

Поиск по сайту:

Искать

[На главную»](#)[Контакты»](#)[Журналы»](#)[Новости»](#)[Оформление статей»](#)[Реклама в журналах»](#)[Обратная связь»](#)[Книги»](#)[О фирме»](#)

реклама



SEMIEXPO RUSSIA

semlexpo.ru



E-X-P-E ELECTRONICA

Промышленные АСУ и контроллеры

**Промышленные
Контроллеры АСУ****Указатель статей, опубликованных в журнале "Промышленные АСУ и контроллеры" в №1 2018 года.**

<< Назад

ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

A.В. Остроух, А.М. Колбасин

Автоматизированная система управления технологическими процессами производства железобетонных изделий и конструкций

[Подробнее »](#)

B.И. Доманов, A.B. Доманов, Альтахер Аббас А. Карим

Особенности работы системы управления двигателя постоянного тока с наблюдателем скорости

[Подробнее »](#)

ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

A.А. Третьяков, И.А. Елизаров, С.А. Скворцов, М.П. Оневский, В.А. Погонин

Автоматизированная испытательная установка «Искусственные легкие» средств индивидуальной защиты человека

[Подробнее »](#)

O.В. Дрозд, D.B. Капулин

Поддержка жизненного цикла интегральных схем с учетом влияния человеческого фактора на процессы коммуникации

[Подробнее »](#)

A.Ф. Рыбочкин

Автоматизированный контроль состояний пчелиных семей по их акустическим шумам, электрическим и температурным полям

[Подробнее »](#)

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

D.С. Смирнов, В.А. Иванов, М.Ю. Конышев, А.А. Двиллянский

Алгоритм обнаружения подобных записей в хранилищах данных

[Подробнее »](#)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

H.Ю. Энатская

Комбинаторный анализ схемы сочетаний с заданным размахом выборки

[Подробнее »](#)

A.А. Двиллянский, Г.А. Ермишин, А.В. Плахов

Математическая модель процесса смены структур кадров в цифровых потоках с динамическим мультиплексированием

[Подробнее »](#)

ОБОРУДОВАНИЕ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ И АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА

разделы

[«О журнале»](#)[«Архив журнала»](#)[«Тематическая направленность журнала»](#)[«Правила оформления статей»](#)[«Этапы рассмотрения и публикации статей»](#)[«Правила рецензирования статей»](#)[«Редакционная и профессиональная этика»](#)[«Обнаружение плагиата»](#)[«Редакция и редакционная коллегия»](#)[«Новости журнала»](#)

журналы

[Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика](#)[Приборостроение и средства автоматизации. Энциклопедический справочник](#)[Промышленные АСУ и контроллеры](#)[Экологические системы и приборы](#)[Авиакосмическое приборостроение](#)[Инженерная физика](#)[История науки и техники](#)[Музыка и время](#)



Компания RIDGID

Устройства для врезок

[Подробнее »](#)

Музыковедение



НОВОСТИ СИСТЕМОСТРОЕНИЯ

[Подробнее »](#)

Бюллетень Главного ботанического сада

[Новости системостроения](#)

Всеобщая история

Справочник инженера

Прикладная физика и математика

Известия академии инженерных наук им. А.М. Прохорова

Последние новости:

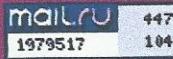
I СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ ВЫСТАВКА «ГОРОДСКОЕ ХОЗЯЙСТВО - 2018»

Выставки «Передовые Технологии Автоматизации. ПТА-Урал 2017» и «Электроника-Урал 2017» с успехом состоялись в Екатеринбурге

20-ый Сибирский промышленно-инновационный форум «ПРОМТЕХЭКСПО»

Итоги выставки Силовая Электроника

«Электроника-Транспорт 2018»: только лучшие IT решения для пассажирского транспорта!

© Издательство "НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ",
2005-2018Система управления разработана в: ananskikh.ru

НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ

Издательство научно-технической литературы

Поиск по сайту:

Искать

Промышленные АСУ и контроллеры

Промышленные Контроллеры АСУ

Аннотация к статье

<< Назад

Комбинаторный анализ схемы сочетаний с заданным размахом выборки

Н.Ю. Энатская

Производится прямой перебор исходов схемы методом графов, находится их число, определяется вероятность появления ее исходов в общей схеме сочетаний. Для исходов схемы решается задача нумерации и на ее основе предлагается алгоритм их «быстрого» моделирования.

Ключевые слова: схема сочетаний; размах выборки; задача нумерации; моделирование.

