

# Поиск глобального максимума при вычислении оценок местоположения пассивной широкобазовой системой

**Д.М. Жуков**, аспирант факультета «Радиоэлектроника ЛА» МАИ, младший научный сотрудник ЗАО «РАДИЙ ТН»; dima.m.zhukov@gmail.com

**Т.Я. Шевгунов**, доцент кафедры «Теоретическая радиотехника» МАИ, доцент кафедры бизнес-аналитики НИУ «Высшая школа экономики», к.т.н.; shevgunov@gmail.com

**Ф.А. Белоусов**, научный сотрудник ЦЭМИ РАН, доцент кафедры бизнес-аналитики НИУ «Высшая школа экономики»; fbelousov@hse.ru

УДК 621.396.

**Аннотация.** Разработан и исследован алгоритм поиска глобального максимума целевой функции для увеличения скорости работы одноэтапного алгоритма оценки местоположения источника радиоизлучения пассивной распределенной широкобазовой радиолокационной системой. Задача решается переходом от универсального градиентного метода поиска глобального максимума к перебору значений функции по достаточно плотной сетке в области поиска и дальнейшим уточнением методами поиска локального экстремума. Сформулировано условие выбора минимально достаточного шага дискретизации пространства и предложены три стратегии выбора шага: однородный, неоднородный и адаптивный. Приводятся оценки выигрыша во времени выполнения и частоты появления аномальных ошибок.

**Ключевые слова:** оценка местоположения, пассивная радиолокационная система, разностно-дальномерный метод, одноэтапные алгоритмы оценивания, поиск глобального экстремума.

## ВВЕДЕНИЕ

Методы формирования оценок местоположения источника радиоизлучения (ИРИ) на основе цифровой обработки сигналов, принятых в различных точках пространства, являются одними из основных направлений исследований в рамках теории многопозиционных радиолокационных систем (МПРЛС) [1]. Особый интерес отечественные и зарубежные исследователи проявляют к поиску оптимальных методов оценки координат ИРИ, способных обеспечить наивысшую точность среди всех прочих методов. При этом обычной мерой точности служит среднеквадратическая ошибка (СКО), позволяющая формулировать удобные с точки зрения математических преобразований критерии качества и синтезировать лучшие по точности алгоритмы.

Традиционные алгоритмы оценивания имеют многоэтапный характер и основаны на формировании оптимальных оценок временных и фазовых задержек сигналов [2] и последующего их пересчета в координаты источника. Такой пересчет может быть выполнен непосредственно — в этом случае алгоритм получается двухэтапным. Также возможен трехэтапный алгоритм, при котором оцениваются промежуточные параметры, например, пеленги на цель.

В результате проведенных исследований [3–5] были предложены одноэтапные алгоритмы (ОА), формирующие оценки координат непосредственно (без промежуточного вычисления разностей фаз, задержек и углов) на основе обработки отсчетов спектра принятых сигналов. В [3] было показано, что при низких отношениях сигнал/шум (ОСШ) ОА имеют не только меньшее СКО, чем многоэтапные методы, но и позволяют

снизить частоту появления аномальных ошибок. Такие ошибки возникают в том случае, когда алгоритм поиска экстремума отыскивает не глобальный максимум целевой (решающей) функции в окрестности истинного значения местоположения, а локальный максимум, соответствующий соседним горбам функции.

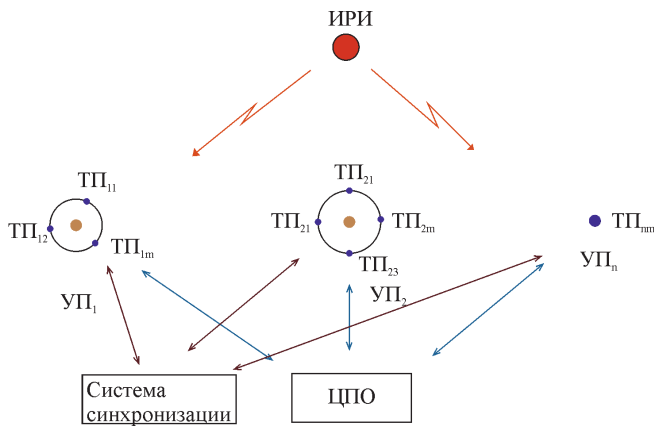
Преимущества ОА достигаются за счет более высоких требований к вычислительным ресурсам, поскольку при их выполнении приходится решать задачи минимизации существенно нелинейных функций в пространстве координат ИРИ. Для сокращения вычислительных ресурсов часто применяются эвристические процедуры, что, однако, не дает существенного выигрыша, который позволил бы применять ОА в программном обеспечении систем, предназначенных для работы в режиме реального времени. Таким образом, возникла необходимость создания быстрого ОА оценки местоположения ИРИ. Наиболее критичной с точки зрения времени выполнения одноэтапного алгоритма является задача поиска максимума целевой функции.

## РЕШАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ ОДНОЭТАПНОГО АЛГОРИТМА

На основе соотношения между длиной волны несущей частоты радиосигнала  $\lambda$  и типичного расстояния между точками приема сигнала  $d$  существующие МПРЛС можно разделить на три класса: к первому относятся широкобазовые пассивные системы (ШБПС), для которых справедливо сравнение  $\lambda \ll d$ ; ко второму — пассивные системы, состоящие из узкобазовых подсистем, (ПСУП), для них справедливо  $\lambda \gg d$ ; к третьему — комбинированные пассивные системы (КПС), для которых

**Рисунок 1**

Комбинированная пассивная система, состоящая из разнесенных узкобазовых подсистем и точек приема



не выполняются условия первых двух классов. На рис. 1 изображена схема типичной КПС, которую будем исследовать в качестве ШБПС, рассматривая сигналы, принятые ТП в различных УБП.

