Математика будущего

Mathematics Tomorrow

Edited by
Lynn Arthur Steen

Математика будущего

Составитель и редактор
Линн Артур Стин

Перевод с английского
Дмитрия Голубенко

под научной редакцией
Валентины Кириченко
и Владлена Тиморина

Второе издание

Издательский дом Высшей школы экономики
Москва, 2026

УДК 51:167
ББК 22.1:87.257
М34

https://elibrary.ru/uvhdhu

Перевод с английского *Дмитрия Голубенко*
под научной редакцией *Валентины Кириченко* и *Владлена Тиморина*

Математика будущего [Текст] / сост. и ред. Линн Артур Стин; пер. с англ. Дмитрия Голубенко; под науч. ред. Валентины Кириченко и Владлена Тиморина; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». — 2-е изд. — М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2026. — 364, [4] с. — 600 экз. — ISBN 978-5-7598-4367-2 (в обл.). — ISBN 978-5-7598-4439-6 (e-book).

Предлагаемая книга — перевод изданного в 1981 г. сборника статей американских математиков. Широкий спектр тем охватывает взаимоотношения между «чистой» и прикладной математикой, перспективные направления математических исследований, реформирование университетских программ по математике, проблемы школьного математического образования, в частности, методы борьбы с математикофобией и математической безграмотностью, вопросы гендерного равенства, научной организации и грантового финансирования. Многие из обозначенных в книге задач на «ближайшее будущее» актуальны и по сей день, спустя 40 с лишним лет после первой публикации, а предложенные авторами подходы к их решению часто звучат в современных дискуссиях. Таким образом, сборник представляет не только исторический интерес — это голос прошлого в актуальном диалоге о будущем.

Для всех, кто интересуется историей науки, философией и методологией математики, математическим образованием и организацией научных исследований.

УДК 51:167
ББК 22.1:87.257

First published in English under the title *Mathematics Tomorrow* edited by Lynn Steen, edition: 1.
This edition has been translated and published under licence from Springer-Verlag GmbH, DE, part of Springer Nature. Springer-Verlag GmbH, DE, part of Springer Nature takes no responsibility and shall not be made liable for the accuracy of the translation.

Опубликовано Издательским домом Высшей школы экономики
http://id.hse.ru

doi:10.17323/978-5-7598-4367-2

ISBN 978-5-7598-4367-2 (в обл.)
ISBN 978-5-7598-4439-6 (e-book)
ISBN 978-1-4613-8129-7 (англ.)

© Перевод на русский язык. Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 2025
© 1981 by Springer-Verlag New York Inc.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие научных редакторов перевода 7

Введение 12

Что такое математика?

Пол Халмош
Прикладная математика — плохая математика 23

Джером Спаниер
Решение уравнения — еще не решение задачи 38

Джерри П. Кинг
Неожиданное искусство математики 47

Алан Такер
Переопределяя курс математики 60

Тим Постон
Чистота приложений 72

Уильям Ф. Лукас
Рост и новые интуиции: можем ли мы ответить на вызов? 81

Изучение математики

Питер Дж. Хилтон
Избежать бегства от математики 105

Аннели Лакс, Джулианна Гроут
Изучение математики 118

Эйб Шенитцер
Преподавание математики 136

Гарольд М. Эдвардс
Читайте классиков! 149

Нил Коблиц
Математика как пропаганда 157

Вальтер Кауфманн-Бюлер, Элис Петерс, Клаус Петерс
Математики любят книги 173

Дональд Дж. Альберс
Преподаватели в заточении 181

Джордж М. Миллер
Меньшие братья уже выросли 192

Э.П. Майлс-младший
Поддержка математического образования со стороны NSF 199

Вопросы равенства

Эйлин Л. Пойани
Настоящий энергетический кризис 223

Элис Т. Шафер
Женщины и математика 238

Мариан Бойкан Пур-Эль
Семейная жизнь на расстоянии: выбор математика 273

Математика будущего

Росс Л. Финни
Приложения высшей математики 287

Энтони Рэлстон
Закат математического анализа — восход дискретной математики 308

Пол Т. Боггс
Математическое программное обеспечение: как продавать математику . . . 321

