении математики представляется мне абсолютно ясной и абсолютно убедительной: она дает новое понимание славы человеческого разума (the glories of the human mind). Сравнение с итальянским замком поразило меня своим особым изяществом, а простота выражения еще усилила его воздействие. Какие же негодяи эти редакторы из Independent! И какие глупцы! Я готов писать и далее страницу за страницей – столь велико мое волнение и воодушевление. Как чудесно сознавать, что я знаю Вас, могу говорить с Вами и даже возражать Вам. О! Я велю выгравировать на моем надгробии «ОН ЗНАЛ МУРА[4] И РАССЕЛА» и ничего больше. Неизменно Ваш, Дж.Л.Стрейчи» [7, с.190–191].

В сборнике 1910 г. Рассел отнес «Изучение математики» к группе статей, посвященных этическим предметам, мотивируя это тем, что «это эссе посвящено скорее [вопросу о] *ценности* математики, чем попытке установить, что такое математика» [8, с.V]. Кстати, последнему вопросу он уже посвятил написанную ранее популярную статью «Новейшие работы о началах математики» (Recent Work on the Principles of Mathematics, 1901) [3, т.2, с.5; 9], которая в сборнике «Мистицизм и логика» была помещена сразу после «Изучения математики» под новым названием «Математика и метафизики» (Mathematics and the Metaphysicians). Такое, нарушающее хронологию, размещение двух статей о математике в сборнике 1917 г., объясняется, вероятно, нежеланием Рассела отрывать «Изучение математики» от «Поклонения свободного человека».

Необходимо сказать несколько слов о биографическом контексте, в котором эти эссе появились. В 1901 г. Рассел пережил «обращение», своего рода «мистическое озарение», описание которого дал позднее в автобиографии[5]. На рубеже 1901–1902 годов он вступил в полосу тяжелого личного кризиса[6], связанного с утратой любви в браке и интеллектуальным тупиком, вызванным логическими парадоксами. Для этих лет, по его словам, было характерно «соединение несчастья и крайне сурового интеллектуального труда» [7, с.143]. Сохранился дневник Рассела 1902–1905 гг., который сообщает ряд важных подробностей. В записи от 18 мая 1903 г., в связи со своим днем рождения, Рассел вспоминает прошедший год. 23 мая 1902 г. он завершил работу над большой книгой «Принципы математики» (The Principles of Mathematics), которая содержала основные контуры его версии логицизма. На тот момент Рассел не знал, как справиться с обнаруженным им самим противоречием (май-июнь 1901 г. [12, с.350–351]), известным сейчас как парадокс Рассела, он еще не придумал теорию типов. В области работы он ощущал себя в тупике. В июне произошло решительное объяснение с женой, которой он прямо сказал, что больше ее не любит. Следующие месяцы (с июня по сентябрь) были очень трудными для обоих. «Затем, – читаем в дневнике, – наступили странные месяцы в городе (имеется в виду Лондон. – *В.Ш.*), где я учился быть социальным существом, а не одиночкой, состоящим из пламени и внезапных озарений (a person of fire and insight), и где она (Элис, жена Рассела. – *В.Ш.*) была все время несчастна, несмотря на удовольствие мирного сосуществования. Там я написал мою статью о Математике, в октябре, под шорох опадающей листвы. Эта статья и «Поклонение свободного человека» – вот все, к чему свелись мои успехи, которым удалось обрести завершенный вид, за период с сентября по март (включительно). Однако с момента приезда сюда (Churt, графство Суррей. – *В.Ш.*) последний луч дневного света перестал проникать в мою тюрьму, и я возвратился к старой своей работе; это трудно, настолько трудно, что от отчаянного переутомления я часто чувствую себя готовым покончить с собой; а ее ценность стала казаться мне весьма незначительной; а добиться какого-либо продвижения в разрешении Противоречия не удается» [5, с.23–24]. Ключ к разрешению противоречия был найден Расселом на следующий день после того, как эта запись в дневнике была сделана.

Такова была обстановка, в которой Рассел написал сначала эссе «Изучение математики» (октябрь 1902 г.), а затем и первое из своих размышлений о судьбе религиозного чувства в мире, в котором нет Бога, – «Поклонение свободного человека». Это последнее эссе, вероятно, было начато в Италии (где Рассел и Элис были с 18 декабря 1902 по 13 января 1903 гг.) и окончено в Лондоне к 27 января 1903 г. [5, с.62–65]. Правда, есть позднее свидетельство самого Рассела, что эссе было начато много раньше, где-то в марте–июне 1902 г., т.е. еще до написания «Изучения математики» [5, с.xlvii, 62; 7, с.140].

Рассел ищет *заместителя* для традиционных христианских представлений, которые окончательно утратили для него свою силу и власть. Однако он готов принять лишь такого заместителя, который позволит сохранить идеальное измерение жизни, не устранит, но лишь перенаправит религиозные эмоции и порывы. Приведу несколько характерных выдержек из эссе, передающих тот положительный итог, к которому он здесь приходит:

«Из подчинения желаний вырастает добродетель смирения; из свободы мысли – весь мир искусства и философии и то видение прекрасного (the vision of beauty), с помощью которого мы, в конце концов, наполовину завоевываем непокорный мир. Но видеть прекрасное может лишь освобожденное от оков созерцание (unfettered contemplation), мышление, не стесненное грузом нетерпеливых желаний; и потому Свобода приходит только к тем, кто уже не требует от жизни никаких подверженных действию Времени личных благ. [...] Однако мудрость не только в пассивном отречении; с помощью одного лишь отречения не построить храма, где мы смогли бы поклоняться нашим идеалам (a temple for the worship of our own ideals). [Не дающее покоя постоянное] предчувствие [этого] храма (haunting foreshadowings of the temple) является в сфере воображения, в музыке, архитектуре, в бестревожном царстве разума (the untroubled kingdom of reason), в магическом злате лирики, где прекрасное блистает и переливается, вдали от несчастий, вдали от страха перед утратами, вдали от неудач и разочарований. При созерцании этих вещей в наших сердцах возникает небесное видение (the vision of heaven), являющееся одновременно критерием для суждений об окружающем и вдохновением, приспособляющим к нашим чаяниям все то, что хоть как-то поможет выстроить этот [священный] храм (the sacred temple). [...] Мышление делает нас свободными; мы не склоняемся более в восточном унижении перед неизбежным, но впитываем его и делаем частью самих себя. Отказаться от борьбы за личное счастье, избавиться от сиюминутного желания и сгорать от страсти по вечному – вот что такое освобождение, и вот чему поклоняется свободный человек (To abandon the struggle for private happiness, to expel all eagerness of temporary desire, to burn with passion for eternal things – this is emancipation, and this is the free man's worship). Свобода возникает из созерцания Судьбы; ибо сама Судьба теперь в подчинении у разума, который ничего не оставляет очищающему огню Времени» (перевод А.А.Яковлева) [13, с.18–22; 8, с.64–69].

Как видим, Рассел проповедует своеобразный аскетизм, цель которого – сосредоточение всех сил на новом объекте поклонения (замещающем христианского Бога) – «храме человеческих достижений» (the temple of Man's achievement) [13, с.16; 8, с.61], возводимом совместными усилиями художников и философов. Парадоксальность представления Рассела об этом «храме» состоит в том, что он создается усилиями человеческого разума, но не становится от этого исторически изменчивым, как раз наоборот: он образован «вечными вещами» (eternal things)[7].

Приведенные мысли создают интеллектуальный контекст эссе «Изучение математики». Ведь его содержание имело для Рассела прямое отношение не только к математике и ее преподаванию, но также к этической и даже религиозной проблематике.

Интересующая нас связка между математикой и религиозно-этическими проблемами явно видна из напрямую относящегося к идеям интересующего нас эссе письма Рассела к Гилберту Марри[8] от 3 апреля 1902 г.:

«От утилитаризма[9] меня отвратило, в первую очередь, убеждение, что мне следует заниматься философией, хотя у меня не было (и, по-прежнему, нет) сомнений, что занимаясь экономикой и политической теорией, я мог бы в большей степени способствовать счастью человеческому. Мне представлялось, что достоинство, на которое способно человеческое существование, не может быть достигнуто исключительной приверженностью механизмам жизни, и что если не будет сохранено умственное созерцание вечных предметов (eternal things), человечество будет ничем не лучше хорошо откормленных свиней. Однако я не верю, что подобное созерцание в целом ведет к счастью. Да, оно приносит мгновения радости, однако перевешивают в нем годы напряженного труда и уныния. Также мои размышления привели к выводу, что ценность произведения искусства не имеет никакого отношения к получаемому от него удовольствию. В самом деле, чем более я размышлял об этом вопросе, тем выше ставил строгую простоту (austerity) и ниже – пышность и богатство (luxuriance). Сейчас мне представляется, что математика способна порождать художественное совершенство столь же великое, как какая угодно музыка, а, возможно, – и более великое. И это не по той причине, что приносимое ею удовольствие (также очень чистое) сопоставимо, будь то по интенсивности переживания или по числу людей, способных его чувствовать, с приносимым музыкой. Это так, поскольку она дает в абсолютно совершенном виде то сочетание богоподобной свободы с чувством роковой неизбежности, которое характерно для великого искусства, и поскольку, фактически, она конструирует некий идеальный мир, в котором все совершенно и, тем не менее, истинно. И снова, в том, что относится к действительному человеческому существованию, я обнаружил, что выше ставлю тех, кто чувствует его трагичность, кто мыслит истинно о Смерти, кого угнетают недостойные вещи, даже если они неизбежны. Однако, качества эти, как мне представляется, не дают быть счастливыми не только своим носителям, но и всем, кого они затрагивают. И, в общем и целом, наилучшей кажется мне жизнь, которая мыслит истинно и чувствует сильно в отношении проблем человеческих, а, в дополнение к этому, созерцает мир красоты и абстрактных истин. Этот последний пункт, вероятно, образует мое самое анти-утилитаристское убеждение: я придерживаюсь позиции, согласно которой все знание, которое имеет дело с действительно существующими вещами – все то, что обычно называют Наукой – обладает весьма малой ценностью по сравнению с таким знанием, которое, как философия и математика, имеет дело с идеальными и вечными предметами, и освобождено от этого достойного жалости мира, который сотворен Богом» [7, с.149].

Итак, суть позиции Рассела этих лет состоит в ставке на *созерцание* (contemplation) «идеальных и вечных предметов» (блестящую возможность для этого предоставляет чистая математика), которое не только дает силы и мужество переносить неустранимую трагичность человеческого существования самому, но и поддерживать братьев и сестер по несчастью. Последний момент остался за рамками обсуждения в процитированном только что письме, однако он присутствует в других текстах Рассела того же времени. Речь идет о переходе от созерцания к *действию* (action), тема, которая будет звучать у Рассела все решительнее в последующие годы: без созерцания идеальных предметов невозможно адекватное действие в этом мире.

«Тот, кому предстоит быть мудрым правителем, говорит нам Платон, должен выйти из пещеры обыденной жизни к дневному свету идеального мира; он должен научиться смотреть на солнце, знать и любить благо (the good). Но, когда его образование завершится, он должен вновь вернуться в область теней, к задачам и отвратительным особенностям пещеры, отложив в сторону ради служения другим людям зрелище наилучшего. В области света, солнце сияет, и день трепещет радостью; это избираемый нами мир, мир красоты и надежды, дом души. Но снизу, от обитателей мира теней, восходит немой крик о помощи, о вестях из горнего мира, о руководстве в запутанных лабиринтах мира сумеречного. Беспорядочная смесь звуков плача, раздора, ненависти и жестокости, разорения и бесчестия, и отчаяния, приносит призыв, который невозможно игнорировать; Жалость, эта посланница обитателей темноты, зовет нас назад, в бездну. Возвращение в пещеру, в той или иной форме и в то или иное время, неизбежно, если мы хотим распорядиться нашим временем правильно. Ведь некоторое знание того блага, которому следует существовать, представляется существенным для правильного действия; и однако, правильное действие, как правило, включает отречение, в нашей собственной жизни, от многого из того, что знание блага открывает как обладающее огромной ценностью (precious)» [5, с.35]. «Любовь, чтобы быть благой (to be good), должна быть любовью к тому, что благо, поскольку оно благо (what is good because it is good), и должна распространить свою суровую простоту (austerity) на предмет любви, также как и на саму себя. Любить ближнего как самого себя – незначительное достижение, если моя любовь к самому себе не была облагорожена любовью к благу (goodness)» [5, с.49–50]. Так Рассел писал в незаконченных набросках 1902 – начала 1903 гг. под названием «Странствие жизни (The Pilgrimage of Life)».

Жизнь виделась Расселу паломничеством к горе Истины (the mountain of Truth), чтобы стать строителем священного храма (the sacred temple) и жрецом Истины (a priest of Truth). «В одиночестве, такой жрец Истины живет, служа грядущим поколениям, и поддерживает неизменно ярким священный огонь (the sacred flame); жалость он может испытывать к тем, кто обитает внизу, но чувство общности (fellowship) – только по отношению к членам мистической церкви (the mystic communion) тех, кто создает и обслуживает (tend) те огни, которые освещают мир (the lights which illuminate the world)» [5, с.43].

