

## ВИЗУАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДЖОНОМ ВЕННОМ

### Биография

Джон Венн (John Venn) – английский логик и философ, наиболее известный как изобретатель способа решения логических задач посредством специальных диаграмм, так называемых «диаграмм Венна». С их помощью можно представлять категорические суждения, а также проверять правильность категорических силлогизмов. Венн внес весомый вклад в развитие символической (математической) логики, теории вероятностей и философии науки [Venn, John... 2014]. Родился Джон Венн 4 августа 1834 г. в Драйпуле близ г. Халла в семье англиканского клирика. Окончил Гонвилл-энд-Киз-колледж (Gonville and Caius College) Кембриджского университета. В 1857 г. получил статус члена колледжа. С 1862 г. занимал там позицию лектора, преподавал философию науки и логику [Venn, John... 2014].

В 1858 г. Венн получил сан диакона, но в 1883 г. отказался от положения священнослужителя, посчитав, что англиканская вера несовместима с его философскими воззрениями [Venn, John... 2014]. В том же 1883 году Венн получил степень доктора наук и был избран членом Королевского общества [Кузичев, 1968].

Венн характеризовал свою философскую позицию как «точку зрения опыта и здравого смысла» [цит. по: Кузичев, 1968].

Ставший знаменитым метод построения диаграмм был представлен Венном в книге «Символическая логика» (Symbolic Logic, 1881). Эта работа была посвящена преимущественно защите идей Дж. Булля, попытавшегося представить логические отношения в алгебраических терминах [Venn, John... 2014]. Сам Венн, подобно Булю и Дживансу, считал первой задачей символической логики создание специфического языка, который содействовал бы «расширению возможностей применения наших логических процессов при помощи символов» [цит. по: Кузичева, 1978, с. 30] (рис. 1).

В другой своей монографии «Логика случая» (The Logic of Chance, 1866) Венн предложил первую систематическую формулировку частотной теории вероятностей. Согласно Венну (и вопреки господствовавшим тогда

воззрениям), утверждение о вероятности того или иного события есть не описание меры уверенности рационального индивида в том, что такие события будут происходить, а предсказание частоты, с которой события такого типа будут происходить в долгосрочной перспективе [Venn, John... 2014].

Последнее крупное философское произведение Венна «Принципы эмпирической логики» (The Principles of Empirical or Inductive Logic, 1889) было посвящено критическому анализу идей Джона Стюарта Милля с его индуктивным пониманием научного мышления.

Помимо книг и статей по логике, математике и философии, Венном опубликован также ряд работ, посвященных истории. В частности, им была выпущена «Биографическая история Гонвилл-энд-Киз-колледжа» («A Biographical History of Gonville and Caius College», 1897), а также составленное совместно с сыном Джоном Арчибальдом Венном первое издание истории выпускников Кембриджского университета с момента основания и до начала XX в. – «Alumni Cantabrigienses» (1922).






(i) Diagrammatic	(ii) Common Logic	(iii) Quantified	(iv) Symbolic
	All $A$ is $B$ All $B$ is $A$	All $A$ is all $B$	$A\bar{B} = 0$ $\bar{A}B = 0$
	All $A$ is $B$ Some $B$ is not $A$	All $A$ is some $B$	$A\bar{B} = 0$ $\bar{A}B = v$
	All $B$ is $A$ Some $A$ is not $B$	Some $A$ is all $B$	$\bar{A}B = 0$ $A\bar{B} = v$
	Some $A$ is $B$ Some $A$ is not $B$ Some $B$ is not $A$	Some $A$ is some $B$	$AB = v$ $A\bar{B} = v$ $\bar{A}B = v$
	No $A$ is $B$	No $A$ is any $B$	$AB = 0$

Рис. 3.

Таблица из оригинального издания «Символической логики». Сопоставление способов представления знаний в логике [Venn, 1881, p. 30]

В 1903 г. Венн был избран президентом Гонвилл-энд-Киз-колледжа и занимал эту позицию вплоть до самой смерти. Умер Джон Венн 4 апреля 1923 г. [Venn, John... 2014].

