Национальная логистическая ассоциация России

Логистика и управление цепями поставок

01 (60), февраль 2014

ТЕМА НОМЕРА:

Моделирование в цепях поставок

Стратегическое планирование цепи поставок с использованием SCOR-модели

Моделирование логистической инфраструктуры транспортного узла

Реализация проекта внедрения WMS

Стохастические модели управления запасами

ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

НИУ-ВШЭ

ISSN 1727-6349

Учредители – Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики (НИУ ВШЭ)
– Национальная логистическая ассоциация
Издатель – Национальная логистическая ассоциация

ЛОГИСТИКА журнал и управление цепями поставок

ИНФОРМАЦИОННО-ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ГРУППА

Информационная группа info@lscm.ru
Реклама izdat@lscm.ru
Отдел подписки info@lscm.ru

АДРЕС РЕДАКЦИИ:
125319, Москва,
Кочновский проезд, 3, офис 522
Тел/факс: (499) 152-11-71; 152-17-07
E-mail: info@lscm.ru

С января 2008 г. журнал Логистика и управление цепями поставок включен в список ВАК

Зарегистрирован в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Регистрационный номер ПИ № 77-17 137 от 26 декабря 2003 г.
Тираж 5000 экз. Цена договорная.

СОДЕРЖАНИЕ СТР.

БОЧКАРЕВ А.А.
д.э.н., профессор кафедры логистики и организации перевозок

БОЧКАРЕВ П.А.
аспирант

Санкт-Петербургский государственный экономический университет

Проблема выбра поставщиков и оптимизации размера партии поставки в условиях изменяющегося спроса

Одной из типичных задач в логистике снабжения является задача расчета оптимального размера партии поставки, которая превращается в нетривиальную задачу, когда необходимо учесть при ее решении большое количество ограничений: по предложению поставщиков и спросу потребителей, по емкости склада, бюджетные и прочие. В работе Chirawat Woarawichai, Tarathorn Kullpattaranirun, Vichai Rungreunganun [4] предложена математическая постановка задачи расчета размера партии и выбора поставщиков с учетом площади складских помещений и бюджетных ограничений. Решение данной задачи позволяет определить величину оптимального размера партии для каждого поставщика и минимизировать общие затраты на закупки, которые включают затраты на приобретение продуктов, транзакционные издержки для поставщиков и затраты на хранение для оставшихся запасов. Предполагается, что спрос на товары известен на весь период планирования. Задача формализуется как задача линейного программирования, рассмотрим ее математическую постановку.

Введем следующие обозначения.

Индексы:

$i \in \{1,\dots,I\}$ – множество индексов продуктов;

$j \in \{1,\dots,J\}$ – множество индексов поставщиков;

$t \in \{1,\dots,T\}$ – множество индексов временных периодов.

Параметры:

$D_{i,t}$ – спрос на продукт i в период времени t;

$P_{i\,j}$ – цена продукта i у поставщика j;

H_i – затраты на хранение продукта i за период;

O_j – транзакционные издержки для поставщика j;

w_i – площадь под хранение продукта i;

S – общая площадь хранения;

B_t – закупочный бюджет за период времени t.

Переменные решения:

$X_{i\,j,t}$ – количество продуктов i, заказанных у поставщика j в период времени t;

$Y_{j,t}$ – переменная, принимающая значение 1, если сделан заказ от поставщика j в период t, иначе 0.

Вспомогательные переменные:

$R_{i,t}$ – количество продуктов i, перенесенных с периода t на период t+1.

Требуется вычислить переменные $X_{i,j,t}$ и $Y_{j,t}$, обращающие в минимум линейную форму

$$TC = \sum_i \sum_j \sum_t P_{i,j} X_{i,j,t} + \sum_j \sum_t O_j Y_{j,t} + \sum_i \sum_t H_i * \\ * \left(\sum_{k=1}^{t} \sum_j X_{i,j,k} - \sum_{k=1}^{t} D_{i,k} \right) \rightarrow \min; \qquad (1)$$

при условиях

$$\begin{cases} R_{i,t} = \sum_{k=1}^{t} \sum_j X_{i,j,k} - \sum_{k=1}^{t} D_{i,k} \geq 0, \forall i,t; & (2) \\ \left(\sum_{k=t}^{T} D_{i,k} \right) Y_{j,t} - X_{i,j,t} \geq 0, \forall i,j,t; & (3) \\ \sum_i w_i \left(\sum_{k=1}^{t} \sum_j X_{i,j,k} - \sum_{k=1}^{t} D_{i,k} \right) \leq S, \forall t; & (4) \\ \sum_i \sum_j P_{i,j} X_{i,j,t} \leq B_t, \forall t; & (5) \\ Y_{j,t} \in \{0,1\}, \forall j,t; & (6) \\ X_{i,j,t} \geq 0, \forall i,j,t. & (7) \end{cases}$$

Целевая функция показана в выражении (1), состоит из трех частей: 1) стоимость продуктов, 2) транзакционные издержки для поставщиков, и 3) стоимость хранение для оставшихся продуктов на t+1 период.

