



Андрей Бочкарев,  
Санкт-Петербургский филиал  
Национального исследовательского  
университета «Высшая школа экономики»,  
д.э.н., профессор департамента логистики  
и управления цепями поставок



Ярослава Кузьмина,  
Санкт-Петербургский филиал  
Национального исследовательского  
университета «Высшая школа экономики»,  
аспирант департамента логистики  
и управления цепями поставок

# МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОЙ ДИСЛОКАЦИИ СКЛАДОВ В ЦЕПЯХ ПОСТАВОК

## Часть I

**Аннотация.** Построение логистической цепи – стратегически важная задача практически для каждой компании. Существует множество формулировок моделей и алгоритмов решения, которые отличаются фундаментальными предположениями, математически сложны и т.п. В данной статье рассматривается классификация моделей дислокации логистических мощностей и предлагается многокритериальная модель оптимальной дислокации складов в цепях поставок.

**Ключевые слова.** Размещение мощностей, логистические сети, математическое моделирование, оптимальная дислокация складов.

**ANNOTATION.** The design of logistics chain is strategically important issue for almost every company. There is a large variety of model formulations and solving algorithms, which vary in fundamental assumption, mathematical complexity, etc. In this paper classification of models of dislocation of logistic capacities is considered and the multicriteria model of optimum dislocation of warehouses in supply chains is offered.

**KEY WORDS.** Facility location, logistics networks, mathematical modelling, optimum dislocation of warehouses.

**Задача размещения производственных мощностей занимает отдельное место в области исследования операций. Изначально в 1909 г. Альфред Вебер предложил теорию размещения, в которой решалась задача о размещении одного склада с целью минимизации общего расстояния между ним и множеством рассматриваемых потребителей.**

**Н**есмотря на то что теория была сформулирована более ста лет назад, в настоящее время все еще не существует единого общепринятого способа ее решения [3, с. 154]. Более того, анализ отечественной [1–4] и иностранной литературы [5–8] показал, что имеется большое раз-

нообразии моделей оптимальной дислокации производственных мощностей, а также методов решения данной задачи. В частности, в работе [4, с. 168–169] представлена классификация моделей смешанной дискретной оптимизации для размещения складских мощностей в цепи поставок, которая включает семь признаков классификации.

Нами предлагается классификация моделей оптимальной дислокации складских мощностей, представленная в табл. 1, которая включает десять признаков классификации.

Рассмотрим некоторые из приведенных признаков классификаций.

Первый из них – «По типу множества (потенциальных) производственных объектов». Примером моделей с непрерывным множеством являются

модели сетевой оптимизации, в которых объект может быть расположен в любой точке на плоскости. К моделям с дискретным множеством относятся модели дискретной оптимизации или смешанного целочисленного программирования, в которых выбор местоположения объектов ограничен заданным дискретным множеством.

В качестве примеров задач, отличающихся по виду целевой функции и ограничений, можно привести модели транспортной задачи с промежуточными пунктами, модели непрерывной оптимизации при определении количества и размещения объектов производственной складской и транспортной инфраструктуры на плоскости, а также модель транспортно-складской или производственно-транспортно-складской задачи.

Таблица 1.

**Классификация моделей оптимальной дислокации складских мощностей в цепи поставок**

Признак классификации	Вид
По типу множества (потенциальных) производственных объектов	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Модели с непрерывным множеством</li> <li>▪ Модели с дискретным множеством</li> </ul>
По виду целевой функции и ограничений	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Модели линейного программирования с линейным видом целевой функции и ограничений</li> <li>▪ Модели нелинейного программирования с нелинейным видом целевой функции или ограничениями</li> <li>▪ Модели смешанного программирования с бинарными переменными</li> </ul>
По количеству критериев	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Однокритериальные</li> <li>▪ Многокритериальные</li> </ul>
По наличию ограничений на мощности производственных объектов	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Модели без ограничений на мощности (UFLP)</li> <li>▪ Модели с ограничениями на мощности</li> </ul>
По количеству уровней	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Одноэтажные модели</li> <li>▪ Мультиэтажные модели</li> </ul>
По количеству видов продукции	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Однопродуктовые модели</li> <li>▪ Многопродуктовые модели</li> </ul>
По характеру периода наблюдения	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Статические модели</li> <li>▪ Динамические модели</li> </ul>
По наличию неопределенности во входных данных	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Детерминированные модели</li> <li>▪ Вероятностные модели</li> </ul>
По типу охватываемых задач	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Задачи о размещении и назначении</li> <li>▪ Задачи о размещении и маршрутизации</li> </ul>
По типу располагаемых объектов	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Модели размещения производственных мощностей</li> <li>▪ Модели размещения хабов</li> </ul>

По количеству критериев, учитываемых при моделировании и принятии решения, все модели делятся на одно- и многокритериальные. В последнее время чаще применяют процедуры многокритериальной опти-

мизации цепей поставок, например в работе [1, 2] предлагается использовать метод анализа иерархий (МАИ) для решения задачи места дислокации склада одновременно с выбором формы собственности склада.