## Диаграммы Венна

Джон Венн знаменит тем, что при решении логических задач пользовался не только алгебраическими методами представления знаний, но и специальными диаграммами. При этом «диаграммы Венна» позволяют наглядно изобразить отношения между множествами, а также и сами по себе являются способом решения логических задач. Иногда такой образный метод решения оказывается более быстрым, чем аналитический [Кузичева, 1978, с. 32].

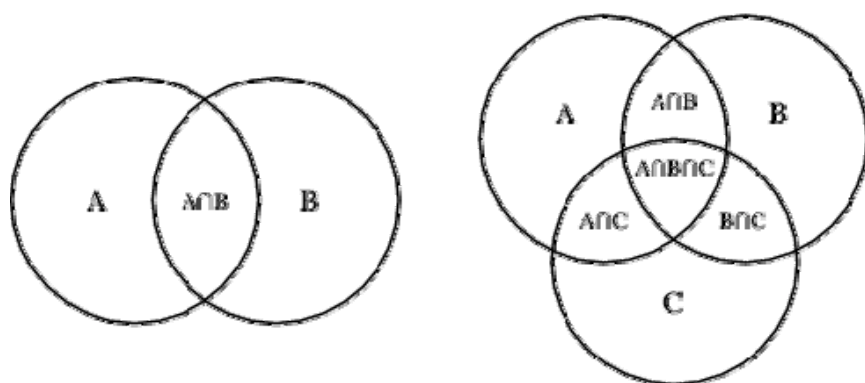


Рис. 4.

Общий принцип построения диаграмм Венна для двух и трех пересекающихся множеств

Общий принцип построения диаграмм Венна представлен на рис. 2. Множества изображаются в виде контуров (A, B, C), области наложения очерченных контурами областей соответствуют пересечениям множеств ( $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$ ,  $A \cap B \cap C$ ).

Построение диаграмм Венн начинается с разбиения плоскости на области посредством  $n$  замкнутых контуров, где  $n$  – число классов, заданных в условии задачи. При этом у самого Венна в решаемых им задачах встречаются только случаи  $n \leq 5$ . С ростом числа переменных наглядность картинок резко уменьшается, поэтому для представления задач с большим числом классов Венн использовал таблицы, состоящие из клеток, – «таблицы Венна» (рис. 3, 5) [Кузичева, 1978, с. 32].

Свой метод использования диаграмм Венн демонстрирует на многочисленных примерах, однако не дает общего определения понятия диаграммы. На основании анализа его примеров можно составить следующее определение. Диаграммой Венна  $n$  переменных можно назвать картинку или таблицу для  $n$  переменных, одни из ячеек которой могут быть заштри-

хованы, другие могут быть пустыми; заштрихованные ячейки соответствуют классам, противоречащим условиям задачи; незаштрихованные ячейки составляют логическую единицу задачи [Кузичева, 1978, с. 32].

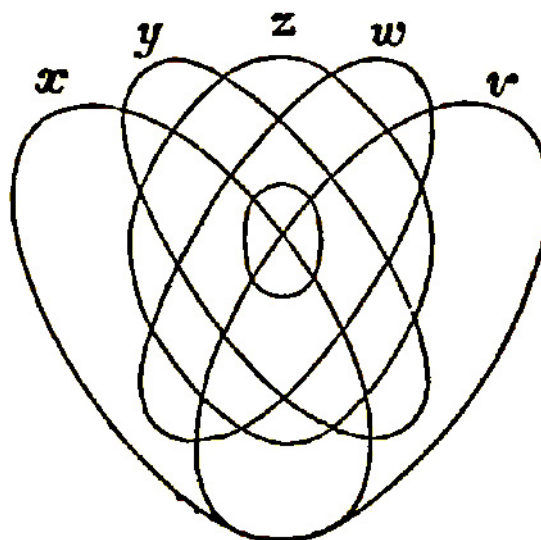


Рис. 5.

Диаграмма для  $n = 5$  из оригинального издания «Символической логики» [Venn, 1881, с. 107]

В качестве примера приведем диаграмму для категорического силлогизма «Все греки – люди. Ни один человек не является бессмертным. Следовательно, ни один грек не является бессмертным» (рис. 4). Для построения такой диаграммы нам следует изобразить три контура, соответствующих множествам «греки» (G), «люди» (H) и «смертные». Эти три контура ( $n=3$ ) образуют восемь областей ( $2^n$  областей), считая пустую область за пределами всех трех контуров. Далее, следуя посылкам силлогизма и алгоритму построения диаграммы, заштрихуем часть контура G, не пересекающуюся с контуром H, а также часть контура H, пересекающуюся с контуром I. Поскольку заключение представлено заштрихованной областью пересечения контуров G и I, силлогизм правилен.

