

УДК 533.6.011.72

© 1995 г. А. В. ОМЕЛЬЧЕНКО, В. Н. УСКОВ

ОПТИМАЛЬНЫЕ УДАРНО-ВОЛНОВЫЕ СИСТЕМЫ

Одним из первых исследователей систем, состоящих из нескольких плоских косых и замыкающего прямого скачка уплотнения, был академик Г. И. Петров [1]. Численными исследованиями в его работах определены интенсивности косых скачков, при которых достигаются максимальные значения коэффициентов восстановления статических и полных давлений. Такие системы скачков были названы оптимальными. Теоретический анализ таких систем имеется в [2, 5].

Получены строгие аналитические решения, определяющие интенсивности волн в оптимальных системах, в которых имеются максимумы не только коэффициентов восстановления давлений, но и величин скоростного напора, плотности, а также угла поворота потока в волне. Помимо скачков уплотнения системы включают простые волны разрежения и сжатия. Полученные решения носят не только теоретический, но и прикладной характер и могут быть использованы при газодинамическом проектировании сверхзвуковых воздухозаборников, аппаратов струйных технологий и других технических объектов.

1. Исследуется плоское стационарное сверхзвуковое течение совершенного невязкого газа с последовательно расположенными волнами w , которые могут быть ударными j и изоэнтропными i . Последовательность из n волн представляется конечным упорядоченным множеством $S_n = \{w_k\}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$), каждый элемент которого может быть либо скачком уплотнения ($w = j$), либо простой волной Прандтля — Майера ($w = i$). Множество S_n называется ударно-волновой системой из n волн. Если за волной w_n имеется замыкающий прямой скачок уплотнения, то система обозначается $S_{n,m}$. Случай $n = 0$ соответствует тривиальным течениям (вырожденным системам) невозмущенного потока ($S_0 = \emptyset$ — пустое множество) или течениям с прямым скачком уплотнения S_m . Системы S_1 и $S_{1,m}$ называются элементарными.

Множество газодинамических переменных $F = \{p, \rho, T, \rho v^2, p_0, \rho_0, T_0\}$, характеризующих невозмущенный сверхзвуковой поток, в системе S_n преобразуется в множество $F_n = \{p_n, \rho_n, T_n, \rho_n v_n^2, p_{0n}, \rho_{0n}, T_{0n}\}$, элементы которого определяют свойства потока за ударно-волновой системой. Отношения $I_n^{(f)} = f_n/f$ значений соответствующих элементов множеств $f_n \in F_n$ и $f \in F$ служат мерами интенсивности системы S_n . Для всех переменных справедливо равенство

$$I_n^{(f)} = \prod_{k=1}^n I_k^{(f)}, \quad I_k^{(f)} = \frac{f_k}{f_{k-1}} \quad (1.1)$$

Здесь $I_k^{(f)}$ — меры интенсивности отдельной волны.

Уравнение состояния Клапейрона устанавливает зависимость между отношениями первых трех элементов множеств F_n и F

$$I_n^{(p)} \equiv J_n = \frac{p_n}{p}, \quad I_n^{(\rho)} \equiv E_n = \frac{\rho_n}{\rho}, \quad I_n^{(T)} \equiv \Theta_n = \frac{T_n}{T}, \quad \Theta_n = \frac{J_n}{E_n} \quad (1.2)$$

Связь величин E_n и J_n , определяемых через E_k и J_k с помощью формулы (1.1), осуществляется адиабатами Рэнкина — Гюгонно на j и Лапласа — Пуассона на i

$$E_k^{(j)} = \frac{J_k + \varepsilon}{1 + \varepsilon J_k}, \quad E_k^{(i)} = J_k^{1/\gamma}, \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}. \quad (1.3)$$

Здесь γ — показатель адиабаты.

Следовательно, мерой интенсивности системы S_n для статических переменных (p, ρ, T) может служить одна из трех величин Θ_n, E_n или J_n . В данной работе в качестве такой меры выбирается величина J_n , которая называется интенсивностью системы.

