Министерство образования и науки Российской Федерации

Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Нижегородское математическое общество

ЛИЧНОСТЬ В НАУКЕ

Дмитрий Андреевич Гудков

ДОКУМЕНТЫ – ПЕРЕПИСКА – ВОСПОМИНАНИЯ

Нижний Новгород
2018

УДК 001.1:51(092)
ББК А:В1г
Д53

Дмитрий Андреевич Гудков: документы – переписка – воспо-
Д53 **минания.** *Личность в науке. XX век. Люди. События. Идеи*
/ редактор-составитель Г.М. Полотовский. – Н. Новгород:
ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2018. – 332 с.

ISBN 978-5-91326-456-5

Книга посвящена жизни и деятельности выдающегося математика профессора Нижегородского (Горьковского) государственного университета им. Н.И. Лобачевского Д.А. Гудкова (1918 – 1992).

Дмитрий Андреевич Гудков получил ключевые результаты в топологии вещественных алгебраических многообразий – в частности, решил задачу о классификации неособых плоских алгебраических кривых степени 6, включённую Давидом Гильбертом в его знаменитый список «Проблемы Гильберта» под номером 16. Этот и другие его результаты инициировали интенсивное развитие указанной проблематики и включение её в основное русло современной математики. Кроме этого, Дмитрий Андреевич внёс важный вклад в изучение нижегородского периода биографии Н.И. Лобачевского.

Дмитрий Андреевич уделял большое внимание развитию математики и математического образования в Нижегородском университете. Он был организатором и первым заведующим (1961–1978) кафедры математики радиофизического факультета, затем (1978–1988) – заведующим кафедрой геометрии и высшей алгебры механико-математического факультета, под его научным руководством вырос целый ряд специалистов по вещественной алгебраической геометрии.

Составитель благодарит руководство ННГУ им. Н.И. Лобачевского за поддержку издания этой книги, сотрудников музея ННГУ за предоставленные музейные материалы, Ю.Д. Гудкова и А.Д. Гудкову за материалы из личного архива их отца и за фотографии из семейной коллекции, и всех авторов, поделившихся своими воспоминаниями о Д.А. Гудкове.

ISBN 978-5-91326-456-5 УДК 001.1:51(092)
ББК А:В1г

Предисловие составителя

Эта книга из серии «Личность в науке» – дань памяти выдающемуся математику и замечательному человеку Дмитрию Андреевичу Гудкову. Жизнь Дмитрия Андреевича неразрывно связана с Нижегородским (Горьковским) университетом, в котором он прошёл путь от абитуриента до профессора и заведующего кафедрами. Нет никакого сомнения, что Дмитрий Андреевич относится к таким университетообразующим фигурам, как И.Р. Брайцев, А.А. Андронов, А.Г. Майер, Ю.И. Неймарк (конечно, здесь названы только учёные, имеющие отношение к математике, и то далеко не все).

Книгу открывает краткий обзор научных результатов, полученных Д.А. Гудковым. Следующий раздел – биография Дмитрия Андреевича, представленная хронологическим рядом архивных документов и фотографий.

О разделе «Переписка с математиками» следует сказать особо, поскольку он нестандартно большой для книг данной серии. Дело в том, что в личном архиве Дмитрия Андреевича сохранилась очень большая по объёму переписка с математиками, охватывающая период с середины 50-х до начала 90-х годов XX века. Кроме того очевидного факта, что письма характеризуют личности их авторов, переписка представляет большой интерес и с других точек зрения. Во-первых, среди многочисленных корреспондентов Дмитрия Андреевича целый ряд выдающихся математиков XX века. Во-вторых, эта переписка раскрывает поворотный момент в истории исследования топологии вещественных алгебраических многообразий. Немаловажным обстоятельством является также то, что во многих случаях оказалась доступной «двусторонняя» переписка: Дмитрий Андреевич сохранял черновики или копии многих своих писем, а его корреспонденты О.Я. Виро и В.И. Звонилов предоставили мне все письма, полученные ими от Дмитрия Андреевича. Наконец, не следует упускать одну из последних по времени возможность, когда переписка вообще доступна: начиная с конца прошлого века эпистолярный жанр стал электронным.

Переписка с В.И. Арнольдом, О.А. Олейник, С.П. Новиковым и В.А. Рохлиным приведена полностью (т. е. всё, что имеется в архиве). К сожалению, привести в этой книге целиком всю математическую переписку Дмитрия Андреевича не представляется возможным (например, переписка с О.Я. Виро содержит 68 писем (40 от Д.А. Гудкова и 28 от О.Я. Виро) за период 1975 – 1991 гг., причём многие из этих писем многостраничные), поэтому в некоторых случаях даётся лишь выборка писем. Письма сгруппированы по корреспондентам Д.А. Гудкова, эти группы размещены в алфавитном порядке фамилий корреспондентов, а внутри каждой группы письма расположены в хронологическом порядке. Тексты писем всюду даются в авторской редакции, исправлены только очевидные ошибки и описки. При наборе по возможности сохранялось расположение текста в авторских оригиналах и все рисунки сканированы из этих оригиналов.

Оставшиеся два раздела книги – «Из семейного альбома» и собрание воспоминаний – не требуют особых комментариев. Следует только отметить, что все иллюстрации к воспоминаниям, а также справки об авторах писем и воспоминаний добавлены составителем. Остальные добавленные мной уточнения и пояснения помечены моими инициалами.

Я благодарю руководство ННГУ им. Н.И. Лобачевского за поддержку издания этой книги и благодарю сотрудников Музея ННГУ за предоставленные музейные материалы.

Особая благодарность – детям Дмитрия Андреевича, Юрию Дмитриевичу и Александре Дмитриевне, за предоставленные материалы из личного архива Д.А. Гудкова и фотографии из семейного архива, автором многих из которых является Юрий Дмитриевич.

Я благодарен также коллегам-математикам О.Я. Виро и В.И. Звонилову, предоставившим мне письма, полученные ими от Дмитрия Андреевича.

Благодарю всех, кто нашёл время и силы написать воспоминания и поделился ими.

Благодарю также магистранта кафедры алгебры, геометрии и дискретной математики Института информационных технологий, математики и механики И.М. Борисова и мою жену С.М. Полотовскую за помощь в наборе текста.

30 марта 2018 г. *Г.М. Полотовский*

О НАУЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТАХ ДМИТРИЯ АНДРЕЕВИЧА ГУДКОВА

Г.М. Полотовский

Математик, решивший одну из проблем Гильберта, занимал тем самым почётное место в математическом сообществе.
Герман Вейль

Дмитрий Андреевич Гудков родился 18 мая 1918 года в Вологде. Его отец, Андрей Фёдорович, землемер по профессии, в начале Первой мировой войны был мобилизован, затем был офицером Красной Армии и пропал без вести в 1919 году. Мать Дмитрия Андреевича, Нина Павловна (в девичестве Чекалова), работала врачом. Она была широко образованным человеком, знала немецкий и французский языки, хорошо играла на фортепиано.

В 1926 году Нина Павловна и Дима переехали в Нижний Новгород, а затем стали жить в посёлке «Память Парижской коммуны» на берегу Волги недалеко от города. Здесь Нина Павловна вторично вышла замуж и в 1931 году родила второго сына, Костю. Второе замужество оказалось несчастливым и недолгим, и Дима заменил своему младшему брату отца и наставника.

В 1935 году семья вернулась в Горький (так стал называться Нижний Новгород), чтобы Дима закончил 10-й класс в городской школе – планировалось поступление в университет. В 1936 году Дима поступил на физико-математический факультет Горьковского университета, 2 июля 1941 года он получил диплом о его окончании, а 7 июля был мобилизован. После обучения на ускоренных (три месяца) артиллерийских курсах в Москве Дмитрий Андреевич с октября 1941 года и до окончания войны был на фронте, принимал участие во взятии Берлина. Награждён боевыми медалями и орденом. Во время войны Дмитрий Андреевич подал заявление о вступлении в Коммунистическую партию[1], однако был принят лишь в 1948 году. В феврале 1946

[1] Много лет спустя Дмитрий Андреевич вспоминал: «Когда я пытался восстановить справедливость, я всегда слышал в ответ: “Ты, Гудков, не член партии, поэтому ты должен молчать.” Я понял, что не вступив в партию, я ничего не добьюсь».

Немного осовремененный вариант текста, впервые опубликованного на английском языке в посвящённой памяти Д.А. Гудкова книге «Topology of real algebraic Varieties and Related Topics», AMS Translations, Ser. 2, Vol. 173, 1996. P. 1–9.

года Дмитрий Андреевич вернулся в университет, где работал потом всю жизнь. Вот список его университетских «позиций»:

• 1946 – ассистент кафедры алгебры и геометрии;

• 1948 – аспирант, затем ассистент (с 1952 года) и доцент (с 1954 года) кафедры математического анализа;

• 1961 – заведующий кафедрой математики радиофизического факультета (с 1971 года – профессор);

• 1978 – 1988 – заведующий кафедрой геометрии и высшей алгебры механико-математического факультета;

• 1988 – 1992 – профессор этой кафедры.

В 1953 году Дмитрий Андреевич женился. Его жена Наталья Васильевна окончила физический факультет Горьковского университета, она училась в студенческой группе, в которой Дмитрий Андреевич вёл практические занятия. Позже их дети, Юрий и Александра, окончили этот же факультет.

13 марта 1992 года, через несколько дней после случившегося у него инфаркта, Дмитрий Андреевич скончался.

***

Дмитрий Андреевич Гудков в своих воспоминаниях[2] о годах войны писал: «Ещё в шестом классе под влиянием замечательного учителя – Петра Михайловича Безелева – я полюбил математику»[3]. И далее: «Я сначала мечтал стать инженером. В десятом классе уже твёрдо решил стать математиком и даже говорил друзьям, что буду профессором. Почему полюбил математику? Видимо, сказался мой характер. Математика даёт человеку больше независимости, чем какие-либо другие науки».

Дмитрий Андреевич учился в школе очень хорошо, а университет окончил с отличием. Однако его математические исследования начались много позже: помешала война.

Когда Дмитрий Андреевич вернулся из армии в университет, в Горьком активно работала большая группа физиков и математиков, называемая школой Андронова. Академик Александр Александрович Андронов, физик по специальности, имел очень широкий научный кругозор. В частности, он интересовался некоторыми чисто математическими проблемами. Андронов обратил внимание на аналогию между

[2]Д.А. Гудков. Артиллерийский техник. В книге «Защитившие Родину». Вып. 3. Н.Новгород. 1991. С. 142–147.

[3]В то же самое время Дмитрий Андреевич заинтересовался шахматами. Этот интерес он сохранил на всю жизнь, следил за матчами на первенство мира, разбирал партии. Как любитель он играл очень хорошо.

изучением топологической структуры динамических систем и топологии алгебраических кривых. В 1948 году он высказал предположение, что разработка теории бифуркаций алгебраических кривых, основанной на понятиях грубости и степеней негрубости, первоначально определённых для динамических систем[4], будет весьма полезна для классификации алгебраических кривых. Тогда же А.А. Андронов и его сотрудник профессор А.Г. Майер предложили эту задачу Д.А. Гудкову. Узнав об этом несколько позже, весной 1950 года академик И.Г. Петровский, автор замечательной работы «О топологии вещественных плоских алгебраических кривых»[5], предложил параллельно с построением теории сконцентрировать усилия на конкретной задаче классификации неособых кривых степени 6, включённой Давидом Гильбертом в 16-ю проблему его знаменитого списка «Математические проблемы»[6].

Вся дальнейшая исследовательская деятельность Дмитрия Андреевича в области математики оказалась сосредоточенной вокруг упомянутых задач. Его основные результаты по общей теории бифуркаций алгебраических кривых изложены в [2, 5 – 8][7]. Результаты Дмитрия Андреевича о кривых степени 6 оказали исключительно сильное влияние на дальнейшее развитие вещественной алгебраической геометрии, поэтому следует рассказать о них более детально.

Техника для решения задачи о кривых степени 6 в главных чертах была разработана Д.А. Гудковым уже в кандидатской диссертации [1]. Она базировалась на теории бифуркаций и состояла в изучении перестроек кривой при непрерывных и не обязательно малых изменениях её коэффициентов. Идея такого подхода к этой задаче восходит к Гильберту, ученицы которого Г. Кан и К. Лёбенштейн в своих диссертациях[8] пытались доказать невозможность кривой степени 6 со схемой $<11>$ (т. е. состоящей из одиннадцати овалов вне друг друга). Затем К. Роон[9] теми же методами пытался доказать невозможность кривых сте-

[4] См. А. Андронов и Л. Понтрягин. Грубые системы. ДАН СССР, 14:5 (1937). С. 247–252.

[5] Ann. of Math., 39:1 (1938). P. 187–209.

[6] D.Hilbert. Matematishe Probleme. Arch. Math. Phys. 3 Reiche. Bd. 1 (1901). P. 44–63, 213–237.

[7] Номера даны по приложенному ниже списку публикаций Д.А. Гудкова.

[8] G. Kahn. Eine allgemeine Methode zur Untersuchung der Gestalten algebraischer Kurven. Inaugural Dissertation. Göttingen (1909); K. Löbenstein. Ueber den Satz, dass ebene algebraische Kurve 6 Ordnung mit 11 sich ein ander ausschliessenden Ovalen nicht existiert. Inaugural Dissertation. Göttingen (1910).

[9] Die ebene Kurve 6 Ordnung mit elf Ovalen. Berichte über die Verhandl 63 (1911). S. 540–555; Die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6 Ordnung und bei der Fläche 4 Ordnung. Math. Ann., 73 (1913). S. 177–229.

пени 6 со схемами[10] $<11>$ и $\frac{10}{1}$. Однако доказательства в упомянутых работах имели существенные пробелы. Гудков писал: «Без классификации по степеням негрубости практически невозможно разобраться в большом числе логически возможных сложных ситуаций (возникающих при изменении коэффициентов кривой – Г.П.)» ([23], с. 44). Но: «К. Роон внёс важный вклад в развитие идеи Гильберта» (там же) и «Мы считаем работы Роона весьма значительными» ([16], с. 153). Исходя из сказанного, Гудков назвал в [18, 23] вышеупомянутый подход «методом Гильберта-Роона»[11].

Итак, метод Гильберта-Роона для кривых степени 6 был, по существу, разработан в [1], но классификация неособых кривых степени 6 в [1] и [3] содержала ошибки; в частности, в [1] неверно утверждалась[12] справедливость гипотезы Гильберта о невозможности кривой степени 6 со схемой $\frac{5}{1}5$. Исправление всех ошибок и изложение доказательств потребовало многолетней интенсивной работы, результатом которой стали серия статей [11 – 17] и докторская диссертация Д.А. Гудкова [18]. Основной результат: неособыми кривыми степени 6 реализуемы только схемы, расположенные на рис.1 ниже ломаной.

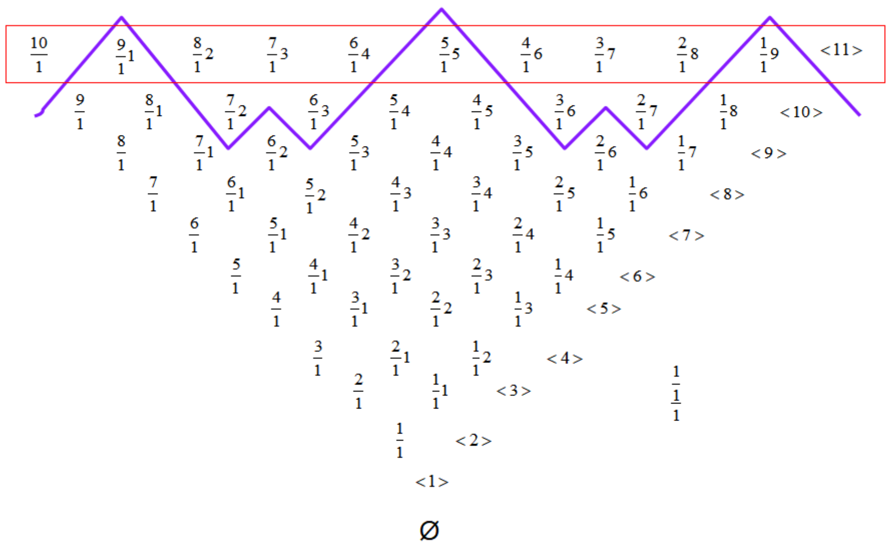


Рис. 1. Классификация Гудкова

[10]В обозначениях Гудкова выражение $\frac{m}{1}n$ означает схему, состоящую из $m+n$ овалов вне друг друга и ещё одного овала, охватывающего m из этих овалов.

[11]Современное название – метод Гильберта-Роона-Гудкова.

[12]Соответствующее неверное доказательство не было опубликовано.

Основные результаты исследований Д.А. Гудкова можно подразделить следующим образом:

(i) разработка метода Гильберта-Роона;

(ii) изотопическая классификация вещественных неособых плоских проективных кривых степени 6;

(iii) открытие ограничения типа сравнения[13] для M-кривых[14] степени $2k$:

$$\chi(B_+) \equiv k^2 (\mathrm{mod} 8);$$

здесь $\chi(B_+)$ – эйлерова характеристика ориентируемой «половины» дополнения к кривой (т. е. B_+ – объединение всех компонент связности дополнения, на которых многочлен, определяющий кривую, имеет один и тот же знак, причём B_+ ориентируемо)[15];

(iv) развитие теории деформаций вещественных алгебраических кривых;

(v) классификация плоских вещественных кривых степени 4.

По поводу (i) уже сказано выше. Остановимся кратко на (ii) – (v).

Пункт (ii) означает, что на вопрос о кривых степени 6, включённый Гильбертом в его 16-ю проблему, был, наконец, получен ответ. При этом оказалось, что гипотеза Гильберта о невозможности кривой со схемой $\frac{5}{1}5$ неверна. Следует отметить, что первоначальное доказательство этого факта в [18] было чрезвычайно сложным. Оно занимало 28 страниц текста, представляло собой «чистое доказательство существования» и было получено как комбинация метода Гильберта-Роона и квадратичных преобразований[16]. Насколько мне известно, Д.А. Гудков был первым, кто применил квадратичные преобразования при изучении топологии неособых кривых[17].

Открытие сравнения из пункта (iii) было толчком, который вывел топологию вещественных алгебраических многообразий из «периода застоя»: до 1970 года Дмитрий Андреевич Гудков по существу был

---

[13]Все известные до этого ограничения на топологию кривой имели вид неравенств.

[14]Определение этого термина, введённого И.Г. Петровским, см. ниже.

[15]В первоначальной формулировке Гудкова применялись другие термины, см. ниже.

[16]Позднее Д.А. Гудков нашёл существенно более простые построения кривых с такой схемой – см.[19, 21, 23].

[17]После этого квадратичные преобразования эффективно применяются в исследованиях по 16-й проблеме Гильберта. В частности, О.Я. Виро предложил применять квадратичные преобразования другого вида («гиперболизмы»), с помощью которых он, А.Б. Корчагин, Е.И. Шустин и другие получили много интересных результатов.

единственным, кто вёл исследования в этой области[18], хотя И.Г. Петровский, Е.А. Леонтович-Андронова и (с шестидесятых годов) О.А. Олейник и В.В. Морозов интересовались его работой.

Ситуация кардинально изменилась после открытия сравнения из пункта (iii). Гудков нашёл это сравнение, заметив периодичность в верхней строке полученной им таблицы реализуемых схем неособых кривых степени 6 (см. рис.1). Затем он проверил, что это сравнение выполняется для всех кривых чётной степени, которые удавалось построить с помощью всех известных в то время методов. Дмитрий Андреевич отчётливо понимал важность открытого им сравнения, но через некоторое время пришёл к заключению, что он не обладает знаниями в области топологии, достаточными для его доказательства. Поэтому он решил высказать это сравнение в качестве гипотезы – сначала в частном порядке, затем в докладах на различных семинарах, затем – в печати [19].

Реакция была очень быстрой: в 1971 году В.И. Арнольд опубликовал статью[19], в которой доказал это сравнение «наполовину» (т. е. по модулю 4). Эта статья открыла новый период в изучении топологии вещественных алгебраических многообразий. Отвечая в интервью французской «Газете математиков»[20] на вопрос: «Какой из Ваших результатов Вы считаете наиболее важным?», В.И. Арнольд, в частности, сказал:

«Я вспоминаю, что И.Г. Петровский, ректор Московского университета и основатель теории вещественных алгебраических кривых, попросил меня прочитать диссертацию Д.А. Гудкова ([18] – Г.П.). *Гудков нашёл ответ на вопрос из 16-й проблемы Гильберта о взаимных расположениях овалов вещественных алгебраических кривых степени 6 в проективной плоскости. В этой очень трудной работе, которую я до того не читал, я был поражён сравнением по модулю 8, высказанным Гудковым в качестве гипотезы:*

$$p - m \equiv k^2 (\operatorname{mod} 8),$$

где p – количество овалов гладкой кривой степени $2k$, «содержащихся внутри» чётного числа овалов, а m – количество овалов, содержащихся внутри нечётного числа овалов, в предположении, что общее

[18] С одной стороны это можно объяснить трудностью задачи, а с другой стороны – ошибочным (как это очевидно сейчас) мнением, что эта задача является слишком экзотической и удалённой от основной линии развития математики.

[19] О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырёхмерных гладких многообразий и арифметике целочисленных квадратичных форм. Функц. анализ и его приложения, 5:3 (1971). С. 1–9.

[20] «Gazette des Mathematiciens», no.52. Avril 1992.

количество овалов достигает максимального значения. Как показал Харнак, это максимальное значение равно $g+1$, где $g = (n-1)(n-2)/2$ – род кривой. Кривые степени n с $(g+1)$ овалами существуют для любого n. Петровский назвал их M-кривыми (M от максимум). Гудков нашёл все конфигурации 11 овалов M-кривой степени 6 (*см. рис.*2).

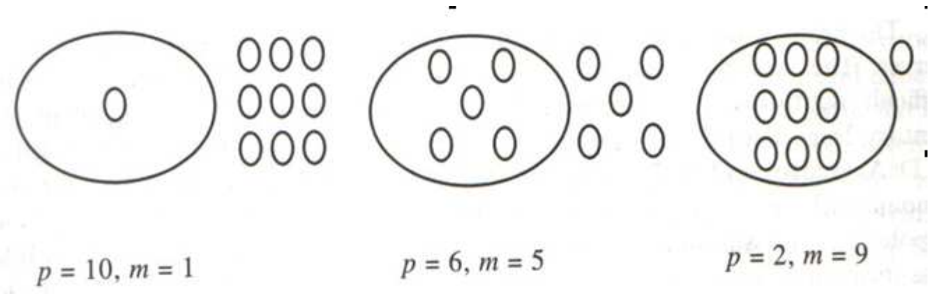


Рис. 2. *Одиннадцать овалов M-кривых*

Сравнение Гудкова подтверждалось всеми M-кривыми, известными к тому времени. Однако не видно было связи между расположениями овалов в проективной плоскости и арифметикой»[21].

В.И. Арнольд открыл эту связь, после чего «исследования по топологии вещественных алгебраических многообразий влились в русло дифференциальной топологии» ([23], с. 5).

Чуть позже В.А. Рохлин доказал[22] сравнение Гудкова в полном объёме и получил его широкие обобщения. С этого времени поток работ по топологии вещественных алгебраических многообразий не прерывался.

В.А. Рохлин привлёк к этой тематике группу своих студентов (О.Я. Виро, В.М. Харламова, Т. Фидлера, В.И. Звонилова, Н.М. Мишачёва и других), начали заниматься этой областью новые ученики Дмитрия Андреевича (Г.М. Полотовский, Е.И. Шустин, А.Б. Корчагин, Г.Ф. Небукина). Интерес к этой проблематике возродился на Западе (G. Wilson, A. Maren, B. Chevallier, J.-J. Risler и другие). Важную роль в развитии интереса к задачам топологии вещественных алгебраических многообразий сыграл опубликованный Д.А. Гудковым в 1974 году первый современный обзор [23] по этому предмету. В последующие годы в связи с интенсивным развитием и расширением этой тематики

[21] В качестве комментария к этой длинной цитате следует заметить, что в действительности в диссертации Гудкова нет ни гипотезы, ни этого сравнения в явном виде – как уже отмечалось выше, впервые оно было опубликовано в [19] – Г.П.

[22] Сравнения по модулю 16 в шестнадцатой проблеме Гильберта. Функц. анализ и его приложения, 6:4 (1972). С. 58–64.

новые обзоры появлялись довольно регулярно[23]. Ниже мы будем говорить только о работах Дмитрия Андреевича и их непосредственном развитии.

В пункте (iv) отметим полученное Д.А. Гудковым обобщение теоремы Брюзотти[24] о независимости возмущений особенностей плоской кривой, все особенности которой – невырожденные двойные точки. Первоначально это было сделано для кривых, имеющих точки возврата [5, 23][25], затем – для кривых на поверхностях степени 2 [27]. Заметим, что эти результаты были затем переоткрыты другими авторами[26].

В пункте (v) речь идёт о детальном изучении кривых степени 4. Как известно, изотопическая классификация неособых кривых степеней $\leqslant 5$ не доставляет трудностей. Совсем не так обстоит дело для кривых с особенностями – эта задача нетривиальна начиная со степени 3. В конце 17-го века[27] И. Ньютон нашёл классификацию плоских аффинных кубик. Можно сказать, что благодаря исследованиям Д.А. Гудкова и его учеников мы имеем теперь примерно такой же уровень знаний о плоских квартиках. Именно, в [10, 55, 63] была получена алгебро-топологическая[28] классификация таких кривых, в [38,

---

[23] *G. Wilson.* Hilbert's sixteenth problem. Topology 17:1 (1978). P.53–73; *N.A'Campo.* Sur la 1ére partie du 16e problème de Hilbert. Seminare Bourbaki. 31è annèe. 1978-1979. no.537; *В.А. Рохлин.* Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых. УМН 33:5. 1978. С.77–89; *В.И. Арнольд, О.А. Олейник.* Топология вещественных алгебраических многообразий. Вестник МГУ. Сер.1. N 6. 1979. С.7–17; *В.М. Харламов.* Топология вещественных алгебраических многообразий. В книге: И.Г. Петровский. Избранные труды. Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Алгебраическая геометрия. М.: Наука, 1986. С.465–493; *О.Я. Виро.* Прогресс в топологии вещественных алгебраических многообразий за последние шесть лет. УМН 41:3. 1986. С.55–82; *О.Я. Виро.* Вещественные плоские алгебраические кривые: построения с контролируемой топологией. Алгебра и анализ. № 1. 1990. С.1059–1134; *Г.М. Полотовский.* Топология вещественных алгебраических кривых: история и результаты. Историко-математические исследования, Вторая серия, вып. 14(49). 2011. С.177–212.

[24] L. Brusotti. Sulla «piccola variazione» di una curva piana algebrica reali. Rend. Rom. Acc. Lincei (5) 30. 1921. P. 375–379.

[25] По-видимому, аналогичный результат для комплексных кривых был известен Ф. Севери (см. O. Zariski. Algebraic surfaces. 2nd ed. Heidelberg. Springer-Verlag. 1971.)

[26] *A. Nobile.* On families of singular plane projective curves. Ann. mat. pure ed appl. V. 138. 1984. P. 341–378; *M.Gradolato, E.Mezzetti.* Curves with nodes, cusps and oridinary triple points. Ann. Univ. Ferrara. Sez. 7. V. 31. 1985. P. 23–47; *M.Lindner.* Über Mannigfaltigkeiten ebener Kurven mit Singularitäten. Arch. Math. V. 28. 1977. S. 603–610.

[27] Опубликовано в начале 18-го века: I. Newton. Enumeratio linearum tertii ordinis. Optics. London. 1704. P. 138–162.

[28] Более тонкая, чем изотопическая.

39, 44 – 50, 52 – 62] найдена классификация форм таких кривых[29], а работы [54, 55, 63] посвящены стратификации пространства коэффициентов плоских кривых степени 4.

Коротко о некоторых других работах Д.А. Гудкова и их развитии.

(1) Г.А. Уткин, ученик Дмитрия Андреевича, занимался изучением топологии неособых алгебраических поверхностей в проективном пространстве. Этот вопрос тоже упомянут Гильбертом в его 16-й проблеме. В своих исследованиях 1967 – 1969 гг. Уткин существенно применял результаты и методы работ [11 – 18]. (Топологическая классификация неособых поверхностей степени 4 была завершена В.М. Харламовым в 1976 году. Несколько позже В.М. Харламов и В.В. Никулин получили более тонкую классификацию.)

(2) Используя метод Гильберта-Роона и квадратичные преобразования, в 1979 году Г.М. Полотовский получил классификацию кривых степени 6, распадающихся на две неособые кривые в общем положении. Этот результат нашёл разнообразные применения, в частности, в исследованиях Харламова, упомянутых в (1), и в работах Гудкова о кривых на поверхностях степени 2 (см. (4) ниже).

(3) В 1973 году Д.А. Гудков и А.Д. Крахнов [22] и одновременно и независимо В.М. Харламов доказали аналоги сравнения из (iii) для случаев $(M-1)$-многообразий и $(M-1)$-пар. Для $(M-1)$-кривых степени $2k$ это сравнение может быть записано в виде

$$p - m \equiv (k^2 \pm 1) (\mathrm{mod}\, 8).$$

(4) Применяя упомянутые в (2) и в (iv) результаты, Д.А. Гудков нашёл [28, 29] классификацию неособых кривых степени 8 на гиперболоиде. Заметим, что Гильберт тоже занимался этой задачей. В настоящее время изучение кривых на поверхностях продолжают В.И. Звонилов, Г.Б. Михалкин, С. Мацуока (S. Matsuoka) и другие.

(5) В 1984 году Е.И. Шустин существенно развил метод Гильберта-Роона. В частности, он разработал новую версию этого метода для классификации сглаживаний некоторых типов особенностей и получил новые достаточные условия для независимости сглаживаний особых точек (ср. с (iv)).

(6) Какой набор особенностей допускает плоская комплексная или вещественная кривая степени n ? Этой классической задаче для $n = 5$ посвящены работы [33 – 37, 41, 42]. В частности, в [33] построена вещественная кривая степени 5 с пятью (максимально возможное количество) вещественными точками возврата. Исследования в этом направ-

[29] Учитывающая, в частности, расположение точек перегиба на ветвях кривой.

лении продолжают Е.И. Шустин, И.В. Итенберг и другие специалисты.

В связи с развитой в последние годы С.Ю. Оревковым симплектической версией задачи классификации кривых следует упомянуть, что метод Гильберта-Роона-Гудкова вместе с методом кубической резольвенты (предложенным в применении к этой задаче С.Ю. Оревковым) и прямыми вычислениями остаётся единственным способом отличить вещественные алгебраические кривые от псевдоголоморфных.

(7) Особое место в деятельности Дмитрия Андреевича занимает исследование начального периода биографии Н.И. Лобачевского. Следует отметить, что Дмитрий Андреевич занимался историей математики профессионально: он разработал и много лет читал годовой курс лекций по истории математики (после А.Г. Майера, т. е. в течение 35 лет, в Нижегородском университете лекции по истории математики не читались). Интерес Гудкова к биографии Лобачевского имел, кроме прочего, «наследственный» характер: он стремился завершить исследования А.А. Андронова и его группы, предпринятые в 1948 – 1956 гг. В результате многолетних поисков в архивах Горького-Нижнего Новгорода, Санкт-Петербурга и других городов (в 1986 – 1991 гг.), Дмитрий Андреевич открыл ряд новых документов и пришёл к выводу, что верна старая гипотеза о том, что Н.И. Лобачевский и его братья были в действительности сыновьями С.С. Шебаршина (а не Ивана Максимовича Лобачевского). Свои аргументы Д.А. Гудков подробно изложил в замечательной книге [65], опубликованной уже посмертно.

***

Список научных работ Д.А.Гудкова

1952

1. Перечисление всех существующих типов неособых плоских проективных кривых 6-го порядка с вещественными коэффициентами // Дисс. ... канд. ф.-м. наук. Горький. С. 1–172.

1954

2. О пространстве коэффициентов плоских алгебраических кривых n-го порядка // ДАН СССР. Т. 98. Вып. 3. С. 337–340.
3. Полная топологическая классификация неособых вещественных алгебраических кривых 6-го порядка в вещественной проективной плоскости // ДАН СССР. Т. 98. Вып. 4. С. 521–524.

1956

4. О топологии плоских вещественных кривых 6-го порядка // Труды III Всесоюзного математического конгресса (Москва, 1956). Т. 1. М.: Изд-во АН СССР. С. 149.

1962

5. Бифуркации простых двойных точек и точек возврата вещественных плоских алгебраических кривых // ДАН СССР. Т. 142. Вып. 5. С. 990–993.
6. Варьируемость простых двойных точек вещественных плоских кривых // ДАН СССР. Т. 142. Вып. 6. С. 1233?1235.
7. О некоторых вопросах топологии плоских алгебраических кривых // Матем. сборник. Т. 58(100). Вып. 1. С. 95–127.

1965

8. О понятиях грубости и степеней негрубости для плоских алгебраических кривых // Матем. сборник. Т. 67(109). Вып. 4. С. 481–527.

1966

9. О качественных методах в топологии плоских алгебраических кривых // Тезисы кратких научных сообщений Международного математического конгресса. Секция 10. Москва. С. 12.
10. Полная классификация нераспадающихся кривых 4-го порядка // Матем. сборник. Т. 69(111). Вып. 2. С. 222–256 (соавторы М.Л. Тай, Г.А. Уткин).

1969

11. Некоторые теоремы о кривых порядка m // Учёные зап. Горьковского университета. Вып. 87. С. 5–13.
12. Об овалах кривых шестого порядка // Там же, С. 14–20.
13. Системы «k» точек в общем положении и алгебраические кривые различных порядков // Там же, С. 21–58.
14. Свойства грубых пространств кривых шестого порядка с «k» особыми точками // Там же, С. 59–85.
15. Изменение топологии кривой 6-го порядка при непрерывном изменении ее коэффициентов // Там же, С. 86–117.
16. Полная топологическая классификация расположения овалов кривой 6-го порядка в проективной плоскости // Там же, С. 118–153.
17. О расположении овалов кривой шестого порядка // ДАН СССР. Т. 185. Вып. 2. С. 260–63.
18. О топологии плоских алгебраических кривых // Дисс. ... докт. физ.-мат. наук. Горький. С. 1–351.

1971

19. Построение новой серии M-кривых // ДАН СССР. Т. 200. Вып. 62. С. 1269–1272.

1972

20. О топологии вещественных алгебраических многообразий // Тезисы VI Всесоюзной топологической конференции (Тбилиси, 1972). С. 43–44.

1973

21. Построение кривой 6-го порядка типа $\frac{5}{1}5$ // Известия вузов. Математика. Т. 3(130). С. 28–36.
22. О периодичности эйлеровой характеристики вещественных алгебраических $(M-1)$-многообразий // Функц. анализ и его прилож. Т. 7. Вып. 2. С. 15–19 (соавтор А.Д. Крахнов).

1974

23. Топология вещественных проективных алгебраических многообразий // УМН. Т. 29. Вып. 4(178). С. 3–79.

1975

24. Письмо в редакцию // УМН. Т. 30. Вып. 4(184). С.300.

1978

25. Nine Papers on Hilbert 16th Problem. – AMS Translations. Series 2. Vol. 112. – 172 p. (Книга содержит перевод на английский язык шести статей Д.А. Гудкова, указанных под номерами 11 – 16 выше, и трёх статей Г.А. Уткина.)

1979

26. Вещественные алгебраические многообразия // В кн. Математическая энциклопедия. Т. 2. М.: Советская энциклопедия. С. 70–73.
27. Теорема Брюзотти для кривых на поверхностях второго порядка // УМН. Т. 33. Вып. 4(208). С. 159–160.
28. О топологии алгебраических кривых на гиперболоиде // Тезисы докладов Международной топологической конференции (Москва, 1979). С. 36.
29. О топологии алгебраических кривых на гиперболоиде // УМН. Т. 33. Вып. 6(210). С. 26–32.

1980

30. Обобщение теоремы Брюзотти для кривых на поверхности второго порядка // Функц. анализ и его прилож. Т. 14. Вып. 1. С. 20–24.
31. Неособые кривые низших порядков на гиперболоиде // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький: Изд-во ГГУ. С. 96–103 (соавтор А.Е. Усачев).
32. Классификация неособых кривых восьмого порядка на эллипсоиде // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравне-ний. Горький: Изд-во ГГУ. С. 104–107 (соавтор Е.И. Шустин).

1982

33. О кривой пятого порядка с пятью точками возврата // Функц. анализ и его прилож. Т. 16. Вып. 3. С. 54–55.
34. Инварианты особых точек кривых 5-го порядка // УМН. Т. 37. Вып. 4(226). С. 94–95 (соавтор Е.И. Шустин).
35. Полная классификация двуточечных наборов особых точек уникурсальных кривых пятого порядка / Деп. в ВИНИТИ. № 2819-82. С. 1–11 (соавтор Л.В. Голубина).
36. О классификации наборов особых точек уникурсальных плоских кривых пятого порядка // Межвуз. сб. Дифференциальные и интегральные уравнения. Горький:Изд-во ГГУ. С. 126–132 (соавтор Л.В. Голубина).
37. Классификация трёхточечных наборов особых точек уникурсальных кривых 5-го порядка // Межвуз. сб. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький. Изд-во ГГУ. С. 123–134 (соавторы Л.В. Голубина, Л.Г. Кубрина, А.В. Зародова). Перевод: Classification of triplets of singular points of unicursal curves of 5-th order // Selecta Math. Sovietica. Vol. 7. N. 2. P. 183–189.
38. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. I. / Деп. в ВИНИТИ. № 4207-82. С. 1–9 (соавторы Н.А. Кирсанова, Г.Ф. Небукина).
39. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. II. / Деп. в ВИНИТИ. № 17-83. С. 1–14 (соавторы Н.А. Кирсанова, Г.Ф. Небукина).
40. О пересечении близких алгебраических кривых // Тезисы докладов Ленинградской топологической конференции. Л. С. 58 (соавтор Е.И. Шустин).

1983

41. Классификация четырёхточечных наборов особых точек уникурсальных кривых 5-го порядка / Деп. в ВИНИТИ. № 4558-83. С. 1–9 (соавтор Л.В. Голубина).

42. Классификация пяти- и шеститочечных наборов особых точек уникурсальных кривых 5-го порядка /Деп. в ВИНИТИ. № 5437-83. С. 1–10 (соавторы А.М. Киселев и Н.К. Комлева).

1984

43. On the intersection of the close algebraic curves // Lect. Notes in Math. Vol. 1060 (Springer-Verlag, Berlin,1984). P. 278–289 (соавтор Е.И. Шустин).
44. Двойные касательные и точки перегиба кривых 4-го порядка //УМН. Т. 39. Вып. 4(238). С. 112–113 (соавтор Г.Ф. Небукина).
45. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. III./Деп. в ВИНИТИ. № 704-84. С. 1–18 (соавтор Г.Ф. Небукина).

1985

46. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка.IV. / Деп. в ВИНИТИ. № 6708-В85. С. 1–23 (соавтор Г.Ф. Небукина).
47. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. V. / Деп. в ВИНИТИ. № 6709-В85. С. 1–17 (соавтор Г.Ф.Небукина).
48. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. VI. / Деп. в ВИНИТИ. № 6710-В85. С. 1–26 (соавтор Г.Ф.Небукина).
49. Точки перегиба и двойные касательные кривых четвёртого порядка. VII. / Деп. в ВИНИТИ. № 6711-В85. С. 1–15 (соавтор Г.Ф.Небукина).
50. Типы и формы кривых 4-го порядка с мнимыми особыми точками // УМН. Т. 40. Вып. 5. С. 212 (соавтор Г.Ф. Небукина).
51. О вычислении инвариантов особых точек алгебраических кривых // Межвуз. сб. Дифференциальные и интегральные уравнения. Горький: Изд-во ГГУ. С. 84–86 (соавтор Н.К. Комлева).

1986

52. Вещественные кривые 4-го порядка с мнимыми особыми точками / Деп. в ВИНИТИ. № 1108-В86. С. 1–22 (соавтор Г.Ф. Небукина).

1987

53. Вещественные кривые 4-го порядка: обзор результатов // Тезисы Бакинской международной топологической конференции. Часть II. Баку. С. 90.
54. Стратификация пространства кривых 4-го порядка. Примыкания стратов // УМН. Т. 42. Вып. 4. С. 152 (соавтор Г.М. Полотовский).
55. Стратификация пространства кривых 4-го порядка по алгебротопологичеким типам. I / Деп. в ВИНИТИ. № 5600-В87. С. 1–55 (соавтор Г.М. Полотовский).

1988

56. Специальные формы кривых 4-го порядка с мнимыми особыми точками / Деп. в ВИНИТИ.№ 4374-В88. С. 1–18 (соавторы Г.Ф. Небукина, Т.И. Тетнева).
57. Plane real projective quartic curves // Lect. Notes in Math. Vol.1346 (Springer-Verlag, Berlin). P. 341–347.
58. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 1 / Деп. в ВИНИТИ. № 9208-В88. С. 1–36.
59. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 2 / Деп. в ВИНИТИ. № 9207-В88. С. 1–57.

1989

60. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 3 / Деп. в ВИНИТИ. № 6435-В89. С. 1–67.

1990

61. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 4 / Деп. в ВИНИТИ. № 1239-В90. С. 1–55.
62. Специальные формы кривых 4-го порядка. Часть 5 / Деп. в ВИНИТИ. № 3847-В90. С. 1–30.
3. Стратификация пространства кривых 4-го порядка по алгебро-топологичеким типам. II / Деп. в ВИНИТИ. № 6331-В90. С.1–33 (соавтор Г.М. Полотовский).

1992

64. Real algebraic variety / in the book «Encyclopaedia of Mathematics» (ed. M. Hazewinkel), Vol. 8 (Rea–Sti), Kluwer, 1992.
65. Н.И. Лобачевский. Загадки биографии. – Нижний Новгород, изд-во ННГУ. – 240 с.

Список публикаций о Д.А. Гудкове

I. В.И. Арнольд, О.Я. Виро, Е.А. Леонтович-Андронова, В.В. Никулин, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, В.М. Харламов. Дмитрий Андреевич Гудков (к семидесятилетию со дня рождения) // УМН. Т. 44. Вып. 1 (1989), С. 223–225.

II. В.И. Арнольд, А.М. Вершик, О.Я. Виро, А.Б. Корчагин, Е.А. Леонтович-Андронова, С.П. Новиков, О.А. Олейник, Г.М. Полотовский, Г.А. Уткин, Е.И. Шустин. Дмитрий Андреевич Гудков (некролог) // УМН. Т. 47. Вып. 6 (1992), С. 195–198.

III. Е.И. Гордон, Г.М. Полотовский. Об авторе этой книги // В книге: Д.А.Гудков. «Н.И.Лобачевский. Загадки биографии». Н.Новгород. Из-во ННГУ, 1992. С. 237–239.

IV. E.I. Gordon. Recollection of D.A. Gudkov // AMS Translations. Series 2. Vol. 173 (1996). P. 11–16.

V. G.M. Polotovskiĭ. Dmitriĭ Andreevich Gudkov // AMS Translations. Series 2. Vol. 173 (1996), P. 1–9.

VI. Г.М. Полотовский. Дмитрий Андреевич Гудков // Вестник Нижегородского университета «Математическое моделирование и оптимальное управление», вып. 1(23), 2001. С. 5–16.

VII. М.А. Миллер. Воспоминания о Д.А. Гудкове. Педагогические тесты и исторические изыскания. – С. 275–284 в книге: М.А. Миллер. Всякая и не всякая всячина, посвящённая собственному 80-летию. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. – 480 с.

VIII. Г.М. Полотовский. Вспоминая Дмитрия Андреевича // Газета «Нижегородский университет», №5(2064), 2008, с. 23.

IX. Г.М. Полотовский. В.В. Морозов, Д.А. Гудков и первая часть 16-й проблемы Гильберта // Учён. Зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. Т. 154, кн. 2, 2012. С. 31–43.

БИОГРАФИЯ В ДОКУМЕНТАХ

Андрей Фёдорович Гудков
(1893 – 1919)

Нина Павловна Чекалова
(1893 – 1972)

1916 год

НАРОДНЫЙ КОМИССАРИАТ ВНУТРЕННИХ ДЕЛ

Отдел Актов Гражданского Состояния

Поселковый Совет
Сов. Раб. и Крест. Деп.
Памяти
Парижской Коммуны
Работкинского района
Горьковского края

Место для штампа

28 Апреля 1935 г.
№ 3

ПОВТОРНОЕ
СВИДЕТЕЛЬСТВО 88
(ВЗАМЕН УТЕРЯННОГО)

№ 3

ПАСПОРТ ВЫДАН 193

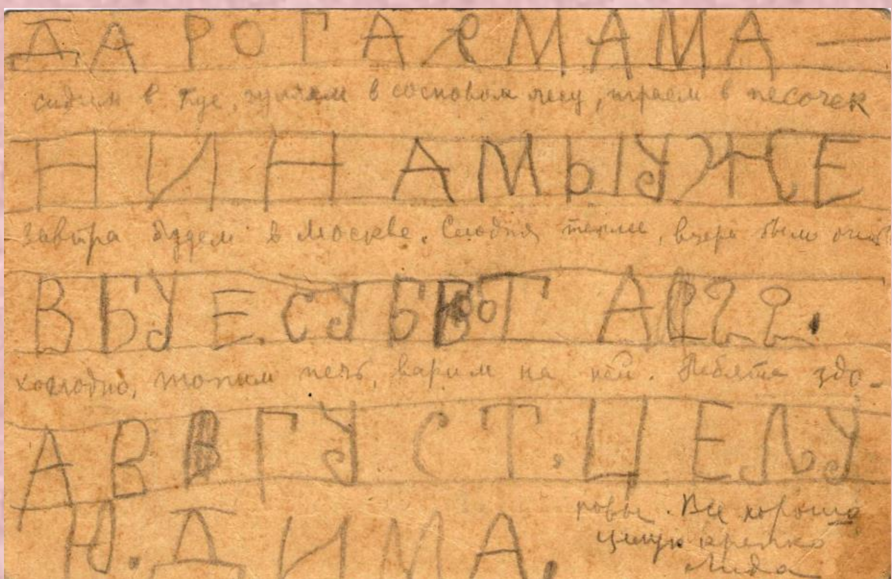
Настоящее выдано гр. Гудков Дмитрий (фамилия, имя
Андреевич (и отчество) в том, что в 1918 г. Мая
числа 18 родился м-ца, в городе ~~селе~~ Вологда
Северного края занесено в книгу актов
гражданского состояния № — запись о том, что
Свидетельство выдано взамен
утерянного котор. треб. для поступл.
в учебное заведение

М. П.

Завед. бюро ЗАГС

Делопроизводитель

1918 год



Письмо Димы маме в Томск. 1925 год


С. С. С. Р.
Н. К. П. С.
УПРАВЛЕНИЕ
Внутрен. Водных Путей
Волжского Бассейна.
1 технический участок

Продлен по 31/XII 1935 г.

Удостоверение личности № 168

Пред'явитель сего Гудков Дмитрий Андреевич
является сыном 2го врача здрав-пункта № 16 Водздравотдела зат. Пам. Пар. Ком.

Действительно до „3“ июня 1932 г.

(штемпель и подпись)

Время выдачи „3“ июня 1932 г.

Ф. № 422. 7-я тип. „Транспечати“ наряд № 2749.

РАЗНЫЕ ОТМЕТКИ

Продлен по 1/2 о... 1932 г.

Место

М. П.

(подпись владельца удост.)


С. С. С. Р.
Н. К. П. С.
Волжский Отдел Просвещения
ШКОЛА СЕМИЛЕТКА
Затона
„Память Парижской Коммуны“
Июня 14 дня 1932 г.
№ 73
Адрес: п/о. Кадницы Нижег. губ.
Затон Пам. Пар. Ком.

Удостоверение ударника.

Настоящее выдано премиальной комиссией при шк. Ф.З.С тов. Гудкову Дмитрию в том что ему за высокие показатели академической усвояемости, и хорошей трудовой дисциплины присваивается звания ударника.

Пред. комиссии
члены

Дима Гудков (в центре) со школьными друзьями

Р. С. Ф. С. Р.

Народный Комиссариат
Просвещения

Горьковский КрайОНО

Зат. ФЗС школа

Адрес: зат. Пам Пар. Ком.
Работкин район

Пролетарии всех стран, соединяйтесь!

СВИДЕТЕЛЬСТВО

ОБ ОКОНЧАНИИ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

Паспорт выдан 1933 г.

Пред'явит. сего Гудков Дм. Ан.

родивш. в 1918 г., поступил в школу в 1931 г., окончил ее в 1933 г.

прояв. следующую успеваемость:

1. Русский язык и литература Хорошо.
2. Иностранный язык Хорошо
3. Математика Хорошо
4. Обществоведение Хорошо
5. География Хорошо
6. История Хорошо
7. Физика Хорошо
8. Биология Хорошо
9. Химия Хорошо
10. Труд Хорошо
11. Технология материалов —
12. Физкультура Хорошо
13. Черчение Хорошо
14. Рисование Хорошо
15. М. У. З. О. Хорошо
16. Военное дело —
17.

За время пребывания в школе

выполняя общественную работу Руков. произв. сект.

дисциплинирован вполне и проявляет

склонность к

Задано 13 июня 1933 года.

Школа Семилетка Затона Пам. Пар. Ком.

Зав. школой

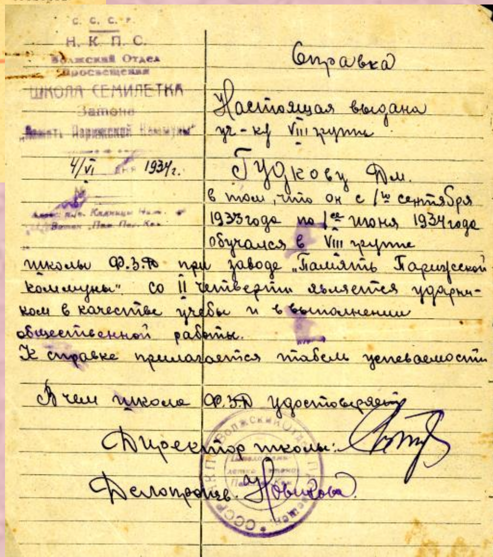
Секретарь школьного совета

С. С. С. Р.
Н. К. П. С.
...ский Отдел
...свещения
Школа семилетка
Затона
„Память Парижской Коммуны"
11/IV дня 1933 г.
№ 80

УДАРНОЕ УДОСТОВЕРЕНИЕ

Дано тов. Гудкову Дмитрию
за лучшие образцы по качеству учебы за сознательную трудовую дисциплину и участие в общественно-полезной работе школы в 3-ю четверть

Зав. школой
Зав. учебной частью
Пред. учкома



С. С. С. Р.
Н. К. П. С.
Волжский Отдел
Просвещения
Школа семилетка
Затона
„Память Парижской Коммуны"
4/VI дня 1934 г.

Справка

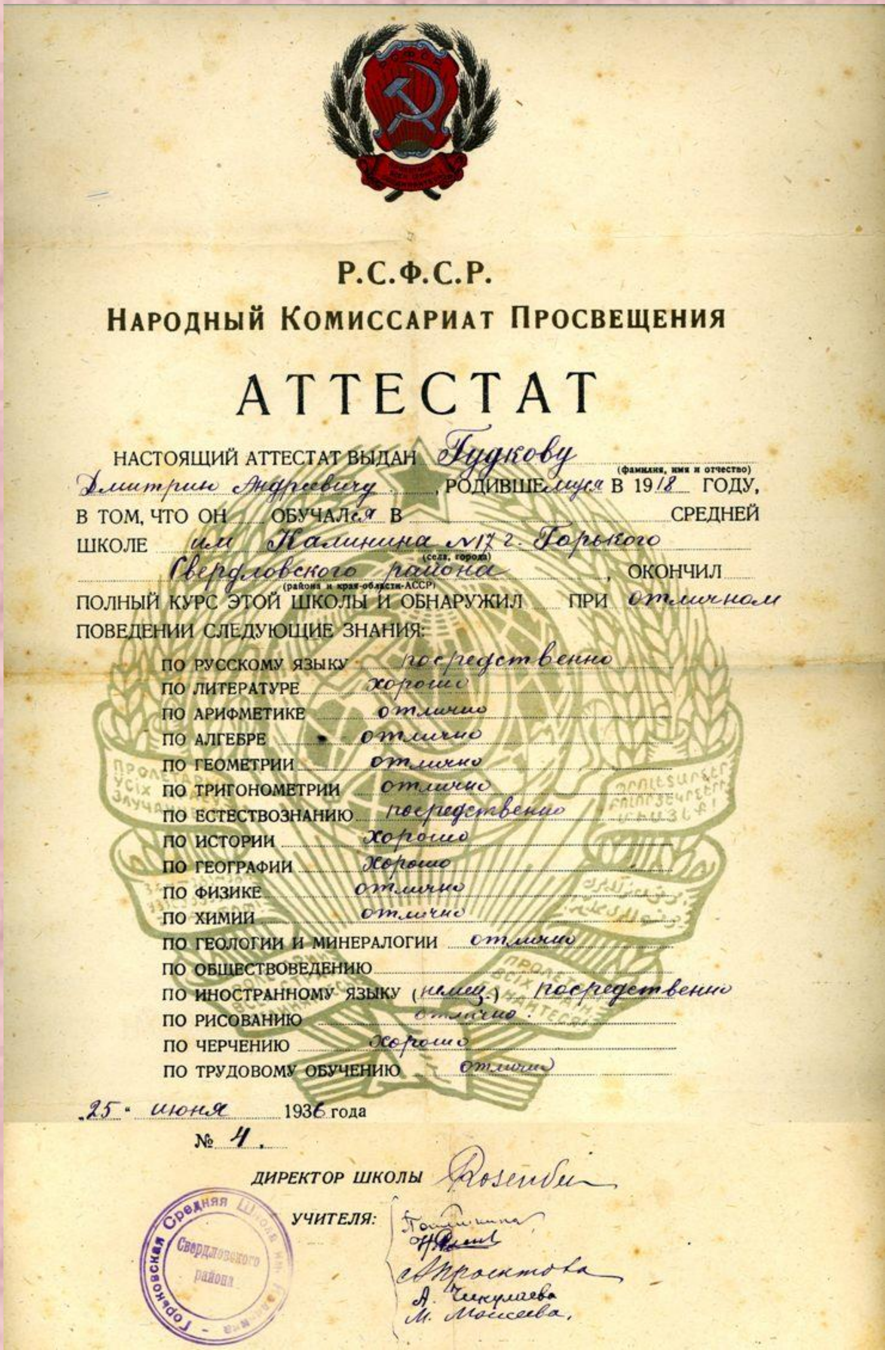
Настоящая выдана уч-ку VIII группы Гудкову Дм. в том, что он с 1-го сентября 1933 года по 1-е июня 1934 года обучался в VIII группе школы Ф.З.Д. при заводе „Память Парижской Коммуны". Со II четверти является ударником в качестве учебы и в выполнении общественной работы.
К справке прилагается табель успеваемости.

В чем школа Ф.З.Д. удостоверяет.

Директор школы:
Делопроизв.

В фабрично-заводской семилетке затона
«Память Парижской Коммуны».
Дима Гудков – крайний справа

Школьный табель за 1933/34 учебный год



Р.С.Ф.С.Р.

Народный Комиссариат Просвещения

АТТЕСТАТ

НАСТОЯЩИЙ АТТЕСТАТ ВЫДАН Гудкову (фамилия, имя и отчество)
Дмитрию Андреевичу, РОДИВШЕМУся В 1918 ГОДУ,
В ТОМ, ЧТО ОН ОБУЧАЛся В СРЕДНЕЙ
ШКОЛЕ им Калинина №17 г. Горького (села, города)
Свердловского района (района и края-области-АССР), ОКОНЧИЛ
ПОЛНЫЙ КУРС ЭТОЙ ШКОЛЫ И ОБНАРУЖИЛ ПРИ отличном
ПОВЕДЕНИИ СЛЕДУЮЩИЕ ЗНАНИЯ:

ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ посредственно
ПО ЛИТЕРАТУРЕ хорошо
ПО АРИФМЕТИКЕ отлично
ПО АЛГЕБРЕ отлично
ПО ГЕОМЕТРИИ отлично
ПО ТРИГОНОМЕТРИИ отлично
ПО ЕСТЕСТВОЗНАНИЮ посредственно
ПО ИСТОРИИ хорошо
ПО ГЕОГРАФИИ хорошо
ПО ФИЗИКЕ отлично
ПО ХИМИИ отлично
ПО ГЕОЛОГИИ И МИНЕРАЛОГИИ отлично
ПО ОБЩЕСТВОВЕДЕНИЮ
ПО ИНОСТРАННОМУ ЯЗЫКУ (немец.) посредственно
ПО РИСОВАНИЮ отлично
ПО ЧЕРЧЕНИЮ хорошо
ПО ТРУДОВОМУ ОБУЧЕНИЮ отлично

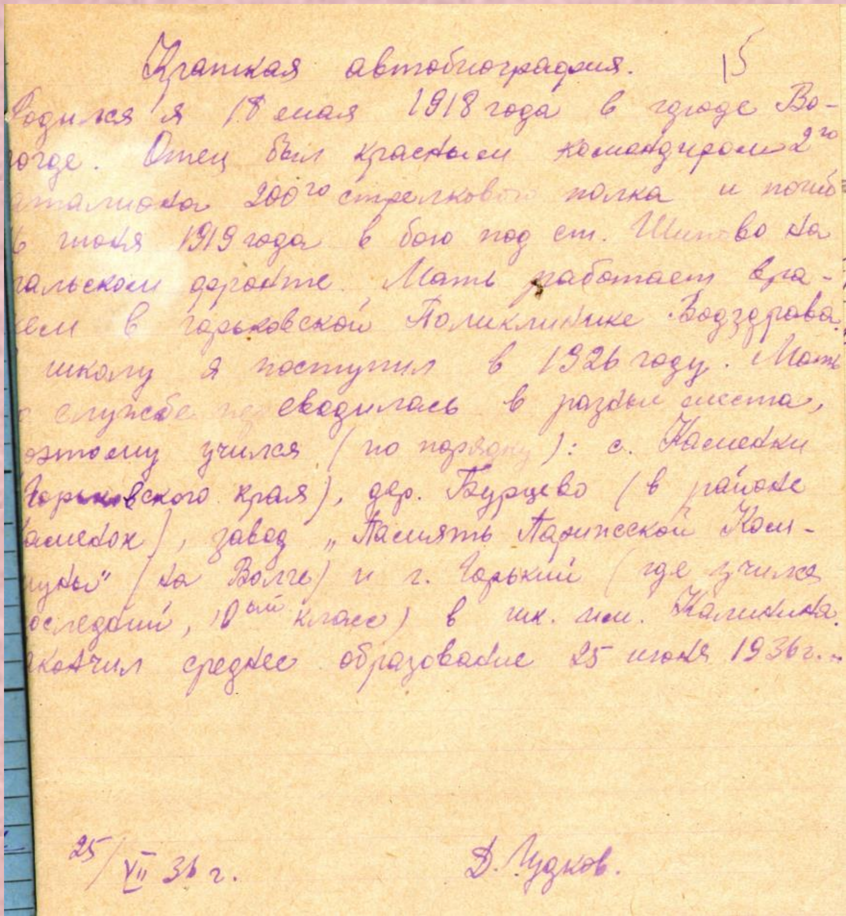
25 июня 1936 года

№ 4.

ДИРЕКТОР ШКОЛЫ Rosenbe

УЧИТЕЛЯ: А. Чекулаева, М. Моисеева.

Горьковская Средняя Школа им. Калинина - Свердловского района

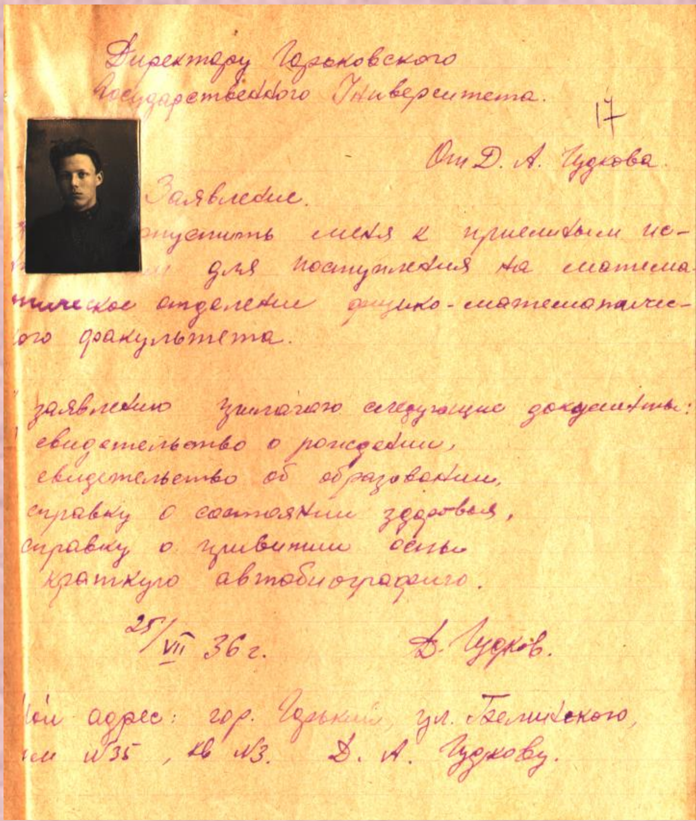

Краткая автобиография. 15
Родился я 18 мая 1918 года в городе Вологде. Отец был красным командиром 2го батальона 200го стрелкового полка и погиб 16 июня 1919 года в бою под ст. Шипово на Уральском фронте. Мать работает врачом в Горьковской Поликлинике Водздрава. В школу я поступил в 1926 году. Мать по службе переводилась в разные места, поэтому учился (по порядку): с. Каменки (Горьковского края), дер. Бурцево (в районе Каменок), завод „Память Парижской Коммуны" (на Волге) и г. Горький (где учился последний, 10ый класс) в шк. им. Калинина. Окончил среднее образование 25 июня 1936г..

25/VII 36 г. Д. Гудков.

Краткая автобиография.

Родился я 18 мая 1918 года в городе Вологде. Отец был красным командиром 2-го баталиона 200-го стрелкового полка и погиб 16 июня 1919 года в бою под ст. Шипово на Уральском фронте. Мать работала врачом в Горьковской Поликлинике Водздрава. В школу я поступил в 1926 году. Мать по службе переводилась в разные места, поэтому учился (по порядку): с. Каменки (Горьковского края), дер. Бурцево (в районе Каменок), завод «Память Парижской Коммуны» (на Волге) и г. Горький (где учился последний, 10-ый класс) в школе им. Калинина. Окончил среднее образование 25 июня 1936 года.

25/VII 36 г. *Д. Гудков*



Директору Горьковского
Государственного Университета.
17
От Д. А. Гудкова
Заявление.
опустить меня к приемным ис-
для поступления на математ-
тическое отделение физико-математичес-
кого факультета.
заявлению прилагаю следующие документы:
свидетельство о рождении,
свидетельство об образовании,
справку о состоянии здоровья,
справку о прививке оспы
краткую автобиографию.
25/VII 36 г. Д. Гудков.
адрес: гор. Горький, ул. Белинского,
м №35, кв №3. Д. А. Гудкову.

Заявление о допуске к вступительным экзаменам
в университет

КАРТОЧКА № 74. 12
Фотокарточка
ГОРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Факультет Физико-Математический
Фамилия Гудков
Имя Дмитрий Отчество Андреевич
РЕЗУЛЬТАТ ИСПЫТАНИЙ.

Наименование предметов	письмен.	устно	подпись экзамен.	примечание
Русский язык	удовлет.	удов. удов.	[illegible]	
Математика	отлично	отлично	Копнов	
Физика	~~отлично~~	отлично	[illegible]	
Химия		удовл.	[illegible]	
Обществоведение		удов	[illegible]	

5 Августа 1936 г.
Пред. Приемной комиссии [illegible]

Результаты вступительных экзаменов

33

Директору Горьковского
осударственного Университета.

18

От студента 1го курса
физико-математического
факультета Д. Гудкова.

Заявление.

рошу назначить мне стипендию.

ое семейное положение: мать работает
ачом и имеет на иждивении кроме меня
оего брата 5ти лет.

тметки за десятилетку: отлично-по мате-
атике, физике, химии, геологии и технологии;
осредственно - по русскому и немецкому языкам;
стальным - хорошо.

тметки на испытаниях в вуз: отлично - по
атематике и физике; по остальным - удов-
етворительно.

Д. Гудков

/IX 36 г.

Выписка из приказа по ГГУ № 51 от 26/II-38г.

8

§ I. По представлению Профкома и деканов факультетов премировать лучшие группы и студентов, добившихся отличной успеваемости в зимнюю экзаменационную сессию:

ГУДКОВА Д.А.-II к.физмата за отличную успеваемость и за работу в математич.кружке - 75 рублями.

П.п. И.о.директора ГГУ - Семенов.

Верно: Управделами- /Винтер/.

Л. Винтер

ХАРАКТЕРИСТИКА.

Кандидата на стипендию имени т. Сталина И.В. студента IУ курса физико-математическкого факультета Горьковского Госуниверситета ГУДКОВА Дмитрия Андреевича.

ГУДКОВ Дмитрий Андреевич, рождения 1918 года, происходит из семьи служащих. Его отец погиб в гражданскую войну, мать работает врачем. Сам он член ВЛКСМ с 1940 года. В университет поступил в 1936 году сразу же по окончании средней школы. На протяжении всей учебы в университете т. Гудков является отличником учебы и выделяется особо глубокой работой по изучению и освоению преподаваемых дисциплин.

Он дополнительно изучает некоторые отделы математики и особо много работает над вопросами диференциальной геометрии. Им же выполнены две исследовательские работы: "О парах криволинейных конгруэнций с общей главной нормалью" и "Обобщение задачи об эволютах на пространство", доложенные на студенческой научной сессии в апреле 1940 года.

Свою отличную учебу и глубокую исследовательскую работу т. Гудков умело сочетает с большой общественно-политической работой, к которой относится с чувством полной ответственности.

За время учебы он работал старостой группы, председателем студенческого математического кружка, секретарем участковой избирательной комиссии по выборам в местные советы депутатов трудящихся и профоргом группы.

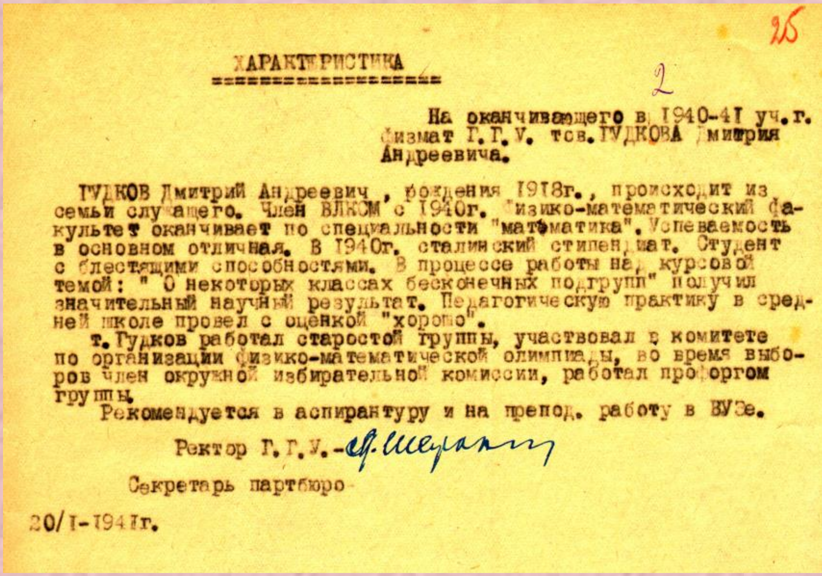
Среди студентов факультета Гудков пользуется заслуженным авторитетом.

28 апреля 1940 г.

Ректор Госуниверситета /Шеронин/

Секретарь Партбюро ВКП/б/ /Чернягин/

Секретарь Комитета ВЛКСМ /Липкин/



25

2

ХАРАКТЕРИСТИКА

На оканчивающего в 1940-41 уч.г. Физмат Г.Г.У. тов. ГУДКОВА Дмитрия Андреевича.

ГУДКОВ Дмитрий Андреевич, рождения 1918г., происходит из семьи служащего. Член ВЛКСМ с 1940г. Физико-математический факультет оканчивает по специальности "математика". Успеваемость в основном отличная. В 1940г. сталинский стипендиат. Студент с блестящими способностями. В процессе работы над курсовой темой: "О некоторых классах бесконечных подгрупп" получил значительный научный результат. Педагогическую практику в средней школе провел с оценкой "хорошо".

т. Гудков работал старостой группы, участвовал в комитете по организации физико-математической олимпиады, во время выборов член окружной избирательной комиссии, работал профоргом группы.

Рекомендуется в аспирантуру и на препод. работу в ВУЗе.

Ректор Г.Г.У. - А. Шерякин

Секретарь партбюро

20/I-1941г.

ДИПЛОМ

С ОТЛИЧИЕМ

№ 221946

Пред'явитель сего тов. Гудков Дмитрий Андреевич

в 1936 г. поступил и в 1941 г. окончил полный курс физико-математического факультета Горьковского государственного университета

по специальности Математика

и решением Государственной Экзаменационной Комиссии от 30 июня 1941 г. ему присвоена квалификация Математика.

Председатель Государственной Экзаменационной Комиссии проф. Г. Гор…

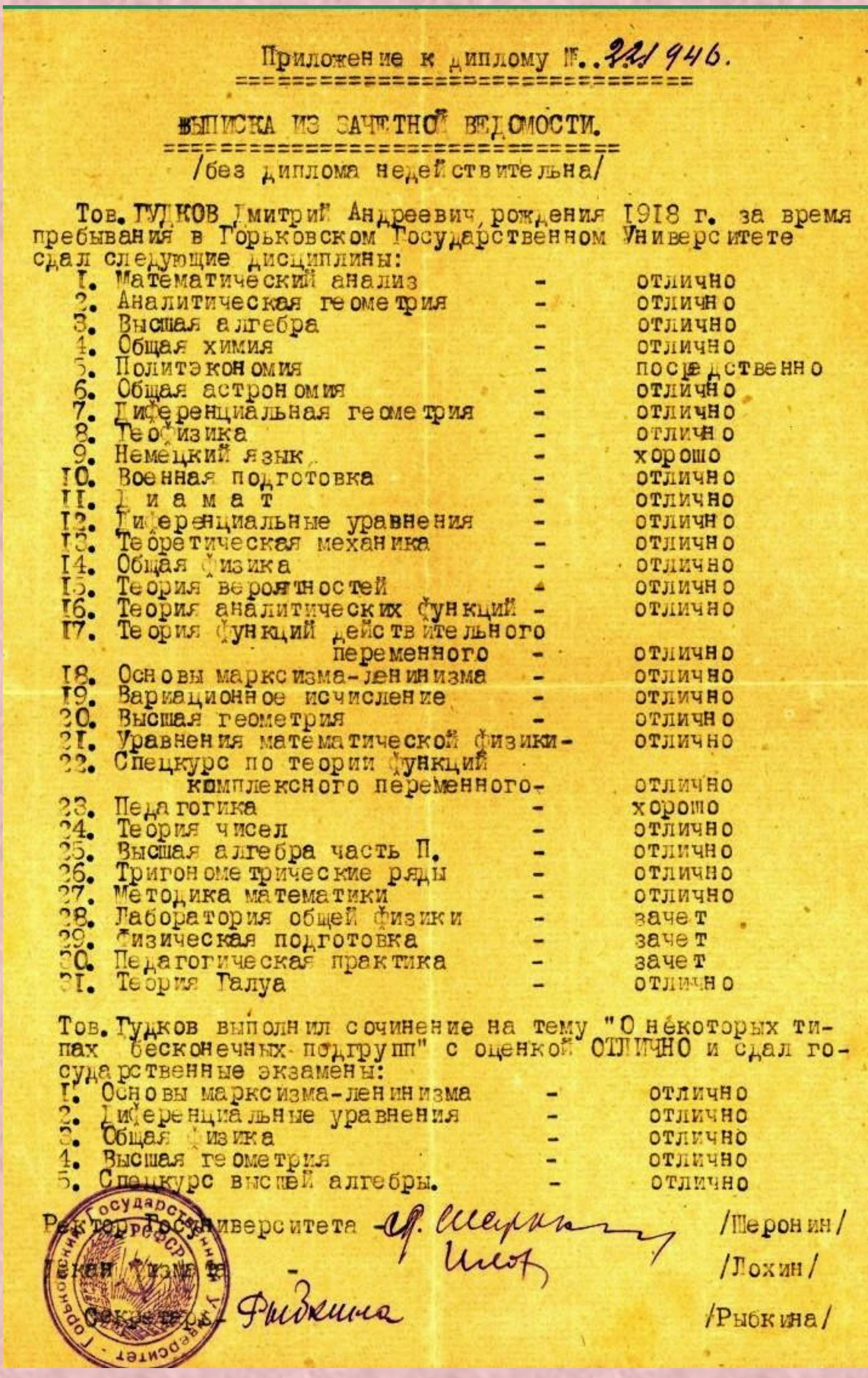
Директор

Секретарь

М. П.

Город Горький 1941 г.

Регистрационный № 729



Приложение к диплому №..221946.

ВЫПИСКА ИЗ ЗАЧЕТНОЙ ВЕДОМОСТИ.

/без диплома недействительна/

Тов. ГУДКОВ Дмитрий Андреевич, рождения 1918 г. за время пребывания в Горьковском Государственном Университете сдал следующие дисциплины:

1.	Математический анализ	- отлично
2.	Аналитическая геометрия	- отлично
3.	Высшая алгебра	- отлично
4.	Общая химия	- отлично
5.	Политэкономия	- посредственно
6.	Общая астрономия	- отлично
7.	Диференциальная геометрия	- отлично
8.	Теофизика	- отлично
9.	Немецкий язык	- хорошо
10.	Военная подготовка	- отлично
11.	Диамат	- отлично
12.	Диференциальные уравнения	- отлично
13.	Теоретическая механика	- отлично
14.	Общая физика	- отлично
15.	Теория вероятностей	- отлично
16.	Теория аналитических функций	- отлично
17.	Теория функций действительного переменного	- отлично
18.	Основы марксизма-ленинизма	- отлично
19.	Вариационное исчисление	- отлично
20.	Высшая геометрия	- отлично
21.	Уравнения математической физики	- отлично
22.	Спецкурс по теории функций комплексного переменного	- отлично
23.	Педагогика	- хорошо
24.	Теория чисел	- отлично
25.	Высшая алгебра часть II.	- отлично
26.	Тригонометрические ряды	- отлично
27.	Методика математики	- отлично
28.	Лаборатория общей физики	- зачет
29.	Физическая подготовка	- зачет
30.	Педагогическая практика	- зачет
31.	Теория Галуа	- отлично

Тов. Гудков выполнил сочинение на тему "О некоторых типах бесконечных подгрупп" с оценкой ОТЛИЧНО и сдал государственные экзамены:

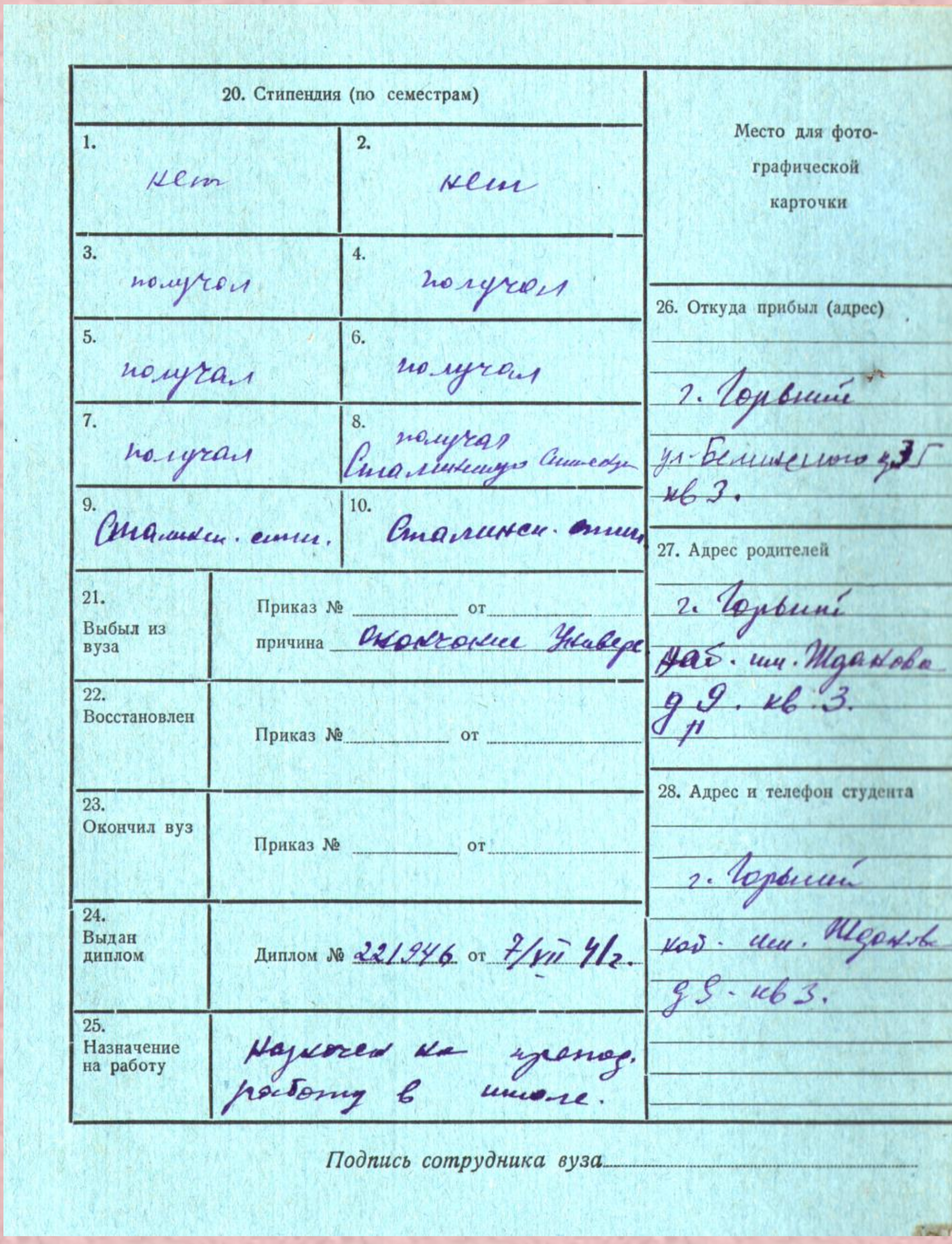
1.	Основы марксизма-ленинизма	- отлично
2.	Диференциальные уравнения	- отлично
3.	Общая физика	- отлично
4.	Высшая геометрия	- отлично
5.	Спецкурс высшей алгебры.	- отлично

Ректор Гос. Университета - Ф. Шеронин /Шеронин/

Декан физмата - Лохин /Лохин/

Секретарь - Рыбкина /Рыбкина/

Горьковский Государственный Университет РСФСР



20. Стипендия (по семестрам)

1. нет	2. нет
3. получал	4. получал
5. получал	6. получал
7. получал	8. получал Сталинскую стипенд.
9. Сталинск. стип.	10. Сталинск. стип.

Место для фотографической карточки

21. Выбыл из вуза	Приказ № ______ от ______ причина Окончание Универс.
22. Восстановлен	Приказ № ______ от ______
23. Окончил вуз	Приказ № ______ от ______
24. Выдан диплом	Диплом № 221946 от 7/VII 41 г.
25. Назначение на работу	Направлен на препод. работу в школе.

26. Откуда прибыл (адрес)
г. Горький
ул. Белинского д. 35
кв 3.

27. Адрес родителей
г. Горький
наб. им. Жданова
д 9. кв. 3.

28. Адрес и телефон студента
г. Горький
наб. им. Жданова
д 9. кв 3.

Подпись сотрудника вуза ______

Лист из личного дела студента Д.А. Гудкова

Нина Павловна, Костя, Дима. Лето 1941 года

СССР – НКО

АРТИЛЛЕРИЙСКАЯ ОРДЕНА ЛЕНИНА АКАДЕМИЯ КРАСНОЙ АРМИИ им. ДЗЕРЖИНСКОГО

ОТДЕЛ ЛИЧНОГО СОСТАВА

„6“ августа 1941 г.

№ 1

Москва, Китайский пр., 9/5, Тел. комм. К 0-29-40 по К 0-29-58, доб. 125 и 162.

УДОСТОВЕРЕНИЕ

Тов. ГУДКОВ Дмитрий Андреевич

(фамилия, имя и отчество)

состоит с „20“ июля 1941 года на действительной военной службе в кадрах Красной армии в должности курсанта

(рядового, младшего командного или начальствующего состава

срочной службы

срочной или сверхсрочной службы, командного или начальствующего состава)

Выдана для получения тов. ГУДКОВЫМ Д.А.

(фамилия и инициалы)

и членами его семьи льгот, установленных Кодексом о льготах для военно-служащих и военно-обязанных Красной армии и их семей.

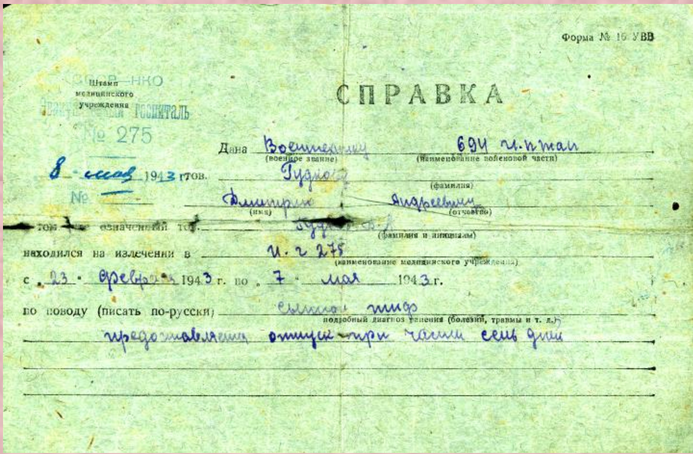
Удостоверение действительно по 1-ое августа 1942 г.

М. П.

Начальник Отдела личного состава

подполковник

Г 87317 Зак. 883



Форма № 16 УВВ

СССР НКО
Штамп медицинского учреждения
Эвакуационный госпиталь
№ 275

8 мая 1943 г.

№ —

СПРАВКА

Дана Военнослужащему 694 и.п.тан
(воинское звание) (наименование войсковой части)

тов. Гуднову
(фамилия)

Дмитрию Андреевичу
(имя) (отчество)

том, что означенный тов. Гуднов Д.А.
(фамилия и инициалы)

находился на излечении в э. г. 275
(наименование медицинского учреждения)

с „23“ февраля 1943 г. по „7“ мая 1943 г.

по поводу (писать по-русски) сыпной тиф
подробный диагноз ранения (болезни, травмы и т. д.)

предоставляется отпуск при части семь дней

Справка из госпиталя

Капитану Гуднову
Дмитрию Андреевичу

Приказом Верховного Главнокомандующего Маршала Советского Союза товарища Сталина от „2“ мая 1945 г. № 359 за овладение Берлином всему личному составу нашего соединения, в том числе и Вам, принимавшему участие в боях, ОБЪЯВЛЕНА БЛАГОДАРНОСТЬ.

КОМАНДИР ЧАСТИ ____ (подпись)

Полевая почта 65222

МЫ В БИТВАХ РЕШАЕМ СУДЬБУ ПОКОЛЕНИЙ,
МЫ К СЛАВЕ ОТЧИЗНУ СВОЮ ПОВЕДЕМ!

