

УДК 533.6.011.72

© 1998 г. А.В. ОМЕЛЬЧЕНКО, В.Н. УСКОВ

МАКСИМАЛЬНЫЕ УГЛЫ ПОВОРОТА СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА В УДАРНО-ВОЛНОВЫХ СИСТЕМАХ

Рассматривается возможность создания ударно-волновых систем для достижения максимальных углов поворота сверхзвукового потока. Исследуется связь таких систем с геометрически обусловленными оптимальными системами, а также с ударно-волновыми структурами, которые образуются в результате взаимодействия газодинамических разрывов.

Первые исследования ударно-волновых систем, состоящих из нескольких плоских косых и замыкающего прямого скачков уплотнения, были проведены в конце 40-х годов Г.И. Петровым, Е.П. Уховым [1], а также К. Осватичем (библиография в [2]) при анализе потерь полного давления в сверхзвуковых входных диффузорах. В [3] показана эффективность использования оптимальных систем для восстановления таких газодинамических переменных, как скоростной напор, плотность и др.

Полученные в данной работе решения носят не только теоретический, но и прикладной характер и могут быть использованы при газодинамическом проектировании сверхзвуковых воздухозаборников, крыльев, аппаратов струйных технологий и других технических объектов.

1. Рассматривается плоский сверхзвуковой поток совершенного невязкого газа, последовательно проходящий систему $S_{n,\sigma}$, которая состоит из n волн (ударных или изоэнтропных) и замыкающей волны σ . Интенсивности $J_k = p_k/p_{k-1}$ первых n волн не зависят друг от друга ($k = 1, \dots, n$), а интенсивность замыкающей волны $J_\sigma = p_{n+1}/p_n$ зависит при фиксированном значении показателя адиабаты γ только от числа Маха M_n перед ней.

В [1–3] доказано, что для ряда газодинамических переменных f существуют оптимальные ударно-волновые системы $S_{n,\sigma}^{(f)}$, обеспечивающие максимальные значения f за системой. При этом тип и количество входящих в $S_{n,\sigma}^{(f)}$ волн существенно зависят от числа Маха M набегающего потока, а также от вида переменной f .

Так, в задаче восстановления полного давления [1–3] для любого $M > 1$ в качестве замыкающей волны целесообразно использовать прямой скачок уплотнения, а в качестве предшествующих волн – изоэнтропную волну сжатия s или систему из n косых скачков равной интенсивности. Для обеспечения максимального значения скоростного напора при $M < \sqrt{2}$ следует создать систему из изоэнтропной волны разрежения r и замыкающего слабого скачка, а в случае $M > \sqrt{2}$ – систему из n косых и замыкающего слабого скачков либо систему из волны сжатия и слабого скачка [3].

При прохождении ударно-волновой системы сверхзвуковой поток поворачивается на угол β_s , который рассчитывается по формуле

$$\beta_s = \sum_{k=1}^n \beta_k(M_{k-1}, J_k) + \beta_\sigma(M_n) \quad (1.1)$$

Здесь M_{k-1} – число Маха перед k -й волной ($M_0 \equiv M$), β_k – угол поворота потока на k -й волне ($k = 1, \dots, n$), а β_σ – угол поворота на замыкающей волне.

Конкретный вид входящих в (1.1) функций $\beta_k(M_{k-1}, J_k)$ зависит от типа волны. Так, на скачке уплотнения s она имеет вид

$$\beta_k^{(s)} = \arctg \left[\sqrt{\frac{J_m(M_{k-1}) - J_k}{J_k + \varepsilon} \frac{(1 - \varepsilon)(J_k - 1)}{(1 + \varepsilon)M_{k-1}^2 - (1 - \varepsilon)(J_k - 1)}} \right] \quad (1.2)$$

$$J_m(M) = (1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$$

а на изотропной волне w угол поворота рассчитывается по формуле

$$\beta_k^{(w)} = \omega(M_{k-1}) - \omega(M_k) \quad (1.3)$$

где $\omega(M)$ – функция Прандтля – Майера.