Если в S_n значения J_k выбираются произвольно, то такая система называется независимой. В зависимой системе значение J_{k+1} является функцией от J_k .

Элементом множества F является и скоростной напор $d = \rho v^2$ (динамическое давление). В системе S_n он изменяется в соответствии с формулой

$$I_n^{(d)} \equiv C_n = \frac{d_n}{d} = J_n \frac{M_n^2}{M^2} \quad (1.4)$$

Связь чисел Маха в системе производится с помощью изоэнтропных функций температуры

$$\tau(M_n) = \frac{T}{T_0} = \frac{1}{1 + 0,5(\gamma - 1)M^2}, \quad \frac{\tau(M_n)}{\tau(M)} = \Theta_n \quad (1.5)$$

Таким образом, при заданном числе Маха (M) невозмущенного потока величины M_n и C_n выражаются через интенсивность системы J_n .

В системах с ударными волнами отношения параметров торможения обладают очевидными свойствами: $I_n^{(p_0)} = I_n^{(p_0)} \equiv J_n^0 = \rho_{0n}/\rho_0$ и $I_n^{(T_0)} = 1$. В системах с простыми волнами все отношения равны единице.

В прикладных задачах газовой динамики [1, 2] мерами «качества» ударно-волновых систем служат коэффициенты восстановления газодинамических переменных $K_n^{(j)}$, представляющие собой отношение элементов множества F_n к соответствующим параметрам торможения из множества F . Выражения коэффициентов через M и $I_n^{(j)}$ содержат изоэнтропные функции

$$K_n^{(j)} = \phi^{(j)}(M) I_n^{(j)} \quad (1.6)$$

$$\phi^{(j)}(M) = (\tau(M))^{a_j} \quad (j = p, \rho, T)$$

$$a_p \equiv \kappa = \frac{1 + \varepsilon}{2\varepsilon}, \quad a_\rho = \kappa - 1, \quad a_T = 1$$

$$\phi^{(d)}(M) \equiv \delta(M) = \gamma M^2 (\tau(M))^\kappa \quad (1.7)$$

С другой стороны, коэффициенты восстановления выражаются через число Маха M_n за системой S_n и коэффициент потерь полного давления

$$K_n^{(j)} = \phi^{(j)}(M_n) J_n^0 \quad (1.8)$$

Исключение представляет коэффициент $K_n^{(T)} = \tau(M_n)$.

Сопоставление формул (1.6) и (1.8) с привлечением соотношений (1.5) и (1.2) позволяет выразить коэффициент потерь полного давления в системе из скачков уплотнения через интенсивность системы $J_n^0 = J_n (J_n/E_n)^{-\kappa}$.

Таким образом, коэффициенты восстановления газодинамических переменных в системе S_n выражаются только через число Маха и интенсивность системы J_n .

Необходимым условием существования системы с n волнами является требование $J_k < J_l$, в котором интенсивность волны J_l соответствует числу Маха $M_k = 1$ за k -той волной. Значения J_l определяются через M из (1.6), (1.2) и (1.3)

$$J_1^{(f)} = \mu^x, \quad J_1^{(f)} = \frac{\mu - 1}{2\varepsilon} + \sqrt{\left(\frac{\mu - 1}{2\varepsilon}\right)^2 + \mu}, \quad \mu = 1 + \varepsilon(M^2 - 1) \quad (1.9)$$

Если за последней волной системы S_n выполняется неравенство $M_n > 1$, то в системе $S_{n,m}$ интенсивность замыкающего прямого скачка уплотнения

$$J_m^{(n)} = (1 + \varepsilon)M_n^2 - \varepsilon \quad (1.10)$$

В силу (1.1) интенсивность системы $S_{n,m}$ равна $J_{n,m} = J_n J_m^{(n)}$.