Выдано взамен утерянн

НКО—СССР
1611
АЭРОДРОМНЫЙ
Полк ПВО
Часть строевая
5 . Сентября 1945 г.
№ 0606
Действующая Армия.

ВРЕМЕННОЕ УДОСТОВЕРЕНИЕ

Выдано Капитану Арт. тех. Службы
Гудкову Дмитрию Андреевичу

в том, что он действительно состоит на воинской службе в 1611 Аэродромном полку противовоздушной обороны в должности Начальника Артиллерийского снабжения полка.

разрешено ношение огнестрельного оружия системы .... № 3394 ....

действительно до « 1 » Января 1946 года.

Личная подпись владельца удостоверения. Д. Гудков

Командир 1611 Аэродромного полка ПВО.
подполковник /ВОЛИК/
Начальник штаба 1611 Аэродромного полка ПВО
майор /СОЛОВЬЕВ/

1611 Аэродромный ... НКО СССР

В.С. Троицкий, С.А. Жевакин, Д.А. Гудков
на первомайской демонстрации, 1948 г.

УДОСТОВЕРЕНИЕ

об избрании народным заседателем

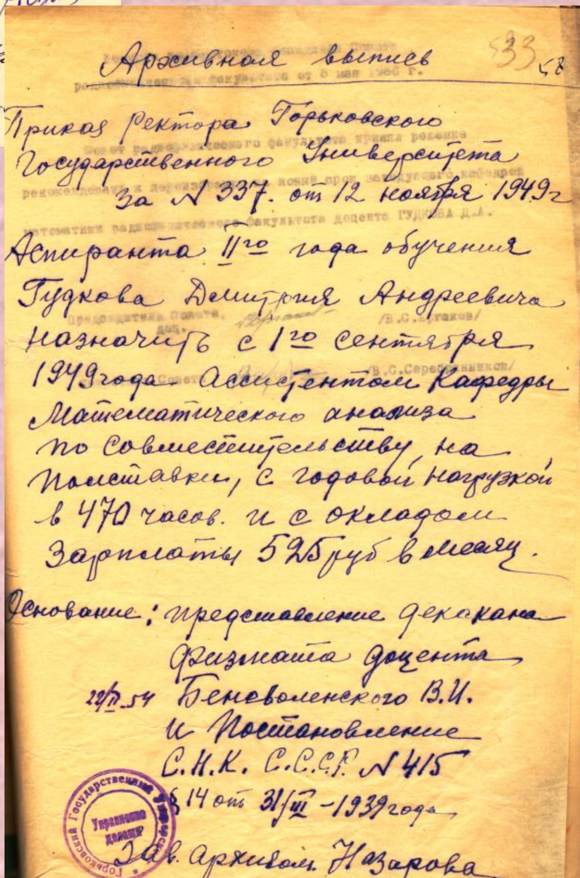
На основании протокола голосования Окружной счетной комиссии избирательного округа и в соответствии со статьями 56 и 60 „Положения о выборах народных судов РСФСР" исполнительный комитет Свердловского Районного (наименование исполкома Совета) Совета депутатов трудящихся удостоверяет, что товарищ ГУДКОВ ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ (фамилия, имя и отчество) избран 26 декабря (число, месяц выборов) 1948 года народным заседателем Народного суда 1-го участка (наименование избираемого суда) Свердловского района, г. Горького края, области, автономной республики РСФСР.

М. П.

Председатель исполнительного комитета районного, городского Совета депутатов трудящихся

Секретарь исполнительного комитета районного, городского Совета депутатов трудящихся

„28" декабря 1948 г.
(число) (месяц выдачи удостоверения)



Архивная выпись

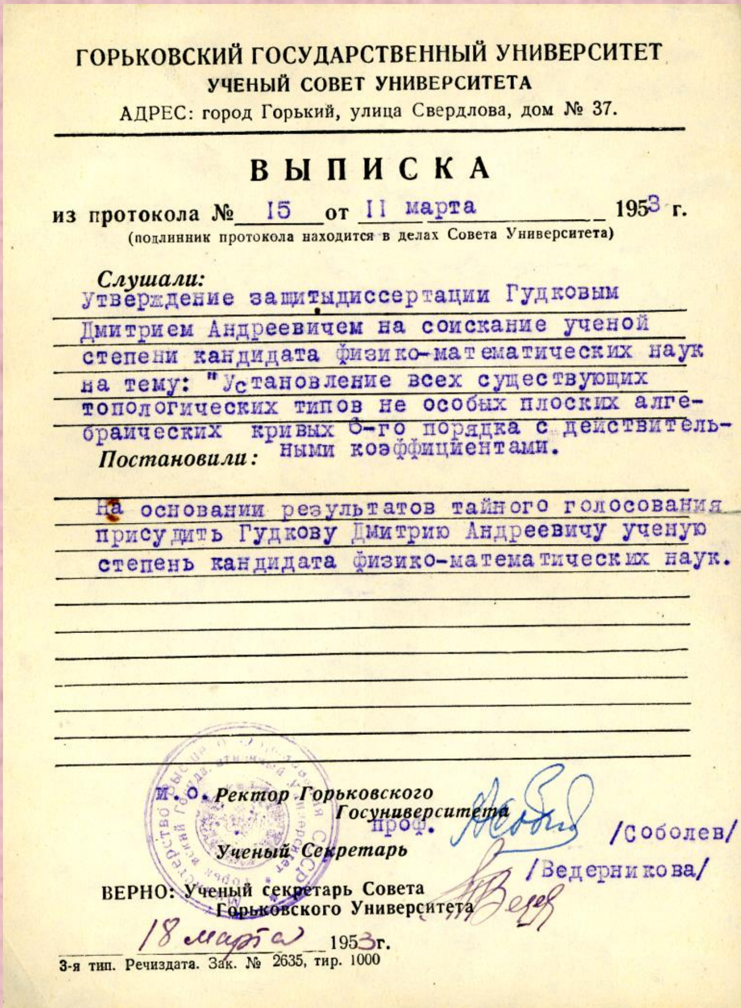
Приказ Ректора Горьковского Государственного Университета
за № 337. от 12 ноября 1949 г.

Аспиранта II-го года обучения Гудкова Дмитрия Андреевича назначить с 1-го сентября 1949 года Ассистентом Кафедры Математического анализа по совместительству на полставки, с годовой нагрузкой в 470 часов. и с окладом Зарплаты 525 руб в месяц.

Основание: представление декана Физмата доцента Беневоленского В.И. и Постановление С.Н.К. С.С.С.Р. № 415 § 14 от 31/III-1939 года

22/II-54

Зав. архивом Назарова



ГОРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
УЧЕНЫЙ СОВЕТ УНИВЕРСИТЕТА
АДРЕС: город Горький, улица Свердлова, дом № 37.

ВЫПИСКА

из протокола № 15 от 11 марта 1953 г.
(подлинник протокола находится в делах Совета Университета)

Слушали:
Утверждение защитыдиссертации Гудковым Дмитрием Андреевичем на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук на тему: "Установление всех существующих топологических типов не особых плоских алгебраических кривых 6-го порядка с действительными коэффициентами.

Постановили:
На основании результатов тайного голосования присудить Гудкову Дмитрию Андреевичу ученую степень кандидата физико-математических наук.

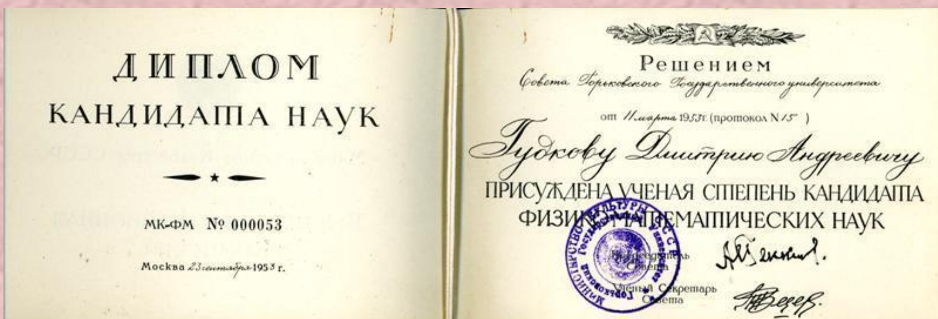
И.О. *Ректор Горьковского Госуниверситета* проф. /Соболев/

Ученый Секретарь /Ведерникова/

ВЕРНО: Ученый секретарь Совета Горьковского Университета

18 марта 1953 г.

3-я тип. Речиздата. Зак. № 2635, тир. 1000



ДИПЛОМ
КАНДИДАТА НАУК

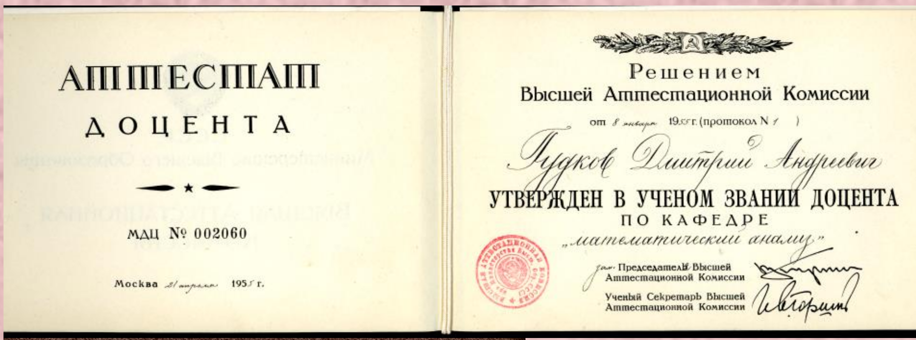
МК-ФМ № 000053

Москва 23 сентября 1953 г.

Решением
Совета Горьковского Государственного университета
от 11 марта 1953 г. (протокол N 15)
Гудкову Дмитрию Андреевичу
ПРИСУЖДЕНА УЧЕНАЯ СТЕПЕНЬ КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК

Председатель Совета

Ученый Секретарь Совета



АТТЕСТАТ
ДОЦЕНТА

МДЦ № 002060

Москва 21 апреля 1955 г.

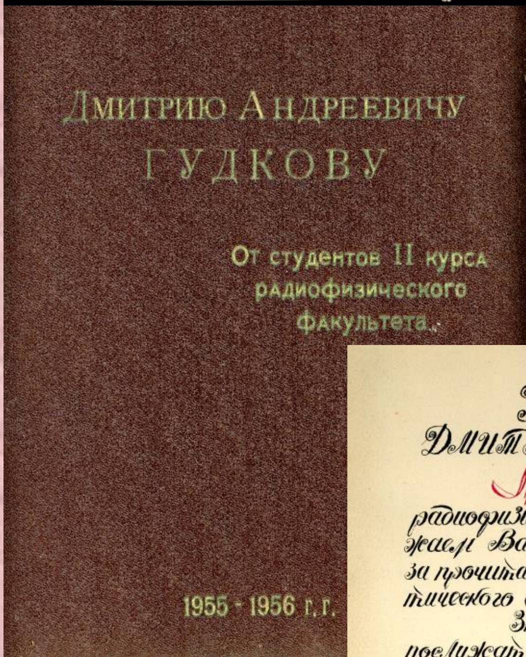
Решением
Высшей Аттестационной Комиссии
от 8 января 1955 г. (протокол № 1)

Гудков Дмитрий Андреевич

УТВЕРЖДЕН В УЧЕНОМ ЗВАНИИ ДОЦЕНТА
ПО КАФЕДРЕ
„математический анализ"

Зам. Председателя Высшей Аттестационной Комиссии

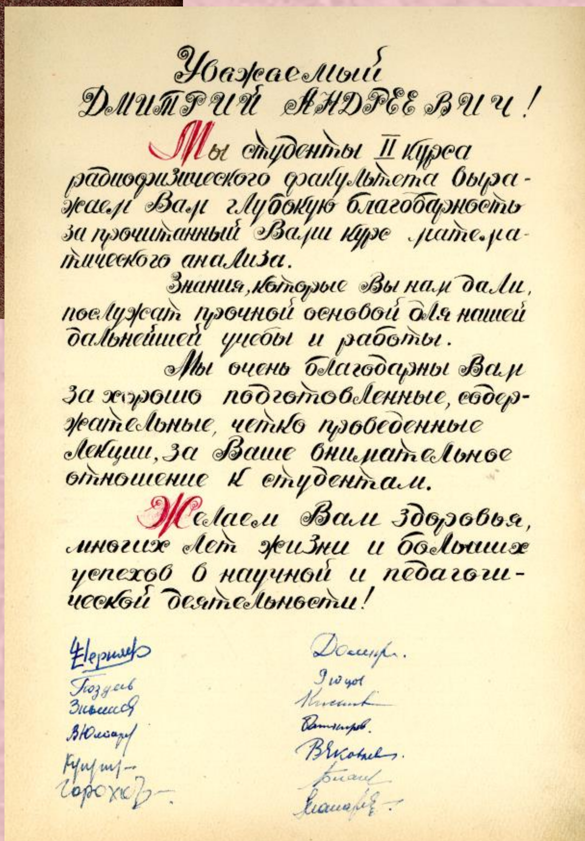
Ученый Секретарь Высшей Аттестационной Комиссии



Дмитрию Андреевичу
Гудкову

От студентов II курса
радиофизического
факультета.

1955 - 1956 г.г.



Уважаемый
Дмитрий Андреевич!

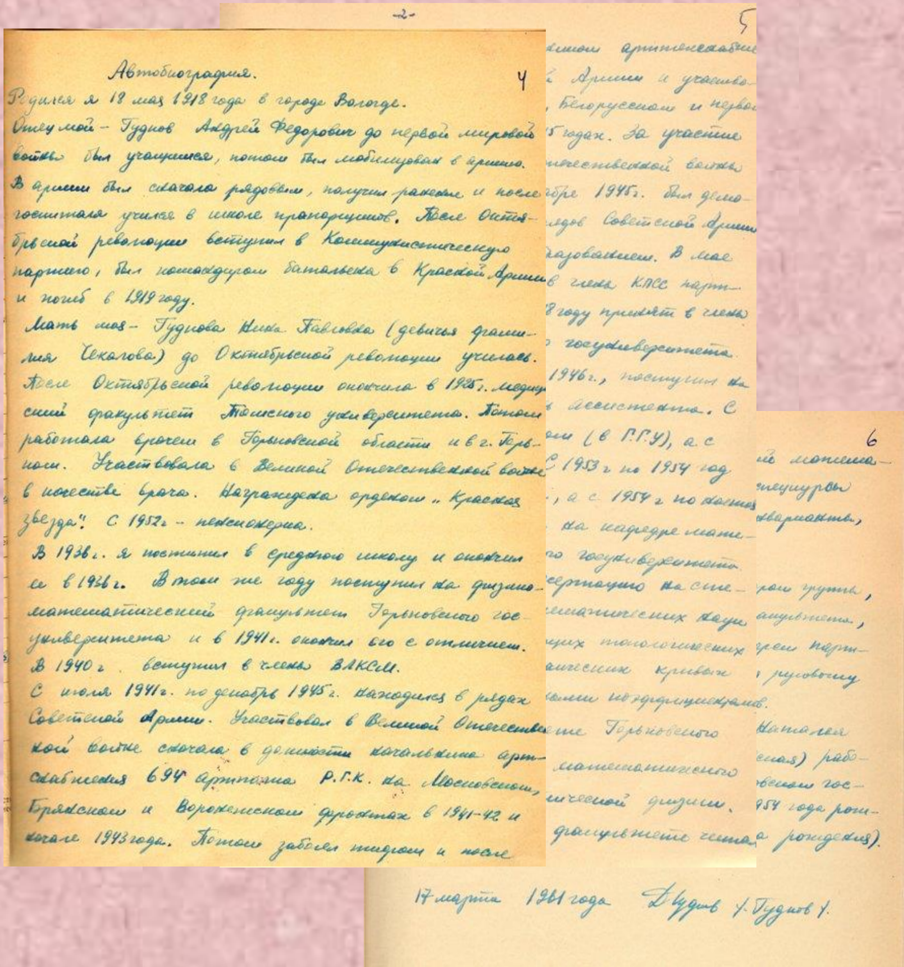
Мы студенты II курса радиофизического факультета выражаем Вам глубокую благодарность за прочитанный Вами курс математического анализа.

Знания, которые Вы нам дали, послужат прочной основой для нашей дальнейшей учебы и работы.

Мы очень благодарны Вам за хорошо подготовленные, содержательные, четко проведенные лекции, за Ваше внимательное отношение к студентам.

Желаем Вам здоровья, многих лет жизни и больших успехов в научной и педагогической деятельности!

На демонстрации, 1956 год


Автобиография. 4
Родился я 18 мая 1918 года в городе Вологде.
Отец мой – Гудков Андрей Федорович до первой мировой войны был учащимся, потом был мобилизован в армию. В армии был сначала рядовым, получил ранение и после госпиталя учился в школе прапорщиков. После Октябрьской революции вступил в Коммунистическую партию, был командиром батальона в Красной Армии и погиб в 1919 году.
Мать моя – Гудкова Нина Павловна (девичья фамилия Чекалова) до Октябрьской революции училась. После Октябрьской революции окончила в 1925 г. медицинский факультет Томского университета. Потом работала врачом в Горьковской области и в г. Горьком. Участвовала в Великой Отечественной войне в качестве врача. Награждена орденом „Красная звезда". С 1952 г. – пенсионерка.
В 1926 г. я поступил в среднюю школу и окончил ее в 1936 г. В том же году поступил на физико-математический факультет Горьковского госуниверситета и в 1941 г. окончил его с отличием.
В 1940 г. вступил в члены ВЛКСМ.
С июля 1941 г. по декабрь 1945 г. находился в рядах Советской Армии. Участвовал в Великой Отечественной войне сначала в должности начальника артснабжения 694 артполка Р.Г.К. на Московском, Брянском и Воронежском фронтах в 1941-42 и начале 1943 года. Потом заболел тифом и после
...
17 марта 1961 года

Автобиография.

Родился я 18 мая 1918 года в городе Вологде.

Отец мой – Гудков Андрей Федорович до первой мировой войны был учащимся, потом был мобилизован в армию. В армии был сначала рядовым, потом ранение и после госпиталя учился в школе прапорщиков. После Октябрьской революции вступил в Коммунистическую партию, был командиром батальона в Красной Армии и погиб в 1919 году.

Мать моя – Гудкова Нина Павловна (девичья фамилия Чекалова) до Октябрьской революции училась. После Октябрьской революции окончила в 1925 г. медицинский факультет Томского университета. Потом работала врачом в Горьковской области и в г. Горьком. Участвовала в Великой Отечественной войне в качестве врача. Награждена орденом «Красная звезда». С 1952 г. – пенсионерка.

В 1926 г. я поступил в среднюю школу и окончил ее в 1936 г. В том же году поступил на физико-математический факультет Горьковского госуниверситета и в 1941 г. окончил его с отличием. В 1940 г. вступил в члены ВЛКСМ.

С июля 1941 г. по декабрь 1945 г. находился в рядах Советской Армии. Участвовал в Великой Отечественной войне сначала в должности начальника артснабжения 694 артполка Р.Г.К. на Московском, Брянском и Воронежском фронтах в 1941-42 и начале 1943 года. Потом заболел тифом и после госпиталя был назначен начальником арттехснабжения 1611 АП ПВО 16-ой Воздушной Армии и участвовал в боях на Центральном, Белорусском и Первом Белорусском фронтах в 1943-44 и 45 годах. За участие в боях награжден орденом «Отечественной войны II степени» и медалями. В декабре 1945 г. был демобилизован в чине капитана из рядов Советской Армии как специалист с высшим образованием. В мае 1945 был принят кандидатом в члены КПСС парторганизацией 1611 АП ПВО. В 1948 году принят в члены КПСС парторганизациией Горьковского госуниверситета.

После демобилизации, в феврале 1946 г., поступил на работу в Г.Г.У. на должность ассистента. С 1948 по 1951 год был аспирантом (в Г.Г.У.), а с 1951 г. опять ассистентом. С 1953 по 1954 год исполнял обязанности доцента, а с 1954 г. по настоящее время работаю доцентом на кафедре математического анализа Горьковского госуниверситета. В феврале 1953 г. защитил диссертацию на степень кандидата физико-математических наук («Установление всех существующих топологических типов не особых плоских алгебраических кривых 6-го порядка с действительными коэффициентами»). На радиофизическом факультете Горьковского госуниверситета читал курсы математического анализа и методов математической физики, на механико-математическом факультете читал курсы математического анализа. Уравнений математической физики, высшей алгебры и спецкурсы (алгебраические кривые, алгебраические инварианты, топология).

Вел общественную работу: был агитатором группы, председателем профбюро сотрудников факультета, народным заседателем, членом и секретарем партбюро факультета. В настоящее время руковожу философским семинаром математиков.

В 1953 г. женился. Жена – Гудкова Наталья Васильевна (девичья фамилия Мартовская) работает инженером ГИФТИ при Горьковском госуниверситете. Имею сына Юрия (1954 года рождения) и дочь Александру (1958 года рождения).

17 марта 1961 года Д. Гудков

Личный листок

по учёту кадров

2

Фамилия Гудков

Дмитрий отчество Андреевич

Пол муж. 3. Год, число и м-ц рождения 1918 г. 18 мая

Место рождения г. Вологда
(село, деревня, город, район, область)

Национальность русский 6. Соц. происхождение из служащих

Партийность член КПСС партстаж февр. 1948 г. (месяц и год вступления) партбилет ~~учкарточка~~ № 02326458

Состоите ли членом ВЛКСМ, с какого времени и № билета

Образование высшее

Название учебного заведения и его местонахождение	Факультет или отделение	Год поступления	Год окончания или ухода	Если не окончил, то с какого курса ушёл	Какую специальность получил в результате окончания учебного заведения, указать № диплома или удостоверения
Горьковский государственный университет	физмат	1936	1941	—	получил специальность математика диплом № 722.

Какими иностранными языками и языками народов СССР владеете читаю со словарем: немецкий, английский, итальянский
(читаете и переводите со словарем, читаете и можете об'ясняться, владеете свободно)

Учёная степень, учёное звание кандидат физико-матем. наук. Доцент.

Какие имеете научные труды и изобретения ряд работ по алгебраической геометрии (см. список научных трудов).

13. Выполняемая работа с начала трудовой деятельности (включая учёбу в высших и ср... специальных учебных заведениях, военную службу, участие в партизанских отрядах и р... по совместительству)

При заполнении данного пункта учреждения, организации и предприятия необходимо именовать так, как они н... лись в свое время, военную службу записывать с указанием должности

Месяц и год: вступления	Месяц и год: ухода	Должность с указанием учреждения, организации, предприятия, а также министерства (ведомства)	Местонахождение учрежде... организации, предприяти...
IX 1936	VI 1941	студент Горьковского государственного университета (физмата)	г. Горький
VIII 1941	X 1941	Курсант Курсы воентехников при Артакадемии им. Дзержинского	г. Москва
X 1941	II 1943	начальник артснабжения 694 артполка РГК. Центральный, затем Воронежский фронт.	
II 1943	V 1943	Госпиталь №275. Болел тифом	г. Курск
V 1943	VI 1943	В резерве артиллерии Центрального фронта	под г. Курском
VI 1943	XII 1945	начальник арттехснабжения 1611 Артполка ПВО 16 Возд. Армии	
II 1946	IX 1948	ассистент кафедры алгебры и геометрии Горьковского госуниверситета.	г. Горький
IX 1948	IX 1951	Аспирант кафедры математич. анализа Горьковского госуниверситета	г. Горький
IX 1951	IX 1953	ассистент кафедры математического анализа Горьковского госуниверситета	г. Горький
IX 1953	по наст. время	доцент кафедры матем. анализа Горьковского госуниверситета.	г. Горький.

...по какое время	В какой стране	Цель пребывания за границей
XII 1945	Польша, Германия	в составе Советской Армии.

...стие в центральных, республиканских, краевых, областных, окружных, городских, районных партийных, советских и других выборных органах

...звание выборного органа	Название выборного органа	В качестве кого избран	Год избрания	Год выбытия
...рький ...ий район	Народный суд 1-го участка	нар. заседатель	1948	1954
...рький ...ский район	Районная партконференция	делегат	1953	

16. Какие имеете правительственные награды орден "Отечественной войн
(когда и чем награждены)
II степени". Медали: „за боевые заслуги", „за оборону Мос
„За освобождение Варшавы", „за взятие Берлина",
„за участие в Великой Отечественной войне 1941–45 г
Награжден командованием за участие в боях во врем
Великой Отечественной войны, медалью „За доблест-
ный труд" в ознаменование 100-летия со дня рождения
Владимира И. Ленина.

17. Имеете ли партвзыскания нет (да, нет) Когда, кем, за что и какое наложено вз

18. Отношение к воинской обязанности и воинское звание Запас I-го разряда
капитан тех службы.

Состав технический (командный, политический, административный, технический и т. д.) Род войск инженерно-техн

19. Семейное положение в момент заполнения личного листка женат
(перечислить членов семьи с указание

жена – Гудкова Наталья Васильевна
сын – Гудков Юрий Дмитриевич
дочь – Гудкова Александра Дмитриевна

20. Домашний адрес: г. Горький 57, поселок Строителей 11, кв

„17" марта 1961 г. (дата заполнения)

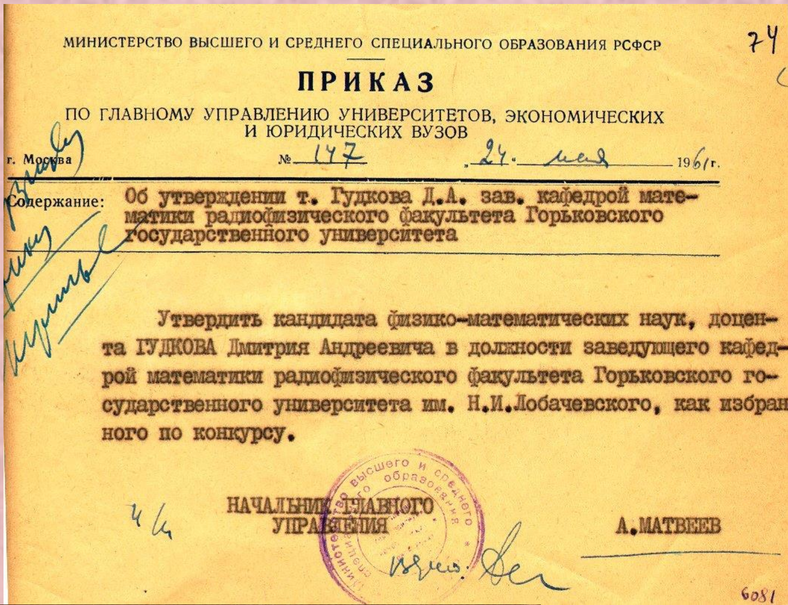
Личная подпись Гудков.

Подпись Гудкова заверяю
секретарь парткома [подпись]

ГОРЬКОВСКИЙ ... УНИВЕРСИТЕТ

(Работник, заполнявший личный листок, обязан о всех последующих изменениях (образовании, партийност... ии учёной степени, учёного звания, наложении и снятии партийного взыскания и т. п.) сообщать по ме... для внесения этих изменений в его личное дело).

3-я тип. изд-ва «Речной транспорт». Зак. № 2814, тир. 2000



МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

74

ПРИКАЗ

ПО ГЛАВНОМУ УПРАВЛЕНИЮ УНИВЕРСИТЕТОВ, ЭКОНОМИЧЕСКИХ И ЮРИДИЧЕСКИХ ВУЗОВ

г. Москва № 147 24 мая 1961 г.

Содержание: Об утверждении т. Гудкова Д.А. зав. кафедрой математики радиофизического факультета Горьковского государственного университета

Утвердить кандидата физико-математических наук, доцента ГУДКОВА Дмитрия Андреевича в должности заведующего кафедрой математики радиофизического факультета Горьковского государственного университета им. Н.И.Лобачевского, как избранного по конкурсу.

НАЧАЛЬНИК ГЛАВНОГО УПРАВЛЕНИЯ А.МАТВЕЕВ

6081

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

ГОРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Удостоверение № 243.

Гр. Гудков Дмитрий Андреевич состоит на службе в Горьковском государственном университете в должности доцента, зав. кафедрой математики

Ректор университета

Выдано 7 октября 1963 г.

Действительно по 31/XII 1963 г.

Ректор университета

Продлено по 31/XII 196 г.

Ректор университета

Продлено по 31/XII 196 г.

Ректор университета

Личная подпись

МЦ 29125. 11-я тип., г. Горький. Зак. 1407. Тир. 2000

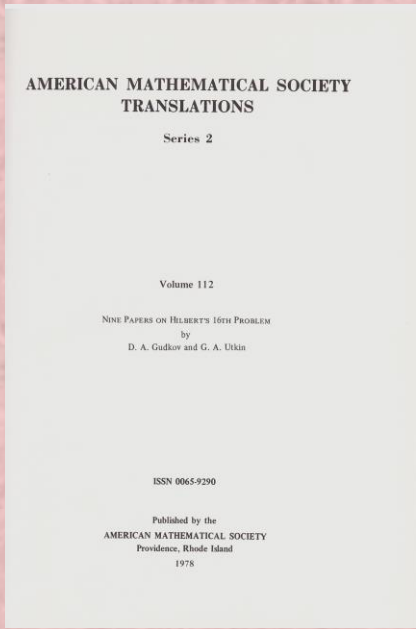
МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО
И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР

Горьковский
государственный университет
имени Н. И. Лобачевского

ТОПОЛОГИЯ
КРИВЫХ 6-го ПОРЯДКА
И
ПОВЕРХНОСТЕЙ 4-го ПОРЯДКА
(К 16-й ПРОБЛЕМЕ
Д. ГИЛЬБЕРТА)

УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ
Выпуск 87
СЕРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ

ГОРЬКИЙ—1969



AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
TRANSLATIONS

Series 2

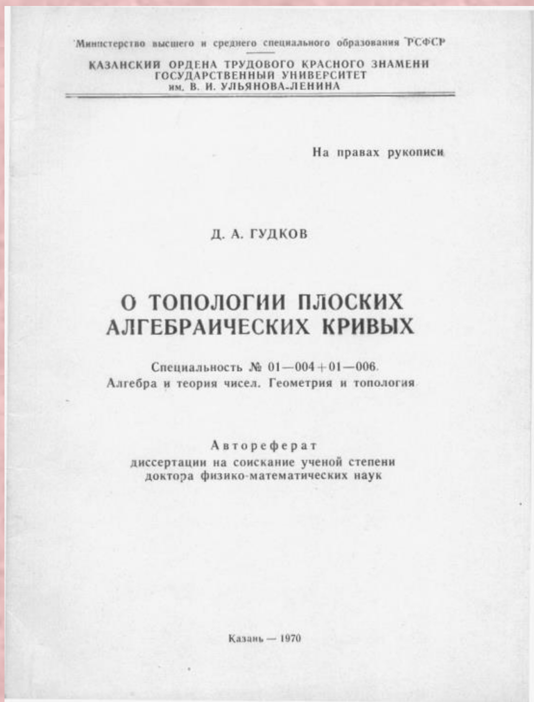
Volume 112

NINE PAPERS ON HILBERT'S 16TH PROBLEM
by
D. A. Gudkov and G. A. Utkin

ISSN 0065-9290

Published by the
AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY
Providence, Rhode Island
1978

Обложка выпуска Учёных записок ГГУ с изложением решения задачи о кривых степени 6 из 16-й проблемы Гильберта и титульный лист перевода этой книги Американским математическим обществом



Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР
КАЗАНСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. В. И. УЛЬЯНОВА-ЛЕНИНА

На правах рукописи

Д. А. ГУДКОВ

О ТОПОЛОГИИ ПЛОСКИХ
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Специальность № 01—004+01—006.
Алгебра и теория чисел. Геометрия и топология

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Казань — 1970

АТТЕСТАТ
ПРОФЕССОРА

МПР № 017957

Москва 7 марта 1972 г.

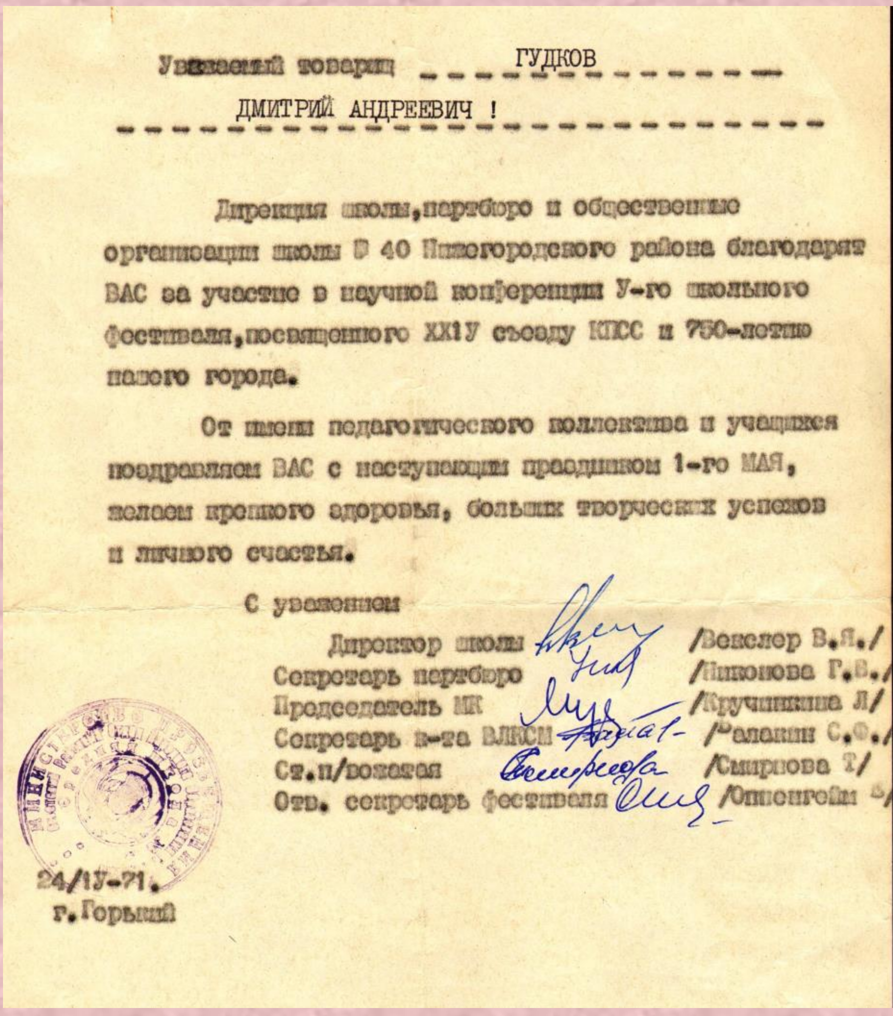
Решением
Высшей Аттестационной Комиссии
от 29 декабря 1971 г. (протокол N 63/п)

Гудков Дмитрий Андреевич

УТВЕРЖДЕН В УЧЕНОМ ЗВАНИИ ПРОФЕССОРА
ПО КАФЕДРЕ
„ математики "

Председатель Высшей Аттестационной Комиссии

Ученый Секретарь Высшей Аттестационной Комиссии



Уважаемый товарищ ГУДКОВ

ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ !

Дирекция школы, партбюро и общественные организации школы № 40 Нижегородского района благодарят ВАС за участие в научной конференции У-го школьного фестиваля, посвященного ХХIУ съезду КПСС и 750-летию нашего города.

От имени педагогического коллектива и учащихся поздравляем ВАС с наступающим праздником 1-го МАЯ, желаем крепкого здоровья, больших творческих успехов и личного счастья.

С уважением

Директор школы /Векслер В.Я./
Секретарь партбюро /Никонова Г.В./
Председатель МК /Кручинкина Л/
Секретарь к-та ВЛКСМ /Раланин С.Ф./
Ст.п/вожатая /Смирнова Т/
Отв. секретарь фестиваля /Оппенгейм ?/

24/1У-71.
г. Горький


Гудков Д.Я.
доктор м.н.


1969- им Н.И Лобачевского -1974
РАДИО-ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра математики радиофизического факультета, 1970-1971 уч. год


„ПОБЕДИТЕЛЬ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ 1973 ГОДА"

Знак учрежден ЦК КПСС, Советом Министров СССР, ВЦСПС и ЦК ВЛКСМ

УДОСТОВЕРЕНИЕ

Гудков
Дмитрий
Андреевич

награжден знаком

„ПОБЕДИТЕЛЬ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОГО СОРЕВНОВАНИЯ 1973 ГОДА"

Постановление Минвуза РСФСР и Республиканского комитета профсоюза работников просвещения, РСФСР № 25

„23" января 1974 г.

(подпись) (подпись)

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР

Горьковский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Удостоверение № 28

Ф. Гудков

Дмитрий Андреевич

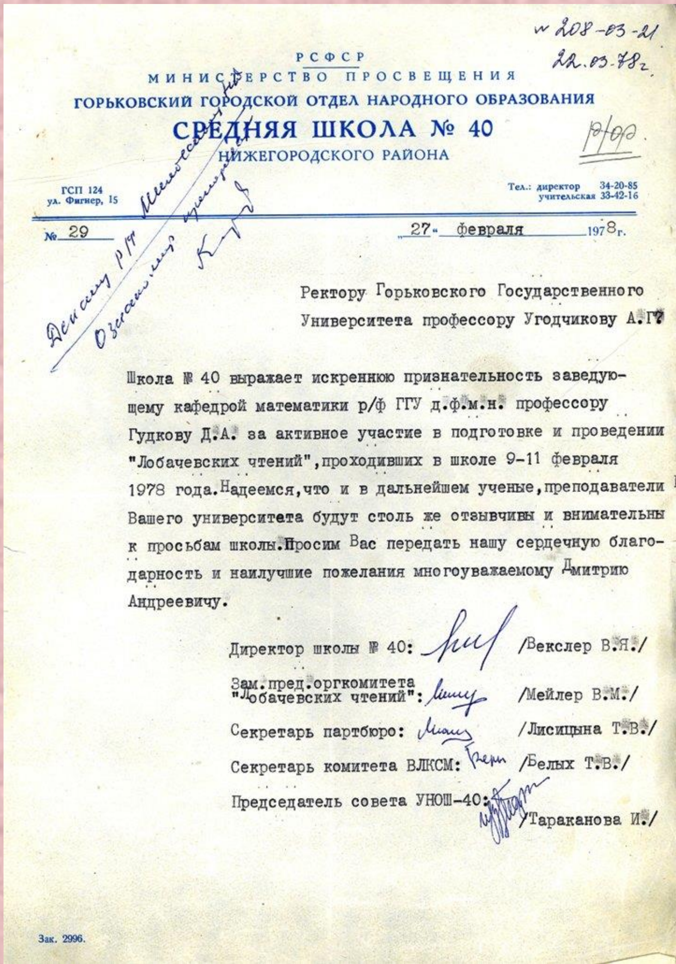
состоит на службе в Горьковском государственном университете в должности профессора, зав. кафедрой математики

Ректор университета

Выдано 16 мая 1975 г.

Личная подпись Д. Гудков

3 тип. обл. упр. по печати, г. Горький, Зак. № 660, тир. 5000, 1970 г.



№ 208-03-21
22.03.78 г.

РСФСР
МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
ГОРЬКОВСКИЙ ГОРОДСКОЙ ОТДЕЛ НАРОДНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
СРЕДНЯЯ ШКОЛА № 40
НИЖЕГОРОДСКОГО РАЙОНА

ГСП 124
ул. Фигнер, 15

Тел.: директор 34-20-85
учительская 33-42-16

№ 29 „27" февраля 1978 г.

Ректору Горьковского Государственного
Университета профессору Угодчикову А.Г.

Школа № 40 выражает искреннюю признательность заведующему кафедрой математики р/ф ГГУ д.ф.м.н. профессору Гудкову Д.А. за активное участие в подготовке и проведении "Лобачевских чтений", проходивших в школе 9–11 февраля 1978 года. Надеемся, что и в дальнейшем ученые, преподаватели Вашего университета будут столь же отзывчивы и внимательны к просьбам школы. Просим Вас передать нашу сердечную благодарность и наилучшие пожелания многоуважаемому Дмитрию Андреевичу.

Директор школы № 40: /Векслер В.Я./

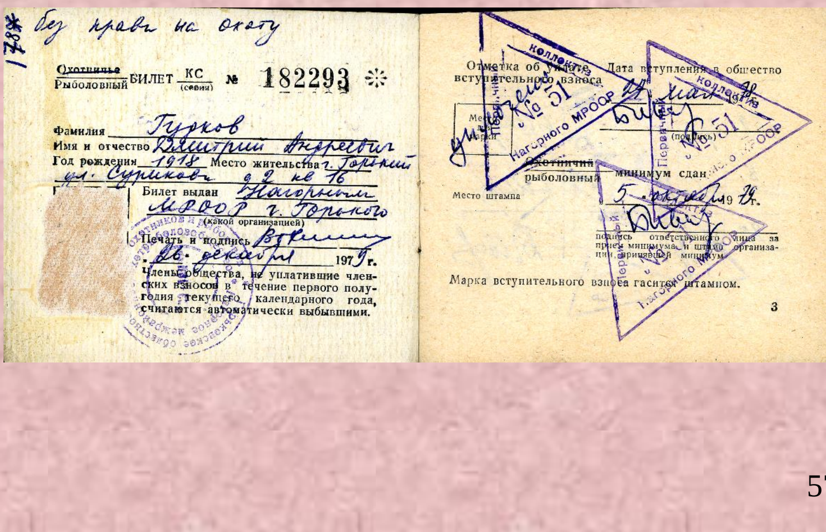
Зам. пред. оргкомитета
"Лобачевских чтений": /Мейлер В.М./

Секретарь партбюро: /Лисицына Т.В./

Секретарь комитета ВЛКСМ: /Белых Т.В./

Председатель совета УНОШ-40: /Тараканова И./

Зак. 2996.



без права на охоту

~~Охотничье~~
Рыболовный БИЛЕТ КС (серия) № 182293

Фамилия Гудков
Имя и отчество Дмитрий Андреевич
Год рождения 1918 Место жительства г. Горький
ул. Сурикова д 2 кв 16

Билет выдан Нагорным
МРООР г. Горького
(какой организацией)

Печать и подпись

„26" декабря 1979 г.

Члены общества, не уплатившие членских взносов в течение первого полугодия текущего календарного года, считаются автоматически выбывшими.

Отметка об уплате вступительного взноса

Место для марки

Место штампа

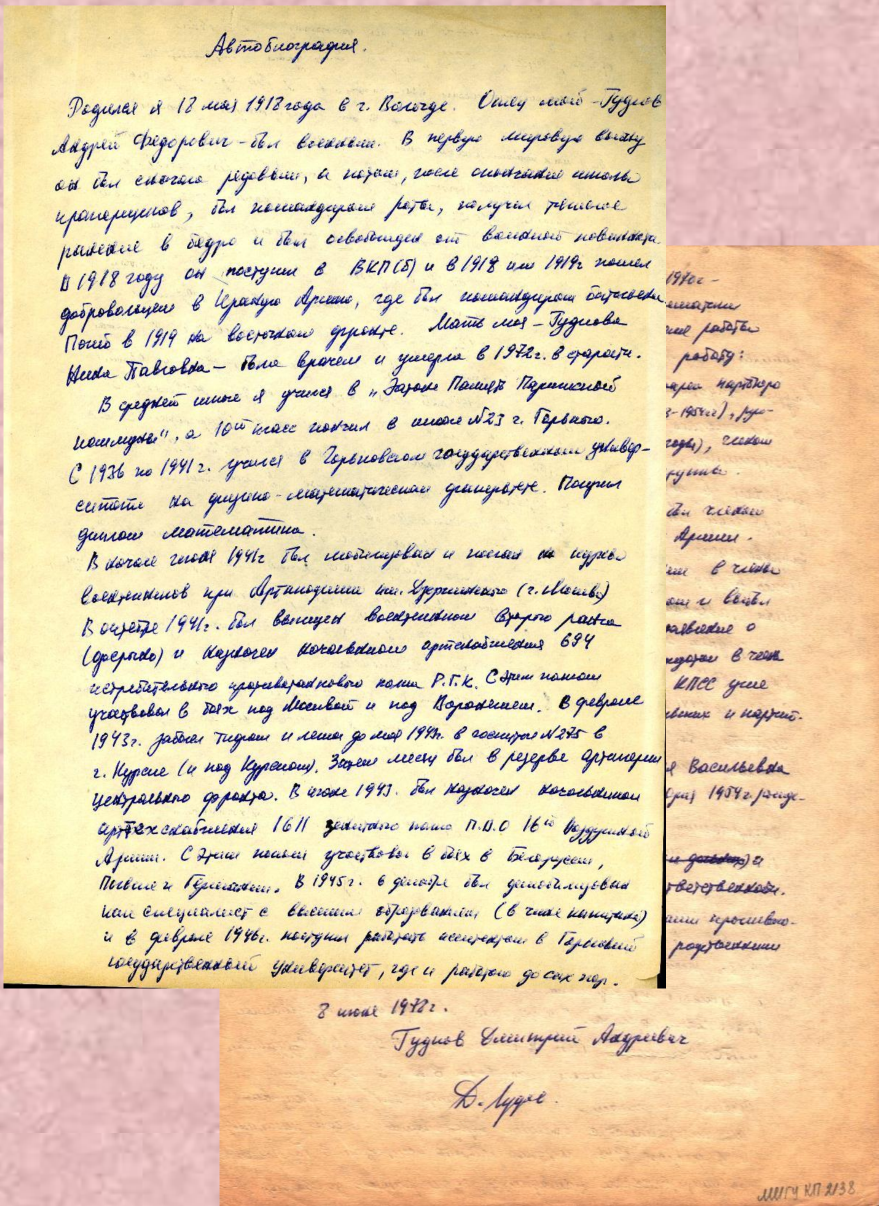
Дата вступления в общество
„24" мая 1978
(подпись)

~~Охотничий~~
рыболовный минимум сдан
„5" октября 1979 г.

подпись ответственного лица за прием минимума и штамп организации, принявшей минимум

Марка вступительного взноса гасится штампом.

3



Автобиография

Родился я 18 мая 1918 года в г. Вологде. Отец мой Гудков Андрей Федорович был военным. В Первую мировую войну он был сначала рядовым, а потом, после окончания школы прапорщиков, был командиров роты, получил тяжелое ранение в бедро и был освобожден от воинской повинности. В 1918 году он поступил в ВКП(б) и в 1918 или 1919 г. пошел добровольцем в Красную Армию, где был командиром батальона. Погиб в 1919 на восточном фронте. Мать моя – Гудкова Нина Павловна – была врачом и умерла в 1972 г. в старости.

В средней школе я учился в «Затоне Память Парижской Коммуны», а 10-й класс кончил в школе №23 г. Горького. С 1936 по 1941 г. учился в Горьковском государственном университете на физико-математическом факультете. Получил диплом математика.

В начале июня 1941 г. был мобилизован и послан на курсы воентехников при Артакадемии им. Дзержинского (г. Москва). В октябре 1941 г. был выпущен воентехником второго ранга (досрочно) и назначен начальником артснабжения 694 истребительного противотанкового полка Р.Г.К. С этим полком участвовал в боях под Москвой и под Воронежем. В феврале 1943 г. заболел тифом и лежал до мая 1943 г. в госпитале №275 в г. Курске (и под Курском). Затем месяц был в резерве артиллерии Центрального фронта. В июне 1943 г. был назначен начальником арттехснабжения 1611 зенитного полка П.В.О. 16-й Воздушной Армии. С этим полком участвовал в боях в Белоруссии, Польше и Германии. В 1945 г. в декабре был демобилизован как специалист с высшим образованием (в чине капитана) и в феврале 1946 г. поступил работать ассистентом в Горьковский государственный университет, где и работаю до сих пор.

В 1953 г. защитил кандидатскую диссертацию, а в 1970 г. – докторскую, с 1961 г. заведовал кафедрой математики на радиофизическом факультете Г.Г.У. За время работы в Университете выполнял разную общественную работу: был народным заседателем (1948–1954 гг.), секретарем партбюро физико-математического факультета Г.Г.У. (1953–1954 гг.), членом партбюро, руководителем академической группы.

В школе и во время учебы в Университете был членом ВЛКСМ. Также и во время войны в Советской Армии. В декабре 1942 г. подал заявление о поступлении в члены КПСС. Однако, в феврале 1943 г. заболел тифом и выбыл из полка. Весной 1945 г. вторично подал заявление о приеме в члены КПСС и был принят кандидатом в члены КПСС, а в феврале 1948 – принят в члены КПСС уже в Горьковском университете. Комсомольских и партийных взысканий не было.

В 1953 г. я женился (жена Гудкова Наталья Васильевна – девичья фамилия Мартовская), имею сына Юрия 1954 г. рождения и дочь Александру 1958 г. рождения.

Никто из моих близких родственников и я сам не привлекались к судебной ответственности. Никаких связей с иностранцами и лицами проживающими за границей я и мои близкие родственники не имели и не имеют.

8 июня 1978 г.

Гудков Дмитрий Андреевич

65

ВЫПИСКА

из протокола заседания кафедры алгебры и геометрии
от I4 марта I978 года.

ПРИСУТСТВОВАЛИ :

I. декан м/м факультета, доцент Любимов А.К.
2. проф. Шапиро Я.Л.
3. доц. Писарвва Н.М.
4. доц. Ундалова И.А.
5. ст.пр. Усачев А.Е.
6. ст.пр. Кузнецов М.И.
7. асс. Небукина Г.Ф.
8. асс. Захаров С.А.
9. аспирант Игошин В.А.

ОТСУТСТВОВАЛИ:

I. доц. Тян М.М.
2. ст.пр. Шуваева А.В.
3. ст.пр. Доманский В.В.
4. асс. Тюрин С.А.

ПОВЕСТКА ДНЯ:

Обсуждение кандидатур на замещение вакантной должности заведующего кафедрой алгебры и геометрии.

СЛУШАЛИ : Любимов А.К. (декан м/м ф-та, доцент) ознакомил с приказом МВ и ССО СССР № 435 от I5 мая I973 г. „О порядке замещения вакантных должностей профессорско-преподавательского состава". Согласно этого приказа, кандидатуры на замещение вакантной должности должны быть обсуждены на заседании кафедры. II февраля I978 г. был объявлен конкурс на замещение вакантной должности заведующего кафедрой, профессора, д.ф.м.н.. В настоя-

66

щее время на конкурс подано одно дело зав.кафедрой математики радио-физического факультета, профессора, д.ф.м.н. Гудкова А.Д.

Любимов А.К. ознакомил с личным делом профессора Гудкова А.Д.

ВОПРОСЫ:

Шапиро Я.Л. (профессор) : Необходимо ли присутствие на заседании кафедры проф. Гудкова А.Д.?

Любимов А.К. (декан м/м ф-та, доц.) В приказе МВ и ССО СССР № 435 от I5 мая I973 г. нет указаний на обязательное присутствие.

Вносится предложение о рекомендации Гудкова А.Д. к участию в конкурсе.

Итоги голосования:

за данное предложение	– 8
против	– нет
воздержавшихся	– нет

ПОСТАНОВИЛИ: Рекомендовать профессора Гудкова А.Д. к участию в конкурсе на замещение вакантной должности заведующего кафедрой.

Декан механико-математического факультета, доцент /А.К.Любимов/

Секретарь Н. Колоб /Н.И.Колобова/

63

ВЫПИСКА

из протокола № 6 заседания совета механико-математического факультета от 15 марта 1978 года.

Присутствовало 16 человек

СЛУШАЛИ: О рекомендации профессора Д.А.ГУДКОВА на должность заведующего кафедрой геометрии и высшей алгебры

ПОСТАНОВИЛИ: Рекомендовать профессора ГУДКОВА ДМИТРИЯ АНДРЕЕВИЧА к участию в конкурсе на замещение вакантной должности заведующего кафедрой.

Председатель Совета факультета, декан факультета, доцент А.К.ЛЮБИМОВ

Секретарь Совета факультета, доцент И.С.ПОСТНИКОВ

Согл.

С парткомом согласовано 28.03.78

64

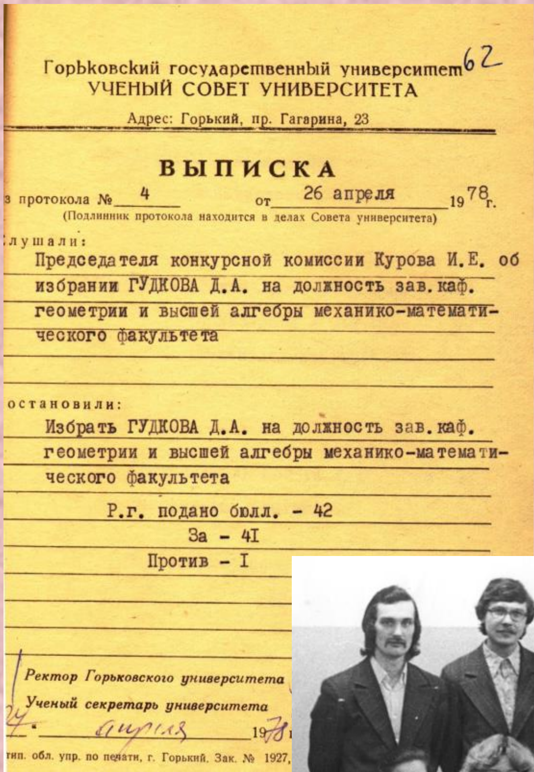
ВЫПИСКА

из протакола № 8 заседания партбюро механико-математического факультета от 21.03.78г.

СЛУШАЛИ: О рекомендации профессора Д.А. Гудкова на вакантную должность зав.кафедрой высшей алгебры и геометрии.

ПОСТАНОВИЛИ: Рекомендовать профессора Гудкова Дмитрия Андреевича к участию в конкурсе на замещение вакантной должности заведующего кафедрой.

Секретарь партбюро В.В.Шабаров.



Горьковский государственный университет 62
УЧЕНЫЙ СОВЕТ УНИВЕРСИТЕТА

Адрес: Горький, пр. Гагарина, 23

ВЫПИСКА

з протокола № 4 от 26 апреля 1978 г.

(Подлинник протокола находится в делах Совета университета)

Слушали:

Председателя конкурсной комиссии Курова И.Е. об избрании ГУДКОВА Д.А. на должность зав.каф. геометрии и высшей алгебры механико-математического факультета

Постановили:

Избрать ГУДКОВА Д.А. на должность зав.каф. геометрии и высшей алгебры механико-математического факультета

Р.г. подано бюлл. - 42

За - 41

Против - 1

Ректор Горьковского университета

Ученый секретарь университета

27. апреля 1978

тип. обл. упр. по печати, г. Горький. Зак. № 1927,

Кафедра геометрии и высшей алгебры,
конец 1970-х гг.

ВСЕСОЮЗНОЕ ОБЩЕСТВО «ЗНАНИЕ»

ЧЛЕНСКИЙ БИЛЕТ № 07057

Фамилия Гудков

Имя Дмитрий

Отчество Андреевич

Время вступления в члены общества «Знание»

15 января 1982 г.

Наименование организации, выдавшей билет

Горуниверситет

Председатель правления

(подпись)

20 апреля 1982 г.

(дата выдачи билета)

ГОДЫ БОЛЬШОЙ РАБОТЫ

18 мая 1983 года исполнилось 65 лет заведующему кафедрой геометрии и высшей алгебры профессору **Дмитрию Андреевичу Гудкову.**

Вся трудовая и научная деятельность Дмитрия Андреевича неразрывно связана с Горьковским университетом. В 1941 году он с отличием окончил физико-математический факультет Горьковского университета. С 1941 года и до Победы Дмитрий Андреевич воевал на фронтах Великой Отечественной войны. За боевые заслуги он награжден орденом Отечественной войны II степени и медалями.

В феврале 1946 года Дмитрий Андреевич вернулся в родной университет. Начались годы упорной научной работы. По совету академика А.А. Андронова Дмитрий Андреевич занялся построением теории грубости и бифуркации для алгебраических кривых, по совету академика И. Г. Петровского — применением этой теории к первой части 16-й проблемы Гильберта. В 1951 году он защитил кандидатскую диссертацию «О топологии расположения овалов в кривой 6-го порядка», выполненную под руководством профессора А. Г. Майера. Вся дальнейшая научная деятельность Дмитрия Андреевича связана с топологией вещественных алгебраических многообразий. Он получил значительные результаты в этой области, в частности, дал полный ответ на сформулированный Д. Гильбертом в 16-й проблеме вопрос о топологии кривых 6-го порядка. Эти результаты легли в основу его докторской диссертации «О топологии плоских алгебраических кривых», защищенной в в 1970 году.

Следует отметить, что после войны вплоть до семидесятых годов мало кто в мире занимался вопросами, связанными с 16-й проблемой Гильберта — по-видимому, из-за их большой сложности. Дмитрий Андреевич стремился заинтересовать этими задачами ведущих математиков Москвы и Ленинграда, активно пропагандировал полученные результаты. Во многом благодаря этому в топологии вещественных многообразий в последние 15 лет произошел настоящий «информационный взрыв», и хотя этими вопросами стали заниматься за рубежом (Англия, Франция, ГДР), ведущее место здесь принадлежит советской математической школе, причем в основном — ученым Московского, Ленинградского и Горьковского университетов.

В настоящее время Дмитрий Андреевич является одним из крупнейших специалистов по топологии вещественных алгебраических многообразий, его работы широко известны за рубежом. В частности, недавно в США издан перевод выпуска «Ученых записок ГГУ» 1969 года, в котором изложены результаты его докторской диссертации.

Дмитрий Андреевич щедро делится своими знаниями и идеями. Под его научным руководством защитили кандидатские диссертации Г. А. Уткин, Г. М. Полотовский, в плодотворном контакте с ним работают О. Я. Виро, В. М. Харламов (Ленинград), В. В. Никулин (Москва). Его студенты-дипломники получают интересные научные результаты, многие из которых опубликованы.

Дмитрий Андреевич — организатор кафедры математики радиофизического факультета, которой он заведовал 17 лет.

Наши юбиляры

С 1978 года Д. А. Гудков возглавил кафедру геометрии и высшей алгебры механико-математического факультета. Под его руководством кафедра добилась больших успехов, заняв в 1982 году первое место среди кафедр факультета в социалистическом соревновании.

Член КПСС с 1948 года Д. А. Гудков ведет большую общественную работу. Он организовал на мехмате заочную и вечернюю математические школы, привлек к работе этих школ преподавателей и студентов.

Дмитрий Андреевич — доброжелательный и простой в общении человек, он пользуется любовью и уважением коллег и студентов. Его лекции интересны, подробны и понятны даже при изложении тяжелых топологических курсов, их легко записывать. Поставленные им топологические курсы и методические разработки по топологии прививают выпускникам современную топологическую культуру. Энергичности и целеустремленности Дмитрия Андреевича могут позавидовать многие его молодые коллеги.

Коллектив кафедры от всей души поздравляет Дмитрия Андреевича с днем рождения. Желает доброго здоровья, большого счастья, новых блестящих успехов в науке.

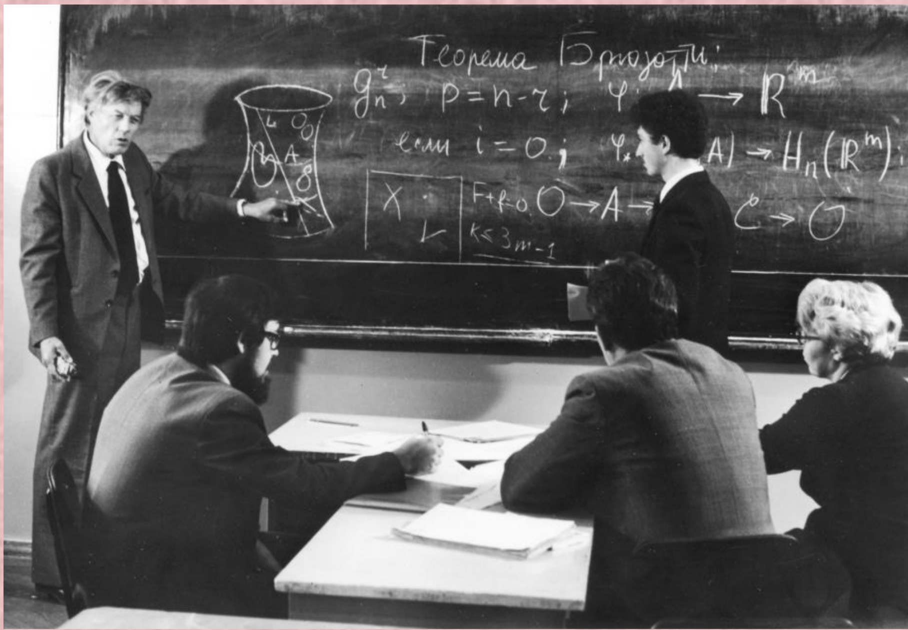
Коллектив кафедры геометрии и высшей алгебры.

Из газеты «Горьковский университет» за 24 мая 1983 г.

Кафедра геометрии и высшей алгебры, конец 1980-х гг.

Встреча выпускников физмата ГГУ 1941 года.
Д.А. Гудков – шестой слева в верхнем ряду, третий слева в нижнем ряду – друг Д.А. Гудкова дипломат Б.Н. Верещагин

Д.А. Гудков среди ветеранов университета



Семинар по вещественным алгебраическим кривым,
начало 1980-х годов

На экзамене: Н.А. Денисова, Д.А. Гудков, М.И. Кузнецов

Советский спорт

СПРАВКА

Тов. Гудков Д.А.,

принимая участие во Всесоюзном конкурсе решения шахматных задач и этюдов, проведенном редакцией газеты «Советский спорт» в 1983—1984 гг., выполнил норму третьего спортивного разряда по шахматам.

Справка подлежит обмену на квалификационный билет в комитете по физической культуре и спорту по месту жительства.

Главный судья конкурса мастер спорта Б. ШАШИН

«1» ноября 1984 г.

ПО «Авангард» УИМ 914—6000

Министерство высшего и среднего специального образования СССР

ФАКУЛЬТЕТ ПОВЫШЕНИЯ КВАЛИФИКАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ ПРИ ГОРЬКОВСКОМ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ им. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

УДОСТОВЕРЕНИЕ № 1174

Выдано т. Гудкову Д. А.
(фамилия, имя, отчество)

в том, что он(а) с 1 сентября 19 86 г. по 31 октября 19 86 г. повышал(а) свою квалификацию на факультете при Горьковском государственном университете по специальности Вт и выполнил(а) установленный для него (нее) план учебной и научной работы.

За период обучения т. Гудков выполнил(а)
(фамилия)
и защитил(а) выпускную работу на тем[...]
„Формы кривых 4[...]
рядка"

М. П.

Про Ректор вуза

Декан факультета

„31" октября 19 86 г.

М.МР
проф. Гудкову Д.А.

Горьковский государственный университет
УЧЕНЫЙ СОВЕТ УНИВЕРСИТЕТА
Адрес: Горький, пр. Гагарина, 23

ВЫПИСКА

из протокола № 10 от 5 октября 1988
(Подлинник протокола находится в делах Совета университета)

Слушали:
Декана ММФ Постникова И.С. об избрании ГУДКОВА Дмитрия Андреевича на должность профессора кафедры геометрии и высшей алгебры

Постановили:
Избрать Гудкова Д.А. на должность профессора кафедры геометрии и высшей алгебры
Р.г.: присутствовало 41 из 60 чл.Совета
за – 41
против – нет

Про Ректор Горьковского университета В.В.Лебедев
Ученый секретарь университета Л.Ю.Скуднова

05 10 1988 г.

Лаборат. множит. тех-ки ГГУ. Зак. 11-79 г. Тираж 1000 экз.

1/8 12

ХАРАКТЕРИСТИКА

на заведующего кафедрой "Геометрии и высшей алгебры" Горьковского государственного университета им. Н.И.Лобачевского

профессора Гудкова Дмитрия Андреевича

1918 года рождения, члена КПСС с 1948 года.

Д.А.Гудков окончил с отличием физмат ГГУ в 1941 году. В 1941-45гг. - участник Великой Отечественной войны. Награжден двумя орденами Отечественной войны 2-ой степени и пятью боевыми медалями, а также шестью юбилейными медалями.

Начиная с февраля 1946г. работает в ГГУ. С 1946г. по 1961г. - на физико-математическом (затем механико-математическом) факультете. С 1961г. по 1978г. заведовал кафедрой математики радиофака. С 1978г. по настоящее время заведует кафедрой "Геометрии и высшей алгебры".

Научные интересы Д.А.Гудкова лежат в области вещественной алгебраической геометрии. В 1953г. им защищена кандидатская диссертация по топологии кривых 6-го порядка, а в 1970г.- докторская по топологии вещественных алгебраических кривых. Опубликовано около 60 научных работ. Монография по 16-ой проблеме Гильберта (совместно с Г.А.Уткиным) переведена на английский язык. Под руководством Д.А.Гудкова защищено 5 кандидатских диссертаций и подготовлена к защите еще одна. Работы Д.А.Гудкова по 16-ой проблеме Гильберта получили признание и продолжение в СССР и за рубежом.

В своей педагогической деятельности Д.А.Гудков уделяет много внимания методической разработке лекций. Издал 8 методических разработок по курсу "Топология"., шесть методических разработок по спецкурсу "Вещественная алгебраическая геометрия". Разработал конспект лекций по курсу "Дифференциальная геометрия". Всего издал около 20 методических разработок и пособий. Читал многие общие математические курсы: математический анализ, алгебра и геометрия, топология, дифференциальная геометрия и др., а также спецкурсы: "Алгебраическая топология", "Вещественная алгебраическая геометрия" и др. За последние три года разработал и читает курса "Истории математики" для студентов мехмата.

Много внимания уделяет подготовке и подбору высококвалифицированных кадров на кафедре. Из 11 преподавателей кафедры один доктор и 8 кандидатов физико-математических наук, доцентов.

2

Д.А.Гудков постоянно и добросовестно ведет общественную работу: 13
был народным заседателем, секретарем партбюро мехмата, руководителем философского семинара радиофака, членом партбюро мехмата. Является инициатором создания на мехмате Заочной математической школы для учащихся 6-10 классов и Вечерней математической школы мехмата для учащихся 8-10 классов. В 1979-88 гг. является руководителем этих школ.

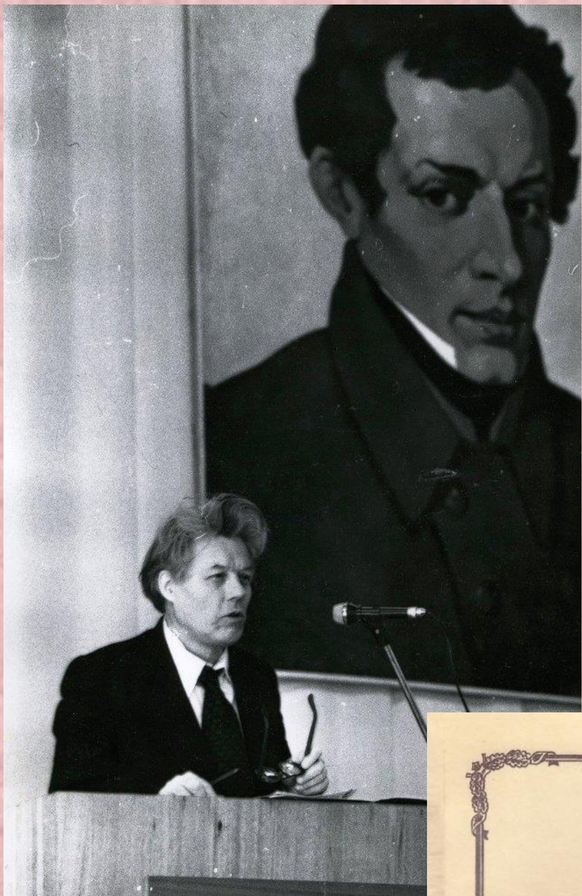
В 1971г. Д.А.Гудков награжден медалью "100-летия со дня рождения В.И.Ленина". Систематически повышает свой идейно-теоретический уровень, активно работая в философском семинаре. Неоднократно фотография Д.А.Гудкова вывешивалась на доске почета факультета. Д.А.Гудков пользуется авторитетом и уважением сотрудников и студентов факультета.

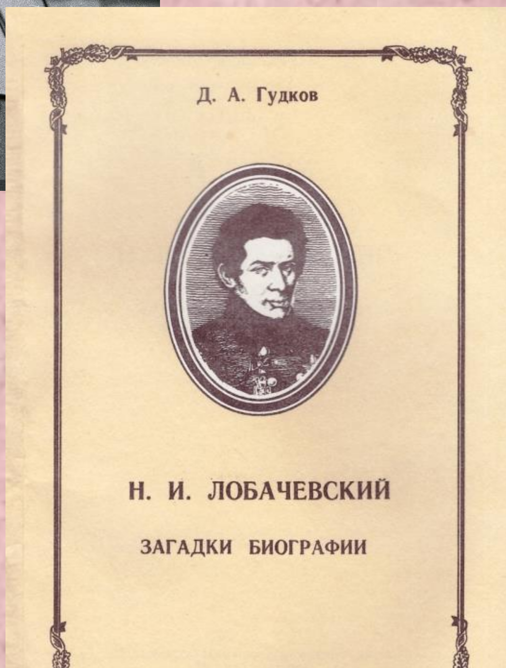
Характеристика дана в связи с представлением к награждению знаком "За отличные успехи в области высшего образования СССР"

Декан механико-математического факультета,
доцент И.С.Постников

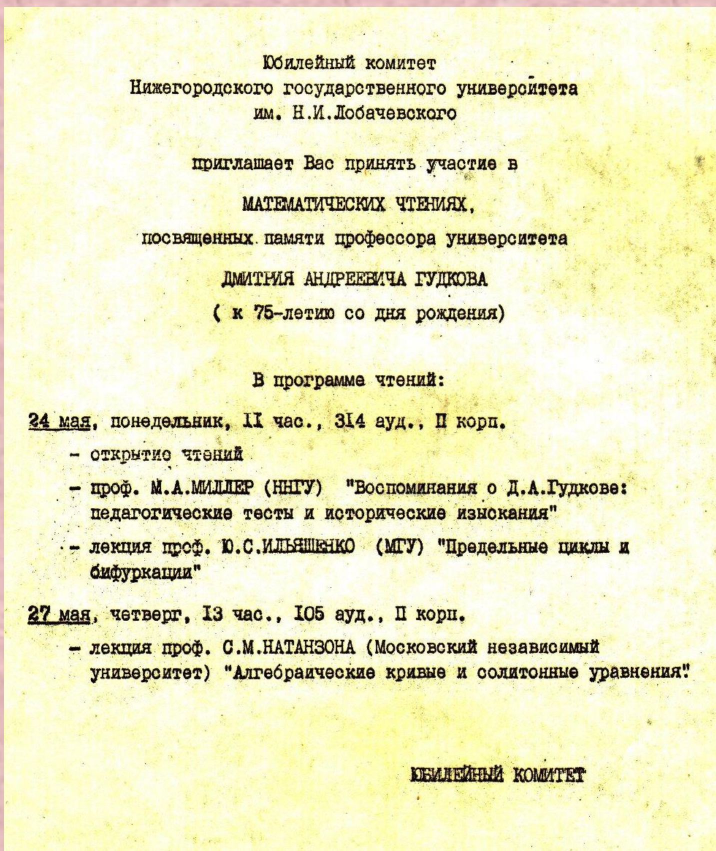
Секретарь партбюро,
доцент А.К.Любимов
16.02.88.

Председатель профбюро,
доцент Ю.В.Цветков




Д. А. Гудков
Н. И. ЛОБАЧЕВСКИЙ
ЗАГАДКИ БИОГРАФИИ

Первоначальный надгробный памятник
(ныне утрачен) на могиле Д.А. Гудкова
на кладбище «Марьина роща»



Юбилейный комитет
Нижегородского государственного университета
им. Н.И.Лобачевского

приглашает Вас принять участие в

МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЧТЕНИЯХ,

посвященных памяти профессора университета

ДМИТРИЯ АНДРЕЕВИЧА ГУДКОВА

(к 75-летию со дня рождения)

В программе чтений:

24 мая, понедельник, II час., 314 ауд., II корп.

- открытие чтений
- проф. М.А.МИЛЛЕР (ННГУ) "Воспоминания о Д.А.Гудкове: педагогические тесты и исторические изыскания"
- лекция проф. Ю.С.ИЛЬЯШЕНКО (МГУ) "Предельные циклы и бифуркации"

27 мая, четверг, 13 час., 105 ауд., II корп.

- лекция проф. С.М.НАТАНЗОНА (Московский независимый университет) "Алгебраические кривые и солитонные уравнения"

ЮБИЛЕЙНЫЙ КОМИТЕТ

ПЕРЕПИСКА С МАТЕМАТИКАМИ

Переписка с В. И. Арнольдом

Глубокоуважаемый Владимир Игоревич!

В нашем последнем разговоре Вы поставили следующий вопрос.

Пусть ${}^*\mathcal{R}^N (N = \frac{m(m-2)}{2})$ – пространство комплексных алгебраических кривых C_m m-го порядка. Обозначим через M_k множество всех k-простых кривых в ${}^*\mathcal{R}^N$ (k-простой кривой называется кривая, имеющая лишь простые двойные точки, число которых k). Является ли множество M_k связным?

Теорема. При $m - 1 \leqslant k \leqslant \frac{(m-1)(m-2)}{2}$ множество M_k не связно.

Доказательство. 1. Нетрудно доказать (так же, как для действительных кривых) теорему Брюзотти для комплексных кривых, т. е. следующую теорему.

Пусть $F \in M_k \subset {}^*\mathcal{R}^N, z_1, \ldots, z_k$ – простые двойные точки кривой F. Тогда

a) Множество M_k имеет в окрестности "точки"F размерность $N-k$ (комплексную).

b) Разрешения особых точек $z_1, \ldots, z_k$ независимы (т. е. при любом $\varepsilon > 0$ существует кривая Φ в ε-окрестности кривой F в ${}^*\mathcal{R}^N$, для которой наперёд заданные из особых точек сохраняются, а остальные разрешаются, т. е. исчезают).

2. Известно, что существует простая уникурсальная кривая H m-го порядка, т. е. кривая m-го порядка, имеющая $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ простых двойных точек и не распадающаяся. Поскольку $k \leqslant \frac{(m-1)(m-2)}{2}$, то по пункту b) теоремы Брюзотти существует k-простая кривая $F \in {}^*\mathcal{R}^N$, причём F можно считать нераспадающейся, т. к. она получается из кривой H малой добавкой.

————————

Владимир Игоревич Арнольд (1937 – 2010) – академик АН СССР и РАН, один из крупнейших математиков XX века.

3. Т. к. $k \geqslant m-1$ и выполняется неравенство $k-(m-1) \leqslant \frac{(m-1-1)(m-1-2)}{2}$, то по пункту 2 существует $[k-(m-1)]$-простая нераспадающаяся кривая φ порядка $(m-1)$. Очевидно, существует прямая L, пересекающая кривую φ в $(m-1)$ различных точках. Тогда кривая $\Phi \equiv L \cdot \varphi$ является k-простой кривой m-го порядка.

4. Кривые F и $\Phi \in M_k$. Достаточно малая окрестность множества M_k около "точки" F состоит из нераспадающихся кривых (это очевидно). Достаточно малая окрестность множества M_k около точки Φ состоит из кривых распадающихся $\tilde{\Phi} \equiv \tilde{L} \cdot \tilde{\varphi}$, где $\tilde{L}$ – прямая, а $\tilde{\varphi}$ – кривая $(m-1)$-го порядка с $k-(m-1)$ простыми двойными точками. Это следует из того, что множество кривых $\tilde{\varphi}$ $(m-1)$-го порядка с $[k-(m-1)]$ простыми двойными точками по теореме Брюзотти (пункт а)) имеет размерность $\frac{(m-1)(m-1+3)}{2} - [k-(m-1)]$, а множество кривых $\tilde{L}$ – размерность 2, поэтому множество кривых $\tilde{L} \cdot \tilde{\varphi}$, лежащих вне M_k в окрестности $L \cdot \varphi$, имеет размерность

$$\frac{m-1)(m+2)}{2} - [k-(m-1)] + 2 = \frac{(m-1)(m+2)}{2} + m + 1 - k =$$

$$= \frac{m^2+m-2+2m+2}{2} - k = \frac{m(m+3)}{2} - k,$$

т. е. совпадает с размерностью множества M_k. Если допустить, что "точки" F и Φ соединены непрерывной кривой Γ на множестве M_k, то получим противоречие, перемещаясь от "точки" Φ к F по Γ. Теорема доказана.

Аналогично, при $2(m-2) \leqslant k \leqslant \frac{(m-1)(m-2)}{2}$ множество M_k состоит не меньше, чем из 3-х компонент, и т. п.

Остаётся вопрос о связности множества нераспадающихся k-простых кривых при $k \leqslant \frac{(m-1)(m-2)}{2}$.

Относительно теоремы Севери напишите, пожалуйста, литературу и, если можно, где она есть. Имеете ли Вы в виду книгу

Severi F. "Vorlezungen über algebraishen Geometrie" (trad. Di E. Löffer) Ltipzig-Berlin, 1921

и какую статью Зарисского?

С большим приветом Д. Гудков

Июнь 1969 г.

* * *

18.6.69

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич,

спасибо за письмо. Ссылка на Севери:

Vorlezungen über algebraishe geometrie, Anhang F.

Точная формулировка задачи:

Пусть k, m целые положительные, $k \leqslant \frac{(m-1)(m-2)}{2}$.

Будет ли множество всех неприводимых комплексных проективных плоских алгебраических кривых порядка m с k простыми двойными точками и без других особенностей содержаться в одной неприводимой алгебраической системе плоских кривых порядка m рода $\frac{(m-1)(m-2)}{2} - k$?

Согласно Зарисскому, это известно лишь для $k \geqslant \frac{(m-2)(m-3)}{2}$ или $k \leqslant \frac{m(m+3)}{2}$.

Я очень виноват, если не подчеркнул, что речь идёт о неприводимых кривых.

Ссылки на Зарисского:

1. Amer, Journ. of Math, vol. 51 (1929),

On the problem of existence of algebraic functions of two variables possessing a given branch curve.

2. A theorem on the Poincare group of an algebraic hypersurface,

Annals of Mathematiks, v.38 (1937).

В последней статье на стр. 132, строка 5, доказательство основывается на том, что "речь идёт о деформациях алгебраических многообразий при достаточно регулярной деформации гиперповерхности в семействе".

Зарисский пишет мне (12 апреля 69 г.), что он потерял свою юношескую наивность и не понимает, ни что такое достаточно регулярная деформация, ни верно ли само утверждение – на что он, впрочем, надеется.

С уважение и приветом
В. Арнольд
Москва В-463 Ломоносовский 39 кв.53.

* * *

26.9.70

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич,

я только что приехал в Москву и нашёл здесь давно лежащее Ваше письмо и автореферат. Спасибо!

Координаты Милнора и Фама:

Milnor John, Singular Points of Complex Hypersurfaces, Princeton 1968 (В серии Annals of Mathematics Studies, № 61).

Фам Ф., Введение в топологическое исследование особенностей Ландау, Мир 1970 (библиотека сборника "Математика").

———

Между прочим, я спрашивал специалистов по алгебраической геометрии, известна ли им формула (10) автореферата, и получил утвердительный ответ: говорят, она есть в каком-то учебнике, но я сейчас не помню – в каком.

С уважением
В. Арнольд

* * *

27-III-1971

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Вам будет, вероятно, приятно узнать, что Ваша гипотеза верна по меньшей мере по модулю 4:

$p - m \equiv k^2 \mod 4$ для M-кривых степени$2k$.

Доказывается это при помощи арифметики целочисленных квадратичных форм и топологии четырёхмерных многообразий – вполне элементарно, но слишком длинно для письма. Метод даёт много другой информации, и я не теряю надежды доказать Вашу гипотезу по модулю 8.

В числе другой информации – неравенство

$$p_+ + m_+ \geqslant k^2 \text{ для } M\text{-кривых степени} 2k,$$

где p_+ (соответственно m_+) – число пустых положительных (отрицательных) овалов. Кроме того, для непустых овалов получается раздельная оценка

$$p - p_+ \leqslant \frac{(k-1)(k-2)}{2}, \quad m - m_+ \leqslant \frac{(k-1)(k-2)}{2}$$

(не обязательно для M-кривых!). Интересно, насколько не достигаются эти границы в примерах?

* *
*

Принимая и Вашу гипотезу (mod 8), получаем для M-кривых степени 8 всего 99 расположений. Было бы интересно узнать, какие из них Вам удалось построить? Далее, какое наибольшее значение $|2(p-m)-1|$ удаётся получить для M-кривых?

Неравенство Петровского $|2(p-m)-1| \leqslant 3k^2 - 3k + 1$ является ли для M-кривых точной оценкой? (хотя бы порядок $3k^2$ при больших k !). Подтверждается ли гипотеза Петровского, что $p \leqslant \frac{3}{2}k^2 + \ldots,\ m \leqslant \frac{3}{2}k^2 + \ldots$?

Нет ли у Вас других гипотез? Сейчас положение настолько прояснилось, что м. б. разумно ставить вопросы о полной или хотя бы асимптотической ($k \to \infty$) классификации M-кривых любой степени $2k$; при этом, конечно, экспериментальные данные могут очень сильно помочь.

Я собираюсь рассказывать об овалах на заседании Московского математического общества 6 апреля.

С уважением
В. Арнольд

P.S. Заметьте: новый адрес: Москва В-192 (индекс 117192)
Мичуринский просп. корп. 71 кв 101 тел.147-78-78

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Извините, что долго не отвечал на Ваше письмо – я был занят другими делами, и не мог вернуться к алгебраической геометрии.

Вот несколько замечаний к Вашей статье[1]:

1. "Общетопологические теоремы периодичности", по-видимому, к делу отношения не имеют.

2. Обозначения: сейчас стандартно – вещественные числа $\mathbb{R}$, комплексные $\mathbb{C}$, вещественное аффинное пр-во $\mathbb{R}^n$, комплексное $\mathbb{C}^n$, проективные – $\mathbb{RP}^n$ и $\mathbb{CP}^n$. Полужирный шрифт не обязателен, но вообще лучше придерживаться стандартных обозначений.

Я думаю, что статью надо опубликовать в Успехах без кардинальной переработки*) – хотя м. б. какое-то упоминание о новых результатах стоит включить.

Я вставил в корректуре "положительными или чётными" "отрицательными или нечётными" – надеюсь, что это удастся внести в текст.

С уважением
11 июня 71 г. В. Арнольд

———

*) В частности, вероятно, разумно оставить как есть изложение теоремы Петровского.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич,

на днях мне позвонил из Ленинграда Рохлин и сказал, что ему удалось доказать делимость $p - m - k^2$ на 8 для <u>нечётных</u> k.

В связи с этим возникает вопрос: есть ли у Вас примеры, с чётным k (например, для 8-й степени) и с делимостью на 4, но не на 8? Я припоминаю, что Вы давно говорили о чём-то подобном, т. е. что нечётность k, вероятно, существенна – но есть ли пример?

Между прочим, Рохлин считает, что случаи $k = 4l + 2$ и $k = 4l$ тоже различаются в каком-то смысле (хотя ни в том, ни в другом случае, доказательство делимости на 8 не проходит).

Скоро ли будет Ваш обзор? Не можете ли Вы формулировать гипотезы для многообразий большего числа измерений, вероятно, на кривые больше похожи трёхмерные. Есть ли разумное обобщение M-кривых и теоремы Харнака?

Ваш В. Арнольд
31 окт 71

* * *

[1] По-видимому, речь идёт об одном из первых вариантов текста обзора Д. А. Гудкова, опубликованного в Успехах математических наук в 1974 г. – Г.П.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

недавно я немного позанимался многомерной задачей и получил некоторые оценки сверху для числа компонент дополнения к гиперповерхности (с любыми особенностями) степени n в проективном N-мерном пространстве RP^N.