Так как числа Маха M и M_{k-1} связаны соотношением [3]

$$\mu_{k-1} = \mu \prod_{i=1}^{k-1} \frac{J_i + \varepsilon}{J_i(1 + \varepsilon J_i)}, \quad \mu = 1 + \varepsilon(M^2 - 1), \quad k = 2, \dots, n \quad (1.4)$$

то угол поворота потока на k -й волне при фиксированных M и γ зависит не только от интенсивности J_k этой волны, но и от интенсивностей всех предшествующих волн.

Под оптимальной для β_s системой $S_{n,\sigma}^{(\beta)}$ понимается система, обеспечивающая при заданных M и γ максимальное по модулю значение угла β_s . Основной задачей данного исследования является анализ возможности создания таких систем, а также определение интенсивностей входящих в $S_{n,\sigma}^{(\beta)}$ волн.

2. Простейшей ударно-волновой системой является система S_σ , состоящая из одной волны σ . Такая система оптимальна для β_s , если угол поворота потока в S_σ совпадает с максимально возможным углом поворота потока в волне.

Для скачка уплотнения максимальный угол $\beta_l^{(s)}(M)$ реализуется, если $J = J_l(M)$, где

$$J_l = \frac{\mu - (1 + \varepsilon)}{2\varepsilon} + \sqrt{\left(\frac{\mu - (1 + \varepsilon)}{2\varepsilon}\right)^2 + \frac{\mu(1 + 2\varepsilon) - 1}{\varepsilon}} \quad (2.1)$$

при этом из (1.2) следует

$$\beta_l^{(s)} = \arctg \left[\sqrt{\frac{J_l - 1}{J_l + \varepsilon} \frac{(1 + \varepsilon) + (J_l + \varepsilon)}{1 + \varepsilon J_l} \frac{(1 - \varepsilon)(J_l - 1)}{2(J_l + \varepsilon)}} \right] \quad (2.2)$$

Зависимость $\beta_l^{(s)}(M)$ иллюстрирует фиг. 1 (кривая 1) (здесь и далее все расчеты выполнены для $\gamma = 1,4$); отмеченная пунктиром на фиг. 1 область показана в увеличенном масштабе на фиг. 2. Как видно из фиг. 1, 2, функция $\beta_l^{(s)}(M)$ монотонно возрастает от $\beta_l = 0$ при $M = 1$ до максимально возможного значения угла поворота на одиночном скачке

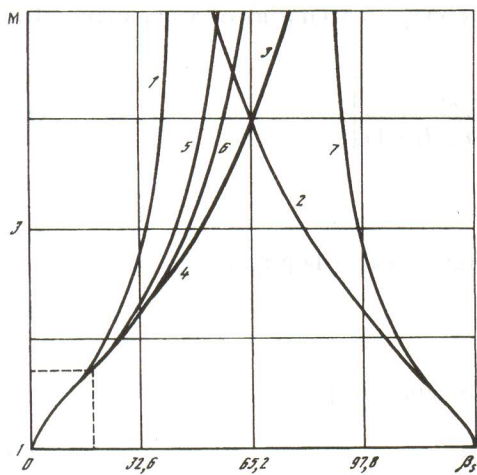
$$\beta_a = \arctg \frac{1 - \varepsilon}{2\sqrt{\varepsilon}} \quad (2.3)$$

которое получается из (2.1) и (2.2) при $M \rightarrow \infty$.

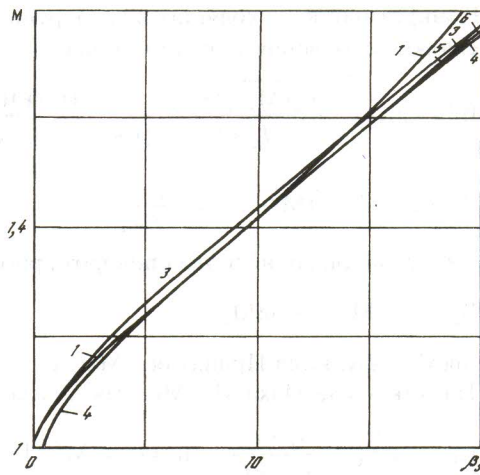
В изоэнтропной волне разрежения предельный угол $\beta_l^{(r)}$ поворота определяется из (1.3) при условии $M_1 \rightarrow \infty$ и равен

$$\beta_l^{(r)} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \arctg \frac{1}{\sqrt{\mu - 1}} - \arctg \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (2.4)$$

(кривая 2 на фиг. 1).