Будем считать, что ИРИ излучает сигнал  $s(t)$ , который может быть описан моделью вещественного стационарного гауссовского процесса. Такое допущение, с одной стороны, позволяет создать универсальный алгоритм оценки, который будет успешно работать в условиях минимума априорной информации, известной об излучаемом сигнале. Так, в [6, 7] показано, что нормальное распределение соответствует случаю, при котором алгоритм оценивания будет формировать оценки с максимальной дисперсией; при этом алгоритм, сформулированный на основе такой модели, останется работоспособным и с другими моделями принимаемых сигналов.

Сигнал  $u_{nm}(t)$ , принятый  $m$ -й точкой приема (ТП)  $n$ -й узкобазовой подсистемы (УП) можно записать как

$$u_{nm}(t) = a_n s(t - \tau_{nm}) + \zeta_{nm}(t),$$

где  $a_n$  – амплитуда сигнала принятого  $n$ -ой УП;  $\tau_{nm}$  – задержка сигнала на распространение от ИРИ до ТП;  $\zeta_{nm}$  – совокупная шумовая помеха в тракте ТП.

В основе ОА оценивания местоположения ИРИ лежит способ построения оценки на основе метода максимального правдоподобия. Логарифм функции правдоподобия (ФП) для ШБПС был получен в [3] и может быть представлен в виде:

$$J_{\text{ШБ}}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{n=k+1}^N \sum_{l=1}^{M_k} \sum_{m=1}^{M_n} \times \left| \int_{-\Delta f}^{\Delta f} U_{nm}(f) U_{kl}^*(f) \exp(j2\pi f(\tau_n^\Delta(\mathbf{r}) - \tau_k^\Delta(\mathbf{r}))) df \right|, \quad (1)$$

где  $N$  – количество УБП;  $M_k$  – количество ТП на  $k$ -й

УБП;  $f_0$  – несущая частота;  $\Delta f$  – полоса анализа сигнала.  $\tau_n^\Delta$  – временная задержка  $n$ -й УБП, которая является функцией вектора  $\mathbf{r}$ :

$$\tau_n^\Delta(\mathbf{r}) = \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|}{c},$$

где  $c$  – скорость распространения сигнала (равная скорости света);  $\mathbf{r}_n$  – радиус-вектор центра  $n$ -ой УБП. В формуле (1)  $U_{nm}(f)$  обозначает нормализованный спектр сигнала в  $m$ -й точке приема  $n$ -й УБП:

$$U_{nm}(f) = \frac{X_{nm}(f)}{\sqrt{W_{nm}(f)}} \sqrt{\frac{q_{nm}(f)}{1 + \sum_{v=1}^N \sum_{\mu} q_{v\mu}(f)}},$$

где  $X_{nm}(f)$  – спектр реализации случайного процесса;  $W_{nm}(f)$  – спектральная плотность мощности шума в точке приема, а  $q_{nm}(f)$  – ОСШ.

Сделаем допущение, что ИРИ находится на достаточном удалении от УБП и, следовательно, сигналы, принятые всеми ТП в пределах одной УБП, имеют одинаковую амплитуду. Так же предположим, что спектральная мощность шумов в каналах одинаковая и равномерна в анализируемой полосе частот, а все принятые сигналы  $X_{nm}(f)$  нормируются коэффициентами с одинаковым весом, что соответствует случаю наибольшей неопределенности. Перечисленное выше позволяет представить ОСШ как

$$q_{nm}(f) = q.$$

Примем, что все УБП имеют одинаковую структуру.

В представленной формулировке задача оценивания местоположения ИРИ решается поиском глобального экстремума логарифма ФП (1). Универсальные методы поиска глобального экстремума, во-первых, требуют значительных вычислительных ресурсов, а, во-вторых, время выполнения каждого поиска заранее неизвестно. Эти условия не позволяют использовать алгоритм поиска глобального экстремума в системах реального времени.

Для существенно снижения вычислительной нагрузки предложено заменить поиск глобального экстремума методом перебора с учетом особенностей и характера функций правдоподобия для различных пассивных систем. Таким образом, поиск глобального экстремума осуществляется в два этапа:

- пространство поиска дискретизируется, и в узлах решетки осуществляется поиск максимального значения, являющегося грубой оценкой местоположения;
- значение глобального экстремума уточняется методами поиска локального экстремума.

Вычислительные затраты прямо пропорциональны количеству вычислений значений целевой функции. Тогда можно оптимизировать затраты на вычисления,

найдя максимально допустимый шаг дискретизации пространства. Подчеркнем, что целью является однозначная дискретизация максимума ФП, а не всей ФП.