Хартли Роджерс-младший
Физика и математика 334

Тим Робертсон, Роберт В. Хогг
Читать, писать и применять статистику 344

Мейнард Томпсон
Математизация наук 353

ПРЕДИСЛОВИЕ НАУЧНЫХ РЕДАКТОРОВ ПЕРЕВОДА

Предлагаемая книга была написана очень давно, более 40 лет назад. В один год с последним подтвержденным случаем линчевания чернокожего жителя США [1]. С тех пор многое изменилось. «Математика будущего», о которой говорится в книге, — это математика сегодняшнего дня, если не вчерашнего. В книге описывается настоящее (по состоянию на 1981 г.) положение дел в математике, ее перспективы. Речь идет и о проблемах, которые предстояло решить в следующие десятилетия. Предлагаются методы решения этих проблем. Казалось бы, описанные проблемы должны были уйти в прошлое, а предложенные методы их решения — либо стать общим местом, либо доказать свою несостоятельность. Если в прошлом были предложены эффективные решения, то сами постановки задач более не актуальны. Если же существенно продвинуться в решении проблем так и не удалось, то, должно быть, методы оказались недейственны и, значит, тоже неинтересны. Таким образом, трудно было бы ожидать, что современные читатели найдут много познавательного в данной книге. Если бы это было так, ее перевод на русский язык спустя 40 лет и переиздание не имели бы смысла. Но книга удивительно актуальна — именно сейчас и именно в нашей стране. На то есть несколько глубоких причин, объяснение которых и занимает бóльшую часть предисловия.

Во-первых, актуальна постановка стратегических задач на национальном уровне. В США в начале 1980-х годов перед обществом стояли новые вызовы, связанные с диверсификацией приложений математики и увеличением спроса на математическое образование со стороны индустрии. В России наших дней говорят о вызовах цифровой экономики и связанном с ними кадровом дефиците. Частичное замещение человеческих ресурсов программными про-

[1] 21 марта 1981 г. в городе Мобил, штат Алабама, двумя членами Ку-клукс-клана был жестоко убит молодой афроамериканец Майкл Дональд. По результатам расследования убийцы были казнены, а сама организация Ку-клукс-клана в штате Алабама прекратила существование.

дуктами мотивирует смещение фокуса высшего образования на подготовку ИТ-специалистов и представителей других профессий, требующих твердого знания математики. И в очередной раз твердое знание математики — даже не знание, а способность к математическому мышлению — оказывается узким местом. С этим необходимо что-то делать. Правительство пытается принимать меры, но плохо понимает, какие именно нужны. Направление усилий меняется радикально в самые короткие промежутки времени, с каждым новым национальным проектом и с каждым новым составом правительства.

Во-вторых, в связи с назревшими и планируемыми изменениями снова встает вечный вопрос о структуре и роли математики. В США (по состоянию на 1981 г.) прошла очередная и очень крупная волна образовательных реформ. Давно стало очевидным, что знать математику должны многие, и нужно нести математическое образование в массы. В 1980-е годы этот тезис уже не надо было отстаивать, он стал очевиден. Попытки усилить школьную программу путем внедрения современных разделов математики принесли больше проблем, чем удовлетворения. Математика имеет много аспектов. На каком из них сделать наибольший акцент? С одной стороны, математика — это *часть мировой культуры*, и развитие математики неотделимо от развития человеческого мышления вообще. С другой стороны, математика — это *инструмент* для решения практических задач. Как правило, математика нужна в таких задачах, которые являются новыми и сложными, в которых не работают стандартные алгоритмы. С третьей стороны, математика — это *язык* для множества наук, изучающих окружающий мир; изначально — язык естествознания. В последнее время все больше и больше — язык экономики и социальных наук. Без использования математики уже нельзя понять процессы, происходящие в современном обществе.