Фиг. 1



Фиг. 2

Фиг. 1. Максимальные углы поворота в ударно-волновых системах при больших значениях M : 1–3 – максимальные углы поворота потока на одиночном скачке уплотнения, волне разрежения и волне сжатия соответственно; 4 – суммарный угол поворота в оптимальной системе, состоящей из изоэнтропной волны и замыкающего скачка; 5, 6 – суммарные углы поворота потока в оптимальных системах, состоящих из двух и трех скачков уплотнения соответственно; 7 – максимальный угол поворота потока в системе, состоящей из скачка уплотнения и замыкающей волны разрежения

Фиг. 2. Максимальные углы поворота в ударно-волновых системах при малых значениях M . Нумерация кривых см. фиг. 1

Наконец, в изоэнтропной волне сжатия максимальный угол $\beta_l^{(c)}$ реализуется в случае звукового течения за ней ($M_1 = 1$)

$$\beta_l^{(c)} = \omega(M) \quad (2.5)$$

Функция $\beta_l^{(c)}(M)$ монотонно возрастает от нуля при $M = 1$ до максимально возможного значения угла поворота потока в изоэнтропной волне при $M \rightarrow \infty$

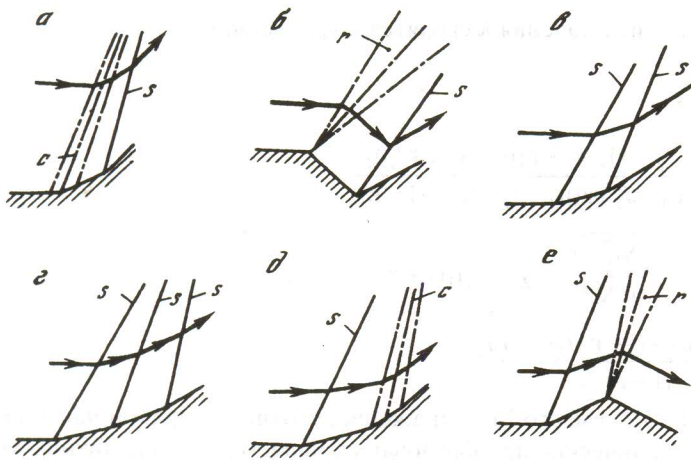
$$\beta_b = \frac{\pi}{2} \frac{1 - \sqrt{\epsilon}}{\sqrt{\epsilon}} \quad (2.6)$$

(кривая 3 на фиг. 1 и 2).

Функция $\beta_l^{(r)}(M)$, напротив, с ростом M монотонно убывает, принимая значение $\beta_l^{(r)} = \beta_b$ при $M = 1$, и стремится к нулю при $M \rightarrow \infty$. Это следует из более общего свойства симметричности кривых 2 и 3 относительно вертикальной прямой $\beta = \beta_b$. Действительно

$$\begin{aligned} \beta_l^{(r)} + \beta_l^{(c)} &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \left(\arctg \sqrt{\mu - 1} + \arctg \frac{1}{\sqrt{\mu - 1}} \right) - \\ &- \left(\arctg \sqrt{M^2 - 1} + \arctg \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \right) \equiv \beta_b \end{aligned} \quad (2.7)$$

Простейшую систему S_σ можно рассматривать как частный случай ударно-волновой



Фиг. 3. Простейшие типы ударно-волновых систем: а, б – системы, состоящие из изоэнтропной волны и замыкающего скачка уплотнения; в, г – двух- и трехскачковые системы; д, е – системы с замыкающей изоэнтропной волной

системы $S_{n,\sigma}$, интенсивности первых n волн в которой равны единице. При этом $\beta_s = \beta_\sigma$. В случае $J_k \neq 1$ эти углы могут различаться как по величине, так и по знаку.