Оценка имеет вид

$$\boxed{\text{число компонент дополнения} \leqslant 1 + C^N_{N+n-2}}$$

При $N = 1$ правая часть равна n и оценка, очевидно, точна.

При $N = 2$ правая часть равна $\frac{n(n-1}{2} + 1$ и тоже точна – она достигается на n прямых в общем положении (например, при $n = 4$ получаем 7 областей дополнения к  в R^2).

При $N = 3$ правая часть равна $1 + \frac{n}{6}(n^2 - 1)$. При $n = 2$ получаем 2 части, на которые R^2 делит R^3. При $n = 4$ правая часть равна 11. Я не смог уяснить из Уткина, известны ли поверхности четвёртой степени, делящие RP^3 на 11 частей (хотя бы особые). [Плоскости дают 8, а у Уткина я не нашёл больше 6 частей – но в гладком случае.]

Асимптотически (при $n \to \infty$) оценка имеет вид $\frac{n^N}{N!}$; такая же асимптотика у числа областей дополнения к n плоскостям в общем положении.

Метод, которым это получено, не похож, видимо, ни на что ранее здесь применявшееся: я использую теорию колебаний (теоремы Рэлея-Куранта-Фишера о поведении собственных частот при изменении жёсткости системы и при наложении связей). Он имеет много других приложений, которые трудно сразу охватить. В частности, к подмногообразиям прямых произведений $\prod_i RP^{N_i}$, квадрик, и вообще однородных пространств компактных групп Ли – и наверное не только к задачам типа Харнака, но и совсем к другим. В применении к задаче Харнака может быть удастся что-либо получить и о других числах Бетти, и о случае большей коразмерности.

Я был бы Вам очень благодарен, если бы Вы смогли прислать мне список результатов по реализации возможных гиперповерхностей [с чёткими указаниями о том, что неизвестно: при чтении Уткина понять ничего нельзя, так как он не потрудился дать вначале сводку известных <u>и неизвестных</u> результатов – из-за этого читатель, желающий узнать что-либо о неразобранном Уткиным случае вынужден вникать в ему ненужные подробности доказательств, дабы убедиться, что случай не разобран (а вдруг он разобран в другом параграфе!) – я вообще не нашёл в его работе указания на неполноту разобранной системы случаев; вероятно, оно содержится в слове "некоторые" в названии последней работы].

С уважением
В. Арнольд
2 декабря 71 года

* * *

Дорогой Владимир Игоревич!

Вы мне доставили большое удовольствие, сообщив о своей удивительной теореме
$$P^0(RP^N \setminus F=0) \leqslant 1 + C^N_{N+n-2}.$$

Для поверхностей 4-го порядка в RP^3 эта оценка точная! Построены две поверхности 4-го порядка, состоящие из 10 кусков:

$10R^0_0$ – 10 овалов (K. Rohn)

$R^1_1 + 9R^0_0$ – кусок типа однополостного гиперболоида + 9 овалов (Г.А. Уткин)

Более того, из вашей теоремы следует, что поверхность 4-го порядка не может иметь более 10 кусков! (Уткин доказал, что не более 11.)

Таблицы с тем, что построено, имеются в автореферате Г.А. Уткина (прилагаю). Построение поверхности $R^1_1 + 9R^0_0$ опубликовано Г.А. Уткиным в тезисах конференции Вузов в г. Горьком (тир. 500 экземпляров). Сейчас он пишет статью, содержащую подробное доказательство существования этой и некоторых других поверхностей 4-го порядка. Хотелось бы её напечатать в Математических заметках.

Очень странно, что для $n = 1, 2, 4$ оценка точная, а для $n = 3$ оценка даёт 5, но поверхности 3-го порядка, делящей RP^3 на 5 областей, мне не известно. А Вам?

Обзор мой подвигается медленно.

С наилучшими пожеланиями.

Ноябрь 1971 г.[2]

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам текст заметки, которую я собираюсь забрать из УМН, где она выходит, – если успею до выхода. Дело в том, что, как мне сейчас кажется, теорема Куранта-Германа просто неверна (пример строится малой деформацией стандартной метрики тора, вероятно, можно и на сфере взять метрику, близкую к стандартной, и показать много компонент из собственных функций с малыми номерами).

Кажется некоторым чудом, что в алгебраическом случае всё сходится так, что теорема Куранта-Германа на RP^n м. б. и верна. (Говорят, что в алгебраическом случае она даже доказана.)

Вам м. б. известно, сколько компонент может иметь дополнение к кривой нулей тригонометрического полинома на торе
$$\sum_{(m,n)\in S} a_{mn}\cos(mx + ny + \varphi_{mn} \qquad S \text{ – конечное мн-во.}$$

[2]По-видимому, дата на черновике этого письма поставлена Д.А. Гудковым ошибочно, так как по тексту видно, что это ответ на приведённое выше письмо В.И. Арнольда от 2 декабря 1971 года. – Г.П.

По Куранту-Герману max оценивается следующим образом. Рассмотрим на (m, n)-плоскости замкнутый эллипс с центром $(0, 0)$, содержащий все точки S, и такой, что число N целых точек строго внутри эллипса минимально возможное. Тогда

$$\text{число компонент дополнения} \leqslant N + 1 \qquad (*)$$

Нет ли для нулей тригонометрического полинома теоремы Гарнака? Вероятно, тор надо реализовать как однополый гиперболоид и т. д. – можно ли так получить неравенство (*)?

Да и в проективном случае кривых на RP^2 – следует ли из Харнака, что наибольшее число компонент дополнения – у полностью распавшейся кривой? Ведь теперь пропало доказательство даже для этого случая – так верен ли результат?

Ваш В. Арнольд
20.1.72

Пометка Д.А. Гудкова:

Послал ответ – в нём M-поверхность – F – неособая с max суммой чисел Betti.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Спасибо за письмо от 15.2.

Элементарные рассуждения с использованием комплексного доказательства теоремы Харнака и формул Плюккера и их обобщений дают для кривых $\Gamma \in RP^2$ следующие оценки:

$b_1(\Gamma) \leqslant C_{n-1}^2 + \nu \leqslant C_n^2 + 1$ (достигается напр. на прямых)

$b_0(\Gamma) \leqslant g + \nu, \quad b_0(\Gamma) \leqslant C_{n-1}^2 + 1$ (достигается на M-кривых)

$b_1(\Gamma) - b_0(\Gamma) \leqslant C_{n-1}^2 - g + \nu$

Здесь Γ – мн-во вещественных точек кривой, n степень, b_0 и b_1 числа Бетти, g род, ν число неприводимых (алгебраически) компонент. Писать доказательство мне, по совести, лень – да и мне кажется, Вам эти неравенства должны быть известны.

Как подвигается Ваш обзор? Мне было бы очень приятно, если бы Вы включили в него изложение моего предыдущего письма – публиковать необоснованное доказательство как отдельную статью неприлично, а совсем бросить идею жалко – может быть, из неё можно что-то ещё извлечь? (Конечно, §5 из моей заметки нужно выкинуть). Не помню, писал ли я Вам, как выглядит (гипотетически верное) следствие из Куранта-Германа для тора:

Пусть f тригонометрический полином $\sum f_k e^{i(kx)}$. Отметим на решётке $\{k\}$ те точки, для которых $f_k \neq 0$, и заключим их в замкнутый эллипс, содержащий строго внутри наименьшее возможное число точек решётки; пусть это число N. Тогда число компонент дополнения к нулям f не превосходит $N+1$.

Заметьте, что тор можно считать алгебраической поверхностью (квадрикой $x^2 + y^2 = 1 + z^2$), а нули тригонометрического полинома на торе – алгебраические кривые.

С наилучшими пожеланиями
Ваш В. Арнольд
19.2.72

P. S. Недавно я с удовольствием увидел в "Кванте" Вашу фамилию в связи со школьными делами[3]. Деятельность эта – очень правильная.

* * *

Глубокоуважаемый Владимир Игоревич!

Извините, что отвечаю с большим опозданием. Я болел, месяц лежал в больнице, и сейчас ещё не могу работать в полную силу.

Из приведённых Вами неравенств, второе ($b_0(\Gamma) \leqslant g + \nu$)мне представляется простым следствием теоремы Гарнака и неравенства
$\frac{(n-k-1)(n-k-2)}{2} + \frac{(k-1)(k-2)}{2} \leqslant \frac{(n-1)(n-2)}{2}$ (или $k(n-k) \geqslant 1$).

Первое ($b_1(\Gamma) \leqslant C_{n-1}^2 + \nu$) и третье ($b_1(\Gamma) - b_0(\Gamma) \leqslant C_{n-1}^2 - g + \nu$) я не встречал и было бы интересно узнать Ваше доказательство.

Конечно, Вашу идею с использованием теоремы Куранта-Германа я изложу в обзоре. Однако, сам обзор задерживается. Кроме болезни меня задерживает моя скрупулёзность. Я должен несколько вжиться в многомерные вещи.

Г.А. Уткин построил поверхность 4-го порядка типа $R_6^1 + 5R_0^0$, т. е. состоящую из куска типа однополостного гиперболоида с пятью ручками (жанра $6 - R_6^1$) и пяти овалоидов, лежащих в одной из областей пространства RP^3,

[3]В заметке "Симпозиумы юных математиков" ("Квант" №2 за 1972 год) отмечено, что Д.А. Гудков руководил секцией математики слёта учащихся физматшкол в школе №40 г. Горького в марте 1971 года. – Г.П.

на которые его делит кусок R^1_6. Эта поверхность имеет ранг 12, так же, как поверхность Гильберта $R^1_{10}+R^0_0$ (ранг = жанр + число кусков).

Пользуясь этим, а также менее доказательными соображениями, можно высказать некоторые гипотезы о поверхностях 4-го порядка.

Во-первых, поверхности без особых точек разделяются на поверхности, гомотопные 0 или нет в RP^3. Аналогично, эллипсоид – гомотопен нулю в RP^3, а однополостный гиперболоид – нет.

Поверхности 4-го порядка F, не гомотопные 0 в RP^3.

a) Существуют поверхности максимального ранга 12

$F \qquad R^1_2+9R^0_0; \qquad R^1_6+5R^0_0; \qquad R^1_{10}+R^0_0$

b) Суммы чисел Betti для этих поверхностей $\sigma(F)$ равны

$\sigma(F)= \qquad 24 \qquad 24 \qquad 24$

c) Считая, что самые внешние овалы положительны, для множества F_+, где $F\geqslant 0$, обозначим $\chi(F_+)$ эйлерову характеристику. Для указанных поверхностей

$\chi(F_+)= \qquad 8 \qquad 0 \qquad -8$

т. е. $\chi(F_+)\equiv 0 (\mathrm{mod}\ 8)$

Поверхности 4-го порядка F гомотопные 0 в RP^3.

a) Существуют поверхности максимального ранга $10=\frac{\sigma(F)}{2}$.

$F \qquad R^0_1+9R^0_0; \qquad R^0_5+5R^0_0; \qquad R^0_9+R^0_0$

b) $\sigma(F)= \qquad 20 \qquad 20 \qquad 20$

c) $\chi(F_+)= \qquad 9 \qquad 1 \qquad -7$

т. е. $\chi(F_+)\equiv 1 (\mathrm{mod}\ 8)$

(из указанных 6 поверхностей построены в настоящее время лишь две.)

Замечание. Для поверхностей 2-го порядка.

Поверхности, не гомотопные 0 в RP^3.

Существует макс. ранга: R^1_1 – однополостный гиперболоид. $\sigma(F)=4$, $\chi(F_+)=0$.

Поверхности, гомотопные 0 в RP^3.

Существует макс. ранга R^0_0 – овалоид. $\sigma(F)=2, \chi(F_+)=1$.

Какие предположения можно сделать отсюда для поверхности m-го порядка в RP^3? По-видимому, два предположения обоснованы:

I. Теорему Гарнака нужно искать в виде оценки суммы чисел Бетти $\sigma(F)$ (по $\mathbb{Z}$ или $\mathbb{Z}_2$).

II. Для поверхности F m-го порядка максимальной $\sigma(F)$ (M-поверхность) имеет место сравнение

$\chi(F_+)\equiv 0 (\mathrm{mod}\ 8)$ – для негомотопных 0

$\chi(F_+)\equiv 1 (\mathrm{mod}\ 8)$ – для гомотопных 0

(конечно, может быть и в правой части $(\frac{m}{2}-1)(\frac{m}{2}-2)$?)

Можно показать, что точной оценки $\sigma(F)$, пригодной для всех m и выраженной в виде многочлена $\alpha m^3+\beta m^2+\gamma m+\delta$ ($\alpha,\beta,\gamma,\delta$ – постоянные) (порядок 3 следует из оценки О.А. Олейник) – не существует. Поэтому следует искать оценку отдельно для чётных и нечётных m. А для чётных m – отдельно для поверхностей гомотопных нулю и негомотопных нулю в RP^3.

Я предполагаю поехать осенью на конференцию в Тбилиси. В Горьком получил приглашение лишь я. У меня есть к Вам просьба – просить оргкомитет прислать приглашения (или согласия включить сообщения, которые будут посланы) следующих математиков из Горького:

1. Уткин Г.А. "Построение некоторых поверхностей 4-го порядка максимального жанра" (доцент, Горьковский Госуниверситет, радиофак, кафедра математики).

2. Крахнов А.Д. "О топологической эквивалентности Y-потоков с секущими" (млад. научн. сотр., НИИ ПМК, отдел 4, Горький, ул. Ульянова 10).

3. Полотовский Г.М. "Алгоритм определения топологического типа грубой плоской алгебраической кривой чётной степени" (мл. научн. сотруд. НИИ ПИК, отдел 1, Горький, ул. Ульянова 10).

Вы уже, конечно, знаете, что В.А. Рохлин доказал сравнение $p - n \equiv k^2 \pmod 8$ без накрытий! Для этого получил новую формулу для четырёхмерных многообразий.

Передайте привет Ольге Арсеньевне.

С наилучшими пожеланиями Ваш Д. Гудков.

18 апреля 1972 г.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Недавно В.А. Рохлин показал мне Ваше длинное и интересное письмо; к сожалению, из него я заключаю, что Вы снова задерживаете обзор для Успехов. Мне кажется, целесообразно опубликовать его <u>как можно скорее.</u> Если Вы будете ждать, пока разберёте всю топологию и овладеете всеми последними работами, то Ваш обзор никогда не будет готов, так как работы будут появляться всё новые и новые. В частности, Рохлин и его ученики доказали многие из гипотез Вашего письма.

Недавно я смотрел портфель Успехов и пришёл в ужас от его пустоты. Ваш обзор, столь долго ожидаемый, был бы сейчас очень кстати. Нельзя ли прислать его без коренной переработки? Вы всегда можете дать ссылки на последние достижения при корректуре.

Вашу просьбу по поводу Топологической конференции я передал Г.С. Чогошвили, но не знаю, что из этого выйдет.

Ваш В. Арнольд
2 VI 72

* * *

Глубокоуважаемый Владимир Игоревич!

По Вашему совету больше расширяться не буду. Пишу обзор.

В связи с обзором (и с перепиской с В.А. Рохлиным) я исследовал неособые поверхности A_3. Оказалось их 5 топологических типов (которые давно уже построены, например, в книге B. Segre "The non singular cubic surfaces" 1942, Oxford). Если обозначить через $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$ сумму чисел Betti по mod $\mathbb{Z}_2$

неособой поверхности степени m (в $\mathbb{R}P^3$), то наибольшие значения $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$ для для $m = 1, 2, 3, 4$ такие:

$\sigma(A_1, \mathbb{Z}_2) = 3$, $\sigma(A_2, \mathbb{Z}_2) = 4$, $\sigma(A_3, \mathbb{Z}_2) = 9$, $\sigma(A_4, \mathbb{Z}_2) = 24$ (гипотеза) (1)

Из работы О.А. Олейник следует, что

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant \begin{cases} m^3 - 3m^2 + 3m + 4 & (m - \text{нечётное}) \\ m^3 - 2m^2 + 2m + 7 & (m - \text{чётное}) \end{cases} \qquad (2)$$

Если предположить, что существует точная оценка $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$ для всех m некоторым многочленом от m, то из (2) и (1) следует, что эта оценка может быть такой:

$$\underline{\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant m^3 - 4m^2 + 6m} \qquad \text{(теорема Гарнака !?)}$$

С наилучшими пожеланиями
Искренне Ваш Д. Гудков
18 июня 1972 г.

* * *

15 октября 1972 г.

Глубокоуважаемый Владимир Игоревич!

Посылаю Вам статью, в которой методом В.А. Рохлина, заложенным Вами, получены результаты об эйлеровой характеристике $(M-1)$-многообразий. В частности, для $(M-1)$-кривых в $\mathbb{R}P^2$ доказано сравнение

$$P - N \equiv \left(\frac{m}{2}\right)^2 \pm 1 \bmod 8.$$

Это я предполагал уже при выдвижении гипотезы для M-кривых, но коварно утаил от Вас и от В.А. Рохлина. Эту теорему я пытался доказать в течение года.

Работа у нас была почти готова перед конференцией, но не хватало арифметической леммы, к которой мы пришли.

"Целочисленная симметричная чётная квадратичная форма с одной чётной строкой и определителем ± 2 имеет сигнатуру $= \pm 1 \bmod 8$".

Я послал рукопись статьи в "Функц. анализ". Дело в том, что уже создалась традиция (после Вашей статьи – две статьи В.А. Рохлина и одна статья В.М. Харламова). Очень прошу Вашего содействия.

Теперь я утолил жажду и займусь вплотную обзором. Я всё время занимался обзором, но понемногу. Библиография уже готова. Отдельные куски также. Я думаю, что обзор много выиграл от отсрочки. Так, теперь ясно значение работ Милнора и Тома. Для меня прояснился вопрос с поверхностями 3-й степени. Вся эта область (многомерная) стала мне ближе.

С наилучшими пожеланиями
Ваш Д. Гудков

* * *

Глубокоуважаемый Владимир Игоревич!

Я получил письмо от В.А. Рохлина, где он просил несколько переделать статью. Ранее я не решался это сделать, т. к. В.А. говорил (по телефону), что переделка может сделать статью совпадающей со статьёй В.М. Харламова. Исправленный текст статьи мы выслали в журнал. Поскольку этот текст короче и исправлен в соответствии с пожеланиями рецензента, то я надеюсь, что это не вызовет возражений.

Сейчас я увлечён поиском новых гипотез и кое-что нашёл.

Искренне Ваш Д. Гудков

29.XI.72

* * *

17 января 73 г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Вы конечно уже знаете, что Иван Георгиевич скоропостижно скончался позавчера. За день до этого он был бодр и я слышал, как он грозно требовал, чтобы какого-то милиционера отдали под суд. 15-го он должен был выступить на совещании ректоров, долго готовился к этому выступлению, собирался перед ним два дня отдыхать, а после – уехать на целый месяц отдыхать в Барвиху.

И.Г. не раз говорил мне, что не хочет знать, когда он умрёт, и что он предпочёл бы знанию этой даты (пусть отдалённой) – незнание. Последнее время он был особенно деятелен, устроил даже семинар по физике, на который не только ходил, но слушал каждый доклад предварительно у себя. В последний наш разговор И.Г. убеждал меня не бояться ставить двойки (чтобы уровень мехмата не снижался).

*   *
*

Взялся же я Вам писать вот по какому поводу. Уже с месяц пытаюсь я связаться с Е.А. Андроновой-Леонтович и никак не могу получить от неё ответа. Здорова ли она и на месте ли? Речь идёт об отзыве передового предприятия на диссертацию моего аспиранта А.С. Пяртли о бифуркациях в комплексных дифференциальных уравнениях (рождение комплексных предельных циклов из равновесия при резонансах).

Не могли бы Вы поговорить с Е.А.: может быть, она назовёт кого-либо из своих учеников, работающих в Радиофиз. ин-те, если сама не согласится. Письмо к Е.А. прилагаю: я уже посылал аналогичное по адресу Минина 5 кв 45[4], но ответа не получил.

Заранее Вам благодарный
В. Арнольд

[4]Под этим номером квартиры Д.А. Гудковым подписано жирным и подчёркнуто "55" – Г.П.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Спасибо за письмо и заметку Уткина. С нетерпением жду Вашего обзора. Меня несколько удивила загадочная фраза в конце письма: "но сомневаюсь, что его напечатают".

Мне кажется, его обязательно надо печатать, и я готов сделать для этого всё от меня зависящее.

С наилучшими пожеланиями
Ваш В. Арнольд

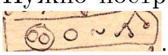
9 сентября 73 г.

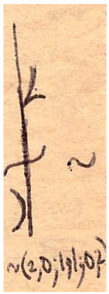
* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич, поздравляю с Новым годом,

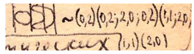
спасибо за письмо и поздравления. Надеюсь, что Ваш обзор вскоре будет отшлифован. Рохлин мне уже о своём результате сообщил – из Вашего письма мне не ясно всё же, противоречит ли его теорема полноте Ваших условий.

Но сейчас я пишу Вам по другому поводу. Меня попросили прорецензировать статью Г.М. Полотовского "К полной топологической классификации расположения овалов неособых алгебраических кривых чётного порядка в проективной плоскости" для представления в ДАН. В этой статье я нашёл интересное указание. Что "всем известным ограничениям удовлетворяют 145 M-кривых 8-го порядка" – это с учётом гипотез и теорем Рохлина и Харламова или без них? – и сколько остаётся с учётом?

Как я уже говорил автору этой статьи в Тбилиси, алгоритмическая разрешимость задачи о расположении овалов неособой алгебраической кривой непосредственно следует из теоремы Тарского-Зайденберга, согласно которой проекция полуалгебраического множества полуалгебраична Поскольку автор, видимо, не понял этого простого рассуждения, я его здесь коротко повторяю. При этом я для простоты предполагаю, что, что 1) степень кривой чётна 2) a priori известно, что все овалы лежат в аффинной части. Переход к общему случаю не требует существенно новых методов, но надо просто немного повозиться с бесконечностью. Условие того, что кривая неособая, тоже по сути дела не нужно, но я для простоты предполагаю, что это так. Итак, даны коэффициенты многочлена-уравнения. Нужно построить дерево , определяющее расположение овалов . Утверждается, что эта задача алгоритмически разрешимая.



Будем называть прямые направления оси y вертикальными. Будем называть вертикаль критической, если она касается кривой (в вещественной точке). Будем называть вертикаль оснащённой, если задан конечный набор пар целых чисел, указывающий, сколько ветвей кривой выходит из каждой точки кривой на вертикали влево (вправо), считая точки кривой на вертикали снизу вверх.

Лемма 1. Упорядоченный набор оснащений всех критических вертикалей определяет дерево кривой (ибо легко установить, какая ветвь у одной критической вертикали соединится с какой у другой). 

Лемма 2. Условие "кривая имеет столько-то критических вертикалей, соответственно с такими-то оснащениями" (перечисленными в порядке, в котором идут вертикали) выделяет в пространстве коэффициентов полуалгебраическое множество.

Теорема Тарского-Зайденберга используется именно при доказательстве леммы 2. Например, условие, что критических вертикалей k, есть условие существования k вещественных разных по x решений системы $P = 0, P_y = 0$. Или же условие существования такого набора $2k$ чисел x_i, y_i, что $\{P(x_i, y_i) = 0, P_y(x_i, y_i) = 0, (x_i - x_j)^2 \neq 0$ при всех $i, j\}$ – а это по Тарскому-Зайденбергу полуалгебраическое условие на коэффициенты. Точно также и условие того, что вертикаль имеет оснащение данного типа – полуалгебраическое. Действительно, условие "из данной точки вправо выходит k ветвей" есть полуалгебраическое условие на коэффициенты ряда Тейлора в данной точке. Условие же, что "существует точка на вертикали, такая, что коэффициенты Тейлора разложения в этой точке принадлежат данному полуалгебраическому множеству" также полуалгебраическое. Поэтому условие, что "одна из точек вертикали данного типа" – полуалгебраическое условие на коэффициенты. Значит, и условие, что "на вертикали имеется такое-то число точек таких-то типов, считая снизу вверх", также полуалгебраично (на коэффициенты P); аналогичным образом теорема Т-З доказывает и полуалгебраичность множества всех кривых с фиксированными оснащениями всех вертикалей.

Более того, в принципе теорема Т-З даёт не только полуалгебраичность (т. е. существование конечного набора уравнений и неравенств на коэффициенты), но и алгоритм для выписывания этих уравнений и неравенств, т. е. в случае полиномов ограниченной заранее степени – в принципе явные формулы.

Из лемм 1 и 2 очевидно следует как алгоритмическая разрешимость задачи определения топологического типа данной кривой (с алгоритмически вычислимыми – например, рациональными – коэффициентами), так и алгоритмическая разрешимость задачи перечисления топологических типов кривых фиксированной степени (не обязательно неособых).

Во всех этих алгоритмах нет ничего трансцендентного – вопрос решается вычислением конечного числа полиномов и конечным числом логических операций. Для решения задачи перечисления надо просто перечислять все оснащённые системы вертикалей и узнавать (по Т-З), реализуются ли они.

Ввиду сказанного мне кажется нецелесообразным публикация заметки Полотовского в ДАН. Вот если бы его алгоритм с помощью машины дал конкретные новые результаты – такую заметку я бы рекомендовал.

Мне кажется, лучше было бы, если бы Вы посоветовали автору самому забрать заметку – не хочется мне писать отрицательный отзыв, а положительный писать не могу.

3.1.74 Ваш В. Арнольд

* * *

Дорогой Владимир Игоревич!

Относительно статьи Г. Полотовского я благодарен Вам за сообщение. Однако я хочу выразить несколько иное мнение.

Из теоремы Тарского, по нашему мнению, не следует непосредственно решение разбираемой задачи. Именно, нужен конкретный алгоритм. У Г. Полотовского в первой работе есть такой алгоритм и его можно (по времени) применять для построения дерева алгебраической кривой 8-го порядка. Не ясно только, какое уравнение брать. Поэтому возникает следующая задача о разбиении пространства коэффициентов. Решение этой задачи такое, что полная классификация уже C_8 – по времени не проходит. Вы, по существу, предлагаете другой и очень интересный конкретный алгоритм, и я думаю, что было бы интересно его доработать до вычислительной схемы. При этом нужно будет от рисунка – перейти к дереву – это тоже алгоритм. Поэтому мне хотелось бы, чтобы Вы поговорили с Г. Полотовским. Возможно, что эту статью нужно переделать, возможно, дополнить Вашим алгоритмом, но, по-моему, следует это всё напечатать. Трудно ожидать, что решение такой не простой и классической задачи получится сразу. По-видимому, нужно допустить публикацию предварительных работ, чтобы была возможность найти достаточно экономный алгоритм. Я думаю приехать в феврале в Москву, можно одновременно поехать и Грише (Полотовскому) и организовать общий небольшой разговор (?).

Теперь о M-кривых 8-го порядка. P число чётных овалов, L – нечётных.

[*Оборот черновика этого письма приведён на следующей странице в виде копии, на которой видно хорошо известное специалистам перечисление логически возможных расположений 22 овалов M-кривой степени 8, удовлетворяющих всем известным в то время ограничениям. На этом черновик письма обрывается. Он не датирован, но по его содержанию ясно, что это ответ на предыдущее письмо В.И. Арнольда.*– Г.П.]

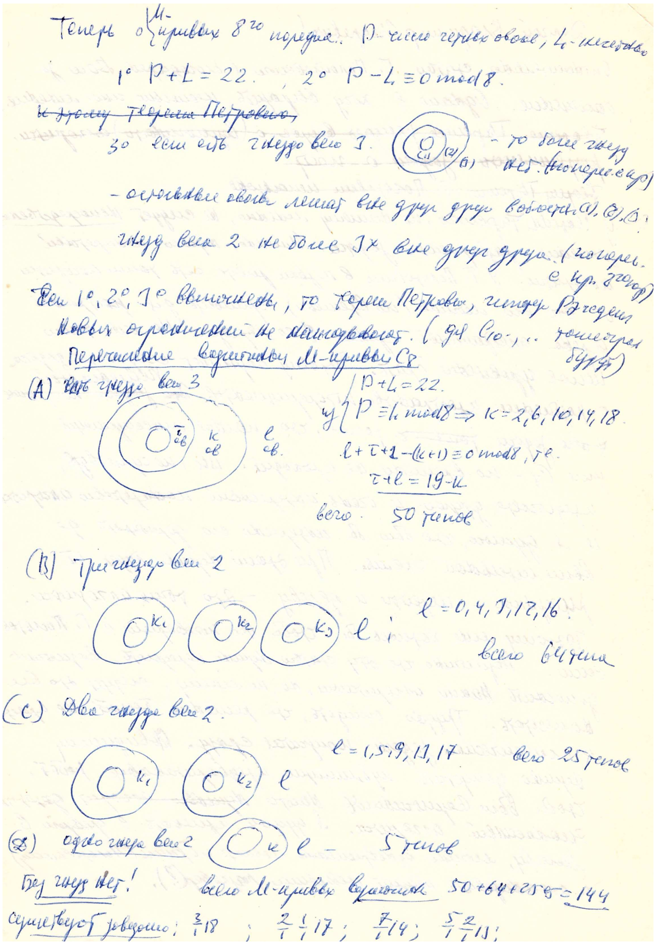
* * *

9.II.74

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич,

спасибо за письмо. Моё мнение всё же, что столь предварительное сообщение не стоит публиковать в ДАН. Некоторый смысл имела бы, быть может, публикация краткой формулировки результата в виде добавления к списку кривых степени 8, который Вы мне прислали и который я считаю основным содержанием заметки (скрытым от читателя в существующей редакции).

Замечу кстати, что в существующем тексте – ни слова о практических реализациях, а только принципиальная возможность алгоритма. Вопрос об экономном и реализуемом алгоритме осмыслен, но в заметке отнюдь не рассматриваются оценки времени и памяти для реализации различных алгоритмов (по Тарскому, с участием интегрирования и т. п.).



Теперь о М-кривых 8го порядка. P – число четных овалов, L – нечетных.

1° P+L = 22. , 2° P−L ≡ 0 mod 8.

~~к этому теорема Петровского~~

3° если есть гнездо веса 3 – то более гнезд нет.

– основные овалы лежат вне друг друга вообще (а), (в), (с).

гнезд веса 2 не более 3х вне друг друга.

Если 1°, 2°, 3° выполнены, то теорема Петровского, ... новых ограничений не накладывают. (для C_{10}, .. конечно будут)

Перечисление вариантов М-кривых C_8

(A) Есть гнездо веса 3

$P+L=22$, $P \equiv L \mod 8 \Rightarrow k = 2, 6, 10, 14, 18$.

$l+\tau+1-(k+1) \equiv 0 \mod 8$, т.е. $\tau + l = 19-k$

всего 50 типов

(B) Три гнезда веса 2

$l = 0, 4, 8, 12, 16$. всего 64 типа

(C) Два гнезда веса 2.

$l = 1, 5, 9, 13, 17$ всего 25 типов

(D) одно гнездо веса 2 – 5 типов

Без гнезд нет! всего М-кривых вариантов 50+64+25+5 = 144

существуют заведомо: ...

Предполагается, что В.А. Рохлин будет делать доклад о вещественной алгебраической геометрии на заседании Московского Математического Общества 19 февраля. Если Вы всё равно собрались в феврале приехать, м. б. Вам будет удобно это время. Я всё время в Москве.

Ваш В. Арнольд

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич,

посылаю Вам замечания по поводу обзора. Вам м. б. интересно узнать, что Американское математическое общество проводит с 13 по 18 мая 74 г. симпозиум "Проблемы Гильберта" в ДеКальбе, штат Иллинойс (близ Чикаго). Я получил от организационного их комитета приглашение представить обзор по 16 проблеме. Конечно, приглашение нереальное, но как Вы думаете – м. б. послать обзор результатов? И в таком случае – включать ли гипотезы?

Замечания – на обороте [*Далее половина страницы оставлена пустой и на обороте – текст, приводимый ниже* – Г.П.]

Понятия типа s-й степени (стр.11) представляется не совсем адекватным ситуации: вероятно, в сущности нужен универсальный тип (по меньшей мере – гомеоморфность бифуркационных диаграмм); вряд ли свойство существования 2 кривых одинаковых типов s-й степени достаточно для гомеоморфности бифуркационных диаграмм.

Численные инварианты кривых (стр. 16, 17 и т. п.) $\varkappa, \gamma, h, g, \tilde{h}$ и т. п. (между прочим, я не нашёл определения порядка ветви, $\gamma(P_\nu)$), вероятно, легко выразить через топологические инварианты комплексной кривой: кратность μ (число морсовских критических точек, на которые распадается сложная критическая точка при шевелении функции), число компонент границы окрестности на комплексной кривой и т. д. См. Милнор, Особые точки комплексных гиперповерхностей, МИР 1971, §10 (кривые в C^2), особенно – стр. 90–91 и 98–99. Я думаю, что тогда доказались бы и Ваши гипотезы о жанре.

На стр. 67 Вы рассматриваете CP^2 как сферу S^3 с отождествлёнными парами точек. Вероятно, нужно RP^2. Далее, расслоений $p : E \to CP^2$ со слоем – аффинная прямая много, например – есть тривиальное $CP^2 \times C = E$. Нужно сказать; существует такое расслоение E, что однородные функции степени k – его сечения. В этом расслоении уравнение $z^2 = f$ определяет поверхность ... На стр. 68 изоморфизм τ^* (по Зар. $conj^*$) должен был бы обозначаться τ_* (звёздочка внизу, ибо речь о гомологиях, а не когомологиях). На стр. 68 неясно, почему овалы делят CA (нигде не сказано, что A – M-кривая). Там же появляется "фундаментальный класс". Неясно, что это, т. к. название "фундаментальный" не общепринято (например, Рохлин говорит "характеристический", и это м. б. лучше).

На стр. 73 "по-видимому неверна" можно заменить на "неверна"; пример строится малым возмущением стандартной метрики тора. См. доклад на семинаре им. И.Г. Петровского (УМН 1973 №5). На стр. 75 не Д. Милнор, а Дж. Милнор. На стр. 76 "теоремы периодичности" – лучше "теоремы делимости".

На стр. 89 "абелева группа конечного ряда"(?) – вероятно, ранга. Там же: "по лемме Серра" – вряд ли эта лемма принадлежит Серру: просто он поместил её в учебник.

Слово "аффинный" пишется, по-видимому, через 2 ф – не знаю почему, и не знаю этимологии.

Вероятно, Рохлин сообщил Вам много замечаний, я же, чтобы не задерживать письмо, только то, что мне бросилось в глаза при беглом перелистывании. Во всяком случае статья очень нужная и интересная, её прочтут многие.

С уважением Ваш В. Арнольд

(*Письмо не датировано, но из содержания его ясно, что оно написано не позднее мая 1973 г.* – Г.П.)

* * *

8 мая 77

Дорогой Дмитрий Андреевич,

А.Н. Колмогоров подписал в ДАН заметку Полотовского, пометив её 7 мая. Я отправил заметку в ДАН в тот же день (это было 6 мая), указав обратный адрес Полотовского на конверте. Надеюсь, всё будет в порядке. Поздравляю с праздником.

Ваш В. Арнольд

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич,

я пытался вспомнить, что Вы говорили о задаче Нехорошева, и не сумел восстановить. Не могли бы Вы написать мне об этом?

Напоминаю, что речь идёт о том, какое наибольшее A_μ может встретиться на кривой степени n в CP^2 (отдельно для неприводимых и любых кривых).

Заранее благодарный Вам В. Арнольд

(Письмо не датировано)

* * *

24.4.79

Дорогой Дмитрий Андреевич,

мне понадобилось (для обзора[5]) современное состояние вопроса об M-кривых 8 степени, т. е. оценки сверху и снизу числа изотопических классов на сегодняшний день. Не могли бы Вы прислать мне ответ?

Поздравляю с праздником.

Ваш В. Арнольд

Москва 117588 Ясенево <...>

* * *

1982 г[6]

Дорогой Дмитрий Андреевич,

я обращаюсь к Вам со следующей просьбой: не согласились бы Вы выступить в качестве оппонента при защите кандидатской диссертации Сергеем Мироновичем Натанзоном ("Конечные группы гомеоморфизмов поверхностей и вещественные формы комплексных алгебраических кривых"), которая должна состояться 22 сентября 1982 г. в Новосибирске? (Институт Математики СО АН СССР.)

[5]В.И. Арнольд, О.А. Олейник. Топология действительных алгебраических многообразий //Вестник Моск. ун-та, Сер. 1. Матем. Мех. 1979. Т.6, с. 7 - 17.

[6]Пометка Д.А. Гудкова – Г.П.

Первоначально предполагалось, что защита будет в декабре, и оппонировать собирался С.П. Новиков; но Совет перенёс защиту на сентябрь, а в это время Новиков уезжает в Данию (Новиков оставляет отзыв, но нужен живой оппонент). Я взялся бы его заменить, если бы не подрядился уже на это время в школу Красноярского научного центра (на пароходе, который 22 сентября будет где-то посреди Енисея). Хотя Вы, вероятно, видели работы С.М. и раньше, на всякий случай выражаю здесь своё полностью положительное о них мнение. Я пришлю к защите свой отзыв.

Надеюсь, Вы на днях получите от авторов книгу "Особенности дифференцируемых отображений - I".

Пожалуйста, ответьте, ввиду срочности, прямо диссертанту:

125438 Москва Онежская ул. д.17 корп.4 кв. 89 Сергею Мироновичу Натанзону.

Заранее благодарный Вам В. Арнольд

В.И. Арнольд 117593 Москва <...>

* * *

15 сент 1983

Дорогой Дмитрий Андреевич,

извините за дурацкие вопросы, но мне потребовались экспериментальные данные – и я не знаю, где их взять.

Что известно о топологии $\mathbb{R}$-многочлена $f(x,y)$ степени d (не кривой $f=0$, а именно многочлена)?

Например, какие известны ограничения на числа максимумов, минимумов и сёдел?

Назовём M- многочленом такой, у которого все $(d-1)^2$ критических точек вещественны (пусть и различны). Верно ли, что тогда число максимумов не меньше, чем $\sim cd^2$, где $c>0$?

Опровергают ли примеры асимптотику $\sharp\max \gtrsim \frac{d^2}{24}$ (или даже $\gtrsim \frac{d^2}{4}$, т. е. $|\sharp\max - \sharp\min| = o(d^2)$)?

Я был бы очень благодарен за любые примеры и соображения по этому поводу и вообще по поводу топологии f (и для многочлена фиксированной степени, и в локальной задаче – для версальной деформации особенности).

Кланяйтесь Евг. Ал., Грише, Жене

Заранее благодарный В. Арнольд

(*На полях письма имеются приводимые ниже пометки Д.А. Гудкова, связанные с заданным вопросом* – Г.П.)

<u>Вещ. крит. точки</u>

$\sharp\max F = a \quad \sharp\min F = b \quad \sharp\text{сёдел} F = c \qquad \underline{a+b-c=k-1}$ (Петровс.)

k – число б. у. т. $F=0$ $\quad 2\gamma$ – число мним. кр. точек, $a+b+c+2\gamma=(m-1)^2$, m – степ. кривой

<u>Если M-мног. $\gamma=0$</u>

$\underline{a+b-c=k-1}$

$\underline{a+b+c=(m-1)^2}$

$2c=(m-1)^2-(k-1) \qquad \underline{c=\frac{(m-1)^2-(k-1)}{2}}$)

* * *

26.12.85

Дорогой Дмитрий Андреевич,

спасибо за письмо, я тотчас передал его Калашникову с просьбой включить – но без, как вчера выяснилось, положительного результата. Может быть Вы несколько запоздали – но другое, одновременно поступившее предложение (Бабенко) принято. В этом году юбилей кафедры (50 лет) и принято решение, чтобы бо́льшая, чем обычно, часть докладчиков была составлена из выпускников кафедры. Надеюсь, что дело в этом (хотя, впрочем, из рекомендованных мною выпускников и аспирантов тоже была сделана весьма пристрастная выборка). С другой стороны, О.А.[7] жаловалась мне, что Вы не ссылаетесь на её работы (в частности, о кривых на поверхностях) – надеюсь, что не это истинная причина отказа, хотя поручиться не могу. Статью Виро из УМН О.А. просила переделать, хотя она называлась "Успехи топ. вещ. алг. мн. за последние 6 лет". Вообще, к сожалению, с О.А. происходит странная метаморфоза: из её последних речей о кафедре (на юбилее и других) следует, что, хотя И.Г. Петровский и заведовал кафедрой много лет, самые интересные и важные работы, о которых она теперь много рассказывает, сделал, пока работал на кафедре, А.Н. Тихонов (а именно, об уравнении теплопроводности) – работы же И.Г. более не перечисляются и об алгебраической геометрии не упоминается вовсе!

Впрочем, история математики полна грустными вещами – надеюсь, Вы расскажете как-нибудь, какие интересные факты Вы в ней обнаружили.

Кланяйтесь Жене (Шустину) и Грише (Полотовскому), конечно, Евгении Александровне – надеюсь, она в добром здравии. Женины достижения мы вовсю используем. Мои ребята пасуют перед такой задачей вещ. алг. геом: как выглядит двойственная поверхность вблизи типичной особенности A_1 (квадр. конус, подвергнутый общему диффеоморфизму): там $\leqslant 12$ ласточкиных хвостов (из 24 над $\mathbb{C}$), но как они соединяются?

С Новым годом! Ваш В. Арнольд

* * *

14 февраля 1991

Дорогой Дмитрий Андреевич,

спасибо за письмо – я только что его получил, т. к. месяц был в Индии (и даже с Элей[8]). Спасибо за поздравления – как мне сказал Марчук, "отделение математики на этот раз избежало одиозных кандидатов". Возможно, я единственная особая точка в море всяческого неблагополучия и горя, на фоне которого и радоваться-то грех.

[7] Ольга Арсеньевна Олейник

[8] Жена В.И. Арнольда

Я обратился по начальству с просьбой помочь Вам по поводу Лобачевского; и выяснилось, что

1. Заявка о присвоении году имени Лобачевского послана.

2. Каз. Ун-т проводит международную конференцию по геометрии в связи с юбилеем.

Но что касается бумаги, то непосредственный мой начальник – зав. отд. геометрии (т. е. С.П. Новиков), хотя и наложил резолюцию отдела "просить бюро отделения математики помочь" и поручил мне в своё отсутствие доложить бюро мнение отдела, сам всё же не верит, что бумагу дадут, т. к. её нет (?). Буду стараться.

Мои ученики за последний год доказали M-свойство для множества особых многообразий – бифуркационных диаграмм теории особенностей (например, для ласточкиного хвоста в $\mathbb{C}^n(\mathbb{R}^n)$ – совокупности многочленов $x^{n+1} + a_1x^{n-1} + \cdots + a_n$, имеющих кратные корни). Такие же результаты получаются для других дискриминантов (например, для многообразий нерегулярных орбит других групп Кокстера). Но причина для меня загадочна – верно ли, например, что и пространство особых кривых степени d – M-подмногообразие в пространстве коэффициентов? (Если хотите, можно рассматривать пространство неособых кривых – вероятно, M-свойства {особых} и {неособых} эквивалентны?) М. б. у Вас есть контрпример или подтверждение (кривые степеней 2, 3, 4, ...)?

Эля Вам кланяется – с наступающим праздником. Ваш В. Арнольд

* * *

12 III 91

Дорогой Дмитрий Андреевич,

вчера бюро Отделения Математики АН СССР обсуждало юбилей Лобачевского, и я рассказал о Вашей книге. В принципе принято решение "помочь", ставился вопрос о том, не следует ли передать книгу "Науке". Кончилось тем, что решили просить Вас написать в Отделение официальное письмо – чего именно Вы хотите? Собственно бумаги в отделении нет (никакой), зарплату в МИАН не платят уже 10 дней, и что будет дальше – неясно. Но Вам все жаждут помочь.

Ваш В. Арнольд

Пять писем от Ю. Г. Борисовича

1976 г. (пометка Д.А. Гудкова)

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я получил Ваше письмо за несколько дней до поездки на конференцию им. Петровского и поэтому сразу не ответил Вам, предполагая беседу с Вашим учеником.

Но в Москве он не подошёл ко мне, и беседа не состоялась. Отгрипповав, взялся за письмо к Вам.

Единственно, что смущает меня в Вашем предложении, это то, что я имею слабое представление об асимптотических методах, особенно для уравнений в частных производных.

Поэтому мне хотелось бы вначале перелистать диссертацию (или послушать доклад автора), чтобы выяснить, прилично ли мне (неспециалисту) "своё суждение иметь".

Это же обстоятельство Вы должны учитывать и при организации защиты (с точки зрения "солидности"). Не уверен, что моя кандидатура отвечает необходимым требованиям. Правда, мне кажется, что последнее будет иметь меньшее значение, если работа одобрена более крупными специалистами. Докладывалась ли она у Олейник О.А.? (Кстати в Москве на конференции я впервые участвовал в форуме специалистов по у–м в частных производных; при всём разнообразии направлений и характеров приятное впечатление оставляет деятельность Ольги Арсеньевны!).

Мне кажется, что я должен был сообщить Вам о подобных сомнениях. Если всё это не играет роли, то я бы с удовольствием принял Ваше предложение.

Буду ждать от Вас промежуточного сообщения.

———————————

Юрий Григорьевич Борисович (1930 – 2007) – профессор Воронежского государственного университета, зав. кафедрой алгебры и топологических методов анализа, Заслуженный деятель науки РФ.

Наше издательство осенью получило 4000 заказов на наше пособие[1] по топологии, и я припёр его к стене. Но... оно призналось, что не в состоянии набирать математический шрифт.

После этого (вероятно, по другим причинам) был назначен новый директор, и пособие приняли к редакционно-издательской подготовке, вошло в план такой подготовки. Одновременно ректорат послал заявку на него в план издательства Минвуза СССР на пятилетку. Ситуация там совершенно неясная, сказали, что будут рецензировать, но что у них идёт сокращение листажа и лучше не надеяться.

Я сейчас в некоторой растерянности: интерес к топологии падает. Хотелось бы понять, чем у вас поддерживается интерес в большом масштабе.

Из Ваших писем я вынес впечатление именно такое. Поделитесь опытом!

С наилучшими пожеланиями, Ваш Борисович

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю предварительный отзыв. Так как я буду на конференции им. Лобачевского в Казани с 29/VI, то хотелось бы, чтобы сроки защиты не налегли на эту дату. Было бы неудобно, если бы они были и близки к ней слишком. Лучше всего где-нибудь до 20/VI.

Было бы хорошо, если диссертант мне выслал сейчас хотя бы автореферат (или вместе с диссертацией), я пока буду "привыкать" к диссертации, а ближе к защите если бы он приехал на несколько дней и рассказал содержание.

У меня на днях (30/III) защитился мой ученик П.Б. Шерман – тоже последняя защита Совета.

С наилучшими пожеланиями,

Ваш Борисович

(Письмо не датировано)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Большое спасибо за Ваше интересное предложение приехать с лекциями в Горьковский университет. Но я своевременно не ответил Вам в связи с тем, что у меня в семье сильно болеет мать жены (паралич левой стороны), и это случилось в середине февраля, когда моя жена была на ФПК в МГУ. Хотя она сразу же приехала, но одна не может справиться со всеми заботами и должна ещё будет выехать в Москву в средине мая.

Так что пока не имею возможности выехать из дома. И должен сказать, что хлопот было столько, что не было времени и ответить Вам сразу. Сейчас опасность миновала, но ситуация сложная.

[1]Учебное пособие для вузов "Введение в топологию", авторы Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко, первое издание которого вышло в издательстве "Высшая школа" в 1980 г., второе – в издательстве "Наука" в 1995 г. – Г.П.

Надеюсь всё-таки съездить в Минск. Вы знаете, наверно, что там очередная топологическая конференция с 7/VI по 10/VI? Возможно, мы встретимся там?

Как дела с Розенблюмом (утверждением)? Наша книжка сдана в издательство "Высшая школа" ещё в декабре м-це. Она вошла в план на 1979 год. Пока на рецензии.

Мои пожелания Вам и всей Вашей семье по случаю майских праздников всего наилучшего!

Ваш
Борисович

(Не датировано, по содержанию – апрель 1977 года.)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам бланк-заказ, надеясь, что ваша библиотека возьмёт некоторое число экземпляров, а может быть и кто-нибудь из сотрудников захочет заказать.

Хорошо, если бы заказы были отосланы в издательство в конце июня – начале июля.

Заранее благодарю Вас за возможные хлопоты.

Я с большим удовольствием вспоминаю наши беседы в Москве, и я очень ценю ту энергию, с которой Вы выступали в дискуссии.

Между прочим, окончательное решение вышло беззубое и неопределённое (принятое оргкомитетом): "рекомендовать издательству Высшая школа рассмотреть представленные в издательство пособия". Лумисте не провёл в жизнь принятое решение на секции.

С надеждами на новые встречи,

Ваш
Борисович

(Письмо не датировано.)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Примите мои самые сердечные поздравления и наилучшие пожелания на Новый Год!

Крепкого здоровья, счастья, новых успехов в Вашей работе!

Счастливого Нового Года! Ваш Борисович

P.S. Я был очень обрадован Вашим поздравлением с Юбилеем. Большое спасибо! Надеюсь где-нибудь купить книгу о Лобачевском, в которой Вы участвуете. Как выпускник Казанского ун-та, я тоже интересовался биографией Лобачевского. Знаете ли Вы книгу И. Заботина "Лобачевский", 1953 г., изданную в Казани? У меня есть публикации ряда писем Н.И., касающихся его хозяйства (в поместье). Если Вас это заинтересует, напишу подробнее.

Ваш Ю.Г.

$(\mathrm{PS})^2$. Прошу извинить, что отвечаю на Ваше письмо с большим опозданием (объяснить лучше при встрече).

(Новогодняя поздравительная открытка, по содержанию – 1990 год. – Г.П.)

Письмо Джорджа Вильсона

Mathematical Institute
Oxford
22/3/77

Уважаемый Проф. Гудков,

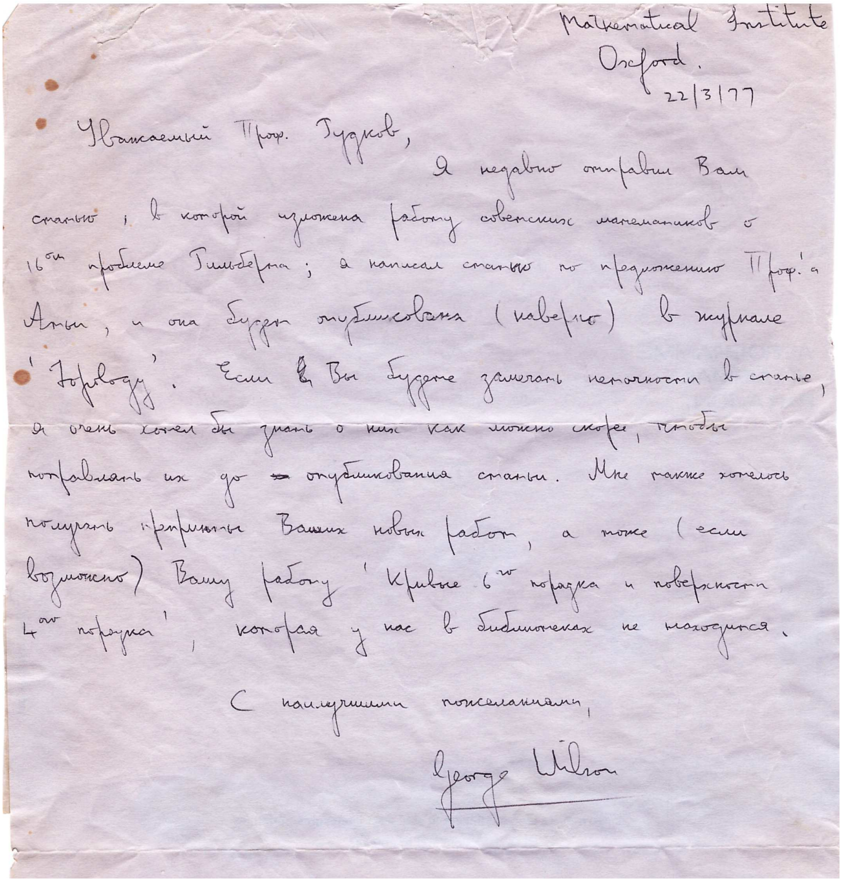
Я недавно отправил Вам статью, в которой изложил работу советских математиков о 16-ой проблеме Гильберта; а написал статью по предложению Проф.'а Атьи, и она будет опубликована (наверное) в журнале "Topology"[1]. Если Вы будете замечать неточности в статье, я очень хотел бы знать о них как можно скорее, чтобы поправить их до опубликования статьи. Мне также хотелось получать препринты Ваших новых работ, а тоже (если возможно) Вашу работу "Кривые 6-го порядка и поверхности 4-го порядка", которая у нас в библиотеке не находится.

С наилучшими пожеланиями,
George Wilson

[1]G. Wilson. Hilbert's sixteenth problem. Topology, 1978, Vol. 17 (1), p. 53–73. – Г.П.

———————————

Джордж Вильсон (George Wilson) – профессор Математического института Оксфордского университета.



Mathematical Institute
Oxford.
22/3/77

Уважаемый Проф. Гудков,

Я недавно отправил Вам статью, в которой изложена работу советских математиков о 16ом проблеме Гильберта; я написал статью по предложению Проф.'а Атьи, и она будет опубликована (наверно) в журнале 'Topology'. Если ~~в~~ Вы будете замечать неточности в статье, я очень хотел бы знать о них как можно скорее, чтобы поправлять их до опубликования статьи. Мне также хотелось получить оттиски Ваших новых работ, а тоже (если возможно) Вашу работу 'Кривые 6ого порядка и поверхности 4ого порядка', которая у нас в библиотеках не находится.

С наилучшими пожеланиями,

George Wilson

Копия письма Дж. Вильсона

Из переписки с О. Я. Виро

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Спасибо за сообщения о второй части книги F.Klein'a. К сожалению, моих познаний в немецком языке пока едва хватает только на то, чтобы с трудом разбираться в наиболее интересных оригинальных статьях, так что я не скоро смогу воспользоваться этим сообщением.

В этом году я, как и в прошлом, читаю только обязательный курс топологии. Владимир Абрамович читает спец.курс по алгебраической топологии (4 часа в неделю). так что бумаги, которые я Вам привёз, мне пока что не нужны.

Никаких новостей у нас не было, за исключением, конечно, работы Харламова, но он, конечно, уже написал Вам сам о своей работе.

Передайте приветы и наилучшие пожелания Вашим близким. Надеюсь, я могу поздравить Ваших детей с успешной сдачей всех летних экзаменов.

С наилучшими пожеланиями

6 октября 1975 г. Ваш О.Виро

P.S. Когда я написал это письмо, я обнаружил неотправленное письмо от 30-го июня, которое я написал в ответ на Ваше первое письмо. По рассеянности я забыл его отправить и считал, что сделал это. Поэтому хочу поблагодарить Вас ещё раз за всё, что Вы для меня сделали. Мне приятно вспомнить время, проведённое в Горьком. Благодаря Вашим заботам, я прекрасно отдохнул тогда. Что касается денежной стороны моей поездки, я не считаю, что остался с минусом. Да я и не собирался заработать. Довольно того, что я выполнил просьбу Владимира Абрамовича и помог Вам. Я был тронут

Олег Янович Виро – советский и российский математик, с 2009 года – профессор Университета штата Нью-Йорк в Стоуни-Брук.

Вашим предложением "поделить убытки", но считал невозможным не вернуть долг. Буду рад любому случаю оказаться полезным для Вас.

Ваш О. Виро

* * *

Дорогой Олег!

Спасибо за письмо. Извините, что не сразу ответил.

Поздравляю Вас и Вашу семью с праздниками.

Скоро я вышлю Вам рукопись лекций по общей топологии. Эту часть перепечатали.

Общий курс я никак не кончу – переделал первую главу (общая топология), написал, примерно в том же стиле, II главу (фунд. гр) и III главу (многообр.). Сейчас дочитываю и дописываю IV главу (гладкие многообразия).

Очень хорошо, что Владимир Абрамович читает спецкурс по 4 часа в неделю. Хорошо бы, чтобы кто-нибудь записывал. Вот у немцев это не пропало бы (да и у других). Нужно совсем немного обработать и размножить на ротапринте или хотя бы иметь один экземпляр, с которого можно снять копию. Передайте В.А. большой привет и Анне Александровне. Напишу или позвоню им.

У меня сейчас диссертация Харламова. Прекрасная работа и я бы за неё присвоил степень доктора. У нас почему-то считают, что должна быть выслуга лет. Написал отзыв, вероятно, следовало писать короче и без формул, но я боялся утерять содержание.

Саша у нас успешно сдала и учится на физфаке (уже побывала на картошке). Так что всё в порядке.

Желаю Вам всего доброго и всяких успехов.

Ваш Д. Гудков

P.S. Стоящие ли книги

1) Геометрия и топология, изд. пед. инст. им. Герцена (1974 г.)

2) Современная алгебра, – 〃 – (1975 г.)?

(прочёл в Успехах).

* * *

Дорогой Олег!

Поздравляю Вас с новым 1976 годом. Желаю здоровья и счастья. Того же желаю Вашей супруге – Лиде.

Пришла ли Вам бандероль с рукописью (фиолетовой)? Были ли Вы на защите Харламова? Что там было? Как Вы прокомментируете последние новости: поверхности 4-го пор. у В.М. и доказательство гипотезы Рогсдейл? Чем сами занимаетесь?

Желаю всего наилучшего в Новом году. Ваш Д. Гудков

(Новогодняя поздравительная открытка – Г.П.)

Г.М. Полотовский, Д.А. Гудков, О.Я. Виро, В.М. Харламов

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Примите мои запоздалые поздравления с новым годом. От всего сердца желаю Вам и Вашей семье всего хорошего: здоровья, счастья и всяческих успехов.

Я очень давно не писал Вам. Это объясняется тем, что этот семестр был для меня исключительно тяжёлым – 29 аудиторных часов в неделю – и просто трудно было найти время на письмо.

Отвечу на Ваши вопросы. Вы спрашивали, стоящие ли книги 1) Геометрия и топология, изд. пед. ин. им. Герцена (1974 г.) и 2) Современная алгебра, – // – (1975). В первой имеются работы по геометрии "в целом", которые, как мне кажется, не заинтересуют Вас, и работы об алгебрах над полем вещественных чисел – эти работы более связаны с алгеброй и топологией. Умножения в этих алгебрах задаются многочленами и поэтому, как сказал мне Юзвинский, который этим сейчас занимается, возможно, существуют какие-то связи между этой деятельностью и топологией вещественных алгебраических кривых, но эти связи ещё не выявлены. На прямой вопрос, рекомендовать ли Вам эти работы, он ответил, что, скорее всего, они сами по себе интереса не представляют. Вторая книжка – совершенно не интересная. В ней рассматриваются полугруппы, лупы и ещё более общие алгебраические системы.

Защита Харламова прошла прекрасно. Недействительных и против не было. Вопрос о присуждении докторской степени не обсуждался, да, я думаю, и не мог обсуждаться, так как защита происходила на математической секции совета, которая без других секций не может решать такие вопросы. Разумеется, Ваше предложение прозвучало как чрезвычайно высокая оценка работы. Я думаю, Слава быстро сделает докторскую. Последняя его работа – доказательство существования некоторых поверхностей четвёртой степени – наверное, станет ядром его диссертации. То, что он уже сделал, очень здорово, но не производит впечатления законченной работы. Например, пока его методы не дают доказательства существования таких поверхностей четвёртой степени, какие уже были построены.

В красновском доказательстве гипотезы Рогсдейл Слава нашёл ошибку, которая, по-видимому, не исправляется. Не решаюсь писать, в чём она состоит, так как работы Краснова не читал и боюсь наврать или написать непонятно – знаю об ошибке только со слов Славы.

Я Вам говорил, что занимался кобордизмами одномерных узлов. Я пытался доказать нетривиальность ядра гомоморфизма Левина, то есть доказать, что существуют препятствия к кобордантности одномерных узлов, не имеющие аналогов в бо́льших размерностях. Это было сделано в этом году, но, увы, не мной, а Casson'ом и Mc'Gordon'ом. Сделано это примерно тем же способом, каким пытался это сделать я. Тематика этой работы не исчерпана, но основные сливки сняты. Для дальнейшего прогресса, сравнимого по значению с этим, по-видимому, нужны совсем другие методы.

Последнее время я занимаюсь, кроме того, трёхмерными многообразиями. Вместе с Кобельским (это студент-третьекурсник) мы нашли контрпример к гипотезе Володина-Кузнецова-Фоменко о диаграммах Хегора трёхмерной сферы. Они построили алгоритм упрощения диаграмм Хегора трёхмерных многообразий и предположили, что этот алгоритм, будучи применён к диаграмме Хегора трёхмерной сферы, превращает её в стандартную диаграмму. Если бы это было так, этот алгоритм был бы "алгоритмическим решением" гипотезы Пуанкаре, то есть позволял бы отличать настоящую сферу от гомотопически эквивалентных, но не гомеоморфных ей многообразий. Так вот, мы построили нестандартные диаграммы Хегора трёхмерной сферы, которые не упрощаются алгоритмом Володина-Кузнецова-Фоменко. Самостоятельного интереса эти диаграммы не представляют. Их наличие показывает, что можно ещё попытаться искать "алгоритмическое решение" гипотезы Пуанкаре, а метод построения даёт путеводную нить, но этим мы ещё не занимались. В этом году я буду писать обзор теории узлов, который предполагается опубликовать в серии ВИНИТИ "Современные проблемы математики" вместе с обзором Рохлина и Харламова по топологии вещественных алгебраических многообразий.

Напишите, пожалуйста, что нового у Вас, чем Вы занимаетесь, в каком состоянии Ваш спецкурс и его конспект.

10.1.76 Ваш О. Виро

* * *

Дорогой Олег!

Спасибо за письмо.

Мне прислали из "Функц. анализа" статью Харламова, и я отослал с положительным, конечно, отзывом. Понял только общую идею и доказательства не проверял. Вячеслав Мих. тоже прислал экземпляр статьи. Я думаю, что не так уж важно охватить его методом построение всех поверхностей 4-й степени. Там более, что его метод тем проще, чем ближе поверхность к

M-поверхности. Гораздо важнее закончить исследование возможных расположений в $\mathbb{R}P^3$ и ещё важнее построить M-поверхности высших степеней. Отсюда может поступить "заказ" к развитию алгебраической геометрии.

Очень интересно, как окончится история со статьёй Краснова. Быть может, её стоит опубликовать с условным доказательством?

Относительно Вашей работы по трёхмерным многообразиям тоже очень интересно. Если есть надежда разрешить гипотезу Пуанкаре, то не нужно упускать такой возможности.

Может быть, Вы сможете узнать, имеются ли в Ленинграде в какой-нибудь библиотеке такие журналы:

1. Rend. Ist. Lombardo (2), 43 (1910), стр. 143–156
статьи L. Brusotti "Sulla generazione delle curve ..."
2. Ann. di Matem. (3), 22 (1913), стр. 117–169
статья L. Brusotti "Sulla generazione di curve ..."
3. Rend. Ist. Lombardo Serie II, 49 (1916), 906–919
статья L. Brusotti "Nuovi metodi ..." Nota VI
4. Rend. der Circolo Matem. di Palermo 42 (1917), 138–144
статья L. Brusotti "Curve generatrici e curve ..."

Возможно, есть в Университете сводный каталог по всему Ленинграду? Я бы тогда заказал по МБА сами журналы или копии статей (у меня занимается L. Brusotti один студент).

Спасибо за информацию о книгах в издательстве growth пединститута.

Сейчас я закончил читать общий курс и написал все 4 главы (то, что Вы читали, первую и частично вторую главу) – получилось 220 стр. машинописи. Здесь в Горьком этой рукописью уже пользуются, а относительно издательства малым тиражом на ротапринте – пока не ясно.

Пробиваться же в большие издательства я не хочу, т. к. для них следует ещё дорабатывать рукопись и издавать без соавторства В.А. Рохлина тоже нельзя. Вот, если бы Владимир Абрамович согласился быть соавтором, вернее, главным автором, а Вы редактором, то можно было бы такой учебник доработать. Такой учебник с элементами очень нужен.

Начал я читать спецкурс (главу I клеточные пространства). Ходят из всех институтов Горького и слушают с интересом. В следующем семестре думаю двигаться несколько быстрее, т. к. обрабатывать для печати лекции эти не буду (будем ждать монографию Рохлин–Фукс).

Монографию вашу (Рохлин, Харламов, Виро) – о вещественных алгебраических многообразиях и узлах я выписал и жду с большим интересом.

Передавайте приветы Лиде. Приветы от моих передаю.

Желаю Вам всего наилучшего.

Ваш Д. Гудков

22 янв. 1976 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я чувствую себя очень виноватым и приношу всяческие извинения по поводу своего длительного молчания. Конспект лекций Рохлина я конечно же получил и очень жалею, что своим молчанием заставил Вас беспокоиться о нём.

Что касается бесконечной связности пар, состоящих из пространств и их деформационных ретрактов, то Вы совершенно правы, я написал Вам об этом какую-то заумь. На той лекции Рохлина, как и на некоторых соседних, я не был и восстанавливал их по чужим конспектам. В этих местах мой конспект может сильно отличаться от лекций.

Не знаю, что имел ввиду Владимир Абрамович, когда сказал, что я живу удовлетворительно, но, вероятно, я должен с ним согласиться: много работы (в университете – 18 часов в неделю и в интернате 8)), времени для занятий математикой и свободного времени почти нет, хороших результатов давно не было, последний год мои родственники и я сам много болеем (ну, у меня-то пустяки вроде гриппа, а есть и тяжёлые больные, и, в частности, мои родители), и т. д. Год был очень тяжёлый, и я надеюсь, что в ближайшее время всё должно измениться к лучшему.

Сейчас всерьёз начал писать обзор об узлах – с большим опозданием, но ещё надеюсь кончить его в марте или, на худой конец, в этом учебном году. Харламов из-за переезда своего в Сыктывкар тоже мало написал, так что наши обзоры запоздают.

Вы пишете, что в этом семестре будете читать третью главу спец. курса – двойственность. Если будут возникать вопросы, пишите! Обещаю изменить своему обычаю и отвечать сразу. Хочу загладить свою вину.

В начале этого учебного года из Ленинградского университета в Горьковский перевёлся очень сильный студент – Шустин. Теперь он на третьем курсе. На мат-мехе ЛГУ он был одним из самых сильных студентов. Обратите, пожалуйста, на него внимание. Было бы жалко, если бы он попал в никудышные руки, какие на мех-мате хватает.

Пишите пожалуйста, что у Вас нового.

Желаю Вам всего наилучшего. Ваш О. Виро.

9.1.77

* * *

Дорогой Олег!

Спасибо за письмо. Теперь я успокоился в отношении конспектов.

Женю Шустина я нашёл и он ходит на мои лекции. Читаю сейчас теорию гомологий. В начале несколько погряз в теории категорий и в тензорных произведениях.

Сообщите пожалуйста, как дела с книгой по теории узлов и вещественным алг. многообразиям? Кто из Ленинграда поедет на топологическую конференцию?

Передавайте приветы Рохлиным и Лиде.

С наилучшими пожеланиями Д. Гудков

18.III.77.

* * *

Дорогой Олег!

Поздравляю Вас с новым 1978 годом. Желаю здоровья и счастья. Передайте мои поздравления Лиде.

Мне рассказывали, что Вы читали какой-то вводный курс по топологии для студентов 1-го курса. Какой материал Вы излагали? И каковы Ваши успехи в этом деле?

В Минске я говорил Вам о Жене Яковлеве (стажёр на нашей кафедре, руководит им Яков Львович Шапиро). Он занимается слоениями на тензорных многообразиях, классификацией трёхмерных многообразий с некоторой дополнительной структурой. Не смогли бы Вы его послушать в январе – начале февраля? Напишите!

Поедете ли Вы на расширенное заседание семинара И.Г. Петровского? Я собираюсь там быть (без доклада).

Почти всё время я трачу сейчас на спецкурс (теория гомологий).

Желаю Вам всего наилучшего.

Ваш Д. Гудков.

24 декабря 1977 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Всё-таки обсуждавшаяся на семинаре им. Петровского кривая степени 6 со схемой

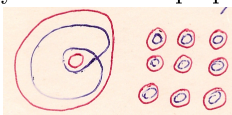
не существует! Ни в применении моего неравенства к доказательству её несуществования, ни в самом неравенстве мне не удалось найти ошибки. С другой стороны, в Ваших работах я не обнаружил ни доказательства её существования, ни средств для такого доказательства.

Действительно, если сжимать множество B_+ у кривой Гарнака так, как Вы делаете в доказательстве несуществования кривых типов $\frac{2}{1}8$, $\frac{3}{1}7$, $\frac{4}{1}6$, $\frac{2}{1}7$ и $\frac{3}{1}6$, то сначала получится (может получиться и должна получиться) кривая рода 1 с девятью изолированными вещественными двойными точками и схемой

Затем, если Вы хотите сохранить эти точки, Вам придётся прибавлять к её уравнению квадрат уравнения кривой третьей степени, проходящей через

эти точки. Так вот, эта кривая третьей степени может (и, как следует из моего неравенства, должна) проходить так:
Двигаясь в пространстве кривых степени 6 от нашей кривой к квадрату этой кривой, мы придём к нему, не встретив ни одной особой кривой. (Условие и доказательство теоремы 3 Вашей работы "Свойства грубых пространств кривых 6-го порядка с "k" особыми точками", стр. 73-75, учитывают такую возможность.)

Чтобы окончательно убедить Вас в правильности моих неравенств, расскажу об эквивалентных неравенствах с более простым доказательством, в котором не участвуют двулистные разветвлённые накрывающие с ветвлением над особыми кривыми и не участвуют индексы пересечения в гомологическом многообразии над полем $\mathbb{Q}$.

Пусть A – вещественная алг. кривая с простыми двойными особенностями, определяемая уравнением $P = 0$. Как обычно, предположим, что $P \geqslant 0$ на B_+ и $P \leqslant 0$ на B_-. Пусть A_+– близкая неособая кривая той же степени m, определяемая уравнением $P(x_0, x_1, x_2) + \varepsilon(x_0^m + x_1^m + x_2^m) = 0$, где ε мало по абс. величине и отрицательно. В случае обсуждавшейся выше кривой степени 6 кривая A_+ выглядит следующим образом: 
Аналогично, определим кривую A_-. Она получается из A при раздутии множества B_+. Её вид в том же примере таков: 

В двулистных разветвлённых накрывающих этих кривых имеются исчезающие циклы. Их индексы самопересечения равны -2, они расположены на листах двойных точек кривой A. Исчезающие циклы у кривой A_+ ведут себя при комплексных сопряжениях накрывающего так же, как циклы Арнольда, возникающие из B_+, а у A_- – так же, как циклы Арнольда, возникающие из B_-. С циклом Арнольда кривой A_+ исчезающий цикл пересекается с таким индексом, сколько раз входила соответствующая точка кривой A в границу соответствующей компоненты внутренности множества B_+. Образы исчезающих циклов пересекаются с $\mathbb{R}P^2$ по дугам, соединяющим точки возмущённой кривой.

Так, в нашем примере, исчезающие циклы пересекаются с $\mathbb{R}P^2$ следующим образом:

Рассмотрим более подробно второе возмущение. В нём множество B_- даёт два цикла Арнольда с квадратами -2 и $+18$. Вместе с исчезающим циклом матрица их пересечений такова

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 18 \end{pmatrix}$$

В этой форме – два отрицательных квадрата (т. е. форма отрицательно определена на подпространстве размерности 2). С другой стороны, размерность соответствующего подпространства гомологической группы равна $\frac{3}{2}k(k-1)+\chi(B_-)=9-8=1$. Следовательно, такой кривой не существует.

Такой учёт исчезающих циклов приводит к неравенствам, эквивалентным неравенствам, написанным по циклам Арнольда особой кривой. Дело в том, что если в форме пересечений циклов Арнольда и исчезающих циклов взять ортогональное дополнение части, порождённой исчезающими циклами, то получится форма, изоморфная форме циклов Арнольда особой кривой, с другой стороны, на исчезающих циклах форма пересечений отрицательно определена, а при переходе от неособой кривой к особой уменьшается только отрицательно определённая часть формы, причём её размерность уменьшается ровно на число особых точек.

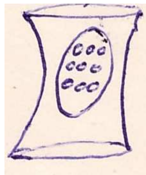
Владимир Абрамович показывал мне письмо Полотовского. В этом письме он пишет, что комплексные ориентации не запрещают 14-ти нетривиально запрещаемых распадающихся M-кривых шестой степени. Я думаю, что эти кривые должны запрещаться моими неравенствами. Это предположение основано на том, что этими неравенствами запрещаются те рациональные кривые, несуществование которых Вы доказывали для доказательства несуществования некоторых M-кривых степени 6. К сожалению, я не видел этих 14-ти кривых. Покажите, пожалуйста, моё письмо Грише. Я был бы признателен, если бы он прислал мне картинки с этими кривыми.

Дмитрий Андреевич, я хочу задать вам два вопроса.

1) Каково максимальное число изолированных простых двойных точек кривой степени m? Я уже, кажется, спрашивал об этом. Естественная гипотеза: для $m=2k-1$ это число равно $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$, а для $m=2k$ оно равно $\frac{3}{2}k^2+1$.

Мне кажется, это важный вопрос: он возникает в разных ситуациях и даже вне геометрии – в теории квадратурных формул. Есть более сложные и , по-видимому, более важные вопросы: как эти точки могут располагаться; каково наибольшее число такое, что как бы мы ни взяли множество с таким числом точек, можно было бы найти кривую степени $2k$, состоящую из этих точек. Но эти вопросы кажутся слишком трудными, а первый вопрос может быть совсем лёгким.

2) Какими бывают полные пересечения поверхности второй степени с поверхностями малых степеней? Меня больше всего интересуют кривые, являющиеся пересечениями гиперболоида с поверхностями степени 2, 3 и 4. Это, по-видимому, простейшие пространственные кривые, и поэтому ими, наверное, занимались. Но в Вашем обзоре – ссылки на итальянцев военного

времени. Я пока не смог достать этих работ. Единственный журнал, оказавшийся на месте, был Rend. Acc. Lincei 5:22 (1913) (ссылка [26] Вашего обзора), но в нём обещанной статьи Beloch'а нет. Меня интересует, прежде всего, какие M-кривые (в смысле неравенства Харнака-Тома) имеются на гиперболоиде. Как они устроены, какие есть примеры? Например, существует ли на гиперболоиде кривая, высекаемая поверхностью степени 4, которая имеет вид  Я её построить не смог, хотя она не противоречит никаким известным мне запретам.

С наилучшими пожеланиями,

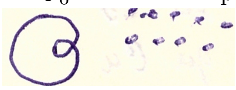
26.2.78 Ваш Олег Виро.

* * *

Дорогой Олег!

Спасибо за письмо.

1. Действительно, я не могу доказать существование обсуждаемой кривой. Видимо дело в том, что я когда-то доказывал существование такой кривой C_6:

и привык, что в кривых C_6 всё симметрично. Поэтому я был убеждён в существовании кривой . Я пробовал доказать её несуществование методом Гильберта-Роона, но у меня не получилось.

Поскольку Вы проверили свои вычисления, то я, конечно, полностью Вам доверяю. Здесь есть только два момента.

а) Я огорчён тем, что ляпнул тогда в Москве, и этим расстроил Вас.

б) Очень хочется понять Ваши вычисления и всю работу.

2. Гриша Вам пришлёт те 14 распадающихся M-кривых. У него есть ещё масса и существующих и несуществующих $(M-1)$ и $(M-2)$ распадающихся кривых 6-го порядка ($(M-1)$ – имеет на один овал меньше, чем M-кривая, а $(M-2)$ – имеет либо на две точки пересечения меньше, либо на 2 овала). Хорошо бы узнать формулировки Ваших результатов настолько, чтобы он (Гриша) смог сам проверить их на этих подопытных животных (быть может, упростится многое).

3. Ссылку [26] в обзоре я взял из статьи L. Brusotti [105] по обзору. Ещё раз проверил. [105] у меня есть фотокопия – списал верно. В итальянских журналах есть параллельные серии с одинаковыми номерами, но по разным наукам. Статью [26] я тоже не смог найти. Вообще с литературой у нас в Горьком совсем плохо и можно найти только по МБА. Некоторые статьи

Брюзотти я нашёл только в библиотеке Акад. Наук (Москва) (кстати – воен. лет). Кривые на гиперболоиде я строил только тем способом Гильберта, который описан у меня в обзоре. Если Вам нужно, то я могу прислать построения. Интересующей Вас кривой я не строил.

4. Относительно числа изолированных двойных точек. Не думаю, что заданный Вами вопрос простой. Если рассматривать кривую степени m, имеющую только простые двойные точки (может и распадаться), то

для C_3 – 1 изол.

для C_4 – 4 изол.

для C_5 – 6 – 〃 – (можно построить – не трудно)

для C_6 – 10 изолир. (сущ. либо , либо ).

Это согласуется с Вашими оценками. Однако далее?

При $m = 2k$ легко построить кривую с k^2 изолированными точками

$$C_k^2 + \widetilde{C_k^2} = 0,$$

где C_k и $\widetilde{C_k}$ пересекаются в k^2 действительных точках (хотя бы из способа Гарнака).

5. Если можете, то пришлите доказательство о совпадении для клеточного пространства X: сингулярных гомологий $H_r(X)$ и гомологий $H_r(\text{Кл}(X))$ клеточного цепного комплекса. Вы говорили, что есть более простые доказательства, чем в лекциях (которые у меня). Дело в том, что нужен стандартный изоморфизм $H_r(\text{Кл}(X)) \longrightarrow H_r(X)$ для доказательства формулы Хопфа.

Передайте пожалуйста приветы: Лиде и Рохлиным – всем.

С наилучшими пожеланиями
Ваш Д. Гудков

12 марта 1978 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Вы просили написать доказательства совпадения клеточных и сингулярных гомологий со стандартным изоморфизмом. Вот это доказательство почти в том виде, как оно будет в книге Рохлина и Фукса.<...>[1]

Гриша прислал мне картинки. Из 14-ти мне удалось запретить пока только 9, из них 5 запрещаются собственно теми неравенствами, которые я рассказывал в Москве, а ещё 4 запрещаются другими неравенствами, которые можно написать для распадающихся кривых, но применив схему Арнольда не к двулистному, а к четырёхлистному накрытию плоскости, получающемуся как двулистное накрытие двулистного накрытия плоскости. Точнее, если A_1, A_2 – две кривые чётной степени, то можно рассмотреть двулистное накрытие $Y_1 \xrightarrow{P_1} \mathbb{C}P^2$ с ветвлением над $\mathbb{C}A_1$, а затем – двулистное накрытие

[1]Это доказательство занимает в письме три страницы формата А4 с множеством формул и диаграмм и здесь не приводится – Г.П.

$Y_2 \xrightarrow{P_2} Y_1$ с ветвлением над $P_1^{-1}(\mathbb{C}A_2)$. Из таких накрытий можно извлекать бо́льшую информацию, чем из особых двулистных, так что распадающиеся кривые – это интересное и доступное поле деятельности. Я уверен, что оставшиеся 5 кривых из этих 14-ти, как и многие другие, открытые Гришей, подпадают под какие-то ещё не открытые запреты, и очень вероятно, что эти запреты могут быть получены из рассмотрения не циклических накрытий.

Значение работы Полотовского трудно переоценить. Это и материал для проверки силы и полноты запретов на распадающиеся кривые, и исходный материал для новых построений. Например, кривая на гиперболоиде, о которой я Вас спрашивал в прошлом письме, легко строится при помощи одной из кривых, построенных Гришей – из кривой  – взятием прообраза при проекции из некоторой точки и последующим возмущением. Вообще, вполне возможно, что все кривые порядка $\leqslant 8$ на гиперболоиде можно построить, беря прообразы этих кривых при проекции гиперболоида на плоскость, а затем возмущая эти прообразы.

У меня получилось много новых результатов. Я собирался подробно написать о них, но это задержало бы это письмо, и так задержавшееся. Поэтому ограничусь перечислением новостей.

1. Я научился применять метод малой вариации для построения поверхностей. В частности, удалось построить M-поверхности любой степени. В связи с этим у меня возникли вопросы о литературе. Насколько можно быть уверенным, что итальянцы не умели это делать, и не построили M-поверхности? Я пробовал изучить литературу, но итальянские статьи действительно очень трудно достать. Так, мне не удалось пока достать работы [59], [62], [63], [72]. Не знаете ли Вы, что там есть? В работе [78] М.П. Белок в основном построении грубая ошибка, показывающая что автор не очень хорошо понимает, что происходит с особой поверхностью при возмущении. А в обзоре Брюзотти [96] имеется правильная формула, описывающая поведение эйлеровой характеристики при возмущении объединения двух поверхностей, а от этой формулы до построения M-поверхности очень близко.

2. Мне удалось усовершенствовать метод малой вариации так, что он позволил строить поверхности чётной степени с большим числом компонент. Для этого нужно возмущать квадрат уравнения поверхности в два раза меньшей степени. Приведу пример, иллюстрирующий этот метод. Возьмём одну из распадающихся плоских кривых степени 6 – кривую, распадающуюся на эллипс и на M-кривую степени 4. Пусть уравнение эллипса – $f = 0$, уравне-

ние кривой степени 4 – $y = 0$. Пусть $l = 0$ – уравнение плоскости в $\mathbb{R}P^3$, на которой лежат эти кривые. Пусть $f < 0$ внутри эллипса. Тогда уравнение $l^2 + \varepsilon f = 0$ определяет при малом $\varepsilon > 0$ очень сплющенный эллипсоид. Пусть в заштрихованной области $g < 0$. Тогда уравнение $(l^2 + \varepsilon f)^2 + \delta g = 0$

определяет поверхность степени 4, состоящую из одной стягиваемой сферы с 7 ручками и двух сфер. Кривая на гиперболоиде, обсуждавшаяся выше, даёт поверхность Харламова $S_2^1 \amalg 9S_0$.

3. Применение этого метода к поверхностям больших степеней позволяет опровергнуть гипотезу, которая в Вашем обзоре приписывается Арнольду (следствие неверной теоремы Куранта-Германа). Для всякого $m \equiv 0(\mathrm{mod}4)$, например, таким образом строится неособая поверхность, состоящая из $\frac{m^3}{4} - -\frac{m^2}{2} + 1$ компонент, разбивающая $\mathbb{R}P^3$ на $\frac{m^3}{4} - \frac{m^2}{2} + 2$ части, тогда как гипотеза даёт $C^3_{m+1} + 1$ часть $(= \frac{m^3}{6} - \frac{m}{6} + 1)$.

В каком состоянии итальянцы оставили проблему Харнака? Из их обзоров я этого понять не смог, но может быть дело в том, что я не знаю итальянского.

4. Первые примеры, доказывающие точность неравенства Харнака-Тома, доказывают и точность неравенства Харламова, которое усиливает одно из неравенств Петровского-Олейник. Для того, чтобы доказать точность самого неравенства Петровского-Олейник, нужно уничтожить в этих примерах все сферические компоненты. Другой способ – изменить построение. Для этого, в частности, мне понадобились рациональные кривые, все особенности которых – простые изолированные вещественные двойные точки. Точнее, у меня имеется условное построение поверхностей всех степеней с минимальными эйлеровыми характеристиками. Для того, чтобы такие поверхности построить, достаточно построить для любого m рациональную кривую степени m (в $\mathbb{R}P^2$), все особенности которой – это $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ изолированных вещественных простых двойных точек, и которая обладает базой ранга 1. В прошлом письме я формулировал более слабую гипотезу, и это ничем не оправдано. Я надеюсь, что такие кривые существуют, но пока доказать этого не смог.