Большинство реформ осуществляют прагматики, и они ориентируются на инструментальную роль математики. Такой подход может представляться разумным во многих отношениях, но имеет недостатки. Один из самых ярких — негативное отношение к математике многих выпускников школ. Признаваться в том, что «я в школе терпеть не мог математику», считается нормальным. Это не так стыдно, как говорить «я не люблю читать книги» или «меня не интересует история». Это даже может восприниматься как свидетельство определенной элитарности мышления, победы духа над примитивными инструментами телесной природы. Чтобы заинтересовать интеллектуальную элиту страны математикой, недостаточно указать на ее практическую по-

лезность — абсолютно необходимо апеллировать к ее красоте и глубине. Взгляды на роль математики из начала 1980-х годов похожи на те, которые высказываются сейчас.

В-третьих, воспроизводятся методические установки. Приведем конкретный пример, связанный с пониманием основной массы приложений математики. Считается, что в последнее время дискретная математика применяется все чаще, а непрерывная математика — все реже. Интересно, что это утверждение возникло уже давно, в частности, встречается в предлагаемой книге. Традиционная прикладная математика оперирует в основном методами дифференциальных уравнений, чаще всего — уравнений с частными производными. Это так называемая непрерывная прикладная математика. В итоге она опирается на понятие действительного числа — понятие очень глубокое, но привычное и прочно укоренившееся в современном школьном образовании. Традиционно такая математика нужна в естествознании и инженерии. Именно в этих областях математические методы находили наибольшее распространение еще 50 лет назад. Но в последнее время потребность в математике со стороны компьютерных наук и экономики берет верх. Понятно, что данные области ставят другие задачи и требуют иных концепций для решения этих задач. Так вот, возникает вопрос. Поскольку сейчас нужна другая математика, не надо ли соответственно перекроить систему математического образования? Это важный вопрос, но далеко не такой простой, как может показаться на первый взгляд. Примитивный подход, при котором из учебной программы вычеркиваются менее востребованные понятия и вводятся более востребованные, применялся неоднократно, но редко приводил к желаемым результатам. Проблема в том, что математика не сводится к набору понятий. В ее интуитивной базе, по-видимому, есть кирпичи, удаление которых приводит к разрушению всего здания. А сама интуитивная база меняется не так быстро, как приложения математики. Вопрос о смещении фокуса с непрерывного на дискретное в математическом образовании ставился в 1980-е годы (и ставится в этой книге), но на этот вопрос не получен удовлетворительный ответ и по сей день.

В 1980-е годы математика и отношение к ней стали предметом публичного дискурса. Дело в том, что к этому времени выросло поколение, получившее воспитание и основное образование в постспутниковую эпоху. Когда в 1957 г. Советский Союз запустил и вывел на орбиту «Спутник-1», правительство и средства массовой информации США были глубоко шокированы, положив

начало так называемому спутниковому кризису. Рефреном звучала мысль, что СССР вырвался вперед по интеллектуальному уровню населения, по доле экспертов, занимавшихся естественными, точными науками и инженерией. В итоге кризис привел к позитивным (для американских науки и образования) результатам. Финансирование фундаментальной науки и образования было увеличено в несколько раз. Появились Национальный научный фонд и инициативы по обновлению образовательных программ по математике. Таким образом, к началу 1980-х годов среди населения Соединенных Штатов уже вполне заметная прослойка обладала уровнем математической и естественно-научной грамотности, достаточной для того, чтобы обсуждать перспективы математики и математического образования, а также чтобы в принципе интересоваться этими вопросами. Некоторые эксперименты по обновлению образовательных программ были признаны скорее неудачными. Это относилось, в частности, к так называемой «новой математике» — попытке концептуализации школьного математического образования. Идея — весьма здравая — состояла в том, чтобы заменить зубрежку правил пониманием их сути. Например, чтобы мотивировать изучение правил сложения и умножения столбиком, в программе появились позиционные системы счисления с отличным от 10 основанием, а также основные понятия теории множеств. Провал реализации этого эксперимента — и это типично для радикальных образовательных инициатив — был связан главным образом с тем, что учителя не были готовы к преподаванию нового материала, да и сами не вполне им владели. К моменту появления этой книги в США прошла волна реформ, и наступил очередной кризис. Его особенностью стало ясное понимание потенциала математики и ее ведущей роли в научно-техническом прогрессе и, даже более общим образом, в благосостоянии общества. В то же время кадровый, финансовый и ресурсный голод вызывал серьезное беспокойство.