Ограничение (2) указывает на то, что ограничения по спросу должны быть выполнены в том периоде, в котором они возникли: недостача или отсылка заказа назад недопустимы. Ограничение (3) указывает на то, что нет заказов без взимания соответствующих транзакционных затрат. Ограничение (4) – это ограничения, накладываемые на площадь хранения товаров на складе. Ограничение (5) – общая стоимость закупок для каждого продукта не может превышать бюджет на период. Ограничение (6) указывают на то, что $Y_{j,t}$ булева переменная со значениями 0 или 1; а ограничение (7) – переменные решения должны $X_{i,j,t}$ принимать неотрицательные значения.

В общем случае поиск решения для подобных моделей – достаточно сложная задача. Необходимо учитывать взаимодействие между многими переменными. Например, запас на конец заданного временного периода t определяется всеми решениями о закупке и хранении товаров в период с 1 по T. Поэтому данная задача формализуется как динамическая многопериодная задача линейного программирования и решается с помощью оптимизационных пакетов, таких как LINGO 12.

Рассмотрим пример численного решения данной задачи.

Пример 1. Допустим, некая компания принимает решение о закупке трех продуктов A, B и C у трех поставщиков X, Y и Z в течение пяти временных периодов. Предполагается, что спрос на продукты известен на весь период планирования. В табл. 1 представлен спрос на три продукта в течение пяти периодов планирования $D_{i,t}$ и бюджет на закупку этих продуктов на тот же период B_t.

В табл. 2 представлены цена на три вида продуктов для каждого их трех поставщиков X, Y, Z $P_{i,j}$ и транзакционные затраты для них O_j.

Стоимость хранения для трех видов продуктов A, B, C H_i, ден. ед. и площадь под их хранение w_i, ед. представлены в табл. 3.

Общая площадь под хранение составляет S = 200 ед. Необходимо определить величину оптимального размера партии для каждого поставщика и минимизировать общие затраты на закупки.

Таблица 1

Спрос на три продукта в течение пяти периодов $D_{i,t}$, ед. и бюджетные ограничения на их закупку B_t, ден. ед.

Продукты	Спрос на продукт i в течение периода t, $D_{i,t}$, ед.				
	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5
A (i = 1)	12	15	17	20	13
B (i = 2)	20	21	22	23	24
C (i = 3)	20	19	18	17	16
Бюджет, B_t, ден. ед.	1820	2000	3500	3000	3500

Таблица 2

Цена на три вида продуктов для каждого их трех поставщиков *X, Y, Z* $P_{i,j}$, ден. ед. и транзакционные затраты для них O_j, ден. ед.

Продукты	Цена поставщика, $P_{i,j}$, ден. ед.		
	X (j = 1)	Y (j = 2)	Z (j = 3)
A (i = 1)	30	33	32
B (i = 2)	32	35	30
C (i = 3)	45	43	45
Бюджет, B_t, ден. ед.	110	80	102

Таблица 3

Стоимость хранения для трех видов продуктов *A, B, C* H_i, ден. ед. и площадь под их хранение w_i, ед.

Показатели	Продукты		
	A (i= 1)	B (i = 2)	C (i = 3)
Стоимость хранения, H_i, ден. ед.	1	2	3
Площадь под хранение w_i, ед.	10	40	50

Таблица 4

Величина заказа трех продуктов на пять периодов $X_{i,j,t}$, ед.

Продукты	Величина заказа на продукт i в течение периода t, $X_{i,j,t}$, ед.				
	t = 1	t = 2	t = 3	t = 4	t = 5
A (i = 1)	$X_{1,1,1}$ = 12	$X_{1,3,2}$ = 15	$X_{1,1,3}$ = 37	–	$X_{1,3,5}$ = 13
B (i = 2)	$X_{2,3,1}$ = 20	$X_{2,3,2}$ = 21	$X_{2,1,3}$ = 22	$X_{2,3,4}$ = 23	$X_{2,3,5}$ = 24
C (i = 3)	$X_{3,2,1}$ = 20	$X_{3,3,2}$ = 19	$X_{3,1,3}$ = 18	$X_{3,3,4}$ = 17	$X_{3,3,5}$ = 16

Результаты решения данной задачи, полученные с помощью оптимизационного пакета LINGO 12, представлены в табл. 4.