Контактная информация: E-mail: nat1943@mail.ru

Стр. 58-61.

разделы

- «О журнале
- «Архив журнала
- «Тематическая направленность журнала
- «Правила оформления статей
- «Этапы рассмотрения и публикации статей
- «Правила рецензирования статей
- «Редакционная и профессиональная этика
- «Обнаружение plagiarismа
- «Редакция и редакционная коллегия
- «Новости журнала

реклама

www.minskexpo.com
МЕЖДУНАРОДНЫЕ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ
ВЫСТАВКИ
28 февраля
2 марта 2018

SEMIEXPO RUSSIA
semlexpo.ru

electrontech
16-я
Международная
выставка

E-X-P-O ELECTRONICA

журналы

- Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика
- Приборостроение и средства автоматизации. Энциклопедический справочник
- Промышленные АСУ и контроллеры
- Экологические системы и приборы
- Авиакосмическое приборостроение
- Инженерная физика
- История науки и техники
- Музыка и время



Музыковедение

Бюллетень Главного
ботанического сада

Всеобщая история

Справочник инженера

Прикладная физика и
математика

Известия академии
инженерных наук им.
А.М. Прохорова

Последние новости:

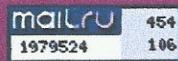
I СПЕЦИАЛИЗИРОВАННАЯ
ВЫСТАВКА «ГОРОДСКОЕ
ХОЗЯЙСТВО - 2018»

Выставки «Передовые
Технологии
Автоматизации. ПТА-Урал
2017» и «Электроника-
Урал 2017» с успехом
состоялись в
Екатеринбурге

20-ый Сибирский
промышленно-
инновационный форум
«ПРОМТЕХЭКСПО»

Итоги выставки Силовая
Электроника

«Электроника-Транспорт
2018»: только лучшие IT
решения для
пассажирского
транспорта!



© Издательство "НАУЧТЕХЛИТИЗДАТ",
2005-2018

Система управления разработана в: ananskikh.ru

Математическое обеспечение приборов и систем

Н.Ю. Энатская
канд. физ.-мат. наук, доцент
E-mail: nat1943@mail.ru
(Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»)
Москва, Российская Федерация

Комбинаторный анализ схемы сочетаний с заданным размахом выборки

Производится прямой перебор исходов схемы методом графов, находится их число, определяется вероятность появления ее исходов в общей схеме сочетаний. Для исходов схемы решается задача нумерации и на ее основе предлагаются алгоритм их «быстрого» моделирования.

Ключевые слова: схема сочетаний; размах выборки; задача нумерации; моделирование.

N. Yu. Enatskaya
Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor
E-mail: nat1943@mail.ru
(Higher School of Economics – National Research
University)
Moscow, Russian Federation

Combinatorial Analysis of Combination Scheme with Given the Range

The direct enumeration of the outcomes by the graph method fulfills and their number is find, the probability of outcomes of the scheme in the general combination scheme. The enumeration is solved for outcomes of the scheme and on this base the algorithm of their quick modelling is suggested.

Keywords: combination scheme; range of sample; enumeration problem; modelling.

Введение

Схема сочетаний – одна из основных широко распространенных в теории и практике комбинаторных схем [1... 7]. Она возникает при выборе r элементов из n различных элементов без возвращения и без учета их порядка или при размещении r неразличимых частиц по одной из n различимым ячейкам. Например, интерпретация размещения частиц по ячейкам схемы сочетаний используется в статистике Ферми-Дирака [6], а при неограниченном числе частиц в ячейке – в статистике Бозе-Эйнштейна, и является в этом случае схемой сочетаний с повторением, т. е. в отличие от схемы сочетаний – схемой выбора с возвращением или размещения частиц по ячейкам без ограничения числа частиц в каждой из них.

Схема сочетаний участвует во многих важных распространенных математических формулах: биноме Ньютона, биномиальной схеме и биномиальном распределении вероятностей, в выражениях для чисел исходов многих комбинаторных схем и т. д.

Число исходов схемы сочетаний есть $C_n^r = n! / r!(n-r)!$. (В схеме сочетаний с повторениями число исходов – C_{n+r-1}^r).

Свойства сочетаний подробно рассмотрены, например, в работе [6].

Производящая функция последовательности чисел C_n^r и C_{n+r-1}^r приведены в работах [2] и [6]:

$$\sum_{r=0}^n C_n^r x^r = (1+x)^n;$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} C_{n+r-1}^r x^r = (1+x)^{-n}.$$

Моделирование исходов схемы сочетаний приведено в работе [7].