Парадоксальность позиции Рассела состояла в том, что он стремился сочетать религиозный взгляд на вещи в сфере интеллектуального воображения, в том числе и на математику и занятия ею, с агностицизмом. (Упоминание «Бога» в процитированном выше письме к Гилберту Марри есть не более чем горькая ирония, ко времени его написания Рассел без сомнения уже не верил в Божественное творение.) Не только для самого Рассела, но и для круга Кембриджских «апостолов», к которому он принадлежал [7, с.58–63], в эти годы было характерно своеобразное отношение к религии.

Так, Литтон Стрейчи в письме к двоюродному брату Дункану Гранту[10] от 11 августа 1907 г., многозначительно намекал на это своеобразие. Он писал, что «апостолы» его поколения религиозны «должным образом» (in «the proper way»), и именно это отличает их от лишенных воображения и интеллекта «тупиц этого мира» (в оригинале еще грубее: «dullards and dungheaps of the world»). Вот почему им особенно важно быть бдительными, чтобы не дать путям мира сего (the world's «wretched methods») склонить их к отрицанию «нашего таинственного неведомого бога» («our mysterious unknown god») [1, с.356].

Что бы «апостол» Стрейчи при этом ни подразумевал, вряд ли его «неведомый бог» совпадал с тем, которого проповедовал в Афинском ареопаге апостол Павел (Деяния 17:22–23). Кембриджские «апостолы» в большинстве своем тяготели к агностицизму, их христианские убеждения часто хромали, а порой они были и прямо враждебны христианству. Так Лоус Дикинсон в более поздние годы писал, что если и придерживается христианских взглядов, то «в весьма нерешительной версии» («in rather a halting way», дословно: «в хромом виде») (письмо к Роджеру Фраю[11] от 3 июня 1921 г.) [1, с.405]. По сообщению того же Стрейчи, в 1902 г. «апостолы» обсуждали, следует ли им начать крестовый поход против христианства, и пришли к положительному решению по данному вопросу, с чем сам Стрейчи был вполне солидарен (письмо к Леди Стрейчи от 28 апреля 1902 г.) [1, с.400]. Даже если отнести последнее сообщение на счет характерного «апостольского» юмора, публичные действия ряда членов общества вполне отвечали реализации названной программы.

Что же представляла собой эта агностическая религиозность? Как «апостолы» понимали средний путь между религией и атеизмом?

Американский историк-британист У.К.Любенов[12], посвятивший целую главу своего исследования о Кембриджских «апостолах» их религиозным убеждениям, резюмирует свои наблюдения по данному вопросу следующим образом:

«...апостольский агностицизм был вызван к жизни скорее духовными, чем материалистическими импульсами...» [1, с.401].

«Их агностицизм никогда не впадал в материализм и всегда включал уважительное отношение к жизни воображения» [1, с.402].

«Апостолы-агностики были либералами. Их критический настрой возник из дисциплин, связанных с классической филологией, для которых было характерно желание освободить мысль из тюрьмы текстуального буквализма. И хотя они чувствовали, что, по-видимому, им уже поздно пытаться спасти христианство, апостольский агностицизм все еще надеялся сохранить духовные ценности (spiritual values) от влияния материализма, невежества, предрассудков, фанатизма и политической власти» [1, с.407].

«В конце апостолы осознали сколь многим они были обязаны христианству. [...] Стремление исполнить свой долг привело некоторых из ранних апостолов в церковь; тот же самый импульс привел некоторых из позднейших апостолов к выходу из нее. На протяжении всей их истории, чувство долга и ответственности перед истиной заставляло их поднимать вопросы о предельных вещах (ultimate things). Даже в конце, хотя некоторые из апостолов были безбожниками (were godless), они никогда не были лишены веры (were never without belief)» [1, с.409].

Как видим, Любенов не дает нам детального ответа на интересующий нас вопрос, указывая лишь основную тенденцию. По-видимому, общего ответа на него дать и невозможно. Каждый из «апостолов» имел свою уникальную позицию, более того, она могла существенно меняться в течение его жизни. И все же, между их конкретными позициями (в той мере, в которой их удается реконструировать) обнаруживается целая сеть корреляций.

Так весьма характерное соответствие наблюдается, например, между взглядами на религию (в первые годы двадцатого века) Бертрана Рассела и Дж.Э.Мура. Сопоставление позиций Рассела и Мура в данном контексте особенно важно, поскольку именно Мур имел на Рассела огромное влияние на рубеже веков, точнее в 1898–1904 годах [6, гл.9]. Так в предисловии к главной своей работе этих лет, «Принципам математики» (1903), Рассел писал: «По фундаментальным вопросам философии моя позиция во всех главных чертах заимствована у (derived from) мистера Дж.Э.Мура» [14, c.viii].

В 1901 г. Мур напечатал эссе «Ценность религии» (The Value of Religion). Хотя все рациональные аргументы в пользу существования личного Бога и необходимости верить в него Мур считал несостоятельными, он завершает свое эссе следующими примечательными словами:

«[Я] полагаю можно усомниться в том, что мы не можем по-прежнему сохранить те самые элементы, которые помогали религии быть наиболее эффективным орудием добра в прошлом. Фактически, это такие элементы, которые не имеют логической связи с верой в Бога. (1) Во-первых, такой ценный элемент имеется в религиозных эмоциях, которые исходят из умственного созерцания того, что мы считаем истинно и в полной мере благим. В самом деле, мы имеем законное право мыслить его как то, чему следует быть, но не как то, что есть или будет. Однако я сомневаюсь, что соответствующие эмоции должны утратить значительную часть своей силы по причине того, что их объект не реален. Пример воздействия литературы показывает, как сильно нас может трогать созерцание идеальных объектов, относительно которых мы, тем не менее, не утверждаем реального существования. Можно, в самом деле, задаться вопросом, не была ли наиболее эффективная часть во всех религиозных убеждениях всегда подобной убеждениям, относящимся к объектам воображения, – взгляд вполне совместимый с твердым убеждением, что мы имеем здесь дело не с фактами. (2) И, во-вторых, убеждение, что некоторым хорошим объектам следует обладать реальностью, и в самом деле необходимо для нашего комфорта. Но такие объекты мы имеем в изобилии. Без сомнения лучше было бы оставить поиски Бога, чье реальное существование есть и останется недоказуемым, и перенаправить те чувства, которые религиозный человек предпочитает расходовать на него, на представителей нашего собственного вида, которые хотя, возможно, и не настолько хороши, насколько мы способны вообразить хорошим Бога, все же заслуживают всей той привязанности, которую мы способны испытывать, и их помощь и симпатия, без сомнения, куда более реальны. Мы могли бы, не без пользы, поклоняться реальному созданию несколько больше, а его предполагаемому Создателю – куда меньше» [15, с.98].

Что же касается персонально Бертрана Рассела, то свою позицию (в те годы, к которым относится эссе «Изучение математики»), он подробно изложил в письме к Лоусу Дикинсону от 16 июля 1903 г.:

«Я рад, что вы пишите о Религии. Время как раз подходящее, чтобы были сказаны вещи, которые все из нас[13] знают, но которые не являются общеизвестными. Мне кажется, что наше отношение к религиозным вопросам нам следует проповедовать настолько широко насколько это возможно. Оно не совпадает с позицией ни одного из хорошо известных оппонентов христианства. Имеется традиция Вольтера, которая высмеивает весь предмет целиком с полуисторической, полулитературной позиции здравого смысла. Это, конечно же, безнадежно неадекватный подход, поскольку он ухватывает лишь случайности и патологические наросты исторически сложившихся систем. Затем имеется научная позиция Дарвина–Гексли, которая представляется мне полностью истинной, и совершенно губительной, если ее провести правильным образом, для всех обычных аргументов в защиту религии. Однако позиция эта слишком внешняя, слишком холодно-критическая, слишком отстраненная от эмоциональной стороны дела. Более того, она не способна добраться до корня проблемы без помощи философии. Далее имеются философы, такие как Брэдли[14], которые удерживают тень религии, слишком слабую для обретения утешения, но вполне достаточную, чтобы погубить их системы в интеллектуальном отношении. Но что мы должны делать, и что мы и делаем частным образом, так это относиться к религиозному инстинкту с глубоким уважением, однако настаивать, что ни крупицы истины нет в любой метафизике, которую он нам внушал и продолжает внушать. Смягчать эту позицию следует выявлением красоты мира и жизни, в той мере, в которой она существует, и, сверх всего, настаивать на сохранении серьезности религиозного отношения и его привычки задавать предельные вопросы. И если хорошо прожитые жизни – это лучшее, что мы знаем, то утрата религии придает новый масштаб мужеству и стойкости, и, тем самым, может сделать хорошо прожитые жизни еще лучше, чем все, для чего имелось место, пока религия делала для нас доступным лекарство в несчастии. Как часто я чувствую, что религия, подобно солнцу, затмевала и затмевает звезды меньшей яркости, но не меньшей красоты, которые светят на нас из тьмы вселенной без Бога. Величие человеческой жизни, говорю с чувством уверенности, больше для тех, кто не ослеплен божественным сиянием; и братство человеческое, пожалуй, сделается более глубоким и чутким на основе чувства, что все мы – изгнанники на негостеприимном берегу» [7, с.179–180].

В 1905 г. вышел сборник статей Лоуса Дикинсона «Религия: Критика и прогноз» (Religion: A Criticism and a Forecast) [16]. В процессе подготовки книги, Рассел отзывался о проекте одобрительно и особенно обратил внимание на следующую цитату из главы LXXIX книги Мориса Метерлинка «Мудрость и судьба» (La Sagesse et la Destinee, 1898), которую Дикинсон приводил в оригинале. В силу показательности этих слов для понимания позиции Рассела, приведу их полностью:

«Я могу бесконечно религиозным образом верить в то, что Бога нет, что мое появление в мире не имеет вне себя никакой цели, что существование моей души так же не нужно для экономии этого беспредельного мира, как мимолетные оттенки в окраске цветка, а вы можете самым мелочным образом верить в единого всемогущего Бога, который вас любит и защищает. И я буду счастливее и спокойнее вас, если моя неуверенность возвышеннее, благороднее и значительнее, чем ваша вера, если она глубже вопрошала мою душу, если она обошла более обширный горизонт, если она любила большее число явлений. Бог, в которого я не верю, становится более могущественным и более утешающим, чем тот, в которого вы верите, если я заслужил, чтобы мое сомнение покоилось на мыслях и чувствах более широких и чистых, чем те, которые воодушевляют вашу уверенность. Повторю еще раз; важно не то, чтобы верить или не верить; единственное значение имеет та честность, тот объем бескорыстия, та глубина мотивов, по которым мы верим или не верим» [17, с.426–427; 16, с.52].

Как видим, «апостолы» были далеко не одиноки в своих сомнениях и исканиях. Рассел резюмировал мысль Метерлинка следующим образом: «эмоции, с которыми мы созерцаем мир, могут быть религиозными, даже если мы не имеем никаких определенных теологических убеждений» (the emotion with which we contemplate the world may be religious, even if we have no definite theological beliefs). И еще компактнее и парадоксальнее: «отсутствие веры не может служить основанием для того, чтобы не мыслить религиозным образом» (the absence of a creed is no reason for not thinking in a religious way) (письмо к Лоусу Дикинсону от 20 июля 1904 г.) [7, с.181]. Это, пожалуй, наиболее удачные формулировки и позиции самого Рассела.

Для Рассела было важно отделить в религии метафизику от эмоциональной составляющей: первую следовало отвергнуть, а вторую – сохранить. В «Странствии жизни» (1902–1903) он писал: «Что составляет истинную сущность религии, когда все ненужные догмы, вся шелуха и внешние одеяния с нее сорваны? [...] Религия [...] – это скорее способ чувствовать, эмоциональный тон, чем какое-либо особое верование (a way of feeling, an emotional tone, rather than any specific belief). Религия – это страстная убежденность (the passionate determination), что человеческая жизнь должна обладать способностью к значимости (capable of importance), что нравственное достоинство и совершенство (virtue and excellence) должны стоять, по крайней мере, наравне с великими фактами Природы – небесами, ходом Времени и Судьбой» [5, с.53–54].

Рассел не верил в Бога в привычном смысле этого слова и был одним из ярких и непримиримых публичных критиков христианства, однако, религиозные искания и религиозная взволнованность – важнейшая подоснова его интеллектуальных предприятий, в том числе и его логицизма. Одно из наиболее открыто «религиозных» признаний Рассел сделал позднее, в письме к леди Констанс Моллесон[15] от 23 октября 1916 г.:

«Центр меня – это всегда и извечно страшная боль, – странная и очень сильная, – искание чего-либо за пределами того, что содержит в себе мир (beyond what the world contains), чего-либо преображенного и бесконечного (transfigured and infinite) – видения, дарующего блаженство (the beatific vision), – Бога – я не нахожу этого, я не думаю, что это может быть найдено, – однако, любовь к этому есть моя жизнь – это подобно страстной любви к призраку (passionate love for a ghost). Временами это наполняет меня гневом, временами – диким отчаянием, это источник мягкой доброты и жестокости, и работы, оно наполняет всякую страсть, которую я имею, – это действительная внутренняя пружина жизни во мне (the actual spring of life within me). Я не могу это объяснить или придать ему вид чего-либо помимо глупости, – но глупо оно или нет, а это источник всего сколько-нибудь хорошего, что есть во мне» [7, с.287].

О чем же говорится в эссе «Изучение математики»?