В данной работе исследуются системы, в которых поворот потока осуществляется в том же направлении, что и на замыкающей волне, т.е. системы, для которых

$$\text{sign } \beta_s = \text{sign } \beta_\sigma \quad (2.8)$$

Для таких систем справедлива следующая лемма.

Лемма. В оптимальной для β_s системе $S_{n,\sigma}^{(\beta)}$ угол поворота потока на замыкающей волне σ представляет собой максимально возможный угол β_l поворота потока на одиночной волне, рассчитываемый по числу Маха M_n перед ней.

Доказательство. Пусть в системе $S_{n,\sigma}$ угол $\beta_\sigma \neq \beta_l(M_n)$. Тогда, варьируя интенсивность J_l замыкающей волны, можно увеличить абсолютное значение угла поворота потока на ней, не изменив при этом углы поворота потока на предыдущих n волнах. С учетом (2.8) это приведет к соответствующему увеличению $|\beta_s|$. Следовательно, равенство $\beta_\sigma = \beta_l(M_n)$ является необходимым условием оптимальности системы $S_{n,\sigma}$.

3. Следуя методологии [3], вначале рассматриваются системы $S_{w,s}$, состоящие из изоэнтропной волны и замыкающего скачка (фиг. 3, а, б). В силу проведенных в разд. 2 рассуждений интенсивность этого скачка в оптимальной системе определяется из формулы (2.1) по числу Маха перед ним.

Для нахождения точек, подозрительных на экстремум, используется метод неопределенных множителей Лагранжа. Функция Лагранжа

$$L = \omega(M) - \omega(M_1) + \beta_2^{(s)}(M_1, J_2) + \lambda \left(\mu_1 - \frac{(1 + \varepsilon J_2)(J_2 + 1)}{(J_2 + \varepsilon) + (1 + \varepsilon)} \right)$$

зависит при фиксированном M от M_1, J_2 и множителя Лагранжа λ . Стоящее в скобках выражение представляет условие (2.1) связи предельной интенсивности J_l скачка уплотнения с числом Маха M_1 перед ним, разрешенное относительно μ_1 .

Дифференцируя L по переменным M_1, J_2 и λ и приравнявая производные нулю, получим систему из трех уравнений. Одно из них является уравнением связи

$$\mu_1 = \frac{(1 + \varepsilon J_2)(J_2 + 1)}{(J_2 + \varepsilon) + (1 + \varepsilon)} \quad (3.1)$$

а два других после исключения λ сводятся к уравнению

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial M_1^2} = \frac{\partial \omega(M_1)}{\partial M_1^2} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial M_1^2} = -\frac{\varepsilon(J_2 - 1)\sqrt{J_2 + \varepsilon}[\mu_1 - (1 + \varepsilon J_2)]}{2\chi(\mu_1, J_2)\Psi(\mu_1, J_2)(\mu_1 - (1 - \varepsilon))}$$

$$\frac{\omega(M_1)}{\partial M_1^2} = \frac{1 - \varepsilon}{2} \frac{\sqrt{M_1^2 - 1}}{\mu_1 M_1^2}, \quad \chi = \sqrt{\mu_1(1 + \varepsilon) - (1 + \varepsilon J_2)} \quad (3.3)$$

$$\Psi = \frac{\mu_1(J_2 + \varepsilon) - (1 - \varepsilon)J_2(1 + \varepsilon J_2)}{(1 - \varepsilon)\sqrt{\varepsilon}}$$

Подставляя в (3.2) вместо M_1 выражение, стоящее в правой части (3.1), и проводя несложные алгебраические преобразования, найдем явное аналитическое выражение для определения интенсивности $J_2 = J_g$ замыкающего скачка в оптимальной для β системе $S_{w,s}^{(\beta)}$ с изоэнтропной волной

$$J_g = \sqrt[3]{1 + \sqrt{1 - \frac{(1 + 2\varepsilon)^3}{27}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{1 - \frac{(1 + 2\varepsilon)^3}{27}}}, \quad J_g = 1,606 \quad (3.4)$$

Известное значение J_g дает возможность с помощью формулы (3.1) рассчитать число Маха $M_1 = M_l$ в оптимальной системе ($M_l = 1,320$), которое обеспечивает максимальное значение угла поворота в рассматриваемой системе. При $M < M_l$ поток следует разогнать (фиг. 3, б), а при $M > M_l$ – затормозить (фиг. 3, а) до значения M_l в изоэнтропной волне, а затем создать замыкающий скачок уплотнения с интенсивностью $J_2 = J_g$.