Как только у меня появится сколько-нибудь удовлетворительный текст, я пришлю его Вам. Текст об обобщениях неравенств Арнольда на кривые с особенностями тоже пока задерживается из-за этой математической деятельности. Грише я пошлю формулировки этих неравенств для кривых степени $m \equiv 2(\mathrm{mod}4)$ – они проще формулируются и, кажется, только они и нужны. Покажите ему, пожалуйста это письмо – мне не хочется писать то же второй раз. Что у Вас нового? В Вашей работе о кривых степени 6 написано, что теми же методами можно справиться и с рациональными кривыми степени 6. Не занимается ли у Вас кто-нибудь этой задачей?

Передайте, пожалуйста, приветы Вашим близким,
с искренним уважением,
Ваш Олег Виро

4 апреля 1978 г.

* * *

Дорогой Олег!

Ваше сообщение о построении поверхностей и особенно о построении M-поверхностей всех порядков произвело у нас эффект разорвавшейся бомбы и ... "дамы чепчики бросали" (это Евгения Александровна). Я восхищён.

Относительно итальянцев. Во время писания обзора я был уверен в следующем: (1) итальянцы не знали обобщения теоремы Гарнака на размерности > 1, (2) не строили (поэтому?) M-поверхности, (3) не занимались поверхностями 4-го порядка и не отдавали себе отчёта в том, что поверхность $S^1_{10} \amalg S_0$ (Гильберт) есть M-поверхность, а поверхность $10 \cdot S_0$ – нет. Для них последняя поверхность лучше в смысле "Гарнака".

После Ваших вопросов я вспомнил, что моя уверенность бывает не эффективной и полез смотреть, что у меня есть. Работ [59], [62], [69] и [72] у меня нет. Есть обзор [104]. Это последний из обзоров итальянцев и поэтому должен бы содержать всё важное. С той оговоркой, что они могли считать неважным – важное. Предварительно в этом обзоре вот что:

1) $F \equiv F_p$ – поверхность с вещ. коэф., может иметь особенности, p – её жанр (порядок не бирац. инвариант и о нём поэтому молчание).

2) Σ – вещественная часть F (в $\mathbb{R}P^3$).

3) Rimanniana – это комплексификация F – четырёхмерное многообр. с особ., p – её жанр.

3) Σ_i –компоненты линейной связности Σ $(1 \leqslant i \leqslant m)$, m – число кусков (falde).

4) $Z_i = -\alpha_0^{(i)} + \alpha_1^{(i)} - \alpha_2^{(i)} + 2$, $\alpha_j^{(i)}$ – число клеток размерности j компоненты Σ_i, Z_i – называется связностью (connessione) Σ_i.

5) $Z = Z_1 + Z_2 + ... + Z_m - 2m + 2$ – связность Σ. (Ясно, что $Z = 2 - \chi(\Sigma)$.)
Проблемы, которые обсуждаются

а) Проблема Гарнака – оценка числа m.

б) Проблема связности – оценка Z.

Далее даётся оценка числа $|Z-2|$ – результат, подобный теореме Петровского (лучше (?), хуже или то же, я не понял). Даётся оценка m.

Постараюсь потом разобраться лучше – напишу.

У меня остаётся впечатление, что Ваши результаты совершенно новые, хотя быть может итальянцы в построениях ходили близко, но не знали, что доказывать.

Здесь был В.И. Арнольд. Он выслушал Гришу и согласен быть оппонентом. Может быть, Вы согласитесь быть вторым? Возник вопрос о том, где защищать. Есть ли у Вас в Ленинграде совет по топологии и геометрии? Каковы перспективы защиты у Вас, если такой совет есть? У Гриши канонически плохая анкета.

Арнольду мы сказали, что Гришины результаты пошли у Вас в ход, но не сказали ничего о конструкциях. Арнольд сказал, что на конгресс приглашён Харламов. Кто из Ленинграда приглашён?

Относительно простых уникурсальных 6-го порядка: эта задача требует решения задачи о распадающихся, и поэтому никто здесь всерьёз ей не занимался. Сейчас Уткин согласен заняться этим. Хорошо бы знать, какие именно уникурсальные или классы их Вас интересуют, т. к. логических возможностей не менее десятков тысяч. Пока мы договорились начать с тех, у которых мало узлов (начиная с 0, 1, 2, 3, 4).

Напишите, какие итальянские работы у Вас есть (№№).

Большой привет и поздравления с 1-м мая Лиде и Рохлиным.

Желаю Вам всего наилучшего. Ваш Д. Гудков.

На левом поле письма по вертикали: Мы хотим здесь организовать математическое общество. Не смогли бы Вы прислать Устав Ленинградского мат. общества? Или какой-нибудь эрзац. Спасибо за эквивалентность гомологий.

* * *

Дорогой Олег!

Большущее Вам спасибо за то, что Вы возились с Гришей Полотовским и с Женей Яковлевым. Гриша говорил о том, что Слава Харламов будет защищать докторскую? Я, во всяком случае, готов этому способствовать в любом качестве. Тоже самое касается и Вас, если Вы будете защищаться по топологии вещ. многообразий.

Сейчас мне удалось распространить теорему Брюзотти на кривые на однополостном гиперболоиде и на эллипсоиде: независимость упрощений простых двойных точек и точек возврата, если число точек возврата ограничено некоторым числом (для распадающейся кривой это число меньше $2m$, где m – степень кривой).

Заказал статьи итальянцев, в которых возможно есть что-нибудь касающееся этой теоремы:

1) Gigli C. "La "piccola variazione" di una cappia di piani nella generazione di curva algebr. reali sopra una quadricae a punti reali"

Rend. Ist. Lomb. (3), 4(73), pp.327–348, 1940

2) Brusotti L. – с тем же названием, там же, pp.349–354

3) Brusotti L. "Sul numero dei circuiti delle curve algebriche reali di una quadricae reali"

Rend. di Mat. (Roma) (5), 3, pp.113–120, 1942

4) Gigli C. "Alluni resultati sulle curve algebr. reali sopra una quadricae a punti reali"

Bull. Un. Mat. It. 2, 1, 1939, pp.19–24

5) Caputo Michele "Sulla configurazione delle curve algebriche sghembe dei primi ordini dotate di $D > O$ punti doppi situate sopra quadriche"

Ann.Univ. Ferrara. Ser. VII, 1, 12, pp. 111-125, 1952.

Здесь был Слава Никулин. Сейчас он прислал мне рукопись своей большой статьи: "Целочисленные симметрические билин. формы и некоторые их геометрические приложения" – результаты очень интересные. Вы, в Ленинграде, вероятно, в курсе через Харламова.

Передавайте большие приветы всем Рохлиным и Вашей супруге – Лиде.

Желаю Вам всего самого хорошего и отличного отдыха летом.
Ваш Д. Гудков

26.6.78 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю устав ЛМО. Извините за задержку. Большое спасибо за высокую оценку и добрые слова в мой адрес.

Насколько окончательными являются Ваши усиления и обобщения теоремы Брюзотти? Нет ли подобных теорем об упрощениях особенностей поверхности?

Статью Брюзотти 1940 года о кривых на квадрике я внимательно просматривал. Там отбрасывается лишнее предположение в теореме Gigli с тем же названием о построении M-кривых на малом возмущении объединения 2-х плоскостей. Никакого подобия теорем об упрощениях особых точек там нет.

Статья Caputo 1952 г. содержит, по-видимому, классификацию кривых на квадриках степени $\leqslant 5$. Я её видел, но тщательно не читал.

У меня никаких новостей пока нет. В ближайшее время пошлю две заметки с изложением построений в Функц. анализ и Вам.

Передавайте большие приветы Вашим близким. Желаю Вам и им хорошего летнего отдыха.

Ваш Олег

4.7.78

* * *

Дорогой Олег!

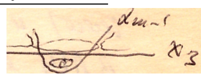
Большое спасибо за заметку, устав Мат. общества и за письма. Я уже начал беспокоиться – не случилось ли чего у вас там. Из Ф.А. мне прислали Вашу заметку на рецензию. Я её сейчас отсылаю, естественно с положительным отзывом. У меня есть некоторые замечания, не обязательные и в рецензии я о них не пишу:

1) На стр.3 (строка 10 снизу) говорится о первом неравенстве (2). Вероятно нужно о втором? Лучше бы говорить о левом и правом (почему левое – первое?)

2) На стр. 2 в пункте 4 ... "в m точках расположенных на одной компоненте C_m^0 кривой C_m". Может быть лучше уточнить, что в одном и том же порядке? Или это не важно для дальнейшего? (Например, для сокращения ручек.)

3) На стр.3 в пункте 5 "Сущ. точки кривых, ... , доказано только для $m \leqslant 6$". С выполнением условия 1 пункта 4?

4) Относительно доказательства в пункте 4.

Я понял, как возникают овалоиды  и с ними некоторые ручки (которые назовём ручками 1-го сорта).

При дальнейших добавках те и другие не разрушаются и накапливаются. Число их $N = \frac{(m-1)(m-2)(m-3)}{6}$. В прямоугольнике Q также накапливаются ручки (назовём их ручками 2-го сорта). На m-ом шаге возникают $\frac{m(m-1)}{2}$ ручек при m чётном и на 1 меньше при m – нечётном. Как Вы доказываете, что сохраняются при дальнейших добавках ручки 2-го сорта? Вообще-то ручки 2-го сорта могут разрушаться при других добавках $(\alpha_2 x_j + t_3 x_0^3 = 0)$. Должно быть какое-то общее простое соображение, но я его не нашёл. Не лучше ли написать коротко:

(1) О возникновении овалоидов и ручек 1-го сорта.

(2) О возникновении ручек 2-го сорта.

(3) О сохранении при добавках (особенно ручек 2-го сорта).

Результаты, конечно, исключительно важные, и оправдано было бы увеличение объёма статьи. Для меня оказалось неожиданным (как и с поверхностями 4-й степени), что распадающиеся поверхности столь много дают. Мы пытались пользоваться поверхностями с изолированными особенностями.

По-моему, для поверхностей, имеющих только простые двойные точки, выполняется аналог теоремы Брюзотти, и доказательство должно получиться с помощью теоремы Римана-Роха для поверхностей. Но этого последнего я ещё не освоил.

Весной я перешёл на мехмат и сейчас заведую кафедрой "Геометрии и высшей алгебры". Специализируются 25 чел. (1 группа) на каждом курсе. Специализации две: (1) геометрия и топология (2) алгебра и теория чисел. Сейчас читаю по 4 лекции в неделю. Второй семестр будет легче. Напишите, пожалуйста, сколько студентов специализируется на вашей кафедре и по каким специализациям? Какой учебный план по геометрии (с топологией) и по алгебре: (1) общий, (2) специализаций? Есть ли в ЛГУ ещё геометрические кафедры? Какие есть кафедры по алгебре и теории чисел?

Поздравляю Вас и Лиду с Октябрьскими праздниками и желаю всего наилучшего.

Передайте приветы и добрые пожелания Рохлиным.

Ваш Д. Гудков

29 октября 1978 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Большое спасибо за Ваши замечания о моей заметке и за высокую оценку результата. Доказательства я сознательно не писал, а описал только построение. Со всеми деталями доказательство всё равно не поместилось бы в заметке. У меня сейчас есть три разных доказательства, каждое из них со своими достоинствами и недостатками. Одно – наглядное с подсчётом ручек и овалоидов; о нём Вы писали в письме. Естественно, это первое доказательство. Так строить и доказывать я пытался очень давно, ещё перед конференцией в Минске, но тогда неправильно сосчитал ручки. Второе – гораздо проще, методологически правильное, но менее наглядное и, так же, как и первое, плохо переносится на большие размерности. Оно состоит в подсчёте числа компонент поверхности и её эйлеровой характеристики. Эйлерову характеристику можно вычислить по формуле, которая была известна ещё итальянцам. Вот эта формула: пусть поверхности A и A_0 трансверсальны и пересекаются по кривой C и пусть поверхность A' получается из $A \cup A_0$ малым возмущением посредством уравнения поверхности L, трансверсально пересекающей кривую C по множеству D. Тогда

$$\chi(A') = \chi(A) + \chi(A_0) - \chi(D) \qquad (1)$$

(Эта формула верна и в старших размерностях, но там мало знать χ и b_0 для определения b_*). Если поверхность L трансверсальна A_0, то и новая поверхность A' трансверсальна A_0 и пару A', A_0 можно использовать для последующих построений. При построении поверхностей A_m в моей заметке роль A_0 играла $\mathbb{R}P^2$, а роль L – конус над C_{m-1}. Эйлерова характеристика поверхности A_m вычисляется по формуле $\chi(A_m) = \frac{1}{3}(4m - m^3)$ – это доказывается индукцией по m при помощи формулы (1):
$\chi(A_m) = \chi(A_{m-1}) + \chi(\mathbb{R}P^2) - m(m-1) = \frac{1}{3}(4m - 4 - m^3 + 3m^2 - 3m + 1) +$
$+1 - m(m-1) = \frac{1}{3}(-3 + m + 3m^2 - m^3) + 1 - m^2 + m = \frac{1}{3}(4m - m^3)$ ч. т. д.

Поскольку $b_0(A_m) = \frac{m^3 - 6m^2 + 11m}{6}$, то $b_*(A_m) = 4b_0(A_m) - \chi(A_m) =$
$= \frac{2m^3 - 12m^2 + 22m}{3} - \frac{4m - m^3}{3} = \frac{3m^3 - 12m^2 + 18m}{3} = m^3 - 4m^2 + 6m = b_*(\mathbb{C}A_m)$.

Формулу (1) можно доказать подсчётом клеток, но можно и вывести из гомологических последовательностей. Последние дают третий способ вычисления $b_*(A_m)$, обобщающийся и на многообразия бóльшей размерности. С помощью этого способа мне удалось доказать существование трёхмерных M-многообразий всех степеней в $\mathbb{R}P^4$ и, я надеюсь, удастся сделать то же в старших размерностях.

Хочу обратить Ваше внимание на то, что $\chi(A_m) = \sigma(\mathbb{C}A_m)$. Оказалось, как и в случае кривых, что строить M-мн-зия, для которых сравнение $\chi(A) \equiv \sigma(\mathbb{C}A) \bmod 16$ обращается в равенство, проще всего. Таковы кривые Харнака, такова поверхность Гильберта. Пока все M-поверхности степени 5, которые мне удалось построить, тоже такие. Недавно при помощи возмущения двукратной кубики мне удалось построить M-поверхность степени 6 $30S_0 \perp\!\!\!\perp 4S_1 \perp\!\!\!\perp S_{15}$ с эйлеровой характеристикой $32 = \frac{1}{3}(4m - m^3) + 96$.

Вопрос о построениях поверхностей степени 4 вариациями двукратных квадрик решился до конца. Я построил этим методом все поверхности кроме поверхности Уткина $S_1 \perp\!\!\!\perp 9S_0$. Эту поверхность так построить нельзя, поскольку для этого пришлось бы построить кривую степени 8 на гиперболоиде, состоящую из 11 компонент, что невозможно в силу неравенства Харнака.

Из неравенства Комессатти-Петровского-Олейник и из обобщения неравенства Харнака следует, что если A – неособая поверхность, то

$$b_0(A) \leqslant \frac{(h^{1,1}(\mathbb{C}A) + 1 + h^{0,2}(\mathbb{C}A))}{2}$$

и

$$b_1(A) \leqslant h^{1,1}(\mathbb{C}A) + h^{0,2}(\mathbb{C}A).$$

Это наилучшие из известных доказанных оценок чисел $b_0(A)$ и $b_1(A)$. Во всех известных мне примерах

$$b_0(A) \leqslant \frac{(h^{1,1}(\mathbb{C}A) + 1)}{2}$$

и

$$b_1(A) \leqslant h^{1,1}(\mathbb{C}A).$$

Для двулистных разветвлённых накрывающих плоскости эти неравенства эквивалентны гипотезе Рэгсдейл. Для поверхностей A_m из моей заметки

$b_1(A_m) = h^{1,1}(\mathbb{C}A_m)$. Мне кажется, что эти неравенства являются правильным обобщением гипотезы Рэгсдейл.

Рад поздравить Вас с переходом на мех-мат. У Вас очень много студентов на кафедре – у нас больше 10 чел. на кафедре высшей геометрии никогда не было, а обычно – от 2 до 5. Есть ещё кафедра высшей алгебры и теории чисел. На ней – по 8–12 чел. с курса. На нашей кафедре две специализации: геометрия и топология. Обязательный курс геометрии длится 2 года и состоит из аналитической и дифференциальной геометрии (в $\mathbb{R}^2$ и $\mathbb{R}^3$) с элементами теории выпуклых множеств на 1 курсе; топологии в III семестре и римановой геометрии – в IV. Студенты, специализирующиеся на топологии, сдают 3 годовых спецкурса – теория гомотопий, теория гомологий(с двойственностью) и по выбору (обычно, какие-нибудь статьи или книги; например, характеристические классы, гомологическую алгебру, алгебраическую геометрию, когомологические операции, или ещё что-нибудь). Других геометрических кафедр в ЛГУ нет. Если Вас интересуют более подробные планы, я их достану. Большая часть студентов у нас специализируется на прикладных кафедрах, которых у нас очень много: кафедра теории вероятностей и мат. статистики, кафедра статистического моделирования, каф. мат. обеспечения ЭВМ, каф. методов вычислений, каф. теоретической кибернетики. Более массовыми, чем наша, являются также кафедры дифференциальных уравнений и математической физики. На кафедре математического анализа специализируются по 10–12 человек с курса. Но и наших 2–5 студентов нам трудно вести – они очень слабые. Сильных студентов очень мало, а какой научной работой занять слабых – трудная проблема.

Учебный план по алгебре в ЛГУ – убогий. Алгебра читается в первых трёх семестрах. В первом семестре это комплексные числа, элементарная теория чисел на уровне определения колец $\mathbb{Z}_m$ и теории сравнений, и определители и матрицы. Потом – линейная алгебра, элементарная теория групп. На кафедре высшей алгебры и теории чисел студенты сдают три годовых спецкурса, но какие именно – зависит от руководителя.

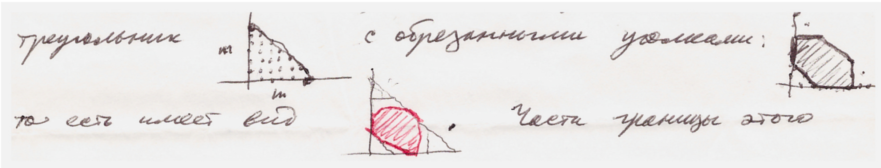
При построении кривых старших степеней (например, степени 7) может оказаться полезным следующее наблюдение, возможно, Вам известное. Грубо говоря, оно состоит в том, что если у плоской проективной вещественной кривой имеются три изолированные особенности и если их многоугольники Ньютона не пересекаются в некотором смысле, описанном ниже, то их вариации независимы. Рассмотрим сначала одну общую точку. Поместим в неё начало координат. Пусть в афинных координатах кривая задаётся уравнением $\Sigma a_{pq} x^p y^q = 0$. Отметим на плоскости с координатами pq точки, которым соответствуют ненулевые a_{pq}, и построим, как обычно, ломаную Ньютона – границу выпуклой оболочки этого мн-ва точек. Пусть $\Sigma a_{pq}(t) x^p y^q = 0$ – вариация исходной кривой (т. е. с $a_{pq}(0) = a_{pq}$), состоящая при $t \neq 0$ из неособых кривых. Тогда вариация $\Sigma b_{pq}(t) x^p y^q = 0$, определяемая формулой

$$b_{pq}(t) = \begin{cases} a_{pq}(t), & \text{если точка } p, q \text{ лежит под ломаной Ньютона (т. е. ближе к} \\ & \text{(0,0) или на её ближней к (0,0) части)} \\ a_{pq}, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

при малых $t \neq 0$ состоит из неособых кривых, изотопных кривым вариации $\Sigma a_{p,q}(t)x^p y^q = 0$.

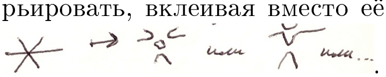
У меня нет написанного доказательства этого утверждения. Вероятно, могут при доказательстве появиться дополнительные условия. Вариация $a_{pq}(t)$, вероятно, должна быть полиномиальной и, в каком-то смысле, общего положения. Я это не сделал, поскольку не нашёл пока применений. Но мне кажется, что такая теорема должна существовать, и следующие соображения указывают на возможные применения.

Пусть $A \subset \mathbb{R}P^2$ – кривая с тремя изолированными особыми точками, не лежащими на одной прямой. Выберем координаты так, чтобы эти точки имели координаты $(1:0:0), (0:1:0)$ и $(0:0:1)$. Построим многоугольник Ньютона кривой A. Если A была степени m, то он будет вписан в

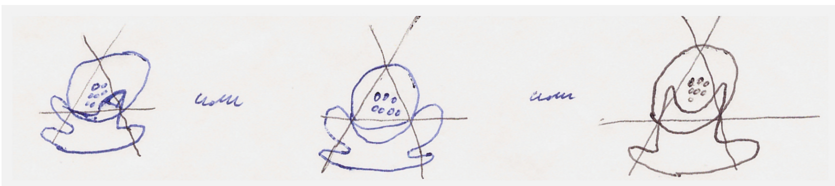


многоугольника Ньютона, видимые из вершины треугольника $m \times m$ (то есть из $(0,0), (m,0)$ и $(0,m)$), являются ломаными Ньютона особенностей. Из сказанного выше следует, что если многоугольник Ньютона выходит на все стороны этого треугольника, то варьировать эти особые точки можно независимо. Для того же, чтобы многоугольник Ньютона выходил на сторону треугольника, необходимо и достаточно, чтобы прямые $x_i = 0$ не содержались в кривой A.

Например, если кривая степени 7 имеет 3 особенности, из которых 2 – простые тройные точки и 1 простая двойная (а такое получается из кривой степени 6 с двумя двойными точками), то эти особенности можно варьировать независимо друг от друга. Простую тройную точку можно варьировать, вклеивая вместо её окрестности аффинную кривую степени 3:



Для построения кривой степени 7 типа I $\frac{7}{1}7$ достаточно построить кривые степени 6 вида



Я не смог построить такие кривые. Извините, если всё это известно. Когда я говорил о построении кривых степени 7 с Гришей, то у меня возникло впечатление, что главная трудность – это возмущения сложных особенностей. Поэтому я и решился написать эти сырые наблюдения, из которых у меня ничего не вышло.

Поздравляю Вас и Ваших близких с Октябрьским праздником. Желаю всего самого хорошего. Передайте мои приветы и наилучшие пожелания Грише и Жене.

Ваш Олег

6 ноября 1978 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Поздравляю Вас с приближающимся Новым годом, желаю крепкого здоровья и успеха во всех Ваших делах!

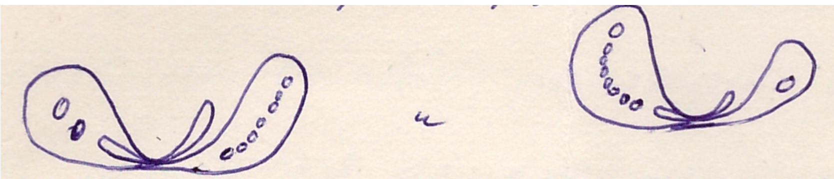
Передайте, пожалуйста, мои поздравления и наилучшие пожелания Вашим близким – Наталье Васильевне, Саше и Юре, а также Грише Полотовскому.

Хотя мы, вероятно, очень скоро увидимся в Москве, в этом письме есть и деловая часть.

Во-первых, я хочу через Вас передать ответ С. Арансону. Он спрашивал, каковы автоморфизмы гомологической группы замкнутой поверхности, индуцируемой гомеоморфизмами. Ответ: это те и только те автоморфизмы, которые сохраняют индексы пересечения. Все формулировки и ссылки можно найти в книге В. Магнуса, А.Карраса, Д. Солитэра Комбинаторная теория групп, Наука, 1974 г., §3.7, стр. 185–189. Передайте ему мои извинения по поводу задержки ответа. Факт, о котором идёт речь – классический, и хорошо известный специалистам, но в учебниках по топологии он если и встречается, то нечасто. Я не сразу нашёл нужную ссылку, а писать доказательство самому не хотелось.

Второй предмет, о котором это письмо – мои новые результаты. Их два: контрпримеры к гипотезе Рэгсдейл и доказательство гипотезы, высказанной Корчагиным.

Я построил кривые степени 8 с четырьмя касающимися друг друга ветвями вида

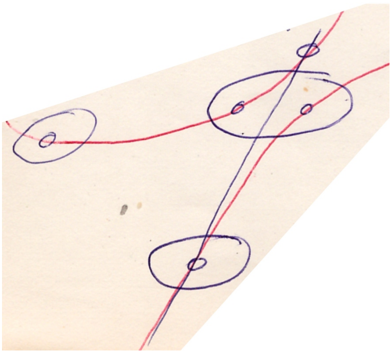


Удвоением первой получается неособая кривая степени 8 типа $1 + 1(5) + {}$ $+1(14)$, удвоением второй – $1 + 1(2) + 1(17)$, из пары этих кривых – кривая $1 + 1(8) + 1(11)$. Построение довольно сложное, с двукратным применением преобразования Вейерштрасса и промежуточными возмущениями простой тройной точки, но я его тщательно проверил и теперь совершенно уверен в правильности. Оно довольно длинное, так что я не буду его описывать здесь. Встретимся в Москве – расскажу.

Доказательство гипотезы Корчагина зато совсем короткое и элементарное. Пусть имеется кривая степени 8, неособая с тремя гнёздами глубины 1. Возьмём точку внутри нечётного овала и рассмотрим пучок проходящих через неё прямых.

Лемма В этом пучке нет прямой, делящей другое гнездо на две части, в которых содержатся овалы, и проходящей ещё через один овал, который не входит в это гнездо.

Доказательство: Через точку, два овала во втором гнезде, овал, через который проходит прямая и нечётный овал третьего гнезда проходила бы коника, пересекающая нашу кривую в $\geqslant 18$ точках. Из леммы следует, что ориентации нечётных овалов в каждом гнезде чередуются (теорема Фидлера), и окончательный результат получается из формулы Рохлина для ориентаций, согласно которой $\Pi^+ - \Pi^- = 3$ в этом случае. К сожалению, я не смог справиться этими же средствами со своей гипотезой и подозреваю, что она, несмотря на внешнее сходство, имеет другую природу.



Ваш Олег

26.12.79

* * *

Дорогой Олег!

Высылаю Вам приглашение от университета. Написанные там 36 ч. лекций, конечно, не обязательны – это они сочинили от себя.

Хорошо бы, чтобы Вы рассказали в подробностях законы двойственности, теорию Смита. Возможно, у Вас есть какие-то другие предложения?

Я написал небольшую статью (местного значения) о кривых порядков 3–7 на гиперболоиде (для спасения одного преподавателя) – оказалось, там всё очень просто (благодаря теореме Брюзотти).

Женя Вам писал, что он доказал полностью "Теорему Ружи". Как там это воспринято?

Передавайте приветы Лиде, Рохлиным и Харламовым.

Ваш Д. Гудков.

Желаю успехов и здоровья.

28.01.80 г.

* * *

Дорогой Олег!

Большое спасибо за письмо.

Будем называть Вашу формулу: уравнением Клейна-Виро.

Я проверил для некоторых кривых 4-й степени – оказалось, что уравнение даёт точную оценку для числа вещественных точек перегиба. . Должна быть справедлива такая теорема: оценка

$$W' \leqslant (m^* - m) + \sum_{x \in \nu^{-1} A \cap \nu^{*-1} A^*} (ord(x) - 1) + \sum_{x \in \nu^{-1} A \ \ \nu^{*-1} A^*} ord(x)$$

– точная. W' – число вещ. т. перегиба.

Для кривых 4-й степени это можно проверить непосредственно, что я и хочу дать в качестве курсовой работы или дип. работы студенту. Отсюда видно, что улучшить формулу в каком-то смысле невозможно.

Насчёт нашей с Уткиным книжки: можно было бы заметить, что разбиение её на статьи не предполагалось – была написана монография из двух частей и в каждой главы. Эти главы были заменены статьями, т. к. Университет не имел права издавать монографию.

Насчёт деятельности Жени по особым кривым. Я рассматривал это как хорошее вхождение в предмет. Но всё это было совершенно сырое и напрасно он писал Вам – ясно было, что там ошибки – нужно бы, чтобы он сам научился находить свои ошибки, а не спрашивал других. Конечно, как правило – иногда можно попросить критики. Пока тем а его работы другая: квадратичные целочисл. формы и их связь с веществ. алгебр. многообразиями. Женя мне сказал, что Ружа полностью доказал свою гипотезу и таким образом – это теорема. Речь может идти только о её обобщениях и (или) других доказательствах известной теоремы.

За консервы большое спасибо – они очень и очень пригодились на берегу – и достаточно вкусные. Летом мы ловили довольно хорошо рыбу = 2–3 кг в день. Однако, в организационный период и во время переездов без консервов – очень плохо. О присылке чего-то из продуктов – мне совестно Вас загружать. Бумагу же я купил (её иногда можно всё же поймать).

Картинки кривых 5-й степени со сложными особенностями я Вам пришлю. Сейчас пишу только первую очередь письма.

Женя ещё сказал мне, что Слава Никулин опубликовал что-то о фундаментальной группе областей разбиения пространства C_m поверхностью особых кривых !? Для каких m я не знаю.

Вам большой привет от Гриши, Евг. Александровны и от моих девочек.

Передавайте приветы Лиде, Рохлиным и Харламовым.

Желаю Вам всего наилучшего.

Ваш Д. Гудков

13 октября 1980 г.

Д.А. Гудков и О.Я. Виро

* * *

Дорогой Олег!

Большое спасибо за письмо. Прошу Вас прислать мне индивидуальный учебный план Лен. Унив. по спец. 2013. Как-будто, у Вас 2 разных плана? Для нас особенно важен тот, где есть педагогический цикл, но и другой не повредит. Нам (Унив) разрешили подготовить проект индив. (экспериментального) учебного плана. Конечно, борьба! Тот план, который я подготовил – не приняли. Я выбросил АСУ, иссл. операций и проч.: ввёл историю математики и алгебру продлил до 4-го семестра включительно.

Большой привет Лиде, Рохлиным и Харламовым.

Всего наилучшего. Ваш Д. Гудков

P.S. Женя Шустин поступает с 1 сент. ко мне в аспирантуру очную для строит. ин-та.

Воюю насчёт кадров.

24.03.81 г.

* * *

Дорогой Олег!

Поздравляю Лиду и Вас с праздниками. Желаю всего хорошего.

Большое спасибо за уч. план. Конечно, он отвратительный. Я получил аналогичные из Новосибирска и Москвы. Тоже хороши! Но всё же их можно использовать: например, в них <u>нет</u> экономической подготовки и других аналогичных, которые есть в нашем плане. Кроме того – присутствует история математики. Это аргументы, что так составлять план <u>возможно</u>.

Математических новостей нет. Занимался орг. вопросами: удалось взять себе на кафедру Уткина и Женю Гордона, а в аспирантуру Женю Шустина. Ещё бы взять Гришу и Женю Яковлева – и можно заниматься только наукой и преподаванием.

Смотрел Вашу работу по кривым 7-го порядка и т. п. В вашем методе правильно ли написано равенство

$$\Omega = \{k \in \mathbb{R}^n | \omega_1 k_1 + \omega_2 k_2 + ... + \omega_n k_n = 1\},$$

быть может,

$$\frac{k_1}{\omega_1} + \frac{\omega_2}{k_2} + ... \frac{k_n}{\omega_n} = 1?$$

Передавайте приветы и поздравления с праздниками Рохлиным и Харламовым.

Ваш Д. Гудков

30 апреля 1981 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Извините, пожалуйста, за моё молчание. Писать было не о чем. Точнее, ничего хорошего я написать не мог. Да и сейчас не могу. Результатов о вещ. алг. мн-зиях нет. Дифф. уравнениями я никогда не занимался, не занимаюсь, и, честно говоря, пока не хочется. Про ошибку Дюлака подробностей не знаю. Говорят, её нашёл Ильяшенко. Он делал об этом доклад на московском мат. обществе. Статью Bruce и Giblin (и даже не одну) мы разбирали и ничего интересного не нашли. До сих пор эти авторы разочаровывают – как только они приближаются к чему-то содержательному, так сразу отступают. Я надеюсь быть и в Москве, и в Воронеже, но не уверен в том, что смогу.

Всё это время я писал подробные тексты, относящиеся к диссертации, но ещё ни один не закончил, однако работа не шла. В мае умер зав. кафедрой Ю.А. Волков, в июне уволили Владимира Абрамовича. На нашей кафедре осталось 4 постоянных сотрудника. Со степенью – я один. И.о. зав. кафедрой так до сих пор и не назначили. Спецкурсов и спецсеминаров по геометрии не стало. Аспиранты Владимира Абрамовича остались без руководителя. Все попытки хоть как-то повлиять на ситуацию только обостряют её. Что будет дальше, не знаю. Понимаете, работа тут плохо идёт, да писать письма не очень хочется. Но мне очень жаль, что я невольно оказался среди тех, кто "создаёт Вам вакуум". Что у Вас случилось!? Я Вас очень люблю и ни при каких обстоятельствах не могу на Вас обидеться – точнее сказать, не представляю, как могли бы возникнуть такие обстоятельства. С удовольствием отвечу на Ваши вопросы. Надеюсь встретиться с Вами в Москве на семинаре Петровского.

Всего Вам наилучшего.
Ваш О. Виро

12.12.81

P.S. Перечитал письмо и нашёл его слишком грустным. Хочу сообщить поэтому одну приятную для меня новость: я приглашён на Международный конгресс математиков, который состоится в Варшаве в августе 1982 г., сделать 45 мин. доклад по секции геометрия. Ещё одна новость – с 23 авг. 1982 г. в Л-де состоится Всесоюзная топологическая конференция. Надеюсь через некоторое время послать Вам приглашения. (Хотя конференцию организует академия наук, вероятно, и мне технической работы не избежать.)

* * *

Дорогой Олег!

Поздравляю Вас, Лиду и Сашу с Новым 1982 годом. Спасибо за письмо, хотя оно и грустное. Действительно, у меня иногда не выдерживают нервы и Ваше хорошее отношение для меня очень важно. Я тоже Вас полюбил. Приходится вести борьбу за хорошую кафедру и даже (частично) за хороший факультет. К сожалению, на это уходит очень много сил.

Надеюсь встретить Вас и Славу в Москве. В Воронеж я поехать не смогу – у меня в сессию 5 экзаменов. В этом году я читал дифф. геом. для прикладников и механиков, а также спецкурс – по вещ. алгебр. многообразиям – оба курса прочёл неважно. Сам недоволен. Ну, буду эти курсы повторять.

Относительно текста Вашей диссертации я думаю, что геометрические факты оформить для печати намного труднее, чем аналитические. Дело в том, видимо, что при изложении аналитического материала <u>язык, алгоритмы</u> известны. При изложении геометрического материала, особенно если он существенно новый – нужно заново создавать <u>алгоритмы</u>, язык. Нужно выделить элементарные шаги и дать им строгие доказательства. По моему, Вам не следует грустить, т. к. хорошее изложение того, что Вы уже нашли, <u>не менее важно</u>, чем получить эти результаты. Подробное и строгое изложение откроет, быть может,новые горизонты. Плохое, интуитивное, изложение новых результатов часто приводило к их переоткрытию. Это неизбежно, т. к. в этом случае – открытие заново, возможно, легче, чем понимание чужого интуитивного текста.

У нас, в Горьком, результаты есть, но их нельзя назвать важными. Показали, что с помощью введённых инвариантов $\varkappa(z)$ (класс точки), $g(z)$ (жанр точки) и $h(z)$ (гесс точки), их свойств, а также квадратичных преобразований (треугольных и преобразований Вейерштрасса) можно полностью решить вопрос о классификации наборов особых точек кривых C_5 (пятого порядка). Далеко продвинулись и в решении вопроса о двойных касательных и точках перегиба (вещественных) кривых C_4.

С 1 ноября Женя Шустин – в аспирантуре целевой (для строит. ин-та) – очной – у меня. Он доказал мою гипотезу о том, что гесс $h(z)$ (число пересечений кривой с её гессианом в точке z) равен

$$h(z) = 2\varkappa(z) + 2g(z) + \sum_v \{ord^*(\mathcal{P}_v) - 1\},$$

сум. по всем ветвям $\mathcal{P}_v$ с центром в z, $ord^*(\mathcal{P}_v)$ – порядок ветви $\mathcal{P}_v$.

Доказал он и гипотезу о жанре (хотя Тессье доказал её ранее другим способом). Вообще, Женя разбирается с всевозможными инвариантами. Параллельно, он занялся кривыми C_8 с точкой X_{21} (для страховки). Мы с ним планируем заняться подробным изложением с доказательствами (всеми) – по возможности всего, что есть в веществ. алгебр. многообразиях.

В этом году на кафедру пришли Гена Уткин и Женя Гордон. И планируется оставление на кафедре Жени Яковлева (два последние Жени должны в 1982 г. защититься).

Славе и Владимиру Абрамовичу я пишу отдельно. Желаю Вам и всем Вашим здоровья, счастья и спокойной работы.

Ваш Д. Гудков

27.12.81

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Спасибо большое за письмо. Приглашение на имя ректора, по-видимому, необходимо. Кроме того, должен попросить Вас дать согласие быть моим официальным оппонентом по диссертации. Защита состоится, вероятно, в конце этого или начале следующего года в Ленинграде. Специальность 01.01.06 – алгебра. Другие оппоненты – И.Р. Шафаревич и А.В. Яковлев. Первого представлять не буду, а о втором на всякий случай напишу: он алгебраист, занимается теорией Галуа колец, гомологической алгеброй и т. п. вещами; кроме того, он – член совета, в котором будет происходить защита. Ведущая организация – МГУ. Тема диссертации – Вещественные алгебраические многообразия с предписанными топологическими свойствами. Пришлите, пожалуйста, письмо с согласием (если таковое имеется) быть оппонентом. Возможно, оно понадобится при подаче документов.

Вопрос, который Вы задаёте в своём письме, возник и интенсивно обсуждался в Москве на семинаре Арнольда (правда, в его отсутствие), когда я там делал доклад об устранениях особенностей кривых. Разумеется, обсуждался более широкий вопрос – не об особенности $X_{2,0}$, а о произвольной полуквазиоднородной особенности. Мнение специалистов по теории особенностей (Варченко, Габриэлова, Хованского), что весьма вероятно для достаточно сложных особенностей набор топологически различных устранений особенности может зависеть от коэффициентов, расположенных выше диаграммы Ньютона. (Дело в том, что известны примеры, когда от этих коэффициентов зависит набор распадений особенности на более простые особенности). Если же все топологически различные устранения полуквазиоднородной особенности получаются при помощи моей инструкции, то набор этих устранений не может зависеть от верхних коэффициентов. В случаях, когда мне удавалось расклассифицировать устранения, я пользовался запретами для устранений (а не только построениями). Проект док-ва того, что всякое устранение полуквазиоднородной особенности получается приклеиванием кривой, который я имел в виду при разговоре с Вами, не выдержал критики специалистов по теории особенностей. К нему нет контрпримеров (пока), но утверждения, которые нужно доказать для его реализации, кажутся очень трудными. В случае конкретной особенности ($X_{2,0}$, например) имеет смысл попытаться найти ограничения не на подклеиваемые кривые, а на сами устранения особенности. Нельзя ли метод Гильберта–Роона перенести с кривых на устранения особенности? Устранение особенности – объект, очень похожий на кривую. Это шар, в котором сидит аналитическая кривая известного рода, выходящая на границу шара известным образом. Как она может пересекаться с кругом вещественных точек шара?

Всего Вам наилучшего, Ваш Олег.

4 апреля 1983

* * *

Дорогой Олег!

Конечно, я согласен быть Вашим оппонентом по докторской диссертации. Не пишу пока о других делах, чтобы не задерживаться.

Ваш Д. Гудков

18 апреля 1983 г.

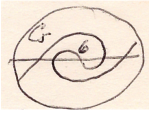
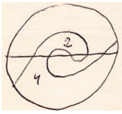
P.S. Приглашение в наш Университет для чтения лекций постараюсь выслать быстро.

* * *

Дорогой Олег!

Поздравляю Вас с Лидой с праздником первомая и с днём Победы. Желаю здоровья и счастья всем вашим.

Я предполагаю заказать номер в гостинице с 15 мая по 28 мая. Напишите, пожалуйста, согласие и сообщите координаты приезда: поезд и вагон, время. Приглашение на имя Вашего ректора выслано. Проверьте, пришло ли?

Женя ездил в Москву и докладывал на семинаре Петровского, Арнольд был и много спрашивал, был ещё Калашников и др. Говорил о различных применениях метода Гильберта-Роона. Женя доказал, что для Гришиных кривых  и  – расположение точек пересечения C_5 с прямой может быть любое (методом Гильберта-Роона, от противного).

Ждём Вас! Всего наилучшего. Ваш Д. Гудков

P.S. Передавайте приветы Рохлиным и Харламовым.

1 мая 1983 г.

* * *

Дорогой Олег!

Пишу Вам в Ленинград, надеюсь, что на праздники Вы будете там.

Во-первых Лиду и Вас поздравляю с праздниками. Интересуюсь многими вопросами: Как закончилось дело с заведыванием кафедрой Александровым? Как с некрологом Рохлину? Чем Вы сейчас занимаетесь? Как растут Ваши сыновья?

Передайте от меня приветы Рохлиным.

Я сейчас читаю (в первый раз) курс истории математики. Очень интересно. Конечно, первый раз читаю неважно (плохо знаю историю, нужно также читать различных философов). Но всё это интересно, когда наматывается на один стержень. На нас упало (из министерства) ещё одно дело: подготовка по Вычисл. технике – все препод. за полтора года должны пройти эту подготовку по 300-часовой программе. Поэтому читаю сейчас по 3–4 лекции в неделю. Пишу ряд методических пособий по курсу "Вещественные алгебраические многообразия". Понемногу продвигаюсь в с стратификации кривых 4-го порядка. Каждую неделю у нас работает семинар – очень активны Женя, Анатолий Корчагин и Гриша. Не хватает времени, а иногда и сил. Пишите обо всём.

Обнимаю, Ваш Д. Гудков.
Приветы от всей нашей семьи и от ребят.

1 ноября 1985 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Спасибо за Ваше письмо. Начну с ответов на Ваши вопросы. По-видимому, дело с заведыванием кафедрой действительно закончилось. Конкурс отложили для рассмотрения вопроса о существовании кафедры (у нас годовой нагрузки < 5000 часов, что даёт такую формальную возможность). Теперь кафедру укрепили Олегом Ивановым, который когда-то работал на кафедре, но потом ушёл в аспирантуру к Плиссу, и вот теперь, окончив аспирантуру, укрепил нас. Александров не стал предпринимать каких-либо активных действий и, возможно, даже снял свою кандидатуру, и восторжествовал status quo. Александров переводится в ЛОМИ. Я надеюсь сделать то же. Во всяком случае, университет не стоит даже уже положенных в него усилий. Нужно уходить. А если я уйду в ЛОМИ (если это удастся), то какое-то время смогу работать в университете по совместительству. История нашей кафедры убедительно демонстрирует непригодность университета в качестве ВУЗа, в котором учат будущих математиков.

Некролог Рохлину будет опубликован в УМН в 1-м или во 2-м номере за 1985 год. Говорят, раньше боялись Романова.

Я немного учусь, немного занимаюсь интегралами по эйлеровой характеристике. Ничего существенного, что нужно было бы сообщить в письме, я со времени наших встреч не сделал. Пишу книжку с Фуксом. Перевожу две книжки Цишанга о поверхностях. Пытался заниматься новыми инвариантами зацеплений, но пока всё, что сделал, как потом выяснилось, уже было сделано (анонсировано!) другими. Но всё равно интересно. Надеюсь встретиться с Вами на семинаре Петровского. Там расскажу о своих занятиях подробнее.

Сыновья мои растут как полагается. Старший уже в седьмом классе; младшему скоро два года, он сейчас очень занятное и милое существо. Вы были правы – я, конечно, был в Ленинграде, когда пришло Ваше письмо, но сейчас уже пишу из Москвы – в Ленинграде не успел. Вместе со Славой Харламовым, Никитой Нецветаевым и Олегом Ивановым мы заканчивали книжку по обязательному курсу топологии – точнее, её первую часть – по общей топологии. Это необычная книжка. Полузадачник-полуконспект. Все определения, мотивировки, формулировки теорем и теоремок из лекций в неё включены и отделены от задач (которых оказалось довольно много), но нет доказательств. Надеюсь, в конце этого или в начале будущего года она выйдет, и тогда я Вам обязательно её пришлю.

В Москве я был вынужден "повышать свою компьютерную безграмотность", что уже успешно (в смысле соотв. справки) завершилось. Оказалось, что можно этим не очень много заниматься. Честно говоря, я и вовсе не занимался. Пока всё равно компьютеров у меня нет, и не очень они нужны. Будет надо – выучу. А сейчас жалко времени. А Вы что же, читаете лекции по компьютерам? Или это лекции по методам вычислений? Нам здесь, как я понимаю, каждый читал то, что хотел, что ему было ближе, но, конечно, подавали всё это под модным соусом. Впрочем, эта компутеризация – явление чем-то симпатичное: всех вдруг заставляют чем-то новым заниматься, заставляют очень грубо и резко, как в лучшие времена. КПД может и невелик, но всё же какое-то движение.

Мне будет очень интересно познакомиться со всем, что Вы делаете: и с пособиями по курсу Вещественные алгебраические многообразия, и с работами о стратификации кривых степени 4. Кстати, последнее не было, насколько мне известно, отражено в каких-либо обзорах или, хотя бы, в опубликованных работах. Я хотел сослаться на эту деятельность в обзоре, но не смог. Что Вы посоветуете по этому поводу? Независимо от проблемы ссылок, не хотите ли Вы написать какой-нибудь обзор этой деятельности (до планируемой книжки)? Ведь формулировки без доказательств тоже представляют ценность. Вы обнаружили много интересных фактов. Кроме того, попытка коротко изложить основные результаты может оказаться полезной, поскольку может привести к обнаружению каких-то закономерностей. Если бы Вы написали такой обзор до января, я думаю, мы могли бы его включить в Lecture Notes. Кстати этот том выйдет. Сейчас несколько не ясно, какие формальности и каким образом придётся преодолеть, но я рискну высказать уверенность в этом. Дело в том, что изменились правила публикации советских статей за рубежом, и сейчас ещё не установились новые обычаи и техника прохождения всех формальностей. Но уж опубликованные на русском языке работы публиковать в иностранных изданиях не запрещается, а потому мы имеем верный и небесполезный способ действий: весь сборник мы можем предварительно депонировать на русском в ВИНИТИ. Так что передайте авторам, что всё будет в порядке, разве что задержится на месяц-другой.

Пишите, я с 1 декабря буду в Ленинграде.

До свидания, Ваш О. Виро

P.S. Разумеется, мои наилучшие пожелания Наталье Васильевне, Саше, Юре и Вашим ученикам.

15 ноября 1985 г.

* * *

Дорогой Олег!

На семинар Петровского нас не пригласили.

С кривыми 4-го порядка дело в основном закончено. Сейчас оформляю статьи – думаю убраться в 4 (в Деп – т. к. много рисунков) – серия: специальные формы кривых 4-го порядка. Гриша оформляет две статьи по стратификации, а Женя отправил статью по деформациям особых точек. Так что можно начинать писать книжку по кривым 4-го порядка.

Получили ли Вы мои письмо и посылку? Может быть, у Вас стал другой адрес?

Я сейчас заведую на факультете подготовкой математиков-педагогов (старый № 2013). Очень прошу Вас

1) Узнать, ведётся ли подготовка математиков-педагогов в ЛГУ на матмехе?

2) Если можно, то перешлите учебный план <u>рабочий</u> на этот год (т. е. самый свежий) по этой специальности.

Дело в том, что мы испытываем сильное давление со стороны администрации – хотят, чтобы мы сократили число лекций. Но я очень этого опасаюсь. По специализации у нас осталось очень мало часов <u>математических</u>:

Семестры	5	6	7	8	9	10
Часы	4	4	4	2	0	2

Дальше сокращать нечего. Фундаментальные дисциплины тоже неизвестно, что сокращать? Да, если и сократить, то моментально влезет какая-нибудь пакость (вроде Сов. право и т. п.). Общественный цикл никак сокращать не хотят.

Поздравляю Вас с новым 1988 годом и желаю здоровья, счастья и благополучия. Особенно, чтобы с детьми всё было хорошо.

Предайте мой привет и поздравления Саше.

Приветы и поздравления Вам от Нат. Вас. и Саши (моей).

Обнимаю Ваш Д.Гудков. 27.12.87 г.

Письмо В. В. Вишневскому

Письмо В.В. Вишневскому (Казань) – копия
(пометка Д.А. Гудкова)

19.04.89 г.

Дорогой Владимир Владимирович!

Сегодня мы с Николаем Филипповичем Филатовым (проф. историком) и Тамарой Ивановной Ковалёвой (зав. музеем ГГУ) уточнили наши планы о праздновании 200-летия рождения Н.И. Лобачевского. Прочли Ваш план, который мы одобрили.

I. Хочу сказать о нижегородском периоде жизни Н.И. Лобачевского. В 1929 году этим вопросом занимался в Н-Новгороде Ив. Ив. Вишневский, который пришёл к выводу, что все три брата Лобачевские – сыновья С.С. Шебаршина (макарьевского землемера). В 1948 году работала целая группа архивистов под руководством А.А. Андронова. Эта группа нашла массу документов, относящихся к биографии Н.И. Лобачевского. Только часть этих документов была опубликована в Историко-математических исследованиях в 1956 г. (статьи А.А. Андронова "Где и когда родился Н.И. Лобачевский" и Н.И. Приваловой "Дом, в котором родился Н.И. Лобачевский"). В архиве есть копия весьма интересного письма академика А.А. Андронова к И.Л. Андроникову, где Андронов просит Андроникова заняться разъяснением загадки взаимоотношений трёх лиц. Сам он пишет так.

"Нельзя объективно рассказать о детстве великого математика, не решив вопроса о родственных отношениях трёх людей с ним связанных – Прасковьи Александровны Лобачевской (его матери), Сергея Степановича Шебаршина

Владимир Владимирович Вишневский (1929 – 2007) – советский и российский геометр, профессор Казанского университета.

(человека, в доме которого он родился и провёл первые годы своей жизни) и Ивана Максимовича Лобачевского – его юридического отца".

В настоящее время очень многое прояснилось в этих отношениях. Имеется много, очень много документов, без которых нельзя писать нижегородского периода жизни Н.И. Лобачевского. Приведу лишь несколько фактов.

1) П.А. Лобачевская родилась в 1765 г. (см. Б.В. Федоренко) и вышла замуж за Ивана Максимовича Лобачевского в 1789 году в возрасте 24-х лет.

2) Родители П.А. Лобачевской – дворяне.

3) Иван Максимович Лобачевский приехал в Н-Новгород из Москвы весной 1787 года и жил до 1791 включительно на квартире у разных лиц (Олисова; Гремячевского и Васильева) сначала один, а с 1789 г. (весны) с женой Прасковьей Александровной.

4) В 1792 – 1795 г. П.А. Лобачевская исповедовалась "параллельно" с И.М. Лобачевским в Тихоновской (Сретенской) церкви вместе с семьёй Е.А. Аверкиева, и с С.С. Шебаршиным в Алексеевской церкви, в Алексеевской же церкви крещены все три брата Лобачевские, причём Алексей при крещении записан как "приимыш землемера С.С. Шебаршина", а не как сын И.М. Лобачевского.

Всех фактов такого рода я здесь излагать Вам не могу, их очень много – сейчас мы (Филатов, Ковалёва и я) пишем об этом книгу[1]. Скажу только, что версия Тарджиманова[2] совершенно ложная, и поэтому делать фильм о нижегородском периоде жизни Н.И. Лобачевского по Тарджиманову по меньшей мере неосмотрительно.

II. Было бы очень хорошо, если бы в Казани была создана группа исследователей архивных материалов о Н.И. Лобачевском. Вопросов здесь очень много (подробное описание жизни Алексея Ив. Лобачевского, материалы о Прасковье Александровне, о детях Н.И. Лобачевского и др.). Для начала нужно бы найти хотя бы одного энтузиаста, который бы списался со мной и мы бы обменивались информацией и вопросами.

III. Мы, в Н-Новгороде, хотим в 1991 г. провести всесоюзную конференцию "Жизнь, общественная деятельность и творчество Н.И. Лобачевского", на которой заслушать доклады о новых материалах в этих трёх областях. Мне хотелось бы знать Ваше мнение о том, сколько математиков (и возможно историков, физиков) пожелали бы приехать: а) с докладами б) без докладов. Дело идёт о Вашей сугубо приблизительной оценке. Как Вы думаете: общее число участников – 100 человек, это слишком мало или слишком много?

Желаю Вам всего самого хорошего. Д. Гудков

[1]В результате этой работы в 1992 г. издательство Нижегородского университета выпустило две отдельные книги: книгу Д.А. Гудкова "Н.И. Лобачевский. Загадки биографии"(242 с.) и книгу Т.И. Ковалёвой и Н.Ф. Филатова "Н.И. Лобачевский и Нижегородский край на рубеже XVIII–XIX столетий"(139 с.) – Г.П.

[2]Имеется в виду книга: Джавад Тарджеманов. Юность Лобачевского. – Казань: Татарское книжное издательство. 1987. –334 с. – Г.П.

Два письма от С. Г. Гиндикина

6.07.89

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я только что вернулся из Франции, где провёл больше 3-х месяцев. Эта причина, по которой поздно отвечаю на ваше письмо. Мне было очень интересно услышать о вашей архивной деятельности. Я связался по этому поводу с Сергеем Сергеевичем Демидовым, который сейчас заведует сектором математики в Ин-те истории естествознания и техники после Юшкевича (я могу спутать точное название ин-та). Он обещает любую поддержку от инта всем Вашим начинаниям, включая организацию семинара в 1991 г. Вы можете непосредственно связаться с ним, ссылаясь на меня (его телеф. 143-05-57 д., 925-81-07 сл.). Я собираюсь много отсутствовать следующий год и быть может Вам придётся выходить непосредственно на него. Что касается помощников по работе в московских архивах, то мне пришла в голову только идея о Борисе Абрамовиче Розенфельде. Он несомненно проявит интерес и может подключить кого-то из своих сотрудников. Я не смог ввиду летнего времени разыскать его.

Я с большим удовольствием вспоминаю про мой приезд в Горький.

Ваш С. Гиндикин

* * *

8.06[1]

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я ещё не успел отправить Вам письмо, как появилось к Вам ещё одно дело. В Американском Матем. об-ве начинает выходить новая серия сборников "Достижения советской математики". Редакторы серии: Арнольд, Маслов и я. Сборники объёмом $\sim$ 200-250 стр. должны содержать несколько статей по единой тематике. Допускаются любые жанры: обзоры, новые результаты. Хотелось бы, чтобы сборники достаточно представительно отражали ситуацию, сложившуюся к настоящему моменту в области в нашей стране. Очень

[1] Год не указан, скорее всего – 1990. – Г.П.

Семён Григорьевич Гиндикин – советский и американский математик и популяризатор математики. С 1990 года –профессор Ратгерского университета в штате Нью-Джерси (США).

желательно привести библиографию (аннотированную) литературы на рус. языке за какой-то период (русские статьи плохо читаются на Западе!)

Мы хотим пригласить Вас организовать такой сборник по вещ. алг. геометрии, позвав Виро, Харламова, Шустина, Полотовского, Корчагина[2].

Сборник будет переводиться в Москве и быстро выходить. Если авторы представят удовлетворительный англ. текст, они получат доплату за перевод.

Очень хотелось бы получить от Вас ответ до 10 сентября (это не обязательно, но желательно).

Ваш С. Гиндикин.

[2]Такой сборник был организован: Selecta mathematica sovietica, 9:4, 1990 – Г.П.

Письмо от С. М. Гусейн-Заде

Уважаемый Дмитрий Андреевич!

В.И. Арнольд передал Нехорошеву и мне Ваши замечания к нашей заметке[1] "О примыканиях особенностей A_k к точкам страта $\mu = \text{const}$ особенности", состоящее в следующем. Страт $\mu = \text{const}$ в базе версальной деформации невырожденного однородного многочлена степени 22 имеет коразмерность 251. Поэтому примыкать ко всем его точкам могут только страты коразмерности $\geqslant 250$. Особенность A_{257} примыкает к некоторым точкам страта $\mu = \text{const}$. Страт, соответствующий A_{257} (особенность A_{257} на нулевом множестве уровня), определяется 257-ю условиями. Следовательно, если эти условия независимы, то особенность A_{257} примыкает не ко всем точкам страта $\mu = \text{const}$. Вопрос, как мы поняли, состоит в том, не могут ли эти условия оказаться зависимыми (в этом случае особенность A_{257} могла бы примыкать ко всем точкам страта $\mu = \text{const}$).

Дело в том, что такая ситуация, конечно, возможна в семействах, на которые не наложено никаких ограничений. Однако, в версальных семействах страт, соответствующий особенности A_{257}, имеет коразмерность, равную ровно 257. Это следует из того, что в версальной деформации каждая особенность, которая там встречается, также деформируется версально (в заметке

[1] С.М. Гусейн-Заде, Н.Н. Нехорошев. Функц. анализ и его прил., 1983. Том 17, №4, с. 82-83. – Г.П.

———————

Сабир Меджидович Гусейн-Заде – советский и российский математик, Заслуженный профессор МГУ, член Правления Московского математического общества.

есть ссылка на работу Тесье, где доказан этот факт). Поэтому в нашей ситуации такой эффект возникнуть не может.

Мы очень благодарны за то, что Вы взяли на себя труд прочесть нашу заметку.

С уважением,

С. Гусейн-Заде
19.3.83 г.

Письмо С. С. Демидова

Проф. Гудкову Д.А.

17.IV.92[1]

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Как Вы знаете, в этом году исполняется 200 лет Лобачевскому. 4 номер нашего журнала будет целиком посвящён этой дате. Он будет состоять из материалов, относящихся к творчеству Лобачевского, а также к высшим достижениям российской науки вообще (памятуя о том, что Н.И. был вообще первым русским, получившим результаты, стоящие впереди науки своего времени).

Я недавно узнал (у В.И. Арнольда), что у Вас имеются интересные результаты, касающиеся личности и творчества Лобачевского. Не могли бы Вы пожертвовать что-нибудь для нашего журнала? Я, как член редколлегии и персонально отвечающий за этот номер, обращаюсь к Вам с этой просьбой и смею заверить, что Ваш текст не подвергнут какой-либо цензуре или "научному" редактированию, что хуже всякой цензуры.

[1]Это письмо на бланке редакции журнала "Вопросы истории естествознания и техники" (ВИЕТ) написано, как видно по дате, через месяц после смерти Д.А. Гудкова. Наталья Васильевна Гудкова передала его мне с разрешением ответить С.С. Демидову. Я предложил С.С. Демидову опубликовать в журнале заметку о некоторых результатах из книги Д.А. Гудкова "Н.И. Лобачевский. Загадки биографии", которая в тот момент ещё не вышла из печати. Это предложение было принято, и в №4 журнала ВИЕТ за 1992 год была опубликована статья "Кто был отцом Н.И. Лобачевского? (По книге Д.А. Гудкова "Н.И. Лобачевский. Загадки биографии")" – Г.П.

——————————

Сергей Сергеевич Демидов – советский и российский математик и истории науки, профессор МГУ, зав. Отделом истории физико-математических наук Института истории естествознания и техники РАН, с 2017 г. — Президент Международной Академии истории науки.

Т. к. я уезжаю (и появлюсь в Москве только в конце июня), прошу сообщить о Вашем решении поскорее[2].

Искренне Ваш

С. Демидов

Москва

[2]Просьба писать на адрес редакции, учёному секретарю журнала. С.Д.

Из переписки с В. И. Звониловым

Глубокоуважаемый Виктор Иванович!

Большое спасибо за заметку.

Почему Вы оказались так далеко от Ленинграда? Если Вас назначили туда на работу, то напишите, пожалуйста, в какой институт, на какую должность? Что из себя представляет Сыктывкар?

С наилучшими пожеланиями

5 февраля 1975 г. Д. Гудков

* * *

19.2.75

Дорогой Дмитрий Андреевич!

После окончания университета в декабре 74 года нас с Колей Мишачёвым направили на работу в Сыктывкарский университет на физико-математический факультет. Университет в Сыктывкаре существует третий год и над ним шефствует Ленинградский университет. Здесь работает много выпускников ЛГУ и, в частности, кандидат физико-математических наук Я.М. Элиашберг, ученик В.А. Рохлина. Кроме того, иногда приезжают на 1–2 месяца преподаватели из Ленинграда. Живём мы в общежитии. Условия здесь неплохие. В университете даже есть собственный бассейн. Сыктывкар – небольшой (150 тысяч), довольно приятный северный город. От морозов пока не страдаем.

Я сейчас занимаюсь кривыми на поверхностях, в частности, на поверхностях 2-го порядка, но никаких особых результатов пока нет.

С уважением,

Звонилов В.

Виктор Иванович Звонилов, советский и российский математик, ученик В.А. Рохлина. В настоящее время доцент Чукотского филиала Северо-Восточного федерального университета (Анадырь).

* * *

10.9.78

Дорогой Дмитрий Андреевич!

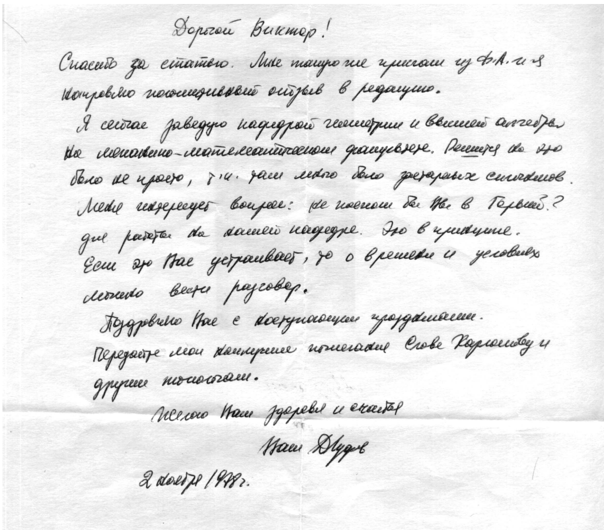
Посылаю Вам экземпляр моей статьи, которую я отослал в "Функциональный анализ". Одновременно посылаю другой экземпляр Г.М. Полотовскому. Новых результатов у меня пока нет.

Привет Вам от всех сыктывкарских топологов.

С уважением,

Звонилов В.

* * *



Дорогой Виктор!

Спасибо за статью. Мне тоже её прислали из Ф.А. и я позавчера послал положительный отзыв в редакцию.

Я сейчас заведую кафедрой геометрии и высшей алгебры на механико-математическом факультете. Решиться на это было не просто, т.к. там много было старых сотрудников.

Меня интересует вопрос: не поехали бы Вы в Горький? для работы на нашей кафедре. Это в принципе. Если это Вас устраивает, то о времени и условиях можно вести разговор.

Поздравляю Вас с наступающим праздником.

Передайте мои наилучшие пожелания Славе Харламову и другим топологам.

Желаю Вам здоровья и счастья

Ваш Д.Гудков

2 ноября 1978г.

Дорогой Виктор!

Спасибо за статью. Мне такую же прислали из Ф.А. и я направляю положительный отзыв в редакцию.

Я сейчас заведую кафедрой геометрии и высшей алгебры на механико-математическом факультете. Решиться на это было не просто, т. к. там много было застарелых склочников. Меня интересует вопрос: не поехали бы Вы в Горький? Для работы на нашей кафедре. Это в принципе. Если это Вас устраивает, то о времени и условиях можно вести разговор.

Поздравляю Вас с наступающими праздниками.

Передайте мои наилучшие пожелания Славе Харламову и другим топологам.

Желаю Вам здоровья и счастья.

Ваш Д. Гудков

2 ноября 1978 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Спасибо за поздравление с праздником и за такое заманчивое предложение. К сожалению, сейчас я не могу его принять. Моя работа над диссертацией только начинается и поэтому мне нужно постоянно консультироваться со Славой Харламовым, да и с остальными здешними топологами. Задача, которую я должен решить в диссертации, посвящена обобщению на пространственные кривые и алгебраические многообразия высших размерностей результатов работы Рохлина "Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых". И, по-видимому, моя статья, которую я отослал в Ф.А., не войдёт в диссертацию.

Спасибо за положительный отзыв на статью. Новых результатов у меня пока нет.

Привет Вам и Полотовскому от всех сыктывкарских топологов.

До свидания.

18.11.78 С уважением, Звонилов.

* * *

4.4.80

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам оттиск моей статьи.

В конце марта я был в Ленинграде. Рохлин сказал, что материала для диссертации у меня достаточно, правда, много ещё нужно доделывать. Диссертация будет посвящена комплексным ориентациям кривых на поверхностях, причём кривые могут иметь особенности. Окончательных формулировок у меня пока нет, поэтому перечислю несколько наиболее интересных случаев.

1. Плоские кривые с простыми двойными особыми точками. Дадим сначала определение комплексных ориентаций. Пусть α – плоская вещественная кривая $f = 0$, у которой все особые точки (и вещественные, и мнимые) простые двойные. Пусть $f = f_1 \cdot \ldots \cdot f_q$, причём многочлены $f_1, \ldots, f_q$ неприводимы над $\mathbb{R}$, а $f_1, \ldots, f_p$ – те из них, которые неприводимы над $\mathbb{C}$, и пусть для $i = p+1, \ldots, q$ $f_i = g_i \cdot \bar{g}_i$. Если A_i, $\mathbb{C}A_i$ – множества вещественных и комплексных точек кривой $f_i = 0$ и S_i – множество особых точек этой кривой, то для $i = 1, \ldots, p$ множество $\mathbb{C}A_i \setminus (A_i \cup S_i)$, как известно, либо связно, либо состоит из двух переводящихся друг в друга инволюцией комплексного сопряжения компонент связности. Предположим, что для всех $i = 1, \ldots, p$ это множество несвязно, и пусть X_i и Y_i – замыкания соответствующих компонент. Естественные ориентации множеств X_i и Y_i определяют на замыкании множества $A_i \setminus S_i$, как на общем крае этих множеств, две противоположные ориентации, которые назовём комплексными ориентациями кривой A_i. Комплексные ориентации кривых $A_i, \ldots, A_p$ определяют 2^p ориентаций множества A вещественных точек кривой α, которые назовём комплексными ориентациями кривой A. Для $i = p+1, \ldots, q$ пусть X_i и Y_i – множества комплексных точек кривых $g_i = 0$ и $\bar{g}_i = 0$. Положим $X = X_1 \cup \cdots \cup X_q, Y = Y_1 \cup \ldots Y_q$. В дальнейшем будем считать, что кривая A наделена такой комплексной ориентацией, при которой A_i ориентирована как ∂X_i $(i = 1, \ldots, p)$. Число мнимых точек множества $X \cap Y$ обозначим через σ; ясно, что σ чётно.

Определим теперь числа $l, \Lambda^+, \Lambda^-, \Pi^+, \Pi^-$.

Возмутим кривую A так, чтобы её мнимые особые точки сохранились, изолированные вещественные особые точки превратились в овалы, а остальные вещественные особые точки устранились в согласии с комплексной ориентацией кривой A. Получим кривую $\tilde{A}$ без вещественных особенностей, наделённую индуцированной ориентацией. К кривой $\tilde{A}$ применимы определения п.1.1 и 2.2 статьи Рохлина "Комплексные топологические характеристики вещественных алгебраических кривых", и, следовательно, определены: l – число овалов кривой $\tilde{A}$, числа Π^+ и Π^- положительных и отрицательных пар овалов, а если степень кривой $\tilde{A}$ нечётна, определены, кроме того, числа Λ^+ и Λ^- положительных и отрицательных овалов.

Формулы комплексных ориентаций, которые получаются в описанной ситуации, следующие:

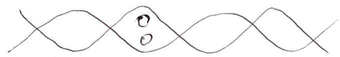
Если A – кривая чётной степени $2k$, то

$$l + 2(\Pi^- - \Pi^+) = k^2 - \sigma \qquad (1)$$

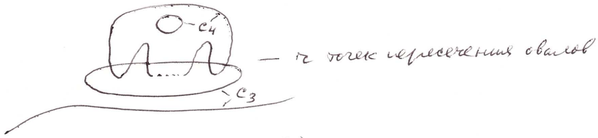
Если A – кривая нечётной степени $2k+1$, то

$$l + (\Lambda^- - \Lambda^+) + 2(\Pi^- - \Pi^+) = k(k+1) - \sigma \qquad (2)$$

Эти формулы были получены независимо Олегом Виро и мной. Как заметил Виро, они позволяют, например, полностью ответить на вопрос, затронутый в указанной статье Рохлина (п.3.7, стр. 86): когда из кривой, распадающейся на кривые типа I, с помощью возмущения можно получить кривую типа I. Ответ такой: кривая после возмущения (произведённого в согласии с комплексными ориентациями) принадлежит типу I тогда и только тогда, когда в зависимости от чётности её степени, $k^2 - (l + 2(\Pi^- - \Pi^+)) = 0$ или $k(k+1) - (l + (\Lambda^- - \Lambda^+) + 2(\Pi^- - \Pi^+)) = 0$. Я использовал формулы (1), (2) для получения новых ограничений на взаимное расположение двух неособых кривых типа I. Например, как доказал Г.М. Полотовский, невозможно следующее расположение двух M-кривых степени 3:



Такое расположение запрещается и формулой (1) (при одном из двух возможных возмущений получается $\sigma < 0$). Правда, по сравнению с формулой комплексных ориентаций неособых кривых, формула (1) в применении к распадающимся кривым степени 6 дала только этот один новый запрет. В качестве другого примера рассмотрим следующее расположение M-кривой степени 3 и кривой степени 4.



Как показывает формула (2), при $r = 6, 8, 10, 12$ такое расположение невозможно (для $r = 6, 8$ результат новый, а при $r = 10, 12$ такое расположение можно запретить, используя формулу комплексных ориентаций неособых кривых).

2. Неособые кривые на $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$. Любая вещественная кривая A на $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$ задаётся уравнением $F(x_0 : x_1; y_0 : y_1) = 0$. Пусть m_1 и m_2 – степени однородности многочлена F по x_0, x_1 и y_0, y_1. Рассмотрим только случай, когда все компоненты множества A стягиваемы на $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$ (т. е. являются овалами). В этом случае кривая имеет степени $m_1 = 2k_1$, $m_2 = 2k_2$. Предположим, что A разбивает $\mathbb{C}A$ и, следовательно, A имеет комплексные ориентации. Зафиксируем одну из них. Пусть C – овал кривой A, D_C – круг, который ограничивается овалом C. Ориентируем D_C в согласии с ориентацией овала C. Назовём пару овалов C, C' инъективной, если $D_C \cap D_{C'} \neq \emptyset$. Ясно, что как и для плоских кривых, можно определить числа Π^+, Π^- положительных и отрицательных инъективных пар овалов. Пусть l – число всех овалов. Каждый овал C задаёт ориентацию поверхности $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$ – ту, которая индуцируется с D_C. Пусть Λ^+ – число овалов, задающих одну ориентацию поверхности $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$, Λ^- – другую. Тогда $l + 2(\Pi^- - \Pi^+) = 2k_1k_2$ и $\Lambda^+ = \Lambda^-$.

3. Неособые кривые на эллипсоиде. Пусть B – эллипсоид в $\mathbb{R}P^3$. Как нетрудно показать, любая вещественная кривая на B является полным пересечением. Пусть m – степень поверхности, которая высекает кривую A. Выберем точку из $D \setminus A$ и назовём её "внешней". Ясно, что если A разбивает $\mathbb{C}A$,

то относительно внешней точки можно так же, как и для $\mathbb{R}P^1 \times \mathbb{R}P^1$, определить числа $\Pi^+, \Pi^-, \Lambda^+, \Lambda^-$. Кроме того, проведём через внешнюю точку две мнимые прямые α_1, α_2 – образующие эллипсоида. Пусть X и Y – половинки, на которые A разбивает $\mathbb{C}A$. Обозначим через u_i число точек пересечения прямой α_i с множеством X $(i = 1, 2)$. Ясно, что $u_1 + u_2 = m$. Справедливы равенства:

$$2l - (\Lambda^- - \Lambda^+)^2 + 4(\Pi^- - \Pi^+) = m^2,$$

где l – число овалов кривой A, и

$$|\Lambda^- - \Lambda^+| = |u_1 - u_2|.$$

Вот и все мои результаты, о которых я Вам хотел написать. Григорию Михайловичу я тоже о них сообщил. Я собираюсь поместить в диссертации таблицы комплексных ориентаций кривых малых порядков на гиперболоиде и эллипсоиде. В частности, таблицу комплексных ориентаций кривых 8-го порядка на гиперболоиде. После Вашей классификации таких кривых это стало возможно. Правда, таблицы я пока не доделал.

Дмитрий Андреевич, полтора года назад Вы предлагали мне работать на Вашей кафедре. Напишите, пожалуйста, есть ли такая возможность сейчас или в будущем. Если возможность есть, то я смог бы приехать уже этой осенью к началу учебного года. Правда, как это обычно происходит при увольнении из нашего университета, следует ожидать всяких препятствий со стороны нашего ректората, например, мне могут дать плохую характеристику. Поэтому может быть сделать так: в октябре этого года мне предстоит переизбрание по конкурсу на должность ассистента, это можно использовать для получения хорошей характеристики, а потом не подать документы на конкурс и уволиться в конце I семестра. Конечно, это не удобно, т. к. тогда я смогу работать у Вас только с середины учебного года. В любом случае, чтобы легче уволиться, желательно получить официальное приглашение из Горького, если это, конечно, возможно. Дмитрий Андреевич, напишите, пожалуйста, не изменился ли номер Вашего телефона – на случай, если придётся Вам позвонить.

Мой адрес: 167024, Сыктывкар-24, а/я №466.

До свидания.

С уважением, Ваш В. Звонилов.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам мою заметку. Григорию Михайловичу я тоже её послал. Сейчас начинаю писать вторую заметку – о комплексных ориентациях кривых с особенностями. После выхода обеих заметок можно будет защищаться. Кроме этих результатов в диссертацию войдут комплексные ориентации кривых малых порядков на гиперболоиде и эллипсоиде, но здесь ещё не всё доделано.

Остаток июня и июль я проведу в Чебоксарах, а в августе вернусь в Сыктывкар.

До свидания.

С уважением,

13.6.81. Звонилов В.

* * *

Дорогой Виктор Иванович!

Я получил Ваше письмо и статью "Компл. характ. ...". Очень благодарен Вам за это.

Ту же статью я получил из Ф.А. Отсылаю благоприятный отзыв. Отмечено, что о некоторых редакционных неточностях сообщаю автору лично.

На 1-й стр: множество B и его компоненты $B_1, \ldots, B_n$ написано через запятую. Лучше их отделить.

Например: "Пусть n – число компонент множества B; обозначим через $B_1, \ldots, B_n$ эти компоненты".

2. На 2-й стр. "Если B_i неориентируемо, положим $b_i = 0$... ". Это непонятно. Поскольку через b_i (выше) Вы обозначили класс, содержащий цикл B_i, и группа коэффициентов $\mathbb{Q}$ задана, то

а) либо B_i цикл, и тогда <u>полагать</u> нельзя. Можно только говорить, что известно (или легко доказать?), что $b_i = 0$;

б) либо B_i не цикл, и тогда нужно сказать, что такое b_i и почему его можно положить 0?

Я до 10 июля буду дома. Прошу Вас написать (как можно подробнее) по второму пункту.

С наилучшими пожеланиями
Ваш Д. Гудков

26.06.81 г. P.S. У меня сменился номер телефона, стал 65-...-...

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам 2 оттиска своей заметки (Вам и Жене Шустину). Такой же оттиск я послал Полотовскому.

Дмитрий Андреевич! Если возможно, пришлите мне, пожалуйста, задания заочной математической школы, которые Вы составили (хорошо бы по 2 экземпляра каждого задания). И ещё, если нетрудно, пришлите изданные у вас в университете лекции и задачи по топологии. Они мне помогут в чтении топологии на 2-м курсе.

Привет Жене Шустину.

С уважением,

15.10.82. Ваш В. Звонилов

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Большое спасибо за методические пособия и задания заочной математической школы. Я читаю курс топологии математикам нашего факультета и Ваши пособия для меня очень интересны. Спасибо и за советы по организации заочной математической школы.

Надеюсь увидеться с Вами в январе в Москве.

27.11.82 Ваш Звонилов

* * *

Дорогой Витя!

Что-то от Вас ничего не приходит. Олег защищает докторскую (возможно) в декабре. Как Ваши дела? Напишите. Занимаетесь ли Вы математической школой и нужны ли Вам варианты?

Ваш Д. Гудков

Напишите, какие кривые я пропустил: C_6 и C_7 на гиперболоиде?

27.10.83

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я затянул с оформлением диссертации. Моя защита будет, по-видимому, в начале 1984 г. Заочной математической школой я занимаюсь, поэтому пришлите мне, пожалуйста, по 2 экземпляра Ваших заданий для всех классов.

В Вашей с Усачёвым статье в теореме 4 пропущена кривая C_6 типа $J^4_{(5,1)}$, а в теореме 5 – кривая типа $I^3_{(5,2)}$.

В последнее время у меня прибавилось забот – родилась дочка Нина.

До свидания. Привет от меня Грише и Жене.

13.11.83. Ваш В. Звонилов

Письмо от И. Н. Иомдина и письмо от Бернара Тессье

11.03.77

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич,

проф. Б. Тессье просил меня узнать Ваш адрес: он писал Вам через Москву по поводу одного из вопросов в Вашей статье "Топология вещ. проект. многообразий" в УМН, но не знает, дошло ли письмо. Если Вам не трудно, напишите мне, пожалуйста, по какому адресу мог бы Вам писать Б. Тессье.

С уважением Иомдин

Мой адрес: 700000, г. Ташкент, ул. Пушкина, д. 86$^{\underline{a}}$, кв. 18, Иомдину И.Н.
Адрес Тессье: B. Teissier, Centre de Mathématiques de l'Ekole Polytechnique Route de Saclay – 91120 Palaiseau – France

* * *

4 ноября 1976

Уважаемый профессор Гудков!

Мой друг Ж.Ж. Рислер сегодня показал мне перевод на английский язык Вашей статьи из журнала "Успехи математических наук" "Топология действительных проективных многообразий". В этой статье (стр. 10 перевода) Вы высказываете в качестве гипотезы неравенство

———————————

Иосиф Ноахович Иомдин – советский и израильский математик, профессор Института Вейцмана в Реховоте.
Бернар Тессье (Bernard Teissier) – французский математик, профессор Института математики Жюссьё-Париж, почётный руководитель исследований в CNRS. Входил в группу Николя Бурбаки.

$$\sum_{j=1}^{k} g(z_j) \leqslant g(z),$$

где z – особая точка плоской кривой, распадающаяся при малом возмущении коэффициентов уравнения кривой на k особых точек. Выяснилось, что весной 1975 г. я доказал теорему, которая влечёт это как следствие. Вот эта теорема: пусть $f : X \longrightarrow \mathbb{C}$ – морфизм. Пусть слои расслоения являются аналитическими комплексными приведёнными кривыми X_y. Предположим, что O -– единственная особая точка, $f^{-1}(0) = X_0$ и заменим в X достаточно малую окрестность O так, что все особые точки $X_y = f^{-1}(y)$ стремятся к O когда y $\longrightarrow 0$.

Пусть $n : \bar{X} \longrightarrow X$ – нормализация поверхности X. Тогда

$$\sum_{x' \in n^{-1}(0)} \delta((\bar{X})_0, x') = \delta(X_0) - \delta(X_y),$$

где для кривой X_y, имеющей только изолированные особые точки, обозначено

$$\delta(X_y) = \sum_{x \in X_y} \dim_{\mathbb{C}}(\bar{O}_{X_y,x}/O_{x_y,x}),$$

где $O_{x_y,x}$ означает алгебру голоморфных по x функций X_y, а $\bar{O}_{X_y,x}$ – её целое замыкание в тотальном кольце частных. Известно (см., например, статью Милнора "Особые точки комплексных гиперповерхностей"), что, поскольку X_y – кривая, лежащая в $\mathbb{C}^2$, то $\delta(X_y, x)$ является Вашим $g(x)$.

Равенство, указанное выше, имеет также следствие $\delta(X_0) = \delta(X_y)$, если и только если $\bar{X}$ является неособой и композиция $\bar{X} \xrightarrow{n} X \longrightarrow \mathbb{C}$ является погружением во всех точках $n^{-1}(0)$.

Поскольку я не знаю Вашего адреса, я посылаю это письмо через профессора Арнольда и готов выслать Вам мои версии доказательства приведённой выше теоремы, если это Вам интересно (одна из них была представлена в виде препринта Центра математики политехнической школы в июне 1975 г.), как только Вы сообщите мне свой адрес.

С уважением,

B. Teissier

P.S. Будем признательны, если Вы пришлёте нам свои статьи.

Перевод с французского А.Г. Любавского.

Из переписки с М. С. Кушельманом

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Вернулся я в Баку после праздников, получил нагоняй на работе за долгое отсутствие (лишился зарплаты за эти дни, так что вылезаю сейчас на учениках) и приступил, наконец, к работе. Чернавский сам посоветовал отдать в Мат. сборник ту часть работы, которая содержится в §4 диссертации. Причём он сказал мне, чтобы статью я прислал ему, а он уже отдаст её П.С. Александрову. Лемма ему понравилась тоже, но он сказал, что окончательное суждение о ней может дать лишь С.П. Новиков, и в смысле напечатания её в Мат. заметках надо также обращаться к нему. Я ещё немножко хочу над ней поработать (хотя бы с неделю), так как возникли некоторые новые дополнительные соображения.

Поэтому я начал работать над статьёй, которую пошлю в Мат. сборник. Я отдал её уже на машинку. Одновременно в несколько расширенном виде я хочу отправить её на депонирование в ВИНИТИ. Тем самым я приближу время защиты, так как депонирование осуществляется быстро, и у меня будет необходимая для защиты третья статья. Вот и все мои дела, связанные с диссертацией.

М. Громов из Ленинграда (будущий рецензент моей диссертации) заинтересовался Вашей работой и, узнав о том, что у меня есть Ваша монография[1], просил выслать её ему. Что я и сделал, присовокупив просьбу не потерять её и вернуть мне по первому требованию. Ему очень хочется иметь свой экземпляр Вашей монографии, и если Вы считаете нужным выслать монографию ему и тем самым заиметь связь с Громовым, то сообщаю его адрес: Ленинград Д-11, канал Грибоедова, 12, кв.9, Громов Миша. Это – молодой

[1]Здесь имеется в виду выпуск 87 "Учёных записок ГГУ", содержащий статьи Д.А. Гудкова и Г.А. Уткина по первой части 16-й проблемы Гильберта – Г.П.

Марк Соломонович Кушельман – советский математик, был аспирантом Д.А. Гудкова. В настоящее время живёт в США.

способный математик, простой в обращении, и я знаком с ним ещё с Горьковской топологической школы.

Вот и всё. Осталось лишь передать Вам привет от нашего директора Заида Исмаиловича Халилова. Ему очень понравилась записка о моей деятельности в Горьком, которую Вы ему послали, и он с первых слов нашей беседы с ним передал Вам этот искренниейший, как он сказал, "от всего сердца" привет.

Искренне Ваш

Марик Кушельман

P.S. Большой привет Александру Ароновичу.

20/XI-71

* * *

Дорогой Марик!

Как твои дела? Что ты не ответил на моё письмо?

Я выписался на работу, но лекции пока не буду читать. Есть к тебе две просьбы.

1) Сходи, пожалуйста, в ВАК и узнай, выписан ли мне аттестат профессора: утверждён 29 дек. 1971 г., протокол 63/п, и напиши мне. Там обычно висит объявление со сроками. Дело в том, что я не скоро попаду в Москву, а вскоре тут поедут в Москву и можно дать доверенность.