Через все эссе проходят две взаимосвязанные линии аргументации. Первая из них посвящена критике общепринятого способа преподавания математики на всех уровнях, от школы и до университета. Вторая – предельным целям занятий математикой и ценностью ее для человечества. Эти линии тесно связаны между собой, поскольку главную причину неудовлетворительного состояния преподавания математики Рассел видит именно в забвении целей всего мероприятия. Итак, главный предмет эссе – *собственные цели и идеал математики*.

Математика для Рассела – это чистая математика, трактуемая как особый, а, возможно, и величайший вид *искусства*. В этом смысле, математика есть «цель в себе». Прикладная математика хотя и признается им, но всерьез не принимается в расчет при определении главной цели математики. Рассел утверждает *автономию* математики и существенную «взаимную свободу» математики и мира опыта друг от друга.

Для математики особенно характерна «способность иметь дело с общим как таковым» и стремление достигать «наивысшей возможной общности». Математика для Рассела имеет «чисто идеальный характер». Это «область абсолютной необходимости, которой не только действительный, но и всякий возможный мир, должен соответствовать». Его позиция здесь – яркий образчик *математического платонизма*. Эндрю Бринк (один из редакторов двенадцатого тома «The Collected Papers») охарактеризовал обсуждаемое эссе Рассела как «пифагорейское» и «идеалистическую мечту» [5, с.xvi, xix], а С.П.Розенбаум[16] весьма удачно назвал его «платоническим пеаном» (Platonic paean) [2, с.265].

Вера в достоинство разума, силу логики и строгое доказательство, которые способны преодолевать человеческую ограниченность и вести к обретению абсолютной истины, вот что должны воспитывать занятия математикой в первую очередь. Они должны воспитывать также «любовь к системе, к установлению взаимосвязей». Подлинные красота и совершенство математики открываются нам только, когда мы видим ее как «логическое целое», когда понимаем, как все ее содержание «следует необходимым образом из небольшого числа фундаментальных законов», являющихся для Рассела законами логики. Его позиция – это *логицизм*. Рассел призывает на помощь метафору «дерева», но особенно упорно обращается к метафоре «построения величественного здания» (дворца, храма, монастыря)[17], которая уже знакома нам по приведенным выше цитатам из «Поклонения свободного человека» и восхищенного письма Литтона Стрейчи: «законы логики играют в математике ту же роль, что законы композиции в архитектуре».

Величие математики, открывающееся нам в «монастыре умозрения», противопоставляется в эссе убожеству реального мира, который постоянно обманывает наши лучшие надежды, и оценивается Расселом, как «то второсортное, которому нет конца, вечный компромисс между идеальным и достижимым». Эта тема вновь напоминает нам о тесной взаимосвязи двух эссе Рассела 1902 г., «Изучения математики» и «Поклонения свободного человека», а значит – и взглядов их автора на ценность математики и его религиозно-этических исканий.

Примечания

[1] Журнал просуществовал менее четырех лет (с ноября 1907 по май 1910 гг.), редактировал его Десмонд Маккарти. Desmond MacCarthy (1877–1952) – литературный критик и журналист, который был, как и Рассел, членом тайного интеллектуального общества Кембриджских «апостолов» [1]. Журнал публиковал эссе на научные и философские темы, а также литературную критику. Политики в нем было минимально (либерального уклона). Здесь выходили эссе кембриджских философов, обращенные к широкой аудитории [2, с. 259–284].

[2] Журнал издавался с 1903 по 1907 гг. и контролировался Кембриджскими «апостолами». Редакционный совет составляли: историк Джордж Маколей Тревельян (George Macaulay Trevelyan, 1876–1962), философ и друг Рассела со времени учебы в Кембридже Голдсуорти Лоус Дикинсон (Goldsworthy (‘Goldie’) Lowes Dickinson, 1862–1932), а также филологи-классики Nathaniel Wedd (1864–1940) и Robert (‘Robin’) Mayor (1869–1947) [2, с.9–29; 1, с.216]. «Поклонение свободного человека» очень понравилось Тревельяну, которого поддержал Дикинсон [5, с.62–65].

[3] Giles Lytton Strachey (1880–1932) – английский писатель и литературный критик, член группы Блумсбери и один из «апостолов».

[4] Речь идет о еще одном кембриджском философе и «апостоле», Джордже Эдварде Муре (George Edward Moore, 1873–1958). Об отношениях Мура и Рассела см. [6, гл.9].

[5] Приведу часть содержащегося в «Автобиографии» рассказа, позволяющую понять основную направленность этого «обращения». Речь в нем идет об Эвелин, жене А.Н.Уайтхеда (Alfred North Whitehead, 1861–1947), наставника, а затем друга и соавтора Рассела, также одного из «апостолов». Имеются непрямые свидетельства, заставляющие биографов предполагать, что Рассел был втайне неравнодушен к Эвелин Уайтхед [10, с.129–130]. Последнее, возможно, объясняет силу переживаний Рассела. «Вернувшись домой, мы застали миссис Уайтхед переживающей необычайно сильный приступ боли. Она казалась отрезанной ото всех и всего стенами страдания, и чувство одиночества каждой человеческой души ошеломило меня. [...] Внезапно мне показалось, что почва ушла из под ног, и я обнаружил себя в совершенно ином мире. В пределах пяти минут я прошел через что-то вроде следующей серии размышлений: одиночество человеческой души невыносимо; ничто не способно прорвать его за исключением наивысшей интенсивности того типа любви, который проповедуют религиозные учителя; все, что не из этого мотива возникает – вредно, или, в лучшем случае, бесполезно; отсюда вытекает, что война – ошибочна, что образование в частных школах – отвратительно с нравственной точки зрения, что следует протестовать против применения силы, и что в человеческих отношениях следует стремиться проникнуть в самую сердцевину одиночества каждой личности и обращаться именно к ней. [...] К концу этих пяти минут я стал совершенно другой личностью. Некоторое время, своего рода мистическое озарение владело мною. Я чувствовал, что знаю сокровенные помыслы каждого встреченного мною на улице человека, и, хотя это, без сомнения, была иллюзия, я, в самом деле, оказался в более близких отношениях, чем раньше, со всеми моими друзьями и со многими знакомыми. Я был империалистом, но за эти пять минут обратился в пробурски настроенного человека и пацифиста. Я многие годы заботился исключительно о точности и анализе, а тут обнаружил, что полон полумистических чувств в отношении красоты, интенсивного интереса к детям, желания, почти столь же глубокого как у Будды, найти философию, которая должна сделать человеческую жизнь выносимой. Странное воодушевление владело мной; оно включало сильную боль, но также некоторый элемент триумфа, вызванного тем фактом, что я способен контролировать эту боль и сделать ее, так мне казалось, вратами к мудрости. Мистическая проницательность, которой, как я тогда воображал, я стал обладать, по большей части угасла, а привычка к анализу заново утвердилась в своих правах. Однако кое-что из того, что, как я тогда думал, мне в тот момент открылось, так и осталось со мной, определяя собой мою позицию во время первой мировой войны, мой интерес к детям, мое безразличие к мелким неудачам, и определенный эмоциональный тон в моих отношениях с людьми» [7, с. 137; 11, с.151–152; 5, с.xix–xxi].

[6] Ситуация несколько улучшилась только к 1905 г., но, в целом, кризис продолжался до «второго обращения» Рассела 1911 г. [5, с.xxi–xxv], которое было связано с установлением близких отношений с Оттолайн Моррелл (Lady Ottoline Morrell, 1873–1938).

[7] Названный парадокс разъясняется в учении Рассела о бессмертии прошедшего. В эссе «Об истории» (On History, 1904) читаем: «Только прошлое обладает истинной реальностью (the past alone is truly real): настоящее есть не более чем болезненное, происходящее в борьбе рождение в неизменное бытие того, чего более уже нет (the immutable being of what is no longer). Только умершее (the dead) существует в полной мере (exist fully). [...] [П]рошлое, вечно поглощающее преходящие порождения настоящего, живет универсальностью смерти; неуклонно, непреодолимо, оно присоединяет все новые трофеи к своему молчаливому храму (its silent temple), в строительстве которого принимают участие все поколения; каждое великое деяние, каждая выдающаяся жизнь, каждое достижение и каждый героический провал бережно сохраняется в нем как святыня (is there enshrined)» [5, с.81–82].

[8] Hilbert Murray (1866–1957) – филолог-классик и публичный интеллектуал либеральной ориентации. Именно его Рассел благодарит за подсказанную цитату из Платона в тексте эссе «Изучение математики».

[9] Речь идет об этической концепции, которую сформулировал Иеремия Бентам и популяризировал столь важный для интеллектуального формирования Рассела Дж.С.Милль. Согласно Бентаму, нравственно то, что приносит наибольшее счастье наибольшему числу людей.

[10] Duncan James Corrowr Grant (1885–1978) – британский художник и дизайнер, член группы Блумсбери.

[11] Roger Eliot Fry (1866–1934) – художник и художественный критик, «апостол», член группы Блумсбери, один из друзей Рассела по Кембриджу [7, с.53].

[12] William (Bill) Cornelius Lubenow (р. 1939).

[13] Возможно, Рассел имеет в виду именно «апостолов».

[14] Фрэнсис Брэдли (Francis Herbert Bradley, 1846–1924) – оксфордский философ, глава британского неогегельянства.

[15] Lady Constance Malleson (Colette O'Niel) (1895–1975) – британская писательница и актриса, в то время у них с Расселом начинался роман.

[16] Stanford Patrick Rosenbaum (1929–2012) – канадский исследователь группы Блумсбери.

[17] Ср. интересные размышления Дирка Шлимма [18] об использовании метафор «дерева» и «здания» для представления математики в целом немецкими математиками рубежа XIX–XX вв. (М.Пашем, Г.Фреге, Ф.Клейном и Д.Гильбертом).

Список литературы

1. *Lubenow W.C.* The Cambridge Apostles, 1820–1914: Liberalism, Imagination, and Friendship in British Intellectual and Professional Life. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1998.
2. *Rosenbaum S.P.* Edwardian Bloomsbury: The Early Literary History of the Bloomsbury Group. Vol.2. MacMillan Press, 1994.
3. *Blackwell K. & Ruja H.* A Bibliography of Bertrand Russell. [In Three Vols.] London and New York, 1994.
4. *Russell B.* Mysticism and Logic. London: G. Allen & Unwin Ltd., 1917.
5. *Russell B.* Contemplation and Action 1902–14 (The Collected Papers of Bertrand Russell, Vol. 12) / Ed. by *R.A.Rempel*, *A.Brink* and *M.Moran*. London and New York: Routledge, 1993.
6. *Пассмор Дж.* Сто лет философии. М.: Прогресс–Традиция, 1998.
7. *Russell B.* Autobiography [1967–1969] (Routledge Classics). London & NY: Routledge, 2009.
8. *Russell B.* Philosophical Essays. London: Longmans, Green and Co., 1910.

9. *Рессель Б.* Новейшие работы о началах математики // Новые идеи в математике / Под ред. *А.В.Васильева*. Сб. 1: Математика. Метод, проблемы и значение ее. СПб.: Образование, 1913. С.82–105.
10. *Monk R.* Bertrand Russell: The Spirit of Solitude, 1872–1921. New York: The Free Press, 1996.
11. *Рассел Б.* Автобиография [печатается в сокращении] // Иностранная литература. 2000. №12. С.97–240.
12. *Griffin N.* The Prehistory of Russell's Paradox // One Hundred Years of Russell's Paradox: Mathematics, Logic, Philosophy / Ed. by *G.Link*. Berlin: Walter de Gruyter, 2004. P.349–371.
13. *Рассел Б.* Почему я не христианин: Избранные атеистические произведения. М.: Политиздат, 1987.
14. *Russell B.* The Principles of Mathematics. Vol.1. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1903.
15. *Moore G.E.* The Value of Religion // International Journal of Ethics. Vol.12. No.1. (Oct. 1901.) P.81–98.
16. *Dickinson G.L.* Religion: A Criticism and a Forecast. New York: McClure, Phillips & Co., 1905.
17. *Метерлинк М.* Разум цветов. М.: Московский рабочий, 1995.
18. *Schlimm D.* Metaphors for Mathematics from Pash to Hilbert // Philosophia Mathematica (III). 2016. Vol.24. No.3. P.308–329.

ИЗУЧЕНИЕ МАТЕМАТИКИ

Бертран Рассел

Перевод с английского и комментарии В.А.Шапошникова

В отношении каждой формы человеческой активности необходимо время от времени задаваться вопросом: в чем состоит ее цель и идеал? Каким способом она вносит вклад в красоту человеческого существования? В отношении же тех видов деятельности, которые лишь весьма отдаленно участвуют в обеспечении самого механизма жизни, полезно помнить, что не следует ограничивать наши устремления одними лишь голыми средствами к существованию, но искусство жить в созерцании великих вещей не менее желательно. Еще в большей мере это относится к тем занятиям, которые не имеют никакой внешней цели, и судить которые, если и возможно, то только по их вкладу во всемирную копилку долговременных приобретений. Необходимо сохранять живым знание их [внутренних] целей, ясное предвосхищающее видение того храма, в который надлежит воплотиться творческому воображению.