С позиций сегодняшнего дня ясно, что кризис начала 1980-х годов в США удалось преодолеть. Хорошо известно, что кадровую проблему помог решить комплекс продуманных мер, не прогнувшихся под «национальное самолюбие» и включавших в себя «импорт мозгов», но это последнее обстоятельство не снижает ценности результата. Сейчас правительства многих стран, в том числе и нашей страны, понимают важность и необходимость таких инструментов, хотя эффективность их уже не столь высока. Более того, к концу XX — началу XXI в. США стали признанным лидером математической науки. Эта позиция, вплоть до самого последнего времени, подкреплялась науко-

метрическими параметрами — как количественными (число публикаций), так и качественными (доля высокорейтинговых публикаций). Лишь в последние годы вперед по этим показателям вырвался Китай.

В современной России продолжается кризис математики и математического образования. Несмотря на то что исторически мы занимали очень высокие (возможно, даже наивысшие) позиции, мы стали жертвой утечки мозгов, причем их глобальный экспорт — только малая часть беды. Такие занятия, как фундаментальная наука и образование, потеряли привлекательность, и в течение 1990-х и начала 2000-х годов многие из наиболее способных ученых и преподавателей сменили либо место жительства, либо профессию. Примерно десятилетие назад ситуация перестала ухудшаться, но стабилизация произошла на довольно низком уровне. Восстановление и подъем, как хочется надеяться, уже начались, но их темпы пока скромны, а финансовые вливания (местами весьма существенные) оказывают положительное, но недостаточное влияние. Сегодня перед нами стоят очень похожие и заведомо не менее сложные задачи, чем те, о которых повествует данная книга.

Кроме «пророческого» — как будто нарочно обращенного к нашему времени — содержания, в книге есть и важная вневременная составляющая. Почти в каждой статье так или иначе ведется живое обсуждение вечных вопросов математики. Что такое математика? Кто такие математики? «Открывают» математики результаты или «изобретают»? Что такое прогресс в математике? Что такое красота? Как математическая строгость соотносится с озарением? Эти вопросы неизменно возникают и горячо обсуждаются в каждом новом поколении математиков, так что порой кажется, что современные математики ведут беседу с математиками прошлого, иногда отделенными от нас несколькими тысячелетиями. Конечно, данная книга не перенесет нас настолько далеко в прошлое, но и 40 лет — немалый срок. Читая книгу, убеждаешься, что у математиков есть общие и очень глубокие интересы, даже если мы живем в разные эпохи и принадлежим разным культурам. Поэтому там, где это показалось уместным, мы добавляли комментарии современных математиков, дополняющие и подтверждающие мысли авторов статей, а иногда полемизирующие с ними. Надеемся, что читателю будет интересно следить за диалогом.

Валентина Кириченко и Владлен Тиморин

Черноголовка, ноябрь 2021 г.

ВВЕДЕНИЕ

В наши дни математика переживает кризис. По мере того как потребность в математической грамотности возрастает, процент американских студентов, намеревающихся изучать математику, снижается, а оценки абитуриентов неуклонно ухудшаются. В то время как фундаментальная математика достигает невиданных высот, увеличивающееся разнообразие прикладных областей создает угрозу распада математики на различные и часто враждебные друг другу науки.

Кризис математики сулит трудности ученым и инженерам, в научных и даже в политических кругах начинают бить тревогу. Отмечая рост «научной и технической безграмотности» и «угасание стремления нашей нации к превосходству в естественных науках, математике и технологиях», авторы отчета NSF [1], подготовленного по заказу президента США, предупреждают о серьезных негативных последствиях публичной безграмотности в науке: «В наши дни во многих сферах деятельности, далеких от науки… требуется более глубокое понимание технологий, чем когда-либо прежде. Однако наша система образования не способна сформировать такое понимание». Согласно этому докладу, современные тенденции создают угрозу нехватки математиков и инженеров. «Существует опасность, что количество потенциальных ученых и инженеров уменьшится, даже если потребность в таких людях будет расти». Пора всерьез рассмотреть перспективы математики.