В работах [9] и [10] проведены соответственно исследования схемы сочетаний и схемы сочетаний с ограниченным размахом по указанным в аннотации направлениям методом графов на основе визуального перечисления всех их исходов с возможностями учета различных ограничений в них.

Однако путь отбраковки исходов в более общих схемах (в данном случае схемы сочетаний и схеме сочетаний с ограниченным размахом) для перечисления исходов изучаемой схемы и ее дальнейшего анализа приводит к рассмотрению большого числа «лишних» исходов и годится для численного расчета по схеме, а для аналитического исследования схемы требуется выявление общих закономерностей в ней, которые лучше проявляются и легче улавливаются при построении процедуры прямого перечисления ее исходов, что и даст основу ее анализа.

1. Перечисление и число всех исходов схемы

Зададим параметры схемы: n – число различных номерами от 1 до n элементов схемы; r – размер выборки; S – заданный размах выборки, где под размахом выборки (исхода схемы) будем понимать максимальную разность между номерами ее элементов, т. е. между ее крайними компонентами, т. к. номера элементов в исходах будем перечислять в возрастающем порядке.

Для перечисления исходов схемы выделим из совокупности всех упорядоченных по возрастанию n номеров элементов участки подряд идущих элементов размером $(S+1)$ с единичным сдвигом, начиная с 1. Число таких сдвигов есть $d = n - S$.

Все выборки по схеме сочетаний размера r из элементов каждого участка будут исходами нашей схемы. Для исключения повторов одинаковых выборок из элементов разных участков принудительно будем включать в исход схемы крайние элементы каждого участка, а остальные $(r-2)$ элементов будем выбирать всеми способами по схеме сочетаний из остальных $(S-1)$ элементов участка. Тогда из процедуры перебора

следует формула для числа N исходов схемы

$$N = dC_{S-1}^{r-2}. \quad (1)$$

Установление порядка при перечислении и граф перечисления исходов схемы сочетаний приведен в работе [9]. Равновероятные исходы схемы сочетаний C_{S-1}^{r-2} будем изображать на графике перебора исходов нашей схемы в виде пучков размером C_{S-1}^{r-2} .

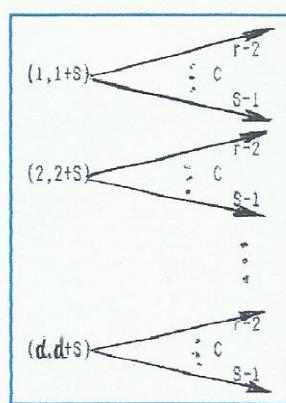


Рис. 1.

Пример 1. Пусть $n = 9, r = 3, S = 4$.

Отсюда в выражении (1) $d = 5; C_3^1 = 3; N = 15$.

Приведем график перечисления всех исходов схемы, где на первом шаге, перебирая подряд участки, фиксируем на

них крайние номера элементов, а на втором шаге добавляем к нему все исходы схемы сочетаний C_3^1 выбора остальных элементов на участке.

По графу рисунка 2 и выражению (1), получаем $N = 15$.

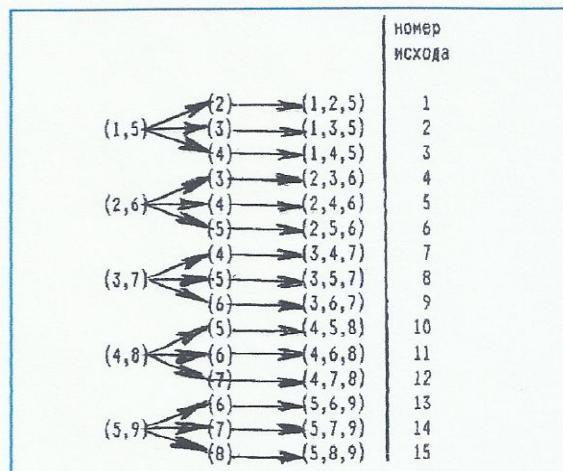


Рис. 2.

2. Вспомогательные результаты комбинаторного анализа схемы сочетаний в работе [9]

Для конкретизации используемых далее результатов схемы сочетаний приведем их в обозначениях [9], которые, пересекаясь с обозначениями исследуемой в статье схемы, будут введены только в данном пункте (а далее используемые – переобозначены):

- n – число различных элементов;
- r – объем выборки из n элементов;
- вид исхода: последовательность возрастающих r номеров элементов выборки или в терминах размещения частиц – последовательность ячеек, где пустые обозначены «0», а непустые – «1»;
- число исходов: C_n^r ;
- идея перечисления исходов (МГ): по одному, последовательно добавляем элементы до заданного числа r с равновероятным размещением их в ячейки правее последней размещенной с нумерацией в порядке перечисления.