2) Может быть, ты просветишь меня о некоторых конкретных фактах для комплексной проективной плоскости CP^2?

Мне известно следующее: $CP^2 = \{x_0 : x_1 : x_2\}$, x_0, x_1, x_2 комплексные, одновременно не нули.

1) Любая комплексная прямая (например, $x_0 = 0$) гомеоморфна S^2.

2) $CP^2 \setminus (x_0 = 0)$ – открытый четырёхмерный шар.

3) Целочисленные ∇ и Δ группы гомологий размерностей 0, 2, 4 – свободные циклические, а размерностей 1 и 3 – тривиальны (т. к. имеется клеточное разбиение: $\tau^4 = CP^2 \setminus S^2$, $\tau^2 = S^2 \setminus \tau^0$, $\tau^0 \in S^2$.)

4) CP^2 – ориентируемое ($p^4 = 1$) 4-мерное многообразие.

5) $\pi_1(CP^2) = 0$, т. к. одном. путь $u \in \tau^4$ и S^2 в общем. полож. не пересек.

6) $\Delta^2(CP^2, \mathbb{Z})$ имеет образующей $[x_0 = 0] = [\infty]$ – класс гомологий, включающий "беск. удал" прямую.

7) Алгебр. кривая $F = 0$ степени m входит в класс гомологий $m[\infty]$.

Вопросы такие

1-й. Фундаментальный класс $W_2(CP^2)$ определён ли ∞, т. е. совпадает ли с $[\infty]$?

2-й. Пусть B является гладким подмногообразием в CP^2 (гладко вложенным в CP^2). F может быть ориент. или нет, правильно ли сказать, что B дуально $W_2(CP^2)$ по Пуанкаре, если инд. перес. F с $W_2 \ \equiv 1 \pmod 2$?

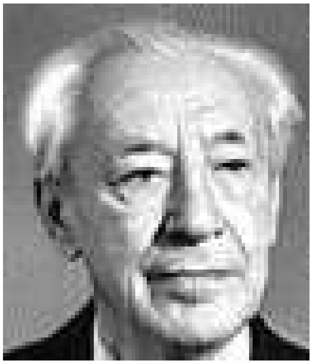
3-й вопрос. Верно ли, что инд. перес. RP^2 с ∞ $=\pm 1$, т. е. $\equiv 1 \pmod 2$?

4-й вопрос. F – M-кривая степени $2k$, $B =$ пол. $F + C$, как выч. $\chi(B)$, известна Лемма Арнольда.

Мне прислали приглашение на Всесоюзную топол. конференцию в апреле. Поедешь ли ты?

12 апреля 1972 г. Д. Гудков

Из писем Б. Л. Лаптева



Глубокоуважаемый
Дмитрий Андреевич!

По Вашей просьбе сообщаю Вам названия геометрических спецкурсов на мех-мате Казанск. Университета:

семестр	№		число часов в неделю	отчётность
5	1.	Риманова геометрия	3	зачёт
6	2.	Проективная геометрия	3	экзамен
5, 6	3.	Семинар: геометрия обобщённых пространств (2 потока)	2, 2	зачёт, зачёт
6, 7	4.	Пространства аффинной связности	2, 2	зачёт, зачёт
7	5.	Группы Ли	4	экзамен
8	6.	Геометрия однородных пр-ств	2	зачёт
8	7.	Теория пр-ств над алгебрами	2	зачёт
8	8.	Дифференц. геометрия банаховых пр-ств	2	без зачёта
7,8	9.	Семинар: геом. обобщ. пр-ств (2 потока)	2,2	
9	10.	G-структуры	4	экзамен
9	11.	Пр-ства над алгебрами	4	зачёт
9	12.	Семинар	2	

Ещё А.П. Широков читал курс "Геометрия дифференцируемых многообразий" (на 4-м и 5-м курсах с экзаменом).

А.П. Норден. Дополнительные главы современного естествознания (теория относительности). Зачёт.

———————————

Борис Лукич Лаптев (1905 – 1989) – профессор Казанского университета, лауреат золотой медали имени П.Л. Чебышёва, в 1961—1980 гг. — директор НИИ института математики и механики имени Н.Г. Чеботарева.

Приезд Ваш в Казань до 15 янв., конечно, будет полезен, но тут уже начинаются экзамены, и геометрический семинар обычно на этот период прекращает работу, однако как будет в этом 1979 году неясно. Лучше всего Вам написать Нордену с просьбой, чтобы он включил доклад Г.М. Полотовского в определённый день (вторник), если семинар будет работать. Однако следует учесть, что алгебраической геометрией члены семинара сейчас не занимаются и после смерти В.В. Морозова специалистов, способных вникнуть в результаты Г.М. Полотовского, пожалуй, здесь почти не найдётся.

Библиотека Геометрического кабинета переместилась во второе высотное здание и после большой работы вновь теперь доступна, она помещается на 6-м этаже, напротив кафедры геометрии.

Приезжайте.

7 XII 78 г. Ваш Б. Лаптев

* * *

10 апреля 1979

Глубокоуважаемый
Дмитрий Андреевич!

Сегодня на заседании кафедры геометрии А.П. Норден обсуждал вопрос о программе по специальности (спец. часть), представленной Вами для Полотовского. Было решено, учитывая, что Совет мехмата её не утвердит (у нас нет специалистов по алгебр. геометрии и топологии), не представлять её на утверждение. Поэтому Вам надо организовать сдачу экзамена по специальности (общую и спец.часть) для Полотовского в Вашем университете. Дело в том, что в соответствии с инструкцией (22 апр. 1977) "... экзамены сдаются в вузах и н.-и. учреждениях, имеющих аспирантуру в данной отрасли науки, как правило, по месту предстоящей защиты диссертации". То есть экз. можно сдавать не обязательно там, где предстоит защита, лишь бы была в Вашем университете аспирантура в данной отрасли науки (т. е. по математическим специальностям!). А у вас геометров докторов и кандидатов достаточно, чтобы включить в комиссию по приёму канд. экзаменов, нужно только срочно провести приказ о составе комиссии и утвердить спец. часть программы экзамена на факультете.

Вот такие дела!

Доклад Г.М. Полотовского на семинаре произвёл хорошее впечатление, и после оформления экзамена и проч. документов диссертация будет принята к защите.

Ваш Б. Лаптев

* * *

21 июня 1979

Дорогой
Дмитрий Андреевич!

Вчера получил Ваше письмо. Конечно, Г.М. Полотовский сильно замучился, готовясь к экзамену, и ему нужен отдых. Подать диссертацию он может спокойно в сентябре. Всё равно больше заседаний кафедры и учёных советов до осени не будет. Тем более тогда уже будет полная договорённость об оппонентах.

Спасибо за Ваше внимание к оформлению моих денежных дел в университете. Вчера я уже получил первую сумму – 20 руб. командировочных расходов.

Привет Наталье Васильеве и Саше

Ваш Б. Лаптев

* * *

19 авг. 1979

Дорогой

Дмитрий Андреевич!

Пишу Вам из Москвы. Завтра возвращаюсь в Казань. Нас постигло несчастье. Тяжело заболела наша дочь Инна (48 лет, ст. инж. ГИПО). Началось внезапно в конце мая. В бессознательном состоянии она была доставлена из своей квартиры (она живёт одна, отдельно от нас в отдалённой от нас части города) каретой скорой помощи в больницу. Через 10 дней состояние улучшилось, и она стала заметно поправляться. Могла сидеть, ходить, и её выписали примерно через месяц из больницы. Она стала жить у нас. Диагноз – кровоизлияние в левое полушарие головного мозга. Но с конца июля началось резкое ухудшение, страшные головные боли, и с 7 августа её вновь положили в больницу (неврологическое отделение). Тщательное обследование привело к изменению диагноза – возможна опухоль. Но только в Москве есть приборы, позволяющие провести томографию. Нам удалось добиться её перевозки в Москву в Ин-т нейрохирургии им. Бурденко, где она сейчас лежит (с 16 августа) в очень тяжёлом состоянии. Сегодня понедельник, поэтому 2 дня лечащего врача не было и только м.б. сегодня (если сканер будет работать) проведут томографию, чтобы выявить характер опухоли. Возможно ли оперативное вмешательство тогда может быть тоже будет известно. Надежд сохранить жизнь очень мало. Такие печальные дела ...

Возможно, что Вы ещё в отпуске, но, наверное, скоро вернётесь. А тогда я прошу Вас выяснить, будут ли мне переведены деньги за те занятия, которые я провёл в Вашем университете в начале мая. Мне были весной переведены только командировочные (что-то около 20 руб.). Простите, что Вас беспокою этой просьбой.

Сердечный привет

Вашей милой семье

Ваш Б. Лаптев

* * *

Дорогой

Дмитрий Андреевич,

простите за небрежное письмо. Пишу в спешке, сейчас уезжаю в Москву, предполагая, что через 3 – 4 дня Инну будут выписывать из больницы. Ничего точного не удалось узнать. До лечащего врача никто не сумел дозвониться, а то, что говорили дежурные врачи – весьма противоречиво. Известно только, что тяжёлый послеоперационный период прошёл удовлетворительно, и Инна начала поправляться.

Спасибо за Вашу заботу. Два дня назад я получил из Горьковского ун-та 50 руб. (или 52?). Так что своё обещание бухгалтерия выполнила.

Сердечный привет Вашей замечательной семье

Ваш Б. Лаптев

6 сент. 1979 г.

P.S. Полотовский звонил, что приедет 10-го или 11-го, я надеюсь, что 11-го вернусь, но м. б. и задержка. Всё равно и без меня дело пройдёт.

Б. Л.

* * *

Дорогой

Дмитрий Андреевич!

Наше семейное несчастье (внезапная неизлечимая болезнь и смерть дочери) тяжело сказалось на здоровье Алевтины Петровны, а отчасти и на моём тоже. Поэтому я решился на существенные изменения в условиях моей работы и жизни. Учитывая, что 1 октября исполняется 50 лет моей работы в университете и мне уже 75 лет, я подал ректору заявление, чтобы меня освободили от должности директора НИИММ им. Н.Г. Чеботарёва и перевели профессором-консультантом на половинной ставке на кафедру геометрии (с 1 сент. ею заведует А.П. Широков).

Административная работа уже не для меня, мою энергию как бы подсекло. Мне теперь требуется более спокойный труд, и больше времени я должен уделять Алевтине Петровне.

Теперь предполагаю писать основательную монографию о Лобачевском, читать некоторые спецкурсы студентам, продолжать исследования.

Я рад, что Ваши диссертанты уже утверждены в учёных степенях, и желаю больших успехов Вам и Вашему коллективу.

Прошу передать самый сердечный привет Вашей супруге и всем членам Вашей семьи.

Ваш Б. Лаптев

9 сент.1980 г.

Переписка с В. В. Макеевым

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич,

я пишу Вам по совету Владимира Абрамовича Рохлина, который предложил мне заняться построением неособых плоских алгебраических кривых 7-го порядка. Имеется 122 логически возможных типа кривых, все содержат нечётную ветвь и не более 15-ти овалов. Все логически возможные типы кривых, содержащие не более 13-ти овалов, существуют (их 93). Из кривых, содержащих не менее 14-ти овалов, пока удалось построить только выделенные:

$$\frac{14}{1}\quad \mathbf{\frac{13}{1}1}\quad \mathbf{\frac{12}{1}2}\quad \frac{11}{1}3\quad \frac{10}{1}4\quad \frac{9}{1}5\quad \frac{8}{1}6\quad \frac{7}{1}7\quad \frac{6}{1}8\quad \mathbf{\frac{5}{1}9}\quad \frac{4}{1}10\quad \mathbf{\frac{3}{1}11}\quad \mathbf{\frac{2}{1}12}\quad \mathbf{\frac{1}{1}13}\quad \mathbf{15}$$

$$\frac{13}{1}\quad \mathbf{\frac{13}{1}1}\quad \mathbf{\frac{11}{1}2}\quad \frac{10}{1}3\quad \frac{9}{1}4\quad \frac{8}{1}5\quad \frac{7}{1}6\quad \frac{6}{1}7\quad \mathbf{\frac{5}{1}8}\quad \mathbf{\frac{4}{1}9}\quad \mathbf{\frac{3}{1}10}\quad \mathbf{\frac{2}{1}11}\quad \mathbf{\frac{1}{1}12}\quad \mathbf{14}$$

Не удалось доказать несуществование ни одной кривой. Также не удалось узнать, построены ли уже какие-нибудь кривые, кроме указанных, и где можно найти эти построения. Моя просьба к Вам состоит в следующем: не могли бы Вы сообщить мне то, что Вам известно по этим вопросам.

Студент 4-ого курса ЛГУ

Макеев В.В.

Мой адрес: г. Ленинград 194044
Лесной пр. ...

* * *

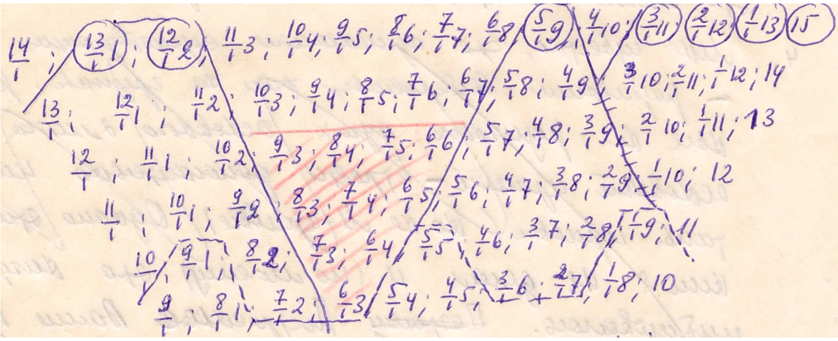
———————

Владимир Владимирович Макеев, в настоящее время – профессор кафедры геометрии и топологии Санкт-Петербургского государственного университета.

Дорогой тов. Мокеев[1]!

Надеюсь, что в следующий раз Вы сообщите своё имя и отчество.

Из таблицы всех возможных кривых 7-го порядка я выпишу те, которые имеют не менее 10 овалов.



1. Для каждого типа, лежащего ниже пунктирной ломаной, существует соответствующая кривая шестого порядка C_6 и не пересекающая её в действительных точках действительная прямая. Поэтому существует и кривая 7-го порядка C_7 рассматриваемого типа. Это можно считать известным из построения кривых C_6 (см. мой обзор в УМН – далее буду цитировать О. Например, О[120] – означает в Обзоре в списке литературы 120).

2. Существующими способами построения M-кривых строятся M-кривые C_7, обведённые кружками. Это тоже известно, см. О.

3. Из каждой M-кривой, незначительно изменяя способ построения, строятся те кривые, которые лежат в "параллелограмме" с вершиной в этой M-кривой, т. к. можно уменьшать как число внешних, так и внутренних овалов. Поэтому существуют все кривые таблицы, лежащие ниже сплошной ломаной. В частности, существует кривая типа $\mathrm{I}\frac{13}{1}$, которую Вы, вероятно, по ошибке, не указали в числе построенных. Это нигде не публиковалось, но я думаю, что это можно считать почти очевидным.

4. Построение Вами кривых, расположенных в заштрихованном красным треугольнике, представляет новый результат. Вероятно, интересно его опубликовать и привести всю таблицу. Интересно, применяли ли Вы что-либо кроме модификации способов построения M-кривых?

5. Мой ученик Г.М. Полотовский (Гриша) и я пытались строить новые M-кривые 7-го порядка, но пока что ничего не добились. В частности, мы изучили довольно подробно способы Брюзотти, см. О. [22, 27, 28, 31], но ничего нового для M-кривых 7-го порядка не нашли.

6. Несуществование ни одной из кривых C_7 таблицы нигде не публиковалось и мне такие доказательства не известны.

На этом черновик письма заканчивается.

[1]Так в письме; правильно – Макеев. – Г.П.

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Кривые $7^{\underline{ого}}$ порядка с указанными типами строятся с помощью способа Гильберта для построения **M**-кривых:

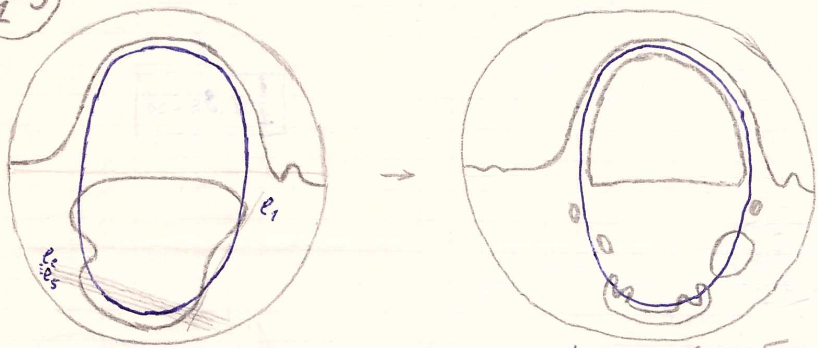
$\frac{9}{1}3 \quad \frac{8}{1}4 \quad \frac{7}{1}5 \quad \frac{6}{1}6$

$\frac{8}{1}3 \quad \frac{7}{1}4 \quad \frac{6}{1}5$

$\frac{7}{1}3 \quad \frac{6}{1}4$

$\frac{6}{1}3$

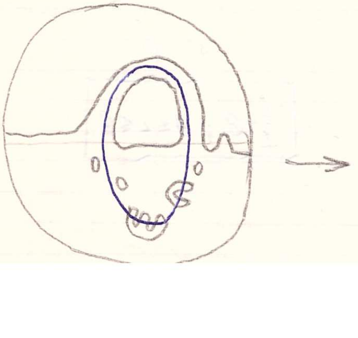
$\frac{9}{1}3$



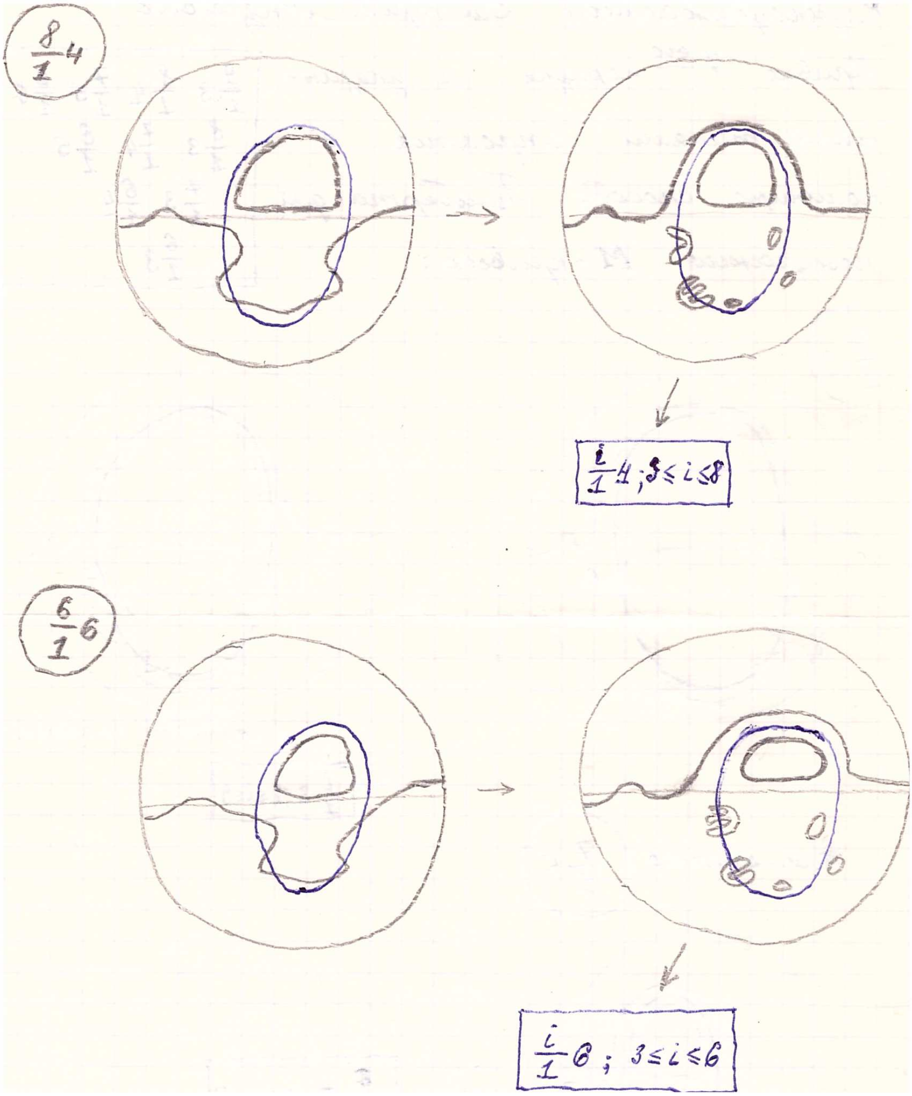
упростив особенности

$\boxed{\frac{i}{1}3;\ 2 \le i \le 9}$

Аналогично: $\frac{7}{1}5$



$\boxed{\frac{i}{1}5;\ 2 \le i \le 7}$



С уважением

Макеев Владимир Владимирович

Два письма В. В. Никулина

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

К сожалению, я недавно вернулся в Москву и получил Ваше письмо, поэтому так поздно отвечаю на него.

Очень благодарен Вам за предложение работать у Вас в университете. Каких-то определённых планов на будущее у меня нет, но и уезжать из Москвы я пока что не хочу. В настоящее время я пишу статью, посвящённую следующему вопросу: описать все гиперболические решётки (или решётки сигнатуры $(1, t_{(-)})$, группа автоморфизмов которых порождена отражениями относительно элементов с квадратом (-2) (если $\delta \in S$ и $\delta^2 = -2$, то δ определяет отражение $s_\delta : x \to x + (x \cdot \delta)\delta$, которое является автоморфизмом решётки S) с точностью до конечного индекса. Мне удалось описать все такие решётки ранга ≥ 6. Для ранга $= 5$ мне удалось описать все решётки, удовлетворяющие некоторому более слабому условию; Э.Б. Винбергу удалось выбрать среди них те, группа автоморфизмов которых порождена отражениями относительно элементов с квадратом (-2). Э.Б. Винбергу же удалось довести эти вычисления до ранга $= 4$ и, насколько мне известно, описать почти все случаи ранга $= 3$. Случаи ранга $= 1, 2$ очевидны. При этом в моих результатах используются результаты моей работы, которая находится у Вас. Описание таких решёток S имеет следующие приложения: оно даёт, во-первых, описание поверхностей типа К3 с конечной группой автоморфизмов, во-вторых, в тех случаях, когда решётки L^φ и $L_{\varphi,h}$ принадлежат классу таких решёток, удаётся описать модули вещественных К3 с этим типом поляризованной инволюции. Статья получается большая и отнимает у меня всё время, исключая работу.

Странно, что Ваше письмо ко мне, адресованное до востребования на университет, не дошло. Повторяю адрес: 117234, Москва, В - 234, до востребования, Никулину В.В.

———————————

Вячеслав Валентинович Никулин – ведущий научный сотрудник МИ им. В.И. Стеклова РАН, профессор Ливерпульского университета.

Те страницы текста, которые я Вам дослал, принадлежат соответствующему пункту моей работы.

С глубоким уважением, Ваш Слава.
28.8.78 г. Никулин

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

К сожалению, я ошибся в своём сравнении, и оно выглядит слабее, чем я его формулировал. Для M-поверхностей (и $(M-1)$-поверхностей) вместо сравнения $\chi \equiv 0(\bmod 2^{2k+1})$ получается лишь сравнение $\chi \equiv 0(\bmod 2^{k+3})$, если $\chi_i \equiv 0(\bmod 2^k)(\forall i)$. Дело в том, что в случае $\chi_i \equiv 0(\bmod 2^k)(\forall i)$ не обязательно именно $\sum [A_i]$ делится на 2^k, а верно лишь, что

$$\sum [l_i][A_i] \text{ делится на } \quad 2^k,$$

где l_i – некоторые нечётные целые числа.

Отмечу, что набор

$$(\ldots, l_i(\bmod 2^k), \ldots)$$

с точностью до умножения его на $l(\bmod 2^k)$, где l – нечётно, является инвариантом жёсткой изотопии. Не могли бы Вы сообщить об этом Полотовскому и Шустину.

24.1.82 г. Ваш Слава
Никулин

Переписка с С. П. Новиковым

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Не могли бы Вы сообщить мне, в каком источнике можно найти полную классификацию полиномов 3-й степени $z = P_3(x, y)$ относительно аффинных замен переменных в (x, y)-плоскости? (Не спрашивай, зачем мне это нужно.) Буду Вам очень благодарен.

С уважением
С. Новиков
24.X.73

* * *

Дорогой Сергей Петрович!

Извините, что ответил не сразу. Поздравляю Вас с праздником. Мне кажется, что впервые интересующая Вас классификация была проведена И. Ньютоном, как первая часть задачи о классификации кривых 3-го порядка.

Обширная библиография содержится в книге:

Смогоржевский А.С. и Столова Е.С.

Справочник по теории плоских кривых третьего порядка, Физматгиз, Москва 1961

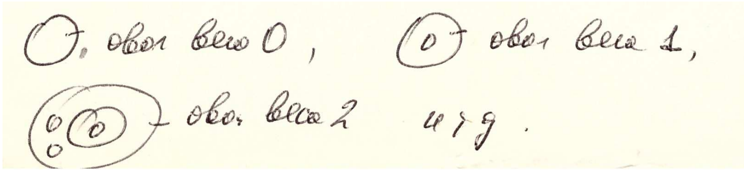
(там есть и работа Ньютона).

Вам должно быть интересно будет узнать, что обзор, который был задуман в разговоре с Вами и Соломоном[1], я наконец написал (в значительно расширенном виде, включены многообразия всех размерностей). Этот обзор

[1] Соломон Иосифович Альбер (1931–1993) – доктор физ.-мат. наук, в 1956–1969 гг. работал в Горьком, затем в Черноголовке.

Сергей Петрович Новиков – академик АН СССР и РАН, один из крупнейших математиков современности.

я послал в Успехи. Формулируются новые гипотезы. Например: пусть f – неособая кривая порядка m. Овал α кривой f имеет вес s, если внутри него есть гнездо веса s и нет гнезда веса $(s+1)$.



Число овалов веса s у кривой f обозначим через P_s.

Гипотеза. Если у кривой f существует пустой овал, удаление которого не изменяет число $\Sigma_s sP_s$, то

$$\text{при} \quad m \ \text{чётном} \ \ \Sigma_s sP_s \leqslant \frac{(m-2)(m-4)}{8},$$
$$m \ \text{нечётном} \ \ \leqslant \frac{(m-3)(m-5)}{8}.$$

С наилучшими пожеланиями Ваш Д. Гудков

P.S. Передайте привет Соломону.

(Черновик не датирован.)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

У меня есть к Вам большая просьба. Не могли бы Вы помочь, если это позволяют обстоятельства, провести в Горьком защиту кандидатской диссертации одного способного молодого человека – Розенфельда[2]. Тематика диссертации лежит между геометрией, слоениями и теорией алгебр Ли. Этот молодой человек кончал аспирантуру (формально) в институте Хим. Физики в Черноголовке у Вольперта, а по существу работал вместе с Гельфандом и Фуксом. Сейчас он работает в лаборатории Вольперта в Хим. Физике. Дело в том, что мех/мат МГУ принимает сейчас, ввиду перегруженности, лишь "свои" кандидатские диссертации, да и обстоятельства на мех/мат'е не самые блестящие. Гельфанд не мог устроить ему защиту на мех/мат'е и просил меня помочь сделать это в другом месте, так как я хорошо представляю себе его работы. Если Вы можете мне в этом деле помочь, то напишите, пожалуйста, об этом. Сам я работаю (в Черноголовке) в соседнем институте теор. физики и мог бы написать Розенфельду внешний отзыв (или быть оппонентом).

P.S. Кстати, не смотрели ли Вы те алгебраические кривые, которые я Вам показывал?

С уважением

С. Новиков

[2]Розенфельд Борис Иосифович. Когомологии бесконечномерных алгебр Ли: Автореферат дис. на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук. (01.01.04) / Горьк. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. – Черноголовка. 1974. – 19 с. – Г.П.

16.IV.74

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посоветовавшись с И.М. Гельфандом, мы решили, что без предварительного выяснения ситуации в Совете, не стоит лезть в это дело. Поэтому было бы очень хорошо, если бы Вы могли это выяснить.

Это – диссертация по "геометрии и топологии". Когда я просил Вас помочь её провести, то я имел в виду, что Вы сможете быть оппонентом (без этого, конечно, вопрос не стоит и обсуждать). Мне кажется, если Вы в принципе согласитесь, то уяснение результатов не составит особого труда для Вас. Сам я готов быть оппонентом или внешним рецензентом. Диссертация заведомо доброкачественная. Буду Вам очень благодарен, если Вы выясните это в Совете и напишите мне.

P.S. Явное описание замкнутых овалов полиномов E, I, о которых я вам писал, было бы очень важно. Кстати, эта задача хоть и возникла из приложений, имеет весьма существенный интерес для алгебраической геометрии. В чём дело, долго писать в письме, но при встрече я Вам с большим удовольствием это расскажу. (<u>В полиноме $P(\lambda) = \lambda^5 + a\lambda^3 + \dots$ надо 2-й коэффициент a умножить на 16; я ошибся, когда Вам давал</u>) $a = 2c$, а не $\frac{c}{18}$.

Ваш С. Новиков

24.V.74

* * *

Глубокоуважаемый Сергей Петрович!

Посылаю Вам статью, которая продолжает работу В.А. Рохлина по M-многообразиям. Вероятно, у Вас есть эта работа? Нам с Александром Дмитриевичем Крахновым удалось получить сравнение по mod 16 для эйлеровой характеристики $(M-1)$-многообразий. Кое-что я ожидал давно, например, что для $(M-1)$-кривых в $\mathbb{R}P^2$ выполняется сравнение

$$P - N \equiv (\frac{m}{2})^2 \pm 1 \mod 8.$$

Кое-что было неожиданным: например, что для высших размерностей могут быть такие $\mathbb{R}P^q$, число полиномов s и их степеней $m_1, \dots, m_s$, для которых <u>не существует M-многообразий</u>. Взамен могут существовать "три" $(M-1)$-многообразия

$$\chi(A) \equiv \sigma(A) + \{0, \pm 4\} \mod 16.$$

Оказалось, что решающую роль играет следующая лемма:

"Целочисленная симметрическая чётная квадратичная форма с определителем ± 2 и одной чётной строкой имеет сигнатуру $\equiv \pm 1$ mod 8".

С наилучшими пожеланиями, Ваш Д. Гудков

(Черновик не датирован.)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я являюсь официальным оппонентом у Натанзона С.М. по канд. дисс., но не смогу физически прибыть – защита назначена на 22.IX в Новосибирске, когда я буду в Дании. Мой отзыв уже в Совете. Диссертация хорошая; нужен "<u>лишний</u>" оппонент (которого Совет, конечно, оплатит – это согласовано). Не согласитесь ли Вы? Это близко к Вам по теме. (Арнольд на это время уезжает.)

С уважением

С. Новиков

21.VII.82

Письмо А. П. Нордену

Глубокоуважаемый Александр Петрович!

Я всегда с удовольствием вспоминаю свою защиту у Вас в Казани в 1970 г. Та благожелательность, которая была мне оказана, превратила тяжёлую процедуру в довольно сносную и даже имевшую приятные стороны.

Очень сожалею, что нет у Вас Владимира Владимировича Морозова, которому я очень обязан и часто его вспоминаю.

Посылаю Вам экземпляр "Учёных записок ГГУ №87". Отмечу, что эта книжка переведена в серии переводов Американского математического общества в 1978 г.

В последнее время возродился интерес к исследованиям по 16-й проблеме Д. Гильберта, особенно в СССР и США.

Г.М. Полотовский решил задачу, которая сформулирована мной на с.153 в пункте 2 этих записок. Эту задачу считал интересной Иван Георгиевич Петровский, которому мы (авторы) целиком обязаны тем, что "Учёные записки №87" были напечатаны.

Г.М. Полотовский работал совершенно самостоятельно и настойчиво в течение нескольких лет и полностью решил указанную задачу. Вскоре результаты его работы были использованы и продолжают использоваться в разных направлениях (в ЛГУ, в университете Сыктывкара, у нас в Горьком и в ГДР). Владимир Игоревич Арнольд высоко оценил работу и согласился быть оппонентом. Был также у нас разговор с Олегом Яновичем Виро (он в последнее время получил важные результаты по 16-й проблеме Гильберта). О.Я. Виро согласился быть оппонентом. Однако я должен предупредить, что он до последнего времени работал в должности ассистента, хотя уже несколько лет кандидат наук, читает основные и специальные курсы на кафедре геометрии ЛГУ и очень сильный математик (в частности, получил премию Московского математического общества за работы по узлам).

Александр Петрович Норден (1904 – 1993) – профессор Казанского университета, в котором в течение 35 лет заведовал кафедрой геометрии.

Я был бы весьма польщён, если бы согласился оппонировать Александр Петрович Широков (а если он не может, то кто-либо из казанских геометров).

Как там работает Галина Фёдоровна[1]

Вам шлют приветы все горьковские геометры: Наталья Михайловна[2], Инна Афанасьевна[3] и другие.

Желаю вам доброго здоровья и всего наилучшего

Ваш Д. Гудков

2 апреля 1979 г.

[1] Г.Ф. Небукина; под руководством Д.А. Гудкова она написала кандидатскую диссертацию "Формы кривых четвёртого порядка", защищённую в 1994 г. – Г.П.

[2] Н.М. Писарева (1926–1985), доцент кафедры геометрии и высшей алгебры. – Г.П.

[3] И.А. Ундалова, в то время доцент кафедры геометрии и высшей алгебры. – Г.П.

Переписка с О. А. Олейник

Глубокоуважаемая Ольга Арсеньевна!

Насколько я понимаю, 16-я проблема Д. Гильберта ставит вопрос о топологии расположения неособых алгебраических кривых в действительной проективной плоскости, неособых алгебраических поверхностей в действительном проективном пространстве и т. д. Конечно, при исследовании этих вопросов возникает необходимость изучать кривые и поверхности с особыми точками. Какие из свойств кривых и поверхностей могут иметь значение для решения вопросов, относящихся к 16-й проблеме Гильберта, иногда сказать очень трудно. Поэтому дальше я говорю о результатах, относящихся только к неособым алгебраическим кривым и поверхностям.

1)По кривым m-го порядка на плоскости мне известны лишь следующие работы:

[1] Harnack, "Über die Vieltheiligkeit der ebenen algebraischen Curven", Math. Ann. 10, 189–199 (1876).

[2] Hilbert D., "Ueber die reellen Züge algebraischer Curven", Math. Ann. 38, 115–138 (1891).

[3] Hilbert D., "Mathematische Probleme", Archiv f. Math. und Phys. 3. Reihe, Bd.1, 44–63 (1901).

[4] Ragsdale V., "On the Arrangement of the Real Branches of Plane Algebraic Curves", American Journal of Mathematics. Vol. 28, 377–404 (1906).

[5] Coolidge, "A treatise on algebraic plane curves", Oxford (1931).

[6] Wiman A., "Über die reellen Züge der ebenen algebraischen Kurven", Mathematische Annflen, Bd. 90 (1923).

[7] Petrovsky I., "Sur la topologie des courbes riéelles et algébriques", Comptes Rendus Acad. Sci. 197, 1270–1272 (1933).

———————————

Ольга Арсеньевна Олейник (1925 – 2001) – академик РАН (1991), зав. кафедрой дифференциальных уравнений мехмата МГУ.

[8] Petrovsky I., "On the topology of real plane algebraic curves", Annals of Mathematics. Vol. 39, №1, 187–209 (1938).

Работа [4] посвящена экспериментальным поискам законов расположения овалов кривых, которые строятся методами Гарнака [1] и Гильберта [2].

Работа [4] не содержит строгих доказательств и в некотором смысле является предшественницей для работ И.Г. Петровского [7] и [8].

Работа [5] является трактатом по алгебраическим кривым. Содержит (в частности) обобщение построений Гарнака и Гильберта для кривых с максимальным числом ветвей. Именно, у Гарнака основную роль играет некоторая прямая, у Гильберта – неособая кривая 2-го порядка, у Кулиджа – некоторая неособая кривая k-го порядка (впервые это подмечено Виманом [6]).

2) По кривым и поверхностям в пространстве.

Кроме работ И.Г. Петровского и Ваших мне ничего не известно.

3) По плоским кривым 6-го порядка и поверхностям 4-го укажу след. литературу.

[9] Rohn K., "Die Flächen vierter Ordnung hinsichtlich ihrer Knotenpunkte und ihrer Gestaltung", Preisschrift der Fürstl. Jablonowskischen Geselschaft, Leipzig, стр. 1–58 (1886).

[10] Wright I. E., "The ovals of the plane sextic curves", American Journal of Math., 29, 305–307 (1907).

[11] Kahn Grete, "Eine allgemeine Methode zur Untersuchung der Gestalten algebraischer Kurven", Inaugural Dissertation, Göttingen, 43 s. (1909).

[12] Löbenstein Klara, "Ueber den Satz, dass ebene, algebraische Kurve 6 Ordnung mit 11 sich einander ausschliessenden Ovalen nicht existiert", Inaugural Dissertation, Göttingen, 37 s. (1910).

[13] Rohn K., "Die ebene Kurve 6 Ordnung mit elf Ovalen", Berichte über die Verhandlungen, Leipzig, Bd. 63, 540–555 (1911).

[14] Rohn K., "Die Maximalzahl von Ovalen bei einer Fläche 4 Ordnung", Berichte über die Verhandlungen, Leipzig, Bd. 63, 423–440 (1911).

[15] Rohn K., "Die Maximalzahl und Anordnung der Ovale bei der ebenen Kurve 6 Ordnung und bei der Fläche 4 Ordnung", Math. Annalen, 73, 177–229 (1913).

[16] Hilbert D., "Über die Gestalt einer Fläche vierter Ordnung", Nachrichten der Geselschaft der Wissenschaften zu Göttingen, s. 308–313 (1909).

[17] Donald Mc., "The ovals of the plane sextic curve", American Journal of Math., 49, 523–526 (1927).

[18] Hilton H., "On the circuits of a plane sextic curve", Rend. Circ. Matem. Di Palermo, 60, 280–285 (1936).

[19] Гудков Д.А., "Полная топологическая классификация неособых действительных алгебраических кривых 6-го порядка в действительной проективной плоскости", ДАН СССР, том 98б №4, 521–524 (1954).

[20] Гудков Д.А., "О топологии плоских вещественных кривых 6-го порядка", Труды третьего Всесоюзного математического съезда. Т. 1, с. 149. Москва (1956).

[21] Гудков Д.А., "О топологии грубых кривых 6-го порядка" (200 страниц машинописи, рукопись).

[22] Уткин Г.А. "О топологической классификации неособых действительных поверхностей четвёртого порядка" (заметка, представленная И.Г. Петровским в ДАН СССР в сентябре 1965 г.).

А) Обзор результатов по кривым 6-го порядка.

Из работы Гарнака [1] следует, что кривая 6-го порядка может иметь не более 11 овалов. Гарнак построил кривую C_6, имеющую внутри овала α (главного) 1 овал и 9 овалов вне овала α, т. е. кривую типа $\frac{1}{1}9$.

Д. Гильберт в работе [2] построил кривую C_6 типа $\frac{9}{1}1$ и высказал предположение (гипотеза Гильберта), что кривая C_6 типа 11 не существует (т. е. одиннадцать овалов вне друг друга).

В своей 16-й проблеме (см. [3]) Д. Гильберт говорит, в частности, "что касается кривой 6-го порядка, то я убедился в том (правда, весьма сложным путём), что 11 ветвей, которые она может иметь по Гарнаку, не могут все лежать вне друг друга, но что должна существовать ветвь, внутри которой лежит одна ветвь, а вне неё девять ветвей, или наоборот".

Райт в 1907 г. [10] пытался доказать гипотезу Гильберта, но безуспешно.

Затем в 1909 г. под руководством Д. Гильберта были написаны две кандидатские диссертации [11] и [12]. Первая из них разрабатывает аппарат в соответствии с идеей Д. Гильберта, состоящей в том, что, предположив существование кривой C_6 типа 11 и меняя непрерывно коэффициенты этой кривой, можно доказать существование некоторой уникурсальной кривой C_6, а затем попытаться доказать, что такой уникурсальной кривой существовать не может. Во второй диссертации делается попытка доказать гипотезу Гильберта. Однако сам автор признаёт неудачность этой попытки.

К. Роон в работе [13] пытался доказать гипотезу Гильберта на том же пути, как в работах [11] и [12]. В работе [15] Роон признаёт работу [13] ошибочной и пытается доказать несуществование кривых C_6 типов 11 и $\frac{10}{1}$. Доказательства, однако, нельзя признать правильными. Ошибок очень много, укажу две типичные: 1). В работе перечисляются не все логически возможные переходы к сложным особенностям, например, случай объединения двух подвижных особых точек в одной неподвижной с образованием высшего самоприкосновения. Возможность устранения кривых с тройной точкой с совпадающими касательными считается очевидной на том основании, что неподвижные точки имеют некоторую степень произвола. 2). Роон доказывает одну теорему для случая, когда подвижные особые точки действительны, и применяет её по аналогии к случаю, когда эти особые точки мнимые.

Дональд [17] пытается доказать гипотезу Гильберта, видимо, не зная предыдущих работ. Доказательства совершенно нет. Работа [18] посвящена критике работы [17].

Строгое доказательство гипотезы Гильберта следует из теоремы И.Г. Петровского (см. [8]). По-моему, это первое строгое доказательство. Теорема Петровского ничего не говорит о других логически возможных типах кривых C_6, собранных в таблице 1. В работе [19] я дал полную классификацию неособых кривых 6-го порядка (см. таблицу №1) – ниже ломаной существуют, а выше – нет. В этой работе нет доказательств, которые очень сложны. Простых доказательств мне найти не удалось. В работе [19] есть неверное утверждение. Именно, утверждалось, что кривая C_6 типа $\frac{5}{1}3$ не существует. Эта ошибка устранена в работе [21], где даны полные доказательства всех утверждений. Эта работа, как Вам известно, не принята к печати в Матсборнике. В разговоре с B. Segre (на конгрессе) последний предложил мне напечатать работу в Италии, причём сказал, что он сам даст рецензию для журнала. Я не знаю, насколько это осуществимо.

Замечу, что все утверждения Роона, относящиеся к неособой кривой 6-го порядка, оказались правильными (т. е. несуществование кривых типов 11 и $\frac{10}{1}$). Однако работы [11], [12], [13], [15] сильно развили аппарат и были мною использованы.

В) Обзор результатов по поверхностям 4-го порядка.

К. Роон в работе [9] установил связь поверхности 4-го порядка F_4, имеющей простую двойную точку, с некоторой кривой шестого порядка (C_6). На основе этой связи Роон доказал, что поверхность F_4 не может иметь более 12 компонент. В работе [14] и второй части работы [15] К. Роон пытался доказать, что поверхность F_4 не может состоять из 12 и 11 овалов. Однако строгого доказательства у него нет. В работе [14] Роон построил поверхность F_4, состоящую из 10 овалов.

Д. Гильберт в работе [16] построил поверхность F_4, состоящую из одной компоненты типа однополостного гиперболоида с девятью ручками (R^1_{10}) и одного овала (R^0_0) – т. е. поверхность $R^1_{10} + R^0_0$ (см. таблицу №3, указанный тип обведён кружком).

Из теоремы, доказанной Вами и И.Г. Петровским в 1944 г., следует, что если поверхность F_4 состоит лишь из овалов, то число их не превосходит 10. Следовательно, окончательные утверждения Роона о несуществовании поверхности F_4, состоящей из 12 и 11 овалов – справедливы.

Г.А. Уткин в работе [22] устанавливает следующие факты:

1) Неособая поверхность F_4 в проективном пространстве R^3 может располагаться лишь одним из 141 известных способов, сведённых в таблицы 2 и 3. Обозначения в таблицах №2 и №3 следующие:

(*Далее более половины страницы черновика письма занято объяснением обозначений в таблицах, но самих таблиц в черновике нет. Приводить эти таблицы здесь нет необходимости, так как они содержаться в цитируемых в тексте статьях Д.А. Гудкова и Г.А Уткина, поэтому эта часть черновика в данной расшифровке опущена, что не влияет на понятность дальнейшего текста* – Г.П.)

2) Построены 88 типов поверхностей F_4 в R^3 – на таблицах 2 и 3 – ниже ломаной линии. Отмечу наиболее интересные (построение которых тоже не тривиально):

$$R^1_6 + 4R^0_0; R^1_1 + 9R^0_0; R^0_8 + R^0_0 \text{и т. п.}$$

3) Доказано, что поверхности, содержащиеся в таблицах №2 и №3 между жирной линией и пунктирной, существуют по крайней мере для одной из таблиц.

Замечу, что поверхность $R^1_{10} + R^0_0$, построенная Д. Гильбертом, имеет жанр 10 и ранг 12. Поверхность $R^1_1 + 9R^0_0$ (построенная Г.А, Уткиным) состоит из 10 компонент. Поверхность $10R^0_0$, построенная Рооном, имеет 10 компонент. Эти числа являются максимальными для всех построенных поверхностей. Остаётся нерешённым вопрос о существовании остальных 53-х неособых поверхностей F_4, среди которых имеется 4 поверхности, имеющие 11 компонент, и две поверхности, имеющие ранг более 12.

Извините, пожалуйста, что я не перепечатал письмо на машинке – это вызвало бы ещё задержку.

Этот черновик не датирован. Из его текста видно, что он написан не раньше конца 1965 года, а из приводимого далее ответного письма О.А. Олейник ясно, что здесь Д.А, Гудков отвечает на просьбу О.А. Олейник о материалах для её статьи "К шестнадцатой проблеме Гильберта" в книге "Проблемы Гильберта" – М: Наука. 1969. – Г.П.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Прежде всего благодарю Вас за те материалы, которые Вы мне прислали. Я их очень существенно использовала. Посылаю Вам экземпляр статьи, которую меня просили написать для сборника[1]. Я буду Вам очень признательна, если Вы прочтёте её и сделаете замечания. Прежде всего, я прошу Вас проверить, правильно ли формулируются Ваши результаты и Уткина. В каком № ДАН выходит Уткин? В достаточно ли корректной форме сказано о том, что типов кривых 54 в отличие от того, что утверждается в статье в ДАН. По-видимому, об этой ошибке необходимо заметить, иначе будут недоразумения. Собираетесь ли Вы печатать подробные доказательства? И.Г. Петровский говорил мне, что он предлагает Вам печатать это в виде книги. Я также прошу Вас сверить, если это возможно, правильность написания статей, особенно немецких, в цитированной литературе. Пришлите мне обратно статью со всеми Вашими замечаниями по возможности в короткий срок.

С приветом и наилучшими пожеланиями
О. Олейник

(Письмо не датировано.)

* * *

Глубокоуважаемая Ольга Арсеньевна!

Позволю себе сделать по Вашей статье следующие замечания:

1. Возможно, нужно где-то указать, что проблема топологии неособых действительных алгебраических кривых и поверхностей является лишь частью 16-й проблемы Д. Гильберта и есть ещё часть, относящаяся к предельным циклам.

2. На стр. 3 сказано: "для M-кривой система $F = 0, F_x = 0, F_y = 0$ не имеет действительных конечных или бесконечных решений". Замечу, что нет также и комплексных (т. к. жанр $p = \frac{(n-1)(n-2)}{2}$).

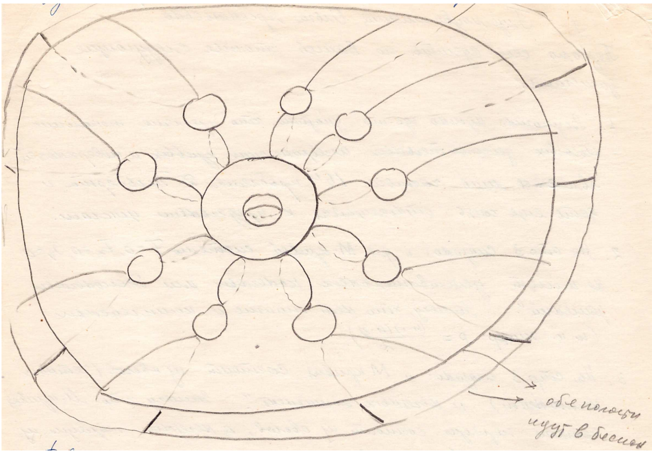
[1]Здесь имеется в виду статья О.А. Олейник "К шестнадцатой проблеме Гильберта" в книге "Проблемы Гильберта" – М: Наука. 1969. – Г.П.

3. На стр. 3 сказано: "M-кривая состоит из овалов (чётных компонент) и нечётных компонент". Замечу, что M-кривая чётного порядка состоит из овалов, а нечётного порядка из овалов и одной нечётной компоненты.

4. Да, работа Роона [16] содержит ошибки, и это указано впервые мною в работе [19].

5. Д. Гильберт в формулировке 16-й проблемы говорит, что для M-кривой 6-го порядка "должна существовать ветвь, внутри которой лежит одна ветвь, а вне её девять ветвей, или наоборот", т. е. он утверждал невозможность других расположений овалов M-кривой 6-го порядка.

6. На стр. 9 неверно указано, что в работе [3] Д. Гильберт строит поверхность 4-го порядка, состоящую из 10 овалов. В действительности Д. Гильберт строит поверхность ранга 12 (рангом поверхности называется сумма числа кусков и жанра), состоящую из куска типа однополостного гиперболоида с 9-ю ручками и одного овала. Вот схематично эта поверхность:



Поверхность F_4 из 10 овалов построил К. Роон в работе [16]. То же замечание относится к странице 18.

7. Замеченные опечатки я отметил на полях вопросом и подчеркнул карандашом (3 русских и 2 немецких).

8. Заметка Г.А. Уткина выходит в т. 171 ДАН (страниц я ещё не знаю). О моей ошибке сказано совершенно верно. В изложении результатов Г.А. Уткина и моих ошибок я не заметил.

В ближайшее время должен выйти отдельный выпуск записок Горьковского госуниверситета (серия математическая) с циклом статей Г.А. Уткина и моих по кривым 6-го порядка и поверхностям 4-го порядка[2], где будут даны все доказательства. Если это возможно, то хорошо было бы на это указать.

С большим приветом

Д. Гудков 6 июня 1967 г.

* * *

[2]Учёные записки Горьковского университета. Вып. 87, 1969 – Г.П.

26. X. 1969

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Вчера я в течение двух часов пыталась убедить В.И. Арнольда, что ему следует согласиться быть оппонентом, но он сказал, что он не в состоянии проверить 30 случаев, которые есть в доказательстве существования одной из кривых 6-го порядка.

Д.В. Аносов тоже отказался. Сергей Петрович Новиков, с которым я вела длительный разговор, согласился на следующее. Он согласен быть оппонентом при условии, если один из результатов принципиальной важности в диссертации может быть доказан не более чем на 30 страницах. Он согласен Вас послушать (изложение этого результата). Приехать Вы можете в любое удобное для Вас время. Он будет в Москве. Я думаю, что нужно будет также просить посмотреть работу Мойшезона или Манина. Это можно сделать через Арнольда, когда Вы приедете. Может быть, Мойшезон согласится быть оппонентом.

Таковы итоги моей деятельности после Вашего звонка. Я думаю, что Вам стоит приехать и договориться обо всём на месте.

Привет Евгении Александровне.

С наилучшими пожеланиями
О. Олейник

* * *

9. X (1970 - *Г.П.*)

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Я просмотрела рукопись Вашей статьи о кривых[3]. Она мне понравилась, хотя изложение несколько не пропорционально. Кроме того, в ней не изложены результаты Арнольда, что, мне кажется, совершенно необходимо. Оценку Петровского нужно было бы также привести и в другой формулировке, через эйлерову характеристику множеств уровня, как это сделано в нашей статье с И.Г. Петровским. Это полезно. Благодаря этому удалось получить результаты для поверхностей. Гильберт занимался кривыми в пространстве и у него есть теорема о числе кривых, аналогичная теореме Харнака. Я думаю, что уже это показывает, что вопрос представляет интерес. Мною получена теорема, аналогичная теореме Петровского, для случая пространственных кривых. Там тоже есть много открытых проблем. Я думаю, что следовало бы один параграф посвятить кривым в пространстве. Было бы хорошо подробно описать положение дел с поверхностями, и уж во всяком случае указать на обзор в "Проблемах Гильберта", где обо всём коротко упомянуто. Некоторые мелкие замечания я указала на полях. Имейте в виду, что УМН принимает обзорные статьи до 100 стр. Так как статьи по топологии

[3] Здесь речь идёт об одном из первых вариантов текста обзора Д. А. Гудкова, опубликованного в Успехах математических наук в 1974 г. – Г.П.

алгебраических многообразий никогда в УМН не было, то хотелось бы, чтобы она была полнее.

Мне также кажется, что хорошо бы во введении указать историю вопроса, так как такое формальное, как у Вас, введение менее привлекательно и не располагает читателя (а он предполагается массовый) к дальнейшему чтению. Вы, вероятно, заметили, что теперь в УМН полагается писать краткое резюме в начале.

Напишите, когда можете прислать окончательный вариант статьи.

Ждём.

С наилучшими пожеланиями
О. Олейник

* * *

Глубокоуважаемая Ольга Арсеньевна!

Большое Вам спасибо за письмо и высказанные замечания и пожелания по моей работе. Буду отвечать по порядку.

1. Результаты В.И. Арнольда, конечно, я внесу в статью (которая писалась до этих результатов).

2. Сложнее обстоит дело с пространственными кривыми и поверхностями.

Я считаю эти вопросы ничуть не менее важными, чем вопросы о плоских алгебраических кривых. Вообще, мне представляется по меньшей мере странным пренебрежение каким-либо разделом математики. Я ограничился случаем плоских кривых только потому, что в этой области я могу оценить, какие работы существенны, какие второстепенны и какие ошибочны. В этой области я работаю и могу надеяться, что напишу интересно. По топологии действительных пространственных кривых и поверхностей в моей картотеке имеется несколько десятков работ, большую часть из этих работ я не читал. Кроме того, я не знаю, насколько полна моя картотека. Поэтому я не могу написать хорошего обзора по топологии действительных пространственных кривых и поверхностей.

3. Можно остановиться на следующем варианте:

Назвать статью "О топологии плоских действительных алгебраических кривых и некоторые теоремы о топологии пространственных кривых и поверхностей".

При этом указать, что кроме плоских кривых рассматриваются лишь те работы по пространственным кривым и поверхностям, которые непосредственно связаны с рассматриваемыми работами по плоским кривым. Указать на существенную неполноту обзора по этим вопросам и желательность появления в печати полных обзоров. Конкретно можно включить:

А). По пространственным кривым: 2-ю часть работы Д. Гильберта от 1891 г. и Вашу работу.

В). По поверхностям: 1) Работы К. Роона, Д. Гильберта и Г.А. Уткина по поверхностям 4-го порядка.

2) Работы И.Г. Петровского и Ваши.

4. Относительно сроков. Если ограничиться включением статьи В.И. Арнольда, то постараюсь прислать статью через месяц. Если писать вариант п.3, то к январю-февралю.

5. Использование изменения топологии кривой при изменении её коэффициентов имеется уже у Гарнака, а также у Гильберта, Роона, Кан, Лёбенштейн, Брюзотти и др. Если различать "малые изменения" от "больших непрерывных изменений", то последние использовались в работах Кан, Лёбенштейн (под руководством Гильберта) и Роона. На "метод непрерывного изменения коэффициентов" указывает Гильберт в формулировке 16-й проблемы.

Я упоминаю об А.А. Андронове потому, что идея использования различения кривых по степеням негрубости была высказана им устно и до него не применялась. Если не упомянуть, то получится, что идея принадлежит мне, что неверно.

По-видимому, новое (и замечательное) в работах И.Г. Петровского состоит в обнаружении связи между вопросом о топологическом расположении овалов алгебраической кривой и теоремами Морса, с существенным использованием формулы Эйлера-Якоби.

6. Историю вопроса во введении и резюме в начале я постараюсь написать.

Напишите, пожалуйста, Ваше мнение по поводу вариантов и сроков.

С наилучшими пожеланиями
Д. Гудков

(Черновик не датирован.)

* * *

29. X. 71

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Сегодня обсуждала вопросы Вашей статьи с В.И. Арнольдом. Он также придерживается того мнения, что статья должна включать все алгебраические многообразия и быть как можно полнее, т. е. он за то, чтобы включить в статью всё, что известно о поверхностях и пространственных кривых. Сегодня он мне сообщил, что В.А. Рохлин решил задачу с модулем 8 полностью, т. е. Ваша гипотеза подтвердилась. Статью, я думаю, можно назвать покороче, например, "Действительные алгебраические многообразия", но в предисловии указать, что плоские кривые изложены более детально, так как они являются предметом исследованием самого автора.

Если пришлёте статью к январю, то будет хорошо, мы её быстро напечатаем.

С наилучшими пожеланиями
О. Олейник

* * *

18 июля 1972 г.

Глубокоуважаемая Ольга Арсеньевна!

В связи с написанием обзора я тут задумался о поверхностях третьего порядка A_3. Довольно просто удалось показать, что неособых A_3 существует 5 топологических типов. Поискав в литературе, я нашёл книгу B. Segre "The non-singular cubic surfaces" от 1942 г., Oxford, в которой эта классификация (очень сложным способом) есть. Если обозначить сумму чисел Betti по mod $\mathbb{Z}_2$ для поверхности A_m через $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$, то наибольшие значения этой суммы для $m = 1, 2, 3, 4$ – такие:

$$\begin{cases} \sigma(A_1, \mathbb{Z}_2) = 3 \\ \sigma(A_2, \mathbb{Z}_2) = 4 \\ \sigma(A_3, \mathbb{Z}_2) = 9 \\ \sigma(A_4, \mathbb{Z}_2) = 24 \quad \text{(гипотеза)} \end{cases} \tag{1}$$

Из Вашей работы следует, что

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant \begin{cases} m^3 - 3m^2 + 3m + 4 & \text{(при } m \text{ нечётном)} \\ m^3 - 2m^2 + 2m + 7 & \text{(при } m \text{ чётном)} \end{cases} \tag{2}$$

Если предположить, что существует точная для всех m оценка $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$ некоторым многочленом от m, то из (2) следует, что эта оценка имеет вид

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant \alpha m^3 + \beta m^2 + \gamma m + \delta \tag{3}$$

Из (1) получим

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma + \delta = 3 \\ 8\alpha + 4\beta + 2\gamma + \delta = 4 \\ 27\alpha + 9\beta + 3\gamma + \delta = 9 \\ 64\alpha + 16\beta + 4\gamma + \delta = 24 \end{cases} \implies \alpha = 1, \beta = -4, \gamma = 6, \delta = 0$$

Итак, если исследуемая оценка существует, то она имеет вид

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant m^3 - 4m^2 + 6m \tag{4}$$

Возможно, это и есть обобщение теоремы Гарнака для поверхностей.

Г.А. Уткин построил ещё одну поверхность четвёртого порядка с $\sigma(A_4, \mathbb{Z}_2) = 24$ ($R_6^1 + 5R_0^0$ – поверхность сост. из куска типа однопол. гиперб. с 5-ю ручками и 5 овалоидов). По моему совету он оформил статью "Построение некоторых новых поверхностей 4-го порядка", в которой, кроме того, строит наиболее интересные поверхности, имеющиеся в его диссертации. Эту статью (10 страниц) он послал в Матсборник.

Один молодой горьковский математик – <u>Г. Полотовский</u> – занялся вопросом о нахождении алгоритма определения топологического типа расположения в $\mathbb{R}P^2$ неособой кривой чётного порядка $m = 2k$. Эту задачу он решил исходя из работы И.Г. Петровского (от 1938 года). Работа Г. Полотовского называется "Алгоритм определения топологического типа неособой кривой чётной степени" (содержит 40 с небольшим страниц). Я посоветовал послать эту работу тоже в Матсборник. Обе работы, по-моему, очень интересные и я прошу Вас поддержать их.

Обзором я сейчас занимаюсь систематически.

Искренне Ваш Д. Гудков

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Получила Ваше письмо. Смотрела, пока ещё не очень детально, Вашу рукопись. Видно, что Вами затрачен огромный труд. Общее впечатление хорошее, но замечаний пока нет. Напишу Вам через несколько дней, когда получу рукопись, которую Вы мне послали. Эту же верну в редакцию с тем, чтобы поскорее с нею могли ознакомиться Арнольд и Рохлин. Обзор, конечно, нужно посвятить И.Г. Петровскому, как Вы этого хотите. По-видимому, статья с посвящением пойдёт в № 3 УМН 1974 г.

Это очень нехорошо, что Вы болеете. Когда сможете, приезжайте, мы Вам всегда рады.

С наилучшими пожеланиями
О. Олейник

Пометка Д.А. Гудкова: 1973 год

* * *

26. XII. 73

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Ещё раз просмотрела Вашу статью.

На днях сдаётся номер "Успехов" выпуск 2 за 1974 г., посвящённый памяти И.Г. Петровского. К сожалению, Ваша статья слишком большая для этого выпуска. Там статьи в среднем на 20 – 25 страниц. Тем не менее, туда не поместились статьи всех иностранных авторов, присланные в УМН и посвящённые памяти И.Г. Петровского. Таких статей вместе с Вашей наберётся почти ещё на один номер. Поэтому к Вам просьба, как можно скорее внести все замечания и прислать исправления, чтобы Ваша статья была готова к печати.

У меня два небольших замечания.

1) В §5 об M-кривых на поверхности 2-го порядка, может быть, стоит сказать, что теоремы, аналогичные теореме Петровского для плоских кривых, были получены в моей работе [90] для кривых на любой поверхности и, в частности, для поверхности 2-го порядка (их формулировка далее приводится на стр. 57). Важно то, что для кривых на поверхностях второго порядка полученные оценки являются точными. Даётся процесс построения таких

пространственных кривых. Может быть, стоит об этом построении указать и на стр. 57. Быть может, в §5 стоит сказать, что соответствующие теоремы приводятся на стр. 57 и далее и указать в §5 на построение пространственных кривых на поверхности 2-го порядка, которые приведены в работе [90] и характеризуют точность полученных оценок.

2) Где-либо сказать о построении кривых на поверхности, которое имеется в [90].

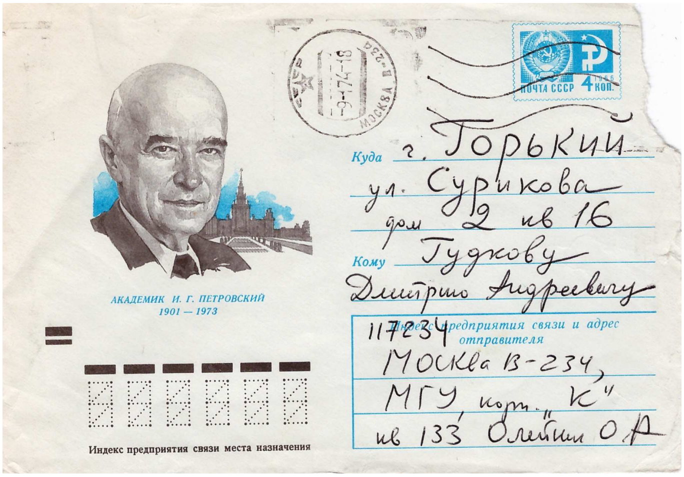
Попадёт ли статья в 3 или 4 выпуск 1974 зависит от того, как скоро статья будет готова к печати. Постарайтесь это сделать в январе.

Пользуюсь случаем и шлю Вам поздравления с Наступающим Новым годом.

Желаю Вам успешной работы и всего самого наилучшего.

Обратите внимание на конверт моего письма.

С приветом
О. Олейник



* * *

Глубокоуважаемая Ольга Арсеньевна!

Прежде всего поздравляю Вас с Новым 1974 годом и желаю счастья и здоровья Вам и Вашим близким.

Я получил от В.И. Арнольда письмо с замечаниями по обзору. Из Ленинграда приезжал В.М. Харламов и сообщил мне замечания В.А. Рохлина.

Учитывая все эти замечания, я буду писать в редакцию и прошу Вас сообщить мне как можно скорее также имеющиеся у Вас замечания. Особенно я прошу Вас сообщить своё мнение по такому вопросу: по-видимому, И.Г. Петровский не знал работы V. Rogsdale[4], да это было и трудно сделать – я нашёл эту работу чисто случайно, а затем обнаружил ссылку на неё в итальянских обзорах. Если я напишу определённо

[4]Так в оригинале; верное написание – Ragsdale – Г.П.

1) что И.Г. Петровский этой работы не знал;

2) что я в последнее время не сообщил И.Г. об этой работе, т. к. И.Г. был болен, и мне не хотелось его беспокоить;

3) что те совпадения, которые имеются в работах V. Rogsdale и И.Г., неизбежны, т. к. каждый, кто стал бы заниматься гипотезой Гильберта и желая обобщить её натолкнётся на то, что в способе Гарнака $P = \frac{3m^2-6m+8}{8}$, $L = \frac{(m-2)(m-4)}{8}$ (для M-кривой) и что при незначительном очевидном изменении способа Гарнака можно получить кривую с $P = \frac{3m^2-6m+8}{8}$, $L = 0$, т. е. совпадения затрагивают довольно элементарные вещи. Тогда как доказательство имеем лишь у И.Г., то я не погрешу против истины. Как Вы на это смотрите (по пунктам 1), 2), 3)).

(На этом черновик письма обрывается.)

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Получила Ваше письмо от 29. XII. Я Вам послала раньше письмо с моими замечаниями и очень удивлена тем, что Вы его не получили.

Насколько я сейчас помню, мои замечания сводились к тому, что, может быть, стоило бы сказать, что в моей работе по пространственным кривым имеются примеры, подтверждающие точность оценок и, в частности, на поверхностях второго порядка. О кривых на поверхностях второго порядка у Вас имеется целый параграф. Для полноты можно было бы там это упомянуть.

Отвечаю теперь по поводу работы Ragsdale. Её И.Г., конечно, не знал. Мне кажется, что здесь нет проблемы. Ведь у неё доказательств нет. Мне кажется, что стоит написать только одну фразу. "Работа Ragsdale до самого последнего времени оставалась в Советском Союзе неизвестной". Я считаю, что наличие этой работы нисколько не снижает значение работ И.Г. Петровского. Слишком много писать об этой работе Ragsdale не следует. Ваша статья, по-видимому, пойдёт в № 3. В № 2 мы уже указали, что она посвящена И.Г. К сожалению, она не поместилась в № 2, так как там публикуются только маленькие статьи.

Ещё раз с Новым годом и наилучшими пожеланиями

О. Олейник

(Письмо не датировано.)

* * *

Глубокоуважаемая Ольга Арсеньевна!

Я обнаружил в своём обзоре некоторые ошибки и упущения, о которых Вам и пишу.

В Вашей статье по пространственным кривым введены следующие обозначения:

а) $F(x, y, z) = 0$ – неособая поверхность порядка p. Множество точек в пространстве (x, y, z, t), для которого $F = 0$, обозначено через Г.

b) Неособая поверхность $f(x, y, z) = 0$ порядка q пересекает поверхность Γ по неособой кривой γ. Последняя имеет σ бесконечно удалённых точек.

c) Множество точек на Γ, в которых $f \geqslant 0$, Вы обозначали через M_0, а я сейчас обозначу через M_+. Кроме того, множество точек на Γ, где $f \leqslant 0$, обозначим через M_-.

d) Эйлерова характеристика обозначена Вами через E. Ваша вторая теорема утверждает, что для q нечётного

$$|E(M_+)| \geqslant \frac{1}{3}p^3 + \frac{3}{8}pq^2 + \frac{1}{4}p^2q - \frac{3}{4}p^2 - \frac{3}{4}pq + \frac{13}{24}p + \frac{|E(\Gamma) - \sigma|}{2}.$$

Введём обозначение:

$$\frac{1}{3}p^3 + \frac{3}{8}pq^2 + \frac{1}{4}p^2q - \frac{3}{4}p^2 - \frac{3}{4}pq + \frac{13}{24}p = T(p, q).$$

Тогда Ваше неравенство запишется в виде

$$(1) \qquad |E(M_+)| \leqslant T(p, q) + \frac{|E(\Gamma) - \sigma|}{2}.$$

Конечно, справедливо и неравенство

$$(2) \qquad |E(M_-)| \leqslant T(p, q) + \frac{|E(\Gamma) - \sigma|}{2}.$$

Моя ошибка возникла потому, что я (по необъяснимой причине) писал только неравенство (1) и поэтому мне показалось, что из Вашей второй теоремы не следует вторая теорема Петровского. Поэтому я вывел Вашим же способом некоторое другое неравенство (см. обзор), именно

$$(3) \qquad |E(M_+) + \sigma| \leqslant T(p, q) + \frac{|E(\Gamma) + \sigma|}{2}.$$

Конечно, справедливо и

$$(4) \qquad |E(M_+) + \sigma| \leqslant T(p, q) + \frac{|E(\Gamma) - \sigma|}{2}.$$

Можно показать, что совокупность неравенств (1) и (2) эквивалентна совокупности неравенств (3) и (4). Поэтому эта моя затея пустая.

Далее идут 9 *страниц формата* A4, *заполненные вычислениями совершенно чернового характера, которые не могли в таком виде быть посланы в письме, после чего вновь идёт страница с аккуратно написанным текстом, приводимым ниже.* – Г.П.

1) Первой моей ошибкой было то, что я <u>считал</u> Ваше неравенство (1) не точным.

2) Вторая ошибка в обзоре состоит в том, что я различал неравенства (34) и (34'), тогда как эти неравенства совпадают (их левые части просто равны).

Кстати уж признаюсь, что один вопрос мне остаётся неясным до сих пор. Именно, в конце статьи о простр. кривых Вы сделали замечание, что

"Легко видеть, что опис. выше процессом можно построить на поверхности Г произвольного порядка p кривую K_q, для которой

$$E(M_0) = \frac{3}{8}pq^2 + c(p) \qquad (*)$$

($c(p)$ – некоторая величина, зависящая только от p), т. е. коэффициент $E(M_0)$ при старшей степени q такой же, как в соотношениях (17) и (18)".

Мне удалось понять, как строятся кривые при нечётном q, удовлетворяющие $(*)$ (именно, $E(M_0) = \frac{3}{8}pq^2 - \frac{3}{8}p$ при любом p и $E(M_0) = \frac{3}{8}pq^2 + \frac{3}{8}p$ при p чётном), но как построить нужные кривые при q чётном я не знаю, т. к. при q чётном и $p = 1: \quad |E(M_0) \leqslant \frac{3}{8}q^2 - \frac{3}{4}q + 1$; и $p = 2: \quad |E(M_0) \leqslant \frac{3}{8}2q^2 - q - 1$.

Должно быть, по вопросу об указанных выше двух моих ошибках и одном упущении следует написать письмо в редакцию "Успехов мат. наук"? Примерно так:

Далее приводится проект письма[5] *в редакцию журнала, на этом черновик письма заканчивается.*– Г.П.
(Датировка отсутствует.)

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Получила Ваше письмо с замечаниями. Я писала Вам в своё время, что нужно было бы отметить, что у меня построены кривые в пространстве, для которых оценка точна, но Вы отказались это делать по причине, которую я не поняла.

Я думаю, что для того, чтобы не вводить читателя в заблуждение, Ваше письмо в редакцию следует опубликовать.

Единственное замечание состоит в том, что его надо литературно отредактировать, чтобы не было выражений "неравенство выполняется со знаком равенства"!!! По поводу оценки

$$E(M_+) = \frac{3}{8}pq^2 + c(p)$$

я сейчас не могу сказать, так как всё это было очень давно. Если у Вас случай будет быть в Москве, тогда разберёмся вдвоём.

Может быть, стоит Ваше письмо в редакцию сделать подробнее, с пояснениями?

Над чем трудитесь сейчас? Что нового у Вас и в Горьком вообще? Как Е.А.[6]?

С наилучшими пожеланиями

О. Олейник

(Письмо не датировано.)

---

[5]Соответствующее "Письмо в редакцию" было опубликовано: УМН, 1975, Т.30. Вып. 4(184), с.300.

[6]Евгения Александровна Леонтович-Андронова. – Г.П.

* * *

Глубокоуважаемая Ольга Арсеньевна!

Поздравляю Вас с Октябрьскими праздниками.

Евгения Александровна сказала мне, что Вы интересуетесь записями М.Л. Левина лекций И.Г. Петровского, которые он читал во время войны, а также тем, что я сейчас делаю.

1). О лекциях И.Г. Петровского. Очень давно (вероятно, в 1949 г.) Артемий Григорьевич Майер познакомил меня с М.Л. Левиным. Последний подарил мне свои записи лекций Ивана Георгиевича. Эти записи я Вам высылаю. Кроме подлинных записей М.Л., я высылаю снятую с них копию.

У меня есть три замечания по этим лекциям.

Замечание 1. Построение M-кривых с помощью кривой 3-го порядка (стр. 13) названо "процессом Петровского". Это построение является весьма частным случаем способов построения M-кривых, найденных Л. Брюзотти в 1910 – 1917 гг.

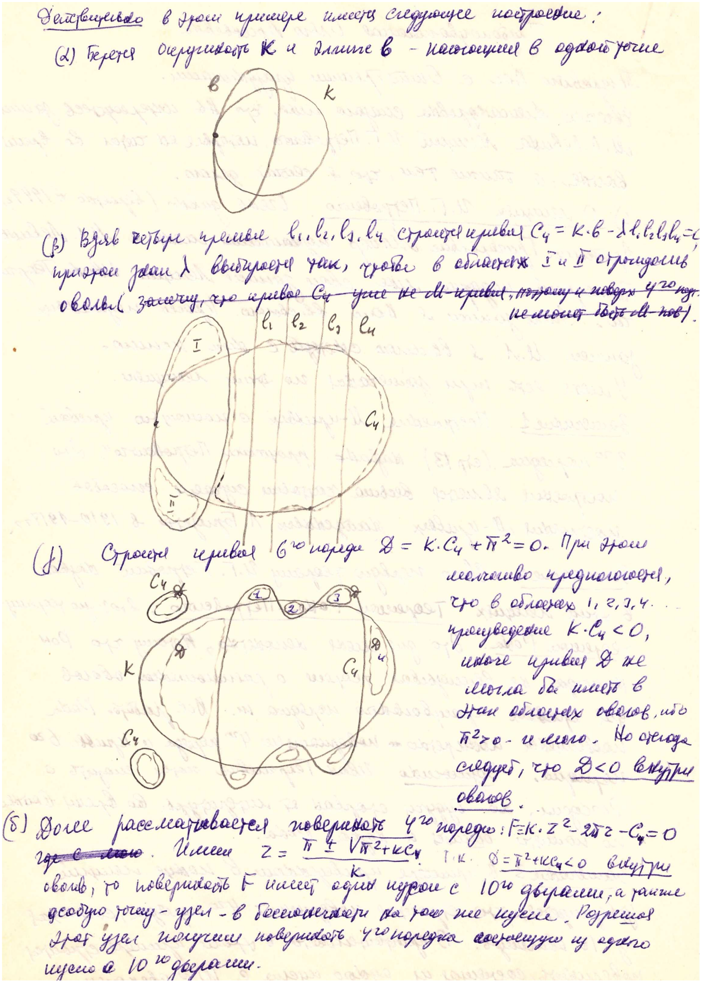
Замечание 2. Свою первую теорему И.Г. Петровский назвал в этих лекциях теоремой Рона-Петровского, вторую теорему – теоремой Рона. Это для меня непонятно, потому что Рон никогда не высказывал теорем о расположении овалов для кривых произвольного порядка m. Все работы Рона посвящены конкретно поверхностям 4-го порядка и кривым 6-го порядка. Возможно, Иван Георгиевич хотел сказать о Рогсдейл, но, будучи оторван от литературы во время войны, по памяти ошибся и назвал Рона.

Замечание 3. В примере, приведённом в конце лекций, утверждается, что строится поверхность 4-го порядка, состоящая из 10 овалоидов. В действительности в этом примере строится поверхность, состоящая из одного куска с 10-ю дырами.

Далее следует лист с разъяснением построений, снабжённым рисунками – см. копию этого листа на следующей странице. – Г.П.

2). Теперь расскажу о том, чем я занимаюсь.

А). Делаю попытки извлечь кое-что из метода Гильберта-Роона, т. е. из рассмотрения пространства кривых 6-го порядка с 8-ю закреплёнными особыми точками. Вам известно, что этим методом (в сочетании с квадрат. преобр.) я решил окончательно задачу о расположении овалов кривых 6-го порядка (неособых). У меня давно была идея решить тем же методом задачу о классификации взаимных расположений: прямой и M-кривой 5-го порядка; эллипса и M-кривой 4-го порядка; двух M-кривых 3-го порядка. Будем называть эту задачу "задачей о классификации простых распадающихся M-кривых 6-го порядка". Был даже по этому поводу у меня разговор с Иваном Георгиевичем. Он сказал: "всё, что можно выжать из этого способа – нужно выжать". Сейчас Г.М. Полотовский заканчивает решение указанной задачи. Затем, у К. Лёбенштейн (ученица Д. Гильберта) в работе 1909 г. есть одно утверждение: "Из пространства кривых 6-го порядка с 8-ю закреплёнными особыми точками можно малой вариацией этих особых точек устранить кривые с двумя мнимыми точками возврата". По-видимому, это утверждение неверно. Одна сотрудница нашей кафедры – Л.В. Голубина – сейчас пытается опровергнуть указанную теорему Лёбенштейн.



~~Действительно~~ в этом примере имеется следующее построение:

(α) Берется окружность K и эллипс b — касающиеся в одной точке

(β) Взяв четыре прямые l_1, l_2, l_3, l_4 строится кривая $C_4 = K\cdot b - \lambda l_1 l_2 l_3 l_4 = 0$, причем знак λ выбирается так, чтобы в областях I и II отрывались овалы (~~замечу, что кривая C_4 уже не M-кривая, поэтому и поверх. 4го пор. не может быть M-пов~~).

(γ) Строится кривая 6го порядка $D = K\cdot C_4 + \Pi^2 = 0$. При этом молчаливо предполагается, что в областях 1, 2, 3, 4 произведение $K\cdot C_4 < 0$, иначе кривая D не могла бы иметь в этих областях овалов, ибо $\Pi^2 > 0$ — и много. Но отсюда следует, что $D < 0$ внутри овалов.

(δ) Далее рассматривается поверхность 4го порядка: $F = K\cdot z^2 - 2\Pi z - C_4 = 0$ ~~где с много~~. Имеем $z = \frac{\Pi \pm \sqrt{\Pi^2 + KC_4}}{K}$. Т.к. $D = \Pi^2 + KC_4 < 0$ внутри овалов, то поверхность F имеет один кусок с 10го дырками, а также особую точку — узел — в бесконечности на том же куске. Разрешая этот узел получим поверхность 4го порядка состоящую из одного куска с 10го дырками.

B). Основные силы я трачу на широкую программу обучения себя самого и своих сотрудников. Это стало необходимым после известных Вам работ В.И. Арнольда, В.А. Рохлина и В.М. Харламова по вещественным алгебраическим многообразиям. Нам необходимо понимать эти работы до тонкостей и идти дальше.

(α) Прочтён "Начальный курс топологии" (по Рохлину).

Составлен конспект подробный (220 страниц). Содержание: 1) Топологические пространства. 2) Фундаментальная группа. 3) Топологические многообразия. 4) Гладкие многообразия.

(β) Читается спецкурс по алгебраической топологии (опять по Рохлину).

Прочитано: 1) Клеточные пространства. Читаю: 2) Гомотопии. Остались: 3) Гомологии и 4) Законы двойственности. Опять всё подробно конспектирую.

(γ) Мечтаю затем прочесть 1) Алгебраические многообразия; 2) Вещественные алгебраические многообразия.

"По Рохлину" – означает, что начальный курс построен по конспектам лекций В.А. Рохлина для студентов 2-го курса (достал В.М. Харламов). Спецкурс по алгебраической топологии читаю по записям О.Я. Виро спецкурса В.А. Рохлина. Читаю по одной 3-часовой лекции в неделю. В заключение хотелось бы написать монографию по вещественным алгебраическим многообразиям и сделать ещё что-нибудь самому, а самое главное – обучить 2–3 человек так, чтобы они могли двигаться дальше. Мои лекции посещают научные работники различных Вузов и НИИ г. Горького, многие помогают доказывать теоремы и т. п., т. е. эти лекции иногда принимают характер учебного семинара по топологии.

Евгения Александровна говорила, что Владимир Игоревич спрашивал М.Л. Левина о его записях лекций Петровского. Ему тоже интересно будет посмотреть эти записи. Передайте ему большой привет. Большой привет передайте Самарию Александровичу[7].

С наилучшими пожеланиями Ваш Д. Гудков

30 октября 1976

[7]Самарий Александрович Гальперн (1904 – 1977) – доктор физико-математических наук, профессор кафедры дифференциальных уравнений мехмата МГУ. – Г.П.

Переписка с И. Г. Петровским

Иван Георгиевич Петровский (1901 – 1973) – выдающийся советский математик, академик АН СССР, ректор МГУ в 1951 – 1973 гг.

30/XI 59 г.
1-1/989,

Глубокоуважаемый Иван Георгиевич!

Посылаю вам статью по алгебраическим кривым.

Если Вы считаете возможным напечатать ее в ДАН, то прошу Вас направить ее туда.

Статья посвящена "варьируемости" особых точек алгебраических кривых. Вопрос о"варьируемости" возникает тогда, когда желательно чтобы особые точки алгебраических кривых не находились в специальном положении. Пусть, например, существует уникурсальная кривая 6-го порядка с 10-ю простыми двойными точками (см. рис.). Сколько двойных точек этой кривой можно переместить достаточно мало и независимо друг от друга без изменения топологии кривой? Оказывается - 8 или меньше можно, а 9 уже нельзя!

Статья состоит из трех пунктов.

В первом-перечисляются известные факты, необходимые для дальнейшего изложения. Во втором - к анализу "варьируемости" двойных точек применяются соображения, связанные с пространством коэфициентов кривых m -го порядка. В третьем- к анализу варьируемости двойных точек применяется теория линейных рядов точек на кривых.

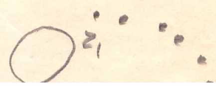
Изложение ведется для комплексных кривых. Эти же факты можно было бы изложить и для действительных кривых (в последнем случае пришлось бы делать различие между действительными и мнимыми особыми точками, что несколько удлинило бы изложение).

С большим уважением

Д. Гудков. /Гудков Димитрий Андреевич/.

27 ноября 1959 года.

Горьковский Государственный Университет.



№ 1-1/989.
2/III 1960 г.

Тов. Д.А. ГУДКОВУ

г. Горький, 57, поселок
Строитель, д.II, кв.I

Глубокоуважаемый Дмитрий Алексеевич !

В Вашей статье, представленной для публикации в "Докла-
дах Академии наук СССР", нет полных доказательств. Ваши пре-
ние работы, представленные ранее в "Доклады Академии наук"
до настоящего времени Вами также еще не опубликованы с доста-
точно полными доказательствами.

Поэтому я считал бы необходимым прежде, чем рекомендовать Ваши новые работы к публикации в "Докладах Академии наук", просить Вас опубликовать вышедшие ранее статьи с развернутыми полными доказательствами всех выдвинутых Вами положений.

Присланную Вами статью "О варьируемости простых двойных точек плоских алгебраических кривых" в связи с этим возвращаю.

Академик И.Г.Петровский

Глубокоуважаемый Иван Георгиевич !

Высылаю Вам рукопись статьи "1. О некоторых вопросах то - пологии плоских алгебраических кривых", в которой даны развернутые доказательства теорем 1,2,4,+) 6,7 и 8 первой моей заметки напечатанной в ДАН [1] ++).