**ВЫБОР ОДНОРОДНОГО ШАГА**

Принимая с учетом введенных выше допущений, что спектральная мощность шумов во всех каналах ТП одинаковая, вычислим аналитически интеграл в логарифме ФП (1). Это позволит переписать выражение для нее в форме:

$$J_{\text{ШБП}}(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{n=k+1}^N \sum_{l=1}^{M_k} \sum_{m=1}^{M_n} 2\Delta f A^2 \sigma^4 |\text{sinc}(2\pi\Delta f \Delta\tau)|, \quad (2)$$

где  $A = \frac{1}{\sqrt{W}} \sqrt{\frac{q}{1+NMq}}$ ;  $\Delta\tau = \tau_n^\Delta(\mathbf{r}) - \tau_k^\Delta(\mathbf{r}) - \tilde{\tau}_n^\Delta + \tilde{\tau}_k^\Delta$  - рас-

согласование между истинной и предполагаемой задержками;  $\tilde{\tau}_n^\Delta$  - истинная задержка сигнала от ИРИ до  $n$ -й УБП.

На рис. 2 показан пример функции правдоподобия для двумерной системы, состоящей из двух ТП, для случая:  $\Delta f = 8$  КГц, координаты первой станции - (50 км; 0), второй - (50 км; 0), местоположение РИ - (10 км; 10 км)]. Линии положения функции правдоподобия имеют форму гипербол. Сечение ФП в плоскости, проходящей через условные фазовые центры станций, представлено на рис. 3 и имеет вид:

$$j_{\text{ШБП}}(x) = 2\Delta f A^2 \sigma^4 |\text{sinc}(2\pi(\Delta x - \chi))|, \quad (3)$$

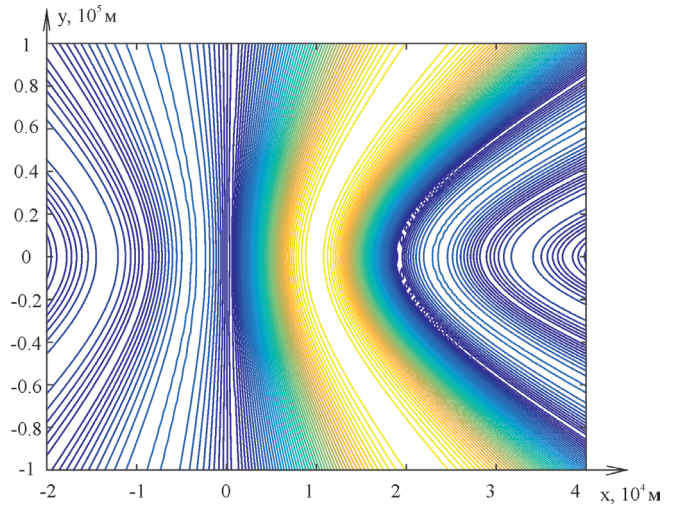
где  $\chi = \frac{\Delta f}{c}(-\tilde{\tau}_n^\Delta + \tilde{\tau}_k^\Delta)$ ;  $\Delta = \frac{2\Delta f}{c}$ .

Поскольку (2) дает представление  $J_{\text{ШБП}}(\mathbf{r})$  в форме суммы отдельных слагаемых, каждое из которых соответствует паре точек, то для однозначной дискретизации  $J_{\text{ШБП}}(\mathbf{r})$  достаточно выбрать шаг дискретизации по оси в соответствии с самым узким слагаемым  $j_{\text{ШБП}}(\mathbf{r})$ . Для демонстрации выбора шага по обеим координатным осям  $x$  и  $y$ , рассмотрим случай, когда система имеет наилучший геометрический фактор [4], т.е. ФП, образованную двумя парами станций (-50 км; 0), (50 км; 0) и (0; 50 км), (0; -50 км). В этом случае берутся только два слагаемых от общей ФП (1). Такой случай будет соответствовать наиболее узкому пику ФП (рис. 4).

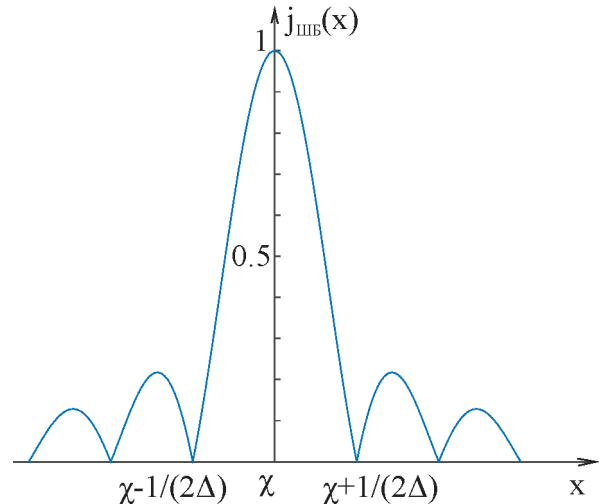
Согласно теореме Котельникова, для однозначной дискретизации функции  $j_{\text{ШБП}}(x)$  в окрестности ее максимума на главный лепесток функции  $\text{sinc}(x)$  должно приходиться не менее двух отсчетов. Использование граничного случая практически не оправдано, поэтому выберем шаг дискретизации таким образом, чтобы на главный лепесток функции  $\text{sinc}(x)$  приходилось не менее  $N_D \geq 3$  отсчетов.