Величина суммарного угла поворота β_s в такой оптимальной системе, как функция от числа Маха набегающего потока, приведена на фиг. 1 и 2 (кривая 4). Из графиков видно, что при любых M значение β_s превосходит угол поворота как на одиночной волне сжатия, так на одиночном скачке уплотнения.

Интересно отметить, что при $M < M_l$ увеличение суммарного угла достигается путем предварительного разворота потока в волне разрежения в направлении, противоположном углу поворота на скачке (фиг. 3, б).

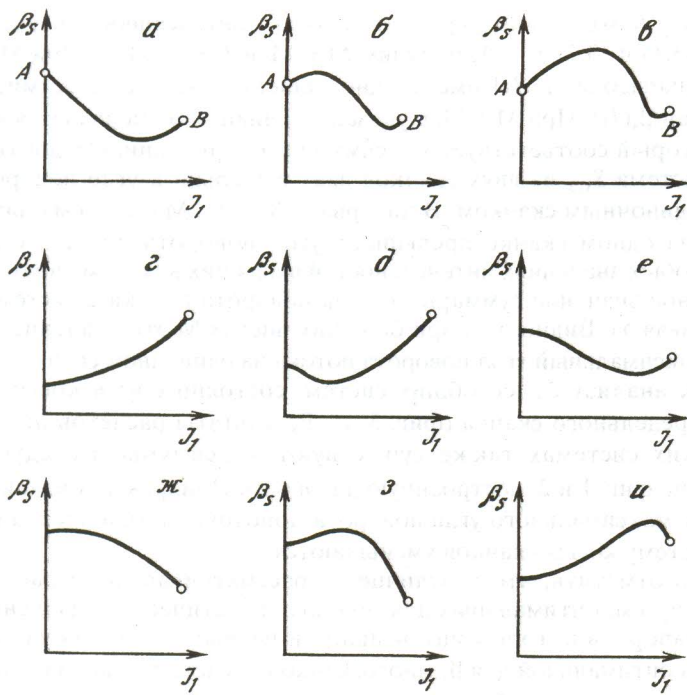
Перейдем к анализу системы $S_{s,s}$, в которой первой волной является скачок уплотнения (фиг. 3, в). Суммарный угол β_s поворота потока в такой системе при фиксированных значениях M и γ зависит только от интенсивности J_1 первого скачка, так как угол поворота потока на втором (замыкающем) скачке однозначно выражается через J_1 по формулам (1.4), (2.1) и (2.2). Величина $J_1 \in [1, J_*]$, где J_* – интенсивность скачка уплотнения со звуковым течением за ним, так как при $J_1 > J_*$ течение за первым скачком становится дозвуковым и замыкающий скачок уплотнения не может существовать.

Значение J_* определяется из (1.4) при условии $M_1 = 1$

$$J_* = \frac{\mu - 1}{2\varepsilon} + \sqrt{\left(\frac{\mu - 1}{2\varepsilon}\right)^2 + \mu} \quad (3.5)$$

Соответствующий угол поворота рассчитывается по формулам (1.2) и (3.5), которые приводят к зависимости

$$\beta_* = \arctg \left[\sqrt{\frac{J_* - 1}{1 + \varepsilon J_*}} \frac{(1 - \varepsilon)(J_* - 1)}{(J_* + \varepsilon) + (J_* - 1)} \right] \quad (3.6)$$



Фиг. 4. Качественное поведение исследуемой функции: *a–в* – поведение суммарного угла поворота в системе, состоящей из изоэнтропной волны и замыкающего предельного скачка, *г–е* – в системе из двух скачков уплотнения, *ж–и* – в системе с замыкающей волной разрежения; *a, г, ж* – соответствуют $M = 1,1$, *б, д, з* – $M = 1,2$, *в, е, и* – $M = 1,6$

Вид функции $\beta_s(J_1)$ при $M = 1,2, 1,6$ и 2 показан на фиг. 4, *a–в* соответственно. Ясно, что при $J_1 = 1$ суммарный угол поворота совпадает с максимальным углом $\beta_l^{(s)}$ поворота потока (2.2) на одиночном скачке (точка *A* на фигурах). В случае $J_1 = J_*$ величина $\beta_s = \beta_*$ (3.6) (точка *B* на фиг. 4, *a–в*).