Осуществление названной потребности в отношении тех занятий, которые по обычаю образуют материал, избранный для тренировки молодых умов, в действительности, до обидного, далеко, настолько далеко, что самому утверждению об этом придает вид нелепости. Великие люди, в полной мере чувствующие красоту тех созерцаний, служению которым отдана их жизнь, движимые желанием сделать и других способными разделить их радости, убедили человечество передать последующим поколениям то механическое знание, без которого невозможно пересечь [заветный] порог. Сухие педанты присвоили себе привилегию прививать это знание. Они забывают, что оно призвано служить не более чем ключом, отмыкающим двери храма; и хотя они проводят свои жизни на ступенях, ведущих к священным дверям, они поворачиваются спиной к храму столь решительно, что забывают о самом его существовании. В результате, та рвущаяся вперед молодежь, которая жаждет быть введенной под его своды и арки, вынуждается повернуть вспять и пересчитывать ступени лестницы.

Математика, возможно даже больше чем изучение Греции и Рима[1], пострадала от подобного забвения подлинного ее места в цивилизации. Хотя традиция и постановила, что подавляющее большинство образованных людей должно знать хотя бы начала этого предмета, однако причины возникновения самой традиции забыты, погребены под грандиозной мусорной кучей из педантизмов и тривиальностей. Обычный ответ, который получает тот, кто расследует вопрос о цели математики, состоит в том, что она облегчает создание машин, путешествия с места на место, и победу над иностранными государствами, будь то на поприще войны или торговли. Если на это возражают, что осуществлению подобных целей, – каждая из которых обладает весьма сомнительной ценностью, – невозможно способствовать на уровне элементарного изучения, которым ограничивают требования к тем, кто не собирается стать профессиональным математиком, то, весьма вероятно, последует справедливый ответ, что математика тренирует умственные способности. Однако те самые люди, которые дают такой ответ, в большинстве своем, отнюдь не спешат устранить из преподавания определенные ошибки, которые известны в качестве таковых, и инстинктивно отвергаются неискушенным умом всякого сообразительного ученика[2]. Да и сама умственная способность обычно понимается теми, кто настаивает на ее совершенствовании, как всего лишь средство избегать промахов и подспорье в открытии правил для руководства в повседневной жизни. Все это бесспорно важные достижения, которые делают честь математике; однако не они дают математике право занять почетное место во всякой системе общего образования. Платон, как мы знаем, считал созерцание математических истин достойным Бога; и Платон, возможно в большей степени, чем кто-либо еще из людей, осознал, каковы те элементы человеческой жизни, которые заслуживают места на небесах. Есть в математике, говорит он, «нечто *необходимое* и отбрасывать его здесь нельзя. ... и, если я не ошибаюсь, божественной необходимости. Если же дело идет о человеческих необходимостях – а ведь именно это имеет в виду большинство людей, высказывая такое суждение, – то подобное утверждение будет самым нелепым из всех. *Клиний*. Какие же из необходимостей при обучении, чужеземец, будут не человеческими, а божественными? *Афинянин*. Помоему, это те, без осуществления, а также усвоения которых решительно никто не стал бы для людей богом, даймоном или героем и не смог бы ревностно печься о людях» (Законы, 818)*[3]. Таково было суждение Платона о математике; однако математики не читают Платона, в то время как те, кто читают его, вовсе не знают математики, и воспринимают его мнение по данному вопросу просто как странное заблуждение.

Математика, при правильном на нее взгляде, обладает не только истинностью, но также высшей красотой, – красотой холодной и строгой (cold and austere), подобной красоте скульптуры, которая не прибегает ни к одной из более слабых частей нашей природы, которая не использует эффектных внешних украшений, свойственных живописи или музыке, и, тем не менее, – возвышенно чистой (sublimely pure) и способной к тому суровому совершенству (stern perfection), которое может демонстрировать лишь величайшее искусство. Тот истинный дух высшего наслаждения, то восторженное состояние, чувство, говорящее что ты более чем человек, которые являются пробным камнем высшего совершенства, могут быть обнаружены в математике столь же несомненно, как и в поэзии. Лучшее, что есть в математике, заслуживает не просто быть выученным в качестве задания, но – быть усвоенным в качестве части повседневного размышления, которое вновь и вновь предстает перед нашим мысленным взором, принося постоянно возобновляемую поддержку. Для большинства людей реальная жизнь – это то второсортное, которому нет конца, вечный компромисс между идеальным и достижимым. Однако мир чистого разума не знает ни этого компромисса, ни практических ограничений, ни преград той творческой активности, которая в величественных интеллектуальных постройках воплощает страстное стремление к совершенству, в котором и берут начало все великие творения. Вдали от человеческих страстей, вдали даже от прискорбных фактов природы, многие поколения шаг за шагом создавали упорядоченный мир (ordered cosmos), в котором чистая мысль может обитать как в естественном для нее доме, и где хотя бы один из наших благородных порывов может укрыться от унылой ссылки действительного мира.

Столь мало, однако, математики были доселе нацелены на красоту, что вряд ли хоть что-то в их работе имело ее осознанной целью. Благодаря живучим инстинктам, которые были куда луч-

* Это место было указано мне профессором Гилбертом Марри (Gilbert Murray).[4]

ше, чем декларируемые убеждения, многое подверглось оформлению со стороны бессознательного вкуса; но многое было также и испорчено ложными понятиями о том, что является подходящим. Характерное для математики совершенство может быть обнаружено только там, где рассуждение строго логично (rigidly logical): законы логики играют в математике ту же роль, что законы композиции (structure) в архитектуре. В наиболее красивых работах, представлена такая цепочка аргументации, в которой каждое звено важно на своем месте, которую всю пронизывает настроение легкости и прозрачности, а посылки позволяют достичь большего, чем можно было бы счесть возможным, причем средствами, которые выглядят естественными и неизбежными. Если литература осуществляет общее через описание конкретных обстоятельств, чье универсальное значение лишь просвечивает сквозь индивидуальное облачение; то математика пытается представить всякий самый общий предмет в его чистоте, без каких-либо не относящихся к делу внешних украшений.

Как следует осуществлять преподавание математики, чтобы передавать учащимся как можно больше из этого высокого идеала? В этом вопросе нашим руководителем, в значительной степени, должен быть опыт; однако некоторые максимы могут быть сформулированы на основе тщательного рассмотрения той предельной цели, к достижению которой мы стремимся.

Одна из главных целей, которой служит математика при правильном ее преподавании, это пробуждение веры учащегося в разум, его уверенности в истинности того, что было доказано, а также – в ценности доказательства. Этой цели существующий способ преподавания не служит; однако нетрудно увидеть те пути, на которых ей можно было бы послужить. На настоящий момент, в том, что касается Арифметики, мальчику или девочке предлагается набор правил, которые предстают не истинными или ложными, но всего лишь выражающими волю учителя, тот способ, которым, по некоторым непостижимым причинам, учитель предпочитает, чтобы игра велась. До некоторой степени, в изучении подобной определенно практически полезной вещи, это без сомнения неизбежно, но, насколько возможно ранее, основания этих правил следует систематически изложить, используя те средства, которые в наибольшей степени способны вызвать отклик в детских умах. В Геометрии, стоит отказаться от утомительного аппарата ошибочных доказательств тех очевидных трюизмов, которые образуют начало геометрии у Евклида.[5] На первых порах, изучающему следует позволить допускать истинность всего очевидного, и обучать его доказательствам таких теорем, которые сразу вызывают удивление, и истинность которых легко может быть установлена действительным построением: теоремам, вроде тех, в которых показывается, что три или более линий сходятся в одной точке. Это тот путь, на котором порождается вера; становится видным, что рациональное мышление способно приводить к удивительным заключениям, которые, тем не менее, подтверждаются фактами, а, тем самым, инстинктивное недоверие ко всему абстрактному или рациональному постепенно преодолевается. В тех случаях, когда теоремы сложны, следует сначала преподавать их в форме упражнений на геометрические построения, до тех пор, пока соответствующая фигура не станет вполне привычной. Следующим приемлемым шагом будет преподать логические связи между различными линиями и окружностями, отвечающие заданным условиям. Желательно также, чтобы иллюстрирующие теорему чертежи рисовались для всех возможных случаев и форм, так, чтобы те абстрактные отношения, которыми Геометрия и занимается, могли выявиться сами по себе, в качестве сухого остатка сходств, среди кажущегося столь великим разнообразия. На этом пути абстрактные доказательства должны занимать лишь незначительную часть учебного процесса, и должны приводиться только тогда, когда подробное знакомство с конкретными случаями уже сделает возможным их восприятие в качестве естественной фиксации непосредственно наблюдаемого факта. На этой ранней стадии обучения доказательства не следует приводить с педантичной полнотой. Определенно ошибочные методы, такие как метод наложения, должны быть решительно исключены с самого начала, однако там, где без применения подобных методов доказательство стало бы слишком сложным, результат следует делать приемлемым с помощью таких аргументов и иллюстраций, которые явным образом противопоставлены доказательству [и не претендуют занять его место].

В начале изучения Алгебры даже самый смышленый ребенок сталкивается, как правило, с очень большими сложностями.[6] Использование букв – это таинство, которое, как кажется, не преследует никакой иной цели кроме мистификации. Поначалу, почти невозможно избежать представления, согласно которому каждая буква обозначает некоторое конкретное число, просто учитель не желает открыть – какое именно. Ведь фактически, именно в Алгебре наш разум впервые научается иметь дело с общими истинами, такими истинами, которые относятся не к той или иной конкретной вещи, но к любой из целой группы вещей. Именно в способности понимать и открывать такие истины заключается власть интеллекта надо всем миром вещей, как действительных, так и возможных; а способность иметь дело с общим как таковым – это один из тех даров, которые должно приносить математическое образование. В сколь малой степени, как правило, учитель способен, однако, сделать понятной ту пропасть, которая отделяет Алгебру от Арифметики, и сколь малую поддержку получает ученик в своих усилиях нащупать эту разницу! Обычно, тот метод, который был принят в преподавании Арифметики, продолжает применяться и здесь. Правила формулируют, не давая никакого адекватного объяснения оснований для их принятия, и ученик учится применять эти правила вслепую, и, вскоре, когда он обретает способность получать тот самый ответ, который ожидает от него учитель, он думает, что вполне овладел предметом. И это при том, что в отношении внутреннего понимания используемого процесса он, вероятно, не приобрел почти ничего.

После того, как Алгебра пройдена, все идет гладко, пока мы не добираемся до тех разделов, которые используют понятие бесконечности – анализа бесконечно малых и всей высшей математики. Разрешение тех трудностей, которые прежде окружали математическое бесконечное, – это, пожалуй, величайшее достижение, которым обязан гордиться наш собственный век. Эти трудности были известны уже у истоков греческой мысли, и в каждом веке лучшие умы понапрасну искали ответа на, по-видимому, не имеющие ответа вопросы, которые были поставлены еще Зеноном Элейским. В конце концов, Георг Кантор нашел искомый ответ, завоевав для интеллекта новую обширную область, которая до того пребывала во власти Хаоса и старушки Ночи. Самоочевидным, пока Кантор и Дедекинд не установили противоположное, считалось, что если из любого множества вещей (collection of things) сколько-то изъять, то число оставшихся вещей всегда должно быть меньше, чем число вещей исходных. Это допущение, как оказалось, выполняется лишь для конечных множеств, а отказ от него по отношению к бесконечному, как было показано, устраняет все трудности, которые ранее ставили человеческий разум в этих вопросах в тупик, и делает возможным создание точной науки о бесконечном. Этот потрясающий факт должен был бы произвести революцию в преподавании высшей математики; даже взятый сам по себе он внес неизмеримый вклад в повышение образовательной ценности нашего предмета, и, наконец, предоставил средства, которые позволили придать логическую точность многим областям изучения, которые до недавнего времени были окутаны мраком и изобиловали ошибками. Для тех, кого учили по-старому, эти новые работы представляются чудовищно трудными, неясными и невразумительными; и, следует признать, что даже сам первооткрыватель, как часто бывает, с большим трудом выбрался из той мглы, которую разгоняет свет его интеллекта. По сути, однако, для всякого беспристрастного и пытливого ума, новое учение о бесконечном облегчило освоение высшей математики. Ведь до недавнего времени, требовалось в ходе длительного изощрения ума приучать его соглашаться с аргументами, которые, при первоначальном знакомстве, вполне справедливо признавались им путанными и ошибочными. Математическая подготовка последних двух столетий далеко отклонилась от формирования бесстрашной веры в разум и смелого отвержения всего, что не соответствует строжайшим требованиям логики. Она стала оправдывать веру в то, что многие вещи, которые строгое исследование отвергло бы как ошибочные, должны, тем не менее, быть приняты, поскольку они работают, как выражаются математики, «на практике». В результате, трусливый дух компромисса, или, напротив, жреческая вера в таинства, недоступные для непосвященных, прививались там, где должен был властвовать один только разум[7]. Настало время все это вымести вон; пусть тех, кто хочет проникнуть в тайны математики, сразу учат истинной теории во всей ее логической чистоте, и в той последовательности, которая вытекает из самой сущности рассматриваемых объектов.