Шаги дискретизации вдоль осей задают площадь элемента дискретизации в двумерной задаче или его объем - в трехмерной. Так, в двумерной декартовой системе (рис. 5) координат элементом дискретизации будет пря-

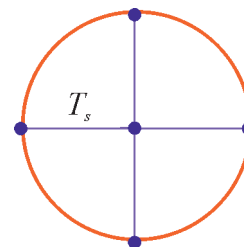
**Рисунок 2**  
Линии положения ФП для ШБПС



**Рисунок 3**  
Сечение нормированной ФП для случая двух УБП вдоль соединяющей их линии



**Рисунок 4**  
Минимальное количество отсчетов для однозначной дискретизации



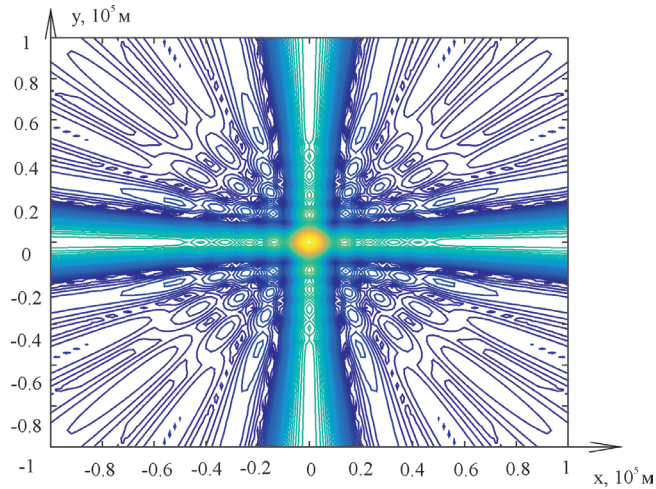
моугольник, стороны которого  $A$  и  $B$  связаны с шагами дискретизации следующими соотношениями:

$$A = n_D T_x; B = n_D T_y.$$

В двумерной постановке задачи необходимо проди-

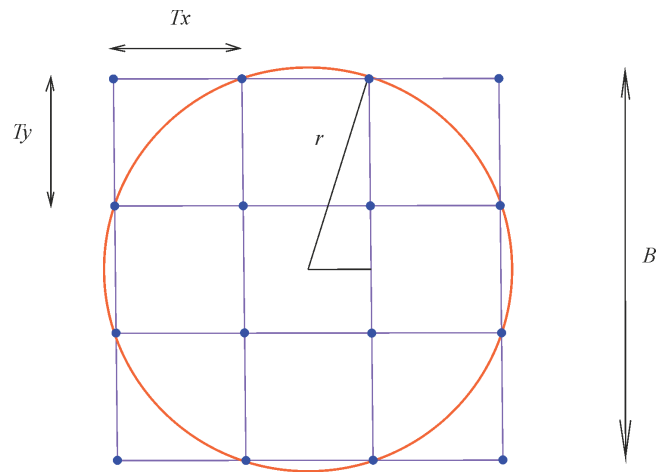
**Рисунок 5**

Пример линий уровня ФП при наилучшем геометрическом факторе



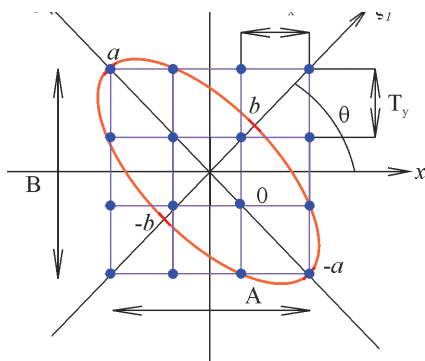
**Рисунок 6**

Дискретизация ФП, соответствующей наилучшему геометрическому фактору



**Рисунок 7**

Нормированный эллипс рассеивания и элемент дискретизации



скретизировать круг радиуса  $1/\Delta$ . Для этого необходимо, чтобы вдоль каждой оси при любом расположении главного лепестка лежало не меньше трех отсчетов или не менее пяти отсчетов внутри площади, образованной

его проекцией на координатную плоскость (рис. 6). Из этих соображений максимальный допустимый шаг дискретизации получится, если выбрать  $n_D = 4$ , а шаги дискретизации определить как

$$T_s^{\text{ОЭШД}} = \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{2}{5}} \approx \frac{1,58}{\Delta}. \quad (4)$$

Выражение (4) позволяет выбрать шаг одинаковым для всех координатных осей и таким образом задать однородный эквидистантный шаг дискретизации (ОЭШД).

Так как теорема Котельникова не гарантирует, что дискреты будут находиться достаточно близко к максимуму, то для его поиска необходимо построить интерполирующую кривую между отсчетами. Поскольку необходимо узнать лишь грубое значение оценки максимума ФП, разложим функцию  $\text{sinc}(x)$  в ряд Маклорена

$$z = \text{sinc}(x) = \sum_{n=0}^N \frac{(-1)^n x^n}{(n+1)!} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \dots,$$

и оставим для функции  $\text{sinc}(x)$  в окрестности нуля, где она достигает своего максимума, два первых члена ряда. Это позволяет составить линейную систему относительно неизвестных коэффициентов квадратичного полинома  $(a, b, c)$ :

$$\begin{cases} z_1 = ax_1^2 + bx_1 + c; \\ z_2 = a(x_1 + T_s^{\text{ОЭШД}})^2 + b(x_1 + T_s^{\text{ОЭШД}}) + c; \\ z_3 = a(x_1 + 2T_s^{\text{ОЭШД}})^2 + b(x_1 + 2T_s^{\text{ОЭШД}}) + c. \end{cases}$$

После решения системы значение максимума можно определить как

$$x_{\max} = -\frac{b}{2a} = \frac{(1,5z_1 - 2z_2 + 0,5z_3)T_s^{\text{ОЭШД}} + (z_1 - 2z_2 + z_3)x_1}{z_1 - 2z_2 + z_3}. \quad (5)$$

Для дополнительного уменьшения вычислительной нагрузки прежде чем вычислить  $J(x_{\max})$  следует проверить знак  $a$ : если  $a > 0$ , то полученная точка является минимумом и продолжений вычислений не требуется.

## НЕОДНОРОДНАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

При определении ОЭШД была использована информация о расположении станций. Если добавить к ней информацию об области поиска ИРИ, то можно вычислить наилучший геометрический фактор, соответствующий заданной области.

Для расчета геометрического фактора необходимо воспользоваться эллипсами рассеивания [8], представляющими собой сечения нормального закона распределения для двумерного пространства (расширением для трехмерного пространства будут эллипсоиды). С помощью эллипсов рассеивания оценивают дисперсию алгоритма оценки. Как показано в [9], ширина пика ФП в окрестности максимума обратно пропорциональна СКО оценки координат.

Поскольку поиск цели идет по конечному простран-

ству, то можно рассчитать эллипс рассеивания (рис. 7) для некоторой точки  $M$  с координатами  $(x, y)$  внутри области поиска. Для этого необходимо составить ковариационную матрицу

$$\mathbf{K}_{\text{ШБПС}} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix},$$

рассчитать ее собственные числа

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left( \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \pm \sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 + 4\sigma_{12}^2} \right)$$

и угол поворота эллипса

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\sigma_{12}}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \right), -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$$

После проведения нормировки эллипса его полуоси определяются как

$$a = \frac{\lambda_1}{\max\{\lambda_1, \lambda_2\}} T_s^{\text{ОЭШД}}, b = \frac{\lambda_2}{\max\{\lambda_1, \lambda_2\}} T_s^{\text{ОЭШД}}.$$

Размеры шагов дискретизации вычисляются как положительные корни системы уравнений, составленной в точках  $(T_x/2; 3T_y/2)$  и  $(3T_x/2; T_y/2)$  для эллипсов, повернутых на угол  $\theta$ :

$$\begin{cases} a_1 \left( \frac{T_x}{2} \right)^2 + a_2 \left( \frac{3T_y}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} T_x T_y - a_4 = 0; \\ a_1 \left( \frac{3T_x}{2} \right)^2 + a_2 \left( \frac{T_y}{2} \right)^2 + \frac{3}{4} T_x T_y - a_4 = 0, \end{cases}$$

где  $a_1 = b^2 \cos(\theta)^2 + a^2 \sin(\theta)^2$ ;  $a_2 = b^2 \sin(\theta)^2 + a^2 \cos(\theta)^2$ ;

$$a_3 = a^2 \sin(2\theta) + b^2 \sin(2\theta)^2; a_4 = a^2 b^2.$$

Решение системы уравнений позволяет определить шаг дискретизации области пространства в окрестности выбранной точки  $M$ . Если рассмотреть множество точек  $\{M_i\}$  внутри области пространства, то для каждой из них шаг дискретизации по осям будет определяться как

$$T_{xi} = \left| \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} T_y \right|; T_{yi} = \left| \frac{4a_4}{10a_2 + 3a_3 \sqrt{\frac{a_2}{a_1}}} \right|. \quad (6)$$

Размер прямоугольного элемента дискретизации области может быть вычислен по формуле:

$$A_i = n_{\text{отс}} T_{xi}; B_i = n_{\text{отс}} T_{yi}. \quad (7)$$

После того, как для всего пространства с были рассчитаны  $T_{xi}$ ,  $T_{yi}$ , результирующий шаг рассчитывается по каждой координатной оси как минимальный из шагов по всем точкам области поиска:

$$T_x^{\text{НЭШД}} = \min\{T_{xi}\}; T_y^{\text{НЭШД}} = \min\{T_{yi}\}, \quad (8)$$

Алгоритм оптимизации на основе такого выбора шага будем называть алгоритмом с неоднородным эквидистантным шагом дискретизации (НЭШД). При поиске максимума ФП отдельные дискреты интерполируются полиномом второй степени, вершина параболы вычисляется согласно (5).

### АДАПТИВНЫЙ ШАГ ДИСКРЕТИЗАЦИИ

Анализ эллипсов рассеяния в каждой точке пространства поиска позволяет построить адаптивный алгоритм выбора шага дискретизации. Так, вычислив для каждой точки пространства параметры эллипса, можно найти шаги дискретизации  $T_x(x, y)$  и  $T_y(x, y)$ , достаточные для дискретизации максимума в ее окрестности. Это, в свою очередь, позволит определить размеры элементов дискретизации  $A(x, y)$  и  $B(x, y)$ , а также построить сетку, в узлах которой будет вычисляться ФП.

Зададим пространственную ячейку — область пространства, внутри которой шаги дискретизации остаются одинаковыми. Пространственная ячейка состоит из элементов дискретизации. Для вышерассмотренных алгоритмов с ОЭШД и НЭШД все пространство поиска ИРИ представлялось единственной пространственной ячейкой. При этом не учитывалось, что точность определения местоположения будет зависеть от взаимного расположения УБП и истинного положения ИРИ, что эквивалентно зависимости ширины пика ФП в окрестности ее максимума от расположения максимума в области поиска.