Как видно из фиг. 4, *a–в*, исследуемая функция немонотонна при любых M . Однако количество экстремумов, а также их тип существенно зависят от числа Маха. При малых значениях M угол β_s имеет только один минимум и во всем диапазоне $[1, J_*]$ он меньше максимального угла поворота на одиночном скачке (фиг. 4, *a*). С увеличением M у функции появляется второй экстремум – максимум, а также область значений J_1 , в которой $\beta_s > \beta_l^{(s)}$ (фиг. 4, *б, в*).

По аналогии с выводом формул (3.1) и (3.2) несложно показать, что в двухскачковой системе точки экстремума определяются из совместного решения уравнения (3.1) и уравнения

$$\frac{\partial \beta_2}{\partial M_1^2} \frac{\partial M_1^2}{\partial J_1} = - \frac{\partial \beta_1}{\partial J_1} \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial M_1^2}{\partial J_1} = - \frac{J_1^2 + 2\varepsilon J_1 + 1}{J_1^2(1 + \varepsilon J_1)^2} \mu \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial \beta_1}{\partial J_1} = \frac{[\mu(J_1 + 1 + 2\varepsilon) - (1 + \varepsilon J_1)(J_1 + 1)]}{2\chi(\mu, J_1)\psi(\mu, J_1)\sqrt{J_1 + \varepsilon}} \quad (3.9)$$

Функции ψ и χ находятся по формулам (3.3), J_1 – интенсивность первого скачка.

Полагая в (3.1) и (3.7) $J_1 = 1$, получим $M = M_l$ и $J_2 = J_g$ (3.4). При $M < M_l$ система уравнений в диапазоне $[1, J_*]$ имеет одно решение, отвечающее минимуму исследуемой функции $\beta_s(J_1)$. При $M > M_l$ в указанном диапазоне появляется второй корень уравнения, который соответствует максимуму этой функции. Следовательно, только при $M > M_l$ система $S_{s,s}$ из двух скачков дает выигрыш в угле поворота потока по сравнению с одиночным скачком. В интервале $M \in [1, M_l]$ максимальный угол поворота потока на одном скачке превышает угол поворота потока в двухскачковой системе при любых значениях интенсивностей входящих в систему волн.

Максимальное значение суммарного угла поворота потока в системе показано на фиг. 1 и 2 (кривая 5). Видно, что при больших числах M это значение почти в 2 раза превосходит максимальный угол поворота потока на одиночном скачке.

Перейдем к анализу более общих систем, состоящих из n косых скачков и замыкающего предельного скачка (фиг. 3, з). Результаты расчетов показали, что при $M \geq M_l$ в таких системах также существуют максимумы исследуемой функции (см. кривую б на фиг. 1 и 2, построенную для $n = 2$). При фиксированных M и γ с ростом n значение максимального угла поворота монотонно возрастает, а интенсивности входящих в систему косых скачков уменьшаются.

Необходимо отметить, что в отличие от рассматривавшихся ранее в [1–3] многоскачковых систем, оптимальных для полного и статического давления, плотности, скоростного напора, в которых интенсивности первых n скачков уплотнения равны между собой, в оптимальной для β_s многоскачковой системе значения интенсивностей скачков не равны между собой, хотя и близки по величине.

4. Рассмотрим ударно-волновые системы $S_{n,w}$, состоящие из n косых скачков и замыкающей изоэнтропной волны сжатия или разрежения. Как показано в разд. 2, в оптимальной системе интенсивность замыкающей волны должна определяться по формуле (2.5), если замыкающая волна является волной сжатия, или (2.4), если она представляет собой волну разрежения.