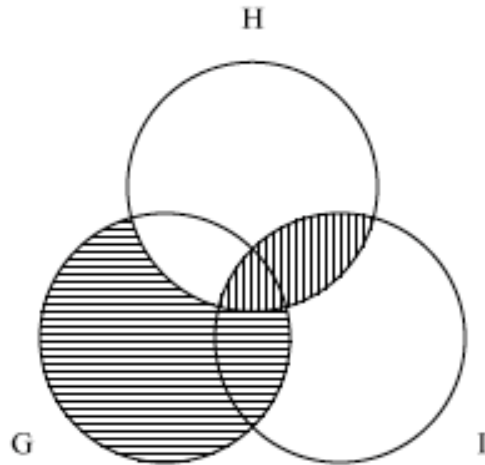


Рис. 6.

Диаграмма для категорического силлогизма «Все греки – люди. Ни один человек не является бессмертным. Следовательно, ни один грек не является бессмертным» [Venn diagram... 2014]

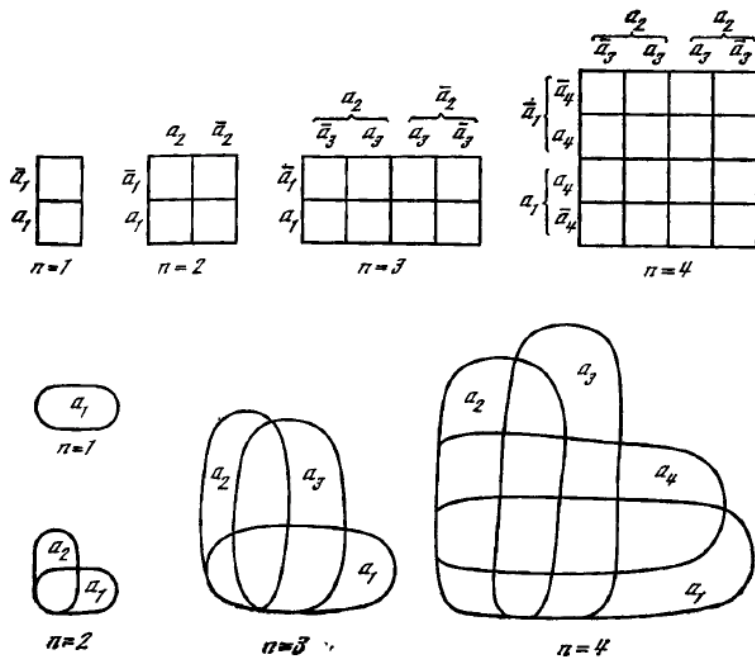


Рис. 7.

Диаграммы и таблицы Венна для  $n = 1, 2, 3$  [Кузичева, 1978, с. 33]

Важно обратить внимание на то, что диаграммы Венна – это именно аппарат для решения задач, а не иллюстративный материал, поскольку известно, что в качестве иллюстраций схожие с венновскими диаграммы использовали и до него. В частности, с помощью нарисованных кругов логические связи иногда изображал еще Г.В. Лейбниц (рис. 1). Также этот способ представления знаний до Дж. Венна развивал Л. Эйлер (рис. 2). По этой причине часто даже говорят о «диаграммах Эйлера – Венна».