Главным объектом исследования в данной работе являются коэффициенты восстановления $K_n^{(f)}$ и $K_{n,m}^{(f)}$ в системе. При определенных значениях интенсивностей волн ($J^{(f)}$) в S_n или в $S_{n,m}$ величины $K^{(f)}$ могут иметь экстремальные значения. Волны с интенсивностями $J^{(f)}$ называются оптимальными волнами, а системы $S_{n,m}^{(f)}$ или $S_n^{(f)}$ — оптимальными системами для газодинамической переменной f . Основная цель данного исследования заключается в определении возможных типов оптимальных систем и нахождении максимальных значений коэффициентов $K^{(f)}$.

2. Из (1.6) следует, что в тривиальном течении без волн коэффициенты восстановления совпадают с изоэнтропными функциями. Из всех $\varphi(M)$ только функция $\delta(M)$ (1.7) является немонотонной и для любых значений γ имеет максимум

$$\max K_0^{(d)}(M) = \max \delta(M) = \delta(\sqrt{2}) = 2\gamma^{-1/(\gamma-1)} \quad (2.1)$$

Следовательно, тривиальная система $S_0^{(d)} (M = \sqrt{2})$ является оптимальной для скоростного напора, а поток с числом Маха $M = \sqrt{2}$ оптимален для преобразования полного давления в динамическое. При $1 < \gamma \leq 2$ максимальное значение коэффициента скоростного напора находится в диапазоне $0,736 < \max K_0^{(d)} \leq 1$.

Другими тривиальными течениями являются системы S_m с одним прямым скачком уплотнения, имеющим интенсивность $J_m = (1 + \varepsilon)M^2 - \varepsilon$ (1.10). Как и в первом случае, все коэффициенты $K_m^{(f)}$ зависят от M , из них только $K_m^{(p)}$ и $K_m^{(p)}$ немонотонны и имеют максимумы

$$\max K_m^{(p)}(M) = K_m^{(p)}(\sqrt{2}) = \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \max K_0^{(d)} \quad (2.2)$$

$$\max K_m^{(p)}(M) = K_m^{(p)}(M_1) = 2(1 - \varepsilon)^{1/\varepsilon}, \quad M_1 = \sqrt{0,5(\gamma - 3)} \quad (2.3)$$

При $\gamma = 1,4$ $M_1 = 1,483$.

Следовательно, существуют две оптимальные тривиальные системы $S_m^{(p)}$ и $S_m^{(p)}$ для плотности и давления, а числа Маха $M = \sqrt{2}$ и $M = M_1$ являются оптимальными для восстановления статических плотности и давления на прямом скачке уплотнения.

Тривиальные оптимальные системы $S_0^{(d)}$ и $S_m^{(p,p)}$ служат основой для поиска более сложных оптимальных систем. Так, в случае одиночной изоэнтропной волны $J_1^0 = 1$ из (1.8) следует, что максимальное значение коэффициента $K_1^{(d)}$ (M_1) достигается, когда число Маха за волной $M_1 = \sqrt{2}$. Подстановкой этого значения в (1.5) находится интенсивность оптимальной для скоростного напора волны $i^{(d)}$

$$J_1^{(d)} = (\gamma\tau(M))^{-x} \quad (2.4)$$

Из (2.4) видно, что при $M < \sqrt{2}$ оптимальная волна является волной разрежения ($J_1 < 1$), а при $M > \sqrt{2}$ — волной сжатия ($J_1 > 1$). Очевидно, что

маж $K_1^{(d)} = \delta(\sqrt{2})$ и описывается формулой (2.1). Система $S_1^{(d)}$ существует при всех M и является единственной оптимальной системой с одной простой волной.

Аналогично доказывается, что только две элементарные системы $S_{1,m}^{(p)}$ и $S_{1,m}^{(p)}$ оптимальны для восстановления статических давления и плотности. Значение интенсивности оптимальной волны в первой системе находится из условия $M_1 = \sqrt{2}$ и поэтому $J_1^{(p)} = J_1^{(d)}$ (2.4). Значение $J_1^{(p)}$ во второй системе определяется из соотношений (1.5) и (2.3) при условии $M_1 = M_r$

$$J_1^{(p)} = [(1 - \varepsilon)^2 / \tau(M)]^* \quad (2.5)$$

При $M < M_r$ оптимальная волна перед замыкающим скачком должна ускорять поток ($J_1 < 1$), а при $M > M_r$ — тормозить ($J_1 > 1$) до $M = M_r$.