Общие затраты на закупки при этом минимальны и составляют TC=10448 ден. ед.

Сравнение данных о спросе на продукты (см. табл. 1) и о величине заказа трех продуктов на пять периодов (см. табл. 4) показывает, что спрос на продукты B и C удовлетворяется всегда закупкой в том же периоде, когда этот спрос возникает. Спрос на продукт A также в основном удовлетворяется закупкой в том же периоде, когда спрос возникает, за исключением четвертого периода (t = 4). В третьем периоде значение вспомогательной переменной составляет $R_{1,3}$ = 20 ед., т.е. 20 ед. продукта закупается в 3-м временном периоде для использования в 4-м периоде.

Таким образом, в условия постоянства спроса и постоянства цен на продукты создание запасов является не целесообразным, что и показал численный пример рассматриваемой задачи.

Сделанное допущение о том, что спрос на товары известен на весь период планирования, по нашему мнению является нереалистичным, что сужает сферу использования данной задачи в рассмотренной выше постановке. Дадим стохастическую постановку данной задачи линейного программирования.

Развитие методов линейного и смешанного целочисленного программирования, называемое *стохастическим программированием*, это заманчивый выбор для любого вида планирования (оперативного, тактического или стратегического), потому как оно позволяет менеджеру подробно анализировать неточности и управлять рисками. Основной мыслью является одновременное рассмотрение множества сценариев неизвестного будущего, каждого со своей вероятностью. Модель одновременно определяет *оптимальный случайный план* для каждого сценария и *оптимальный план упреждения*, отличающийся от всех случайных планов. Оптимизация включает в себя максимизацию (или минимизацию) ожидаемых доходов (расходов), где термин «ожидаемые» означает умножение доходов (расходов) каждого сценария на их вероятности.

Рассмотрим методику создания и оптимизации модели стохастического линейного программирования. Преобразуем рассмотренный выше численный пример задачи выбора поставщика и оптимизации размера партии поставки в условиях постоянного спроса к задаче с изменяющимся спросом, т.е. к задаче стохастического программирования.

Допустим, рассматриваемая нами компания является предприятием розничной торговли. Необходимо разработать оптимальную стратегию приобретения продуктов (товаров) в данной компании на два периода. Причем, количество приобретенного товара в первом периоде точно известно и составляет $X_{1,1,1}=12$, $X_{2,3,1}=20$, $X_{3,2,1}=20$.

Но неизвестно влияние большой рекламной кампании на количество товаров, которые компания сможет продать и, соответственно, должна приобрести во втором периоде. Анализ предыдущих рекламных кампаний и интуитивные оценки маркетингового персонала выявили три совершенно разных сценария, показанных в табл. 5.

Данные, представленные в табл. 5 показывают, что мы должны создать отдельную подмодель линейного программирования для каждого из трех сценариев второго периода, так же как и отдельную подмодель линейного программирования первого периода. Очевидно, что подмодель линейного программирования первого периода должна быть объединена с каждой из трех подмоделей второго периода, и затем оптимизирована. Рассмотрим математическую постановку данной задачи.

Используя введенные ранее обозначения коэффициентов и переменных, сформулируем модель стохастического линейного программирования.

Индивидуальная постановка стохастической многономенклатурной задачи выбора поставщиков и оптимизации размера партии поставки в условиях изменяющегося спроса на два временных период имеет вид:

$$TC = TC_0+0,25\cdot TC_1+0,5\cdot TC_2+0,25\cdot TC_3 \to \min \quad (8)$$

Таблица 5

Прогнозы продаж товаров во 2-м периоде (*t* = 2)

Продукты	Спрос на товар, $D_{i,t}$, ед.	Вероятность
	Низкий спрос (Сценарий 1)	
A (i = 1)	$D_{1,2}$ = 13	p_1 = 0,25
B (i = 2)	$D_{2,2}$ = 20	
C (i = 3)	$D_{3,2}$ = 16	
	Средний спрос (Сценарий 2)	
A (i = 1)	$D_{1,2}$ = 17	p_2 = 0,5
B (i = 2)	$D_{2,2}$ = 20	
C (i = 3)	$D_{3,2}$ = 18	
	Высокий спрос (Сценарий 3)	
A (i = 1)	$D_{1,2}$ = 18	p_3 = 0,25
B (i = 2)	$D_{2,2}$ = 20	
C (i = 3)	$D_{3,2}$ = 20	

где TC_0 общие затраты на закупки за первый период (t = 1); TC_1 общие затраты на закупки за второй период (t = 2) по 1-му сценарию (s = 1); TC_2 общие затраты на закупки за второй период (t = 2) по 2-му сценарию (s = 2); TC_3 общие затраты на закупки за второй период (t = 2) по 3-му сценарию (s = 3); p_1 = 0,25, p_2 = 0,5, p_3 = 0,25 – вероятность реализации 1-го, 2-го и 3-го сценария соответственно.