По наличию ограничений на мощности производственных объектов модели можно разделить на две группы: без ограничений на мощности (UFLP—Uncapacitated Facility Location Problem) и с ограничениями на мощности [8, с. 27; 3, с. 6].

По количеству уровней их можно разделить на одно- и мультиэтажные. Простейший пример одноэтажной модели – UFLP, так как она рассматривает только этап транспортировки от распределительного центра до потребителя [7, с. 8–34].

Если рассматривать модели дислокации производственных мощностей с точки зрения видов продукции, то обычно выделяют одно- и многопродуктовые. В зарубежной литературе можно встретить большое разнообразие различных постановок задач, различных как по целевым функциям, так и по ограничениям. Например, в [6] предлагается многопродуктовая модель для случая реверсивной логистики.

В литературе встречаются и модели, позволяющие размещать не только производственные объекты, но и хабы, поэтому выше предлагается классифицировать модели дислокации по типу располагаемых объектов. Пример математической постановки задачи по размещению хабов предлагается в [5, с. 17–18].

В данной статье рассматривается проблема выбора модели оптимальной дислокации складов в цепи поставок дистрибуторов, работающих на рынке строительных и хозяйственных товаров. В таких цепях поставок при решении задачи об оптимальной дислокации складов возникает проблема многокритериальности, поэтому при

СКОРО В МОСКВЕ

«**ДАО ТОУОТА**»

СЕКРЕТ БЕРЕЖЛИВОГО ПРОИЗВОДСТВА

ДЖЕФФРИ ЛАЙКЕР

Бережливое производство - это главное, чему стоит научиться у японцев в области управления

8 (800) 333 67 02 | WWW.BBI.CLUB



BBI

« ...при решении задачи об оптимальной дислокации складов возникает проблема многокритериальности, поэтому при нахождении оптимального плана необходимо не просто минимизировать издержки в сети распределения, а найти компромисс между двумя основными целями – минимизацией издержек и повышением качества обслуживания клиентов...

нахождении оптимального плана необходимо не просто минимизировать издержки в сети распределения, а найти компромисс между двумя основными целями – минимизацией издержек и повышением качества обслуживания клиентов (например, сокращение времени выполнения заказа), что требует использования интегрированных моделей цепей поставок.

Рассмотрим постановку этой задачи на следующем примере. Имеется российская компания, основным видом деятельности которой является дистрибуция канцелярских, строительных и хозяйственных товаров. У компании есть два распределительных центра в Москве

и Санкт-Петербурге, а также сеть из 14 филиальных складов, расположенных в различных регионах Российской Федерации. Снабжение распределительных центров осуществляется из морских портов Санкт-Петербурга (около 90% поставок) и Владивостока, а снабжение потребителей регионов – из филиальных складов и напрямую из распределительных центров Москвы и Санкт-Петербурга. Географическое распределение продаж этой компании представлено на рис. 1. Прикрепление региональных складов

к распределительным центрам для их снабжения согласно существующей структуре цепи поставок представлено в табл. 1.

Компания столкнулась с проблемой неприемлемо высокого уровня логистических затрат (на содержание складов, доставку груза из порта на склады, доставку региональным клиентам, перемещение грузов между складами) и неудовлетворительного качества обслуживания клиентов отдельных, как правило, удаленных от распределительных центров регионов.

Следует отметить, что в статье рассматривается проблема, с которой столкнулась реальная, а не гипотетическая компания. Для данной компании нами разработан проект, целью которого является оптимизация дислокации складов и прикрепления получателей груза к складам с целью минимизации затрат в цепи поставок компании и повышения качества обслуживания клиентов.

В качестве рабочей гипотезы исследования принято предположение



Рисунок 1. Географическое распределение продаж.