Максимальные значения коэффициентов $K_{1,m}^{(p)}$ и $K_{1,m}^{(p)}$ в элементарных оптимальных системах $S_{1,m}^{(p)}$ и $S_{1,m}^{(p)}$ совпадают со значениями коэффициентов $K_m^{(p)}$ и $K_m^{(p)}$ в тривиальных течениях и описываются формулами (2.2) и (2.3) соответственно.

Для аналогичных элементарных систем с косым скачком уплотнения коэффициент $J_1^0 < 1$ в формуле (1.8), поэтому значения интенсивностей оптимальных скачков определяются другим способом.

3. Волна заданной интенсивности приводит к повороту потока на определенный угол β . Зависимость $\beta(\gamma, M, J)$ имеет различный вид для ударных и простых волн [3]

$$\beta_k^{(j)} = \text{arctg} \left[\sqrt{\frac{J_m^{(k-1)} - J_k}{J_k + \varepsilon}} \frac{(1 - \varepsilon)(J_k - 1)}{J_m^{(k-1)} + \varepsilon - (1 - \varepsilon)(J_k - 1)} \right] \quad (3.1)$$

$$\beta_k^{(j)} = \omega(M_k) - \omega(M_{k-1}) \quad (3.2)$$

Здесь функции Прандтля — Майера $\omega(M)$ рассчитываются по числам Маха до простой волны M_{k-1} и за ней M_k , которые связаны между собой формулами (1.5) и (1.3), а величина $J_m^{(k-1)}$ — по формуле (1.10) по числу Маха до косога скачка уплотнения.

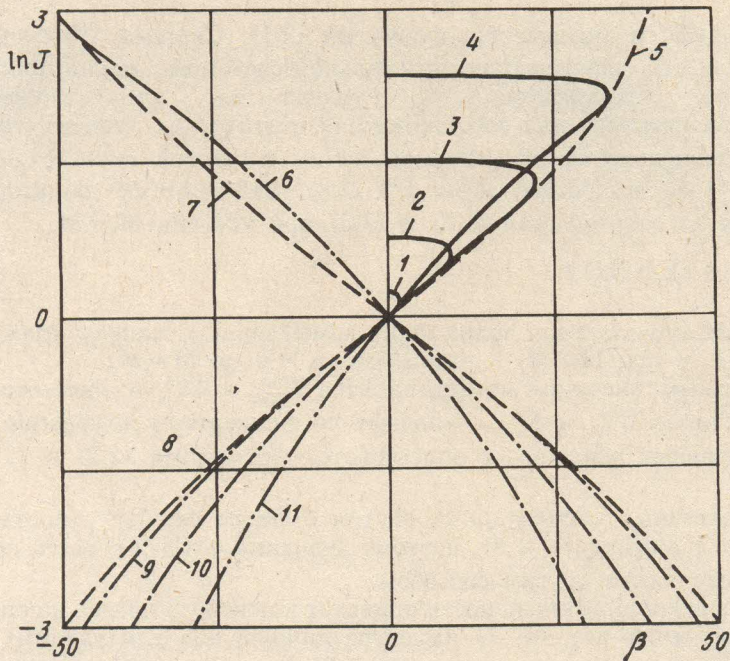
Анализ функций (3.1) и (3.2) на плоскости $\beta, \Lambda = \ln J$ (фиг. 1) позволяет найти еще ряд решений элементарных задач оптимальных систем. На этой плоскости линии постоянных чисел Маха (изомахи) для скачков уплотнения изображаются в первом квадранте (кривые 1—4 соответствуют $M = 1, 1; \sqrt{2}; 2; 3$) и называются сердцевидными кривыми [3, 4]. Изомахи волны сжатия (кривая 6 для $M = 3$) располагаются во втором квадранте, а изомахи волны разрежения (кривые 9—11 для $M = \sqrt{2}; 2; 3$) находятся в нижней полуплоскости ($\Lambda < 0$). Результаты расчетов на фиг. 1, как и на всех последующих фигурах, представляются для $\gamma = 1, 4$.

