

УДК 533.6.011.72

© 1998 г. А.В. ОМЕЛЬЧЕНКО, В.Н. УСКОВ

МАКСИМАЛЬНЫЕ УГЛЫ ПОВОРОТА СВЕРХЗВУКОВОГО ПОТОКА В УДАРНО-ВОЛНОВЫХ СИСТЕМАХ

Рассматривается возможность создания ударно-волновых систем для достижения максимальных углов поворота сверхзвукового потока. Исследуется связь таких систем с геометрически обусловленными оптимальными системами, а также с ударно-волновыми структурами, которые образуются в результате взаимодействия газодинамических разрывов.

Первые исследования ударно-волновых систем, состоящих из нескольких плоских косых и замыкающего прямого скачков уплотнения, были проведены в конце 40-х годов Г.И. Петровым, Е.П. Уховым [1], а также К. Осватичем (библиография в [2]) при анализе потерь полного давления в сверхзвуковых входных диффузорах. В [3] показана эффективность использования оптимальных систем для восстановления таких газодинамических переменных, как скоростной напор, плотность и др.

Полученные в данной работе решения носят не только теоретический, но и прикладной характер и могут быть использованы при газодинамическом проектировании сверхзвуковых воздухозаборников, крыльев, аппаратов струйных технологий и других технических объектов.

1. Рассматривается плоский сверхзвуковой поток совершенного невязкого газа, последовательно проходящий систему $S_{n,\sigma}$, которая состоит из n волн (ударных или изоэнтропных) и замыкающей волны σ . Интенсивности $J_k = p_k/p_{k-1}$ первых n волн не зависят друг от друга ($k = 1, \dots, n$), а интенсивность замыкающей волны $J_\sigma = p_{n+1}/p_n$ зависит при фиксированном значении показателя адиабаты γ только от числа Маха M_n перед ней.

В [1–3] доказано, что для ряда газодинамических переменных f существуют оптимальные ударно-волновые системы $S_{n,\sigma}^{(f)}$, обеспечивающие максимальные значения f за системой. При этом тип и количество входящих в $S_{n,\sigma}^{(f)}$ волн существенно зависят от числа Маха M набегающего потока, а также от вида переменной f .

Так, в задаче восстановления полного давления [1–3] для любого $M > 1$ в качестве замыкающей волны целесообразно использовать прямой скачок уплотнения, а в качестве предшествующих волн – изоэнтропную волну сжатия s или систему из n косых скачков равной интенсивности. Для обеспечения максимального значения скоростного напора при $M < \sqrt{2}$ следует создать систему из изоэнтропной волны разрежения r и замыкающего слабого скачка, а в случае $M > \sqrt{2}$ – систему из n косых и замыкающего слабого скачков либо систему из волны сжатия и слабого скачка [3].

При прохождении ударно-волновой системы сверхзвуковой поток поворачивается на угол β_s , который рассчитывается по формуле

$$\beta_s = \sum_{k=1}^n \beta_k(M_{k-1}, J_k) + \beta_\sigma(M_n) \quad (1.1)$$

Здесь M_{k-1} – число Маха перед k -й волной ($M_0 \equiv M$), β_k – угол поворота потока на k -й волне ($k = 1, \dots, n$), а β_σ – угол поворота на замыкающей волне.

Конкретный вид входящих в (1.1) функций $\beta_k(M_{k-1}, J_k)$ зависит от типа волны. Так, на скачке уплотнения s она имеет вид

$$\beta_k^{(s)} = \arctg \left[\sqrt{\frac{J_m(M_{k-1}) - J_k}{J_k + \varepsilon} \frac{(1 - \varepsilon)(J_k - 1)}{(1 + \varepsilon)M_{k-1}^2 - (1 - \varepsilon)(J_k - 1)}} \right] \quad (1.2)$$

$$J_m(M) = (1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon, \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}$$

а на изотропной волне w угол поворота рассчитывается по формуле

$$\beta_k^{(w)} = \omega(M_{k-1}) - \omega(M_k) \quad (1.3)$$

где $\omega(M)$ – функция Прандтля – Майера.

Так как числа Маха M и M_{k-1} связаны соотношением [3]

$$\mu_{k-1} = \mu \prod_{i=1}^{k-1} \frac{J_i + \varepsilon}{J_i(1 + \varepsilon J_i)}, \quad \mu = 1 + \varepsilon(M^2 - 1), \quad k = 2, \dots, n \quad (1.4)$$

то угол поворота потока на k -й волне при фиксированных M и γ зависит не только от интенсивности J_k этой волны, но и от интенсивностей всех предшествующих волн.

Под оптимальной для β_s системой $S_{n,\sigma}^{(\beta)}$ понимается система, обеспечивающая при заданных M и γ максимальное по модулю значение угла β_s . Основной задачей данного исследования является анализ возможности создания таких систем, а также определение интенсивностей входящих в $S_{n,\sigma}^{(\beta)}$ волн.

2. Простейшей ударно-волновой системой является система S_σ , состоящая из одной волны σ . Такая система оптимальна для β_s , если угол поворота потока в S_σ совпадает с максимально возможным углом поворота потока в волне.

Для скачка уплотнения максимальный угол $\beta_l^{(s)}(M)$ реализуется, если $J = J_l(M)$, где

$$J_l = \frac{\mu - (1 + \varepsilon)}{2\varepsilon} + \sqrt{\left(\frac{\mu - (1 + \varepsilon)}{2\varepsilon}\right)^2 + \frac{\mu(1 + 2\varepsilon) - 1}{\varepsilon}} \quad (2.1)$$

при этом из (1.2) следует

$$\beta_l^{(s)} = \arctg \left[\sqrt{\frac{J_l - 1}{J_l + \varepsilon} \frac{(1 + \varepsilon) + (J_l + \varepsilon)}{1 + \varepsilon J_l} \frac{(1 - \varepsilon)(J_l - 1)}{2(J_l + \varepsilon)}} \right] \quad (2.2)$$

Зависимость $\beta_l^{(s)}(M)$ иллюстрирует фиг. 1 (кривая 1) (здесь и далее все расчеты выполнены для $\gamma = 1,4$); отмеченная пунктиром на фиг. 1 область показана в увеличенном масштабе на фиг. 2. Как видно из фиг. 1, 2, функция $\beta_l^{(s)}(M)$ монотонно возрастает от $\beta_l = 0$ при $M = 1$ до максимально возможного значения угла поворота на одиночном скачке

$$\beta_a = \arctg \frac{1 - \varepsilon}{2\sqrt{\varepsilon}} \quad (2.3)$$

которое получается из (2.1) и (2.2) при $M \rightarrow \infty$.

В изоэнтропной волне разрежения предельный угол $\beta_l^{(r)}$ поворота определяется из (1.3) при условии $M_1 \rightarrow \infty$ и равен

$$\beta_l^{(r)} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \arctg \frac{1}{\sqrt{\mu - 1}} - \arctg \frac{1}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (2.4)$$

(кривая 2 на фиг. 1).