Результаты решения задачи нумерации для исходов схемы сочетаний:

В прямой задаче нумерации по данному номеру исхода N схемы найден вид исхода $R = (n_1, \dots, n_r)$ по формулам:

$$n_1 = \min j_1 : \left\{ N \leq \sum_{s=1}^{j_1} C_{n-s}^{r-1} \right\},$$

отсюда получается значение $j_1 - n_1$.

$$n_2 = \min j_2 : \left\{ N \leq \sum_{s=1}^{j_1-1} C_{n-s}^{r-1} + \sum_{s=2}^{j_2} C_{n-s}^{j_2} \right\},$$

отсюда получаются значения j_2 и $n_2 - j_2 + n_1$ и т. д.

Общая формула для n_m , где $m = \overline{1, r}$, при $n_0 = 0$ и $C_0^0 = 1$:

$$n_m = \min j_m : \left\{ N \leq \sum_{k=1}^{m-1} \sum_{s=k}^{j_{m-1}-1} C_{n-s}^{r-k} + \sum_{s=m}^{j_m} C_{n-s}^{r-m} \right\}.$$

В обратной задаче нумерации по данному виду исхода $R = (n_1, \dots, n_r)$ схемы найден его номер по формуле

$$N = \sum_{i=1}^r \sum_{s=i}^{A_i} C_{n-s}^{r-s} + 1, \quad A_i = \sum_{j=1}^i K_j - 1,$$

где $K_i = n_i - n_{i-1}$ и пусть $n_0 = 0$.

Распределение вероятностей исходов схемы сочетаний равновероятное.

Среди способов моделирования исходов схемы сочетаний предлагается «быстрое» на основе решения прямой задачи нумерации.

В отличие от вспомогательной схемы сочетаний, исследуемую в статье схему будем называть просто схемой.

3. Задача нумерации для исходов схемы

При решении задачи нумерации будем использовать соответствующие результаты для схемы сочетаний из работы [9], приведенные в п. 2, т. е., не приводя здесь явных формул соответствия номеров и видов исходов схемы сочетаний $C_{S-1}^{r-2} = c$, будем обозначать их как N_c и R_c для выбора из элементов с номерами от 1 до $(S-1)$ с перебозначением на номера элементов участков: для i -го участка – с номера $(i+1)$ до номера $(i+S-1)$, $i = \overline{1, d}$. Для избежания громоздкости все эти формулы, данные для ясности в п. 2, в явном виде приводить не будем, заменяя для i -го участка N_c на N_i , а R_c на R_i .

3.1. Прямая задача нумерации

Пусть известен номер N^* исхода схемы по перечислению.

Требуется определить его вид $R^* = (a_1, \dots, a_r)$, где элементы выборки упорядочены по возрастанию номеров.

Шаги решения:

1) находим номер пучка $p = [(N^* + c - 1) / c]$, который совпадает с наименьшим номером элемента в выборке;

2) находим номер исхода в пучке

$$N_p = N^* \bmod c + C_{q-j}^r c, \quad \text{где } j = N^* \bmod c;$$

3) согласно работе [9] или п. 2 находим из N_c вид исхода $R_c = (a_2, \dots, a_{r-1})$;

4) пересчитываем из R_c искомый вид исхода $R^* + (a_1^*, \dots, a_{r-2}^*)$, где $a_1^* = p$, $a_i^* = a_i + p$, $i = \overline{2, r-1}$, $a_r^* = p + S$.

Пример 2. Пусть в данных примера 1 дано $N^* = 11$.

Требуется найти его вид R^* по алгоритму.

Согласно рисунку 2 $R^* = (4, 6, 8)$.

Решение:

1) $p = [(11 + 3 - 1) / 3] = 4$;

2) $j = 11 \bmod 3 = 2$; $N_c = 2$;

3) $R_c = (2)$;

4) $R^* = (4, 2 + 4, 4 + 4) = (4, 6, 8)$, что совпадает с результатом по рисунку 2.

3.2. Обратная задача нумерации

Пусть известен вид $R^* = (a_1^*, \dots, a_r^*)$ исхода схемы по перечислению. Требуется определить его номер N^* .