Если известна интенсивность первой волны (J_1), то формулы (3.1) и (3.2) позволяют определить угол β . Формула (1.5) определяет M_1 , по которому строятся следующие изомахи ($M_1 = \text{const}$) с началом в точке (β_1, Λ_1) , отображающие вторые волны, и т. д. [3].

Семейства изомах имеют огибающие, уравнения которых в параметрическом виде для скачков уплотнения и простых волн имеют вид

$$J_r^{(j)} = M^2 - 1, \quad \beta_r^{(j)} = \text{arctg} \frac{E^{(j)} - 1}{2\sqrt{E^{(j)}}} \quad (3.3)$$

$$J_r^{(j)} = \left[\frac{(1 - \varepsilon - \tau(M))}{\tau(M)(1 - (1 + \varepsilon)\tau(M))} \right]^*, \quad \beta_r^{(j)} = \omega(M_r) - \omega(M) \quad (3.4)$$



Фиг. 1

Значения величин J_r и β_r определяют точки касания изомах и огибающих кривых (кривые 5, 7 и 8).

Числа Маха на волнах с интенсивностью J_r связаны зависимостью $M_r^2 - 1 = (M^2 - 1)^{-1}$, из которой видно, что $M_r > 1$ при $M > 1$. Из формул (3.1) и (3.4) следует, что огибающие изомах скачков уплотнения и волн сжатия существуют только при $M \geq \sqrt{2}$. Изомахи волн разрежения имеют огибающую, когда $1 \leq M \leq \sqrt{2}$.

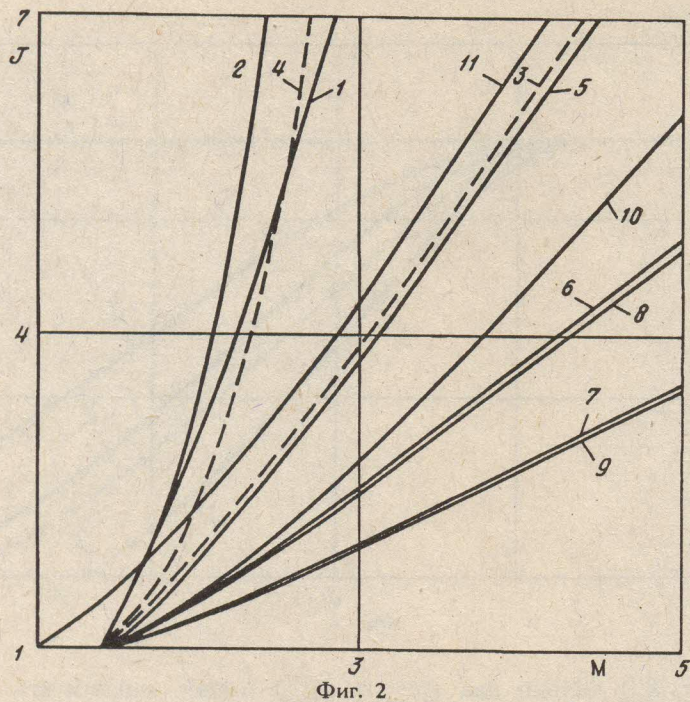
Зависимости $J_r(M)$ для скачков уплотнения и волн сжатия иллюстрируются на фиг. 2 (кривые 1 и 2 соответственно). Координаты точки касания изомахи и огибающей определяют интенсивность волны (J_r) и число Маха, при которых угол поворота потока имеет максимальное значение. Следовательно, интенсивности $J_r^{(\beta)}$ соответствуют оптимальным для углов поворота волнам в элементарных системах $S_1^{(\beta)}$.