Каждая из слагаемых TC_s целевой функции (8) представляет собой подмодель следующего вида:

$$TC_s=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\sum_{t}P_{i,j}X_{i,j,t}+\sum_{j=1}^{3}\sum_{t}O_j Y_{j,t}+\sum_{i=1}^{3}\sum_{t}H_i * \left(\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{3}X_{i,j,k}-\sum_{k=1}^{t}D_{i,k}\right)+f\cdot\left(\sum_{j=1}^{3}\sum_{t}\left(\min_{j}\{P_{i,j}\}\Delta D_{i,k}\right)\right); \tag{9}$$

при условиях

$$R_{i,t}=\sum_{k=1}^{t}\sum_{j=1}^{3}X_{i,j,k}-\sum_{k=1}^{t}D_{i,k}\geq 0,\ i=1,2,3;\ t=2; \tag{10}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{T}D_{i,k}\right)Y_{j,t}-X_{i,j,t}\geq 0,\ i=1,2,3;\ j=1,2,3;\ t=2; \tag{11}$$

$$\sum_{i=1}^{3}w_i\left(\sum_{k=1}^{t}\sum_{j}X_{i,j,k}-\sum_{k=1}^{t}D_{i,k}\right)\leq S, t=2; \tag{12}$$

$$\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}P_{i,j}X_{i,j,t}\leq B_t, t=2; \tag{13}$$

$$Y_{j,t}\in\{0,1\},\ j=1,2,3;\ t=2; \tag{14}$$

$$X_{1,1,1}=12,\ X_{2,3,1}=20,\ X_{3,2,1}=20; \tag{15}$$

$$X_{1,j,t}\geq 0,\ i=1,2,3;\ j=1,2,3;\ t=2; \tag{16}$$

Очевидно, что мы объединили в целевой функции (8) три подмодели динамического линейного программирования (9)-(16). Отличия модели (9)-(16) от представленной выше модели (1)-(7) заключаются в том, что, во-первых, в данном случае горизонт планирования охватывает два временных периода. Во-вторых, в целевой функции (9) учтены издержки, связанные с дефицитом товара в k-м временном периоде, в виде

$$F_{j,k}=f\cdot\left(\sum_{j=1}^{3}\sum_{t=k}\left(\min_{j}\{P_{i,j}\}\Delta D_{i,k}\right)\right),$$

где f – штраф за дефицит (коэффициент, учитывающий увеличение стоимости товара, в случае необходимости срочной поставки); $\min_{j}\{P_{i,j}\}$ – стоимость товара, в случае необходимости срочной поставки (принимаем исходя из предположения, что закупка будет осуществляться по минимальной стоимости); $\Delta D_{i,k}=X_{i,j,k}-D^{\max}_{i,k}$ – дефицит товара в k-м временном периоде (рассчитывается исходя из предположения, что спрос на товар в k-м временном периоде будет максимальным $D^{\max}_{i,k}=\max_{t}\{D_{i,j}\}$).

В-третьих, мы вводим дополнительные ограничениями для переменных модели (15), которые означают, что количество продуктов, приобретенных в первую неделю $X_{i,j,1}$, являются константами. Таким образом, мы фактически находим оптимальное решение для второго периода планирования, поскольку решение для первого периода является исходными данными задачи.

Результат численного решения данной задачи представлен в табл. 6.

Общие затраты на закупку при этом составят TC = 4376,125 ден. ед.

Проанализируем полученное решение, для чего рассчитаем величину запасов товаров $I_{i,t}$, ед., в каждом из двух периодов планирования по формуле

$I_{i,t}=R_{i,t}+I_{i,t-1}$,

где $R_{i,t}$ – количество продуктов i, перене-

Таблица 6

Величина заказа трех продуктов на два периода $X_{i,j,t}$, ед.