Если мы смотрим на математику как на цель в себе, а не как на элемент технической подготовки инженеров, то очень желательно сохранить чистоту и строгость ее рассуждений. В соответствии с этим, тех, кто уже приобрел достаточное знакомство с более легкими ее частями, следует вести в обратном направлении, от предложений, которые они принимали в качестве недоказуемых, ко все более и более фундаментальным принципам, из которых то, что ранее представлялось первичными положениями, может быть выведено. Их следует научить, – и теория бесконечности дает этому весьма уместные иллюстрации, – что многие предложения, которые представляются самоочевидными для неподготовленного ума, при более близком и тщательном исследовании оказываются ложными. Подобным способом они будут приведены к скептическому исследованию первых принципов, изучению тех оснований, на которых возведено целостное величественное здание рациональных рассуждений, или, если воспользоваться, возможно, более подходящей метафорой, тот великий ствол, из которого берут начало его раскидистые ветви. На этом этапе, хорошо заново пройти элементарные части математики, задаваясь теперь не только вопросом об истинности того или иного предложения, но и вопросом о том, как оно произрастает из центральных принципов логики. Подобные вопросы могут теперь получить ответ с той точностью и достоверностью, которые ранее были невозможны; и в тех цепях рассуждений, построения которых этот ответ требует, раскрывается, наконец, единство всего математического знания (studies).

В подавляющем большинстве математических учебников наблюдается полное отсутствие единства метода и систематического развития центральной темы. Предложения самых различных видов доказываются любыми средствами, которые покажутся наиболее легкими для восприятия, а большая часть места отводится просто занятным диковинкам, которые не вносят никакого существенного вклада в основную линию аргументации. Однако в величайших трудах, единство и неизбежный характер [выводов] чувствуются не меньше, чем в постепенном раскрытии [сюжета] драмы; в исходных посылках некоторый предмет предлагается на рассмотрение, а каждый последующий шаг дает определенное продвижение на пути к полному овладению его природой. Любовь к системе, к установлению взаимосвязей, которая вероятно образует глубочайшую суть интеллектуального устремления, находит возможность реализовать себя в математике настолько свободно, как нигде более. Причастный этому устремлению ученик не должен быть отвращен от него чередой бессмысленных примеров, или сбит с толку забавными странностями, но поддержан в стремлении сосредоточиться на центральных принципах, освоиться со структурой тех разнообразных предметов, которые предлагаются ему на рассмотрение, с легкостью переходить по шагам наиболее важных логических выводов. Так воспитывается хороший тон мышления, а внимание приучается быть избирательным, отдавая предпочтение тому, что весомо и существенно.

Когда каждая из отдельных областей, на которые разделена математика, будет увидена им как логическое целое, естественно вырастающее из образующих принципы предложений, тогда учащийся обретет способность постичь и ту фундаментальную науку, которая объединяет и систематизирует все целое дедуктивных рассуждений. Это Символическая Логика – та область изучения, которая, хотя и обязана своим началом Аристотелю, однако, в смысле более широкого развития, является почти полностью продуктом девятнадцатого века, да и в настоящее время, все еще продолжает стремительно разрастаться. В Символической Логике истинным методом открытия, а вероятно также и наилучшим способом ввести в предмет обучающегося, уже знакомого с другими частями математики, служит анализ действительных примеров дедуктивных рассуждений, который направлен на выявление используемых в них принципов. Принципы эти, по большей части, столь прочно укоренены в наших логических инстинктах (ratiocinative instincts), что применяются вполне неосознанно, и требуются особые усилия и большое терпение, чтобы извлечь их на свет. Однако когда они, наконец, найдены, становится ясным, что их совсем немного, и они служат единственным источником всего, что есть в чистой математике. Открытие, что вся математика следует необходимым образом из небольшого числа фундаментальных законов, относится к числу таких, которые сверх всякой меры повышают интеллектуальную красоту целого. На тех, кого удручала фрагментарность и неполнота большинства существующих дедуктивных цепей, это открытие воздействует с ошеломляющей силой [подлинного] откровения. Подобно некому дворцу проступающему из осенней мглы, по мере того как путешественник поднимается все выше и выше по склону горы где-нибудь в Италии, впечатляющие ярусы величественного здания математики предстают взору в подобающем порядке и отношении, и в каждой его части открывается новое совершенство.

Пока Символическая Логика еще не достигла теперешнего развития, те принципы, от которых зависит математика, неизменно предполагались имеющими философскую природу; открыть их представлялось возможным только теми ненадежными и лишенными прогрессивного духа методами, которыми до настоящего времени пользовались философы. Пока сохранялись такие представления, математика казалась не самодостаточной (not autonomous), но зависимой от исследования, использующего методы совершенно отличные от ее собственных. Более того, поскольку природа тех постулатов, из которых возможно выведение арифметики, анализа и геометрии, была окутана всеми теми традиционными неясностями, которые характерны для метафизических дискуссий, то и величественное здание, выстроенное на подобных сомнительных основаниях, стало рассматриваться как своего рода воздушный замок. В этом отношении, открытие того, что ее истинные принципы в той же степени являются частью математики, как и любое из их следствий, самым существенным образом повысило то интеллектуальное удовлетворение, которое может быть получено [от изучения математики]. Не следует лишать этого удовольствия тех учащихся, которые способны его испытывать, ведь оно повышает наше уважение к человеческим способностям и наше знание относящихся к абстрактному миру красот.

Философы в большинстве своем придерживались того мнения, что законы логики, которые лежат в основе математики, – это законы мышления, законы управляющие деятельностью наших умов[8]. Такая точка зрения очень существенно занижает истинное достоинство разума: он перестает быть исследованием, проникающим в самое сердце и неизменную сущность всех вещей, как действительных, так и возможных, становясь, вместо того, изучением чего-то более или менее человеческого, чего-то подверженного нашим [человеческим] ограничениям. Созерцание того, что не является человеческим, открытие, что наши умы способны иметь дело с материалом ими не созданным, а, сверх всего, осознание, что красота принадлежит внешнему миру также как и внутреннему, – вот главные средства преодоления ужасного чувства бессилия и слабости, а также ощущения, что находишься в ссылке среди враждебных сил (hostile powers). Подобные чувства более чем естественно возникают из признания чуть ли не всевластия [в этом мире] чуждых [нам] сил (alien forces). Примирить нас, через демонстрацию ее устрашающей красоты, с верховной властью Судьбы, которая есть всего лишь литературная персонификация этих самых сил, – задача трагедии. Однако математика уводит нас еще дальше от того, что является человеческим, в область абсолютной необходимости, которой не только действительный, но и всякий возможный мир, должен соответствовать (conform). И здесь она создает себе обиталище, или, вернее, находит обиталище вечно пребывающее (a habitation eternally standing), где наши идеалы находят полное удовлетворение, а наши лучшие надежды не обмануты (not thwarted). Только когда мы до конца понимаем полную нашу независимость, которая принадлежит тому миру, который открывает разум, тогда мы способны адекватным образом осознать глубочайшее значение его красоты.

Не только математика независима от нас и наших мыслей, но, хотя и в другом смысле, мы и вся вселенная существующих вещей – независимы от математики. Способность ухватить мыслью этот чисто идеальный характер математики совершенно необходима, коль скоро нам предстоит правильно понять ее место, как одного из искусств. Прежде считалось, что чистый разум способен, в некоторых аспектах, быть решающей инстанцией в отношении природы действительного мира: Геометрия, по крайней мере, рассматривалась, как имеющая дело с тем самым пространством, в котором мы живем. Однако теперь мы знаем, что чистая математика никогда не может иметь решающего голоса (can never pronounce upon) в вопросах действительного существования. Мир разума, в некотором смысле, контролирует мир фактов, однако ни на каком этапе он не создает факты, а, в ходе приложения его выводов к миру в пространстве и времени, его достоверность и точность оказываются затерявшимися среди приближений и рабочих гипотез. В прошлом, те объекты, которые изучали математики, относились в основном к типу подсказанного явлениями (a kind suggested by phenomena), однако от подобных ограничений абстрактному воображению следует быть полностью свободным. Соответственно, [обеим сторонам] должна быть предоставлена взаимная свобода (a reciprocal liberty): разум не может диктовать [свои условия] миру фактов, а факты не могут ограничивать привилегию разума иметь дело с любыми объектами, которые его любовь к красоте может счесть заслуживающими рассмотрения. Здесь, как и во всех других случаях, мы создаем наши собственные идеалы из тех фрагментов, которые приходится отыскивать в мире; так что в итоге уже затруднительно сказать является ли результат чем-то созданным или открытым (a creation or a discovery).

В ходе преподавания, очень желательно не просто убедить изучающего в правильности и точности обладающих важностью теорем, но сделать это таким способом, который, среди всех возможных путей, обладает наибольшей красотой. Истинный интерес доказательства не сосредоточен, как полагают традиционные способы [подачи материала], исключительно в итоговом результате; если же такое действительно случается, то на это следует смотреть как на недостаток, который требует, если возможно, исправления посредством такого обобщения шагов доказательства, что каждый становится важным в себе и для себя. Аргумент, который служит лишь подтверждению заключения, подобен истории, целиком подчиненной некоторой морали, которую она призвана нам преподнести: в эстетически совершенном целом, ни одна часть не должна быть всего лишь средством для этого целого. Это определенный практический дух, жажда быстрого прогресса и захвата новых областей, вот что ответственно за недолжный акцент на результатах, который преобладает в математическом преподавании. Предпочтительнее, предложить некоторую тему для размышления: в Геометрии, это какая-нибудь фигура, обладающая важными свойствами, в анализе, – какая-то функция, изучение которой способно пролить [на что-либо] свет, и т.д. Во всех случаях, где доказательства зависят только от некоторых из тех признаков, посредством которых мы определяем объект изучения, эти признаки должны быть выделены и исследованы сами по себе: ведь это недостаток в аргументации, использовать больше посылок, чем требуется для получения заключения. То, что математики называют элегантностью, возникает из использования исключительно тех определяющих принципов, благодаря которым тезис и обладает истинностью. Одно из достоинств Евклида состоит в том, что он продвигается настолько далеко, насколько ему удается, без применения аксиомы параллельных, причем, вовсе не потому, что, как часто говорят, эта аксиома по сути своей спорна, но потому, что в математике каждая новая аксиома снижает общность получаемых теорем, а наивысшая возможная общность – это то, чего следует искать прежде всего остального.

О влиянии математики вне ее собственной сферы было написано куда больше, чем о таком предмете, как подобающий ей самой идеал. Влияние на философию было в прошлом наиболее заметным, но и наиболее неоднозначным (varied). Так в семнадцатом веке – идеализм и рационализм, в восемнадцатом же – материализм и сенсуализм, в равной мере представляются продуктами этого влияния. О том же воздействии, которое она может иметь в будущем, было бы весьма опрометчиво распространяться; однако есть один аспект, в котором благотворный результат здесь весьма вероятен. Математика, остающаяся в рамках своей собственной сферы, дает исчерпывающее опровержение того вида скептицизма, который упраздняет следование идеалам под тем предлогом, что дорога трудна и утомительна, а цель не является с несомненностью достижимой. Слишком часто говорится, что не существует абсолютной истины, но лишь мнение и частное суждение; что каждый из нас в своем взгляде на мир обусловлен личными особенностями, своими вкусами и наклонностями; что не существует никакого внешнего царства истины, к которому, благодаря терпению и дисциплине, мы можем, в конце концов, получить доступ, но есть лишь истина для меня, для тебя, для каждого отдельного лица. Подобная мыслительная привычка отрицает одну из главных целей человеческих усилий, и высшая добродетель честности (candour), бесстрашного признания того, что есть, исчезает с нашего нравственного горизонта. Для подобного скептицизма математика служит вечным упреком; ведь величественное здание ее истин стоит непоколебимым и неприступным для всех орудий сомневающегося цинизма.

Влияние математики на практическую жизнь, хотя оно и не должно рассматриваться в качестве мотива для наших занятий, может быть использовано, чтобы рассеять сомнения, которым отдельные учащиеся всегда должны быть подвержены. В мире, переполненном злом и страданиями, заключение себя в монастырь умозрения (the cloister of contemplation), чтобы наслаждаться радостями, которые, сколь бы благородными они ни были, неизбежно всегда остаются доступными лишь для немногих избранных, не может не выглядеть, как своего рода эгоистический отказ разделить с другими бремя, возложенное на них волей случая, к которой справедливость не имеет никакого отношения. Имеет ли кто-либо из нас право, спрашиваем мы, удалиться от наличествующих зол, покинуть своих собратьев-людей без помощи, в то время как мы ведем жизнь, которая, хотя она трудна и сурова (arduous and austere), является явно хорошей по своей собственной природе? Когда возникают такие вопросы, правильный на них ответ, без сомнения, состоит в том, что кто-то же должен поддерживать живым священный огонь, кто-то же должен сохранять в каждом поколении ту мечту, которая тревожит наше воображение, предвещая столь желанную цель (the haunting vision which shadows forth the goal of so much striving). Но когда, как и должно случаться временами, этот ответ представляется слишком холодным, перед лицом доводящего нас почти до безумия зрелища тех скорбей, которым мы не приносим помощи, мы можем поразмыслить о том, что косвенным образом математик часто делает больше для счастья человеческого, чем любой из его вовлеченных в более практическую деятельность современников. История науки изобилует примерами, показывающими, что корпус абстрактных предложений (a body of abstract propositions), – даже если, как в случае с коническими сечениями, он две тысячи лет не оказывает никакого воздействия на повседневную жизнь, – может быть, однако, в любой момент использован для произведения революции в привычных мыслях и заботах каждого члена общества. Использование пара и электричества – если взять самые разительные примеры – стало возможным только благодаря математике. В результатах абстрактной мысли мир обладает капиталом, использование которого для обогащения круга обыденной жизни не обнаружило до сих пор каких-либо различимых границ. Также и опыт не дает нам каких-либо средств для решения вопроса о том, какие именно части математики окажутся полезными в будущем. Практическая полезность, тем самым, может служить утешением в моменты утраты мужества, но никак не руководством в выборе направления наших занятий.