Подстановка $J_r^{(\beta)}$ и M_r в формулу (1.4) показывает, что скоростной напор при переходе через косой скачок уплотнения с интенсивностью $J_r^{(\beta)}$ (как и на слабом разрыве ($J = 1$)) не изменяется. Следовательно, на интервале $1 \leq J \leq J_r^{(\beta)}$ существует максимум функции $C_1 = d_1/d$

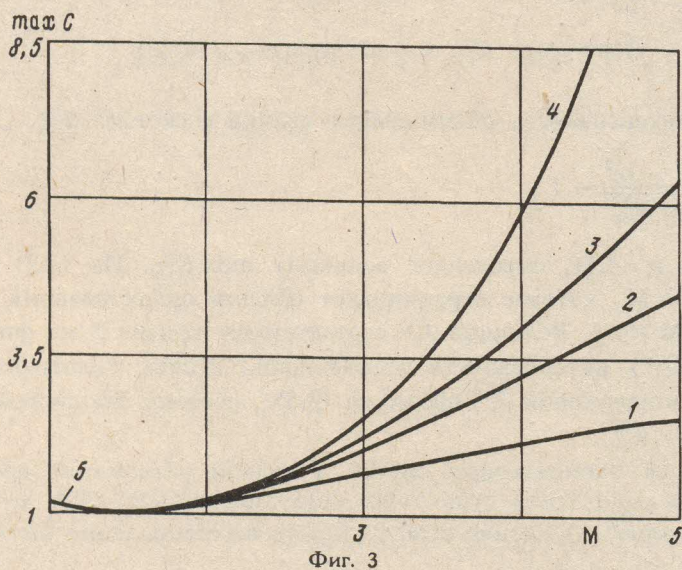
$$\max C_1 = \frac{1}{\varepsilon} \left(1 - 2(1 - \varepsilon) \frac{J_1^{(d)}}{M^2} \right), \quad J_1^{(d)} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\sqrt{\frac{1 - \varepsilon^2}{\tau(M)}} - 1 \right) \quad (3.5)$$

Максимум достигается, если $M > \sqrt{2}$; для потоков с $M < \sqrt{2}$ величина $C_1^{(d)} < 1$ при любых значениях интенсивности скачка. Описанное течение с оптимальным для скоростного напора косым скачком уплотнения обозначается $S_1^{(d)}$.

Сопоставление зависимостей от числа M величин интенсивностей оптимальных ударных (3.5) и простых (2.4) волн, обеспечивающих максимальные значения коэффициентов $K_1^{(d)}$, производится на фиг. 2 (кривые 3 и 4 соответственно). А



Фиг. 2

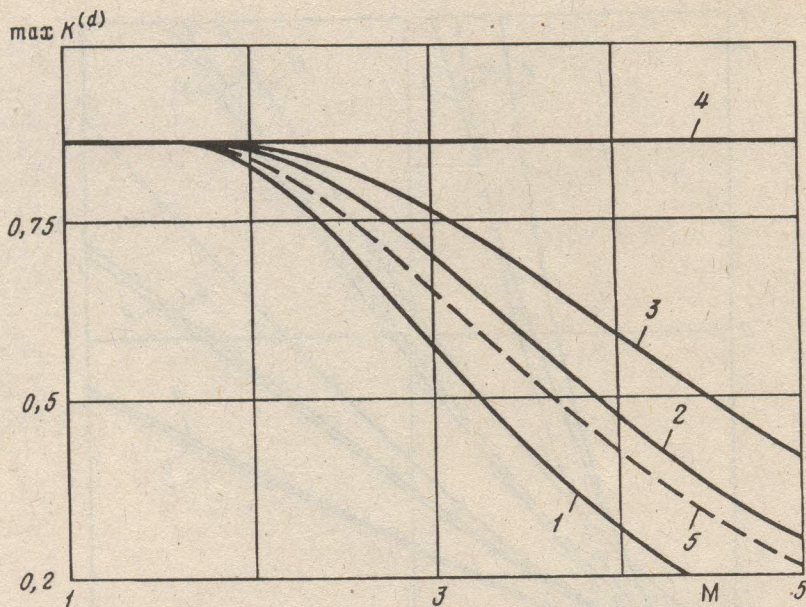


Фиг. 3

на фиг. 3 изображается зависимость максимальных значений C_1 от числа Маха перед волнами (кривые 1, 4 и 5 соответствуют скачку уплотнения, волне сжатия и разрежения).