Данный сборник статей, посвященных возможным формам математики в будущем, — продолжение книги «Математика сегодня: двенадцать неофициальных очерков», написанной три года назад под руководством Объединен-

[1] Science and Engineering Education for the 1980s and beyond / prep. by Nat. Sci. Foundation and the Dep. of Education. Washington D.C., 1980. NSF (National Science Foundation, Национальный научный фонд) — американское грантовое агентство, занимающееся поддержкой научных исследований. Директора и заместителя директора NSF назначает президент США при одобрении Сената. Отечественный аналог — РНФ (Российский научный фонд). — *Примеч. науч. ред.*

ного проектного комитета по математике и CBMS[2] при поддержке NSF. Хотя «Математика будущего» развивает тему «Математики сегодня...», эти книги во многом отличаются друг от друга. Главное отличие заключается в том, что «Математика будущего» — сборник мнений и предсказаний вектора развития математики и математического образования в недалеком будущем. Это не продукт Объединенного проектного комитета по математике или CBMS. Ни одна из этих организаций ни в какой мере не несет ответственности за мнения, изложенные в данной книге. «Математика будущего» — труд отдельных личностей, а не официальной математической организации.

Авторы статей, опубликованных в этой книге, — опытные педагоги и исследователи, представители разных частей математического сообщества. Здесь они выступают как люди, серьезно озабоченные развитием математики и математического образования. Некоторые из них ратуют за радикальные реформы, указывая на внезапно возросший спрос на математическое моделирование и дискретную математику. Другие же настаивают на сохранении традиционной ценности математики как языка науки, формального выражения ее структуры. Но всех авторов волнует то, как мы передаем природу и ценность математики нашим детям. От математического образования сегодня зависит математика будущего.

Мы начинаем с расследования старого как мир противостояния «чистой» и прикладной математики. Это противостояние — яркое выражение двуликости математики. Она обладает как элегантностью, так и мощью, ее стандарты истинности одновременно эстетичны и прагматичны; математика в самом деле объединяет в себе и искусство, и науку. Однако многие люди, изучающие математику или занимающиеся ею профессионально, воспринимают важность этих особенностей по-разному.

[2] CBMS (Conference Board of the Mathematical Sciences, Консультативный совет в области математических наук) — зонтичное объединение американских организаций, связанных с поддержкой развития математических наук. В настоящее время в состав CBMS входят 19 организаций, в том числе AMS (American Mathematical Society, Американское математическое общество), MAA (Mathematical Association of America, Математическая ассоциация Америки) и SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics, Общество индустриальной и прикладной математики). — *Примеч. науч. ред.*

Пол Халмош, Джерри Кинг и Тим Постон провозглашают — каждый по-своему — важность сохранения абстрактной красоты в образовании. Математика открывает Халмошу «захватывающе сложную» логическую структуру Вселенной. Кинг считает, что математика так же, как музыка или поэзия, имеет «эстетическую ценность». Для Постона «интеллектуальная гармония» столь же ощутима и ясна, как музыкальный тон. Они считают, что «чистая» математика отличается от прикладной так же, как поэма от законопроекта.

В то же время Джером Спаниер утверждает, что сила математики не в полной мере раскрывается ее внутренней структурой, а «решение уравнения» — еще не решение задачи. По мнению Спаниера, математика — не изолированная область умственной деятельности, а часть общего процесса научного моделирования. Согласно Алану Такеру, современные прагматичные студенты «голосуют ногами», выбрав новые, бурно развивающиеся прикладные области в качестве основного поля своих исследований. Современная наука регулярно ставит перед математикой новые задачи и насыщает ее новыми объектами и конструкциями. В заключительной статье первого раздела Уильям Лукас рассматривает новые компоненты этого процесса и замечает, что теория принятия решений ставит перед современной математикой вызов, подобно тому, как поколение назад это делала физика. Природа математики глубоко зависит от характера задач, появляющихся изначально в других науках.