Продукты	Величина заказа на продукт i в течение периода t, $X_{i,j,t}$, ед.			
	t = 1	t = 2		
		Сценарий 1	Сценарий 2	Сценарий 3
A (i = 1)	$X_{1,1,1}$ = 12	$X_{1,3,2}$ = 18	$X_{1,1,2}$ = 18	$X_{1,1,2}$ = 18
B (i = 2)	$X_{2,3,1}$ = 20	$X_{2,3,2}$ = 20	$X_{2,1,2}$ = 20	$X_{2,3,2}$ = 20
C (i = 3)	$X_{3,2,1}$ = 20	$X_{3,2,2}$ = 19	$X_{3,2,2}$ = 19	$X_{3,2,2}$ = 20

сенных с периода t на период t+1 (т.е. количество запасов, созданных в текущем периоде t); $I_{i,t-1}$ – количество запасов продуктов i, созданных в предыдущем периоде t–1.

Результаты расчетов величины запасов товаров $I_{i,t}$, ед., в каждом из периодов планирования представлены в табл. 7.

Данные, представленные в табл. 7, подтверждают очевидный факт того, что чем выше неопределенность спроса на товар, тем больше должна быть величина запаса данного товара. В рассматриваемом примере спрос на товар B является неизменным $D_{2,1} = D_{2,2}$ = 20 ед., поэтому для него величина заказа постоянна $X_{2,j,1} = X_{2,j,2}$ = 20 ед., а величина запаса равна нулю. Спрос на товар A изменяется в диапазоне от 13 до 18 ед., а на товар C – в диапазоне от 16 до 20 ед. (см. табл. 5), поэтому необходимо создавать запасы данных товаров. В то же время, обращает на себя внимание то, что в случае низкого спроса (сценарий 1) заказывать товар следует у поставщиков Y и Z, в случае среднего спроса (сценарий 2) – у поставщиков X и Y, а в случае высокого спроса (сценарий 3) – у всех трех поставщиков X, Y и Z. Таким образом, полученные решения являются неустойчивым в смысле выбора поставщиков, т.е. значений переменных $Y_{j,t}$. Не ясно, каким из них следует отдать предпочтения в случае существенного колебания величины спроса на товары рассматриваемом плановом периоде. В то же время, значения величины заказа трех продуктов во втором периоде $X_{i,j,2}$ являются достаточно устойчивыми. Так при увеличении спроса величины заказа продуктов A и B остаются неизменными, а величина заказа продута C изменяется с 19 до 20, т.е. на одну единицу.

Рассмотренный нами пример подтверждает, что математическая модель стохастической многономенклатурной задачи выбора поставщиков и оптимизации размера партии поставки в условиях изменяющегося спроса является достаточно сложной, ее оптимизация не всегда позволяет получить устойчивое решение. Но при достаточно небольшом диапазоне изменения спроса устойчивое решение может быть получено, следовательно, данную модель можно использовать для принятия решения об оптимальном размере партии для каждого поставщика, позволяющим минимизировать общие затраты на закупки. По нашему мнению, следует продолжить исследование в данном направлении, в частности, следует рассмотреть возможность использования имитационного моделирования для решения рассматриваемой задач.

Таблица 7

Величина запасов товаров $I_{i,t}$, ед., в каждом из периодов планирования

Продукты	**Величина заказа на продукт *i* в течение периода *t*, $X_{i,t}$, ед.**			
	***t* = 1**	***t* = 2**		
		Сценарий 1	**Сценарий 2**	**Сценарий 3**
A (i = 1)	$I_{1,1} = 0$	$I_{1,2} = 5$	$I_{1,2} = 1$	$I_{1,2} = 0$
B (i = 2)	$I_{2,1} = 00$	$I_{2,2} = 0$	$I_{2,2} = 0$	$I_{2,2} = 0$
C (i = 3)	$I_{3,1} = 0$	$I_{3,2} = 3$	$I_{3,2} = 1$	$I_{3,2} = 0$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бочкарев А.А. Планирование и моделирование цепи поставок. – М.: Издательство Альфа-Пресс, 2008. – 192 с.

2. Шапиро Дж. Моделирование цепи поставок / Пер. с англ. под ред. В.С. Лукинского. – СПб.: Питер, 2006. – 720 с.

3. Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования: Математические основы и практические задачи. – 3-е изд. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. – 320 с.

4. Chirawat Woarawichai, Tarathorn Kullpattaranirun, Vichai Rungreunganun Inventory Lot-Sizing Problem with Supplier Selection under Storage Space and Budget Constraints // IJCSI International Journal of Computer Science Issues, Vol. 8, Issue 2, March 2011.