Коэффициент $K_1^{(d)}$ в оптимальных простых волнах не зависит от числа Маха (прямая 4 на фиг. 4, описываемая формулой (2.1)), а на оптимальном косом скачке уплотнения убывает с увеличением M (кривая 1).

4. Из анализа тривиальных систем $S_m^{(j)}$ следует, что из всех коэффициентов



Фиг. 4

восстановления $K_{1,m}^{(j)}$ только два ($K_{1,m}^{(p)}$ и $K_{1,m}^{(p_0)}$) имеют максимумы. Несложные преобразования формул (1.6) и (1.10) дают

$$K_{1,m}^{(p)} = K_{1,m}^{(p_0)} - \varepsilon E \phi^{(p)}(M), \quad K_{1,m}^{(p_0)} = \frac{1}{\varepsilon} \phi^{(p)}(M)(E - J\tau(M)) \quad (4.1)$$

Значение интенсивности оптимального скачка в системе $S_{1,m}^{(p)}$

$$J_1^{(p)} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{(1 - \varepsilon)^2}{\sqrt{\tau(M)}} - 1 \right) \quad (4.2)$$

подставленное в (4.1), определяет величину $\max K_{1,m}^{(p)}$. Из (4.2) следует, что $J_1^{(p)} > 1$ при $M > M_1$, которое ограничивает область существования оптимальной системы $S_{1,m}^{(p)}$ ($M > M_1$). Величине $J_1^{(p)}$ соответствует кривая 5 на фиг. 2.

Значение $(J_1^{(p)})$ интенсивности оптимального скачка уплотнения в системе $S_{1,m}^{(p)}$ совпадает с величиной $J_1^{(d)}$ (формула (3.5)), поэтому эта система существует только при $M > \sqrt{2}$.

В отличие от элементарных систем с волной разрежения среди систем с косым скачком уплотнения существует еще одна система $S_{1,m}^{(p_0)}$, которая обеспечивает максимальное значение коэффициента восстановления полного давления

$$J_{1,m}^0 = (J_1 J_m^{(1)})^{x+1} / (E_1 E_m^{(1)})^{-x} \quad (4.3)$$

Достаточно подробный анализ этой системы дается в работах [1, 2, 5], поэтому в данной работе приводится только график полученной аналитической зависимости интенсивности оптимального скачка уплотнения $S_{1,m}^{(p_0)}$ от числа Маха (кривая 11 на фиг. 2).

Результаты расчетов коэффициентов восстановления $K_{1,m}^{(p,p_0)}$ по найденным аналитическим зависимостям полностью совпадают с данными [1, 2, 5]. Система $S_{1,m}^{(p)}$ ранее в литературе не рассматривалась.

5. В [2] доказывается, что интенсивности косых скачков уплотнения в системе

$S_{n,m}^{(p)}$ равны. Этот вывод справедлив и в общем случае для оптимальных систем $S_n^{(d)}$, $S_{n,m}^{(p)}$ и $S_{n,m}^{(p)}$.

Для доказательства вводятся коэффициенты качества $v^{(j)}$ системы, определяемые отношением коэффициентов восстановления $K^{(j)}$ к соответствующим коэффициентам в тривиальных течениях

$$v^{(j)} = \frac{\lambda^{(j)} E_n - J_n}{\lambda^{(j)} - 1} \quad (5.1)$$

$$\lambda^{(j)} = \frac{b^{(j)}}{\tau(M)}, \quad b^{(d)} = b^{(p)} = 1, \quad b^{(p)} = 1 - \varepsilon^2$$

Из (5.1) следует, что при постоянных значениях M и γ $v^{(j)} = v(J_k)$, где $k = 1, \dots, n$. Приравняв к нулю частные производные $\partial v / \partial J_k$, несложно получить систему n уравнений

$$(1 - \varepsilon^2) \lambda^{(j)} \prod_{l=1}^n (J_l + \varepsilon) = (1 + \varepsilon J_k)^2 \prod_{l=1}^n J_l (1 + \varepsilon J_l) \quad (l \neq k)$$