Из утверждений этой заметки [1] не получили полных доказательств а) Теорема 3, которая по существу доказана в заметке и не является важной. Поэтому я сомневаюсь в целесообразности возвращаться к ней. и б) теорема 5, подробное доказательство которой, также как и утверждений второй напечатанной заметки (о кривых 6 -го порядка) [4], я предполагаю изложить в следующих статьях в ближайшее время.

+) Теорема 4 доказана для случая не распадающихся действительных кривых. Распространение на кривые комплексные-очевидно. Условие не распадения кривой в [1] опущено (хотя я подразумевал именно нераспающиеся кривые). Для распадающихся кривых я не нашел доказательства и не знаю опровергающих примеров.

++) Теоремы 1,2,6 и часть теоремы 5 [1] повторяют некоторые результаты Брюзотти [2], о чем мне стало известно из рецензии Галафасси [3]. Брюзотти считает теорему 1 очевидной, а остальным теоремам дает краткие доказательства.

Подробные доказательства у меня есть, но я испытываю значительные трудности при изложении даже очевидных утверждений.
Кроме того, в рукописи имеются новые результаты, относящиеся к кривым m-го порядка, с подробными доказательствами:
А). О бифуркациях простых двойных точек и точек возврата (§ 2).
Основным результатом здесь являются лемма 1, §2 и теорема 5 §2.
Б). О варьируемости простых двойных точек (§ 3). Мне представляется, что эти результаты не являются тривиальными. Ваше предложение представлять подробные доказательства выдвигаемых утверждений я считаю справедливым. Однако, я полагаю, что если имеются новые результаты с подробными доказательствами, то задерживать их не имеет смысла на том основании, что для каких-либо старых утверждений еще не представлено развернутых доказательств. Поэтому мне кажется целесообразным напечатать указанные в пунктах А и Б новые результаты в виде двух заметок в ДАН:
1). „Бифуркации простых двойных точек и точек возврата действительных плоских алгебраических кривых" и
2) "Варьируемость простых двойных точек действительных плоских алгебраических кривых", которые я и представляю на Ваше решение.
Каждую статью высылаю в 3-х экземплярах: 1-й и 2-й в журнал и 3-й - Вам.

Документы, необходимые для публикации, прилагаются.

С глубоким уважением: Д.Гудков. / Гудков /.

ЛИТЕРАТУРА.

[1]. "О пространстве коэффициентов плоских алгебраических кривых - го порядка." ДАН 1954, том 48, №3, стр. 337-340.

[2]. Brusotti Luigi „Sulla „piccola variazione" di una curva piana algebrica reale". Atti Accad. naz. Lincei. Rend. Cl. Sci. mat. natur. v. sec. 30, 275-379 (1921)

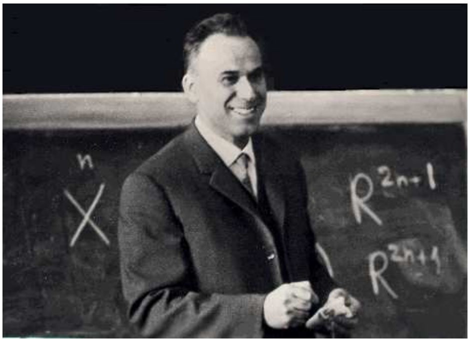
[3]. Galafassi V. E. „Zentralblatt für Matematik und ihre Grenzgebiete" August 1955, 56 Band, Heft 1/5, 143-144.

[4]. "Полная топологическая классификация неособых действительных алгебраических кривых 6-го порядка в действительной проективной плоскости." ДАН 1954, том. 48, №4, стр. 521-524.

Домашний адрес: г. Горький 57, поселок Строитель 11, кв. 1, Гудкову Дмитрию Андреевичу.

31 марта 1961 года.

Переписка с В. А. Рохлиным



14.11.1971

Глубокоув. Дмитрий Андреевич!

Доказательство сравнения $p - m \equiv 1 \bmod 8$ для M-кривых степени $\equiv 2 \bmod 4$ довольно сложно, но, мне кажется, должно упроститься. Центральный пункт доказательства, который, видимо, сохранится при любых упрощениях, представляет собой ссылку на теорему дифференциальной топологии: сигнатура замкнутого спинорного четырёхмерного многообразия делится на 16.

M-кривыми степени $\equiv 0 \bmod 4$ я пока почти не занимался. К сожалению, сейчас я вынужден заниматься совсем другими вещами.

Как только я напишу обо всём этом что-нибудь, я сейчас же пришлю Вам текст. Думаю, что это произойдёт не позже, чем через месяц или полтора, так что Вы успеете вставить в Ваш обзор всё, что захотите.

Конечно, я буду благодарен за любую информацию о Ваших примерах. Не можете ли Вы прислать мне Ваши статьи или даже Ваш обзор, чтобы я изучил предмет более основательно?

С самыми лучшими пожеланиями

Ваш В. Рохлин

* * *

21.1.72

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич,

простите, что я долго Вам не отвечал: я был в отъезде. И спасибо за книжку, за оттиски, за информацию об M-кривых и за новогодние пожелания.

Лучшее учебное сочинение по характеристическим классам – лекции Милнора (Математика, 3:4 и 9:4). Arf-инвариант, определённый в моей заметке, вычисляется прямо на основании своего определения. Другие Arf-инвариан-

---

Владимир Абрамович Рохлин (1919 – 1984) – выдающийся советский математик, профессор Ленинградского университета.

ты, употребляемые в топологии, имеются, например, у Кервера и Милнора (Ann. Math. 77, №3) и Понтрягина (Труды МИАН, XLV, последний параграф). Не ждите, впрочем, от изучения топологии по книгам и статьям слишком многого.

С самыми лучшими пожеланиями

Ваш В. Рохлин

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Я обнаружил другое, значительно более элементарное доказательство Вашего сравнения $p - n \equiv k^2 \bmod 8$. Это доказательство уточняет доказательство сравнения Арнольда $p - n \equiv k^2 \bmod 4$, содержащееся в последнем параграфе моей заметки (которая у Вас имеется). Оказалось, что использованное там сравнение $\varkappa(F) - \sigma(\mathrm{X}) \equiv 2\chi(F) \bmod 4$ уточняется до сравнения $\varkappa(F) - \sigma(\mathrm{X}) \equiv 2\tau(F) \bmod 8$, где $\tau(F)$ – вычет по модулю 4, который можно описать по расположению поверхности F в X. В частности, его можно вычислить для поверхностей Арнольда в $\mathbb{C}P^2$, что и приводит к сравнению $p - n \equiv k^2 \bmod 8$. При этом доказательство сравнения $\varkappa(F) - \sigma(\mathrm{X}) \equiv 2\tau(F)$ [в отличие от доказательства сравнения, содержащего Arf-инвариант, из §3 моей заметки] вполне элементарно. Никакие накрытия не нужны.

Без сомнения, это доказательство лучше выражает топологическую суть дела, чем первое. Оно не было найдено сразу просто потому, что общая топологическая теорема, на которой оно основано [т. е. сравнение $\varkappa(F) - \sigma(\mathrm{X}) \equiv 2\tau(F) \bmod 8$] не была известна. Вероятно, я скоро напишу это доказательство подробно. Конечно, я пришлю его Вам. Не знаю, сможете ли Вы ещё учесть его в Вашем обзоре.

Напишите, пожалуйста, нет ли аналогичных гипотез, относящихся к другим ситуациям, например, к кривым нечётной степени, к поверхностям или к неплоским кривым.

С самыми лучшими пожеланиями

21.3.72 Ваш В. Рохлин

* * *

Глубокоуважаемый Владимир Абрамович!

Извините, что долго не отвечал. Я длительно болел. Очень рад, что Вам удалось обойтись без накрытий, не выходя из плоскости $\mathbb{C}P^2$. Это позволяет надеяться на успех в $\mathbb{R}P^3$ для пространственных кривых и, возможно, даже для поверхностей. С большим интересом жду Вашу статью.

Мне хотелось бы в обзоре описать "на пальцах" способ подсчёта инвариантов $\varkappa(F)$ и $\tau(F)$. Это для меня наиболее трудоёмкая операция. Может быть, Вы напишите, как это должно выглядеть?

Попробую ответить на Ваши вопросы.

I. Плоские кривые нечётной степени m.

Гипотеза. Все M-кривые нечётной степени m, допустимые по теореме Гарнака и имеющие "достаточно мало" гнёзд (из соображений пересечения с прямой, кривой второго порядка и др.) – существуют.

Аргументация.

1) Теорема Петровского не накладывает никаких ограничений на взаимное расположение овалов кривой C_m нечётной степени. Это видно хотя бы из того, что способом Гарнака строится для любого нечётного m M-кривая C_m, у которой все $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ овалов лежат вне друг друга.

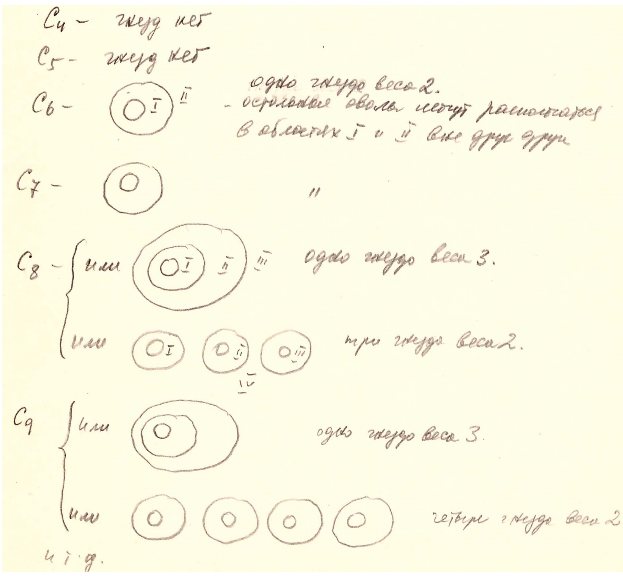
2) M-кривая C_7 имеет нечётную ветвь I и 15 овалов, которые могут образовывать лишь одно гнездо веса 2 (из соображений пересечения с прямой линией). Поэтому логически возможны следующие 15 типов M-кривых C_7 :

$$I\}\frac{14}{1};\boxed{\frac{13}{1}1};\boxed{\frac{12}{1}2};\frac{11}{1}3;\frac{10}{1}4;\frac{9}{1}5;\frac{8}{1}6;\frac{7}{1}7;\frac{6}{1}8;\boxed{\frac{5}{1}9};\frac{4}{1}10;\boxed{\frac{3}{1}11};\boxed{\frac{2}{1}12};\boxed{\frac{1}{1}13};\boxed{15}$$

(ветвь I вынесена за скобку). Рамками[1] обозначены кривые, строящиеся известными способами. Из этой таблицы следует, что для C_7 периодического закона того типа, как для кривых чётной степени, нет.

3) При переходе от m нечётного к $m+1$ чётному резко возрастает максимальная гнёздность M-кривых (чего нет при переходе от чётного к нечётному).

Примеры максимальной гнёздности M-кривых:



Поэтому число логически возможных M-кривых тоже резко возрастает при переходе от нечётного к следующему чётному и гораздо меньше от чётного к следующему нечётному. Далее, если наложить на кривые чётной степени ограничение $p-n=k^2(\mathrm{mod}\ 8)$, а на кривые нечётной степени лишь

[1] В оригинале – кружками – Г.П.

ограничение на гнёздность, то число логически возможных M-кривых будет следующее:

C_5 – 1(сущ)
C_6 – 3(сущ) — получается довольно плавная "кривая".
C_7 – 15
C_8 – 144

"Справедливо", если ограничительные теоремы "срежут" возможности чётных кривых в большей мере, чем нечётных.

Замечание 1. Ограничение на вес и число гнёзд до конца не исследовано. Кое-что имеется в статье Арнольда.

II. Пространственные кривые (в $\mathbb{R}P^3$) делятся на плоские, лежащие на поверхности 2-го порядка (и не плоские), и т. д. По-моему, для M-кривых чётной степени на квадрике (F_2) должен существовать периодический закон и его можно обнаружить (я дал, уже давно, одному математику эту задачу, но он ещё не сделал). У меня не доходили руки, т. к. хотелось осмыслить Ваши топологические работы (работу В.И. Арнольда я разобрал и понял всё, кроме доказательств лемм 2 и 6). Что касается кривых, лежащих на F_3 (и не лежащих на $\mathbb{R}P^2, F_2$), то здесь дело значительно хуже, а далее и вовсе плохо. Основная трудность – в способах построения M-кривых.

Может быть, нам с Вами объединиться для решения этой задачи?

III. Поверхности в $\mathbb{R}P^3$.

Прежде всего замечу, что неособая поверхность чётной степени m в $\mathbb{R}P^3$ может быть гомотопной нулю (например - эллипсоид) и не гомотопной нулю (например, однополостный гиперболоид).

1) Гипотезы о поверхностях 4-го порядка F, не гомотопных 0 в $\mathbb{R}P^3$.

Существуют лишь три поверхности, сумма чисел Бетти ($\sigma(F)$) которых равна 24 и эта сумма наибольшая (M-поверхности):

$F: R_2^1 + 9R_0^0;\quad \boxed{R_6^1 + 5R_0^0}\;;\quad \boxed{R_{10}^1 + R_0^0}$

($R_k^1 + lR_0^0$ состоит из куска R_k^1 типа однополостного гиперболоида с $(k-1)$-й ручкой – жанр куска равен k; R_0^0 – овалоид; lR_0^0 – l овалоидов в одной из областей, на которые делит R_k^1 пространство $\mathbb{R}P^3$. Поверхность $R_{10}^1 + R_0^0$ построена Гильбертом в 1907 г., поверхность $R_6^1 + 5R^0$ – Уткиным недавно, поверхность $R_2^1 + 9R_0^0$ ещё не построена).

Считая, что самые внешние куски, отделяющие внутреннюю область, положительны, обозначим через F_+ множество $F \geqslant 0$. Для указанных поверхностей эйлерова характеристика $\chi(F_+)$ имеет следующие значения

$\chi(F_+):\quad 8;\quad 0;\quad -8$

т. е. $\chi(F_+) \equiv 0 \pmod 8$. (1)

2) Гипотеза о поверхностях 4-го порядка, гомотопных нулю в $\mathbb{R}P^3$.

Существуют лишь три поверхности, сумма чисел Бетти которых равна 22 и эта сумма наибольшая (M-поверхности):

$F: R_1^0 + 9R_0^0;\quad R_5^0 + 5R_0^0;\quad R_9^0 + R_0^0$

(R_k^0 – кусок типа сферы с k ручками, lR_0^0 – l овалоидов, лежащих во внешней области куска R_k^0 и вне друг друга). Ни одна из этих поверхностей пока не построена).

Для Эйлеровой характеристики имеем

$\chi(F_+):\quad 9;\quad 1;\quad -7$
т. е. $\chi(F_+) \equiv 1 \pmod 8$. (2)

Замечание 2. Для поверхностей 2-го порядка, не гомотопных 0 в $\mathbb{R}P^3$, наибольшая сумма $\sigma(F) = 4$, и для такой поверхности

$$\chi(F_+) = 0. \qquad (1')$$

Для поверхностей 2-го порядка, гомотопных 0, наибольшая сумма $\sigma(F) = 2$, и для такой поверхности

$$\chi(F_+) = 1. \qquad (2')$$

3) Гипотеза о форме теоремы Гарнака для поверхностей в $\mathbb{R}P^3$. Следует искать аналог теоремы Гарнака в виде точной оценки суммы чисел Betti (по $\mathbb{Z}$ или $\mathbb{Z}_2$) – $\sigma(F)$ (M-поверхности).

Можно показать, что точной оценки $\sigma(F)$, пригодной для всех m и выраженной в виде многочлена $\alpha m^3 + \beta m^2 + \gamma m + \delta$ ($\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – пост.) (порядок 3 следует из оценок Олейник, Тома и Милнора) – не существует. Поэтому следует искать оценку отдельно для чётных и нечётных m. Естественно, для чётных m – отдельные оценки для поверхностей гомотопных и негомотопных нулю в $\mathbb{R}P^3$.

4) Гипотеза о периодичности $\chi(F_+)$ для M-поверхностей.

$$\chi(F_+) \equiv \begin{cases} 0 \pmod 8 & -F \ \text{не гомот. } 0 \\ 1 \pmod 8 & -F \ \text{гомот. } 0 \end{cases} \qquad (3)$$

Можно считать mod 8 весьма возможны, а 0 и $+1$, конечно, гораздо менее вероятны, может быть

$$\chi(F_+) \equiv \begin{cases} (\frac{m}{2}-1)(\frac{m}{2}-2) \pmod 8 & -F \ \text{не гомот. } 0 \\ (\frac{m}{2}-1)(\frac{m}{2}-2)+1 \pmod 8 & -F \ \text{гомот. } 0 \end{cases} \qquad (4)$$

Возможно, в правую часть входит слагаемым число кусков, не гомотопных 0.

Замечание 3. Способы доказательств теоремы Гарнака для кривых не обобщаются на поверхности. Также пока не видно аналога леммы Арнольда для поверхностей. Далее, если найти обобщение Вашего сравнения ($\chi(F) - \sigma(X) = 4\tau(F) \pmod 8$ для вложений F – 4-х мерное, X – 6-ти мерное ($\sigma(X)$?) и т. п., то к поверхностям его применить затруднительно. Арнольд сделал очень интересную попытку применить теоремы Куранта-Хермана. Однако, оказалось, что сама эта теорема неверна.

Замечание 4. По-моему, основная трудность состоит в том, что нет способов построения поверхностей с большими $\sigma(F)$. Вообще, синтетические методы построения даже для кривых недостаточны. Вероятно, решающий успех в решении всех этих проблем возможен будет лишь тогда, когда можно будет доказывать существование некоторых типов кривых и поверхностей от противного, а для остальных доказать их несуществование с помощью ограничительных теорем.

Искренне Ваш Д. Гудков 24 апреля 1972.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич,

спешу ответить на Ваше письмо от 24.4, которое пришло только сегодня. Боюсь, что и моё дойдёт не очень скоро.

Прежде всего я хочу поблагодарить Вас за щедрую информацию. Здесь у нас развивается деятельность, которая сильно с ней пересекается, и некоторые Ваши гипотезы уже доказаны. Так, В. Харламов (мой дипломник) занимался поверхностями, получил для них сравнение типа Арнольда и, в частности, доказал, что число компонент поверхности четвёртой степени (в $\mathbb{R}P^3$) не превосходит 10. В действительности для поверхностей имеются и сравнения Вашего типа (mod 8). Дело в том, что мне удалось найти третье доказательство сравнения $p - n = k^2 \bmod 8$, не использующее уже никаких специальных четырёхмерных инвариантов, гораздо более простое, чем первые два, и допускающее некоторые многомерные обобщения; в частности, оно применимо к поверхностям в $\mathbb{R}P^3$.

Имеются и другие результаты. Я охотно обсудил бы всё это с Вами, как и обобщения теоремы Харнака, проблему построения M-объектов и Ваш проект совместной деятельности, но переписка такого объёма превосходит мои силы, тем более, что я и без того непрерывно пишу (мы с Д. Фуксом должны закончить к осени наш курс топологии). Может быть, Вы приедете в Ленинград? Мой телефон 44 81 58. Впрочем, 6.5 – 12.5 я (предположительно) буду в Москве!

Боюсь что-либо советовать Вам относительно Вашего обзора; я бы с ним повременил. Во всяком случае, для Вашего сравнения лучше дать простое общее (многомерное) доказательство, чем мучиться со специальными инвариантами, хотя бы и очень интересными топологически.

С Оргкомитетом Тбилисской конференции у меня нет никаких контактов. Сам я приглашений не получал. Думаю, что это объясняется обычной неразберихой и что Вашим ученикам следует просто послать заявки на доклады.

С самыми лучшими пожеланиями

Ваш В. Рохлин.

2 мая 1972.

* * *

Глубокоуважаемый Владимир Абрамович!

Спасибо за письмо. Очень хотелось бы поехать в Ленинград и поговорить с Вами, но после моей болезни я вряд ли до осени сдвинусь с места.

С нетерпением жду доказательств Ваших новых результатов, а также монографию по топологии.

Я решаюсь написать Вам ещё об одном обстоятельстве, которое волнует сейчас горьковских математиков. Дело идёт о докторской диссертации Л.П. Шильникова. Эта диссертация, о многомерных динамических системах, была готова 2 года назад. Предполагались оппоненты: Д.В. Аносов, В.М. Алексеев, Я.Г. Синай – все они давали согласие. Однако, Свердловский совет, в который была подана диссертация, высказался за замену Я.Г. Синая – В.А. Плиссом (по той причине, что Д.В. Аносов, В.М. Алексеев и Я.Г. Синай – из одного города).

По-видимому, В.А. Плисс от Ю.И. Неймарка узнал, что Ю.И. Неймарк считает некоторые (существенные) результаты Л.П. Шильникова своими. В.А. Плисс написал об этом в своём отзыве.

Я уверен, с одной стороны, что Л.П. Шильников получил свои результаты самостоятельно. С другой стороны, Ю.И. Неймарк в Горьком известен тем, что он считает некоторые результаты и других математиков – своими.

В настоящее время от всего этого страдает Л.П. Шильников. Со временем всё более будет страдать от этого Ю.И. Неймарк (т. к. Л.П. Шильников очень быстро растущий математик и всем станет ясно в чём дело). Горьковская же математика от этого страдает и сейчас, и будет страдать в будущем. По-моему, В.А. Плисс был дезинформирован и попал в неудобное положение.

Может быть, Вы можете поговорить и поговорите с В.А. Плиссом о том, не согласен ли он на разговор с Л.П. Шильниковым, с целью обсуждения, как ликвидировать это неудобное для всех положение, чтобы никто не пострадал.

С наилучшими пожеланиями,

Ваш Д. Гудков

(Не датировано)

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Очень жаль, что Вы не можете сейчас приехать. Будем надеяться на встречу осенью. Желаю Вам скорейшего выздоровления.

Я мало знаком с В.А. Плиссом и совсем не знаком с работами Шильникова. Боюсь, что моё вмешательство только повредит делу. Не лучше ли Шильникову прямо обратиться к Плиссу? Это вполне удобно, если отзыв Плисса был официальным.

В Вашем предпоследнем (математическом) письме имеется фраза: "Можно показать, что точной оценки $\sigma(F)$, пригодной для всех m и выраженной в виде многочлена

$$\sigma(F) \leqslant \alpha m^3 + \beta m^2 + \gamma m + \delta \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta \quad \text{пост.})$$

(порядок 3 следует из оценок Олейник, Тома и Милнора) – не существует". Очень хотелось бы узнать, что Вы имели в виду. Кстати, доказанное мною недавно многомерное сравнение в применении к поверхности $A \subset \mathbb{R}P^3$ степени m, у которой сумма $\mathbb{Z}_2$-чисел Бетти такая же, как у её комплексификации, выглядит так: $\chi(A) = \frac{4m-m^3}{3} \bmod 16$.

Выздоравливайте! Ваш В. Рохлин

23.5.72

* * *

Глубокоуважаемый Владимир Абрамович!

Очень рад, что Вы нащупали, что такое M-поверхность (M-объект). И сравнение замечательное! Вы ничего не пишите, что m – чётное. Значит, для всех m !?

Очень хорошо, что Вы вернулись к этой моей фразе – там у меня ошибка. Сейчас я поясню, в чём она состоит.

Обозначим через A_m действительную неособую поверхность степени m в $\mathbb{R}P^3$. Через $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$ – сумму чисел Betti по mod $\mathbb{Z}_2$ для A_m. Из оценки О.А. Олейник следует (для размерности 3), что

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant \begin{cases} m^3 - 3m^2 + 3m + 4 & \text{при } m \text{ нечётном} \\ m^3 - 2m^2 + 2m + 7 & \text{при } m \text{ чётном} \end{cases} \qquad (1)$$

Допустим, что существует точная оценка $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$ некоторым многочленом от m. Из Оценки О.А. Олейник следует, что

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant \alpha m^3 + \beta m^2 + \gamma m + \delta \qquad (2)$$

И правая часть (2) не превосходит для всех m правых частей (1). Нетрудно видеть, что наибольшие значения

$$\sigma(A_1, \mathbb{Z}_2) = 3,$$
$$\sigma(A_2, \mathbb{Z}_2) = 4.$$

Я построил A_3 с $\sigma(A_3, \mathbb{Z}_2) = 9$. Из построения следует, что это значение наибольшее. Ошибка моя в письме состояла в том, что я полагал наибольшее значение $\sigma(A_3, \mathbb{Z}_2) = 5$.

Наконец, наибольшее значение $\sigma(A_4, \mathbb{Z}_2) = 24$ (гипотеза, о которой я Вам писал).

Поскольку предположено, что оценка (2) точная, то

$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 3$

$8\alpha + 4\beta + 2\gamma + \delta = 4$

$27\alpha + 9\beta + 3\gamma + \delta = 9$

$64\alpha + 16\beta + 4\gamma + \delta = 24$

$\Longrightarrow \alpha = 1, \beta = -4, \gamma = 6, \delta = 0.$

Итак, если существует точная для всех m оценка $\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2)$ некоторым многочленом от m, то эта оценка имеет вид

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) \leqslant m^3 - 4m^2 + 6m. \qquad (3)$$

Обозначим через A_m^* комплексификацию A_m, $q^k(A)$ – k-мерное число Betti по mod $\mathbb{Z}_2$ для многочлена A. Из Вашего определения M-поверхности

$$\sigma(A_m, \mathbb{Z}_2) = \sigma(A_m^*, \mathbb{Z}_2)$$

и оценки (3) напрашивается предположение

$$q^2(A_m^*) = m^3 - 4m^2 + 6m - 2\ ?$$

Очень бы хотелось увидеть доказательство новых сравнений.

С наилучшими пожеланиями

11 июня 1972 г. Ваш Д. Гудков

P.S. Сейчас я не знаю, имеется ли в литературе построение поверхности A_3 с $\sigma(A_3, \mathbb{Z}_2) = 9$. Постараюсь это выяснить.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Большое спасибо за присылку статьи. Жаль, что Вас не было в Тбилиси. Не можете ли Вы приехать в Ленинград хоть на короткое время? Ведь к прежним проблемам, чисто математическим, которые тоже невозможно удовлетворительно обсудить по почте, присоединились новые, связанные с Вашей статьёй и уже не только математические. Дело в том, что доказанные Вами сравнения содержаться в дипломной работе Харламова (которая будет защищаться в декабре) и в статье, которую он написал (а я ещё не утвердил). Доказательства родственны, но у Харламова имеются дополнительные соображения, делающие его результаты более точными. Пример же Ваш ($q = 4, s = 2, m_1 = 3, m_2 = 5$) неверен (арифметическая ошибка?), да подобные примеры, как нетрудно показать, и невозможны. Харламов смущён создавшейся ситуацией и не знает, что вам писать, меня же беспокоит то обстоятельство, что мне уже прислали Вашу статью из "Функц. анал." с просьбой написать отзыв поскорее (видимо, у них скоро будет заседание редколлегии). Арнольд, с которым я говорил вчера вечером, считает, что Вам следует поскорее устранить погрешности и представить новый текст, а мне следует поскорее привести текст Харламова в божеский вид и представить его тоже. Если бы Вы смогли приехать до праздников, мы, я думаю, нашли бы оптимальное решение проблемы, по почте же я не берусь обсуждать детали.

Конечно, проще и быстрее было бы позвонить Вам, чем писать всё это, но кто-то говорил мне, что у Вас нет телефона. Мой телефон 448158 и по вечерам, за исключением понедельника и вторника, я обычно бываю дома.

С самыми лучшими пожеланиями

Ваш В. Рохлин

23.10.72

* * *

10.11.72

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Я послал в "Функц. анализ" отзыв, в котором сказано, что дефекты статьи я обсудил с Вами и что они будут устранены (в самом отзыве они не перечисляются). Надеюсь, что Вы уже всё сделали и отослали. Не знаю, пожелает ли редакция, чтобы я высказался об окончательном варианте; думаю, что будет правильно, если Вы, имея в виду эту возможность, пришлёте мне экземпляр для ускорения процедуры.

Статья Харламова мною утверждена, и возможно, что Вы получите её даже раньше, чем это письмо. Я попросил Харламова послать Вам и экземпляр моей заметки.

Ваше письмо я только что получил. Большое спасибо, но сейчас мне ещё трудно решать весенние проблемы. Я ведь только сказал, что буду в следующем семестре свободнее, чем в этом, и, возможно, смогу приехать. Если приеду, то прочитаю пару лекций, не больше, и бог с ней, с оплатой. Бумага тогда, конечно, потребуется, только не от меня, а от Вас, а именно, приглашение, которое могло бы служить основанием для командировки. Хорошо, если это будет приглашение на какую-нибудь конференцию (или школу, или что-либо подобное); такую командировку мне нетрудно будет получить, особенно если факультету не придётся её оплачивать, бумагу же, о которой Вы пишете, мне просить не хочется, тем более, что не ясно, поеду ли я вообще. Моя должность – проф. кафедры геометрии. Кстати, я не знал, что Вы на факультете вычислительной математики и кибернетики. Давно ли он существует? У нас тоже есть подобный факультет, существует он три года, я же работаю на старом факультете – математико-механическом.

Ваш В. Рохлин

* * *

27 ноября 1972 г.

Глубокоуважаемый Владимир Абрамович!

Высылаю Вам текст статьи, исправленной согласно тому, как я понял Ваши указания (как рецензента).

1. Убрана формулировка леммы 1, т. к. эта лемма доказана в Вашей статье.

2. Удалены теоремы А и В.

3. Исправлены неточные обороты в доказательстве теоремы А'.

4. Имеются несколько коротких исправлений типа вычёркивания отдельных слов или перестановки фраз.

О работе В.М. Харламова, мы думаем, удобно будет написать при корректуре. (?)

Напишите, пожалуйста, можно ли считать этот текст окончательным?

Прошу Вас сообщить мне адрес Вашего ученика, доказавшего теорему $P - N \equiv (\frac{m}{2})^2 \pm 1 \bmod 8$. Мне очень интересно, какое у него доказательство.

Относительно алгоритмической неразрешимости. По-видимому, для плоских кривых Г. Полотовский докажет в ближайшее время, что для каждого данного m существует алгоритм для перечисления всех существующих грубых кривых m-й степени. Поэтому я прошу Вас указать, что именно Вы имели в виду, говоря об "алгоритмической неразрешимости".

Прошу сообщить координаты статьи об инволюциях на абелев. группе.

Искренне Ваш

* * *

9.12.72

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Исправленный текст статьи с Вашим письмом я получил. Новых замечаний у меня нет. Что касается указания на работу Харламова, то его лучше написать теперь даже в случае, если будет сказано, что оно добавлено при корректуре (так удобнее редакции и надёжнее).

Постараюсь ответить на другие Ваши вопросы. Главный результат алгебраической работы, о которой я Вам говорил, имеется в книге Кэртиса и Райнера "Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр" (Наука, 1969), гл. 11. О доказательстве сравнения $P - N = (\frac{m}{2})^2 \pm 1 \bmod 8$ мне сообщил Чепонкус, работающий в Вильнюсском университете и собирающийся в будущем году ко мне в аспирантуру. Его адреса я не знаю. Видимо, он пользовался Arf-инвариантом; доказательства я не проверял. Проблема, о возможной алгоритмической неразрешимости которой я говорил, может быть сформулирована так: даны топ. схема кривой в $\mathbb{R}P^2$ и натуральное n; существует ли кривая степени n с этой схемой?

Ваш В. Рохлин

* * *

29.12.72

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Ваш второй вариант (добавление в корректуре) проще первого (третье замечание в §4): первый требует, строго говоря, новой даты, не должен пропускаться без неё редакцией, да и непонятен без неё. Только лучше поместить второй вариант в начале статьи (скажем, в сноске), чем в конце – так будет удобнее читателю. Кроме того, мне кажутся очень неточными слова "аналогичные … результаты" – лучше близкие.

Новых замечаний, связанных с вашей статьёй, у меня нет. Ваше замечание о статье Харламова я ему передам. Координат алгебраической работы, о которой Вы спрашиваете, я при беглом просмотре своей картотеки не нашёл; поищу ещё.

Простите, что отвечаю Вам не сразу: я был в отъезде.

Шлю наилучшие новогодние пожелания.

Ваш В. Рохлин

* * *

Глубокоуважаемый Владимир Абрамович!

Мы с А.Д. Крахновым звонили в редакцию "Функц. анализа" и договорились, что пришлём дополнение, которое я прилагаю к письму. В общем, оно, т. е. дополнение, мне не очень нравится, но в редакции сказали, что лучше прислать сразу же (выслал 3.I.73г.).

Меня несколько беспокоит текст нашей заметки, не осталось ли там какой-нибудь неточности? Впрочем, я этим всегда мучаюсь.

Я давно хотел написать Вам о этом деле, но откладывал до встречи. Однако, скоро я не смогу приехать в Ленинград. Дело идёт о том, что в Горьком нет настоящей культуры во многих областях математики, в частности, в алгебраической геометрии и в топологии. Этот недостаток чувствуют многие здешние математики.

Относительно алгебраической геометрии (и теории чисел, в некотором аспекте) вопрос решился следующим образом:

Молодой математик из Горького – В.А. Абрашкин, учился в МГУ и все 5 лет работал с И.Р. Шафаревичем. Написал хорошую статью. Прошлой весной, по просьбе И.Р. Шафаревича, Горьк. Унив. достал через Министерство место в целевой аспирантуре (для ГГУ). После трёх лет аспирантуры у И.Р. Шафаревича, В.А. Абрашкин будет работать у нас, продолжая свои прежние научные связи.

Хорошо было бы заполучить также от Вас аналогичного специалиста по алгебраической топологии (топологии многообразий и т. п.) на постоянную работу в ГГУ. Конечно, при условии, что это соответствует желанию самого этого специалиста. Лучше всего, чтобы он не терял с Вами связи. Это может быть очень хороший студент с выходом в целевую аспирантуру у Вас, или оканчивающий аспирант, или уже работающий математик. Я со своей стороны приложил бы все усилия, чтобы осуществить такой план.

Надеюсь, что Вы не обиделись на мою новогоднюю шутку. Если говорить без шутки, то, по-моему, сейчас можно попытаться сформулировать ещё некоторые необходимые, а затем и необходимые и достаточные условия существования M-кривых.

Я буду искренне рад, если Вам удастся доказать теоремы такого типа.

С наилучшими пожеланиями

Ваш Д. Гудков

7.I.73 г.

* * *

Ленинград, 23.4.73

Дорогой Дмитрий Андреевич,

второпях я так и не записал ни указанных Вами обзоров, ни дамской работы 1906 г. с неравенствами Петровского. Пожалуйста, пришлите координаты!

По мнению Арнольда, с которым я разговаривал в Москве, Вашу статью нужно печатать как можно скорее.

С наилучшими пожеланиями Вам и Вашей жене от Анны Александровны[2] и от меня.

В. Рохлин

* * *

Дорогой Владимир Абрамович!

Сообщаю Вам библиографию.

1. Rogsdale V. (дама) "On the Arrangement of the Real branches of Plane Algebraic curves" Amer. Jour. of Math. 28, pp. 377 – 404, 1906.

Обзоры

[2]Анна Александровна Гуревич, жена В.А. Рохлина, математик, автор "Теоремы Гуревич" о конечномерности неприводимого унитарного представления компактной группы.

2. Todd J.A. "On questions of reality for certain geometrical loci" Proc. London Math. Soc. (II), Vol.32, pp. 449 – 487, 1930.

3. Comessati A. "Reelle Frage in der algebraischen Geometrie" Jahresbericht der deutschen Math. Ver. 41 ss. 107 – 134, 1931.

4. Comessati A. "Problem di reality per le superficie e varieta' algebriche" Real Accad. Ital. Atti dei Connegni, 9, pp. 15 – 41, 1939 (Rome 1943).

5. Conforto F. "La geometrie algebraica in Italia" (del 1939a tutto il 1945) Rend. Accad. Sci. Relationes Aucties Sci. Temp. Belli, 8, 43 pp. 1946 (K)

6. Galafassi V.E. "Questions di realitá sulle curve trigonali reali" Ann. Mat. Pura Appl. (4), 27, pp.135 – 151, 1948.

7. Петровский И.Г. "О топологических свойствах алгебраических линий и поверхностей" М. Вестник МГУ, II, стр. 23 – 27, 1949.

8. Galafassi V.E. "Indizzizi e metodi in "questioni" di realita" Univ. e Poliecn. Torino Rend. Sem. Mat. 9, pp. 77 – 93, 1950.

9. Brusotti L. "Questioni di realitá e modelli algebrici" Rend. Seminario Mat. (Torino) 10, pp. 139 –153, 1950–51.

10. Brusotti L. "La "piccola variazione" nei suoi aspetti e nel suo ufficio" Boll. Un. Mat. Ital. (3), 7, pp. 430 – 444, 1952.

11. Brusotti L., Galafassi V.E. "Topologia degli enti algebrici reali" Atti Del Quinto Congresso dell'anione matematica Italiana Tenuto a Pavia-Torino Nei Giorni 6 – 9 oii. 1955. Edizione cremonese Roma, pp. 57 – 84, 1956.

12. Brusotti L. "Su talune questioni di realitá nei loro metodi, risultati a probleme" Coloque sur les questione de réalite on geometrie, Liege 1955, pp. 105 – 129, Gorges Thone, Liege, Masson, Paris 1956.

13. Porcu L. "In metodo di "piccola variazione" in problem concernentile curve algebriche piane reali" Period. Mat. (4), 36, pp. 156 – 174, 239 – 250, 1958.

14. Galafassi V.E. "Le questioni di realitá come sussidio in altri campl d'indigine" Rend. Seminar. mat. e fis. Milano, 30, pp.6 –16, 1960.

Некоторых из этих авторов у меня нет. Возможно (очень), что есть пустые и почти все почти пустые. Всё же очень интересно, что можно из этих обзоров выловить. Есть библиография!

Относительно присылки студента дело осложняется тем, что воен. каф. не разрешает (и не может разр.), чтобы наш студент был в отлучке. Иначе его освободят от воен. и ему угрожает после окончания сразу призыв в Армию. Остается лишь воз-
(Нет окончания черновика и даты.)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич, простите, что я не ответил на Ваше письмо сразу. Просто у меня много экзаменов и других столь же приятных дел.

Попытаюсь ответить на ваши вопросы. Равенство $\cdots - \cdots = \frac{(k-1)(k-2)}{2}$, о котором Вам рассказал Харламов, я думаю, пусть немного подождёт. Хотя само оно доказано, имеются связанные с ним вещи, которые ещё не проверены или не поняты. Как только ситуация прояснится, я напишу заметку и пришлю Вам экземпляр. Вполне возможно, что это произойдёт скоро и что Вы ещё успеете включить в Ваш обзор не только указанное равенство, но и другую информацию. Я тоже думаю, что нельзя избежать указания на то, что Петровский, по-видимому, не был знаком с работой Rogsdale. Ссылку же Арнольда на мою работу в связи с имеющейся у него таблицей я не берусь комментировать в письме сколько-нибудь основательно. Надо думать, Арнольд действительно узнал эти вещи из моей работы, но я назвал бы их (в той конкретной ситуации, о которой идёт речь) скорее классическими. Конечно, я не надеялся, что Харламов передаст Вам все мои замечания в точности, но рассчитывал, что он сделает это в основном; к тому же и его собственные замечания безусловно заслуживают внимания. Я понимаю также, что некоторые из моих замечаний должны были Вас огорчить, но что поделаешь?

Я искал в присланных Вами сочинениях информацию о кривых степеней 8, 10, 12, но почти ничего не нашёл. Меня интересует сейчас не техника построения, а факт существования. Нет ли где-нибудь сколько-нибудь полной таблицы построенных кривых?

Будьте здоровы! С самыми лучшими пожеланиями

Ваш В. Рохлин

15.1.74

* * *

Дорогой Владимир Абрамович!

Высылаю Вам таблицы M-кривых (до 12-го порядка), строящихся известными способами. Таблицы составил Г. Полотовский. По-моему, стоило бы опубликовать обзор по способам Брюзотти с приложением таблицы кривых, но где это сделать я не знаю[3].

Поскольку гипотеза о гнёздности лопнула, то $\sum_s sP_s$ не стоит называть гнёздностью – будем называть эту сумму весом кривой. От гипотезы остались рожки и ножки:

1) Ножки. Будем называть два гнезда Γ_1 и Γ_2 различными, если самые внутренние[4] овалы этих гнёзд лежат вне друг друга. Пустой овал есть гнездо веса 1.

Предложение: тривиальное ограничение по пересечению с прямой.

Если нераспадающаяся кривая порядка m имеет два различных гнезда Γ_1 и Γ_2 весов s_1 и s_2, то

$$(1) \qquad s_1 + s_2 \leqslant \frac{m}{2}.$$

Будем называть пять (l) гнёзд $\Gamma_i, 1 \leqslant i \leqslant 5(l)$ сильно различными, если для каждого из этих гнёзд Γ_i существует овал (из числа овалов этих же гнёзд), лежащий вне самого внешнего овала гнезда Γ_i.

Предложение: тривиальное ограничение по пересечению с эллипсом.

[3]Такая статья была опубликована: Г.М. Полотовский. К задаче топологической классификации расположения овалов неособых алгебраических кривых в проективной плоскости // Сб. "Методы качественной теории дифф. ур-ний", вып.1. Горький, 1975. С.101–128.– Г.П.

[4]Здесь описка: следует читать "внешние" – Г.П.

Если нераспадающаяся кривая порядка m имеет пять сильно различных гнёзд $\Gamma_i, \dots, \Gamma_5$ весов $s_1, \dots, s_5$, то

$$(2) \qquad \sum_{i=1}^{5} s_i \leqslant m.$$

Будем называть гнёзда Γ_i, $1 \leqslant i \leqslant l$, лежащими вне друг друга, если самые внешние овалы этих гнёзд лежат вне друг друга.

Предложение: тривиальное ограничение по пересечению с кривой C_n.

Если нераспадающаяся кривая порядка m имеет $\frac{n(n+3)}{2}$ гнёзд Γ_i, $1 \leqslant i \leqslant \frac{n(n+3)}{2}$, лежащих вне друг друга, то существует $(3n-1)$ из этих гнёзд $\Gamma_i, \dots, \Gamma_{3n-1}$ весов $s_1, \dots, s_{3n-1}$, для которых

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{3n-1} s_i \leqslant \frac{mn-(n-1)(n-2)}{2}$$

(возможно, последнее предложение для некоторых случаев можно усилить).

2) Рожки. Для всех имеющихся способов построения M-кривых вес M-кривой $\sum_s sP_s$ не превосходит следующих чисел.

Если $m = 2k+1$, $k \geqslant 1$, то числа $\frac{(k-1)(k-2)}{2}$.

Если $m = 2k$, k нечётно, $k \geqslant 3$, то числа $k^2 - \frac{11k-17}{2}$.

Если $m = 2k$, k чётно, $k \geqslant 2$, то числа $k^2 - \frac{9k-10}{2}$.

Большое спасибо Вам и Вячеславу Михайловичу за замечания. Сейчас я делаю последние исправления и отправляю в редакцию.

Большой привет Анне Александровне. Привет от Натальи Васильевны.

С наилучшими пожеланиями

Д. Гудков

(Черновик не датирован.)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич, большое спасибо за таблицы и за информацию о Вашей M-кривой степени 12.

У нас тоже есть новости, которые могут Вас заинтересовать, впрочем, скромные. Во-первых, мой дипломник Н. Мишачёв нашёл для M-кривых нечётной степени формулу, аналогичную формуле $\Pi^+ - \Pi^- = \frac{1}{2}(k-1)(k-2)$, а также родственную аффинную формулу; чисто вещественные следствия этих формул ещё не обследованы достаточно детально, но в некоторых случаях они вроде бы сильнее соответствующих неравенств Петровского. Во-вторых, мой дипломник В. Звонилов доказал, что правая часть неравенства Харламова совпадает с правой частью неравенства Петровского-Олейник для любой гиперповерхности.

Простите, что я не сразу Вам ответил: я был в отъезде.

С самыми лучшими пожеланиями

Ваш В. Рохлин

13.5.74

* * *

Ленинград 30.XII.74

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Лекарство, о котором шла речь – Pyridinolcarbamat – мы достали и на коробке увидели также подпись Продектин. Мне кажется, что Вы произносили в точности это слово, так что пиридинолкарбамат и то, что Вы обнаружили – одно и то же. Поскольку для полного курса нам не хватает 4–5 коробок (по 100 таблеток в коробке), было бы хорошо, если бы Вам удалось их купить. Пересылка их – дело не срочное, пока что препарат у нас есть, так что можно подождать оказии. Заранее благодарная Вам

Анна Александровна

* * *

Дорогой Владимир Абрамович!

Поздравляю Вас, Анну Александровну с Первым маем. Поздравляю также Лизу и Володю.

Как у Вас здоровье? Читаете ли лекции? Что нового?

Ваш курс, который я называю начальным, у меня подвинулся до третьей главы, т. е. я прочёл 23 лекции: 1. Топологические пространства. 2. Ф. гр. и покрытия. 3. Топологические многообразия. Две оставшиеся главы: 4. Гладкие многообр. и 5. Римановы пространства буду читать на следующий семестр. Больше одной 2-х часовой лекции в неделю не получается, т. к. слушатели очень заняты, и я боюсь злоупотребить их вниманием (могут разбежаться). По просьбе слушателей я составил подробный конспект лекций 1-й главы и буду составлять конспекты остальных. Есть идея напечатать эти конспекты на ротапринте. В связи с этим у меня возникли некоторые мысли, которые хорошо бы обсудить с Вами: 1) в предисловии я указываю, что читаю лекции по студенческим конспектам Ваших лекций. 2) Быть может, Вы согласитесь, чтобы я поставил в качестве автора и Вас с указанием, что за ошибки несу ответственность целиком я. 3) Быть может, Вы хотели бы просмотреть эти конспекты? 4) Если Вы возражаете, то я не буду отдавать эти лекции на ротапринт.

Относительно ошибок, я всё же продолжаю их делать. Вероятно, Вяч. Мих. говорил Вам, что в обзоре я обнаружил некоторые ошибки (на раскрытие которых меня натолкнула работа В.М.). Я написал о своих ошибках короткую заметку в Успехи. Содержание следующее:

1) В обзоре утверждается, что неравенства (34) и $(34)'$ различны. Это неверно. Указанные неравенства совпадают, т. к. их левые части равны одному и тому же числу

$$A + A' + \gamma - \frac{(m-1)^q}{2} \qquad \text{(см. обзор)}.$$

2) В обзоре утверждается, что неравенство (49) сильнее неравенства (18) в статье О.А. Олейник "О топологии действ. ал. кривых ...", Матсборник,

1951, т. 29 (71) № 1, стр. 123-156. Это неверно. Указанные неравенства эквивалентны.

3) О.А. Олейник построила примеры, которые доказывают точность оценки (18) её статьи (для кривых на однополостном гиперболоиде). Этот факт не отмечен в обзоре.

После окончания чтения начального курса мне хотелось бы перенести на Горьковскую почву Ваши спецкурсы, хорошо бы иметь программы этих курсов (а ещё лучше конспекты студенческих лекций). Если это невозможно, то хотелось бы поговорить с Вами обо всём этом. В этом семестре я чувствую себя неважно и работать много не могу. Возможно, осенью соберусь с духом для поездки в Ленинград (а может быть, и в январе 1976 г.). Как Вы смотрите на такие перспективы?

(На этом черновик обрывается. Дата не указана.)

* * *

19. 5. 75

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Простите, что я не ответил Вам сразу: просто скопилось огромное количество писем, рецензий и т. п., а пишу я медленно и мало. Я уже месяц езжу на факультет, т. е. бываю на своём топологическом семинаре и на некоторых советах. Лекций не читаю (в следующем учебном году собираюсь читать, но не более четырёх часов в неделю). С аспирантами, дипломниками и курсовиками занимаюсь как обычно. Серьёзных математических размышлений пока избегаю, книги не пишу, сделанных работ не пишу. Самочувствие улучшается, но медленно и не вполне монотонно. Мне кажется, что падение работоспособности в значительной степени объясняется лекарствами, и я надеюсь, что она будет возрастать по мере их отмены.

Постараюсь ответить на Ваши вопросы. Против печатания Ваших лекций (или их конспектов) я, конечно же, ничего не имею. Против указания, что они читались в основном по студенческим записям моих лекций, возразить нечего, коль скоро это правда; только стоит сказать, что у нас это обязательный курс геометрии, точнее, его часть, читаемая в третьем семестре. (Я имею в виду топологию; риманова геометрия читается в четвёртом семестре, и не мною, кстати, а Ю.А. Волковым, который составил и соответствующую часть нашей программы). Быть соавтором я, конечно, не могу. Смотреть эти конспекты до печати у меня нет сил, но если Вы хотите, чтобы их покритиковал абсолютно компетентный человек, Вы можете попросить об этом, например, Олега Яновича Виро, который читал в этом учебном году обязательный курс топологии вместо меня (кстати, он недавно получил премию Ленинградского математического общества, а свою диссертацию защитил ещё в декабре). Возможно, он не откажется приехать в Горький на неделю или десять дней, чтобы посмотреть Ваш текст и проконсультировать Вас относительно наших основных спецкурсов и их записей (я с ним, впрочем, об этом не разговаривал; у него, к сожалению, нет телефона; телефон родителей его жены 540 373). В.М. Харламов сейчас перепечатывает свою диссертацию и вставляет формулы; защищаться будет, надо думать, в следующем семестре. Несколько дней назад он подписал назначение в Сыктывкар, где сейчас работают (из моих учеников) известные Вам Звонилов и Мишачёв и (уже известный тополог) Я.М. Элиашберг.

С самыми лучшими пожеланиями

Ваш В. Рохлин

* * *

12. 1. 80

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Большое спасибо за приглашение. К сожалению, я не смогу им воспользоваться: улучшение самочувствия, которое сделало бы поездку возможной, кажется почти невероятным. Так что производите замену.

О наших новостях, относящихся к плоским кривым, Вам, без сомнения, подробно рассказали Олег и Слава. Достижения Олега Вы, я думаю, сможете оценить лучше всякого другого.

Передайте, пожалуйста, мои поздравления Г. Полотовскому. У меня к этому учебному году скопилось необычно много кандидатских защит (пять), но ни одна из них к вещественным алгебраическим многообразиям не относится. Прошли пока две (в Новосибирске).

Будьте здоровы!

Ваш В. Рохлин

* * *

1. 2. 82

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Большое спасибо за новогоднее письмо и добрые слова. Анна Александровна и я тоже шлём Вам и Вашим близким наилучшие новогодние пожелания.

Спасибо и за присылку статей. Сам я о вещественных алгебраических многообразиях не размышлял уже несколько лет, но за происходящим слежу. О наших новостях в этой области Вы, без сомнения, знаете от Олега и Славы.

Будьте здоровы!

Ваш В. Рохлин

Письмо от Сусуму Танабэ

Уважаемый Профессор

Прошу разрешить мне Вам написать в таком внезапном виде, но надеюсь, что Вы уже узнали обо мне от Е.И. Шустина.

Я хотел бы советоваться у Вас про мою задачу.

Моя задача состоит в следующих.

Возьмём какой-нибудь символ эллиптического оператора выше 4-го порядка

$$P_{2m}(\xi) = \sum_{|\alpha|=2m} a_\alpha \xi^\alpha, \text{ и } C(\xi)^{2m} \leqslant P_{2m}(\xi), \ \forall \xi \in \mathbb{R}^n, \ \exists C > 0$$

$$(\xi^\alpha = \xi_1^{\alpha_1} \dots \xi_n^{\alpha_n}, \ |\alpha| = \alpha_1 + \dots + \alpha_n, \ m \geqslant 2).$$

Мы хотим исследовать зависимость интеграла

$$\int_{\xi \in \mathbb{R}^n} \frac{e^{ix\cdot\xi}}{P_{2m}(\xi) - 1} d\xi = const \cdot \int_S e^{ix\cdot\xi} d\mu(\xi)$$

от $x_1, \dots, x_m$, где $x \cdot \xi = x_1\xi_1 + \dots + x_n\xi_n$, $S = \{P_{2m}(\xi) - 1 = 0\} \subset \mathbb{R}^n$, $\mu(\xi) : (n-1)$-мерная мера на S, i. e. $\mu(\xi) \wedge dP_{2m}(\xi) = d\xi_1 \wedge \dots \wedge d\xi_n$.

Поскольку в общем случае на поверхности $S = \{P_{2m}(\xi) - 1 = 0\}$ лежат те точки, где кривизны S обращаются в нуль, нельзя применить существующий метод (н.п. Б.Р. Вайнберг, Асимптотические методы математической физики, 1982) для вычисления выше указанной зависимости интеграла.

К примеру, рассмотрим самый простой случай $P_4 = \xi_1^4 + \xi_2^4$. На $S = \{P_4(\xi) = 1\}$, особенно на точке (0, 1), кривизна обращается в нуль, и в интеграл $I(x)$ вкладывается следующий член:

$$e^{ix_2} \int_{|\xi_1|<C} e^{ix_1\xi_1 - ix_2(6\xi_1^4 + o(\xi_1^5))} \frac{d\xi_1}{(1-\xi_1^4)^{\frac{3}{4}}}.$$

———————————

Сусуму Танабэ – известный японский математик и специалист по византийской культуре, с 2010 года – профессор Галатасарайского университета в Стамбуле.

Для вычисления интеграла такого рода надо пользоваться теоремой А.Н. Варченко (Функц. анализ и его прилож. т.10, вып.3. 1976) об осциллирующих интегралах, но его теорема выражается через многогранник Ньютона данной фазовой функции (i. e. $\varphi(\xi$ при $I_\tau = \int e^{i\tau\varphi(\xi)} d\xi)$ в её особенной точке (изолированной), который я не могу так легко вывести из данного $P_{2m}(\xi)$ в достаточно общем виде.

Таким образом, надо указывать "вырожденности" поверхности S, значит:

1) состояние (нахождение) точек на S, где кривизны обращаются в нуль.

Они могут ли образовать подмножество размерности больше 1 в S ?

2) На этих точках, каковым является многогранник Ньютона функции (фазовой функции вокруг особенной точки), выведенной из уравнения $P_{2m}(\xi) - 1 = 0$?

На поле решения этих двух задач ещё другая трудность стоит перед мной. Как видно из примера $P_4 = \xi_1^4 + \xi_2^4$б многогранник Ньютона фазовой функции $x_1\xi_1 - x_2(6\xi_1^4 + o(\xi_1^5)$ меняется по параметрам x_1 и x_2. Как-нибудь такую задачу тоже должен решить.

Поскольку я занимаюсь в основном анализом дифф. уравнений с частными производными и был до сих пор чужим человеком к теории вещественных алгебраических многообразий, мне придётся обращаться к Вас за помощью.

Если Вы будете мне указать ссылки или Ваши собственные работы по поводу "дифференциальной геометрии" алгебраических многообразий, я буду признательно благодарить Вас за Ваше благодеяние.

Всего доброго Вам

16. - X - 90 Сусуму ТАНАБЭ

Москва, Ленинские горы,
МГУ, Зона В, 605-Л
Инд. 117234

Из переписки с В. М. Харламовым

Август 1972 г. (Пометка Д.А. Гудкова)

Глубокоуважаемый Вячеслав Михайлович!

Искренне Вам благодарен за заметку. Для меня очень интересны Ваши результаты. Я не понял, доказали ли Вы теорему:

Если F гомотопная нулю неособая поверхность чётной степени к в RP^3, то

$$dimH^*(F,\mathbb{Z}_2) \leqslant k^3 - 4k^2 + 6k - 2 \ ?$$

И если да, то как?

Какая у Вас перспектива после окончания ЛГУ?

С наилучшими пожеланиями

Д. Гудков

* * *

Глубокоуважаемый Вячеслав Михайлович!

Посылаю Вам статью, в которой получены некоторые результаты методом В.А. Рохлина. Уже при выдвижении гипотезы о M-кривых я предполагал, что для $(M-1)$-кривых в $\mathbb{R}P^2$ имеет место сравнение

$$P - N \equiv (\frac{m}{2})^2 \pm 1 \bmod 8.$$

Однако, мне не хотелось сообщать всего, что я предполагаю.

После получения Вашей заметки я понял, что Вы идёте по этому же пути.

Мне очень интересно, как Вы доказали теорему для $(M-1)$-поверхностей в $\mathbb{R}P^3$? Чем отличаются Ваши доказательства от наших? Пытались ли Вы сделать общий случай?

———————

Вячеслав Михайлович Харламов, советский и российский математик, профессор Страсбургского университета.

M-поверхностей, кроме 4-й степени, я не знаю, хотя пытался построить. У меня получаются поверхности с $H_*(A, \mathbb{Z}_2)$ порядка m^2 (а нужно m^3).

С наилучшими пожеланиями

Ваш Д. Гудков

(Черновик не датирован.)

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Благодарю Вас за присылку статьи. Ещё не зная об этой Вашей (совместно с А.Д. Крахновым) работе, я получил результаты, которые несколько точнее, чем результаты, изложенные в Вашей статье. В надежде на Ваш приезд в Ленинград не пишу дальнейших подробностей. Хочу уведомить Вас на случай вашего приезда, что 30 октября на топологическом семинаре В.А. Рохлина я буду выступать с докладом, в который войдут и эти результаты.

С уважением В.М. Харламов

Примерно 22 октября 1972 г. (пометка Д.А. Гудкова)

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

В ответ на Ваше письмо от 21 октября сообщаю, что в моей дипломной работе сравнение $\chi(M) \equiv (-1)^{\frac{\dim_{\mathbb{C}}(M)}{2}} \sigma(M) \bmod 4$ доказано для всякого алгебраического многообразия.

С уважением, В.М. Харламов

28 октября 1972 г.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Узнав от Вас о работе V. Ragsdale (Amer. J. Math, XXVIII (1906)), Владимир Абрамович сообщил мне об этой работе. Я упоминаю её в своей статье "Обобщённое неравенство Петровского", и поэтому мне хотелось бы знать: Ragsdale – мужчина или женщина? Я не смог найти ответа на этот вопрос в работе Ragsdale. Владимир Игоревич говорит, что Вы рассказывали о Ragsdale как о женщине. Не могли бы Вы сообщить мне, действительно ли Ragsdale – женщина?

С уважением, В.М. Харламов

(Письмо не датировано.)

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Большое спасибо Вам за столь исчерпывающую информацию о V. Ragsdale.

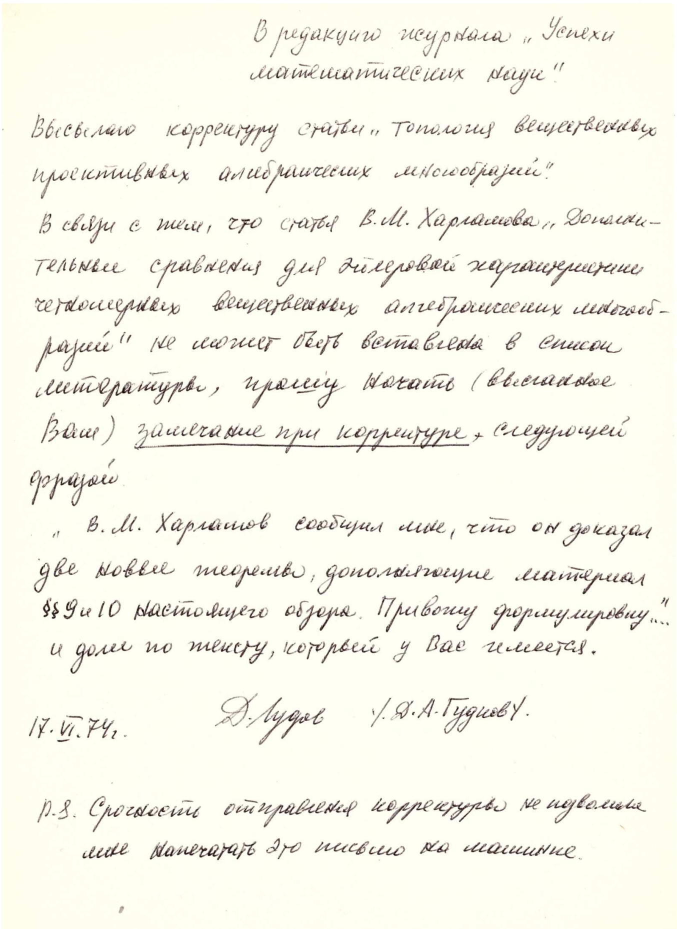
Вы спрашивали о сборнике статей по теории представления групп, вышедшем под редакцией Д.К. Фаддеева в издательстве ЛГУ. Я знаю, что в 1972 г. в записках семинаров Ломи вышел под редакцией Фаддеева сборник статей по теории представлений. По-видимому, Вы имеете в виду этот сборник. Надеюсь, что в ближайшее время я его смогу Вам достать.

Что касается "очевидной" леммы, то мы с Владимиром Абрамовичем считали, что подобная лемма скорее всего хорошо известна, и поэтому в моей статье не приводится её доказательство. Однако нам неизвестны такие работы, в которых содержалась бы подобная или более общая теорема.

С уважением, В.М. Харламов

24 июня 1973г.

* * *



В редакцию журнала „Успехи математических наук“

Высылаю корректуру статьи „Топология вещественных проективных алгебраических многообразий“.

В связи с тем, что статья В.М. Харламова „Дополнительные сравнения для эйлеровой характеристики четномерных вещественных алгебраических многообразий“ не может быть вставлена в список литературы, прошу начать (высланное Вам) замечание при корректуре следующей фразой

„В.М. Харламов сообщил мне, что он доказал две новые теоремы, дополняющие материал §§9 и 10 настоящего обзора. Привожу формулировку...“ и далее по тексту, который у Вас имеется.

17.VI.74 г. Д. Гудков /Д.А. Гудков/.

P.S. Срочность отправления корректуры не позволила мне напечатать это письмо на машинке.

Письмо Д.А. Гудкова в редакцию журнала "Успехи математических наук"

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Очень рад, что Ваша поездка в Ленинград оказалась довольно удачной. Что же касается программы обязательного курса топологии, то я постараюсь достать её с помощью Виро.

Владимир Абрамович чувствует себя сейчас несколько лучше. Возможно, его скоро выпишут из больницы домой.

Большое спасибо за поздравления с праздником. В свою очередь, примите наши поздравления и наилучшие пожелания.

Сейчас у нас в доме радостная суматоха. Соня родила мальчика. Оба чувствуют себя хорошо. Ребёнка собираемся назвать Алексеем.

8.11.74 г.

В. Харламов

P.S. Я уже отослал в "Функциональный анализ" заметку с обобщением второй теоремы Петровского. Эта заметка называется "Обобщённое неравенство Петровского, II". При первой же возможности я вышлю Вам её текст.

* * *

Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

Интересующая Вас статья Флойда опубликована в Transactions AMS 72 (1952), 138–147. Про "японский обзор" я вспомнил совершенно случайно и всё перепутал. Некто Allen L Shields (Michigan) в №7, v.19 Notices of the AMS задал вопрос о том, какие имеются обзоры по проблемам Гильберта. Ответы опубликованы в №1, v.20 того же журнала и, кажется, ещё в №4, v.20. В №1 перечислены следующие книги:

a) Iwanamy sugaky jiten (Iwanami math. dictionary) Tokyo, 1968 (Japanese) MR 39♯2570,

b) J. Fang, Hilbert: towards a philosophy of modern mathematics. II., Paideia, New York, 1970,

c) сб. Проблемы Гильберта,

d) С.С. Демидов, Об истории проблем Гильберта, Ист. мат. исследования 17 (1966), 91–121,

e) J. Fang, Philosophia Mathematics 6 (June – Dec. 1967), 38–53,

f) Профессор И. Каплански из Чикаго готовит новый обзор.

Что же касается моих результатов, о которых я докладывал у Вас в Горьком, то я сейчас готовлю к печати статью "Дополнительные сравнения для эйлеровой характеристики чётномерных вещественных алгебраических многообразий", в которой эти результаты будут изложены. Статья будет отправлена в журнал "Функциональный анализ и его приложения".

С наилучшими пожеланиями, В. Харламов

P.S. Я был очень рад побывать в Горьком и познакомиться с Вами. Улетал я из Горького опять с приключениями: самолёт опоздал на семь часов.

(Письмо не датировано)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Моё долгое молчание объясняется тем, что почти год я занимался в основном только оформлением диссертации и всякими проблемами, связанными с моим распределением, и на занятия математикой почти не оставалось времени. В начале лета я подал диссертацию в Учёный совет. На днях утвердили В.И. Арнольда и Б.Б. Венкова в качестве оппонентов, а университет, в котором Вы работаете, в качестве ведущего учреждения по моей диссертации. В ближайшие 2–3 дня диссертация будет отправлена в Ваш университет на имя ректора. Надеюсь, что моя защита состоится до Нового года. Как мне кажется, я доказал, что в $\mathbb{R}P^3$ существуют поверхности 4-й степени следующих топологических типов:

$$(R_2,9),(R_2,8),(R_2,7),(R_2,6),(R_3,6), \qquad (*)$$

где (R_p,q) — несвязная сумма q сфер и сферы с p ручками. Этот результат и изложенные в Вашем обзоре сведения дают описание всех, с точностью до гомеоморфизма, поверхностей 4-й степени в $\mathbb{R}P^3$, если учесть дополнительный факт, что в $\mathbb{R}P^3$ не существует поверхности 4-й степени, гомеоморфной несвязной сумме двух торов и сферы. Этот дополнительный факт следует, например, из некоторого неравенства, аналогичного принадлежащей Арнольду оценке числа непустых чётных овалов плоской кривой и доказываемого так же, как и эта оценка; формулировка аналога неравенства Арнольда, о котором идёт речь, имеется в Добавлении к главе I моей диссертации. Я готовлю статью о существовании поверхностей $(*)$. Их существование доказывается не явным построением, а следующим образом: сначала указывается алгебраическая задача, разрешимость которой достаточна для их существования, а затем доказывается её разрешимость. Поскольку доказательство длинное, я не имею возможности изложить его в письме. Как только статья будет готова к публикации, обязательно пришлю Вам её экземпляр.

С наилучшими пожеланиями Харламов.

6.9.75

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Работа с доказательством гипотезы Rogsdale получена Владимиром Абрамовичем из редакции "Функц. анализ" на рецензию. Пока неясно, доказана ли автором эта гипотеза, поскольку его рассуждения используют формулу, недоказанную в работе.

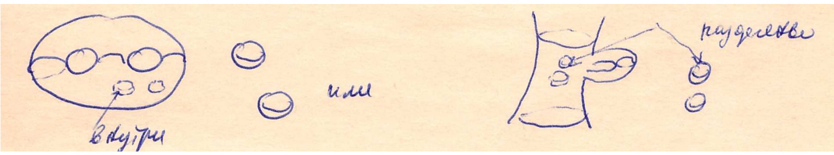
Как мне кажется, моя защита прошла удачно (первое голосование – единогласное, на докторском совете – один испорченный бюллетень). Хочу ещё раз поблагодарить Вас за Ваш чрезвычайно благожелательный отзыв. Вопрос о моей поездке на работу в Сыктывкар или ещё куда-нибудь пока не решён. У меня появились шансы остаться в Ленинграде, и эти шансы я попытаюсь использовать. Сейчас я не могу принять Ваше предложение работать у Вас на кафедре, в то же время я благодарен Вам за Ваше внимание ко мне.

С наилучшими пожеланиями
Харламов

* * *

Дорогой Вячеслав Михайлович!

Спасибо за экземпляр статьи по поверхностям 4-го порядка. Я получил её также на рецензию из "Функц. анализа" и на днях отсылаю рецензию. Работа, конечно, замечательная. Однако, всё же сохраняется (и используется) связь с кривыми 6-го порядка и не видно, как обобщать на поверхности m-го порядка. Весьма возможно, что M-поверхность, например, 6-го порядка не может иметь "простейший тип" (аналогично, как кривая 6-го порядка), т.е. у неё обязательно (возможно) будут куски, вложенные друг в друга. Что-нибудь в таком роде:



Подсчёт по целым числам (в предположении, что поверхность полученную из M-кривой степени $2n$ – Вашей конструкцией – можно вложить в $\mathbb{R}P^3$ как M-поверхность 6-й степени) показывает, что такой M-кривой не существует. Да ещё нужно строить теорию, аналогичную K3 поверхностям. Во всяком случае, я пишу, что результат важный, метод совершенно новый и интересен сам по себе и что доказательства правильны (последнее я, конечно, не проверял) и статью нужно печатать. Я думаю, что в редакции не возникнет тут сомнений.

Очень я заинтересован окончанием истории с доказательством гипотезы Rogsdale. Напишите, пожалуйста, когда дело прояснится. Ещё когда я читал Вашу диссертацию, то думал, что такой аппарат, возможно, осилит и оценки для Σ_1 и Σ_2 (нечётномерных и чётномерных чисел Бетти). Но Вы, конечно, пытались это сделать, и где-то дело не проходит. Если гипотеза верна, то это странно. Ведь она тогда должна доказываться проще теорем Петровского (помните сложности во II главе диссертации). Возможно, что статью Краснова следует напечатать, даже если нет доказательства этой формулы, но указать , что она не доказана? Конечно, если эта формула не опровергнута.

Желаю Вам всего самого хорошего
Ваш Д. Гудков

20.1.76 г.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я болел гриппом и не смог сразу же ответить на Ваше последнее письмо.

Вы спрашиваете, чем кончилось дело с гипотезой Rogsdale. Мне это не совсем ясно. Автор работы написал в редакцию, что формула (о которой шла речь в моём предыдущем письме к Вам) не верна и забрал статью из редакции. В каком смысле она не верна, остаётся непонятным.

Видимо, 24 февраля я буду выступать в Москве на мат. обществе с обзором топологии поверхностей степени 4 в $\mathbb{R}P^3$. Не могли бы Вы сообщить мне, кто и когда нашёл ошибку в принадлежащем Rohn'у доказательстве того, что поверхность степени 4 в $\mathbb{R}P^3$ не может иметь более 10 компонент, гомеоморфных сфере (речь идёт о работе Rohn'a, опубликованной в 1911 г.). Может быть, есть новые результаты у Уткина?

Я сменил, временно, квартиру. Ближайшие месяцы мой адрес: 188623, г. Павловск, Ленинград, ул. Детскосельская, д. 9, кв. 27.

С наилучшими пожеланиями

Харламов

15.2.76

* * *

22.06.81

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Из редакции "Функционального анализа" мне прислали Вашу заметку о кривой 5-го порядка. Я не смог восполнить некоторые детали Вашего доказательства теоремы 2 по тому краткому наброску доказательства, который приведён в Вашем тексте. Не пришлёте ли Вы мне подробное доказательство этой теоремы?

С уважением

Ваш Харламов

* * *

15.7.81

Дорогой Дмитрий Андреевич!

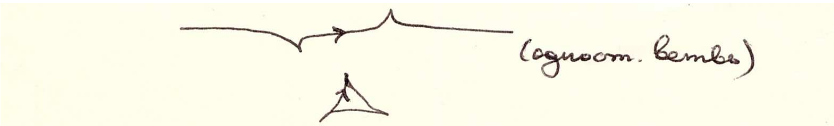
Получил Ваше письмо от 4 июля. Ваше доказательство теоремы 2 можно ещё более упростить, применяя формулу Мишачёва к такому возмущению кривой, при котором каждая точка возврата рождает овал. Эта формула даёт следующий результат: если исходная кривая имеет двустороннюю ветвь, то на этой ветви лежат ровно 3 (из 5) точки возврата. Далее доказательство завершается так, как у Вас, а именно, указывается в этом случае прямая, пересекающая исходную кривую в $\geqslant 6$ точках.

Применяя формулу Мишачёва, надо учесть следующие обстоятельства. При условии, что исходная кривая имеет двустороннюю ветвь, описанное возмущение даёт M-кривую степени 5, так что формула Мишачёва применима и даёт:

$$\Lambda^{+} - \Lambda^{-} = 0.$$

Исходная кривая при указанном условии имеет свою комплексную ориентацию и при возмущении ориентация ведёт себя следующим образом:

В частности, единственная топологическая картина, не противоречащая формуле Мишачёва, имеет вид

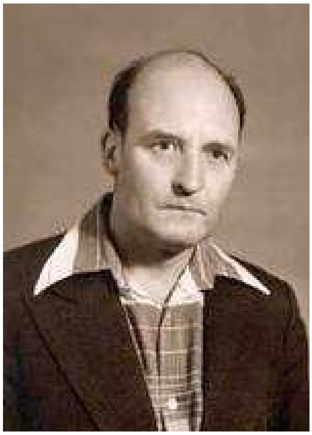


Ваш Слава.

P.S. Мой телефон – 1728967. Я буду в Ленинграде после 19 августа.

Я отослал в редакцию положительный отзыв, указав, что доказательство теоремы 2 нуждается в переработке и что свои замечания я Вам сообщил.

Письмо А. П. Широкова



Глубокоуважаемый Дмитрий Андреевич!

А.П. Норден согласен заслушать доклад Григория Михайловича примерно через месяц. Что же касается защиты, то он тоже не возражает осуществить её в Казани, но не настаивает на том, чтобы один из оппонентов был казанцем: пусть лучше будут подобраны такие оппоненты, которые способны дать наиболее квалифицированные отзывы.

Защита Л.И. Егоровой в Минске прошла весьма успешно (единогласно).

Разрешите пожелать Вам доброго здоровья и наилучших успехов.

Уважающий Вас А. Широков.

17/II.1979 г.

Александр Петрович Широков (1926 – 1998) – профессор Казанского университета, зав. кафедрой теории относительности и гравитации (1970 – 1975), зав. кафедрой геометрии (1980 – 1993), Заслуженный деятель науки РСФСР.

Открытка от Яролима Буреша


P/90

профессор

Д. А. Гудков

кафедра математики

Горьковского госуд. университета имени

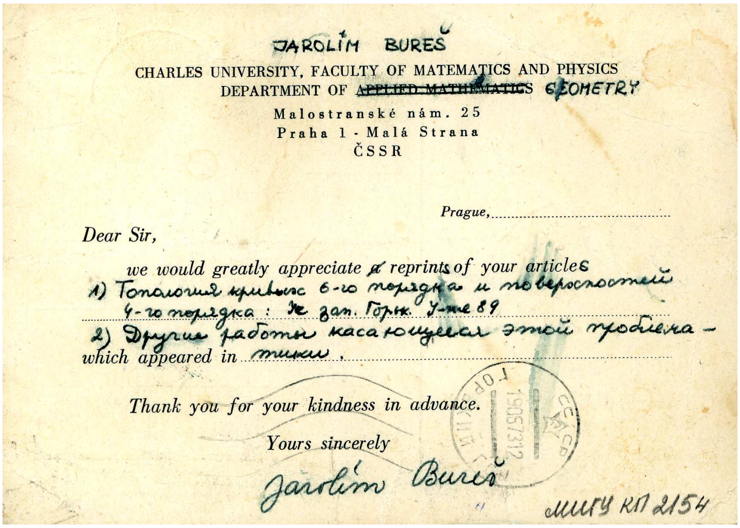
Лобачевского

Горький

CHARLES UNIVERSITY
PRAGUE
CZECHOSLOVAKIA

ПОЧТА СССР 3 КОП. 1966

МОСКВА


JAROLÍM BUREŠ

CHARLES UNIVERSITY, FACULTY OF MATEMATICS AND PHYSICS
DEPARTMENT OF ~~APPLIED MATHEMATICS~~ GEOMETRY
Malostranské nám. 25
Praha 1 - Malá Strana
ČSSR

Prague, ...

Dear Sir,

we would greatly appreciate ~~a~~ *reprints of your articles*
1) Топология кривых 6-го порядка и поверхностей 4-го порядка: Уч. зап. Горьк. У-та 89
2) Другие работы касающиеся этой проблематики
which appeared in ....

Thank you for your kindness in advance.

Yours sincerely

Jarolím Bureš

МИГУ КП 2154

Яролим Буреш (Jarolim Bureš, 1942 – 2006) – профессор Карлова университета в Праге, специалист по математической физике.

Письма Е. И. Шустина Д. А. Гудкову и письмо Д.А. Гудкова Э.М. Фридман

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Пишу Вам по поводу заявки на семинар Петровского. Я мог бы рассказать обобщение своего последнего запрета. Формулировка результата:

Не существуют M-кривые степени $m = 8k$ со схемами

$$1 < a_1 \perp 1 < 1 < a_2 \perp 1 < 1 < \ldots a_{2k-1} \perp 1 < b > \cdots > .$$

Этот запрет охватывает все схемы степени 8 с гнездом глубины 3 без внешних овалов (этот результат докладывался на последнем семинаре Петровского[1]

Доказательство основано на исследовании подрешёток в целочисленных гомологиях двулистного накрывающего плоскости с ветвлением вдоль кривой. Подрешётки возникают из некоторых дифференциально-топологических конструкций.

Название: "Новый запрет в топологии вещественных кривых степени, кратной 8".

Передаю привет от Милы

До свидания

Ваш Женя

* * *

[1] Письмо не датировано. Из этого упоминания семинара им. И.Г. Петровского следует, что оно написано в 1985 году – Г.П.

——————————

Евгений Исаакович Шустин – профессор Тель-Авивского университета.

23/II–87г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Сегодня я начал работать "с полной выкладкой". Моя нагрузка – 18 часов в неделю. Веду алгебру с геометрией на 1-м курсе, теорию чисел на 1 курсе, читаю топологию на 1 курсе и веду спецсеминар на 4 курсе. Устоявшегося курса топологии здесь нет. Раньше его вела кафедра функционального анализа, ограничиваясь в основном общей топологией. К сожалению, практических занятий по топологии здесь нет, курс оканчивается зачётом.

На этой неделе войду в рабочий ритм и займусь научной работой.

Большое спасибо за Ван дер Вардена. А поздравление от горьковчан на свадьбе произвело фурор.

Вы не могли бы напомнить Жене Гордону о двух книжках по теории чисел, которые он у меня взял: Чандрасекхаране и Сушкевиче.

О семейной жизни писать не буду – всё это в процессе становления.

Мои приветы Грише, Толе.

До свидания

Ваш Женя

* * *

В гостях у Шустиных; слева направо:
Исаак Борисович и Майя Яковлевна Шустины, их сын Женя,
О. Корчагина, Г. Полотовский, Д.А. Гудков, А. Корчагин

18/III – 87г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам фотографии. Одна из них свадебная, остальные сделаны дома перед отъездом. Прошёл месяц семейной жизни. Первые недели состояли из беготни по разным учреждениям и гостям. Только в последние десять дней наладилась ритмичная жизнь. Нагрузка в университете – 18 часов, ещё дали 4 курсовиков. Среди студентов мало парней, общий уровень не выше, чем в Горьком. Понемногу возвращаюсь к науке. Начал писать статью о примыкании стратов в пространстве кривых 4-й степени. Недели через 2 закончу и оформлю. Относительно запретов: есть доказательство несуществования кривой $< 1 \perp 1 < 1 >\perp 1 < 18 >>$, пытаюсь перенести это на остальные незапрещённые двухгнёздные кривые. Общими теоремами пока не занимался.

Здесь меня познакомили с одним инженером, занимающимся вещественными алгебраическими кривыми. Он самоучкой освоил метод малого параметра и строит аффинные кривые. Добрался до 4-й степени. Представление о математике у него инженерное, или, в лучшем случае, программистское. Постараюсь натравить его на кривые C_2C_5 и C_1C_6, хотя его больше заботит проблема издания его результатов в виде книжки.

Здесь на кафедре есть один парень, который занимается комплексными алгебраическими поверхностями и трёхмерными многообразиями. Может быть, от него будет польза нашей науке.

До свидания. Передаю привет от Милы.

Женя.

* * *

9/IV-87 г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Две недели назад получил Ваше письмо. Спасибо за приветы. Получили ли Вы фотографии? Гриша с Толей пока молчат.

Есть ли какие-нибудь известия о бакинской конференции?

Текст о примыкании стратов в пространстве квартик я закончил, но мне не хватает ссылки: где именно расклассифицированы кривые с точкой уплощения. То место в методичке, где указывается возможность разбиения s-кратной точки пересечения на s простых точек, можно изложить, видимо, так:

"Пусть $(P_1 \cdot P_2) = s$. Индукцией по s докажем, что малым шевелением ветви P_1 можно разбить эту точку пересечения на s простых точек пересечения. При $s = 1$ доказывать нечего. Пусть $s > 1$. Предположим, что ветви P_1, P_2 пересекаются в точке $(0;0)$, не касаются оси OY и задаются уравнениями

$$G_1(x, y) \equiv y^{m_0} + a_1(x)y^{m_0-1} + \cdots + a_{m_0} = 0,$$

$$G_2(x, y) \equiv y^{n_0} + b_1(x)y^{n_0-1} + \cdots + b_{n_0} = 0,$$

где $a_i(x), b_j(x)$ – голоморфные в окрестности 0 функции. Ветви P_1, P_2 неособы вне точки $(0;0)$, значит, ветви $\bar{P}_1 : \bar{G}_1(x,y) \equiv G_1(x, y+b) = 0, b \neq 0$, и P_2 пересекаются в окрестности точки $(0;0)$ только в неособых точках, причём сумма кратностей пересечений равна s. Если этих точек пересечений более одной, по предположению индукции их последовательно можно разбить на s простых точек пересечения. Если такая неособая точка пересечения (a,b) единственна, то в её окрестности

$$\bar{G}_1(x,y) = (A_{00} + \sum_{i+j\geqslant 1} A_{ij}x^iy^j)(y - b - b_1(x-a) - \dots - b_s(x-a)^s - \\ -b'_{s+1}(x-a)^{s+1} - \dots),$$

$$\bar{G}_2(x,y) = (B_{00} + \sum_{i+j\geqslant 1} B_{ij}x^iy^j)(y - b - b_1(x-a) - \dots - b_s(x-a)^s - \\ -b''_{s+1}(x-a)^{s+1} - \dots),$$

где $A_{00}B_{00}(b'_{s+1} - b''_{s+1}) \neq 0$. Тогда при замене ветви $\bar{P}_1$ ветвью

$$\tilde{P}_1 : \tilde{G}_1(x,y) \equiv \bar{G}_1(x, y + \lambda(x-a)) = 0, \ \lambda \neq 0,$$

эта точка пересечения распадается на простую точку пересечения (a,b) ветвей $\tilde{P}_1$ и P_2 и ещё несколько точек пересечения, откуда вновь по предположению индукции следует искомое утверждение".

Что касается аналитических кривых, то мне кажется, можно обойтись алгебраическими, и только там, где встречаются ветви, писать аналитические уравнения и говорить, что для них справедливы алгоритм Ньютона, теорема Пьюзе и пр.

На работе я загружен основательно. Свободного времени немного. Имеются соображения насчёт гипотезы Рэгсдейл.

Вот и всё. Передаю приветы от Милы, надеюсь на майские приехать в Горький.

До свидания.

Женя.

* * *

21/VI-87 г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам статьи про кривые 4-го порядка, которые я получил из РЖ. Может быть, они Вам пригодятся.

Я ощущаю оторванность от нашей "команды". Работа двигается с трудом. Возню с кривыми степени 8 ещё не закончил. Удалось пока получить два запрета для M-кривых $1 \perp 1 < 1 > \perp 1 < 18 >$, $1 \perp 1 < 13 > \perp 1 < 6 >$ и несколько запретов для $(M-1)$-кривых вида $1 < \alpha > \perp 1 < \beta > \perp 1 < \gamma >$. В последнем случае, похоже, верно утверждение: существуют в точности те $(M-1)$-кривые, которые являются сокращениями M-кривых. Возможно, удастся добить все трёхгнёздные $(M-1)$-кривые степени 8.

Никаких известий о Бакинской конференции не имею. От Виро я знаю, что в апреле разослали только часть приглашений. Он сообщил также, что напрасно критиковал нашу с Толей статью, там всё правильно.

С конкурсом положение ещё не определилось. Ставка есть, надо, чтобы её отдали нашей кафедре. Не знаю, насколько меня задержат эти дела. Отпуск у меня со 2 по 22-е июля.