На здоровое состояние нравственной жизни, на облагораживание тона эпохи или нации, более строгие добродетели (the austere virtues) имеют странное влияние, превосходящее по силе воздействия те, которые не оформлены и не очищены мыслью. Среди этих строгих добродетелей, любовь к истине – главная, а в математике, более чем где-либо еще, исчезающая вера в истину и любовь к ней могут найти поддержку. Всякое великое занятие есть не только цель в себе, но также средство для создания и поддержания некоторой возвышенной привычки ума (a lofty habit of mind); и этот ориентир следует постоянно иметь в виду на протяжении всего процесса преподавания и изучения математики.

Примечания переводчика

Эссе написано в 1902 г. и впервые опубликовано в 1907 г.: *Russell B.* The Study of Mathematics // The New Quarterly, London, [I] (Nov. 1907), pp.29–44. Переиздано: *Russell B.* Philosophical Essays, London: Longmans, Green, and Co., 1910, pp.71–86; *Russell B.* Mysticism and Logic and Other Essays, London: Allen & Unwin, 1917, pp.58–73; *Russell B.* Contemplation and Action 1902–14 (The Collected Papers of Bertrand Russell, Vol.12) / Ed. by *R.A.Rempel*, *A.Brink* and *M.Moran*, London and New York: Routledge, 1993, pp.85–93. Перевод сделан по изданию 1917 г. При составлении примечаний использовалось издание 1993 г.

[1] Речь идет о давнем конкуренте математики в системе общего образования, классической филологии.

[2] Расселовская критика преподавания математики, по видимости, была направлена, главным образом, против так называемой системы Трайпос (Tripos) Кембриджского университета, сориентированной на сдачу итогового экзамена по математике для получения степени бакалавра с отличием. Введенный в таком виде в 1848 г., экзамен по математике во многом отражал идеи о роли математики в системе общего образования Уильяма Хьюэла (или Уэвелла, William Whewell, 1794–1866). Хьюэл видел в математике орудие тренировки умственных способностей, однако ориентировался при этом не столько на логическую строгость и современную математическую аналитику, сколько на интуитивные и связанные с естествознанием методы восемнадцатого века. Система, в итоге, была реформирована в 1907 г. в направлении близком к идеям Рассела [1; 2].

[3] Использован перевод А.Н.Егунова [3, с.271–272].

[4] Это подтверждается сохранившейся перепиской Рассела и Марри. В письме к Марри от 28 октября 1902 г. Рассел благодарит не только своего адресата (приславшего цитату), но и автора цитаты, т.е. самого Платона: «Глубокоуважаемый Философ! Я глубоко признателен Вам за произнесение столь истинных и восхитительных слов о Математике, и часто страстно желаю, чтобы Вы могли узнать прекрасные вещи, открытые теми, кто не осмеливается считать себя Вашими последователями. И т.д., и т.д.» [4, с.462].

[5] В 1902 г. Рассел опубликовал небольшую статью «The Teaching of Euclid» [5], в которой, на примере первой книги, подверг жесткой критике логическую строгость рассуждений в «Началах» Евклида. В «Автобиографии» (1967) Рассел так описывал рождение своего интереса к математике: «В возрасте одиннадцати лет я начал изучать Евклида под руководством своего брата. Это было одним из великих событий моей жизни, ослепительным как первая любовь. До того я и не подозревал, что в мире есть что-либо столь восхитительное. [...] Начиная с этого момента и до окончания Уайтхедом и мною «Principia Mathematica», когда мне было тридцать восемь, математика была моим главным интересом, и главным источником счастья. Как и всякое счастье, впрочем, оно не осталось неомраченным. Мне было сказано, что Евклид дает доказательства, и я был сильно разочарован, когда обнаружил, что он начинает с аксиом. Поначалу я отказывался принять их, если только мой брат не предложит мне некоторых на то оснований. Однако он сказал мне: «Если ты не примешь их, мы не сможем двинуться дальше», а поскольку я хотел двигаться дальше, я, скрепя сердце, допустил их pro tem. Сомнение в отношении предпосылок математики, которое я почувствовал в тот момент, осталось со мною, определив собой ход последующей моей работы». [6, с.25].

[6] В «Автобиографии» Рассел вспоминал: «Начала Алгебры оказались для меня куда более трудными, возможно в результате плохого преподавания. Меня заставляли заучивать наизусть: «квадрат суммы двух чисел равен сумме их квадратов увеличенной на их удвоенное произведение». Я не имел ни малейшей идеи, что это значит, и когда я не мог запомнить нужные слова, учитель швырял книгу мне в голову, что ни коем образом не стимулировало мой интеллект. После первых начал Алгебры, однако, все остальное пошло гладко» [6, с.25].

[7] Ср. замечание Рассела о преподавании высшей математики в Кембридже: «Мои наставники в математике не дали мне никакого основания полагать, что Анализ – это что либо, помимо причудливого сплетения ошибок (a tissue of fallacies). Тем самым, меня волновали два вопроса, один философский и один – математический. Математический вопрос в главных чертах уже был решен на Континенте, однако в Англии эта работа была мало известна. Только когда я покинул Кембридж и начал жить за границей, я открыл для себя то, чему меня должны были бы научить на первых трех курсах университета» [6, с.57].

[8] Эту позицию принято называть *психологизмом* [7].

Список литературы

1. *Becher W.* William Whewell and Cambridge Mathematics // Historical Studies in the Physical Sciences. 1980. Vol.11. No.1. P.1–48.
2. *Craik A.D.D.* Mr. Hopkins' Men: Cambridge Reform and British Mathematics in the 19th Century. London: Springer–Verlag, 2008.
3. *Платон.* Собр. соч. в 4-х томах. М.: Мысль, 1994. Т.4.
4. *Russell B.* Contemplation and Action 1902–14 (The Collected Papers of Bertrand Russell, Vol.12) / Ed. by *R.A.Rempel*, *A.Brink* and *M.Moran*. London and New York: Routledge, 1993.
5. *Russell B.* The Teaching of Euclid // The Mathematical Gazette. May, 1902. Vol.2. No.33. P.165–167.
6. *Russell B.* Autobiography [1967–1969] (Routledge Classics). London & NY: Routledge, 2009.
7. *Kusch M.* Psychologism (2007, subst. revision 2015) // Stanford Encyclopedia of Philosophy, principal editor *E.N.Zalta* https://plato.stanford.edu/entries/psychologism/

ДВА РАННИХ ПИСЬМА А.Н.КОЛМОГОРОВА О МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОБРАЗОВАНИИ

Б.В.Гнеденко

Публикация и примечания Д.Б.Гнеденко

Хорошо известно, сколь велик вклад А.Н.Колмогорова в развитие русской математической педагогики. Всплеск интереса Андрея Николаевича к педагогическим проблемам относится к началу 1962 г., когда он предложил много свежих идей, направивших творческие силы преподавателей и математиков на их решение.

Частично эти идеи были высказаны в письмах, полученных мною от Андрея Николаевича в 1962 г. При разборе книг и бумаг мой сын нашел два из них, и оба заслуживают опубликования. Мы полностью приведем деловую часть этих писем.

§1. Вопросы среднего образования

Интерес А.Н.Колмогорова к математическому образованию возник давно. В 1935 г. была проведена первая Московская школьная математическая олимпиада. С этого момента математические олимпиады заняли серьезное место в культурной жизни страны. Андрей Николаевич принимал активнейшее участие и в первой и в последующих олимпиадах: участвовал в разборе задач, читал лекции для школьников, был Председателем оргкомитета Московской математической олимпиады (в 1937, 1963 и 1975 гг). Но в конце 50-х – начале 60-х гг. широта его интересов в этом направлении значительно выросла. Он заметил, что страна, ставящая научное развитие на одно из первых мест общественного прогресса, заинтересована в совершенствовании математического образования. В ту пору он больше всего интересовался прогрессом физики, математики, техники и обратил внимание на то, что характер школьного математического образования не соответствует возникшим требованиям.

Я вспоминаю, что в августе 1959 г. проходило совещание в Ужгороде, посвященное вопросам теории вероятностей. Мы ехали оттуда поездом все вместе, москвичи и киевляне, в том числе и Андрей Николаевич. Разговоры касались и школьного математического образования.

С осени 1959 г. в ряде школ началось чтение специальных математических курсов. В Москве, Подмосковье и Иваново этим занимались аспиранты и молодые преподаватели Московского университета. Андрей Николаевич привлек к этой деятельности и своих учеников.

В письмах, о которых речь шла в самом начале, Андреем Николаевичем были высказаны интересные мысли относительно необходимости отказа от единства математического образования для всех школ.

Начнем с письма, которое полностью посвящено школьному и высшему математическому образованию[1].

«1. Переход на всеобщее среднее образование является одним из фундаментальных мероприятий, необходимых для преодоления противоположности между физическим и умственным трудом. Несомненно, что он вызовет глубокую перестройку нашей средней школы, общие контуры которой в настоящее время уже достаточно ясны. При этой перестройке воспитания и обучения десятков миллионов нашей молодежи должны быть, однако, учтены и более узкие специальные потребности нашей страны.

2. Одной из насущных потребностей нашей страны является форсированное развитие научных исследований в области физико-математических и химических наук, и основанных на них областях современной техники. Расходы на научные и научно-технические исследования сейчас уже составляют заметную долю, порядка 10–15%, всего нашего национального дохода. Уже из этого ясно, что исследовательская деятельность превратилась в неотъемлемую часть производства. Во многих отраслях современной техники границы между исследовательскими институтами и производственными предприятиями по существу стерлись.

3. Пути прихода к участию в исследовательской работе могут быть разнообразны, однако, несомненно, что успешное развитие физико-математических наук и современной техники невозможно без вовлечения в концентрированное изучение физико-математических наук и атмосферу исследовательских поисков значительного количества молодежи в возрасте 17–18–19 лет.

4. Физико-математические, механико-математические, физические и химические факультеты университетов и технические ВУЗы, типа физико-технических и инженерно-физических институтов, должны быть широко открыты для различных слоев молодежи. Молодые люди, начавшие свой жизненный путь с простого физического труда, должны иметь организованные пути доступа в ВУЗы этого типа. Однако, интересы развития науки и техники требуют, чтобы не только значительная часть, но большинство студентов ВУЗов этого типа вербовалась из молодежи возраста 17–19 лет. Должны быть найдены пути к тому, чтобы эта часть молодежи и до ВУЗа и в ВУЗе получала нормальное трудовое воспитание.

5. Первые курсы ВУЗов указанного типа должны быть посвящены концентрированному овладению основами физико-математических наук. Заочные формы обучения и обучение без отрыва от производства в них могут быть лишь дополнительной формой ра-

1) Борис Владимирович в своем тексте не указал дату написания этого письма, а я пока не смог найти его оригинал.

боты, на которую нельзя возлагать больших надежд в смысле быстрой подготовки высококвалифицированных кадров. Более тесная связь с производством и параллельная с обучением работа студентов на предприятиях и в научных институтах для ВУЗов указанного типа целесообразна лишь на старших курсах.

6. Ежегодная потребность указанных ВУЗов в студентах нового приема исчисляется несколькими десятками тысяч. Технические ВУЗы, не входящие в эту группу, и физико-математические и химические факультеты педагогических институтов тоже должны принимать некоторое количество способной и хорошо подготовленной в области физико-математических наук молодежи в раннем возрасте 17–19 лет. Естественно, что к молодым людям, допускаемым в ВУЗы непосредственно после средней школы в возрасте 17–19 лет, могут быть предъявлены жесткие требования в смысле их способностей и подготовки по математике, физике, химии, а так же в смысле серьезности их отношения к труду. Но недооценка такого пути формирования кадров для физико-математических наук и современной техники могла бы привести к самым печальным последствиям.

7. Таким образом, потребность в кадрах хорошо подготовленной в области физико-математических наук молодежи, поступающей в ВУЗы непосредственно после средней школы в возрасте 17–19 лет, исчисляется, по крайней мере, в 50 000, а м.б. и в 100 000.

8. Создание средних школ для «особо одаренной» молодежи с узкой специализацией (отдельные классы будущих математиков, физиков, химиков) и непосредственно при университетах, в ВУЗах, к приему в которые эта молодежь будет считать себя заведомо предназначенной (проект Академии педагогических наук), кажется нецелесообразным. В действительности в возрасте 15 лет, то есть к окончанию восьмилетней школы, обычно достаточно четко определяется группа учащихся с интересом и способностями к математике, физике, химии, любовью к исследованию, конструированию приборов. Более узкая дифференциация определяется обычно позднее.

9. Наиболее серьезная часть указанной сейчас группы учащихся старших классов восьмилетней школы может в два-три года быть подготовлена к занятиям в университетах и технических ВУЗах.

Менее серьезная часть может после надлежащей подготовки найти применение своих способностей и увлечений в качестве лаборантов научных и производственных лабораторий, квалифицированных рабочих таких видов промышленности, как радиотехническая, вычислителей и операторов в вычислительных центрах и фабриках, чертежников в конструкторских бюро и т.п. Потребность в такого рода кадрах крайне велика и исчисляется, вероятно, более чем десятками тысяч.