Условные обозначения: ● – Москва и Московская область (38%), Санкт-Петербург и Ленинградская область (13%), (суммарная доля от общей доли продаж 51%); ● – области РФ с долей реализации более 2,2% (суммарная доля от общей доли продаж – 16%); ● – области РФ с долей реализации более 0,4% (суммарная доля от общей доли продаж – 23%)

Таблица 1.  
Прикрепление региональных складов к распределительным центрам

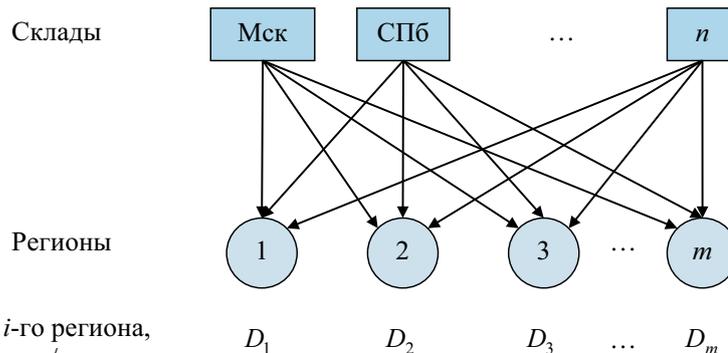
Распределительный центр	Снабжаемые филиальные склады
РЦ Москва	Волгоград
	Воронеж
	Казань
	Краснодар
	Нижний Новгород
	Ростов
	Самара
	Уфа
РЦ Санкт-Петербург	Киров
	Красноярск
	Мурманск
	Новосибирск
	Омск
	Пермь

о том, что неоптимальная дислокация складов в цепи поставок компании приводит к нерациональному перемещению грузов (прямые поставки из распределительных центров в регионы, поставки между складами и другие варианты) и, как следствие, – к завышенным логистическим затратам и увеличению времени выполнения заказов клиентов. Способ решения проблемы – разработка и оптимизация многокритериальной модели задачи о размещении складов в цепи поставок компании и оптимальное прикрепление получателей груза к складам.

Размещение центров распределения (складов) относится к типовым задачам исследования операций и подробно рассмотрено в специальной литературе. В стандартном виде этой задачи дистрибуторская компания должна создать сеть распределительных центров, из которых будет поставлять продукцию на свои рынки с целью удовлетворения прогнозируемого спроса на следующий календарный период планирования (например, на год). Цель – минимизировать сумму складских и транспортных издержек, поддерживая приемлемый уровень обслуживания потребителей. Предполагается, что спрос на следующий год известен и постоянен, известны также тарифы на доставку и складские затраты.

В рассматриваемой компании решение данной задачи осложняется необходимостью учитывать корпоративные стандарты качества обслуживания потребителей. В соответствии с ними время обслуживания большинства региональных потребителей (за исключением потребителей отдаленных регионов) не должно превышать двух дней. Следовательно, необходимо построить многокритериальную модель линейного программирования, оптимизация которой позволит выбрать

Затраты на содержание $j$ -го склада, руб./мес.	$R_1$	$R_2$	...	$R_n$
Пропускная способность складов, накладных/мес.	$S_1$	$S_2$	...	$S_n$



Спрос  $i$ -го региона, накладных/мес.

Рисунок 2. Граф транспортно-складской задачи

вариант оптимального размещения складов и оптимизировать грузопотоки в цепи поставок с целью минимизации затрат и повышения качества обслуживания клиентов в цепи поставок компании.

Рассматриваемая задача, получившая название транспортно-складской, в виде графа представлена на рис. 2.

Чтобы привести математическую формулировку задачи, введем необходимые переменные и обозначения:

$n = 16$  – количество складов;  
 $m = 79$  – количество регионов;  
 $i$  – множество индексов снабжаемых клиентов (регионов),  $i = \overline{1, m}$ ;  
 $j$  – множество индексов складов,  $j = \overline{1, n}$ ;  
 $R_j$  – ежемесячные складские затраты для  $j$ -го склада, руб./мес.;  
 $c_{ij}$  – средние затраты на доставку по одной накладной со склада  $j$  клиенту  $i$ , руб.;

$S_j$  – пропускная способность (мощность)/предложение  $j$ -го склада, выраженная в количестве накладных, ед.;

$d_i$  – общий спрос  $i$ -го региона, выраженный в количестве накладных, ед.;

$t_{ij}$  – среднее время, затраченное на доставку товара по одной накладной со склада  $j$  в регион  $i$ , дней;

$x_{ij}$  – переменная – количество накладных, отправленных со склада  $j$  в регион  $i$ , ед.;

$y_j$  – бинарная переменная, которая принимает значение 1, если склад  $j$  открыт, 0 – в противном случае.