Как и в предыдущем разделе, проанализируем вначале простейший случай – систему $S_{s,w}$, состоящую из скачка уплотнения и замыкающей предельной изоэнтропной волны (фиг. 3, д, е). Качественное поведение исследуемой функции $\beta_s(J_1)$ представлено на фиг. 4 (фрагменты з–е соответствуют системе $S_{s,c}$ замыкающей волной сжатия, а ж–и – системе $S_{s,r}$ с замыкающей волной разрежения).

Из фиг. 4, з–е видно, что использование системы $S_{s,c}$ (фиг. 3, д) не приводит к увеличению суммарного угла поворота потока. Действительно, при малых M (фиг. 4, з) угол β_s монотонно возрастает от $\beta_l^{(c)}(M)$ (2.5), соответствующего максимальному углу поворота потока в волне сжатия, до $\beta_*(M)$ (3.6), отвечающей скачку уплотнения со звуковым течением за ним. Начиная с $M_p \approx 1,15$, у исследуемой функции появляется минимум (см. фиг. 4, д, е). При $M < M_d = 1,420$ максимальный угол поворота потока в системе совпадает с углом $\beta_*(M)$ (фиг. 4, д), а в случае $M > M_d$ он равен углу $\beta_l^{(c)}(M)$ (фиг. 4, е).

При последовательном расположении скачка уплотнения и предельной волны разрежения одного направления (фиг. 3, е) углы поворота на скачке и на волне имеют противоположные знаки. Несмотря на это, суммарный угол поворота потока в системе при некоторых числах M может оказаться больше предельного угла поворота на отдельной волне. Действительно, только при малых M функция β_s монотонно убывает от предельного угла поворота в волне $\beta_l^{(r)}(M)$ (2.4) до величины $\beta_f(M) = \beta_*(M) - \beta_b$, соответствующей случаю звукового скачка уплотнения (фиг. 4, ж). Если $M > M_p$, то исследуемая функция ведет себя немонотонно и имеет максимум при некотором значении интенсивности J_1 скачка уплотнения (фиг. 4, з, и). При этом появляется

область значений J_1 , в которой угол β_s превосходит предельный угол $\beta_i^{(r)}(M)$ поворота потока на одиночной волне.

Для определения экстремальных точек следует рассмотреть целевую функцию

$$\beta_s = \beta_i^s(M, J_1) + \beta_i^{(r)}(M_1)$$

Так как предельный угол $\beta_i^{(r)}(M_1)$ (2.4) поворота потока в волне разрежения зависит только от числа Маха M_1 , которое однозначно определяется через J_1 и M с помощью соотношения (1.4), то при фиксированном M угол β_s является функцией единственной переменной – интенсивности J_1 скачка уплотнения.

Анализ функции $\beta_s(J_1)$ на экстремум позволяет получить следующее уравнение для определения интенсивности J_1 , при которой функция достигает максимума

$$\frac{\partial \beta_s}{\partial J_1} = - \frac{\partial \omega(M_1)}{\partial M_1^2} \frac{\partial M_1^2}{\partial J_1} \quad (4.1)$$

Входящие в (4.1) производные находятся по формулам (3.3), (3.8) и (3.9).

Несложные преобразования уравнения (4.1) позволяют получить явную аналитическую зависимость числа M от интенсивности J_1 скачка уплотнения

$$M = (J_1 + 1) \sqrt{\frac{J_1 + \varepsilon}{J_1(J_1 + \varepsilon) + (1 + \varepsilon)(J_1 + 1)}} \quad (4.2)$$

При $J_1 = 1$ из (4.2) получается точное, не зависящее от γ значение особого числа Маха

$$M_p = 2 / \sqrt{3} \quad (4.3)$$

начиная с которого, функция $\beta_s(J_1)$ имеет максимум.

Следует отметить, что формула (4.2) может служить и для определения минимума функции β_s в системе, состоящей из скачка уплотнения и предельной волны сжатия. Данный факт является следствием отмеченного в разд. 2 свойства симметрии функций $\beta_i^{(r)}(M)$ и $\beta_i^{(s)}(M)$ относительно вертикальной прямой $\beta = \beta_b$. Соответственно и значение M_p (4.3) ограничивает диапазон чисел Маха, в котором угол β_s имеет указанный минимум.