10. Из сказанного естественно сделать вывод о целесообразности среди различных типов школ, продолжавших восьмилетнее образование, иметь физико-математические или физико-технические школы с выпуском порядка 100000–150000 в год.

11. Если желать проводить в этих школах в разумной для них форме принципы трудового воспитания и учитывать то, что, располагаясь по преимуществу в больших городах, они должны быть доступны и способным учащимся, окончившим восьмилетнюю школу в маленьких городах и в деревне, то разумно установить в них трехлетний срок обучения (т.е. нормально с 15 до 18 лет). Это даст возможность принимать в них на второй год обучения и учащихся, прошедших два года обучения в средних школах другого типа (эту деталь мы заимствуем из проекта Академии педагогических наук).

12. Прием в физико-математические школы должен производиться по конкурсу, в значительной части (но не исключительно) по рекомендации восьмилетних школ. Для значительной части учащихся должны предоставляться стипендии и общежития».

§2. О высшем математическом образовании

Остановимся на вопросах, касающихся высшего математического образования, затронутых в этом письме.

«13. Преподаватели математики, физики, химии для физико-математических школ должны готовиться, по преимуществу, университетами. В применении к математике дело идет примерно о 3000–5000 преподавателей, так что возложение на университеты подготовки 300–500 преподавателей в год не составит для них большой обузы. Наоборот, университеты выиграют от такой формы связи со средней школой.

14. Примерно половина кончающих физико-математические школы практически должна попадать по окончании непосредственно в ВУЗы. Поступление для них, однако, ни в какой мере не будет чем-то само собою разумеющимся и гарантированным. Естественно, что приниматься они будут по конкурсу.

15. При указанной широкой постановке дела физико-математические школы не будут иметь характера узко замкнутых школ, “культивирующих” таланты. В самом их названии ни о каких “особо одаренных” учащихся не должно быть речи (что не мешает, конечно, таковым иногда в них появляться).

16. Как уже отмечалось в п.4, физико-математические школы не должны быть единственным нормальным путем доступа в ВУЗы занимающего нас типа (физико-математические факультеты уни-

верситетов и технические ВУЗы новой техники). Если обнаружится, что подготовка по специальности в физико-математических школах за три года значительно выше, чем подготовка в других типах средней школы, то, возможно, что в ВУЗах указанного типа будет разумно придать первому курсу более широкий характер (например, не разделяя в университетах математиков, механиков и физиков), а выпускников физико-математических школ допускать к конкурсу на второй курс (в трехлетний курс физико-математических школ будут, вероятно, входить довольно большие курсы аналитической геометрии и начал анализа)».

Университетское образование постоянно интересовало Андрея Николаевича. Он систематически следил за содержанием курсов и вносил пожелания об изменении учебных планов и осуществлении связи с практикой как обязательных, так и специальных предметов. Андрей Николаевич был поистине мозгом механико-математического факультета МГУ. Он хорошо понимал как достоинства, так и недостатки читаемых студентам курсов. Это позволяло ему каждый год предлагать новые идеи и доводить их до практического осуществления. Так во время войны он предложил читать математический анализ на 3-м курсе. Эта часть курса строилась на базе функционального анализа. Студенты получали не разрозненное, а связное изложение ряда глав современной математики. Так он предложил ввести практикум по математическому анализу, в котором предлагались фундаментальные задачи, требующие для своего решения всего пройденного материала. Для многих студентов задачи оказывались трудными, но их решение способствовало быстрому математическому развитию. Недаром в эти годы он собрал богатый урожай многих талантливых учеников. Заметим, что современный состав факультета в значительной мере состоит из учеников Андрея Николаевича, вошедших в науку по широкой программе, заставлявшей их глубоко знакомиться с ее частями и ее приложениями.

§3. Содержание письма от 28 сентября 1962 г.

В этом письме Андрей Николаевич развивает только что отмеченные идеи в деталях.

«Общеизвестно, что людям полагается самим управлять своими действиями, а не плыть по течению. Сейчас ты вовлекаешь меня во всякие новые затеи, рассчитанные на много лет, т.е. для меня, в случае их серьезного осуществления, на весь остаток активного периода жизни. Я начну не с этих затей, а с твоих личных планов работы, потом – моих, потом уже – всяких подлежащих учреждению институтов, факультетов, лабораторий.

О тебе

Переселяясь в Москву, ты сам имел намерение направить по новому, интересно и продуктивно свою работу. Я тебя серьезно ценю и как математика-ученого, и как воспитателя молодежи, и как возможного организатора научных работ.

а) Собственно в математику между 50 и 60 годами ты еще МОЖЕТ БЫТЬ внесешь что-либо новое, равноценное тем циклам твоих работ, о которых я имел честь говорить в статье к твоему 50-летию (нарочно выделив то, что мне кажется существенным), а вдруг даже и более ценное? Но я боюсь, что за ряд последних лет ты даже не имел случая приложить сколько-либо заметные усилия, чтобы овладеть тем или иным СУЩЕСТВЕННО НОВЫМ для тебя кругом чужих идей, или хотя бы перестроить на существенно новом, современном уровне понимание и изложение (в лекциях, в книгах) какой-либо области из тех, истинным глубоким знатоком которых ты был лет двадцать тому назад (тогда на самом современном уровне!).

б) Отсюда и следствие: пока не видно в силу каких побуждений у тебя станут в Москве заниматься молодые люди, из которых могло бы выйти что-либо сравнимое хотя бы с твоими киевскими Королюком[2] или Скороходом[3]. А этого успеха ты вполне заслуживал бы. Пока с твоих собственных слов я не вижу, чтобы ты имел учеников, на которых сам возлагал бы подобные надежды[4]. Что их пока нет, это еще естественно, но важно, чтобы они могли появиться.

в) Ты с увлечением говорил о беспокойствах Келдыша[5] в связи с отсутствием у нас серьезной прикладной статистики. Известный пафос, который ты вкладываешь в занятия «надежностью», по-видимому, такого же вполне хорошего рода: чувство, что надо

2) Владимир Семенович Королюк (р.1925) – к.ф.-м.н. (1954), д.ф.-м.н. (1964), профессор (1965), член-корреспондент АН УССР (1967), академик АН УССР (1976).

3) Анатолий Владимирович Скороход (1930–2011) – к.ф.-м.н. (1957), д.ф.-м.н. (1962), профессор (1964), член-корреспондент АН УССР (1967), академик АН УССР (1985).

4) В это время у меня появился такой ученик, как И.Н.Коваленко, внесший серьезный вклад в развитие теории массового обслуживания. – Примечание Б.В.Гнеденко. (Борис Владимирович ошибся. Игорь Николаевич Коваленко (р.1935) поступил в аспирантуру к Б.В. в 1957 г. («...в аспирантуру <...> к себе я брал только И.Н.Коваленко, одного из способнейших моих учеников», – пишет Б.В. в своих воспоминаниях «Моя жизнь в математике и математика в моей жизни»), стал к.ф.-м.н. в 1960 г., д.т.н. в 1964 г., д.ф.-м.н. в 1970 г., член-корреспондентом АН Украинской ССР в 1972 г., академиком АН УССР в 1978 г. В 1962 г. среди аспирантов Бориса Владимировича были Бронюс Игно Григелионис (1935–2014) – будущий член-корреспондент АН Литовской ССР (1972), академик АН Литовской ССР (1987) и Тадеуш Павлович Марьянович (1932–2014) – будущий член-корреспондент АН Украины (1992).

5) Мстислав Всеволодович Келдыш (1911–1978) – академик АН СССР (1946), президент АН СССР (1961–1975).

же в нашей стране наладить то, что у других есть. В каком-то равновесии с работами, требующими тех больших, собственно «творческих» усилий, о которых шла речь в п. а). Это дела хорошие и не обязательно мешающие той более глубокой научной работе (неизбежно более индивидуальной). Но, если не создавать (в статистике, или надежности) чего-то радикально, с международной точки зрения, нового, то серьезной и даже увлекательной задачей является радикальное повышение КУЛЬТУРЫ работы в нашей стране. А начинается это с большой критической «санитарной» работы по разоблачению всякой лженаучности, постановки серьезного практического обучения молодежи (мой прошлогодний практикум для сотрудников был, конечно, ничтожным партизанским наскоком, но все-таки в эту сторону). Молодежь наша возраста Мешалкина[6] или Беляева[7] тоже больше всего нуждается в примерах непосредственной, более обстоятельной работы, чем они сами умеют. Количество всякой более поверхностной деятельности по надежности, которой ты сейчас занят, к сожалению, уже заведомо превзошло то, которое соединимо с таким подходом к делу.

г) Тем не менее, я не отрицаю и возможной увлекательности более широкой организационной работы, где руководитель уже не действует ЛИЧНЫМ примером, а использует лишь известное умение подбирать людей. Для интересной такой деятельности наша «лаборатория», конечно, слишком тесна. В учреждении любых размеров, посвященных культивированию статистики (в смысле традиционном критериев значимости, планирования эксперимента с наименьшим необходимым числом испытаний и т.п.) без дополнительной подготовки, являешься идеальным все понимающим руководителем.

В применении к кибернетике в более широком понимании тебе в данную минуту не хватало бы даже понимания общих перспектив развития. А в этой новой науке для руководителя обязательно чутье в отношении перспектив только что зарождающихся направлений. Возможно, что такую квалификацию ты со временем и приобрел бы, а в существующей у нас обстановке, если начальство того захотело бы, в должности директора какого-либо будущего института ты имел бы просто достоинство честного порядочного человека, не обуянного какими-либо заумными идеями (как раз сочетание честности и отсутствия слишком узких собственных увлечений здесь редко).

6) Лев Дмитриевич Мешалкин (1934–2000) – ученик А.Н.Колмогорова, д.ф.-м.н. (1979), профессор (1991).

7) Юрий Константинович Беляев (р. 1932) – ученик А.Н.Колмогорова, к.ф.-м.н. (1960), д.ф.-м.н. (1970).

Обо мне

Я уже настроился на ограничение своей активности пунктами а) и б), и совсем немного в)[8]. Пока мне удавались лишь те виды организационной деятельности, где мой авторитет основывался на умении показывать личный пример. Так было в 33–39 гг., когда я занимался чуть не всеми аспирантами математического института, подбирая им руководителей, давая советы параллельно с руководителями, заменяя руководителя в случае неудач, во всяком случае, входя в существо их аспирантских программ. Наоборот, моя деятельность в качестве секретаря Физ. Мат. Отд., или декана была не СЛИШКОМ успешной: здесь на первый план выступает уже умение оценивать и размещать людей, которые должны вести работу, к которой сам руководитель не способен. Это и есть собственно административные таланты. Характеризую их совсем не для того, чтобы их унизить.

Этой установкой и объясняется мое длительное уклонение от всяких предложений о руководстве институтами.

Но, конечно, я никогда не отличался большой последовательностью. И при возникновении надежд содействовать созданию <u>живых</u> и интересных, по преимуществу молодых, <u>математических коллективов</u>, я сразу увлекаюсь. Особенно потому, что последние годы, несмотря на несколько очень талантливых учеников, я както лишен привычной для меня в старые годы обстановки, когда я был окружен <u>коллективом</u> молодых сотрудников, мне лично симпатичных (тем или иным <u>дружным</u> поколением своих учеников, или просто руководителей математического практикума на факультете, или даже группой студентов в унив. им. Гумбольдта и т.п.).

Но для моих личных научных планов, или писания книг (к которому следовало бы вернуться), мне самое большее нужно несколько «штатных единиц», которые я легко получаю и получу, и ничем не руководя. К тому же меня занимает перспектива большей свободы в смысле возможности проводить по семестру в Ленинграде, Новосибирске, Калькутте, Париже, или даже Вильнюсе, или Дрездене, где всюду я мог бы быть не только почетным гостем, но и участником хорошей коллективной работы.

Так что, я все мечтал даже нашу лабораторию и кафедру, <u>в самом деле</u>, отдать тебе, например.

В силу разных обстоятельств сейчас я не в очень хорошей форме и все еще стремлюсь расчистить возможности к такой по своему организованной продуктивной деятельности вне слишком стеснительных рамок.

---

8) Смотри ниже по тексту.

3. Все-таки о новом математическом институте и факультете.

Сейчас эти идеи вдруг кристаллизировались в виде пока фантастического «маленького Новосибирска» во Фрязине. Пока разговор об этом, может быть, более интересен для того, чтобы ты понял характер моих увлечений, мало меняющихся с годами.

а) Я руковожу в этом году очередной московской олимпиадой[9], но тоже не очень доволен. Т.е. ближайшие помощники (Саша Кириллов[10] и поступившие в аспирантуру Андрей Егоров[11] и Коля Васильев[12]) мне нравятся, но созданный Кронродом[13] стиль «кружковцев» я не люблю, а он крайне укоренился. Во Фрязине есть хорошая средняя школа (оттуда бывают и, хоть и не самые первые, победители московских олимпиад) и, несомненно, много детей инженеров и квалифицированных рабочих, родители которых крайне заинтересованы, как и директора институтов и заводов, именно в физико-математическом уклоне среднего образования. Переместив во Фрязино два десятка выпускников нашего факультета и аспирантуры, естественно будет начать там соответствующую деятельность, параллельную седьмой школе в конце Ленинского проспекта, руководимой Ландисом[14] и Кронродом.