Это противостояние между «чистой» и прикладной математикой не должно вызывать ни удивления, ни сожаления. На самом деле такое противостояние — основной источник открытий в математике: сначала теория догоняет практику, затем практика поглощает новую теорию, заставляет ее работать. Такая модель развития возникла с появлением самой математики. Древнегреческие исследования чистых форм конических сечений привели, около 2000 лет спустя, к моделям планетарных орбит, а практическая арифметика Древнего Египта привела в наше время к эзотерическим результатам в абстрактной области теории чисел, которую Г.Х. Харди горделиво называл самой бесполезной теорией в математике[3]. Эти древние примеры иллюстри-

[3] В 1940 г. в своем знаменитом эссе «Апология математика» Харди написал: «Никому еще не удалось обнаружить ни одну военную, или имеющую отношение к войне, задачу, которой служила бы теория чисел или теория относительности, и маловероятно, что кому-нибудь удастся обнаружить нечто подобное, на сколько бы

руют силу не только «чистой» и прикладной математики, но и взаимодействия между ними. Подобные свидетельства можно найти и в современной математике: не так давно созданные абстрактные теории графов и матриц оказались полезными при разработке компьютерных сетей, в корне меняющих наш образ жизни и работы, а компьютерная революция порождает новые области исследований в «чистой» математике, например анализ алгоритмов.

Что действительно является новостью сегодняшнего дня: многие наши соотечественники либо не обратили внимания на бурное развитие математики и ее приложений, либо испугались его. В то время как наука и общество все больше зависят от плодов математики, мы все чаще слышим о боязни математики и о математической безграмотности. Требования к математическому образованию растут, при этом, похоже, что и результаты, и отношение обучающихся к предмету изучения ухудшаются. Согласно упомянутому выше отчету, только треть школьных округов США требуют изучать математику более одного года. «В наши дни больше школьников, чем когда-либо ранее, прекращают изучать математику и естествознание после 10-го класса, и нет никаких признаков перелома этой тенденции»[4]. Настоящий кризис математики заключается в плачевном состоянии математического образования. Непонятно, как в таких условиях сама математика может оставаться сильной.

В статье, открывающей второй раздел, Питер Хилтон утверждает, что бегство от математики — не патология, а «совершенно здравая» реакция на математическую программу начальной школы, которая часто, увы, — отталкивающая, бессмысленная и скучная. Современные учителя — ученики прошлого, а из современных учеников вырастут учителя будущего. Поэтому отторжение порождает отторжение — и так далее до бесконечности. «Чем

лет мы ни заглядывали в будущее» (*Харди Г.Г.* Апология математика / с предисл. Ч.П. Сноу; пер. с англ. Ю.А. Данилова. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотичная динамика», 2000. С. 85). Это его предсказание опровергнуто временем. В 1977 г. теория чисел сослужила хорошую службу криптографии — чистые и абстрактные теоремы, такие как малая теорема Ферма и китайская теорема об остатках, легли в основу алгоритма RSA, одного из самых популярных методов шифрования с открытым ключом. А без теории относительности современные спутниковые навигаторы были бы абсолютно непрактичны — они давали бы ошибку в десятки километров. — *Примеч. науч. ред.*

[4] Science and Engineering Education… (см. сн. 1 на с. 12).

больше волнуется учитель, — отмечают Аннели Лакс и Джулианна Гроут во второй статье этого раздела (с. 122), — тем глубже он застревает в колее шаблонных правил и зубрежки». Лакс и Гроут уверены в том, что преподавание математики должно развивать активное взаимодействие двух типов мышления: аналитического и эвристического. Развивая эту тему в следующей статье, Эйб Шенитцер демонстрирует на конкретных примерах, что математику можно преподавать эвристически, встроив каждую тему в соответствующий контекст. В статье «Читайте классиков!» (с. 153) Гарольд Эдвардс утверждает, что история — важный контекст, которому преподаватели не уделяют должного внимания. «История сделала нас такими, какие мы есть сейчас, она — наш источник информации…».