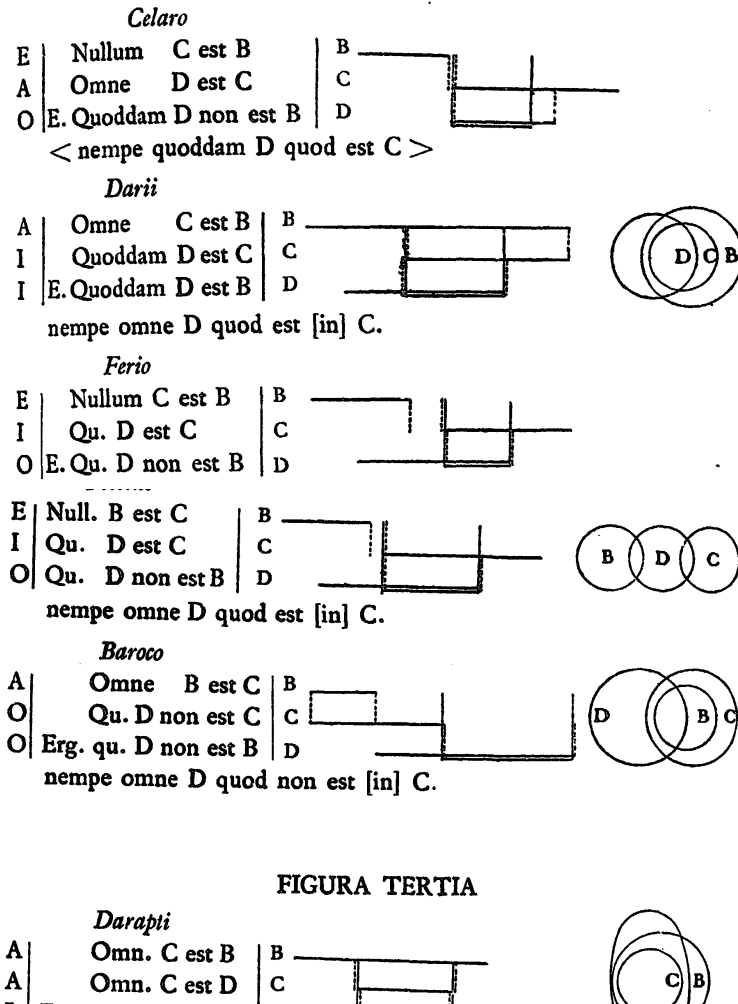


Рис. 8.

Пример представления силлогизмов в виде кругов из работ Г.В. Лейбница [Leibniz, 1903, p. 295–296]

З.А. Кузичева в книге, посвященной математике XIX в., отмечает: «Часто считают, что Венн воспринял идею кругов Эйлера и внес в метод Эйлера лишь некоторые улучшения. С этим мнением, однако, нельзя согласиться. Общим в методах Эйлера и Венна является лишь то, что оба они связаны с представлением объемов понятий на плоскости. В основе метода диаграмм Венна лежит отсутствовавшая у Эйлера идея разложения на конститuentы – одна из центральных в алгебре логики. Диаграммы, построенные с учетом разложения на конститuentы, не только более наглядны, но и позволяют извлекать большую информацию из условий задачи» [Кузичева, 1978, с. 32–34].

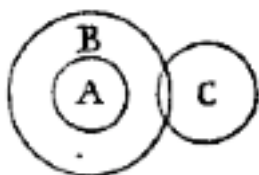


Рис. 9.

Пример кругов Эйлера: все А суть В, некоторые С не суть В, следовательно некоторые С не суть А [Euler, 1843, p. 264]

Своеобразным жестом признания заслуг Джона Венна в деле выработки способов репрезентации логических отношений стал витраж в столовой Гонвилл-энд-Киз-колледжа в Кембридже, изображающий диаграмму Венна в виде трех частично пересекающихся кругов.

### Список литературы

- Кузичев А.С. Диаграммы Венна. – М.: Наука, 1968. – 253 с.  
Кузичева З.А. Математическая логика // Математика XIX века: Математическая логика. Алгебра. Теория чисел. Теория вероятностей / Ред.: Колмогоров А.Н., Юшкевич А.П. – М.: Наука, 1978. – С. 11–38.  
Euler L. Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie. – Paris: Charpentier, 1843. – 612 p.  
Leibniz G.W. Opuscules et fragments inédits de Leibniz. – Paris: Alcan, 1903. – 682 p.  
Venn diagram / Brian Duignan // Encyclopædia Britannica. Encyclopædia Britannica Ultimate Reference Suite. – Chicago: Encyclopædia Britannica, 2014.  
Venn J. Symbolic logic. – London: Macmillan, 1881. – 446 p.  
Venn J. / Brian Duignan // Encyclopædia Britannica. Encyclopædia Britannica Ultimate Reference Suite. – Chicago: Encyclopædia Britannica, 2014.

И.В. Фомин