б) Учреждение рядом факультета (скажем физико-математического) с уклоном в кибернетику и кафедрами 1) анализа и теории функций, 2) дифференциальных уравнений и теории колебаний, 3) уравнений математической физики и функционального анализа, 4) геометрии и алгебры с научной работой в теории непрерывных групп, расслоенных пространств и т.п., 5) теоретичес-

9) Андрей Николаевич имеет в виду текущий (1962–1963) учебный год (Московские математические олимпиады проводятся весной).

10) Александр Александрович Кириллов (р.1936) – ученик И.М.Гельфанда, д.ф.-м.н. (1962), профессор (1965).

11) Андрей Александрович Егоров – к.ф.-м.н., с 1963 г. работает в московской физико-математической школе-интернате №18 имени А.Н.Колмогорова при МГУ, старший преподаватель кафедры математики СУНЦ МГУ. Член оргкомитета и жюри Всероссийских и Всесоюзных олимпиад с 1961 по 1979 гг.

12) Николай Борисович Васильев (1940–1998) – закончил механико-математический факультет МГУ в 1962 г. и поступил в аспирантуру этого факультета. После окончания аспирантуры и до конца жизни работал в межфакультетской лаборатории математических методов в биологии МГУ. Многие годы занимался Московскими, Всероссийскими, а затем Всесоюзными математическими олимпиадами школьников.

13) Александр Семенович Кронрод (1921–1986) – д.ф.-м.н. (1949). В 50-х гг. возглавлял лабораторию в Институте теоретической и экспериментальной физики, основное назначение которой было решение задач, связанных с созданием атомного оружия. Лауреат Сталинской премии. В седьмой школе начал работать в 1961 г. Профессор (1966). Работал в Институте патентной информации, с 1974 г. в Центральной геофизической экспедиции Министерства нефтяной и газовой промышленности СССР.

14) Евгений Михайлович Ландис (1921–1997) – к.ф.-м.н. (1953), д.ф.-м.н. (1957), профессор (1961).

кой физики, 6) радиоэлектроники, 7) логики и дискретных автоматов и т.п. (Это еще не очень серьезно, но в названиях есть и некоторая тенденция, создало[15] бы здоровую основу для привлечения в преподаватели факультета и в подведомственный Академии Наук, скажем, Институт и кибернетиков, не только кибернетиков, вероятностников и т.п., но и топологов, даже хоть специалистов по теории чисел, способных читать обновленную «комбинаторику» и интересоваться автоматами (как Толя Карацуба[16]).

в) Было бы естественно найти декана из физиков-радиоэлектронщиков, или т.п., а меня на первые пять лет сделать директором Института математики и кибернетики, а в случае очень молодого (партийного) декана – еще и председателем Ученого совета. Это, конечно, возможные примеры, а не план.

г) Если ты не собираешься переселяться во Фрязино, то, надо думать, переймешь у меня кафедру в Москве и будешь приглашен к нам в виде консультанта – надо надеяться, что в виду новизны дела с соответствующей оплатой.

Твой Андрей

Более же серьезно: подобный план предполагает хоть трех лиц в ранге вроде академиков и член-корреспондентов, скажем математика (есть), физика и радиоинженера, готовых дело возглавить.

Но без шуток, ты узнай, пожалуйста, кто руководит научными институтами, уже расположенными во Фрязине.

Пока же подробности фантастические: факультет с приемом в 200–300 человек в год и специализацией в области чистой математики, вычислительной математики, теории колебаний, радиоэлектроники, автоматики, кибернетики, теоретической физики. Т.о. физические специальности, только требующие повышенной математической подготовки! Обучение на первом курсе для всех общее».

15) Так написано в оригинале.

16) Анатолий Алексеевич Карацуба (1937–2008) – к.ф.-м.н. (1962), д.ф.-м.н. (1966). Работал в МИАН заведующим отделом теории чисел и профессором кафедры теории чисел (с 1970 г.), кафедры математического анализа (с 1980 г.) механико-математического факультета МГУ.

Abstracts

Polotovskii G.M. **Unknown lecture of A.P.Youshkevich (to the 110-anniversary of A.P.Youshkevich' birth) (publication and introductory note by G.M.Polotovskii).**

It is a publication of the unknown lecture of A.P.Youshkevich delivered in 1951 and devoted to the always pertinent issues of the attribution of scientific discoveries and related to them issues of priority.

Gouzévitch D.Yu., Gouzévitch I.D. **Gabriel Lamé in Russia or one of Janus' faces.**

The article is devoted to Gabriel Lamé, the 19th century French mathematician number two (after O.Cauchy, who occupies the undisputed first place). The authors constantly speak about a certain two-faced Janus named «Lamé-and-Clapeyron,» for these Parisian polytechnics have entered the history of Russian engineering in inseparable tandem. The authors widely used both Russian and French archives, including a private archive of Lame's descendants who store more than three hundred of his letters from Russia.

Perminov V.Ya. **Geometrical apriorism of V.Ya.Zinger.**

Vasiliy Yakovlevich Zinger (1836–1907), professor of pure mathematics of the Imperial Moscow University, made a significant contribution to the development of mathematics and its teaching in Russia. He tried to find a solution to the difficult methodological questions that arose in mathematics due to the appearance of abstract theories, such as non-Euclidean, multidimensional and projective geometries that go beyond the framework of classical mathematics in the nature of their definitions. The author considers a system of arguments presented by Zinger in the defense of Kant's understanding of the nature of mathematics, mathematical apriorism, and presents his objections to the positivist philosophy of mathematics.

Savvina O.A. **A prize, which did not find its nominee (from the history of the prizes named after the presidents of the Moscow Mathematical Society).**

Since its foundation in 1864 the Moscow Mathematical Society took an active position in encouraging research in the field of mathematics and physics. Thus, the author of the paper restores the history of the three prizes established at different times in honor of the three Presidents of the Society: N.D.Brashman, A.Yu.Davidov and N.V.Bugaev.

Sinkevitch G.I. **Georg Cantor from St.Petersburg. His childhood and family history. Archival research.**

Georg Kantor was born in St.Petersburg in 1845, where he spent 11 years of his childhood. The article tells about his family and childhood. It is based on mostly unknown documents which are published for the first time.

Demidov S.S. **The First World War and mathematics in the «Russian world»**

It is an attempt to answer the question about the role of the First World War in the development of mathematics, and to trace the evolution of mathematics (that is, the evolution of mathematical community, its institutions, of mathematical research and mathematical education) in the «Russian world» during the war, that is, in the world of Russian-speaking people who met the beginning of the war, residents of the Russian Empire, many of which, as a result of those dramatic historical events, found themselves far beyond its borders.

Mioduszewski J. **Urysohn Lemma or Luzin–Menshov Theorem? (Russian commented translation from Polish by *G.I.Sinkevitch*)**

The article concerns the two theorems exposed in the title, logically separated joined however by a mathematical pattern. Bibliographical sources concerning the Urysohn Lemma, although rather rich, have some intriguing gaps. These for the Luzin–Menshov's Theorem consist mostly of gaps, including the authorship, filled later by many unclear apocryphical facts. Luzin — Menshov Theorem preceeds the Urysohn Lemma chronologically as well as in natural evolution of ideas. The theory of real functions was matured earlier than the set topology, and it is in the author's belief that the Luzin–Menshov Theorem played an influential role for the famous Urysohn Lemma. The links between these theorems were never discussed among topologists, as well as among mathematicians working in real analysis. The theorems became however worldwide known, and this is the reason for the article presented here.

Aminov Ju.A. **Chern and Pontryagin.**

The paper deals with lifelong achievements of a Chinese-American geometer S.-S.Chern (1911–2004) and the relation of his work to that of L.S.Pontryagin (1908–1988).

Konovalova L.V. **Nikolay Mikhaylovich Matveev–Petersburg mathematician and teacher (to the 100th anniversary of his birth).**

It is a brief biography of Nikolay Mikhajlovich Matveev (1914–2003) – a renowned St.Petersburg mathematician, an outstanding teacher and a mentor, the author of a large number of brilliant textbooks on mathematics.

Lyuter I.O. **Ibn al-Haytham's introductory commentaries to the fifth book of Euclid's «Elements.»**

The author studies Ibn al-Haytham's (965–1039/40) «Commentary on the premises of Euclid's «Elements»» and presents the Russian translation and critical analysis of the four first commentaries on Euclid's theory of ratios. The research includes an examination of al-Haytham's assertion about the possibility of the application of the ratio theory to all physical magnitudes, which is considered in the context of Aristotle's prohibition of metabasis and al-Farabi's classification of sciences. It reveals the evidences of the impact of Nichomahus' «Introduction to arithmetic» on al-Haytham's development of the Neo-Pythagorean conception of the relation of equality, and substantiates the connection between the definition of the ratio of «the ancients» cited by al-Haytham and the anthyphairetic ratio theory.

Tchaikovsky Yu.V. **Nicole Oresme, Nicolaus Copernicus and the birth of financial statistics.**

It is a brief history of the «Law of Substitution», according to which «bad money drives out good». The law was first clearly formulated by N.Copernicus. There are no grounds to attribute it either to N.Oresme, who lived earlier, or to T.Gresham, who wrote later than Copernicus. The part of Oresme in the history of the formation of the statistical worldview is seen by the author in a different: Oresme was the first to note that the actual coin rate is established not by the ruler, but by the market. Historians have also attributed to Oresme the first vague understanding of the phenomenon of statistical stability. The article presents the first in medieval Europe attempts to understand and to use statistical regularities in finance and economy.

Zaytsev E.A. **The prerequisites for the discovery of the parabolic shape of projectile motion (the problem of «intermediate rest»).**

The article considers the logical and historical prerequisites for Galileo's discovery of the parabolic shape of projectile motion and the law of fall closely related to it. As one of the main prerequisites for the latter, the rejection of the Aristotelian idea of the necessity of an intermediate rest between two phases of reciprocating motion is emphasized. The history of criticism of this dogma, which had impeded up to Modern Times the development of mechanics in the form of mathematical theory, is considered. It is shown that practical reasons for abandoning the thesis of an intermediate rest were special technical movements which for the first time have been realized in the 16^{th} century through crank-connecting mechanisms.

Lavrinenko T.A. **Diophantine equations in the 19^{th} century: J.Sylvester and W.Story**

The first part of the paper is a study of Sylvester's early works on Diophantine equations. It is undertaken to reveal the context in which Sylvester's theory of indices was created, and to get a more complete idea of Sylvester's work in the field of Diophantine analysis. The second part is devoted to the substantial reworking and simplification of Sylvester's theory of indices in Story's article published in 1880.

Tutubalin V.N., Barabasheva Yu.M., Devyatkova G.N., Uger E.G. **On the incomprehensibility of the effectiveness of methods of mathematical statistics.**

The paper deals with the application of the method of least squares (OLS) for the statistical analysis of experimental data in order to reduce the influence of random errors of the experiment. The broad scientific OLS exploration was introduced by Gauss in the first half of the XIX century. The problem of OLS justification is widely discussed in the history of science sources. However, the basic premise of the errors as an independent and identically distributed random variables with mean zero Gauss did not justified and cannot be justified, as can easily be wrong in different specific cases. Therefore, the analysis of various specific applications OLS turn in each case in a fascinating intellectual traveling in order to clarify what is really achieved. There are two such traveling in this paper. In the first case the authors consider the refinement of the parameters of the Pallas orbit made by Gauss. The second case – the Eddington experiment: measuring the bending of light rays in a gravitational field.

Shaposhnikov V.A. **The religion without God project and the value of pure mathematics: An introduction to Bertrand Russell's essay «The Study of Mathematics.»**

In this introductory paper, an attempt is made to put Bertrand Russell's well-known essay *The Study of Mathematics* (1902) in its biographical context. Russell's ideas about the true value of mathematics and the proper way of teaching and studying it is viewed against the background of his passionate quest for a sort of secular religion he was at in the years after his so-called «first conversion» of 1901.

Russell B. **The study of mathematics (A Russian translation from English with comments by *V.A. Shaposhnikov*).**

This is the first Russian translation of the famous Bertrand Russell's essay which was created in 1902 but first published only in 1907. It gives us one of the most visible expressions of Russell's mathematical Platonism merged with logicism and his following proposals towards the reform in the sphere of mathematical education.

Gnedenko D.B. **Two early letters of A.N.Kolmogorov on mathematical education (publication and notes by *D.B.Gnedenko*).**

The publication carries its reader to the early 1960s and acquaints with Kolmogorov's point of view on mathematical education in schools and universities (particularly in the departments of mathematics, chemistry, physics, and engineering).

Именной указатель[1)]

1) Составители С.С. Демидов и Е.А. Зайцев

Научное издание

Коллектив авторов

Историко-математические исследования. Вторая серия. Выпуск 16(51)

Сдано в набор 11.05.2018. Подписано в печать 03.06.2018.
Формат 60x88/16. Бумага офсетная №1. Печать офсетная.
Уч.-изд л. 29,4. Физ.п.л. 24,5. Тираж 300. Заказ № 1572

ООО «Издательство «Янус-К».
127411, Москва, ул. Учинская, д.1

Отпечатано в ООО «Буки-Веди»,
119049, Москва, Ленинский проспект, д.4 стр 1А