Для обеспечения достаточной локальной плотности точек, в которых необходимо вычислять значения ФП, необходимо перейти к переменному шагу, который будет адаптироваться к ширине пика ФП. Такой способ поиска максимума ФП будем называть алгоритмом с адаптивным шагом дискретизации (АШД).

Разобьем пространство поиска на пространственные ячейки, шаг внутри каждой из которых выбирается из соотношения:

$$T_x = \frac{\min(A(x, y))}{n_{\text{отс}}}, x_0 \leq x \leq x + \tilde{A}_k;$$

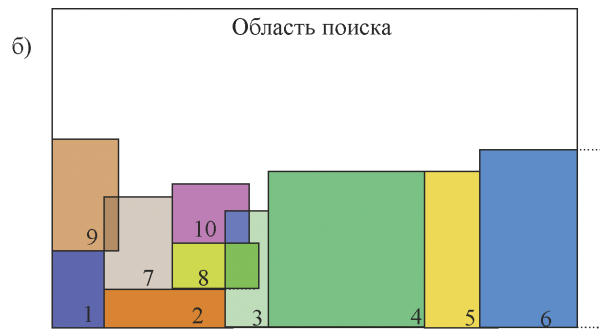
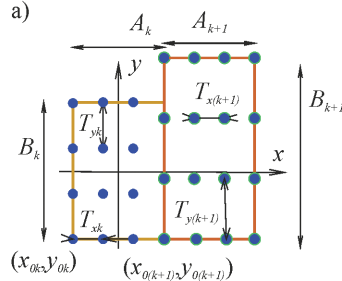
$$T_y = \frac{\min(B(x, y))}{n_{\text{отс}}}, y_0 \leq y \leq y + \tilde{B}_k,$$

где  $x_0, y_0$  — координаты левого нижнего края пространственной ячейки;  $\tilde{A}_k, \tilde{B}_k$  — размеры пространственной ячейки.

В качестве правила выбора размеров пространственной ячейки рассмотрим условие отсутствие пересечения элементов дискретизации. Два элемента дискретизации будем называть пересекающимися, если начало одного элемента лежит внутри периметра другого. Математически границы пересечения  $p$  и  $q$  для осей  $x$  и  $y$ , соот-

**Рисунок 8**

Сшивка новой пространственной ячейки со старой (а); сшивка пространственных ячеек в области поиска (б)



ответственно, могут быть найдены как минимальное значений расстояний  $m$  и  $n$ :

$$p = \min(|m|); q = \min(|n|).$$

Их можно найти из условий, составленных для оси  $x$ :

$$A(m, y) - m = 0; \quad (9)$$

$$A(m_{0k}, y_{0k}) - m = 0; \quad (10)$$

$$\frac{\partial A(m, y)}{\partial m} = 0; \quad (11)$$

и для оси  $y$ :

$$B(x, n) - n = 0; \quad (12)$$

$$B(x_{0k}, n_{0k}) - n = 0; \quad (13)$$

$$\frac{\partial B(x, n)}{\partial n} = 0; \quad (14)$$

где  $(x_{0k}, y_{0k})$  – координаты левого нижнего угла пространственной ячейки, переменные  $x$  и  $y$  лежат в заданных интервалах  $x_{0k} \leq x \leq x_{0k} + B(x_{0k}, y_{0k})$ ;  $y_{0k} \leq y \leq y_{0k} + A(x_{0k}, y_{0k})$ . Уравнения (9) и (12) описывают условие вхождения начала  $k$  пространственной ячейки в площадь  $k + 1$  пространственной ячейки, уравнения (10) и (13) – вхождение начала  $k + 1$  пространственной ячейки в площадь  $k$  пространственной ячейки, а (11) и (14) описывают точки перегиба функций  $A(x, y)$  и  $B(x, y)$ . Тогда размеры пространственной ячейки определяются как

$$\tilde{A}_k = p - x_0; \tilde{B}_k = q - y_0.$$

Каждая пространственная ячейка описывается набором своих параметров: координатами левого нижнего угла  $x_{0k}, y_{0k}$ , размерами ячейки  $\tilde{A}_k, \tilde{B}_k$ , и используемыми шагами дискретизации внутри ячейки  $T_{xk}, T_{yk}$ .

Результатом процедуры разбиения будет набор ячеек пространства, полностью покрывающий область поиска. При формировании такого набора будем следовать следующим эвристическим правилам. Во-первых, пространство поиска будем заполнять пространственными ячейками слева направо, снизу вверх; во-вторых, но-

вая будет сшивать новую пространственную ячейку с предыдущими по ее левой и нижней грани; в-третьих, при наложении нескольких пространственных ячеек в области перекрытия приоритет отдается той пространственной ячейке, у которой наибольшая площадь дискретизации  $S_s$ , определяется произведением  $S_s = T_x T_y$ .

Сформулируем текстовое описание алгоритма синтеза узлов решетки дискретизации.

1. Выделенная пространственная ячейка дискретизируется согласно шагам дискретизации  $T_{xi}$  и  $T_{yi}$ .

2. Если у  $i$ -й пространственной ячейки имеется спорная область, в которой приоритет отдается другой пространственной ячейке, создается маска с размерами  $i$ -й ячейки пространства, отсекающая пространственную ячейку до границ спорной области. Узлы, принадлежащие отсекаемой области, но попавшие под маску, исключаются из рассмотрения.