В свою очередь, Нил Коблиц иллюстрирует последствия некорректно использованной математики: он показывает, как пропагандисты с помощью ловко подобранных примеров применяют математику для запутывания вместо пояснения, запугивания вместо поддержки и создания «ложного представления о точности и глубине». В статье Коблица ставится много задач математическому образованию, не в последнюю очередь — задача довести уровень грамотности сограждан до такого состояния, при котором они смогут сами разоблачать математический обман.

Последние четыре статьи в этом разделе посвящены скорее состоянию математического образования, чем его содержанию. Трое опытных математических книгоиздателей — Вальтер Кауфманн-Бюлер, Клаус и Элис Петерс — изложили свое представление о том, как роль книг и издателей может измениться в эпоху персональных компьютеров. Тексты Дональда Альберса и Джорджа Миллера повествуют о перспективах математического образования в двухлетних колледжах, в которых в настоящее время учится более половины всех студентов США. Преподаватели колледжей испытывают серьезные проблемы. Около половины преподавателей математики — совместители, очень немногие из них принимают активное участие в разработке учебных программ или в повышении собственной квалификации, а подавляющее большинство преподавателей, будучи уже немолодыми, не могут приспособиться к революционным переменам в математике, уже коснувшимся их учеников.

Готовность учить новой математике, математике 1980-х, — вызов для преподавателей. Судя по всему, без существенной поддержки они не смогут принять этот вызов. В последней статье второго раздела Э.П. Майлз-младший

вспоминает историю взлета и падения проекта NSF по повышению квалификации учителей и совершенствованию учебных программ. На пике своего развития — в начале 1960-х годов, после запуска «Спутника-1», — NSF распределял финансирование примерно поровну между научными и образовательными программами. Сейчас расходы на образование в области точных наук составляют менее 10% бюджета NSF, что, возможно, отражает продолжительное пренебрежение к этой области, приведшее также к фобиям и неуспеваемости — эпидемиям современного математического образования в США. Сравнение американского математического образования с советским показывает (в недавнем докладе Айзека Уирзапа, сотрудника NSF), что советских школьников, изучающих анализ, физику и химию, примерно в 20 раз больше, чем американских. В приведенном выше отчете подчеркивается эта проблема: «Снижение акцента на математике и естественных науках в наших школах резко контрастирует с другими промышленно развитыми странами. Япония, Германия и Советский Союз обеспечивают тщательную подготовку в области естественных наук и математики для всех своих граждан» [5].

Скорее всего, ввиду надвигающегося дефицита инженеров и программистов, в ближайшие годы изменятся схемы поддержки математического образования в США. Но даже эти возможные изменения вряд ли способны полностью приостановить уход преподавателей. В 1980/81 учебном году почти 25% преподавательских вакансий в США были заполнены недостаточно квалифицированными кандидатами. Видимо, нехватка школьных учителей математики только усугубится в 1980-е годы, в то время как и выпускники университетов, и наиболее квалифицированные преподаватели найдут лучше оплачиваемую работу в компьютерной индустрии или технике.

В третьем разделе нашего обзора перспектив математики затрагивается одна из самых вопиющих проблем XX в. — отказ девушек от школьных курсов по выбору, посвященных естественным наукам и математике. Эйлин Пойани и Элис Шафер исследуют роль, которую играет математика как критический фильтр в выборе карьеры. «Нравится нам это или нет, математика открывает двери карьерного роста», однако на тестах SAT [6] девушки

[5] Science and Engineering Education…

[6] SAT (Scholastic Aptitude Test, или Scholastic Assessment Test, тест академических способностей, или тест для оценки академических навыков) — стандартизи-

в среднем набирают на 50 баллов меньше, чем юноши, а среди слушателей курсов математического анализа девушек в 4 раза меньше, чем юношей, и эта пропорция почти не меняется. Чтобы описать контекст нынешних проблем, Шафер вспоминает, с какими сложностями столкнулись шесть выдающихся женщин-математиков прошлого и чего эти женщины в итоге добились. Некоторым из них отказали в поступлении в университет (из-за их пола), кому-то из них не присудили заслуженной ученой степени, а также, будучи женщинами, они не получили тех должностей, для которых обладали достаточной квалификацией. Мариан Бойкан Пур-Эль предлагает современный взгляд на проблему, рассказывая, с какими семейными и карьерными трудностями придется столкнуться женщине-математику. Каждая из этих трех статей наводит на мысль о том, как решить проблему нехватки математически подготовленных специалистов — чаще использовать математические таланты женщин.