Теперь можно перейти к математической формулировке двухкритериальной транспортно-складской задачи.

Найти значения переменных  $x_{i,j}$  и  $y_j$ , минимизирующих значение целевых функций (1) и (2):

$$\sum_i \sum_j t_{i,j} x_{i,j} \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\sum_i \sum_j c_{i,j} x_{i,j} + \sum_j R_j y_j \rightarrow \min \quad (2)$$

при ограничениях (3) – (7):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i x_{i,j} \leq S_j y_j, \quad \forall j; \quad (3) \\ \sum_j x_{i,j} = d_i, \quad \forall i; \quad (4) \\ t_{i,j} \geq 0, \quad \forall i, j; \quad (5) \\ x_{i,j} \geq 0, \quad \forall i, j; \quad (6) \\ y_j \in \{0,1\}, \quad \forall j; \quad (7) \end{array} \right.$$

Целевая функция (1) представляет собой суммарные затраты времени на доставку, а целевая функция (2) – сумму транспортных затрат (первое слагаемое) и складских затрат (второе слагаемое).

Нестрогое равенство (3) системы ограничений требует, чтобы сумма поставок множеству региональных клиентов с  $j$ -го склада не превышала мощности/предложения этого склада; ограничение (4) гарантирует, что спрос клиентов будет удовлетворен в полном объеме; ограничения (5) и (6) требуют, чтобы переменные  $t_{i,j}$  и  $x_{i,j}$  были неотрицательными; ограничение (7) показывает, что переменные  $y_j$



являются переменными выбора и могут принимать значения 0 или 1.

Следует пояснить, почему величины пропускной способности складов  $S_j$ , общего спроса регионов  $d_i$  и переменная  $x_{i,j}$  выражаются не в единицах товара, а в количестве накладных. Во-первых, каждая поставка товара с  $j$ -го склада в  $i$ -й регион многономенклатурна и уникальна в смысле номенклатуры и количества заказанного товара. Во-вторых, поскольку рассматривается двухкритериальная постановка транспортно-складской задачи, необходимо, чтобы переменная  $x_{i,j}$  была бы связана со средним временем доставки  $t_{i,j}$ . В рассматриваемой компании одним рейсом автомобиля осуществляется доставка по одной накладной. Следовательно, величины  $S_j$ ,  $d_i$  и  $x_{i,j}$  целесообразно выражать в количестве накладных.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бродецкий Г.Л., Гусев Д.А., Фель А.В. Особенности процедур многокритериальной оптимизации

- цепей поставок для обобщенных критериев выбора. Часть I // Логистика. – 2016. – №2. – С. 50–54.
2. Бродецкий Г.Л., Гусев Д.А., Фель А.В. Особенности процедур многокритериальной оптимизации цепей поставок для обобщенных критериев выбора. Часть II // Логистика. – 2016. – №3. – С. 48–52.
3. Модели и методы теории логистики: учеб. пособие. – 2-е изд. / под ред. В.С. Лукинскогo. – СПб.: Питер, 2007. – 448 с.
4. Сергеев В.И. Управление цепями поставок: учебник для бакалавров и магистров / В.И. Сергеев. – М.: Издательство Юрайт, 2015. – 479 с.
5. Andreas Klose, Andreas Drexl Facility location models for distribution system design // European journal of operational research. – 2005. – Vol.162 (1). – P. 4–29. DOI 10.1016/j.ejor.2003.10.031
6. Benaissa M., Benabdelhafid A. A multi-product and multi-period facility location model for reverse logistics // Polish journal of management studies. – 2010. – Vol. 2 (1). – P. 7–19.
7. Cristoph Bolkart Heuristic for multi-echelon facility location problems with non-linear inventory considerations. Master's thesis. – Technische Universität München. – 2014.
8. Eiselt H.A., Marianov V. Foundations of location analysis. Berlin: Springer Science+Business Media. – 2011. DOI 10.1007/978-1-4419-7572-0\_2.



02.03  
2017

Практическая конференция  
**УПРАВЛЕНИЕ СОВРЕМЕННЫМ СКЛАДОМ**  
в Санкт-Петербурге

#### В ПРОГРАММЕ КОНФЕРЕНЦИИ:

- ✓ основные тренды логистики в выступлениях ведущих экспертов
- ✓ демонстрация лидирующей на рынке системы «1С:WMS» на действующей модели склада
- ✓ выставка актуальных технологий и оборудования
- ✓ индивидуальные вопросы и консультации

РЕГИСТРАЦИЯ | +7 (495) 961-26-09 | edu.axelot.ru