3. Координаты всех узлов для всех пространственных ячеек записывают в общий массив координат узлов сетки.

Дополнительное условие, проверяемое при отборе узлов, состоит в том, что на границе двух пространственных ячеек проекции расстояний на координатные оси между двумя узлами решетки не должны превышать минимальный из шагов дискретизации двух пограничных ячеек. Пример формирования АШД изображен на рис. 8. Из рисунка видно, что для этой сетки не было выполнено дополнительное условие.

При интерполяции сетки, полученной при использовании АШД, на границе двух пространственных ячеек необходимо перейти в криволинейную систему координат, в которой бы три точки, не лежащие на одной прямой в декартовой системе координат, лежали на одной прямой в новой системе. Тогда местоположение точки однозначно определялось бы длиной кривой, отсчитываемой от опорной точки. В качестве кривой выберем окружность, а опорной точки – пересечение окружности с осью  $x$ . Решая систему нелинейных уравнений

$$\begin{cases} (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 = R^2; \\ (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 = R^2; \\ (x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2 = R^2, \end{cases}$$

найдем центр и радиус окружности:

$$y_0 = \frac{(x_3^2 - x_1^2 + y_3^2 - y_1^2)(x_2 - x_1) + (x_2^2 - x_1^2 + y_2^2 - y_1^2)(x_3 - x_1)}{2((y_3 - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1))};$$

$$x_0 = \frac{x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2 + 2y_0(y_2 - y_1)}{2(x_2 - x_1)};$$

$$R = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2}.$$

Длина окружности

$$s_i = R\varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  – угол направления на  $i$ -ю точку,  $i = 1, 2, 3$ .

В новой системе координат интерполируем полученные дискреты параболой

$$z = as^2 + bs + c.$$

Определяем  $s_{\max}$  по формуле (5), переводим координату максимума  $s_{\max}$  в декартовы координаты:

$$\varphi_{\max} = \frac{s_{\max}}{R};$$

$$x_{\max} = x_0 + R\cos(\varphi_{\max}); y_{\max} = y_0 + R\sin(\varphi_{\max});$$

и вычисляем значение  $J_{\text{ШБ}}^3(x_{\max}, y_{\max})$ . Среди множества значений  $x_{\max}$  находим грубую оценку местоположения ИРИ.

### СРАВНЕНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЗАТРАТ

Сравним вычислительные затраты оценки местоположения ИРИ методом перебора в совокупности с методами ОЭШД, РЭШД и АШД- методом поиска глобального максимума. Для реализации последнего возьмем функцию *fmincon* с использованием метода внутренней точки в среде разработки MATLAB [10], в качестве метода поиска локального экстремума применим квази-Ньютоновский метод, реализованный в функции *fminunc*.

Структурная схема пассивной системы изображена на рис. 9. Имеется область поиска с размерами: длина  $a = 80$  км, ширина  $b = 80$  км. В области поиска на одной линии расположены четыре станции  $X_{\text{ст}} = [-36 \text{ км}, -12 \text{ км}, 12 \text{ км}, 36 \text{ км}]$ ,  $Y_{\text{ст}} = [0 \text{ км}, 0 \text{ км}, 0 \text{ км}, 0 \text{ км}]$ . Сигнал распределен в полосе  $\Delta f = 64$  КГц, несущая частота сигнала  $f_0 = 400$  МГц. Время наблюдения 1,3 мс.

Адаптивная сетка для данного расположения точек пространства представлена на рис. 10.

Задача имитационного моделирования состояла в измерении времени, затраченного на определение местоположение ИРИ универсальными методами глобального поиска экстремума и предложенным авторами методом перебора для случая ШБПС. При проведении моделирования ИРИ перемещают по области поиска с равномерным шагом  $\Delta x = 10$  км и  $\Delta y = 10$  км, оценивают местоположение и измеряют время, затраченное для определения экстремума. Опыт проводят  $N = 3$  раза,

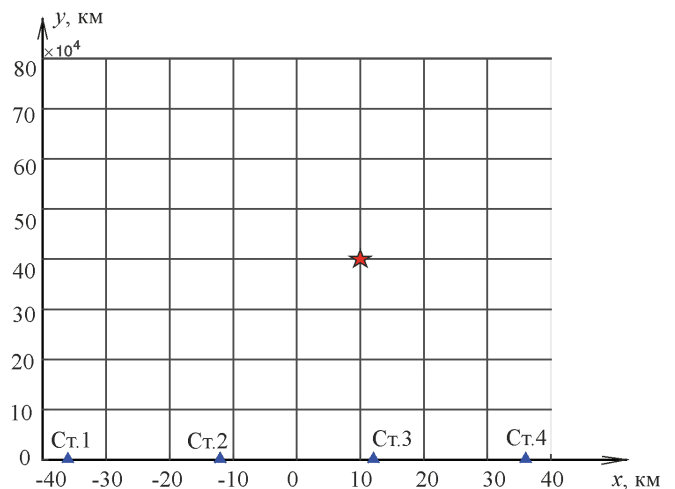
**Таблица**

Сравнение вычислительных затрат

Метод	Относительное время вычисления, %	Частота аномальных ошибок
Поиск глобального максимума	100	0,011
Метод перебора	ОЭШД	156
	НЭШД	110
	АШД	12