Вот и всё. Привет Грише и Толе.

До свидания.

Женя.

* * *

6/XII-87 г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я получил вчера Вашу бандероль и сейчас в свободное время читаю эти материалы. Правда, свободного времени немного. Помимо нагрузки дали кучу общественных поручений. Дописываю статью для нашего кафедрального сборника. С семинаром им. Петровского, видимо, мы пролетели. Две недели назад подвернулась конференция молодых учёных в Туле, и я послал туда тезисы. Она состоится параллельно с семинаром Петровского. Собираюсь послать заявку на геометрическую конференцию в Кишинёв.

На факультете у нас волнение, собираются открывать новую кафедру, все говорят о новом приказе сократить нагрузку. Между тем мне предложили ФПК на следующий семестр и я немедленно согласился. 4 месяца пробуду в МГУ.

Нет ли каких-нибудь известий из Москвы или Ленинграда?

Привет Толе и Грише.

До свидания.

Женя.

* * *

31/VIII-88 г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Если Вы будете писать Олейник насчёт участия в семинаре им. Петровского, то добавьте, пожалуйста, и мою заявку. Название доклада "Неприводимые многообразия особых алгебраических кривых". Содержание доклада составляют две теоремы:

Теорема 1. *Множество плоских комплексных нераспадающихся кривых степени n, имеющих данный набор особенностей $\{S_1, S_2, \ldots, S_r\}$, является гладким неприводимым многообразием, если*

$$\sum b(S_i) \leqslant 3n - 1.$$

Здесь $b(S_i)$ – некоторый топологический инвариант особенности, не превосходящий числа Милнора, увеличенного на 2.

Теорема 2. *Множество плоских комплексных нераспадающихся кривых степени n, имеющих данный набор невырожденных особенностей порядков $n_1, n_2, \ldots, n_r$, является гладким неприводимым многообразием, если*

$$\sum_{n_i > 2} n_i \leqslant 2n.$$

Теорема 2 при $n_1 = n_2 = \cdots = n_r = 2$ превращается в доказанную недавно Харрисом и Раном гипотезу Севери о неприводимости многообразий плоских нодальных кривых.

Вот и всё. Когда я закончу главу о независимости возмущений особых точек кривых 4-го порядка, то напечатаю её на машинке и вышлю. Нагрузка пока у меня небольшая, так что есть возможность поработать.

Кстати, перелистывая третий номер "Успехов" за этот год, я нашёл заметку Харламова со следующей ссылкой: Kharlamov V.M., Viro O.Y. Extensions of the Gudkov-Rokhlin congruence // Lecture Notes in Math., 1987, v. 1397, P. 687–717. Похоже, это статья из того самого таинственного сборника памяти Рохлина.

Мои приветы Грише и Толе.

Всего хорошего.

До свидания.

Ваш Женя.

* * *

24/II - 89

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Посылаю Вам статью трёхлетней давности, которая написана для конференции молодых учёных. В неё я втиснул некоторые утверждения об устранениях особенностей $A_k, D_k, E_6, E_7, E_8, X_9, Z_{15}, J_{10}, N_{16}, X_{21}$.

Перед отъездом из Москвы я говорил с Никулиным. Он обещал посоветоваться с Шафаревичем насчёт перевода книжки Ван дер Вардена и затем Вам позвонить.

Не отпечатана ли ещё моя рукопись? Я готов продолжать, но хотелось бы иметь под руками начало.

Сегодня в библиотеке я посмотрел т. 23 и 24 серии ВИНИТИ "Фундаментальные...". Один том – учебник по алгебраической геометрии, другой написан Фуксом и Виро как продолжение книжки Рохлина – Фукса.

Сейчас я оформляю статью для Ленинградского мат. журнала. Недавно Воскресенский дал мне почитать свежий препринт Colliot-Telene (это француз), где число компонент вещественной алгебраической поверхности оценивается через ранги каких-то групп этальных когомологий. Эта теория мне совершенно незнакома. Пытаюсь связать это с гипотезой Рэгсдейл-Виро.

Передавайте привет Грише и Толе.

До свидания.

Ваш Женя.

* * *

10/X – 89 г.

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Прошлую неделю я провёл во Франции в Люмини на конференции по вещественной алгебраической геометрии. Как мне удалось туда прорваться и сколько было потрачено сил в напрасных хождениях по чиновникам – это неописуемо. Зато поездкой и её результатами я доволен. В основном там публика рассказывала про полуалгебраические множества и функции на них. По 16-й проблеме было 4 доклада: Пеке из Парижа, известного нам Шевалье из Тулузы, Рислера из Парижа и мой. Пеке рассказывал про поверхности степени 4, Шевалье – про локальные аналоги неравенства Гарнака для особенностей поверхностей, Рислер – про неравенство Гарнака для особенностей кривых, примеры Харламова. Я рассказывал про классификацию кривых степени 8. Я там сделал 10 копий своего доклада, и их тут же расхватали. Мой общий вывод: они все смутно представляют метод Виро и вообще методы в 16-й проблеме. Я там сразу оказался консультантом по всем этим вопросам. Я там раздал свои оттиски на английском языке. Я думаю, что надо послать Ваши, Гришины и Толины работы на английском Шевалье. Его адрес

Chevallier B.
UFR de Mathematiques
Univ de Toulouse II (Le Mirail)
5 allee Autonio Machado
31058 – Toulouse cedex
Frauce

Кстати, мне кажется, что книжка о кривых 4-й степени вызовет интерес на Западе.

До свидания
Ваш Женя

* * *

29.07.91

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Гриша с Толей, наверное, рассказали Вам в подробностях, как проходила конференция во Франции. Думаю, все наши остались довольны. Я представил в сборник трудов конференции текст доклада и хочу добавить ещё одну статью – о построении вещественных кривых с особенностями. Основной результат – построение кривой степени m с $\frac{2m^2}{9}$ вещественными точками возврата. Для полноты изложения я решил добавить кривые с простыми двойными точками. Мне удалось доказать, что для любой тройки $(a, b, 2c)$, удовлетворяющей неравенству

$$a + b + 2c \leqslant \frac{(m-1)(m-2)}{2},$$

существует вещественная нераспадающаяся кривая степени m с a узлами, b уединёнными точками и c парами мнимых двойных точек. Но, по-видимому, это известный результат. Не знаете ли Вы, на что можно сослаться?

Я говорил с Виро о диссертации. Он звал меня в докторантуру, но наш университет не возьмётся оплачивать докторантуру в Ленинграде.

Большой привет Вам от Милы.

Вы можете передать мне сообщение с моими родителями, которые поедут 10-го в Самару.

Ваш Женя.

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я сильно задержался с ответом. Хотел приложить к письму оттиски статьи про запреты кривых степени 8, которая вышла в № 5 Известий, но пока ещё ничего не прислали.

Готовлюсь сейчас к поездке во Францию. Пишу доклад про вещественные кривые. Хочу к этому времени сделать новые запреты кривых степени 8. Я применяю здесь те циклы, которые строил для доказательства Гипотезы Рэгсдейл. Расчёты для двугнёздных кривых запрета не дают. Кое-что однако есть: запрещены $(M-1)$-кривые $3 < 6 >$ и $12 \perp 3 < 2 >$. Так что трёхгнёздные M- и $(M-1)$-кривые полностью расклассифицированы. Сейчас проверяю оставшиеся M-кривые с глубоким гнездом.

Что касается докторской, то я собираюсь написать диссертацию под названием "Геометрия дискриминанта и топология алгебраических кривых". При написании доклада для конгресса сложился план работы: 1) независимость возмущений особых точек вещественных и комплексных кривых, 2) локальное и глобальное строение дискриминантной гиперповерхности в пространстве кривых данной степени, 3) приложения к исследованию топологии вещественных и комплексных кривых.

<u>Первая часть</u>: здесь независимость возмущений рассматривается с разных позиций. Наиболее общие результаты – о независимости версальных (по Арнольду) деформаций (т. е. любых с точностью до диффеоморфизма окрестности) особой точки.

<u>Теорема 1</u>. Пусть F – приведённая кривая степени m. Если

$$\sum_{z \in SingF} \mu(z) \leqslant 4m-5,$$

то версальные деформации всех особых точек независимы.

<u>Теорема 2</u>. Пусть F – неприводимая кривая степени m. Если

$$\sum_{z \in SingF} \mu(z) \leqslant \lambda m^2,$$

где λ зависит только от топологических типов особых точек кривой F (например, для точек возврата $\lambda = \frac{7-\sqrt{13}}{81}$), то версальные деформации всех особых точек независимы.

Эти теоремы верны в вещественном и комплексном случае.

Два немца опубликовали (позже меня) аналог теоремы 1 для деформаций, версальных по Уоллу-Артину. Отличие от Арнольда –

версальность по Арнольду: диффеоморфизм переводит (локально) одно уравнение в другое,

версальность по Уоллу-Артину: диффеоморфизм переводит кривую в кривую.

У немцев в неравенстве участвуют числа Тюриной. Они не превосходят чисел Милнора, однако не являются топологическими инвариантами.

Другой подход к независимости деформаций связан с ограничениями на типы особенностей и возмущений.

Теорема 3. Пусть F – неприводимая кривая степени m, подмножество $S \subset SingF$ состоит из особых точек, для которых усечения $F(x, y)$ на рёбра диаграммы Ньютона становятся невырожденными после локального диффеоморфизма. Если

$$\sum_{z \in SingF} b(z) < 3m,$$

то независимо реализуются все возмущения точек $z \in S$, строящиеся по Виро. При этом прочие особенности сохраняются.

Это также комплексно-вещественная теорема. Она имеет аналог для распадающихся кривых. При этом также в S включаются "плоские" особенности.

Имеются также дополнительные утверждения про более узкие классы возмущений.

Вторая часть: здесь рассматривается естественным образом связанная с независимостью возмущений локальная и глобальная геометрия дискриминантной гиперповерхности, её эквисингулярных стратов. Основные задачи: о гладкости, размерности, неприводимости и примыкании эквисингулярных стратов.

Теорема 4. В условиях теорем 1, 2, 3 эквисингулярный страт кривой F в пространстве $\mathbb{C}P^N$ или $\mathbb{R}P^N$ кривых степени m является неособым, имеет "правильную" размерность, а также в условиях теорем 1, 2 окрестность каждой "точки" этого страта является совместной версальной деформацией всех особенностей.

Теорема 5. Если F – неприводимая кривая степени m и

$$\sum_{z \in SingF} \tilde{b}(z) \leqslant 3m - 1,$$

то эквисингулярный страт кривой F в $\mathbb{C}P^N$ неприводим (связен).

Здесь имеется формулировка и для приводимых кривых. Числа $\tilde{b}(z) \geqslant b(z)$, например, $\tilde{b}(A_2) = 4$.

Теорема 6. Если F – неприводимая кривая степени m, где

$$\sum_{z \in SingF} \mu(z) \leqslant \lambda_1 m^2,$$

где λ_1 зависит только от типов особых точек (например, для точек возврата $\lambda_1 = \frac{1}{72}$), то эквисингулярный страт кривой Fнеприводим.

Я думаю, что можно доказать и такое утверждение, усиливающее теоремы 2, 4, 6.

Гипотеза 1. Существует абсолютная константа λ такая, что эквисингулярные страты V в $\mathbb{C}P^N$, $N = \frac{m(m+3)}{2}$, отвечающие любым наборам особенностей, неособы, неприводимы, имеют "правильную" размерность, окрестности их "точек" представляют совместные версальные деформации, если

$$\mathrm{codim} V \leqslant \alpha m^2.$$

Это асимптотически неулучшаемая оценка.

Имеется также результат о кривых с обыкновенными кратными точками.

Теорема 7. Если $S_1, \dots S_n$ – обыкновенные особенности и

$$\sum_{\mathrm{ord} S_i \geqslant 3} \mathrm{ord} S_i \leqslant 2m,$$

$$\sum_{\mathrm{ord} S_i \geqslant 3} 1 \leqslant 9,$$

то множество кривых степени m с этими особенностями неособо и неприводимо.

По-видимому, здесь можно брать любые особенности. По крайней мере я пытаюсь доказать

Гипотезу 2. Многообразие кривых степени m с любым данным числом простых двойных точек и с $k < \frac{3m}{4}$ точками возврата неприводимо (это перекрывает все западные результаты).

Все доказательства здесь основаны на теоремах о независимости возмущений.

Третья часть: приложения естественно группируются так:

I) построение особых или неособых вещественных кривых путём возмущения особенностей.

Основные примеры: (а) построение кривых степени 4 с заданным распределением точек перегиба, (б) построение M-кривой степени 8 $\quad < 4 \perp 3 < 5 >>$, б) построение аффинной M-кривой степени 6

Рис.

II) построение особых вещественных и комплексных кривых путём склеивания особых кривых. Пусть

$$F_k(x, y) = \sum_{(i,j) \in \Delta_k} A_{ij} x^i y^j$$

периферически невырожденные многочлены с многоугольниками Ньютона Δ_k, $k = 1, \dots, n$. Пусть $\bigcup \Delta_k = \Delta$ – выпуклый, $\Delta_k \bigcap \Delta_l \subset \partial\Delta_k \bigcap \partial\Delta_l$ и существует выпуклая кусочно-линейная функция $\nu : \Delta \to \mathbb{R}$, линейная на $\Delta_k, k = 1, \dots, n$, и нелинейная на $\Delta_k \bigcup \Delta_l, k \neq l$. Пусть Γ – ориентированный граф примыканий многоугольников δ_k, не содержащий циклов. Каждую дугу графа Γ снабдим весом – числом целочисленных интервалов на соответствующем ребре $\Delta_k \bigcap \Delta_l$.

Теорема 8. Если F_k неприводимы (не обязательное условие) и

$$\sum_{z \in SingF_k} b(z) + \text{сумма весов исходящих из } \Delta_k \text{ рёбер графа } \Gamma \ < 3 \deg \tilde{F}_k,$$

$k = 1, \ldots, n$, $\tilde{F}_k$ – это F_k без множителей x, y, то существует кривая $F(x, y) = 0$ с многоугольником Ньютона Δ, у которой

$$Sing(F \setminus \{xy = 0\}) = \bigcup_{r=1}^{n} Sing(F_x \setminus \{xy = 0\}$$

с сохранением типов особенностей.

Примеры: построение вещественных и комплексных кривых с заданными наборами особенностей; в частности, комплексной кривой степени m с любым от 0 до $\frac{2m^2}{9}$ числом точек возврата.

III) классификация возмущений некоторых особых точек. Здесь имеются утверждения об особенностях X_{21}, N_{16}, N_{28} и др. такого сорта: типы возмущений особой точки взаимно-однозначно соответствуют типам кривых с подходящим треугольником Ньютона.

Я говорил с Воскресенским насчёт 2-летнего творческого отпуска (с переводом в с.н.с.). Он не возражает. В качестве формального обоснования нужны 3 внешних отзыва. Не могли бы Вы написать мне такой отзыв. Два других я попрошу у Виро и Арнольда. Олег, я думаю, возражать не будет, а Арнольд сам указал мне на эту тему перед конгрессом год назад. Форма отзыва такова: (а) заголовок "отзыв на материалы докт. дисс. Е.И. Шустина «Геометрия ...»" , (б) содержание – несколько слов об актуальности темы и полученных результатах, (в) резюме – диссертация готова на 60% и может быть завершена в течение 1-2 лет при условии освобождения от пед. нагрузки.

Ещё раз прошу прощения за задержку с письмом. Я буду в Нижнем 11,12 апреля. Возможно, вместе с Милой. До свидания. Ваш Женя.

(Письмо не датировано.)

* * *

Дорогой Дмитрий Андреевич!

Я позавчера вернулся из Киото с конгресса. Впечатлений, конечно, много. Более узкая конференция была бы полезней. Впрочем, и там я познакомился с интересными математиками. Специалистов по вещественной геометрии почти не было. Один японский аспирант занимается оценками интегралов

$$\int_{P(\zeta)-1} e^{ix\zeta} d\mu(\zeta)$$

где $\zeta = \zeta_1, \zeta_2, \dots)$, $P(\zeta)$ – полином. В случае двух переменных ζ_1, ζ_2, как он мне сказал, важно знать лишь точки перегиба или уплощения кривой $P(\zeta) - 1 = 0$. Я рассказал ему про Ваши работы, и он заинтересовался. В сентябре он приедет в Москву на год и просил прислать ему работы по точкам перегиба на кривых 4-го порядка (ибо даже этот случай в его науке не сделан). Не могли бы Вы прислать ему эти работы в Москву? Его адрес: 117234 Москва, Лен. горы, МГУ, зона В, ком. 605 лев., TANABÉ Susumu[2]

Он в совершенстве знает русский язык, так что переписываться с ним легко. Передаю Вам привет от Виро. Он был на конгрессе, председательствовал на моём докладе, организовал дискуссию по вещественной геометрии. Но, по-видимому, 16-ю проблему он оставил надолго.

Привет от моей супруги. Надеюсь, на следующий год мы все вместе выберемся в Горький.

До свидания.
Ваш Женя.

(Письмо не датировано.)

[2]Письмо С. Танабэ Д.А. Гудкову приведено в этой книге – Г.П.

Письмо Д.А. Гудкова Э.М. Фридман

Дорогая Мила!

Извините меня за то, что я осмеливаюсь давать Вам некоторые советы или, лучше сказать, сообщить некоторые факты, которые, возможно, Вам не известны, но имеют важное значение.

Я поздравляю Женю и Вас с помолвкой и очень рад за Женю. Хотя он и молчал, но мы все видели, как тяжело он переживает разлуку с Вами. Я думаю, что Вы сделали хороший выбор.

По-моему, Вам надо ещё раз подумать о том, где жить – в Горьком или Куйбышеве.

Когда-то я прочёл мнение Л.Н. Толстого о его брате, "он имеет все положительные качества, чтобы стать великим писателем, но не имеет для этого отрицательных качеств". Так вот Женя имеет все положительные качества, чтобы стать очень крупным математиком, но, по-моему, не имеет для этого отрицательных качеств.

В настоящее время есть договорённость (с ректором и парткомом) о том, что Женя избирается на должность ст. преподавателя кафедры геометрии и высшей алгебры (с 1 сентября 1987 года – раньше нельзя, т. к. он должен отработать 3 года в строительном). Вакантное место на кафедре есть.

Через год с небольшим его предполагается избрать на должность доцента и ещё через год – присвоить звание доцента. К тому времени можно будет утвердить тему докторской диссертации. Я думаю, что течение 5 лет он напишет докторскую диссертацию. Очень важно, что не будет всяких придирок и торможений. Для преодоления таких вещей нужны отрицательные качества. Вопрос с защитой также ясен: Ленинград (оппоненты: Арнольд, Виро, Никулин, Харламов).

Я думаю, что переезд в Куйбышев всю эту программу чрезвычайно усложнит, начиная с того, что вряд ли на кафедре алгебры и геометрии так сразу будет для него место.

Эмилия Моисеевна Фридман – профессор электротехники и инженерии Тель-Авивского университета, жена Е.И. Шустина.

Конечно переезд в Горький для Вас вызывает необходимость решения некоторых вопросов:

1) Жилья. Если будет трудно (или с самого начало трудно) жить с родителями Жени, то можно снять частную квартиру. Это вполне реально (в Горьком).

2) Работы. Сразу можно найти работу в НИИ. Затем я и другие приложим все усилия, чтобы устроить Вас в ВУЗ на педагогическую работу (если вам это желательно).

Ясно, что при жизни в Горьком Вы лично что-то потеряете (по сравнению с жизнью в Куйбышеве), но я уверен, что Вы гораздо больше приобретёте.

С глубоким уважением
Ваш Д. Гудков

P.S. Через несколько лет я уже буду не в силах провести указанную программу.

22 ноября 1986 г.

ИЗ СЕМЕЙНОГО АЛЬБОМА

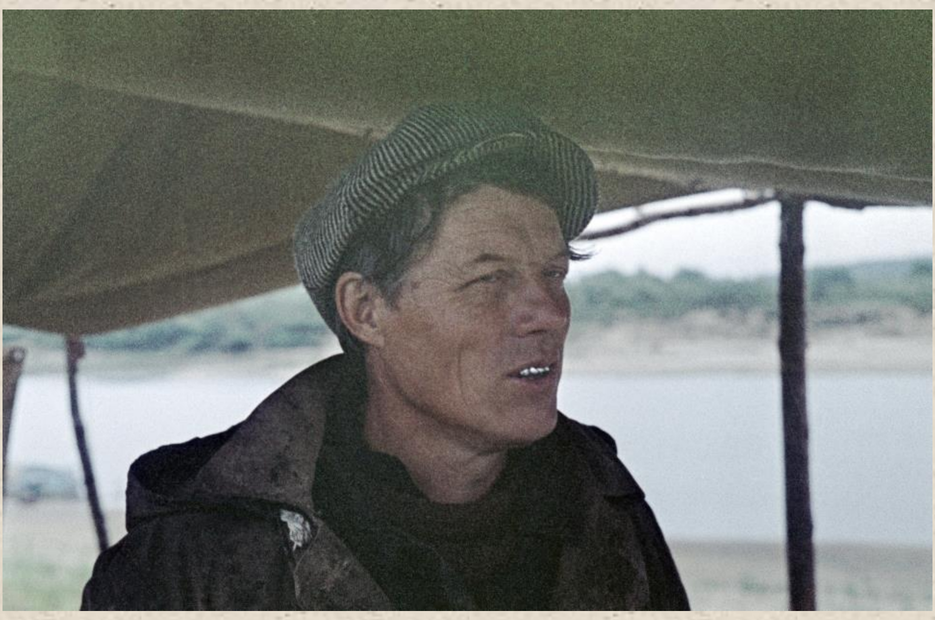
1969

Саша, Наталья Васильевна, Дмитрий Андреевич и собака Майка

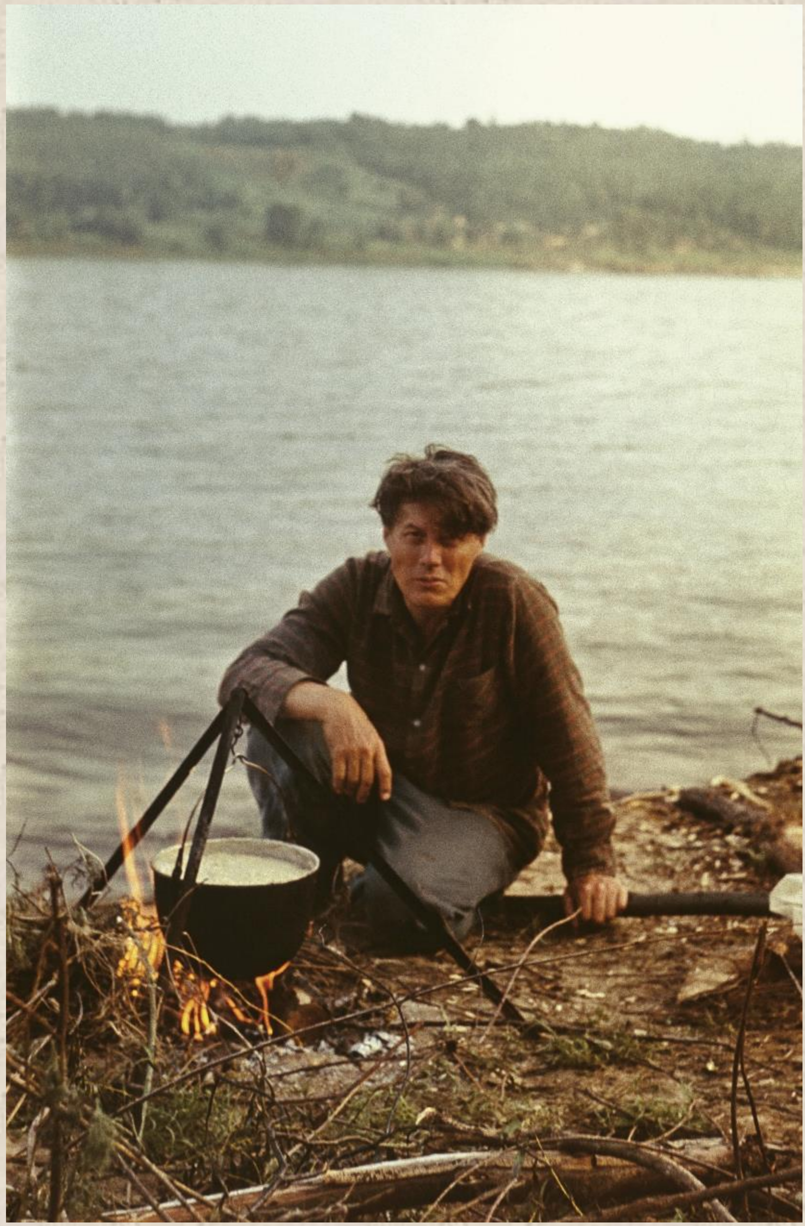
ФОТОГРАФИИ 1973 ГОДА

Дмитрий Андреевич, Наталья Васильевна, Саша Гудковы,
С.Ф. Морозов с сыном, Юра Гудков.

Константин Гурьевич и Дмитрий Андреевич Гудковы




52



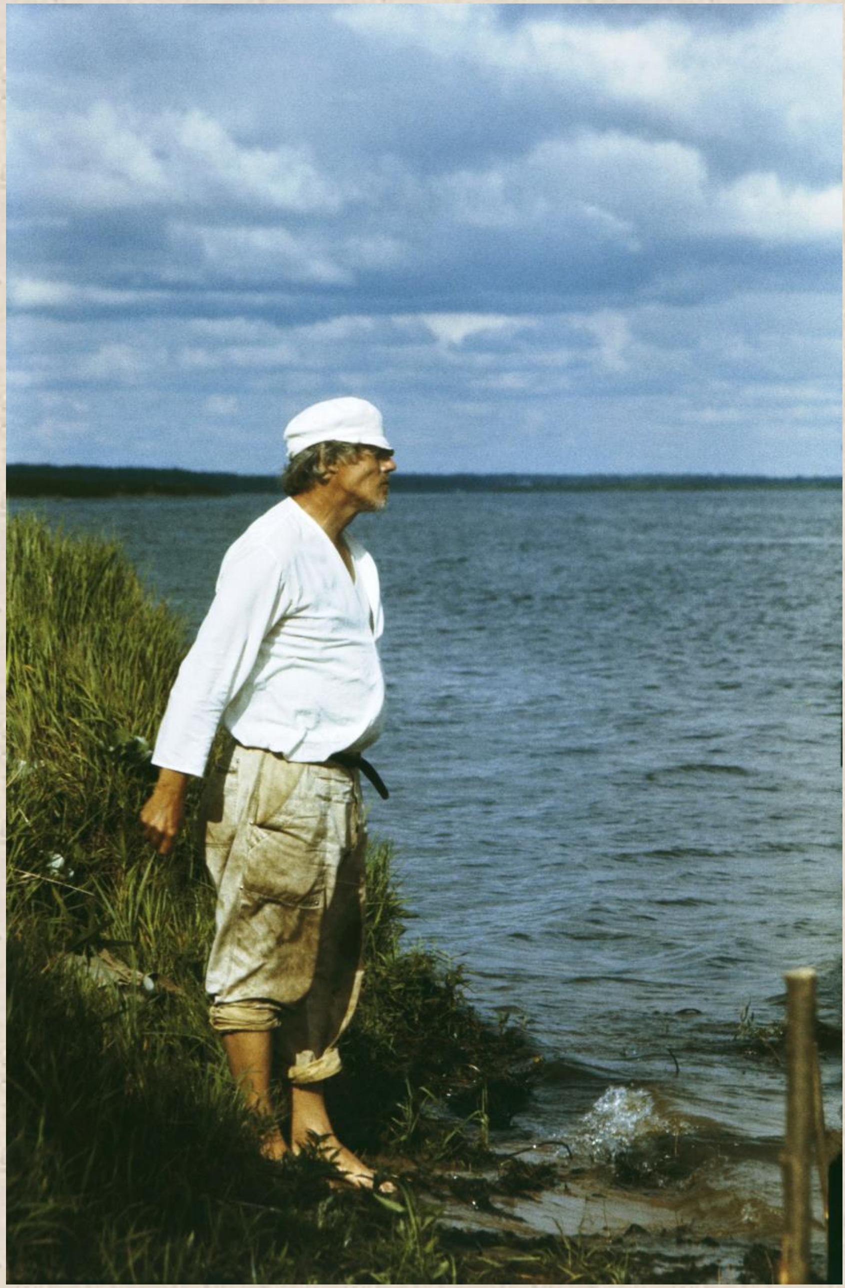
1976

ФОТОГРАФИИ 1977 ГОДА

1978

С внучкой Настей, 1979 год

Константин Гурьевич и Дмитрий Андреевич Гудковы



НАША РОДОСЛОВНАЯ

*А.Д. Гудкова**

Дед Дмитрия Андреевича по материнской линии – Павел Николаевич Чекалин (Чекалов), потомственный дворянин. Служил в Княжелисинском лесничестве и одновременно был управляющим представительной усадьбы князя Юсупова[1], где и жил вместе со своей семьёй (54 км от г. Петербурга, 7 км от г. Тосно) После революции некоторое время работал помощником Лесничего Саблинского лесничества, жить продолжал в Княжелисино. Жена Мария Федоровна.

Дед по отцовской линии Фёдор и его жена Анна были учителями.

Мать Дмитрия Андреевича Нина Павловна Чекалова родилась 21 сентября 1893 года. Детство провела в усадьбе Княжелисино. Училась в гимназии. Училась на Медицинских курсах в Петербурге. Во время Первой мировой войны некоторое время работала сестрой милосердия в госпитале в Петрограде. После того, как её муж Андрей Фёдорович пропал без вести, с семьей своей сестры (сестра Лида замужем за родным братом Андрея Сергеем, который остался в царской армии) попала в Томск. В Томске как вдова красного командира продолжила медицинское образование. Диплом не получила, т. к. семья сестры должна была уехать в Нижний Новгород. Нина Павловна всю жизнь, работала врачом, имея только справку о неполном высшем образовании. Но её ум и опыт всегда ценили. Работала в Нижегородской области, в том числе в больнице рабочего поселка Затон им. Парижской Коммуны, затем в Водной больнице

* Гудкова Александра Дмитриевна, дочь Д.А. Гудкова, работает в Российском государственном университете правосудия (РГУП) – Нижний Новгород.

[1] Усадьбу в середине XIX века основал князь Николай Борисович Юсупов (младший) (1827 – 1891), после его смерти имение досталось его дочери Зинаиде Николаевне, мужу которой графу Феликсу Феликсовичу Сумарокову-Эльстону (1856 – 1928) императорским указом 1891 голу были переданы фамилия и княжеский титул Юсуповых. – Г.П.

в Горьком. Нина Павловна долго искала Андрея Фёдоровича, посылала запросы в Красный Крест и Центральный военный статотдел. Надеялась, что он остался жив.

Семья Чекаловых
Сидят: Мария Фёдоровна, Павел Николаевич, сын Михаил;
Стоят: дочери Лида, Мария, Зина, Нина; Андрей Фёдорович Гудков

Гудкова Нина Павловна участвовала в Великой Отечественной войне с 1941 по 1945 гг. Прошла всю войну врачом госпиталя, с ней в армии с декабря 1941 года был и её младший сын Костя (1931 года рождения). Госпиталь располагался в Муроме, в 1943 году вместе с войсками перебрался в Спас-Деменск (Смоленская область), затем в Гродно и Польшу. Нина Павловна до 1943 года работала в госпитале как вольнонаёмная, когда с продвижением Красной Армии стал переезжать и госпиталь, она стала капитаном медицинской службы. Награждена Орденом Красной звезды.

После войны Нина Павловна работала врачом в Водной больнице. Лечила туберкулез.

Отец Дмитрия Андреевича Андрей Фёдорович Гудков родился в 1893 году. С 1911 по 1914 гг. учился на Санкт-Петербургских сельскохозяйственных курсах. Был призван в армию, участвовал в Первой мировой войне. В 1916 году воевал на Юго-западном фронте в Западной Белоруссии. Участвовал в битве под Барановичами. Прапорщик 34-го пехотного Севского генерала графа Каменского полка. Командовал ротой. Ранен в руку, контужен. Переведён в Петроград. Опять отправлен на фронт. Андрей мечтал учиться, хотел подать рапорт в инженерную академию в Петрограде или академию Генерального штаба в Москве. Увлекался фотографией, химией. 9 марта 1918 года получил отпуск на шесть месяцев по состоянию здоровья.

Весной и летом 1918 года работал землемером в деревне Грибошино[2] Вологодской губернии. В ноябре 1918 года мобилизован в Красную Армию. В декабре 1918 года командирован революционным Советом для агитации по Грибошинской волости. В 1919 году Андрей отправляется в Уральск с Красной Армией (30-я

[2] Сейчас деревня Грибошино входит в Лузский район Кировской области. – Г.П.

Николаевская дивизия). В апреле раненый в бедро попал в плен к казакам. Пропал без вести. Видимо, расстрелян.

В мае 1916 года Нина и Андрей повенчались в Тосненской церкви Казанской иконы Божией Матери. 18 мая 1918 года родился Дима.

ВОСПОМИНАНИЯ О ДМИТРИЕ АНДРЕЕВИЧЕ

К.Г. Гудков[*]

Дед Д.А. со стороны матери – Павел Николаевич Чекалов – был управляющим имения князя Юсупова[3] под Санкт-Петербургом рядом с Красным Селом. Местечко называлось Княже-Лисино[4]. Дед был дворянского происхождения.

Бабушка – Мария Фёдоровна – вела хозяйство и воспитывала детей: четырёх дочерей и сына. Мать Д.А. Нина Павловна родилась в 1893 году.

Дед Д.А. со стороны отца – Гудков Фёдор – был учителем. Семья жила в Вологде. У них было шестеро детей: четыре сына и две дочери. Третий сын, Андрей, отец Д.А., родился в 1893 году.

Познакомились так. Старший брат Андрея летом работал по лесным делам (рубка, насаждение) около Княже-Лисино. К нему приезжали помогать братья. Братья Гудковы познакомились с семьёй Чекаловых. Поездки братьев в Княже-Лисино были в течение нескольких лет.

Отец Д.А. окончил курсы землемеров, но работать пришлось очень мало. Началась война, и его мобилизовали. До революции он находился на фронте. После Октябрьского переворота поступил в Красную Армию. Стал командиром (... до командира роты). Был очень мужественным человеком. Известен такой факт: ему предложили работу в штабе, но он отказался и попросил направить его в самую гущу событий – на Восточный (Колчаковский) фронт. Пропал без вести. Есть предположение (кто-то сообщил), что он с переломом бедра попал в плен (в 1920 г.).

---

[*] Гудков Константин Гурьевич (1931 – 2015), брат Д.А. Гудкова, радиофизик, работал в Нижегородском научно-исследовательском приборостроительном институте (ННИПИ «Кварц» имени А.П. Горшкова, до 1990 г. – ГНИПИ).

[3] Это не тот, который участвовал в убийстве Гр. Распутина.

[4] Современное написание – Княжелисино – Г.П.

Всю жизнь мать надеялась, что он жив и найдётся. Подробно изучала родословную встречающихся однофамильцев.

Мать Нина Павловна получила очень приличное образование. Она знала французский и немецкий языки, прилично играла на фортепьяно; была воспитана на русской классической литературе («Анну Каренину» и «Войну и мир» перечитывала бесчисленное количество раз). Мать и отец поженились в 1915 г.[5] Д.А. родился 18 мая 1918 г. в Вологде (у родителей отца). Мать некоторое время работала машинисткой, была сестрой милосердия. В середине двадцатых годов мать закончила медицинский факультет Томского университета. Из Томска в 1926 г. переехали в Н. Новгород вместе с сестрой матери Лидией Павловной, её мужем Сергеем Фёдоровичем Гудковым (брат отца Д.А.) и бабушкой Марией Фёдоровной. Эти две семьи были чрезвычайно дружны и всегда помогали друг другу чем только могли.

Дмитрий Андреевич со своим дядей Сергеем Фёдоровичем, 1950-е годы

[5] Здесь ошибка – верно в 1916 году. – Г.П.

Неоднократно Д.А. с матерью, а после 1931 г. и с младшим братом Константином, находили приют у Гудковых на ул. Белинского в доме 35, кв. 3. А бездомными они были неоднократно.

В районе 1927 г. непродолжительное время жили в Каменке (по Арзамасской ж. д. около ст. Зимёнки). Затем переехали в затон «Память Парижской коммуны» на Волгу. Мать работала в затонской больнице, а по ночам частенько приходилось ходить (ездить) по вызову, иногда за Волгу, иногда в лесную сторону в соседние деревни.

Дмитрий Андреевич рос и учился в большой и дружной компании ребят. Со многими из них сохранил дружбу на всю жизнь. К сожалению, некоторые из них погибли в войну (пожалуй, не некоторые, а многие).

В школе учился очень хорошо. Особенно любил математику. Увлекался шахматами. Получал призы на школьных турнирах. Любил в половодье кататься на льдинах и лодке, поздней осенью на коньках по замёрзшим заливным озёрам. Был замечательным нянькой брата (старше на 13,5 лет). Учитывая очень большую загрузку на работе мамы и отсутствие отца, можно представить, какие заботы свалились на Д.А. С отцом брата у Д.А. были очень хорошие отношения. (Я никогда ни от матери, ни от брата не слышал о нём ничего плохого. Семья не сложилась просто из-за очень разных характеров. Как-то мне брат сказал об отце: ты на него не обижайся, он хороший парень). Два сильных голода пришлось пережить. Первый – в начале двадцатых; второй – в начале тридцатых.

В 35 году переехали в Н. Новгород, чтобы Дима кончал 10-й класс в городе. Планировалось его поступление в Университет. Квартиры не было, жили на Белинской. Их шестеро и нас трое. Мы с Димой Сергея Фёдоровича звали «папа Серёжа», а тётю Лиду Дима звал «мама Лиля» (а я, как мама, «Лидушей», чем удивлял...). Нашу маму двоюродные (для Димы – дважды двоюродные) звали «мамой Ниночкой».

Года через два мы получили комнату за оперным театром, не доходя до Лапшихи. Там был пустырь. Дом был аварийный, продуваемый насквозь. Зимой утром температура спускалась иной раз до нуля. Замерзали чернила. Кроме того, публика была в соседях сильно пьющая. Наш сосед по коммуналке, выпив, становился буйным и терроризировал жену и двоих дочерей. Запомнился эпизод:

ночь, на полу лежат соседи. В дверь кто-то ломится. Это сосед рвётся расправиться со своими. Лупит в дверь топором. Дима с мамой вплотную к двери пододвигают сундук. Но дверь поддаётся и начинает трещать. Тогда мама открывает форточку и кричит о помощи. Услышали соседи, скрутили гада проволокой.

Костя с мамой Ниной Павловной

Мама работала в системе водного транспорта и в затоне, и в городе. В 1939 г. дали шикарную по тем временам комнату в четырёхкомнатной квартире на набережной (против кафе «Чайка») – со всеми удобствами. (На предыдущей квартире, конечно, ни ванной, ни туалета тёплого не было).

В 1941 г. мы разъехались. Война раскидала. Дима сразу после госэкзаменов был мобилизован. Мать мобилизовали следом за ним. Меня сначала оставили у Гудковых на Белинской (у тёти). Но когда начались бои под Москвой, то тётя Лида попросила маму меня забрать. Сплошные бомбёжки, беженцы из Москвы...

Госпиталь мамы стоял в Муроме. После Сталинградской битвы наш госпиталь начал переезжать, следуя за фронтом. Закончили войну в Польше (рядом с Восточной Пруссией) на Висле.

Дима рассказывал иногда о некоторых эпизодах из военных лет. Один из них. Было перед Курской битвой. В полку был начхим (начальник химической службы), который был очень заносчив, хотя делать ему было нечего (газы не применялись). Как-то Дима его поставил на место. А химик был стукачом. Дима об этом не знал. В это время как раз пришло распоряжение в откатники орудий влить дополнительно определённое количество спирта. Дима эту операцию не доверял даже своим подчинённым. Влил сам в каждую пушку. А начхим в отместку накатал бумагу о том, что Гудков спирт израсходовал не по назначению (выпил с собутыльниками). Была назначена комиссия по проверке письма. А предварительно до заключения комиссии ликвидировали представление к ордену и заявление о приёме в партию. Всего этого Дима не знал. Узнал много позже. Комиссии разные и до этого были. Он особенно не удивился, а приготовился. Но почему-то члены комиссии и председатель к нему не приходили. Наконец, к нему подошёл председатель комиссии и сказал: «Ну что, старший лейтенант, выпьем, что ли? А ты не знаешь, почему назначена комиссия? Ну, и не знай». Члены комиссии опросили всех командиров батарей, и все подтвердили, что Гудков лично влил необходимое количество спирта в каждую пушку. Об этом он узнал уже после госпиталя, где он лежал с сыпняком.

А в партию он решил вступить (как я это понимал всю жизнь) для того, чтобы успешнее бороться со сволочами. Если он пытался пресечь безобразия, то его осаживали: «А ты, Гудков, не партийный и молчи!» И всю жизнь он боролся... Об этом хорошо известно. А я, наверно, меньше знаю, чем его сотрудники и ученики.

В заключение мне бы хотелось сказать немного о дважды двоюродных его сёстрах и брате.

Старшая сестра (1918 г. р.) Нина – кандидат биологических наук. На пенсии. Живёт в Саратове.

Средняя сестра (1921 г. р.) Катя – кандидат медицинских наук. На пенсии. Живёт в Саратове.

Младшая сестра (1923 г. р.) Лена – доктор биологических наук, лауреат гос. премии. На пенсии. Живёт в Н. Новгороде.

Брат Алексей (1925 г. р.) – бывший начальник СКБ завода «Орбита», живёт в Н. Новгороде.

Дядя Сергей Фёдорович Гудков – кандидат медицинских наук. Работал в мединституте, доцент. Умер в 1970 г.

P.S. Во время войны по возможности Дима посылал продовольственные карточки на Белинскую Гудковым и под Москву, другой тёте и двоюродным сестре и брату. (Они голодали, а мы с мамой были на пайке.)

30.03.92

Дополнение (уточнение)

После рождения Димы мама приехала в Княже-Лисино. Вместе с сестрой Лидой нянчили детей. У Лиды в том же 18-м г. родилась дочь Нина. Отец Д.А. находился в действующей армии. Воевал на колчаковском фронте. В это же время его старший брат Сергей находился в колчаковской армии. Под конец войны он заболел сыпным тифом и находился в бессознательном состоянии, когда город заняли красные. Узнав, что он врач, красные бросили его на борьбу с сыпным тифом, хотя он ещё был далеко не здоров. Примерно в конце 20-го года ему разрешили съездить за семьёй. Он из Княже-Лисино привёз в Сибирь (Томск) не только свою семью, но и маму с Димой. С ним приехали и все Чекаловы. Началась борьба за выживание. Не гнушались никакой работы. Работали даже сторожами. Мама рассказывала, что временами она приходила в отчаяние, и ей приходила мысль о самоубийстве. С этой целью она приходила на берег реки Томь. Но всё же любовь к сыну взяла верх над отчаянием. В Томске она поступила в университет на медицинский факультет, но полностью его закончить ей не удалось.

В 1925 г. семья дяди Серёжи, к тому времени насчитывавшая шесть человек (четверо детей), мама с Димой и бабушка Мария Фёдоровна переехали в Нижний Новгород. Очень захотелось в Россию, поближе к родным местам.

Сначала жили в Печёрском монастыре, на берегу реки Волги. Затем мама с Димой жили в Каменке, Бурцеве (Нижегородский край) и, наконец, переехали в конце двадцатых годов в затон «Память Парижской коммуны». А семья Сергея Фёдоровича вступила в кооператив и в 26-м г. вселилась в дом №95 по ул. Белинской.

ШТРИХ К ПОРТРЕТУ

И.С. Емельянова[*]

Опишу один эпизод, связанный с профессором Дмитрием Андреевичем Гудковым (Д.А.), который послужил для меня незабываемым жизненным уроком.

Наши кафедры соседствовали: кафедра «Геометрии и высшей алгебры» мехмата и наша «Прикладной математики» факультета ВМК. Мы постоянно встречались с Д.А. не только по-соседски, но и на семинарах, на заседаниях учёного совета по математике, непременной частью которых были глубокие и меткие выступления и реплики Д.А. Мало сказать, что я испытывала к нему глубокое почтительное уважение. Он был в моих глазах образцом подлинного интеллигента в самом высоком значении этого слова, недостижимым образцом для подражания.

Мне поручили на кафедре руководить научной работой нового сотрудника, выпускника другого вуза. Я предложила ему несколько тем на выбор, он остановился на одной и получил первое задание: ознакомиться с литературой, поработать в библиотеке и найти публикации по этой тематике, которые расширили бы список основной литературы, которую я ему указала. Мне пришлось фактически экстерном в течение полутора месяцев вводить его в круг задач, которые ему предстояло решать. Мы общались часто, но первые же ответы на вопросы, которые я задавала моему подопечному, оказались обескураживающе невнятными, малосодержательными. Мысли свои он излагал пользуясь таким бедным языком, что я начала сожалеть, что согласилась взять настолько плохо образованного ученика. Работать с литературой он не умел (или не делал серьёзных попыток?). Мне поневоле приходилось брать инициативу в свои руки и буквально вести его от одной интересной публикации к другой, от одного шажка решения начальной задачи к другому, фактически проделывая эти первые шажки вместо него. И на этом фоне, стоило мне его чуть-чуть похвалить, он раздувался от собственных успехов,

---

[*] Емельянова Инна Сергеевна, доктор физико-математических наук, профессор, живёт в США.

а из разговоров с коллегами на кафедре я с удивлением узнавала, что мой подопечный искренне считает, что он получает все результаты самостоятельно, и этими результатами можно гордиться. Тем не менее, я надеялась, что нелёгкий начальный этап нашей совместной работы даст результаты, и всё ещё наладится.

И тут произошёл инцидент, который помог мне лишиться этих иллюзий. В вестибюле нашего корпуса я случайно заметила своего нового ученика, который посматривал на часы и явно кого-то ждал. Не прошло и минуты, как открылась входная дверь, и мимо нас стремительно прошёл Дмитрий Андреевич Гудков, здороваясь со мной на ходу. Мой ученик бросился за Д.А., остановил его в двух шагах от меня и спросил без обиняков:

− Дмитрий Андреевич, вы не возьмётесь быть моим научным руководителем? Я уже почти год занимаюсь наукой, а папа, вы его знаете, мне поможет всё написать и оформить... Только он считает, что лучше, если руководителем будете считаться вы.

− Вы за этот год получили результаты по моей тематике, и я до сих пор об этом не слышал? − спросил опешивший ДА.

− Да нет, тематику я готов сменить, если вы хотите ...

Тут Д.А. всё понял и сменил тон на официальный:

− Если вы хотите стать моим учеником, то, во-первых, должны получить тему у меня, а во-вторых – по моей тематике. Я не руковожу работами, в которых не считаю себя специалистом.

Он развернулся и ушёл.

Мой несостоявшийся ученик и не подумал извиниться ни передо мной, невольной свидетельницей этого нелепого разговора, ни перед Д.А. Больше я его не видела. Он ушёл с кафедры и больше в моей жизни не возникал. Через несколько дней он попросил нашу лаборантку вернуть ему первый его реферат.

ПОЕЗДКА С ДМИТРИЕМ АНДРЕЕВИЧЕМ ГУДКОВЫМ ИЗ ГОРЬКОГО В ТБИЛИСИ В 1990 ГОДУ

Е.В. Жужома[*]

В конце декабря 1990 года с Дмитрием Андреевичем Гудковым мы совершили вояж в Тбилиси, столицу тогда ещё Грузинской республики СССР.

Причиной поездки была существовавшая в то время в Советском Союзе проблема защиты докторских диссертаций евреями. Когда мой учитель Самуил Хаймович Арансон подготовил диссертацию, он поехал в Москву к академику Д.В. Аносову, без которого в то время защита докторской по динамическим системам была невозможна.

Дмитрий Викторович, как рассказывал потом Сёма[6], показал ему листок со словами: «У меня тут очередь». На листке было написано: 1.– Песин; 2. – Брин; 3. – Якобсон. Фамилия «Песин» была зачеркнута, поскольку перед этим Я.Б. Песин уже уехал в Америку без обратного билета. «Так что ты уже третий» – добавил Д.В. Аносов. Но вскоре также уехали М.И. Брин и М.В. Якобсон, и Аносов вызвал Арансона в Москву на семинар. Сёма взял меня для поддержки. Кроме семинара Аносова пришлось выступать ещё на семинаре тополога М.М. Постникова. Стало ясно, что Д.В. Аносов решил «разделить ответственность» с известным математиком, которому была безразлична национальность соискателя. После семинара Сёме было сказано, что он будет защищаться в Тбилиси, и в Совет нужно ввести тополога. Выполнение последнего условия возлагалось на соискателя.

---

[*] Жужома Евгений Викторович, профессор Высшей школы экономики – Нижний Новгород.

[6] Т. е. С.Х. Арансон – в то время в отделе дифференциальных уравнений НИИ ПМК все сотрудники называли друг друга по имени, исключая, конечно, Евгению Александровну Леонтович и Леонида Павловича Шильникова.

По приезде в Горький Сёма обратился к Дмитрию Андреевичу Гудкову (Д.А.), который сразу согласился, но при условии, что его будет кто-то сопровождать. Встретившись со мной, Д.А. сказал, что мы поедем поездом, причём плацкартой от Горького до Москвы. Увидев мою скисшую физиономию (сидячий был дешевле), Д.А. добавил: «Могу компенсировать разницу».

Итак, утром 23 декабря 1990 года я подсел в Дзержинске к Д.А. в поезд Горький – Москва (назывался «Буревестник»), и мы в 14:00 прибыли в белокаменную на Курский вокзал. Выйдя на перрон, мы что-то обсуждали, но пройдя несколько шагов, я вдруг обнаружил, что иду и говорю один. Обернувшись, я увидел Д.А., который стоял, сосредоточенно глядя перед собой и держа правую ладонь на груди против сердца. Придя в себя, Д.А. попросил меня идти медленнее, и взял меня под руку. Я подумал: этот человек с больным сердцем, которое не позволяет ему быстро ходить, согласился ехать за тридевять земель!

По расписанию наш поезд Москва–Тбилиси отправлялся в 17:00, то есть через три часа. Мы вошли в Курский вокзал и не без труда нашли свободные места. Вокзал кипел от избытка людей, багажа и постоянных объявлений по радио. Всё время кто-то уходил, проходил и приходил. В стране в тот момент чтобы жить – нужно было ездить, покупать и продавать. К сожалению, на табло появилось сообщение о задержке нашего поезда до 19:00. Стало грустно, но для меня стало шоком сообщение диктора о задержке прибытия поезда Тбилиси – Москва до 22:00. По номеру поезда я понял, что это наш поезд. Студентом одно лето я работал проводником и знал, что сперва поезд отправят на обработку (это не меньше трёх часов), и только потом он поедет в Тбилиси. Глядя на орущий полувокзал-полурынок и помня о больном сердце Дмитрия Андреевича, я пошёл к начальнику вокзала. Войдя в кабинет (секретарши почему-то не было), я сказал, что сопровождаю известного профессора с больным сердцем. Когда начальник сказал, что комната матери и ребенка забита, я попросил назвать реальное время отъезда. Надо отдать должное тогдашнему начальнику вокзала: он не кричал о своей занятости и «ходят тут всякие». С усталым взглядом он произнёс: «Не раньше двенадцати ночи». Выйдя из кабинета и совсем осмелев, я подошёл к столу секретарши (секретарши не было, но был телефон) и позвонил своей родной тётке. Точнее, я звонил своей двоюродной сестре, гордой москвичке, с которой у меня были прохладные отношения. Но я знал, что в данный момент у неё гостят моя мама с её родной сестрой (мамой этой гордой москвички). К счастью, к телефону подошла тётя, и я сообщил, что сейчас приеду с профессором. Удачно было, что сестра жила рядом с метро «Медведково». Нас замечательно встретили, накормили, и мы все дружно просмотрели программу «Время» по телевизору. Было видно, что глаза Д.А. излучали благодарность, хотя поначалу он отказывался ехать и беспокоить людей.

В начале двенадцатого мы были на Курском и надеялись скоро оказаться в поезде. Ехали в Тбилиси мы с запасом, и опоздание пока не было критическим. Глоток полученного тепла помог дождаться сообщения об отправлении с первой платформы, которое прозвучало только в два часа ночи. На перроне метель и сильный ветер напомнили нам, что на дворе декабрь. В этом снежном водовороте мы стояли около пятнадцати минут между тюками, грузинами и пирамидами из коробок. Не знаю как Д.А., но я смотрел на проплывающие перед глазами вагоны поданного поезда как на фильм со счастливым концом. Кто же знал, что это ещё только начало. Всё это время Д.А. был молчалив и сосредоточен.

В свой вагон мы вошли первые, потому что грузины навьючивались коробками. В купе было холодно, и раздеваться не хотелось. За окном светился причудливо искривленный вокзал. Я дотронулся до стекла и понял, что оно покрыто сантиметровым слоем льда с внутренней стороны. Поезд не отапливался. Вошёл молодой студент, вежливо поздоровался и как-то привычно залез одетый на верхнюю полку. К нам в купе заглядывали грузины, радостно узнавали, что мы без поклажи, и заполняли коробками наши верхние полки. Проводник был мужчина, который на мой вопрос: «Почему не отапливается вагон?» радостно-доверительно сказал, что скоро потеплеет, потому что мы едем на юг. В последний момент в купе вошёл пожилой грузин маленького роста в поношенной куртке и со старым чемоданом, перетянутым ремнем. Лицо его было изрезано морщинами, поэтому мысленно я прозвал его Сморчком. С деловым призывом «Выпьем» он открыл чемодан, который оказался заполненным флягами и бутылками с мутной жидкостью. Мне это пить не хотелось, но Д.А. оживился и принял приглашение: «Да, надо выпить, это грузинская чача, Женя». Быстро с верхней полки слетел и грузин-студент. У Сморчка нашлись и стаканы. Выпив за знакомство (Д.А. попросил налить себе примерно 2 см.), я понял, что Д.А. был прав: стало теплее и веселее. Выпив по второй (оба грузина наливали себе по стакану), мы стали укладываться спать: мы с Д.А. на нижних полках, грузины – на верхних. Погасили свет, и, прогретый чачей, я вырубился.

Проснулся я в полумраке (через пару часов, видимо) под каркающие выкрики Сморчка и увещевательные просьбы Д.А. не кричать. У Сморчка была элементарная белая горячка. Мои «просьбы» (пару раз я ему врезал в живот под шёпот Д.А.: «Женя, только не бейте его») давали кратковременный эффект. Я сходил к бригадиру поезда и попросил вызвать милицию. Где-то через полчаса в Туле в вагон вошли два милиционера. Меня удивило, что один был русский, а второй имел лицо «кавказской национальности». Они завели Сморчка в купе проводника, и я услышал через закрытую дверь: «Давай 30 рублей, не то снимем с поезда». Сморчок оказался не лыком сшит и послал стражей очень далеко. Не знаю деталей, но когда поезд тронулся, Сморчок вернулся в наше купе гордый, слегка обиженный и протрезвевший.

Несмотря на злой блеск с желтизной в глазах Сморчка, мы с Д.А. снова заснули и проснулись уже засветло. В каком-то вагоне давали чай. Наши грузины разошлись по своим компаниям. Движение поезда и мелькавшая за окном заснеженная Россия придавали спокойствие, и я спросил Д.А. об Артемии Григорьевиче Майере, который был его научным руководителем. Д.А. сказал о себе, что в молодости он занимался научными исследованиями крайне не систематично, мог месяцами ничего не делать, но потом за двое-трое суток решить определённую задачу. Поскольку А.А. Андронов каждую неделю собирал своих учеников «на ковёр», то Д.А. категорически не хотел идти в аспирантуру к Андронову. Только потом Д.А. узнал, что А.Г. Майер ставил перед ним задачи, заранее обговоренные с А.А. Андроновым. Д.А. сказал, что однажды А.Г. Майер признался ему в том, что он является стукачом МГБ, добавив, что уж лучше пусть будет он, а не кто-то другой («Всё равно такой будет»). Д.А. восхищался эрудицией Майера, и очень жалел Артемия

Григорьевича, когда его стала травить партийная шушера университета, использовав в качестве повода некоторые фразы А.Г. Майера на лекциях по истории математики. От этих нападок не защищал даже статус стукача МГБ (меня это удивило, но, видимо, А.Г. Майер и вправду был не очень хорошим стукачом для МГБ). Д.А. считал, что эти нападки, развод с бывшей и жизнь с новой молодой женой были причиной преждевременной смерти А.Г. Майера.

Вечером в купе нарисовался Сморчок и стал активно собирать вещи: «Потому что скоро Тбилиси». Д.А. пытался его переубедить. Я же, напротив, поддерживал Сморчка: «Да, скоро будет Тбилиси» (и нельзя сказать, что я врал). Кончилось тем, что Сморчок вышел из нашего вагона навсегда. Один из ярких городов (возможно, Харьков или Краснодар) он принял за Тбилиси, где и остался. В эту ближайшую ночь нам не мешал спать никто. Остальной путь до Тбилиси Д.А. увлечённо рассказывал мне о тайнах, связанных с рождением и жизнью Н.И. Лобачевского.

Тбилиси встретил нас бесснежной зимой и тесным метро с разбитыми указателями. В троллейбус надо было входить в заднюю дверь, а перед выходом пробираться через весь вагон, чтобы расплатиться с водителем. Царила суета. Месяц назад, в ноябре 1990 г. Верховный Совет Грузии возглавил бывший диссидент и будущий президент Звиад Гамсахурдия. Через несколько месяцев (уже в 1991 году) Грузия стала самостоятельной страной.

В гостинице нас обрадовано встретил Сёма Арансон. К счастью, его жена Инна замечательно организовала быт: сама покупала продукты и готовила. Сёму опекал местный математик Георгий Северьянович Чогошвили[7]. Он был по возрасту близок к Д.А., они быстро подружились. Оказалось, что Чогошвили очень интересовался историей математики, и далее продолжительность их разговоров-споров с Д.А. возрастала обратно пропорционально времени до нашего отъезда. При случае они присаживались в сторонке, и из их угла доносились фразы об Евклиде, Лобачевском, Гауссе, и т. д.

Днём 28.12.1990 мы пешком прошлись от гостиницы до института на защиту диссертации. Институт не отапливался (как и поезд).

[7] Г.С. Чогошвили (1914 – 1998) – тополог, академик АН Грузинской ССР – Г.П.

В зале заседаний сидели члены совета, все в куртках, и на голове каждого красовалась шапка-папаха. «Они в шапках» – буркнул Чогошвили. После выступлений оппонентов (приехали Л.Э. Рейзинь и А.Н. Шарковский) выступили Д.А. и Чогошвили. Я плохо слушал последнего, поскольку сам готовился сказать пару слов. Но одна его фраза привлекла моё внимание: «В совете должны защищаться и настоящие диссертации». Когда я выступал, то у меня было ощущение, что я выступаю на собрании угрюмых чабанов грузинского колхоза.

Всё прошло гладко. Выпив в гостинице за удачную защиту, мы с Д.А. сели в вечерний поезд Тбилиси – Москва. В вагоне молодые грузины показывали нам далёкие огни города Гори, родины Сталина. В их голосах ощущалась гордость.

Обратный путь прошёл без приключений, и мы прибыли 31.12.1990 в Москву вовремя. Садились мы в поезд Москва – Горький в двенадцатом часу ночи (на самом деле, ещё в октябре Горький был переименован в Нижний Новгород, но таблички на вагонах сменить не успели). Распив в купе бутылку сухого и поздравив друг друга с Новым годом, легли спать.

В заключение скажу, что, учитывая состояние здоровья Д.А., я считаю его поступок героическим. Это был акт помощи с риском для жизни.

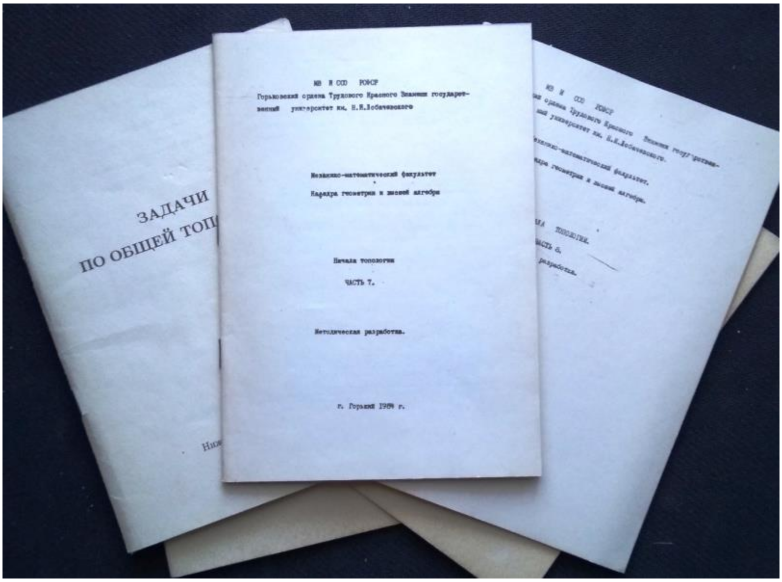
ВОСПОМИНАНИЯ О ДМИТРИИ АНДРЕЕВИЧЕ ГУДКОВЕ

Н.И. Жукова[*]

Когда я была студенткой мехмата ННГУ, Дмитрий Андреевич начал читать цикл лекций по топологии. Как сообщил нам Дмитрий Андреевич, он привёз из Ленинграда программу лекций В.А. Рохлина по топологии, которая ему понравилась и была адаптирована для студентов младших курсов. Дмитрий Андреевич читал эти лекции, по-моему, в течение года или полутора лет. В то время было только два учебных корпуса (первый и второй), аудиторий не хватало. Занятия проходили на втором этаже помещения лыжной базы, расположенной на территории университета. Информация о лекциях Дмитрия Андреевича быстро широко распространилась, и на эти лекции приходило очень много слушателей, среди которых были и студенты радиофака, и сотрудники НИИ ПМК. Позднее Дмитрий Андреевич издал эти лекции в виде серии методических разработок под названием «Начала топологии». Эти разработки Д.А. Гудкова легли в основу лекций по топологии, которые в последующие годы читали студентам я и Евгений Иванович Яковлев. Дмитрий Андреевич предложил мне составить задачник к этим лекциям. Сначала я написала небольшую методичку с задачами, а затем было издано методическое пособие «Задачи по общей топологии», авторы А.В. Баландин, Н.И. Жукова, Е.И. Яковлев. Д.А. Гудков написал также серию методических разработок по вещественной алгебраической геометрии.

В моей судьбе Дмитрий Андреевич сыграл, несомненно, ключевую роль. В январе 1975 года проходила очередная итоговая научная конференция сотрудников ННГУ, где Дмитрий Андреевич возглавлял одну из секций. В то время я училась в аспирантуре по специальности геометрия и топология, научным руководителем был профессор Яков Львович Шапиро. Я выступала с докладом о простых трансверсальных двурасслоениях. Вопросы задавали и

[*] Жукова Нина Ивановна, профессор Высшей школы экономики – Нижний Новгород.



Серия методических разработок Д.А. Гудкова по топологии
и «Задачи по общей топологии»
А.В. Баландина, Н.И. Жуковой и Е.И. Яковлева.

Дмитрий Андреевич, и Лев Михайлович Лерман, и другие. После этой конференции всякий раз, когда мы встречались в университете, Дмитрий Андреевич интересовался моей научной работой, спрашивал о задачах, которые я решала. В феврале 1976 года я встретила Дмитрия Андреевича после возвращения из Москвы, где я сделала второй доклад на геометрическом семинаре Петра Константиновича Рашевского. Дмитрий Андреевич расспросил подробности о моём докладе, сказал, что очень хорошо, что сам Петр Константинович порекомендовал своих учеников, профессоров Олега Васильевича Мантурова и Павла Самуиловича Солодовникова (первого в качестве оппонента, второго – для написания отзыва ведущей организации по моей диссертации). Мы с Я.Л. Шапиро планировали защиту в Казанском университете, где защищались предыдущие ученики Якова Львовича. Однако в 1976 году было принято очередное новое положение ВАК об Учёных советах и защитах. Совет в Казани временно не работал. Дмитрий Андреевич предложил мне защитить кандидатскую диссертацию в Совете ННГУ, где также была специальность геометрия и топология, и принял активное участие в организации защиты, в том числе порекомендовал обратиться с просьбой стать оппонентом к Николаю Александровичу Степанову, доценту Педагогического института, и тот согласился.

По распределению после аспирантуры мне предложили поехать работать в университет города Чебоксары, а Дмитрий Андреевич пригласил работать на кафедру математики радиофака, которую он тогда возглавлял. Ранее ректор ННГУ профессор А.Г. Угодчиков обещал аспирантам за досрочную защиту диссертации давать должность старшего преподавателя или старшего научного сотрудника. Поскольку я защитила диссертацию досрочно, Дмитрий Андреевич сказал, что он добьётся, чтобы в отношении меня ректор сдержал своё обещание, но при этом подчеркнул, что он делает это не для меня лично, а для кафедры, так как на кафедре очень много лекционных курсов, а старший преподаватель должен читать лекции. Дмитрий Андреевич любил расставлять все точки над i. Таким образом, с 1 сентября 1976 года я начала работать сразу старшим преподавателем кафедры математики радиофака.

Дмитрий Андреевич всегда очень серьёзно относился к занятиям со студентами. Помню его выступление на школе молодого лектора. Он говорил, что надо стремиться так составлять расписание, чтобы лекции были в первой половине дня, а перед лекциями не было других занятий, лекцию надо подготовить накануне, а с утра мысленно её повторить. Дмитрий Андреевич принёс конспект своей лекции, написанный столбиком на тетрадке в клетку, сложенной пополам вдоль. Он говорил, что так удобно держать конспект в руке. Лектор может заглядывать в конспект, чтобы не пропустить что-нибудь или уточнить формулировку.

Дмитрий Андреевич всегда стремился, чтобы в университете работали сильные математики. Он взял на кафедру Евгения Израилевича Гордона, стажёрами на кафедре были Александр Викторович Абросимов и Евгений Иванович Яковлев. В 1978 году Дмитрий Андреевич перешёл на мехмат и стал заведовать кафедрой геометрии и высшей алгебры. Он предложил мне перейти на эту кафедру, сказав, что приглашает меня как преподавателя, за проведение занятий которым он спокоен. Условием перехода было выполнение в течение семестра нагрузки одновременно на кафедре математики радиофака и на кафедре геометрии и высшей алгебры (за одну зарплату). Я согласилась, не раздумывая. Дмитрий Андреевич приглашал работать на кафедру геометрии и высшей алгебры В.М. Харламова, В.В. Никулина и некоторых других сильных молодых математиков. Хотел взять на кафедру Л.М. Лермана, но эту кандидатуру не пропустил ректорат. Позднее ему удалось перевести с радиофака на мехмат Евгения Израилевича Гордона. Дмитрий Андреевич инициировал переход на мехмат Владимира Иосифовича Сумина. Затем он взял на кафедру своего ученика Григория Михайловича Полотовского.

Кафедра геометрии и высшей алгебры

На мехмате работал доктор физ.-мат. наук Александр Иванович Весницкий, создавший школу по динамике волновых процессов в упругих системах. Несмотря на то, что многие ученики Весницкого в то время защитили кандидатские диссертации, а А.И. Потапов и С.В. Крысов защитили докторские, он работал в должности доцента кафедры механики, ему не давали должность профессора, создавали различные препятствия для научной работы. Ряд сотрудников факультета во главе с Дмитрием Андреевичем Гудковым написали письмо в Министерство и в газету «Правда» о таком поведении руководства ННГУ и мехмата, в том числе ректора А.Г. Угодчикова. Дмитрий Андреевич ознакомил меня с этим письмом и сказал, что, если я считаю нужным, могу его подписать. При этом он предупредил, что могут быть негативные последствия, сказал, что некоторые сотрудники отказались, так как одному надо было защищать докторскую диссертацию, другой стоял в очереди на квартиру. Я подписала. Знаю, что Е.И. Гордон, В.И. Сумин тоже подписали эти письма. Из газеты «Правда» наше письмо переслали ректору… А.И. Весницкий, А.И. Потапов и некоторые их ученики ушли из университета.

Д.А. Гудков всегда приветствовал занятия научной работой. На одном из заседаний кафедры геометрии и высшей алгебры Дмитрий Андреевич сообщил, что составляется план зарубежных стажировок. Помню, тогда М.И. Кузнецов, Е.И. Гордон запланировали стажировки. В перерыве Дмитрий Андреевич спросил, почему я не хочу куда-нибудь поехать поучиться. Я сказала, что слоения глубоко изучаются во Франции, мне запланировали поездку. Впоследствии страну командирования заменили на ГДР, и только мне удалось пройти по этой программе 10-месячную зарубежную стажировку в 1986-87 учебном году у известного геометра Рольфа Зуланке в Берлинском университете имени Гумбольдта. Когда уже после моего возвращения на заседание кафедры опоздали двое сотрудников, Дмитрий Андреевич сказал: «Опаздывающих буду посылать на стажировку в Германию, видите, Нина Ивановна пришла заблаговременно!».

Дмитрий Андреевич – участник Великой Отечественной войны, имеет награды. Однажды ему предложили выступить перед студентами нашей группы с воспоминаниями. Помню, меня поразили его слова: «Воевать – это тоже работа, и мы старались выполнять её как можно лучше».

Студенты любили Дмитрия Андреевича. Он не отказывался от приглашений участвовать в студенческих мероприятиях, любил пошутить. Однажды, когда мы работали уже на кафедре геометрии и высшей алгебры, нас пригласили на студенческую пресс-конференцию во время «Дня мехмата». Дмитрию Андреевичу задали вопрос: «Чем отличается топология от трепологии?» Он ответил: «Тем, что топологией, в отличие от трепологии, может заниматься не каждый!»

Незадолго до смерти Дмитрий Андреевич окликнул меня в вестибюле университета, спросил, как дела. Был грустный, хотя старался улыбаться. Как всегда, взъерошенные волосы. Сказал, что прошёл обследование в областной больнице им. Семашко, что у него обнаружились серьёзные проблемы с сердцем, хочет побыстрее закончить книгу. Он работал над книгой о Лобачевском.

Дмитрий Андреевич остался в памяти как очень светлый, принципиальный, честный человек, большой труженик и замечательный руководитель.

9 октября 2017 года

О ДМИТРИЕ АНДРЕЕВИЧЕ ГУДКОВЕ

*В.И. Звонилов**

Осенью 1973 года, когда мы с Колей Мишачёвым[8] учились на 4-м курсе математико-механического факультета Ленинградского госуниверситета, наш научный руководитель В.А. Рохлин пригласил нас и М.Л. Громова на беседу в преподавательскую комнату на 2-м этаже старого здания матмеха, которая обычно всегда была свободной. Обсуждались темы предстоящих нам с Колей дипломных работ. Рохлин сначала выслушал наши пожелания. Я сказал, что желал бы заняться темой, связанной с алгеброй. Громов на это ответил, что когда ему в работе нужна алгебра, он её применяет. Рохлин предложил нам заняться топологией вещественных алгебраических многообразий, которой он сам с недавнего времени стал заниматься по предложению В.И. Арнольда. Мы согласились и стали читать, в частности, статьи Д.А. Гудкова о кривых степени 6. А вскоре (в конце сентября 1974 года) и сам Дмитрий Андреевич приехал с докладом на семинар Рохлина. Насколько я помню, он сделал обзор методов построения вещественных алгебраических кривых. Рохлин сказал нам с Колей, что Гудков – самоучка (не является специалистом) в топологии (кстати, и по поводу знаменитой работы Арнольда[9] Рохлин говорил, что Арнольд – не тополог). Поэтому у нас с Колей было тогда снобистское отношение к Гудкову, которое у меня оставалось несколько лет, пока я не познакомился с Дмитрием Андреевичем получше. (Кстати, в это время или чуть позже мы с Колей придумали шутку: Харнак, Хильберт, Худков. Дело в том, что фамилию основоположника работ по топологии вещественных алгебраических многообразий (A. Harnack) Гудков писал «Гарнак», а Рохлин – «Харнак». Кроме того, фамилию «Гильберт» Рохлин произносил на немецкий манер

---

* Звонилов Виктор Иванович, доцент Чукотского филиала Северо-Восточного федерального университета (Анадырь).

[8] Николай Михайлович Мишачёв, доцент Липецкого технического университета.

[9] О расположении овалов вещественных плоских алгебраических кривых, инволюциях четырехмерных гладких многообразий и арифметике целочисленных квадратичных форм // Функц. анализ и его прил., 1971, том 5:3, с. 1–9.

«Хильберт».) Ещё до нас с Колей Рохлин привлёк к этой теме своего аспиранта В.М. Харламова, который летом и осенью 1974 года стал моим фактическим научным руководителем после первого инфаркта Рохлина. Без должного уважения относиться к Гудкову меня заставил и разговор, по-моему, с Рохлиным по поводу статьи Гудкова и Крахнова[10] о том, что Гудков имел гипотезу не только об *M*-кривых, но и об (*M*–1)-кривых, но не высказал её, а ждал, когда докажут первую, чтобы потом самому тем же методом доказать вторую; что в первоначальном доказательстве Гудкова и Крахнова были ошибки, которые им помог исправить Харламов или Виро.

Это моё предвзятое отношение к Дмитрию Андреевичу отчасти повлияло на мой опрометчивый отказ[11] от предложения перейти работать из Сыктывкарского университета на кафедру геометрии и высшей алгебры, которой начал заведовать Гудков. Кстати, жена поругала меня за то, что я не посоветовался с ней об этом (она полгода жила у матери в Башкирии с нашей новорождённой дочерью). В своё оправдание хочу сказать, что в 1977–79 годах на кафедре высшей математики Сыктывкарского университета был замечательный научный коллектив под руководством Я.М. Элиашберга, блестящего представителя школы Рохлина. Кроме Мишачёва и меня Дмитрий Андреевич приглашал на кафедру учеников Рохлина А.В. Жубра и В.М. Харламова. В последующие годы я несколько раз говорил Гудкову о своём желании работать на его кафедре, но такой возможности, по-видимому, не было.

При жизни Гудкова я был в Горьком (ныне Нижний Новгород) только однажды. Летом 1977 года сразу после нашей свадьбы мы с женой летели через Горький в Чебоксары. Предварительно я связался с Дмитрием Андреевичем (не помню, письмом или по телефону), чтобы узнать, где можно недорого переночевать между авиарейсами. Он мне ничего определённого не ответил. Поэтому, прилетев в Горький, мы с женой удачно устроились в гостинице для колхозников, заняв вдвоём 4-местный номер. После этого я позвонил Дмитрию Андреевичу. Оказалось, что он ждал мой звонок раньше, т. к. договорился о бесплатной комнате для нас в университетском общежитии. Личной встречи у нас тогда с ним не было.

---

[10] Статья [22] в списке работ Д.А. Гудкова, опубликованном в этой книге – Г.П.

[11] См. мой ответ от 18.11.78 на приглашение Гудкова в его письме от 2.11.78.

В конце 70-х и в 80-х годах я часто встречался с Дмитрием Андреевичем на ежегодных январских совместных заседаниях семинара имени И.Г. Петровского и Московского математического общества в МГУ, а также на математических конференциях. Разговаривали, в основном, на научные темы и обсуждали вопросы преподавания математики. В те годы я руководил заочной математической школой в Сыктывкарском университете. По моей просьбе Гудков несколько раз присылал мне материалы такой же школы Горьковского госуниверситета, а также методички для студентов, издаваемые его кафедрой.

В марте 1984 года Дмитрий Андреевич был оппонентом на защите моей кандидатской диссертации на матмехе Ленинградского университета и дал очень хороший отзыв. Тема диссертации была выбрана мной под влиянием его статей[12] о вещественных алгебраических кривых на гиперболоиде и эллипсоиде.

Считаю, что Д.А. Гудков очень помог в моём становлении как преподавателя и математика.

---

[12] Статьи [31], [32] в списке работ Д.А. Гудкова, опубликованном в этой книге – Г.П.

О Д.А. ГУДКОВЕ

*А.Я. Левин**

С Гудковым я познакомился ещё в студенческое время. Он, кажется, тогда ещё был аспирантом и дружил с Неймарком[13], и мы втроём часто встречались на Откосе. Он жил тогда на Верхневолжской набережной в доме возле летнего кафе. Как-то я к нему заходил. Зачем, не помню.

Звали мы друг друга тогда по именам (Дима – Ава). Из тогдашних разговоров ничего интересного не припоминаю.

Самое примечательное из моих воспоминаний о нём я описал в книге[14] – когда он во время новой вспышки антисемитизма (57–58 годы) и скандала из-за аспирантки, в результате которого Сигалов[15] ушёл из университета, на собрании откровенно сказал о сути конфликта на физмате: «Тут разные ко мне претензии предъявляли, а суть проста и состоит в том, что Миролюбов[16] считает, что на факультете слишком много евреев, а я никакой проблемы в этом не вижу». Именно после этого выступления он и перешёл на радиофак. Вообще он был, пожалуй, самым порядочным и искренним человеком в тогдашнем университете. Власти тогдашней он не верил и никаких иллюзий в отношении её не имел.

---

* Левин Авраам Яковлевич, историк, заведовал кафедрой психологии в Горьковском (Нижегородском) университете, с 1999 года живёт в США.

[13] Юрий Исаакович Неймарк (1920 – 2011), почётный профессор Нижегородского университета, основатель в университете первого в СССР факультета Вычислительной математики и кибернетики. – Г.П.

[14] Левин А. Свидетельство о войне и мире. – Нижний Новгород: PRO SVET, 2016. –502 с. – Г.П.

[15] Александр Григорьевич Сигалов (1913 – 1969), профессор Горьковского университета. Решил 20-ю проблему Гильберта. – Г.П.

[16] Анатолий Алексеевич Миролюбов (1922 – 1985), профессор Горьковского университета, зав. кафедрой теории функций (с 1964 г.). – Г.П.

ВОСПОМИНАНИЯ О Д.А. ГУДКОВЕ. ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ТЕСТЫ И ИСТОРИЧЕСКИЕ ИЗЫСКАНИЯ[#]

М.А. Миллер[*]

<…> А затем остановлюсь на эпизодах из 90-х годов, когда Д.А. – в кой раз – вовлек меня в споры и думанья о том, зачем (и так уж надо ли!?) выискивать – причём въедливо и дотошно, с логической организованностью – подробности жизни Великих Мира Сего. Речь, конечно же, идет об изысканиях Д.А. по Николаю Ивановичу Лобачевскому <…>

Теперь <…> скажу несколько слов об исторических изысканиях Д.А. Ещё в студенческую пору я, прямо скажем, с большим недопониманием воспринимал развернутую, времениёмкую и многоплановую деятельность А.А. Андронова по установлению точного места рождения Н.И. Лобачевского. Дом-таки был найден (на углу Алексеевской и Вознесенской улиц Н. Новгорода, затем переименованных в ул. Дзержинского и ул. Октябрьскую, – против «Станков и инструментов»; впрочем, сейчас, кажется, они вернулись к прежним обозначениям. Несколько раньше была сдвинута почти на год и месяц вперед и дата рождения Лобачевского, и теперь считается, что он появился на свет 01.12.1792 г. (новый стиль) в Н. Новгороде, там и жил до переезда в Казань в самом начале 19-го века, где и учился сначала в гимназии, потом в университете, попав в один из первых его наборов, стал ведущим педагогом этого Университета, а в 33 года возглавил его, преобразовав из захудалого во всероссийски значимый. Именно в Казанском университете, как сказали бы сейчас, без отрыва от учебного процесса его посетили Великие догадки, и он создал свою «Воображаемую геометрию» и «Пангеометрию».

[#] Фрагменты из статьи. Полный текст см. с. 275–284 в книге: М.А. Миллер. Всякая и не всякая всячина, посвященная собственному 80-летию. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. – 480 с.

[*] Миллер Михаил Адольфович (1924 – 2004), физик-теоретик, почётный профессор ННГУ имени Лобачевского.

В Казани он обзавёлся семьей (сорока годов от роду!) и большим количеством детей (точное число их не установлено до сих пор!), постарел и отошёл в мир иной 24.02.1856 г. (тоже новый стиль); и было ему всей жизни менее 64 лет.

Как вы понимаете, к нашему университету Лобачевский не имел (да и хронологически не мог иметь) никакого отношения. Поэтому не до конца ясно, чем же руководствовался А.А. Андронов, когда, пустив в ход своё научное и общественное влияние, организовал присвоение Горьковскому университету имени ректора Казанского университета. Кроме, конечно, одного соображения – тот университет был уже заименован Лениным. (Как известно, семнадцатилетний Владимир Ульянов, ещё не ведая своего будущего превращения в Ленина, проучился в Казанском университете всего лишь три месяца осеннего семестра 1887 года, а затем отчислился по собственному заявлению, упреждая вероятное принудительное увольнение за политические дерзания.) Сейчас, может быть, мы поступили бы объяснимее и присвоили бы своему Храму имя Четверикова или Андронова, или Разуваева (рейтинги аргументов, по-моему, примерно одинаковы, но в те времена было принято опускать понимающие очи долу и помалкивать. Да и привычка к нелепицам давала о себе знать и даёт до сих пор – мы ведь не обращаем внимание на то, что некогда воссозданный и опекаемый Великим Русским Певцом Ф.И. Шаляпиным Народный Дом в Н. Новгороде был назван властями как Театр Оперы и Балета имени А.С. Пушкина (хорошо ещё, что без памятника Тимирязеву на коне!)

Простите сию тираду, но она тоже имеет отношение к воспоминаниям о Д.А., поскольку отражает предметы моих с ним согласий и несогласий.

Какой же непререкаемый смысл заключается всё-таки в установлении «начальных условий» жизни Великих Мыслителей? Под влиянием неожиданных открытий, совершённых в исторических копаниях – сначала Андроновым, а потом – преемственно – Гудковым, я прошёл мысленно путь от недоумения к восхищению и к обоснованному пониманию. Вот и хочу поделиться с вами своим пониманием, сверяясь со взглядами Д.А.

Само собой разумеется, прежде всего, можно и нужно говорить об общекультурном значении разузнавания истории людей. Однако всегда хочется, помимо общих намерений, извлекать ещё и конкретные необходимости.

Появление таких личностей, как Лобачевский, да ещё «среди долины ровные» – результат редкостного соединения генетических и начально воспитательных удач. Со временем человечество проникнет во все тайны генетического кода (ежели успеет до второго пришествия или нашествия!) и, вероятно, научится управлять им (хотя в этом, право, есть что-то противоестественное, антиприродное, но, наверное, неостановимое). А пока мы обязаны накапливать опосредованные признаки генетических влияний и, что не менее важно, учиться понимать, какими направленными или случайными воздействиями окружающей (так сказать!) среды (включая в неё и семью, и общество) может происходить развитие изначальных свойств наследственно необыкновенного организма.

Вот вам и обещанная связанность моих воспоминательных эпизодов: Д.А. обладал страстью узнавания, в том числе страстью узнавания отличительных качеств людей, занятых в педагогике и науке, и он увлеченно – даже задористо – запускал свой талант в поиск способов «диагностики» этих качеств как среди своих спутников по жизни, так и в ряду наиболее ярких интеллектов прошлого.

Н.И. Лобачевский пришёлся для этих целей весьма характерным и выразительным представителем. Приведу цитату из Д.А.: «Биография гения всегда поучительна. Должно быть, многие рождаются гениями, но лишь возможными: в математике, музыке, скульптуре и т. д. Однако для того, чтобы эта возможность стала действительностью, должно произойти колоссальное число благоприятных совпадений. Это явление сходно с явлением возникновения жизни на Земле (однако порядок вероятности существенно иной – М.М.). Нужно учесть, что каждый гений требует своих благоприятных условий. Особо это относится к детским годам… Условия, в которых жил Лобачевский, несомненно, не подходят для того, чтобы осуществился гений Моцарта или Микеланджело, и наоборот, – условия, которые способствовали осуществлению гения Моцарта или гения Микеланджело, были бы губительны для гения Лобачевского».