Максимальный угол поворота потока в системе $S_{s,r}$ с замыкающей предельной волной разрежения показан на фиг. 1 (кривая 7). Видно, что при больших M этот угол почти в 2 раза превосходит предельный угол поворота потока на одиночной волне.

Переход от системы $S_{s,w}$ к более общей системе $S_{n,w}$, состоящей из n косых скачков и замыкающей предельной изоэнтропной волны, не приводит к качественно новым результатам. Так, угол поворота в системе с замыкающей волной сжатия по-прежнему оказывается меньше угла поворота потока на одиночной волне (ударной или изоэнтропной), а угол β_s в системе с замыкающей волной разрежения при $M > M_p$ вновь превышает предельный угол поворота потока на одиночной волне в некоторой области изменения интенсивностей входящих в $S_{n,w}$ скачков. При этом, как и в случае системы с замыкающим предельным скачком, с ростом n величина максимально возможного угла поворота потока в системе монотонно возрастает.

5. Проведенный анализ оптимальных для β_s систем показывает их тесную связь с оптимальными для газодинамических переменных системами с ограничениями на суммарный угол β_s поворота потока [4, 5].

Так, в [4] доказывалось, что в системе $S_{s,r}$ из скачка уплотнения и замыкающей волны разрежения с фиксированным углом β_s поворота потока статическое давление при $M < M_p$ монотонно при любых значениях параметра β_s , а при $M > M_p$ оно имеет

максимум. Как показано в разд. 4, аналогичным образом ведет себя и суммарный угол поворота потока в системе $S_{s,r}^{(\beta)}$.

В [5] рассматривается система $S_{r,s}$ из волны разрежения и скачка уплотнения, угол β_s в которой фиксирован. В такой системе при $M \in [1, M_l]$ статическое давление не-монотонно и имеет минимум при определенном значении интенсивности скачка уплотнения. При тех же M функция β_s в системе $S_{r,s}^{(\beta)}$ также немонотонна (см. разд. 3).

Отметим, что указанная связь оптимальных систем $S_{n,\sigma}^{(\beta)}$ и $S_{n,\sigma}^{(p)}$ с ограничениями на угол β_s [4, 5] дает возможность использовать полученные результаты для анализа ударно-волновых структур, которые образуются в результате пересечения газодинамических разрывов [6]. Расчет таких структур обычно базируется на условиях динамической совместности на тангенциальном разрыве, исходящем из точки их пересечения, которые заключаются в равенстве статических давлений и углов поворота потока по обе стороны тангенциального разрыва. Согласованный характер поведения статического давления и угла поворота потока в оптимальных системах позволяет осуществить переход к оптимизации ударно-волновых структур, т.е. к учету взаимодействия волн, входящих в оптимальную систему.

Заключение. В работе показана возможность использования ударно-волновых систем для обеспечения максимальных углов поворота сверхзвукового потока. Отмечена связь таких систем с оптимальными для статического давления системами, имеющими ограничения на суммарный угол поворота потока.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда по исследованиям в области фундаментального естествознания (проект 95-0-4.2-171).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Г.И. Аэромеханика больших скоростей и космические исследования. М.: Наука, 1992. 306 с.
2. Герман Р. Сверхзвуковые входные диффузоры. М.: Физматгиз, 1960. 290 с.
3. Омельченко А.В., Усков В.Н. Оптимальные ударно-волновые системы // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 6. С. 118–126.
4. Омельченко А.В., Усков В.Н. Оптимальные ударно-волновые системы при ограничениях на суммарный угол поворота потока // Изв. РАН. МЖГ. 1996. № 4. С. 142–150.
5. Омельченко А.В., Усков В.Н. Экстремальная система волна разрежения – скачок уплотнения в стационарном потоке газа // ПМТФ. 1997. Т. 38. № 2. С. 40–47.
6. Адрианов А.Л., Старых А.Л., Усков В.Н. Интерференция стационарных газодинамических разрывов. Новосибирск: Наука, 1995. 180 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
3.XII.1996