В заключительном разделе сборника мы предлагаем вниманию читателя различные взгляды на математику будущего, размышления о том, как математика рискует превратиться в набор слабо связанных между собой дисциплин. Развитие математических методов в прикладных дисциплинах ускорилось благодаря нескольким причинам: взлету информатики, прагматизму современных студентов, современным требованиям точных наук, общественной реакции на перегруженность и недостатки теоретически ориентированной «новой математики». В силу этих, а также многих других причин приложения математики легли в основу практически всех реформ учебных программ в наше время.

В первой статье последнего раздела, написанной Россом Финни, демонстрируются простые, но полезные примеры из прикладной математики, встречающиеся в инновационных учебных материалах проекта Undergraduate Mathematics Applications Project (проект приложений бакалаврской математики).

рованный экзамен, результаты которого учитываются университетами США в ходе приемной кампании. В чем-то роль SAT схожа с ролью Единого государственного экзамена (ЕГЭ) в РФ, но главное отличие состоит в том, что SAT принадлежит частной некоммерческой организации (College Board) и администрируется другой частной некоммерческой организацией (Educational Testing Service). Максимальное число баллов, которое можно набрать в SAT, составляет 1600. Более 1550 баллов набирают менее 1% абитуриентов. — *Примеч. науч. ред.*

Приведенные Финни примеры показывают не только то, что математика может применяться интересными способами — при определении минутного объема сердца, составлении расписания работы охранников тюрьмы или для анализа состава законодательных органов, — и не только то, что наличие таких примеров делает изучение математики более привлекательным, но и то, что в реальности прикладная математика использует методы и подходы, редко встречающиеся в стандартных учебниках.

Следующие четыре статьи посвящены конкретным областям прикладной математики. Энтони Рэлстон знакомит нас с новой большой областью дискретной математики, которая расцвела благодаря современной компьютерной революции. Рэлстон считает, что дискретная математика — парадигма нашего времени, такая же, как в прошлом математический анализ. Продолжая тему компьютерной математики, Пол Боггс рассуждает об уникальной роли программного обеспечения как продукта, который может быть и демонстрацией силы математики, и даже товаром; программное обеспечение для математических расчетов — важный продукт симбиоза математики и компьютерных наук, экономически ценный, наглядный и практически осязаемый. Хартли Роджерс-младший, Тим Робертсон и Роберт Хогг пишут о двух близких родственниках математики — физике и статистике. Каждая из этих областей вносит — пусть и совершенно по-разному — вклад в развитие математики. Развивающиеся связи этих областей с математикой сильно изменят природу математического образования в следующие десятилетия.

Наконец, Мейнард Томпсон всесторонне анализирует взаимоотношения математики и других наук, особо отмечая разницу между математическим моделированием в устоявшихся физических науках и моделированием в биологических и недавно зародившихся социальных науках.

Взгляд на математику, изложенный в этих эссе, похож на замедленную съемку взрыва. Мощные силы, высвобождаемые интеллектуальной энергией ядра «чистой» математики, расширяют математику во всех направлениях. Когда волны новых идей проходят по смежным с математикой областям науки, эти области усиливаются и принимают на вооружение новые понятия и методы исследования. Хотя в конце концов эти новые силы станут частью естественных наук, сейчас они — мощная, бурно растущая часть прикладной математики. Энергия же в ядре математики велика как никогда, пусть даже и меньше людей, чем ранее, достигают этого ядра. Те же, кто достиг его, говорят о мощных связях, объединяющих самые главные концепции «чистой»

математики. Это новое единство — которому «Математика сегодня...» уделяет больше внимания, чем эта книга — закрепляет постоянство интеллектуальной силы, провоцирующей современный взрыв прикладной математики. Вызов математике завтра — укротить эту силу и убедиться, что будущие поколения смогут эффективно ею пользоваться.

Линн Артур Стин

Нортфилд, Миннесота
Январь 1981 г.