Я позволил себе привести эту пространную выдержку из упомянутой выше предсмертной книги[17] Д.А. Гудкова, ибо она одновременно и программная, и взглядовая.

В этих исторических (архивных) изысканиях, посвящённых уточнению жизненных перипетий Н.И. Лобачевского, всем исследователям и Д.А. Гудкову особенно отменно повезло. Они наткнулись на запутанную, полную скрытого драматизма семейную хронику. Выяснилось, что мать Великого Человека Прасковья Александровна Лобачевская прижила своих детей не от законного супруга (бедного, неудачливого и, по-видимому, не очень-то способного чиновника) Ивана Максимовича Лобачевского, следы которого где-то затерялись потом то ли на Вологодчине, то ли в Оренбурге, а от талантливого и образованного обер-офицера и государственного землемера Сергея Степановича Шебаршина. Он возлюбил Прасковью Александровну, когда ему было около сорока лет, а ей примерно 25 (почти каноническая английская разность возрастов!) К сожалению, С.С. Шебаршин рано ушёл из жизни (1797 год). И хотя он позаботился о своих детях (Д.А. вскрыл это документально убедительно!), но всё-таки поставил перед П.А. трудные житейские проблемы.

Сама же П.А. Лобачевская, ранее почему-то считавшаяся ограниченной и малообразованной женщиной, благодаря усилиям Д.А. раскрылась как умный, волевой, целеустремлённый и настойчивый человек, давший своим трём сыновьям достойное домашнее образование и выпустивший их в «интеллигентные люди». Наверняка это была выдающаяся женщина. Даже в наше нравственно разболтанное время незаконная любовь при живом неразведённом муже требует больших преодолений. А тогда? Такой поступок в житейском масштабе сопоставим с научным мужеством её сына Николая, сумевшим выбраться из-под рутины общепринятых взглядов на мир, и на реальный, и на воображаемый.

Итак, нет сомнений, что свойства предков великих людей действительно должны изучаться по возможности досконально. Фактически это элемент *наблюдательной* евгеники, которая в отличие от

---

[17] В опубликованном варианте книги Д.А. Гудкова имеется текст только до слов «нужно учесть»; продолжение цитаты исключил из текста сам Д.А. – Г.П.

евгеники *отбирающей* не выводит нужную породу, но и не мешает это делать самой природе доступными ей средствами. Люди тянутся друг к другу, испытывают взаимные влечения, руководствуясь и эмоциональными, и рациональными, и явными, и неявными побуждениями, и удачливость их соединений, а следовательно, и качество их потомства в известной мере этими влечениями определяются. Так поколение за поколением (а их со времен кроманьонцев было не так уж и много – порядка $10^3 - 10^4$!) отсортировываются (а не улучшаются) генофондовые группы, кланы, слои… Конечно, все происходит в статистическом счислении, а каждая отдельная «реализация» может быть лишь более или менее представительной, отражающей нужную направленность. И лозунг «кто был ничем, тот станет всем» в принципе верен –[станет, но почти с нулевой вероятностью! Вот и выходит, что П. А. Лобачевская, переметнувшись к другому человеку, более ей соответствующему, совершила *евгенетически правильный* поступок, благодаря которому редко-вероятностный шанс появления выдающейся личности не был прозёван природой.

Но это ещё не все мысли, к которым побуждали меня исторические занятия и Андронова, и Гудкова, а также беседы с Д.А. на эти темы (с Андроновым – не пришлось, да и юношеская почтительность не способствовала дискуссиям). Мне всё-таки не давало покоя недопонимание целесообразности тех колоссальных затрат энергии и времени, которые эти два высоко-профессиональных интеллектуала уделили поискам точных дат и мест передвижения по жизни Н.И. Лобачевского и его предков. И я до сих пор не уверен, что класс людей, «сего продолжающих не разуметь», так уж пуст.

Предложу несколько вариантов оправдывающих разъяснений. Сначала – религиозный и возвышающийся над низменным прагматизмом. Если каждое живущее, жившее или намечающееся к жизни существо составляет неотъемлемую часть Вселенной, то его земной путь – пространственно-временной интервал жития – есть важнейшая и необходимейшая часть нашего знания о мире. Особенно если дело касается людей особого предназначения, коим Всевышний поручил (или разрешил?) раскрыть несколько Великих Тайн Мироздания. Без этого нельзя ни понять (ни даже коснуться!) замыслов и помыслов Создателя. Тут нет сомнений: религия их не допускает, не любит, не признает…

Однако возможны и вполне рационалистические мотивировки. Их несколько. Например, человек по самой своей сущности разведчик, разузнаватель, исследователь, всё время ищущий поля для своей разгадовочной деятельности. История – отличный полигон для развития этих природных человеческих устремлений. Часто различают науки естественные (опирающиеся на какую-либо принятую, постулированную систему правил, независимую от людей логику) и науки гуманитарные (человекозависимые, скорее опирающиеся на связанность наблюдений и чувств, на так называемое прецедентное мышление). Правда, я ещё допускаю догматические мифотворческие науки (Ландау их прозвал противоестественными), но сейчас не до этих оговорок. Так вот история людей и обществ подпала под гуманитарное крыло, и ее творцам часто недостаёт рассудочной правдивости, базирующейся на независимых от исследователя правилах.

Последнее время стало модной необходимостью цитировать «Гарики» русско-израильского поэта Игоря Губермана. И я не хотел бы избежать этого искушения, да ещё в таком подходящем месте:

«*Нам глубь веков уже видна*
неразличимою детально,
и лишь историку дана
возможность врать документально».

Один из разумнейших выходов – соединение логики с гуманитарией. Надеюсь, вы понимаете, куда я клоню. Д.А. Гудков своими усилиями соединил качества математика-логика с качествами гуманитария-историка. Он не был здесь первым, традиция внедрения математических рассуждений в интерпретацию истории идёт, по крайней мере, от Ф. Клейна (если, как и многое на свете, не от древних греков). Но Д.А. внёс в это дело некий свой набор приёмов, и в первую очередь многоаргументные доказательства предположений, догадок, гипотез («звёздная эстафета доводов»!) в соединении с самокритичной честностью, и не просто честностью, а честностью равномерной (если пользоваться математическим понятием), т. е.

независимой от благоприятности или неблагоприятности документов. Математик и не может иначе, это у него профессионально въевшаяся черта характера, он не может иначе, кроме как стремиться к точному (в пределах умственной досягаемости) знанию. И это свойство имеет распространительную силу, именно на нём зиждется вся наука в целом (или, как говорят новоязные проповедники, – целиком и полностью!) И такое полное и точное знание не только высоко нравственно, но практично, ибо оно инвариантно относительно убеждений, политических конъюнктур и других «гуманитарных» слабостей и превратностей.

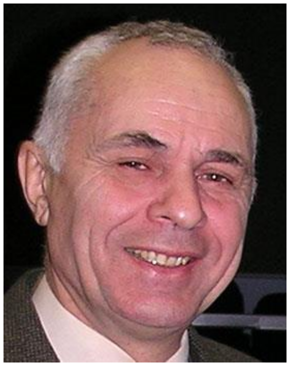
С этим связан и второй аргумент в пользу математической строгости в исторических реконструкциях. Наша информированность о взаимодействии людей с природным окружением (средой обитания) непрерывно обогащается. С незапамятных времен засекались солнечно-сезонные, лунно-месячные, широтно-долготные и метеорологические зависимости поведения всего живого от зачатий до умираний. Последнее время обнаружилась ещё и корреляция с солнечной активностью, с направлениями и флуктуациями планетарных электрических и магнитных полей и с некоторыми другими объективно измеряемыми величинами. Эта наука находится ещё в начальной стадии наблюдений и удивлений. Так что любые аномальные явления, к коим, несомненно, относятся зарождение и рождение людей с необыкновенными свойствами и судьбами, должны устанавливаться, классифицироваться и вводиться в долговременную память ожидания закономерностей. А это подсказывает необходимость их зараниевой априорной точности по всем параметрам, даже таким, например, как геоблагоприятные координаты местности, смысл которых непонятен (пока? временно? кто их знает?).

И, наконец, совсем уж странное умозаключение. В своём неприятии разных астрологов, колдунов, знахарей, провидцев и ясновидцев, вызывателей духов и многих других представителей и прославителей мракобесия мы не имеем права опускаться до их уровня мошенничеств и подделок, а следовательно, и обязаны быть безукоризненно точными в доводах своих. И если кто-то считает, что по дате (и чуть ли не по часу!) рождения можно предсказать трёхпериодические циклы движения по жизни любого человека и даже наживается изготовлением соответствующих предсказательных таблиц, то только точность фактов может служить разоблачению.

(*Записано автором 28.04.04 по материалам его выступления 24.05.93*.)

ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ ГУДКОВ – ПРОФЕССОР НА РАДИОФАКЕ

М.И. Петелин[*]



Мы – 140 студентов – пришли на радиофак в сентябре 1954 года и в первые же дни увидели и услышали Дмитрия Андреевича Гудкова – он читал нам матанализ.

Эпоха была бифуркационная – за год до этого умер Сталин, реабилитировали врачей-«вредителей», начали копать под Маленкова. Но – при всех тогдашних шатаниях и заскоках – мораль была на высоте («не то, что нынешнее племя» – это из Лермонтова). Нас учили уважать друг друга и помогать друг другу, а сами учителя были окружены особым почтением[18].

Так вот – Дмитрий Андреевич был учителем очень высокого класса. Мы тогда придерживались принципа взаимности: учителя ставили оценки нам, а мы (наше курсовое бюро ВЛКСМ) ставили оценки учителям – от тройки до пятерки. И Михаил Адольфович Миллер и Дмитрий Андреевич Гудков заработали у нас 5+. Оба (они приятельствовали) придерживались сократовского принципа непрерывной обратной связи с аудиторией:

- Что Вы ожидаете вот в этой конкретной ситуации?
- Кажется ли Вам правдоподобным полученное решение?

Конспектами Дмитрий Андреевич не пользовался и лишь изредка вынимал из кармана листочек бумаги – как мы понимали, с перечнем конкретных задач. А однажды пришёл с извинением: «Простите меня, окаянного. На прошлой лекции я неправильно доказал теорему. Сейчас я предложу Вам правильное доказательство».

---

[*] Петелин Михаил Иванович, физик, лауреат Государственных премий СССР и РФ, сотрудник ИПФ РАН, профессор Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского

[18] К Клавдии Михайловне Яблонской, учившей нас в начальной школе с 1-го по 4-ый классы, мы – несколько её учеников – ходили дважды в год (в день её рождения и в День Учителя) до самой её смерти.

Мы были очарованы Дмитрием Андреевичем. В конце второго семестра подходит ко мне (курсовому комсоргу) Илья Мучник и говорит: «Миша, у нас есть предложение сделать Дмитрию Андреевичу подарок». Мы собрали по рублёвке (?) и преподнесли Дмитрию Андреевичу мраморный чернильный прибор. Как-то я спросил дочь Дмитрия Андреевича Сашу о судьбе этого прибора, и Саша ответила: «Мы его храним».

ДОРОГОЙ ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ

*Г.М. Полотовский**

Оглядываясь назад, я хорошо понимаю, что в жизни мне с самого начала очень везло на учителей. Учительница начальных классов школы №8 кавалер ордена Ленина София Михайловна Орфанова взяла наш первый класс в уже очень почтенном возрасте (это был её последний набор), но смогла справиться с 43 «девчонками-мальчишками», почти все получили отличную базу начального образования.

Затем классным руководителем у нас была Зинаида Кузьминична Будаева, женщина с непростым характером, но хороший учитель математики. А в математической школе №40, куда я перешёл после 8-го класса, математику у нас вёл замечательный человек, потомственный учитель, тоже кавалер ордена Ленина Глеб Николаевич Капралов. Вот один штрих: узнав случайно, что никто в классе не читал Шолома Алейхема, он на следующий день принёс в школу книгу «Блуждающие звезды» и почти весь свой урок математики читал нам её вслух.

Много замечательных преподавателей было и в университете. Факультет ВМК[19], куда я поступил, был тогда интенсивно развивающимся, сильным и по существу математическим факультетом. Не буду перечислять всех наших преподавателей, назову только В.Н. Шевченко, Е.А. Леонтович и Л.П. Шильникова, которые в разное время и в разной мере были моими руководителями, а под начальством двух последних я 15 лет проработал в НИИ Прикладной математики и кибернетики.

Однако главным своим Учителем, и не только в математике, но и «по жизни», я считаю Дмитрия Андреевича Гудкова, с которым я встретился уже после окончания университета.

---

* Полотовский Григорий Михайлович, доцент Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.

[19] Этот первый в стране факультет Вычислительной математики и кибернетики, основанный в 1963 году, первым был и закрыт в 2015 году в связи с образованием Института информационных технологий, математики и механики.

Будучи составителем этой книги, я нахожусь в «специальном положении» – я уже прочитал все воспоминания, которые в неё включены. Конечно, я знал многое из рассказанного другими авторами. Поэтому, стараясь не повторять уже изложенное, напишу свои воспоминания в виде не связанных между собой фрагментов.

***

Когда я впервые пришёл к Дмитрию Андреевичу домой, он провёл меня в комнату, служившую ему кабинетом, где были стандартный раздвижной круглый стол, два книжных шкафа, несколько стульев и кровать, и объявил: «Кровать – это диван». Как я позже узнал, это объявление, означавшее, что на кровать можно садиться, Дмитрий Андреевич делал для всех впервые к нему приходящих.

В стандартной трёхкомнатной квартире, в которой Дмитрий Андреевич жил с женой Натальей Васильевной, сыном Юрой и дочкой Сашей, было много книг – кроме книжных шкафов в кабинете, вся стена длинного коридора была закрыта плотно загруженными книжными полками. Хорошо подобранная библиотека содержала три основных раздела: математическая литература, художественная литература, включающая русскую классику, и книги по истории математики[20]. Как-то Дмитрий Андреевич рассказал мне, что после долгих попыток расставлять книги внутри раздела по тематике он пришёл к выводу, что удобнее всё же расставлять книги по алфавиту.

***

Письменным столом Дмитрию Андреевичу служил упомянутый выше круглый стол. На столе был порядок – всегда было место, куда можно положить книгу или исписанные листы. В большинстве случаев писал Дмитрий Андреевич карандашами. Когда мы впервые правили с ним вместе какой-то текст, я очень удивился, увидев, как он стирает что-либо ластиком и прямо на этом месте пишет новую версию: «Дмитрий Андреевич, Вы неправильно делаете – часто бывает, что какая-то предыдущая версия удачней новой, а у Вас она уже стёрта. Надо зачёркивать!». Дмитрий Андреевич согласился, но от своей привычки полностью не отказался.

[20] Практически всю историко-математическую литературу родные Дмитрия Андреевича после его смерти передали мне, за что я им очень благодарен.

В другой раз, посмотрев рукопись какой-то работы Дмитрия Андреевича – кажется, это был его знаменитый обзор в «Успехах математических наук», – я стал объяснять Дмитрию Андреевичу его ошибки в пунктуации. Дмитрий Андреевич немного послушал и сказал: «Не надо учить меня ставить запятые – это бесполезно. Но как математик я представляю частоту запятых в русском тексте, поэтому, написав текст, я разбрасываю по нему необходимое количество запятых». Конечно, это была шутка – Дмитрий Андреевич не упускал возможности иронизировать и над собой.

***

Лекций Дмитрия Андреевича по обязательным математическим курсам я никогда не слушал. Зато уже после окончания университета несколько раз слушал его спецкурсы и лекции по истории математики. Как неоднократно отмечалось, качеству преподавания Дмитрий Андреевич уделял особое внимание. Его лекции, лишённые внешних «красивостей», для меня были единственными, которые я мог записать – во всех остальных случаях я мог в лучшем случае только слушать. Несомненно, это объяснялось тщательно продуманным изложением, включая расположение материала на доске. Всё это требовало большой подготовки. Дмитрий Андреевич практически перед каждой лекцией кратко писал её для себя *заново*, даже если читал её в десятый раз. Конечно, зачастую новая запись мало чем отличалась от прошлогодней[21], но в результате материал лекции освежался в памяти. Читал Дмитрий Андреевич увлечённо, в левой руке держал свою изготовленную накануне «шпаргалку», заглядывал в которую он довольно редко – в основном для того, чтобы посмотреть номер следующего пункта: все фрагменты лекции были снабжены тщательной двух- или трёхуровневой нумерацией.

Особенно интересным в изложении Дмитрия Андреевича был такой своеобразный и трудный для чтения курс, как история математики. Дмитрий Андреевич не пересказывал книги, а рассказывал о своих поисках ответов на далеко не простые вопросы – например, о месте математики в системе наук. Часто по разным поводам

[21] Я могу судить об этом по доставшимся мне четырём последовательным вариантам авторских конспектов Дмитрия Андреевича его курса по истории математики.

возникали обсуждения, из которых было видно, как глубоко им продуманы различные моменты. Надо сказать, что курс истории математики на мехмате Дмитрий Андреевич поставил заново[22] – до него последний такой курс прочитал А.Г. Майер в 1950-51 учебном году, ещё на физмате.

***

Дмитрий Андреевич был человеком общительным и, если так можно сказать, общественным. Его общественные устремления были подчинены развитию математики и математического образования в университете. Он постоянно предпринимал разнообразные действия по поддержке и защите работающих математиков, подбору хороших преподавателей (и умел корректно избавляться от слабых), многократно пытался пригласить к себе на кафедру сильных иногородних математиков. Ему многого удалось добиться. Прежде всего – поднять уровень математики на мехмате. Обладая редким свойством мыслить самостоятельно и нестандартно, он предлагал иногда совершенно неожиданные «спасительные» меры. Так, когда в годы перестройки распределение после окончания вузов было фактически ликвидировано, вступительный конкурс на многие специальности практически исчез, а уж математику просто ожидал недобор. Дмитрий Андреевич добился приема на специальность «Преподаватель математики». Казалось бы, много ли семнадцатилетних молодых людей стремятся стать учителями? Но Дмитрий Андреевич верно рассчитал, что абитуриенты пойдут: это была едва ли не единственная специальность, которая гарантировала направление на работу после окончания университета.

В том же русле была организованная Дмитрием Андреевичем заочная математическая школа для школьников. Школа была абсолютно бесплатной. Первые задания Дмитрий Андреевич составлял сам, а проверку организовал силами сотрудников своей кафедры. Затем к этому подключились другие кафедры, студенты старших курсов. В 80-е годы школа работала очень активно и заметно способствовала притоку способных студентов.

Во второй половине 80-х годов Дмитрий Андреевич написал ряду иногородних коллег просьбы прислать уставы действующих у них региональных математических обществ. Идею создания

[22] Как и курсы топологии и вещественной алгебраической геометрии, но об этом сказано в воспоминаниях других авторов.

математического общества в Горьком он вынашивал давно и начал подготовку к её реализации, как только обстановка дала надежду на учреждение независимой общественной организации. Создать такое общество он не успел, но в 1995 году Нижегородское математическое общество было организовано.

***

Мне посчастливилось неоднократно ездить с Дмитрием Андреевичем – в Москву на семинар имени И.Г. Петровского, на другие конференции. Это были замечательные поездки – как уже отмечалось, Дмитрий Андреевич был человеком общительным, а в общении вёл себя очень просто. Он быстро сходился с попутчиками, возникали «дорожные разговоры», да и мне он рассказывал много интересного. А иногда в этих разговорах возникали и идеи новых подходов к математической задаче.

В Москве нас селили, как правило, в общежитии главного здания МГУ. Процедура вселения всегда была одинаковой: прежде всего Дмитрий Андреевич добывал у дежурной по этажу чайник. Затем он доставал из чемодана рулон чековой ленты и мыло и проклеивал окна (семинар имени Петровского проходил в январе). После чего брал сумку-авоську и говорил: «Ну, я пошёл за апельсинами. Ещё надо купить сахар, хлеб и масло». Апельсины нужны были для любимой внучки Насти (в Горьком, как и всюду вне Москвы и Ленинграда, с продуктами было, скажем мягко, не очень хорошо, а в Москве «было всё»), а сахар, хлеб и масло – «позовём вечером ребят». И действительно, Олег Виро, Слава Харламов и многие другие в те годы действительно совсем молодые люди, особенно в сравнении с Дмитрием Андреевичем, по вечерам собирались всегда в нашем номере и вели интересные беседы о математике и не только. Так же, как в Москве, Дмитрий Андреевич собирал молодых математиков на VII Всесоюзной топологической конференции в Минске в 1977 году.

***

Простота Дмитрия Андреевича в поведении была неординарной. Иногда мне даже казалось, что он «играет». Помню такой эпизод: едем в Москве в метро, рядом с Дмитрием Андреевичем сидит средних лет женщина с двумя дамскими сумочками в руках.

Дмитрий Андреевич обращается к ней: «Скажите, пожалуйста, а зачем Вам сразу две сумочки?» На что немедленно получает ответ: «А тебе какое дело?»

В другой раз, опять в метро, Дмитрий Андреевич вдруг спохватился, что забыл нужный ему номер телефона. Недолго думая, он раскрыл на полу посреди вагона свой большой чемодан (теперь такой фибровый чемодан можно увидеть разве что в кладовке или в старом кино) и начал перебирать его неструктурированное содержимое, пока не нашёл записную книжку.

***

Почти в каждой поездке Дмитрий Андреевич говорил: «Ну, я пошёл в архив» – и исчезал на полдня. Он был сильно увлечён исследованием нижегородского периода биографии Н.И. Лобачевского. Как известно, и здесь он сказал своё слово – в частности, обосновал версию о том, что фактическим отцом Николая Ивановича был нижегородский землемер Сергей Степанович Шебаршин. Результаты своих изысканий Дмитрий Андреевич изложил в замечательной книге «Н.И. Лобачевский. Загадки биографии»[23]. Книга писалась трудно и долго. Верный своей манере, Дмитрий Андреевич несколько раз переписывал её с начала до конца. Увы, держать в руках свою книгу в напечатанном виде ему не довелось…

Судьба этих исследований Гудкова в значительной мере повторила судьбу открытия А.А. Андроновым и его группой даты и места рождения Н.И. Лобачевского: поначалу далеко не все поверили как в те, так и в другие выводы. Первые печатные отзывы на книгу Гудкова были очень осторожными, а устные – порой и весьма критическими. Но к настоящему времени, когда с момента издания книги прошла четверть века, версия об отцовстве Шебаршина постепенно обрела статус общепризнанного факта.

В связи со сказанным выше – ещё одно воспоминание. Однажды после окончания какого-то научного заседания в Москве толпа, всегда окружавшая В.И. Арнольда в таких случаях, наконец, рассеялась, и остались только Владимир Игоревич, Дмитрий Андреевич, ну, и я где-то сбоку. И Арнольд, по-видимому, в продолжение какого-то предыдущего разговора с Дмитрием Андреевичем, сказал:

[23] Опубликована издательством Нижегородского университета в 1992 году.

«Дмитрий Андреевич, а всё же Лобачевский не был великим математиком!»[24] «Ну, не знаю, Владимир Игоревич, может быть, – ответил Дмитрий Андреевич. – Но он был великим учёным!»

***

В поездках или по пути из университета мы с Дмитрием Андреевичем часто обсуждали достоинства разных людей, прежде всего математиков – от местных университетских до «самых великих». Многие отмечали удивительную проницательность Дмитрия Андреевича. По прошествии 25 лет я тоже могу засвидетельствовать – все оценки, данные Дмитрием Андреевичем разным людям, полностью подтвердились.

Дмитрий Андреевич со своими учениками
Г.М. Полотовским и А.Б. Корчагиным

Однажды во время такой «беседы на общие темы» я спросил у Дмитрия Андреевича, почему у него так немного учеников. «Понимаешь, – ответил он, – задач у меня много, но они довольно трудные, так что я не могу гарантировать человеку защиту диссертации. Поэтому я беру только тех, кто приходит ко мне сам. С другой стороны,

---

[24] В.И. Арнольд всегда принижал достижения Лобачевского (на мой взгляд, не слишком обоснованно), например: «Восхвалители Лобачевского восторженно говорят, что он свою геометрию построил. Но точный смысл этих слов – только то, что его попытки опровергнуть её не удались ему» (из интервью с В.И. Арнольдом в книге В.Б. Демидовича «К истории мехмата МГУ» – М.: Изд-во попечительского совета мехмата МГУ. 2013).

я не считаю, что у меня мало учеников – вот, например, ленинградских ребят, которые очень многому научили меня, я тоже чему-то научил».

Действительно, по-видимому, все его ученики, кроме Жени Шустина, которого Дмитрий Андреевич привлёк, получив «разведданные» из Ленинграда о его выдающихся способностях (см. переписку Д.А. Гудкова с О.Я. Виро и воспоминания Шустина в этой книге), пришли к нему сами. Так, Толя Корчагин[25], будучи студентом радиофака, решил специализироваться у Гудкова на кафедре математики[26].

Про себя я долгое время думал, что попал к Дмитрию Андреевичу сам и случайно. Сразу после окончания университета я начал работать младшим научным сотрудником в отделе дифференциальных уравнений НИИ ПМК (прикладной математики и кибернетики) у Л.П. Шильникова, который был научным руководителем моей дипломной работы. Через некоторое (небольшое) время заведующая отделом Е.А. Леонтович-Андронова попросила меня рассказать на семинаре отдела знаменитую статью[27] И.Г. Петровского о топологии алгебраических кривых. Это меня не удивило: я знал, что Евгении Александровне интересны многие вещи в математике, даже далёкие от дифференциальных уравнений. Я рассказывал эту очень красивую, но довольно большую и сложную статью целый месяц (семинар проходил раз в неделю). На первое заседание пришёл незнакомый мне мужчина с непослушной шевелюрой (как теперь ясно, я был вполне «тёмный» и по учёбе в университете его не знал, а это был Дмитрий Андреевич), который всё внимательно слушал, иногда задавал вопросы (хотя, конечно, знал эту работу Петровского очень хорошо). Дмитрий Андреевич приходил и на три следующих заседания, мы разговорились, и незаметно для себя я стал его

[25] Анатолий Борисович Корчагин (1952 – 2017), к. ф-м. наук, работал на кафедре геометрии и высшей алгебры, затем несколько лет работал в США, после возвращения в Россию был доцентом кафедры математики радиофака. Автор ряда известных результатов по топологии вещественных алгебраических кривых.

[26] Это допускалось, но такие случаи были не частыми. Сложность со своей специализацией на кафедре математики радиофака была одной из причин перехода Дмитрия Андреевича на мехмат.

[27] I. Petrowsky. On the Topology of Real Plane Algebraic Curves. An. of Math., Second Series. 1938. Vol. 39. No.1. P. 189–209.

учеником. Так я и проработал в отделе дифференциальных уравнений, занимаясь алгебраическими кривыми, до 1985 года, пока Дмитрию Андреевичу после нескольких лет усилий[28] не удалось взять меня к себе на кафедру.

Как я узнал много позже, эта случайность была хорошо организована: когда на вопрос Леонида Павловича Шильникова, чем бы я хотел заниматься дальше, я ответил «абстрактной алгеброй», он не показал своего удивления (специалистов по абстрактной алгебре в Горьком не было, тем более в отделе дифференциальных уравнений), а пошёл советоваться с Евгенией Александровной и Дмитрием Андреевичем. Ими и был придуман трюк с рассказом работы Петровского.

***

Дмитрий Андреевич обладал редким качеством: несмотря на свой большой авторитет, он совершенно не был авторитарен: с ним можно было спокойно дискутировать, не соглашаться и даже, не особенно задумываясь, делать ему замечания. Когда возник вопрос, чем мне заниматься дальше, я сказал, что хотел бы заняться классификацией распадающихся кривых степени 6 – эта задача была поставлена в одной из публикаций Дмитрия Андреевича. «Эта задача, несомненно, хорошая, но я знаю, что её можно решить примерно теми же методами, которыми я справился с неособыми кривыми степени 6, хотя и придётся серьёзно повозиться. Я думаю, что тебе надо изучать топологию и овладевать техникой современных работ[29]». Но мне гораздо больше хотелось что-то делать самому, нежели изучать трудные работы. Дмитрий Андреевич заставлять меня не стал. Сложно сказать, кто из нас был прав: с одной стороны, я до сих пор ощущаю недостаток образования, но зато я вовремя сделал полезную работу, которая «сама собой» стала диссертацией. После моего довольно продолжительного изложения результатов работы на кафедре дифференциальный уравнений МГУ в «узком кругу» – О.А. Олейник, В.И. Арнольд и Д.А. Гудков (мы приехали рассказывать её на предмет публикации), Ольга Арсеньевна спросила меня: «Это Ваша диссертация?» Я ответил: «Не знаю». Когда мы вышли в

[28] Многократные хождения к ректору, в партком и т. п.

[29] Как раз к этому времени появились знаменитые статьи В.И. Арнольда и В.А. Рохлина по доказательству сравнения Гудкова.

коридор, Дмитрий Андреевич сказал мне: «Ну ты и дурак, когда Олейник спрашивает “это диссертация”, надо отвечать “да”». Я возразил: «Дмитрий Андреевич, как я мог ответить “да”, если мы с Вами никогда о диссертации не говорили?»

***

Диссертацию я защищал, когда работал ещё в НИИ ПМК. По существующему порядку требовалось представить работу на учёном совете института. После моего короткого доклада последовали вопросы. К одному из них я был не готов: «А почему у Вас все работы опубликованы без соавторства с Вашим научным руководителем?», но за меня немедленно ответил Дмитрий Андреевич: «Конечно, я консультировал соискателя и читал его работы, но это входит в мои обязанности научного руководителя. Соискатель работал вполне самостоятельно, а я ставлю свою подпись под работой с учеником только тогда, когда мне принадлежат не менее 70% труда». Члены совета молчали.

***

Защита диссертации проходила в совете Казанского университета. Мы с Дмитрием Андреевичем приехали за день до заседания совета, но я сильно простудился, к вечеру температура поднялась выше 38. Дмитрий Андреевич уложил меня в постель, отпаивал чаем с лимоном (таблетки Дмитрий Андреевич не уважал), а утром не дал встать до самой защиты, не пустив меня встречать первого оппонента – В.И. Арнольда[30]. Благодаря заботе Дмитрия Андреевича температура упала, и у меня хватило сил сделать доклад.

На следующий день наступило закономерное моральное опустошение, и я спросил: «Дмитрий Андреевич, зачем вся эта возня, переживания и прочее? Ну, есть диссертация, нет диссертации – какая разница?» Ответ оказался неожиданным: «Ну, ты ещё не понимаешь! Вот представь себе: ты стоишь в набитом автобусе – ни читать, ни дышать. Смотришь на лица пассажиров и думаешь: а кто из них кандидат наук? И тебе становится легче и приятнее».

---

[30] Надо сказать, что Владимир Игоревич никаких обид не высказывал. Он появился в нужной аудитории ровно за 5 минут до начала заседания совета, сказав, что прекрасно провёл полдня: «Я гулял по Казани и ел яблоки, которых у меня полный портфель».

***

Как-то Дмитрий Андреевич пригласил меня пожить с ним несколько дней летом в местах, где прошло его детство – в затоне «Памяти Парижской коммуны». Я согласился, но начал комплексовать: смогу ли я поддерживать беседу, находясь с Дмитрием Андреевичем целыми днями один на один? Мои опасения были напрасными: Дмитрий Андреевич, как всегда, вёл себя настолько естественно, что с ним вполне комфортно было даже просто молчать, думать о своём или заниматься каким-то своим делом. У меня возникла (ещё тогда) такая ассоциация: кто-то из кинокритиков написал о французском актёре Жане Габене, что если полтора часа показывать на экране без всяких диалогов и монологов, как Жан Габен умывается, чистит зубы, ест, идёт по улице, то из зрительного зала никто не уйдёт, настолько он естественен и органичен.

***

Однажды, когда мы были на кафедре вдвоём с новым тогда заведующим кафедрой геометрии и высшей алгебры Михаилом Ивановичем Кузнецовым (значит, это было вскоре после 1988 года), пришёл Дмитрий Андреевич, поздоровался и сказал: «Михаил Иванович, я должен перед Вами повиниться, я, возможно, Вас сильно подвёл». «Что случилось, Дмитрий Андреевич?» «Вы знаете, Михаил Иванович, я вчера подал заявление о выходе из партии, а Вас не предупредил». «Да, Дмитрий Андреевич, конечно, подвели, как же Вы так? Дело в том, что я-то подал заявление о выходе из партии позавчера…»

***

Дмитрий Андреевич был, конечно, трудоголик, но говорил, что летом надо отдыхать, а не работать, и старался следовать этой заповеди. Любимым его видом отдыха была рыбная ловля. Помню, как замечательно мы провели две недели на берегу Волги: в одной палатке Дмитрий Андреевич, его жена Наталья Васильевна, дочка Саша и внучка Настя, в другой Женя Шустин с тогда ещё не женой Милой Фридман, в третьей – я с сыном Павликом (на берегу было ещё множество палаток). Дмитрий Андреевич занимался внучкой Настей и ловлей рыбы – в те годы уже без катера, с берега. По вечерам собирались у костра, а в дождь – в чьей-нибудь палатке, вели разговоры или во что-нибудь играли…

У костра на берегу Волги

***

После 1970 года Дмитрий Андреевич благодаря своим замечательным результатам стал очень известным математиком, его стали приглашать на различные математические конференции на Западе. Однако ни в одной из них он так и не принял участия – в последний момент из Москвы приходило сообщение, что в советской делегации уже нет мест. По-видимому, случаем поехать за рубеж не преминул воспользоваться кто-то из околонаучных функционеров или сотрудников органов. Однажды Дмитрий Андреевич сказал мне: «Ты знаешь, я на них не обижаюсь – я уже бывал за границей[31], а они, возможно, ещё нет».

***

По приглашению Дмитрия Андреевича в Горький периодически приезжали известные математики, чаще других – О.Я. Виро и В.М. Харламов. Однажды после одного из таких визитов Дмитрий Андреевич с нескрываемым удовольствием сказал мне: «Вчера Наташа[32] сказала мне: как это у тебя всё время получается, что к нам приходят и приезжают такие интересные и хорошие люди?»

[31] Имелось в виду, что во время войны Дмитрий Андреевич дошёл до Берлина.

[32] Наталья Васильевна, жена Дмитрия Андреевича.

В связи с этими визитами вспоминается ещё один забавный, на мой взгляд, эпизод. Однажды в Горьковском художественном музее была очень большая выставка отца и сына Рерихов. Как раз в этот момент по приглашению Дмитрия Андреевича в Горьком находился Олег Виро. Я предложил всем вместе посетить выставку.

Когда мы втроём подошли к музею, оказалось, что мы недооценили тягу населения к живописи: стояла плотная очередь длиной метров 200–250. Мы встали в эту очередь, которая продвигалась крайне медленно, и через какое-то время Дмитрий Андреевич заметил, что некоторые отдельные граждане, а иногда и целые группы в сопровождении милиционера, проходят без очереди. А тут ещё объявили, что, по-видимому, музей не успеет пустить всех стоящих в очереди – и Дмитрий Андреевич отправился к дверям музея наводить порядок.

Я в это время позвонил (по телефону-автомату) своей маме и описал ситуацию. Мама сказала – стойте, я сейчас приеду.

Приехав, она сразу через служебный вход прошла к директору музея. По её словам, она сказала директору, что она сама работник культуры[33], а её сын, т. е. я, привёл в музей двоих выдающихся математиков – профессора из Ленинграда и профессора нашего университета, не может ли директор пустить нас в музей без очереди?

И вот директор лично встречает нас у служебного входа: «Здравствуйте, пожалуйста, проходите». И Дмитрий Андреевич ему сразу и говорит: «Что же это у вас, товарищ, творится такой беспорядок – всё время разные люди проходят без очереди!»

***

В конце 80-х – начале 90-х годов на мехмате была традиция анкетирования студентов, которые анонимно выставляли баллы своим преподавателям (более, чем по десятку параметров: увлечённость предметом, доступность изложения, справедливость оценок и т. д., включая даже интеллигентность). По итогам анкетирования никакие административные выводы не делались, но обработанные результаты вывешивались на доске объявлений. Однажды я оказался в самом верху этого рейтинга – кажется, вторым после Н.И. Авдонина. Дмитрий Андреевич радостно восклицал: «Я всегда говорил,

---

[33] Она работала тогда в филармонии уполномоченным по организации зрителей.

что ты будешь замечательным преподавателем!» Я перевёл для себя: математик ты средний, а преподаватель хороший.

Надо сказать, что у Дмитрия Андреевича был чёткий и, на мой взгляд, адекватный рейтинг математиков. Например, ещё в начале 80-х годов, он, по своему обыкновению прямо, сказал мне: «Моя первая задача – взять на кафедру Женю Шустина. После этого я буду пытаться взять тебя».

***

В самом начале весны 1992 года Дмитрий Андреевич позвонил мне: «Прочитай за меня, пожалуйста, лекцию по истории математики – я что-то простудился». «Что Вы, Дмитрий Андреевич, я ведь не готовился», – ответил я. «Но ты же слушал мои лекции». «Дмитрий Андреевич, это же разные вещи, да я и не помню детали». «Ладно, я тебе передам свой конспект, прочитаешь по нему».

Увы, это была не простуда, а не диагностированный вовремя инфаркт…

А курс истории математики так и остался за мной.

***

Возвращаясь к сказанному в предисловии к этим заметкам, хочу повторить, что мне очень повезло: я близко общался с Дмитрием Андреевичем более двадцати лет, причём многие годы – почти в ежедневном режиме. Однако при таком общении редко употребляешь в обращении «дорогой». Название этих заметок – попытка хоть как-то компенсировать недосказанное.

ВСПОМИНАЯ ДМИТРИЯ АНДРЕЕВИЧА ГУДКОВА

В.П. Савельев[*], *В.Н. Шевченко*[**]

В.П. Савельев. Мне довелось слушать лекции Д.А. Гудкова по математическому анализу, правда, всего один семестр. Весной 1959 года я вместе с группой моих однокурсников перешёл на учебу в Горьковский университет из Педагогического института (было решение Правительства об ускоренной подготовке специалистов по вычислительной математике). В педагогическом институте очень хороший курс математического анализа нам прочитал А.А. Миролюбов, поэтому нам казалось, что мы ещё раз повторим часть этого курса. Как известно, одним из основных разделов математического анализа в четвёртом семестре является теория рядов Фурье. И вот здесь нас ожидал сюрприз. Оказалось, что этот раздел можно изложить совершенно по-новому! Дмитрий Андреевич ввёл понятие нормированного пространства и на этой базе изложил в очень компактной форме теорию рядов Фурье. Для меня это было действительно некоторым потрясением! К тому же, конечно, и манера чтения лекций у Д.А. Гудкова завораживала, я думаю, что с этим согласятся все, кто слушал его лекции. В дальнейшем, когда я уже работал в университете, мне повезло ещё раз. Дмитрий Андреевич прочитал для молодых преподавателей лекцию о том, как надо читать лекции! Мне запомнилось, что он сравнивал лектора с артистом, который должен всегда держать контакт со слушателями. При воспоминании о Дмитрии Андреевиче у меня в душе неизменно возникают тёплые чувства.

В.Н. Шевченко. Мне повезло больше: в студенческую пору я слушал лекции Д.А. Гудкова все четыре семестра. Более того, я попал в группу, в которой он вёл практические

---

[*] Савельев Владимир Петрович, доцент ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

[**] Шевченко Валерий Николаевич, профессор ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

занятия, и с такого занятия началось мое обучение в ГГУ. Я на него умудрился опоздать, и, естественно, получил от Дмитрия Андреевича первую порцию педагогического опыта.

Дальше – больше. Принимая экзамены, Д.А. Гудков дважды оценивал мои знания оценкой «неудовлетворительно». Справедливость такой оценки я понимал – пересдавал с первой попытки, а вторую оценку «неудовлетворительно» даже, если мне не изменяет память, пересдал на «хорошо».

Конечно, в то время я не мог оценить глубину и красоту его лекций (в частности, потому, что посещал их, мягко говоря, нерегулярно). Однако, привычку строить контрпримеры к теоремам, если в них отбросить какие-то условия, привил мне именно Дмитрий Андреевич Гудков. Всё это даёт мне возможность подписаться под текстом В.П. Савельева, несмотря на то, что дар судьбы, пославшей мне такого лектора по математическому анализу, я использовал гораздо меньше, чем он.

Кстати сказать, второй «неуд» я получил от Д.А. Гудкова по методам оптимизации – одной из тем моих профессиональных занятий.

ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ ГУДКОВ

Н.Б. Смирнова[*]

Дмитрий Андреевич Гудков был однокурсником моего отца, Бориса Николаевича Верещагина. Они окончили физико-математический факультет Горьковского университета летом 1941 года. Потом их пути разошлись надолго. Дмитрий Андреевич был фронтовиком. Мой папа на фронт не попал из-за слабого зрения.

Об их общении в юности я знаю мало. Похоже, на физмате ГГУ они дружили крепко, иначе как объяснить, что на протяжении всей последующей жизни при любой возможности они встречались. Начиная с шестидесятых годов это было нечасто: оба были очень занятыми людьми. Со слов отца я знала, что Дмитрий Андреевич был профессором, преподавал математику на радиофаке Горьковского университета, много времени уделял науке, ему приходилось активно заниматься административной работой. Он был человеком семейным. К сожалению, об этой стороне его жизни я знаю мало.

Жизнь моего отца сложилась так, что математика не стала его профессией, он стал дипломатом. При выходе в отставку в возрасте 80 лет он имел дипломатический ранг советника-посланника 1-го класса. Большая часть его деятельности была связана с Китаем. Несколько лет он работал в Польше. Свободно владел пятью иностранными языками: английским, немецким, французским, китайским и польским. При этом он навсегда сохранил любовь к математике, с которой не расставался до конца своих дней. В сферу его интересов входила и физика, особенно вопросы её современного развития. В своё время он посещал лекции известных математиков в МГУ. У нас дома была собрана неплохая библиотека. Но всё это было уже «в свободное от работы время», которого оставалось не так много.

Папа был сотрудником Министерства иностранных дел. Он был очень занят на работе, зачастую приходил домой поздно вечером.

[*] Смирнова Наталья Борисовна, ведущий инженер кафедры инженерной теплофизики НИУ «МЭИ».

Будни нашей семьи текли довольно однообразно. Но когда папа узнавал, что ему предстоит встреча с Дмитрием Андреевичем, настроение дома менялось, появлялось предчувствие праздника. Дмитрий Андреевич приезжал в Москву в связи с университетскими и издательскими делами, он общался с московскими математиками, бывал здесь проездом, направляясь на научные конференции. При всей своей занятости он никогда не упускал возможности навестить своего друга – Бориса Верещагина. У нас дома раздавался звонок, папа подходил к телефону, и я видела, как от разговора светлеет его лицо. Потом он с радостью сообщал: «Дима приезжает завтра!». После этого мне давались ценные указания, и я шла «за провиантом» в наш продовольственный магазин «Гастроном». Начинались радостные хлопоты по хозяйству. И наконец (обычно это происходило вечером) Дмитрий Андреевич появлялся на пороге нашего дома. В моей памяти живет его образ. В комнату входил высокий широкоплечий светловолосый человек с пронзительными голубыми глазами. Это удивительные глаза, в них строгий вопрос: «Ну, как вы тут живёте?» И ещё какая-то безграничная доброта и внимание к окружающим. Он вмиг заполнял собой комнату и ещё с порога начинал интересоваться нашими новостями. Спрашивал о каждом члене семьи: где находится, чем занимается, как здоровье и т.д. Его интерес был неподдельным, и он внимательно выслушивал сообщения о том, когда наша бабушка собирается открывать дачный сезон, и почему в школе я учусь во вторую смену. Вопросы его были точны и попадали «в десятку». Я мысленно сравнивала моего папу и его однокурсника и не переставала удивляться, как долго могут не терять интереса друг к другу столь различные люди. Дмитрий Андреевич, казалось, мог воспринимать мгновенно всё, что его окружало, схватывая суть вещей и отношений. Он активно высказывал своё мнение, зачастую его голос гремел в нашем доме. Но управлял он собой мастерски, всегда знал меру. Мой папа был его достойным собеседником, их разговоры всегда были интересными и живыми. Но эмоционально папа был более сдержан, чем его друг. Если мне доводилось присутствовать при их беседе, я бросала все дела и старалась не пропустить ни слова. Иногда Дмитрий Андреевич наседал на отца и строго спрашивал его: «Почему вы здесь, в Москве, не боретесь с бюрократами? Ведь они препятствуют тому, чтобы старым русским городам были возвращены их исторические названия. Стыдно бездействовать в такой ситуации!” В ответ на это папа только ёжился и кряхтел, но не возражал. Потом он направлял на Дмитрия Андреевича ответный поток информации, рассказывая о событиях в стране и в мире, о тонкостях международной политики. Тот живо реагировал, задавал конкретные вопросы, вникал во все детали. Друзья засиживались допоздна и после ужина обязательно играли в шахматы, причём, начиная партию, обязательно вспоминали, кто кого обыграл в прошлый раз. Дмитрий Андреевич, видимо, был сильным шахматистом. У папы был второй разряд, он входил в сборную команду по шахматам Министерства иностранных дел. Я неоднократно наблюдала, как начинает развиваться игра, но не в состоянии была проследить её до конца. Удивляясь выносливости старшего поколения, я уходила в свою комнату, когда за окном начинало светать. А за дверью два человека, которые были старше меня на три десятилетия, азартно продолжали шахматные баталии.

Утром выяснялось, что они спали всего два часа. Но это им не мешало бодро начать новый день. После завтрака все расходились. У нашего гостя всегда в плане был целый ворох дел, и мне было непонятно, как может человек успеть переделать их за день, побывав во многих местах. Дмитрий Андреевич уходил из дома первым. Он сердечно прощался, внимательно смотрел на меня и стремительно покидал наш дом.

Шли годы. После окончания института я уехала из Перово, из нашей коммуналки, в другой район Москвы. Я вышла замуж за коллегу, Юрия Борисовича Смирнова, сотрудника кафедры Инженерной теплофизики Московского энергетического института. В 1982 г. у нас с Юрой родился сын Женя. Обстоятельства сложились так, что мой папа впервые увидел внука, когда тому уже исполнилось полгода. Через некоторое время за первым его визитом последовал второй. На этот раз в нашу квартиру в Орехово-Борисово вместе с папой приехал Дмитрий Андреевич.

Наш гость ничуть не изменился с тех времён, когда бывал у нас в Перово, разве что седины прибавилось. Я к этому времени знала, что в науке Дмитрий Андреевич работает над решением одной из проблем Гильберта и достиг значительных результатов. Его труды заинтересовали зарубежных математиков, в Америке была переведена и издана книга. Отец с большим уважением относился к достижениям своего друга, всегда в разговорах со мной подчёркивал их значение. Но самому Дмитрию Андреевичу совершенно несвойственно было осознавать важность собственной персоны. Он оставался всё таким же живым, громогласным, во всё вникающим и доброжелательным.

Появившись у нас дома, он первым делом подошёл к кроватке шестимесячного Жени и стал расспрашивать, как он растёт и развивается. Когда я пожаловалась, что ребёнок кашляет, он спросил меня, чем я стираю пелёнки. Сразу забраковал стиральный порошок и велел использовать тёртое хозяйственное мыло. (Я воспользовалась его советом, и кашель действительно уменьшился). Потом Дмитрий Андреевич отчитал моего отца за то, что тот редко у нас бывает и сказал, что в обязанности деда входит посещать внука не меньше двух раз в неделю. (С этого дня папа приезжал к нам чаще, но норму Дмитрия Андреевича не выполнял – слишком был занят работой и уставал).

За ужином нас было четверо: Дмитрий Андреевич, папа, Юра и я. В кроватке спал Женя. За столом обсуждались научные проблемы. Дмитрий Андреевич интересовался, чем занимается Юра, каковы его профессиональные интересы, что нового в нашем институте. Мы засиделись допоздна.

Наутро после тёплого прощания Дмитрий Андреевич энергично стартовал. Эта наша встреча оказалась последней. Правда, через некоторое время Дмитрий Андреевич напомнил о себе – прислал открытку из Нижнего Новгорода. До сих пор эта открытка хранится у нас дома. Одна фраза меня поразила, её смысл актуален для меня и по сей день: «Желаю счастливо пережить трудные времена!»

15 мая 2017 г.

ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ ГУДКОВ

*М.Л. Тай**

Впервые я увидел Д.А. осенью 1954-го года на одной из первых лекций в университете в старом здании университета на Свердловке, нынешней Большой Покровке. Д.А. читал нам годовой курс высшей алгебры. Он появился около очень большой доски в 52-й аудитории и показался тогда достаточно молодым человеком. Его первая лекция сразу оказалась сильно непохожей на другие лекции простотой и доступностью: просто и чётко произносились все отдельные слова, на доске сразу появлялись необходимые и понятные записи, написанные достаточно аккуратно.

Через неделю после начала занятий, как полагалось в то время для всех здоровых студентов, мы оказались на картошке. Это было в огромном селе на высоком правом берегу Волги недалеко от впадения Суры. Село называлось Фокино. На разных улицах этого села разместились три группы нашего курса. Д.А. оказался вместе с нами, а вернее, жил с одной из групп, а руководил, т. е. отвечал, наверное, за все три. Очень хорошо помню, как Д.А. появился на нашем картофельном поле. В руках у него вместо мела была пара картофелин, которые он бросил в одну из наших корзин. Он был в сапогах и в плаще, фуражка с козырьком выдавала в нём военного человека, а вернее, человека, прошедшего войну.

Поле было огромным и достаточно дальним. Нашу группу привозили туда каждый день на грузовой машине. Мы работали маленькими компаниями по 5–6 человек в разных местах этого огромного поля. Ведь надо было выкопать каждый куст, руками выбрать все картофелины, сложить их в корзины и приготовить для перевозки.

Д.А. подошёл к нашей компании и спросил, кормят ли нас мясом. Было понятно, что этот вопрос его очень интересует. Хотя мы жили в разных домах у разных хозяек, все быстро ответили утвердительно. Мне показалось тогда очень удивительным, что человек, так свободно рассказывавший на лекции, вместе с нами находится

* Тай Макс Лазаревич, доцент ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

на этом поле и ему важно, как нас кормят. Такой была жизнь. Помощь в уборке урожая была общей проблемой для всей страны. К сожалению, никто из нас не спросил тогда, почему Д.А. спрашивал о мясе.

После возвращения в университет мы оказались хорошо знакомыми друг с другом и к лекциям Д.А. относились по особенному. Было понятно, что Д.А. свободно рассказывает то, что очень хорошо знает, и приходит в эту большую аудиторию не только для того, чтобы поделиться своими знаниями, но и для того, чтобы научить нас, как надо работать. Каждое утверждение и его доказательство оказывались написанными на доске. Все записи были достаточно полными и их сразу можно было понять вчерашним школьникам. Было ясно, что Д.А. специально свободно и без каких-либо записей рассказывает так, чтобы нам понравилась логика математических рассуждений, чтобы мы увидели красоту доказательств. Когда Д.А., взъерошенный, с заметно подкрашенными мелом волосами появлялся у нас, мне всегда казалось, что Д.А. очень занятой человек и перед каждой нашей лекцией читает лекции по матанализу студентам радиофака в актовом зале.

На втором курсе Д.А. начал вести семинар по алгебраическим кривым. Этот семинар был совсем необычным. Его не было в расписании, и как мы с Г.А. Уткиным[34] о нём узнали, я не помню. Каждый раз на семинарах присутствовали только два студента и Евгения Александровна Леонтович-Андронова. Д.А. рассказывал о понятиях грубости и степеней негрубости, которые были введены А.А. Андроновым для дифференциальных уравнений и динамических систем[35], о строении и топологии алгебраических кривых, о методах Гильберта и Роона[36], о многоугольнике Ньютона, о необходимости построить классификацию алгебраических кривых, используя

---

[34] Геннадий Александрович Уткин (1937–2007), профессор, зав. кафедрой математики радиофака в 1990–2007 гг. Под руководством Д.А. Гудкова в 1968 г. защитил кандидатскую диссертацию «О топологической классификации неособых поверхностей 4-го порядка»; в 1991 г. защитил докторскую диссертацию «Теоретические основы динамики одномерных систем с движущимися по ним объектам», – Г.П.

[35] Понятие грубой динамической системы введено в работе: А. Андронов и Л. Понтрягин. Грубые системы // ДАН СССР, 1937, т. 14, № 5, с. 247–250. – Г.П.

[36] Карл Роон (Karl Friedrich Wilhelm Rohn, 1855–1920) – немецкий математик. – Г.П.

понятие грубости. Особую часть лекций составляла переведённая тогда на русский язык книга Р. Уокера «Алгебраические кривые». На лекциях семинара Д.А. всегда держал в руках эту книгу и тетрадку с собственным конспектом, показывая нам, как надо работать с новой книгой. Е.А. Леонтович-Андронова как-то сказала на семинаре, что такой способ сильно отличается от метода Витта «изучать книгу, лёжа на диване и обдумывая, что в ней могло быть написано». Понятно, что издания «Теории колебаний» 1959 года тогда ещё не было и про А.А. Витта[37] мы ничего не знали.

В 1957 году мы с Г.А. Уткиным очень увлечённо и много занимались классификацией нераспадающихся кривых четвёртого порядка. А после этого я увлёкся динамическими системами и перестал заниматься алгеброй, так как алгебраические кривые показались мне очень абстрактными. Гена[38] продолжил занятия алгеброй и стал аспирантом Д.А., успешно защитил кандидатскую диссертацию по алгебраическим поверхностям. Ещё позднее, занявшись механикой, он стал доктором физ.-мат. наук, профессором и заведующим кафедрой математики на радиофаке.

Надо сказать, что уже после окончания нами университета Д.А. подготовил статью по классификации кривых четвёртого порядка, которой мы занимались, и опубликовал её в «Математическом сборнике», включив нас в соавторы. Это свидетельствует об исключительной порядочности Дмитрия Андреевича. Может быть поэтому, значительно позже, когда я решил написать диссертацию

---

[37] Александр Адольфович Витт (1902 – 1938) – советский физик и математик, доктор наук (1935), в 1937 г. был незаконно репрессирован, умер в лагере на Колыме 26 июня 1938 г. Соавтор (вместе с А.А. Андроновым и С.Э. Хайкиным) книги «Теория колебаний», первое издание которой вышло в 1937 году без упоминания фамилии Витта. «К моменту публикации Витт был арестован, и невозможно было поставить его фамилию на титульном листе, хотя первоначальный набор был уже сделан. От Андронова и Хайкина потребовали согласия на исключение Витта из числа авторов. После долгих мучительных колебаний они решились на это» (из воспоминаний Л.С. Понтрягина). В предисловии С.Э. Хайкина ко второму изданию книги (1959), где А.А. Витт указан в списке авторов, написано: «Из трёх авторов этой книги в живых остался только пишущий эти строки. Александр Адольфович Витт, участвовавший в написании первого издания книги наравне с двумя другими авторами, но не указанный в числе авторов вследствие печальной ошибки, умер в 1937 году». – Г.П.

[38] Г.А. Уткин. – Г.П.

Д.А. Меня очень поразила первая глава диссертации Д.А. тем, что в ней очень чётко и понятно описывались все необходимые для дальнейшего понятия, когда и кем они были введены или использованы раньше. К сожалению, дальше этой главы я не пошёл.

Ещё одно моё воспоминание о Д.А. относится к периоду создания НИИ ПМК. Тогда ГИФТИ переезжал в новое здание на проспекте Гагарина и старое здание на ул. Ульянова освободилось. Я помню суть выступления Д.А. на расширенном заседании учёного совета в 314-й аудитории нового 2-го корпуса университета, где обсуждался или решался вопрос о создании НИИ ПМК. Мнения выступавших были разными. Не все поддерживали идею создания института по кибернетике и прикладной математике. Хорошо помню, что в своём выступлении Д.А. сказал «Будут ставки – будет и институт». В этом новом институте мне довелось потом работать много лет. Каждый раз, встречаясь с Д.А., я с удовольствием вспоминал, что именно он впервые научил меня, как надо работать, как необходимо увлечься для того, чтобы успешно заниматься математикой.

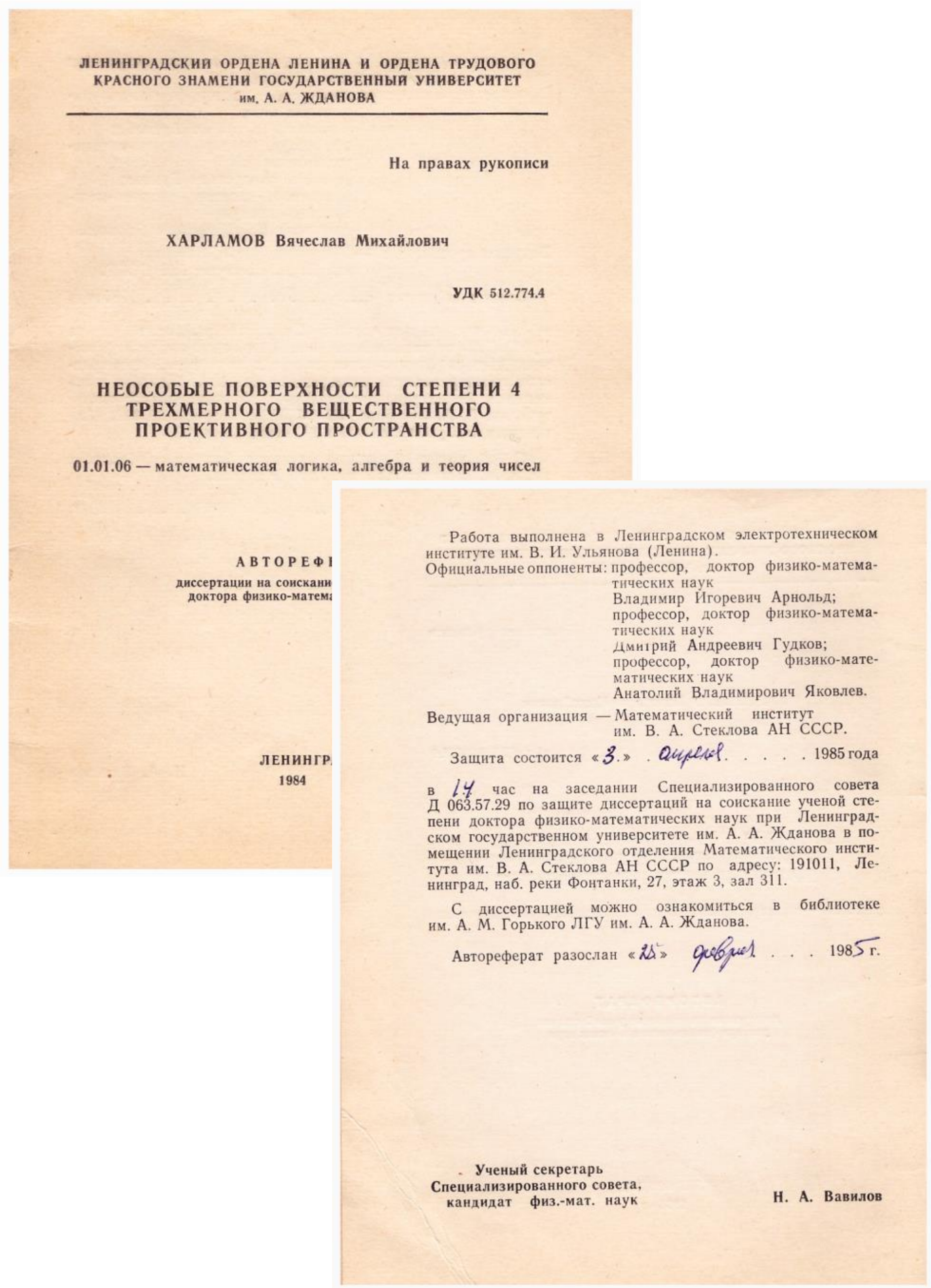
О ДМИТРИИ АНДРЕЕВИЧЕ ГУДКОВЕ

В.М. Харламов[*]

Мне посчастливилось, будучи ещё студентом математико-механического факультета Ленинградского университета, принять активное участие в захватывающем бурном развитии топологии вещественных алгебраических многообразий, инициированном Д.А. Гудковым, В.И. Арнольдом и В.А. Рохлиным, чьи работы и чьё личное влияние определило во многом мой путь в математике. Обдумывая красивейшую основополагающую работу Арнольда, разобраться в которой в качестве прелюдии к дипломной работе мне предложил Рохлин, я естественно обратился и к работам Гудкова, в частности, к сборнику, в котором в серии статей Гудкова излагалась полученная им классификация вещественных плоских кривых степени 6, и в серии статей его ученика Г.А. Уткина излагались полученные Уткиным применения этой классификации к изучению вещественных пространственных поверхностей степени 4. Это сочетание красоты, трудности и, в том, что касается поверхностей, незаконченности, уж не говоря о том, что речь-то шла об одной из знаменитых проблем Гильберта, не могло не заинтриговать и привело к моим первым успехам: доказательству для поверхностей сравнений, аналогичных сравнению Арнольда (ослабленной, в некотором смысле, версии сравнения Гудкова), и вывода из них ответа на вопрос о максимальном числе связных компонент у поверхностей степени 4.

Наше личное знакомство с Дмитрием Андреевичем состоялось гораздо позже, лишь после нескольких лет переписки, кстати, весьма интенсивной в тот период. Гудков, будучи оппонентом моей кандидатской диссертации, пригласил меня в Горький сделать по ней доклад на его семинаре. Было это, скорее всего, осенью 1974 года, подробности, увы, изгладились из моей памяти. Помню только общее светлое впечатление от добросердечного, внимательного и

[*] Харламов Вячеслав Михайлович, профессор Страсбургского университета (Франция).



ЛЕНИНГРАДСКИЙ ОРДЕНА ЛЕНИНА И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. А. А. ЖДАНОВА

На правах рукописи

ХАРЛАМОВ Вячеслав Михайлович

УДК 512.774.4

НЕОСОБЫЕ ПОВЕРХНОСТИ СТЕПЕНИ 4 ТРЕХМЕРНОГО ВЕЩЕСТВЕННОГО ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФ

диссертации на соискани

доктора физико-матем

ЛЕНИНГР

1984

Работа выполнена в Ленинградском электротехническом институте им. В. И. Ульянова (Ленина).

Официальные оппоненты: профессор, доктор физико-математических наук Владимир Игоревич Арнольд; профессор, доктор физико-математических наук Дмитрий Андреевич Гудков; профессор, доктор физико-математических наук Анатолий Владимирович Яковлев.

Ведущая организация — Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР.

Защита состоится «3» апреля . . . . . 1985 года в 14 час на заседании Специализированного совета Д 063.57.29 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора физико-математических наук при Ленинградском государственном университете им. А. А. Жданова в помещении Ленинградского отделения Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР по адресу: 191011, Ленинград, наб. реки Фонтанки, 27, этаж 3, зал 311.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке им. А. М. Горького ЛГУ им. А. А. Жданова.

Автореферат разослан «25» февраля . . . 1985 г.

Ученый секретарь Специализированного совета, кандидат физ.-мат. наук Н. А. Вавилов

отеческого приёма со стороны Гудкова. Познакомился я тогда и с Уткиным, который, правда, уже отошёл от этой тематики, но с интересом меня расспрашивал про продвижения в классификации поверхностей степени 4. Кажется, именно тогда Гудков рассказал мне и про оспаривание В.В. Морозовым асимметрии, присутствующей в первой, ошибочно несимметричной, версии гудковской классификации кривых шестой степени, и про то, как исправление этой ошибки привело Гудкова к построению новой *M*-кривой степени 6, а потом и к формулировке ещё более теперь знаменитого «сравнения Гудкова».

Потом мы встречались в середине 80-х годов, когда в течение нескольких лет я приезжал с семьёй на летний отдых на Волгу. Дмитрий Андреевич всячески опекал нас, помог нам выбрать место и снять дом в деревне на берегу Волги. А во второй наш приезд и сам снял дом в той же деревне. Гудков и я с младшим сыном вместе ходили на рыбалку и, признаюсь, немного браконьерничали. Вместе ходили в лес за грибами, где за Гудковым было не угнаться. О математике тогда говорили меньше – Гудков был увлечён своими исследованиями биографии Лобачевского и много рассказывал, очень интересно и подробно, о своих открытиях. Да и вообще, делился своими воспоминаниями о многом, включая военное время.

В заключение – несколько слов о математических результатах Гудкова. Безусловно, полученную им классификацию неособых вещественных плоских кривых степени 6, которая явилась ответом на один из первых вопросов 16-й проблемы из знаменитого списка проблем Гильберта, и высказанную Гудковым на этой основе знаменитую гипотезу, получившую название сравнения Гудкова и сыгравшую основополагающую роль для дальнейшего развития предмета, надо отнести к его важнейшим достижениям. Мне же хочется упомянуть два результата, которые могли ускользнуть и от внимания специалистов. Первый – это наличие установленной Гудковым «инверсной» симметрии в списке топологических типов вещественных неособых кривых степени 6. Некоторое объяснение этого феномена было дано, во всяком случае, неявно, в позднейших работах В.В. Никулина в арифметических терминах, а также в недавней нашей с С. Финашиным работе (про тени кубических поверхностей) в геометрических терминах. В чём могло бы заключаться обобщение этого феномена на старшие степени остаётся, по моему мнению, неизвестным. Второй – это полученные Д.А. Гудковым в соавторстве с Е. Шустиным сильные нетривиальные оценки на локальные индексы пересечения плоских комплексных кривых в семействах кривых, сохраняющих геометрический род. Эти оценки сыграли решающую роль в только что появившейся нашей с Е. Шустиным и И. Итенбергом разработке новых относительных исчислительных инвариантов для вещественных кривых на поверхностях Дель Пеццо. Всё это, как мне представляется, предсказывает долгую и заметную роль в математике результатов, полученных Д.А. Гудковым.

ДМИТРИЙ АНДРЕЕВИЧ ГУДКОВ

М.М. Шульц[*]

Первая моя встреча с Д.А. произошла в сентябре 1961 г. – мы оба приступили к своей новой работе на только что созданной кафедре математики радиофизического факультета, он в качестве заведующего, я – в качестве ассистента.

Главное, чему я тогда учился у Д.А. – это доброжелательному отношению к своим студентам. Поучиться мне было чему, потому что до того я работал в Политехе и преподавал весьма нелюбимый тамошними студентами предмет (теоретическую механику) – откуда же взяться хорошему отношению...

Из «неслужебных контактов» запомнился один. На кафедру пришла очередная «указивка» из министерства (довольно глупая). По молодости (мне было 28 лет) я начал бурно возмущаться. Д.А. с некоторой ехидцей мне сказал:

– А что ты, собственно говоря, возмущаешься? Ты знаешь, кто работает в министерстве?

– А кто?

– Вот ты пойдёшь на работу в министерство?

– Не пойду.

– И я не пойду. Поэтому там и работают одни дураки!

Следующая достойная упоминания встреча (я уже не работал на радиофаке) произошла в книжном магазине на Свердловке. Д.А. покупал только что вышедший том «Историко-математических исследований» (было когда-то такое «продолжающееся издание»[39]). Увидев меня, Д.А. сказал

– Вот, когда не смогу заниматься математикой, буду заниматься её историей.

Конечно, Д.А. немного лукавил: его занятия как тем, так и другим давно нашли всеобщее признание.

---

[*] Шульц Михаил Михайлович, старший преподаватель ННГУ им. Н.И. Лобачевского.

[39] Это издание продолжает выходить и в настоящее время. – Г.П.

Так сложилось, что в 80-х годах мы жили недалеко друг от друга. Д.А. в университетском доме на улице Сурикова, я – на Корейской. Впрочем, встречались не часто. В достопамятные дни путча 91-го года я встретил Д.А. рядом с его домом. Он сажал какие-то кустики на уличном газоне и очень растерянно обратился ко мне:

– Что же теперь будет?

Чувствовалось, что заявления ГКЧПистов очень его задели. Не знаю почему, я был уверен в быстром крахе этих монстров и поделился с Д.А. своими соображениями. Не знаю, насколько я успокоил его тогда.

Следующее воспоминание, даже не воспоминание, а сюжет, в котором Д.А. играл не активную, а пассивную роль, т. е. являлся предметом некоторого разговора. Разговор был связан с анекдотом-прибауткой, который в советское время был «широко известен в узких кругах». Вот этот анекдот:

Советскому человеку присущи три свойства: ум, честность и партийность (вопрос, о какой партии идёт речь, в те годы возникнуть не мог). Но не все три свойства сразу, а лишь в сочетаниях по два:

Если умный и партийный – значит, нечестный.

Умный и честный – значит, беспартийный.

Честный и партийный – значит, дурак.

Однажды в разговоре мой собеседник воспроизвел это рассуждение, на что я заметил, что как и всякое *эмпирическое* утверждение, являющееся результатом наблюдений, а не логическим следствием несомненных истин, и это, наверняка, имеет исключения, и сразу привел пример: Д.А. Гудков (он вступил в ВКП(б) на фронте).

О ДМИТРИИ АНДРЕЕВИЧЕ ГУДКОВЕ

Е.И. Шустин[*]

Я счастливый человек – всегда занимался тем, что хотелось.
Д.А. Гудков, 80-е годы

С определённого возраста чаще оглядываешься назад, вспоминаешь успехи и неудачи, но, пожалуй, наиболее отчётливо осознаёшь, что успехи пришли во многом благодаря везению – встрече с людьми, которые помогли, чему-то научили и просто сделали для тебя очень много. Именно таким человеком для меня был Дмитрий Андреевич Гудков.

В 1976 году я переехал из Ленинграда в Горький и начал учиться в Горьковском университете. В один из осенних дней неожиданно получил вызов из деканата. Там замдекана сказал, что меня разыскивает профессор Гудков. Я пошёл на кафедру математики радиофизического факультета и так познакомился с Дмитрием Андреевичем. Через какое-то время я присоединился к его семинару и стал его учеником.

Разумеется, как научный руководитель моей кандидатской диссертации и в дальнейшем руководитель всей нашей группы, занимавшейся 16-й проблемой Гильберта, он определил основное направление моей научной деятельности. Собственно, такое могут написать ученики многих научных руководителей. Но, наверное, не меньшее значение имеет и личность руководителя, Учителя, у которой, быть может, мы тоже чему-то учимся, если удаётся, или хотя бы осознаём, что люди с такими качествами существуют и живут рядом с нами.

Дмитрий Андреевич был по-настоящему порядочным человеком, человеком принципов, который не боялся поступать «несмотря на» и «вопреки». Наверняка об этом напишут и другие, кто его знал. Я не боюсь повториться. Это всё-таки редкие качества и в наше время, и раньше. Он прошёл войну, и это особенная закалка. Однако

---

[*] Шустин Евгений Исаакович, профессор Тель-Авивского университета.

и среди фронтовиков много тех, кто приспосабливался к тому, что есть, считая, что «начальству виднее» и «обстоятельства сильнее». Дмитрий Андреевич был совсем другим. Я приведу несколько моментов, которые особенно запомнились.

Кафедра геометрии и высшей алгебры, 80-е гг.

Кампания по «борьбе с космополитизмом» в начале 50-х активно проводилась в Горьком, в частности, в университете, и была по существу антисемитской. Видные учёные-евреи были выдворены из университета. Дмитрий Андреевич, чисто русский человек, был вынужден уйти с механико-математического факультета, несомненно, из-за сопротивления этой «борьбе». Свои главные, первоклассные математические результаты он получил, будучи преподавателем на радиофизическом факультете.

Гудков был в близких дружеских отношениях с Владимиром Абрамовичем Рохлиным и Владимиром Игоревичем Арнольдом, не только выдающимися математиками, но и интеллигентами в лучшем (то есть правильном) смысле этого слова. Когда в начале 80-х Рохлин был буквально вышвырнут из Ленинградского университета на преждевременную пенсию, Гудков не побоялся пойти к тамошним университетским «гражданам начальникам» и открыто протестовать против этого безобразия. Мне удалось присутствовать при нескольких встречах Гудкова и Арнольда, происходивших каждый год в январе во время семинара имени Петровского дома у Арнольда. Я слушал их разговоры о математике, математиках и вообще о жизни, удивлялся их неожиданным суждениям, иногда вставлял какую-нибудь глупость, надеюсь, прощавшуюся мне по молодости.

Дмитрий Андреевич с учениками дома у Шустиных

Раз я был свидетелем его открытого столкновения с начальством в Горьковском университете. В 83-м или 84-м году на механико-математическом факультете было объявлено открытое партийное собрание, посвящённое «разбору поведения» молодого преподавателя по фамилии Калинин. Из разговоров в коридорах выяснилось, что Калинин обнаружил плагиат в недавно опубликованной монографии одного из своих боссов, а собрание было созвано, чтобы примерно наказать «поднявшего руку» на начальство с последующим увольнением с работы. Я пришёл на собрание. Как руководство, так и «товарищи по партии» по очереди обвиняли Калинина в каких-то грехах, тот пытался оправдаться, и только Гудков встал, открыто назвал плагиаторов плагиаторами (естественно, приведя ссылки на оригиналы) и поддержал Калинина.

Конечно, жизнь состоит не только из подвигов. Дмитрий Андреевич был нормальным человеком, грибником и любителем рыбалки. Простым и прямым в общении, и в то же время знающим себе цену: как-то он сказал при мне: «Бывает тяжело и обидно, но я говорю себе, что я профессор, и я решил 16-ю проблему Гильберта, и просто так меня не возьмёте».

Глядя на нынешние российские массмедиа, озабоченные поиском русской самобытности и продвигающие агрессивно-нахрапистых героев, невольно думаешь, что настоящим русским человеком был как раз Дмитрий Андреевич Гудков, не агрессор, а защитник.

О Д.А. ГУДКОВЕ

Е.И. Яковлев[*]

О Дмитрии Андреевиче Гудкове я впервые узнал в середине 1970-х годов, когда он начал читать лекции по топологии для всех желающих. Надо отметить, что в то время эта наука не входила в программу обучения даже будущих математиков. Те, кому она была нужна, изучали её самостоятельно. Я был студентом 4 курса мехмата и успел сначала познакомиться с основами топологии в кружке, которым руководила (тогда ещё аспирантка) Н.И. Жукова, затем постепенно расширял свои познания в процессе научной работы. Тем не менее, возможность прослушать систематический курс показалась интересной.

Начал Дмитрий Андреевич с того, что признался в своей некомпетентности в дисциплине, к которой он как будто бы собирался приобщить коллег, аспирантов и студентов. Вначале это вызвало небольшой шок, по крайней мере, у меня. Не каждый день слышишь такое от профессоров. Но он считал, что преподавание (в частности, чтение лекций) является одним из лучших способов усвоения предмета. В конечном счёте, речь шла о том, чтобы учиться вместе – лектору и слушателям. Поэтому приветствовалась любая активность на лекциях: вопросы, обсуждения, дискуссии.

В конце учебного года я решил сдать экзамен по пройденным к этому моменту разделам курса. Когда обратился к Дмитрию Андреевичу с просьбой проверить мои знания, он выдвинул встречное предложение, которое снова удивило. Оказалось, что после окончания курса лекций планировалось написание и издание на их основе учебного пособия. Вот мне и предложили принять в этом маленькое посильное участие. Дело в том, что в материалах, которыми Гудков пользовался, многие утверждения были приведены либо вообще без доказательств, либо только с краткими их схемами. Да и в книгах зачастую они сопровождались обоснованиями, обильно

---

[*] Яковлев Евгений Иванович, профессор Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского.

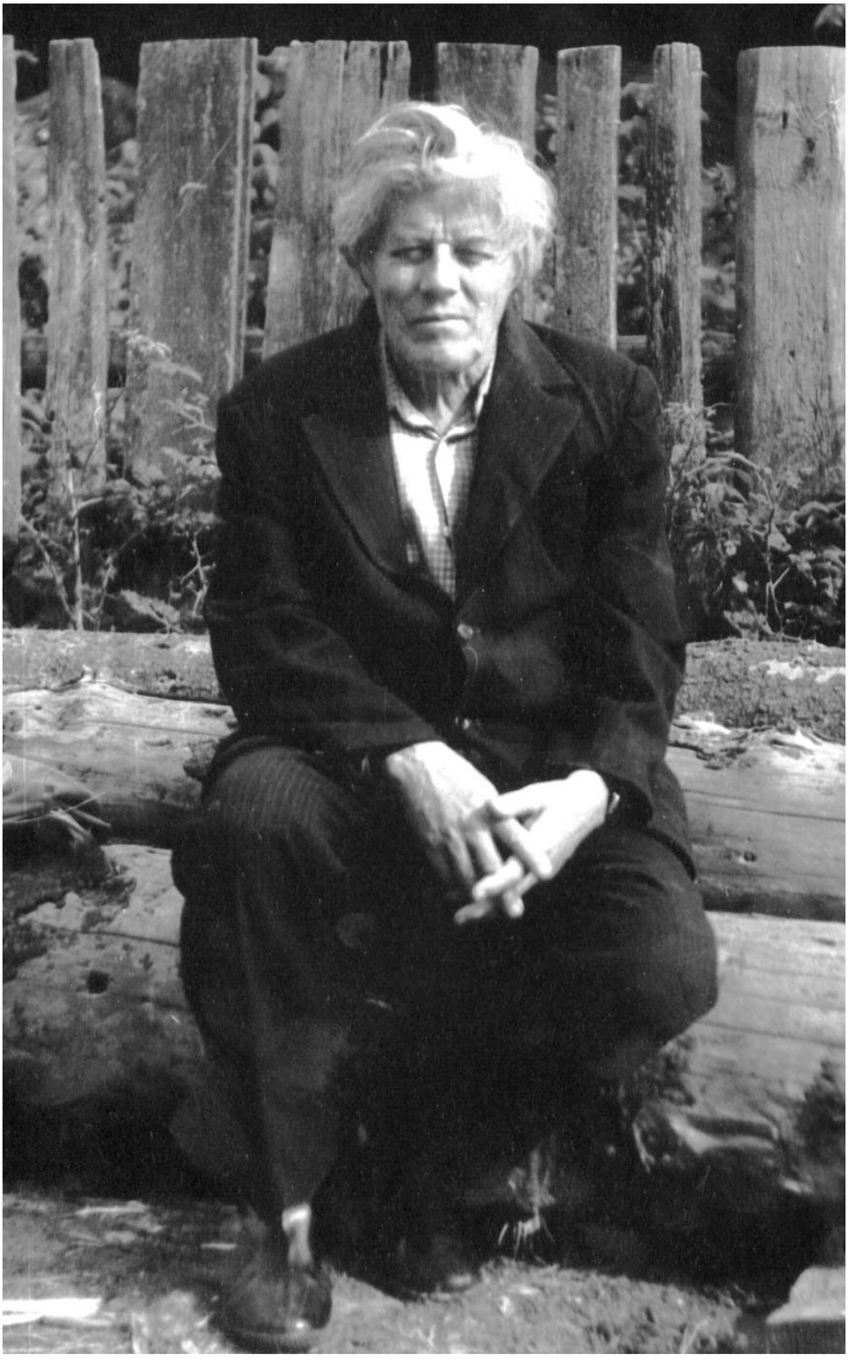
сдобренными выражениями типа «очевидно», «легко видеть» и их аналогами. Дмитрий Андреевич считал, что так писать пособие для студентов, впервые знакомящихся с предметом, нельзя. Поэтому он много времени тратил на то, чтобы в его пособии все теоремы и леммы были тщательно и очень подробно доказаны. Вот и для меня нашлись три утверждения, с которыми нужно было сделать то же самое. Причём во времени я не был никак ограничен. Таким образом, не особо приятный для любого студента процесс подготовки к экзамену был заменен увлекательнейшей работой. Неудивительно, что этот эпизод помнится до сих пор.

Через несколько месяцев наступило время распределения на работу. Мой научный руководитель Яков Львович Шапиро обратился к руководству факультета с просьбой оставить меня на кафедре геометрии и высшей алгебры в качестве стажера-исследователя. Была тогда такая должность, связанная с тем, что мест в аспирантуре не хватало. В частности, место для меня у Шапиро освобождалось только через два года. Декан Ковалёв повёл меня с этим вопросом к ректору А.Г. Угодчикову. Выслушав наши аргументы, Андрей Григорьевич призадумался. Было видно, что его что-то смущает, но говорить об этом в присутствии студента ему не хочется. Наконец, ректор сослался на то, что Шапиро уже много лет, а мою дальнейшую жизнь он сейчас должен спланировать минимум на 5 лет. Поэтому, мол, надо подстраховаться и отправить тебя на кафедру математики радиофизического факультета к Гудкову, если, конечно, он не будет против. Тут же его соединили с Дмитрием Андреевичем. Разговор был очень коротким. Тогда то, что Гудков без долгих раздумий согласился, не очень удивило. Ведь некоторое представление обо мне у него уже было. По-настоящему этот поступок я оценил значительно позже, когда узнал, что у Дмитрия Андреевича были очень непростые отношения с моим научным руководителем. Тем не менее, все способные ученики Шапиро (будущие доктора наук) работали на кафедрах, которыми он в разное время руководил.

На кафедре математики я проработал всего один год. Потом Дмитрий Андреевич возглавил кафедру геометрии и высшей алгебры мехмата, и я последовал за ним на родной факультет.

Нет сомнений, что Гудков внёс значительный вклад в развитие как кафедры, так и факультета в целом. Не собираюсь здесь претендовать на полный анализ этого вклада. Отмечу только его влияние на кадровый состав и на программу подготовки будущих математиков. Для меня очевидно, что, покидая пост заведующего, он оставил после себя намного более сильную кафедру, чем принял в 1978 году. Да и на другие кафедры мехмата пришло немало хороших математиков, которые в свое время работали у Дмитрия Андреевича на радиофизическом факультете. Если говорить об обучении, то мне проще всего оценить изменения к лучшему в программе подготовки по специальности «геометрия и топология». Когда я был студентом, она почти исчерпывалась семестровым курсом теории кривых и поверхностей, да годовым спецкурсом Я.Л. Шапиро по геометрии многообразий. Все остальное тем, кто хотел большего, приходилось находить и изучать самостоятельно. В первую очередь Гудков добился включения в учебный план топологии. Затем в программе появились фундаментальный общий курс «Дифференциальная геометрия и топология» на три семестра и ряд современных продвинутых спецкурсов по гладким многообразиям, расслоениям, слоениям, вещественным алгебраическим многообразиям. Периодически читались такие курсы, как «Теория Морса», «Математические основы теории относительности», «Алгебраическая топология». Процесс развития продолжился и при преемнике Гудкова на посту заведующего кафедрой М.И. Кузнецове, которого Дмитрий Андреевич выбрал из нас и поддержал. В итоге наши выпускники стали конкурентоспособными и в стране, и в мире, в чем я в дальнейшем не раз убеждался на примере моих собственных учеников.

Увы, в последние годы ситуация стала меняться в худшую сторону. Складывается ощущение, что математика и математики больше не нужны. Дмитрий Андреевич этого уже не увидел. В противном случае он бы обязательно ввязался в бой за любимую науку. Результат, конечно, предсказуем, но Дмитрий Андреевич был бойцом по натуре и спокойно наблюдать за деградацией того, что всеми силами старался развивать, вряд ли бы смог.



Содержание

ЛИЧНОСТЬ В НАУКЕ

Дмитрий Андреевич Гудков

документы – переписка – воспоминания

XX век. Люди. События. Идеи

Редактор-составитель Г.М. Полотовский

Оригинал-макет подготовлен Г.М. Полотовским

Формат 70х108 1/16
Печать офсетная. Бумага мелованная.
Усл. печ. л. 29,05. Заказ 230. Тираж 300 экз.

Отпечатано в типографии РИУ ННГУ
603000, Н. Новгород, ул. Большая Покровская, 37.