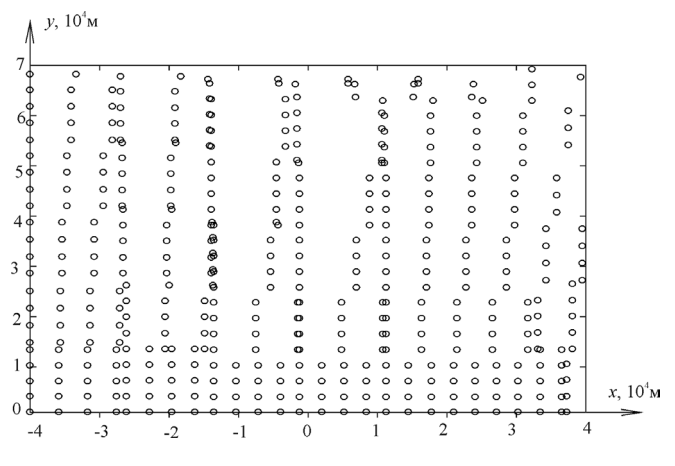
**Рисунок 9**

Структурная схема широкобазовой пассивной системы



**Рисунок 10**

Пример адаптивной сетки дискретизации



после чего ИРИ передвигают в следующую точку. По завершении время, потраченное каждым методом, усредняется по числу повторений и по всем вычислениям в области поиска:

$$\bar{t}_i = \frac{t_{\Sigma i}}{\left(\frac{a}{\Delta x} + 1\right)\left(\frac{b}{\Delta y} + 1\right)N}.$$

Данные моделирования представлены в таблице, в

которой приводится время работы алгоритма, нормированное ко времени, затраченному методом поиска глобального экстремума  $\bar{t}_{ГЭ}$ , а также значения аномальных ошибок.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для широкобазовой пассивной распределенной системы на основе перебора по узлам сетки с последующей аппроксимацией полиномом второго порядка предложен и проанализирован метод поиска глобального максимума целевой функции, составленной на основе метода максимального правдоподобия. Учет особенностей структуры ФП и возможных допущений о ее упрощении позволил предложить три способа выбора шага при дискретизации пространства поиска.

Первый метод (ОЭШД) предполагает выбор единого шага по всем координатным осям на основании информации о расположении УБП, покрывает пространство поиска равномерной сеткой узлов и обладает наименьшим объемом предварительных вычислений. Метод НЭШД базируется на выборе различных шагов по координатным осям и обеспечивает более плотное покрытие сеткой вдоль той оси, в направлении которой целевая функция изменяется быстрее. Наконец, метод АШД, за-

ключающийся в выборе различных шагов дискретизации для пространственных ячеек, полностью покрывающих пространство поиска, позволяет покрыть все пространство поиска неравномерной сеткой. Ее узлы будут располагаться так, чтобы, с одной стороны, гарантировать нахождение глобального максимума, а, с другой, уменьшить количество вычислений целевой функции.

Для тестового примера путем имитационного моделирования было показано, что метод АШД способен сократить время поиска глобального максимума целевой функции до 12% от времени, затрачиваемого универсальным алгоритмом глобальной оптимизации. Кроме того, предложенный метод избегает аномальных ошибок, при которых вместо глобального максимума отыскивается один из соседних локальных.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-37-00395 «мол\_а», 16-36-00338 «мол\_а», 15-08-08951 «а» и стипендии Президента Российской Федерации для молодых ученых и аспирантов, осуществляющих перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики № СП-500.2016.3*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Черняк В.С.** Многопозиционная радиолокация. – М.: Радио и связь, 1993.
- 2. Knapp С.Н., Carter G.C.** The Generalized Correlation Method for Estimation of Time Delay // IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing. – 1976. – Vol. 24, № 4. – P. 320–327.
- 3. Дубровин А.В., Сосулин Ю.Г.** Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения пассивной системой // Радиотехника и электроника. – 1998. – Т. 43, № 12. – С. 1486–1494.
- 4. Дубровин А.В., Сосулин Ю.Г.** Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения пассивной системы, состоящей из узкобазовых подсистем // Радиотехника и электроника. – 2004. – Т. 49, № 2. – С. 156–170.
- 5. Дубровин А.В., Сосулин Ю.Г.** Одноэтапное оценивание местоположения источника радиоизлучения комбинированной пассивной системой // Радиотехника и электроника. 2007. – Т. 52, № 4. – С. 441–457.
- 6. Stoica P., Babu P.** The Gaussian Data Assumption Leads to the Largest Cramér-Rao Bound [Lecture Notes] // IEEE Signal Processing Magazine. – 2011. – Vol. 28, № 3. – P. 132–133.
- 7. Шевгунов Т.Я., Дубровин А.В.** Точность оценки пеленга источника радиоизлучения при нерегулярной структуре спектра в полосе анализа пассивной системы местоопределения // Журнал радиоэлектроники (М.: ИРЭ РАН). – 2014. – № 1.
- 8. Torrieri D.J.** Statistical Theory of Passive Location Systems // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. – 1984. – Vol. 20, № 2. – P. 183–198.
- 9. Kay S.M.** Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory. – Upper Saddle River. – Prentice Hall, 1993.
- 10. Fmincon.** Find minimum of constrained nonlinear multivariable function [Электронный ресурс]. – режим доступа: <http://www.mathworks.com/help/optim/ug/fmincon.html> (Дата обращения: 04.09.2016).

*Получено 09.09.16*