Решение системы дает равенство интенсивностей J_k , которые определяются из следующего неявного относительно $J = J_1 = \dots = J_n$ соотношения:

$$\lambda^{(j)} = \frac{(1 + \varepsilon J)^{n+1} J^{n-1}}{(1 - \varepsilon^2)(J + \varepsilon)^{n-1}} \quad (5.2)$$

Для доказательства достаточного условия экстремума необходимо отметить, что определитель

$$\det \left[\frac{\partial^2 v^{(j)}}{\partial J_k \partial J_l} (J_k = J_l = J) \right] = (d - c)^{(n-1)} (d + c(n-1)) \quad (5.3)$$

$$d = \frac{2\varepsilon J^{n-1}}{(1 + \varepsilon J)}, \quad c = -\frac{\varepsilon J^{n-1} (J^2 + 2\varepsilon J + 1)}{(1 + \varepsilon J)(J + \varepsilon)}$$

меньше нуля при нечетном n и больше нуля при n четном. Следовательно, второй дифференциал функции $v^{(j)}$ при $J = J_1 = \dots = J_n$, согласно критерию Сильвестра, является отрицательно определенной квадратичной формой, что и служит достаточным условием строгого максимума функции $v^{(j)}$ в точке (J_1, \dots, J_n) , определяемой по формуле (5.1) с учетом $J_1 = \dots = J_n = J$.

Значения рассчитанных по формуле (5.2) интенсивностей $J^{(d)} = J^{(p)}$ приведены на фиг. 2 (кривые 6 и 7 для двух и трех скачков); там же показаны интенсивности $J^{(p)}$ в системах из двух и трех косых и замыкающего прямого скачка (кривые 8 и 9). Сравнение значений относительных скоростных напоров для систем $S_n^{(d)}$ с различным количеством скачков ($n=2$ — кривая 2 и $n=3$ — кривая 3) проведено на фиг. 3 и 4. Из графиков видно, что с увеличением n максимальные значения величин C и $K^{(d)}$ приближаются к соответствующим значениям в оптимальных изоэнтропных волнах. Кривая 5 на фиг. 4 позволяет судить о мере адекватности подхода с «дважды оптимальными» скачками уплотнения [1]. В связи с приближенностью такого подхода найденные точные решения оптимальных систем $S_{n,m}^{(p)}$ несколько расходятся с полученными в [1] результатами по коэффициентам восстановления давлений.

В качестве примера решения задачи оптимальной системы с зависимыми волнами рассматривается регулярное отражение косого скачка уплотнения от плоскости симметрии (или от твердой поверхности); при этом интенсивности падающего (J_1) и отраженного (J_2) скачков уплотнения связаны между собой через равенство углов поворота потока $|\beta_1| = |\beta_2|$. В такой системе существует интенсивность $J_1 = J^{(d)}$ оптимального скачка, при которой достигается максимальное значение скоростного напора за двумя косыми скачками. Если за отраженной ударной волной имеется замыкающий прямой скачок уплотнения, то существует падающий оптимальный скачок уплотнения для коэффициентов восстановления статического, динамического и полного давлений. Следует отметить, что интенсивности оптимальных волн в оптимальных системах с зависимыми и «независимыми» скачками не совпадают

(сравним кривые 6 и 10 на фиг. 2). Однако максимальные значения соответствующих газодинамических величин близки друг к другу.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-013-17549).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петров Г. И.* Аэромеханика больших скоростей и космические исследования: Избр. труды. М.: Наука, 1992. 306 с.
2. *Герман Р.* Сверхзвуковые входные диффузоры. М.: Физматгиз, 1960. 290 с.
3. *Усков В. Н.* Ударные волны и их взаимодействие. Л.: Изд-во ЛМИ, 1980. 88 с.
4. *Черный Г. Г.* Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
5. *Борисенко А. И.* Газовая динамика двигателей. М.: Оборонгиз, 1962. 793 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
13.VII.1994