Шаги решения:

1) находим номер p пучка, содержащего искомый исход $p = a_1^*$;

2) пересчитываем данный вид R^* , отбрасывая крайние компоненты к стандартному виду R_c (с нумерацией элементов подряд, начиная с 1) по формуле

$$a_i = a_i^* + p, \quad i = \overline{2, r-1};$$

3) согласно работе [9] или п. 2 из R_c получаем N_c ;

4) искомый номер вычисляем по формуле $N^* = c(p-1) + N_c$.

Пример 3. Пусть в условиях примера 2 задан вид исхода $R^* = (4, 6, 8)$.

Требуется найти его номер N^* по алгоритму. Согласно рисунку 2 $N^* = 11$.

Решение: $c = C_3^1 = 3$.

1) $p = 4$;

2) $R_c = (6 - 4) = (2)$;

3) $N_c = 2$;

4) $N^* = 3(4 - 1) + 2 = 11$, что совпадает с результатом по рисунку 2.

4. Вероятность появления исходов схемы среди всех исходов схемы сочетаний

Из равновероятности всех исходов схемы сочетаний согласно работе [9] и из формулы (1) следует, что вероятность определенных в заголовке исходов схемы

$$P = (n - S) C_{S-1}^{r-2} / C_n^r.$$

5. Моделирование исходов схемы

Первый способ – отбраковкой лишних смоделированных согласно работе [9] исходов схемы сочетаний до получения нужного числа исходов.

Второй способ – отбраковкой лишних смоделированных согласно работе [10] исходов схемы сочетаний с ограниченным числом S размахом до получения нужного числа исходов.

Третий способ – «быстрое» моделирование каждого исхода по результату решения прямой задачи нумерации путем разыгрывания номера исхода по одному случайному числу.

Список литературы

1. Вilenkin N.Ya. *Комбинаторика*. М.: Наука, 1969. 323 с.
2. Riordan Dzh. *Vvedenie v kombinatornyy analiz*. Per. s angl. [Introduction to Combinatorial Analysis]. M.: Izdatelstvo inostrannoy literatury [Moscow: Foreign Literature Publishing House], 1963. 288 p.
3. Rybnikov K.A. *Vvedenie v kombinatornyy analiz* [Introduction to Combinatorial Analysis]. M.: Izdatelstvo Moskovskogo un-ta [Moscow: Publishing house of the Moscow University Press], 1985. 308 p.
4. Sachkov V.N. *Kombinatornye metody v diskretnoy matematike* [Combinatorics in Discrete Mathematics]. M.: Nauka [Publishing house «Science»], 1977. 320 p.
5. Sachkov V.N. *Vvedenie v kombinatornye metody diskretnoy matematiki* [Introduction to Combinatorial Methods of Discrete Mathematics]. M.: Nauka [Publishing house «Знание»], 1982. 308 p.
6. Feller V. *Vvedenie v teoriyu veroyatnostey i ee prilozheniya* [Introduction to probability theory and its applications]. M.: Mir [Publishing house «Peace»], 1970. 528 p.
7. Enatskaya N.Yu., Khakimullin Ye.R. *Stokhasticheskoe modelirovaniye* [Stochastic modelling]. M.: MIEM [Moscow: Publishing house of the Moscow Institute of Electronics and Mathematics], 2012. 118 p.
8. Enatskaya N.Yu., Khakimullin Ye.R. Metod grafov dlya resheniya zadach perechislitelnoy kombinatoriki // *Pribyory i sistemy. Upravlenie, kontrol, diagnostika* [Instruments and Systems. Monitoring, Control and Diagnostics]. 2014, no. 8, pp. 15–21.
9. Enatskaya N.Yu. Kombinatornyy analiz skhemy sochetaniy // *Promышленные АСУ и контроллеры*. 2015, № 8. С. 34–39.
10. Enatskaya N.Yu. Kombinatornyy analiz skhemy sochetaniy с ограниченным размахом // *Promышленные АСУ и контроллеры*. 2015, № 10. С. 28–31.

References

1. Vilenkin N.Ya. *Kombinatorika* [Combinatorics]. M.: Nauka [Moscow: Publishing house «Science»]. 1969. 323 p.

Информация об авторе

Энатская Наталья Юрьевна, кандидат физико-математических наук, доцент
E-mail: nat1943@mail.ru
Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»
101000, Российская Федерация, Москва, ул. Мясницкая, д. 20

Information about the author

Enatskaya Nataliya Yurevna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
E-mail: nat1943@mail.ru
Higher School of Economics – National Research University
101000, Russian Federation, Moscow, Str. Myasnitskaya, 20