НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА
ЭКОНОМИКИ
ЛИЦЕЙ

Хочу в Лицей!

МАТЕМАТИКА

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ВСТУПИТЕЛЬНЫМ ЭКЗАМЕНАМ ПО МАТЕМАТИКЕ

в 8-й класс Лицея НИУ ВШЭ

А.В. Гиляровская
Ю.С. Рудько
А.Ф. Салимова
О.В. Смирнова

Второе издание

Издательский дом
Высшей школы экономики
МОСКВА, 2026

УДК 51(075)
ББК 22.1я7
М34

https://elibrary.ru/iswcyo

Учебное пособие рекомендовано к изданию
Педагогическим советом Лицея НИУ ВШЭ

Пособие подготовлено сотрудниками кафедры математики Лицея НИУ ВШЭ

Общая редакция: А.Ф. Салимова

М34 **Материалы для подготовки к вступительным экзаменам по математике в 8-й класс Лицея НИУ ВШЭ** / А. В. Гиляровская, Ю. С. Рудько, А. Ф. Салимова, О. В. Смирнова; под общ. ред. А. Ф. Салимовой; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики», Лицей НИУ ВШЭ. — 2-е изд. — М.: Изд. дом ВШЭ, 2026. — 46 с. — (Хочу в Лицей!). — 1000 экз. — ISBN 978-5-7598-4368-9 (в обл.). — ISBN 978-5-7598-4441-9 (e-book).

Настоящее пособие предназначено для учащихся 7-х классов, которые планируют поступать в 8-й класс Лицея НИУ ВШЭ. В пособии приведены демонстрационные варианты 1-го и 2-го этапов вступительных испытаний в 8-й класс Лицея НИУ ВШЭ, разборы заданий из этих вариантов, описаны критерии оценивания. Представлены варианты для самостоятельной подготовки к вступительным испытаниям 1-го и 2-го этапов в 8-й класс.

УДК 51(075)
ББК 22.1я7

Опубликовано Издательским домом Высшей школы экономики
http://id.hse.ru

doi:10.17323/978-5-7598-4368-9

ISBN 978-5-7598-4368-9 (в обл.)
ISBN 978-5-7598-4441-9 (e-book)

© Гиляровская А.В., Рудько Ю.С., Салимова А.Ф., Смирнова О.В., 2024

Содержание

Литература, рекомендуемая для подготовки 4
Структура работы 5
Вступительные испытания 1-го этапа в 8-й класс 2023 г. 6
Решения заданий демоверсии 1-го этапа 7
Вступительные испытания 2-го этапа в 8-й класс 2023 г. 11
Решения заданий демоверсии 2-го этапа 12
Вступительные испытания 1-го этапа в 8-й класс 2024 г. 15
Вступительные испытания 2-го этапа в 8-й класс 2024 г. 16
Задачи для подготовки 17
1. Вычисления 17
2. Проценты 19
3. Линейная функция 20
4. Преобразование буквенных выражений 22
5. Текстовые задачи 25
6. Элементарная теория чисел 27
7. Линейные уравнения и их системы 29
8. Геометрия 33
Примеры вступительных испытаний 35
Вариант 1 35
Вариант 2 36
Вариант 3 37
Вариант 4 38
Вариант 5 39
Вариант 6 40
Вариант 7 41
Вариант 8 42
Вариант 9 43
Примеры заданий устного собеседования 44

Литература, рекомендуемая для подготовки

1. Математика. Алгебра. 7-й класс. Учебник: базовый уровень. Учебник / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С.Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. Изд. 15-е, стер. М.: Просвещение, 2023.

2. Алгебра. 7-й класс. Учебник: углубленный уровень / Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, И.Е. Феоктистов. Изд. 4-е, стер. М.: Просвещение, 2022.

3. Математика. Алгебра. 7-й класс. Учебник / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2023.

4. Математика. Геометрия. 7-й класс. Учебник / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир; под ред. В.Е. Подольского. М.: Просвещение, 2023.

5. Геометрия. 7-й класс / В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Прасолов; под ред. В.А. Садовничего. М.: Просвещение, 2022.

6. Сборник задач по алгебре. 8–9-й классы. Учебное пособие / М.Л. Галицкий, А.М. Гольдман, Л.И. Звавич. Изд. 27-е, стер. М.: Просвещение, 2023.

7. *Гордин Р.К.* Геометрия. Планиметрия. 7–9-й классы. М.: МЦНМО, 2004.

Структура работы

Вступительные испытания 1-го этапа проходят все абитуриенты, поступающие в 8-й класс Лицея НИУ ВШЭ. Работа представляет собой тест и состоит из 10 заданий с открытым ответом. Ответом к заданию является целое число или конечная десятичная дробь с 1–2 знаками после запятой. Проверка ответов осуществляется с помощью информационных технологий.

Задания оцениваются по шкале, приведенной в таблице:

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Количество баллов	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1,5

Вступительные испытания 2-го этапа проходят все поступающие на специализацию «Математика и физика» 8-го класса Лицея НИУ ВШЭ, написавшие тест на достаточное количество баллов, установленное Приемной комиссией. Вступительное испытание представляет собой письменную работу, которая состоит из 5 заданий с развернутым ответом. Проверка решений осуществляется по критериям, установленным Приемной комиссией Лицея НИУ ВШЭ.

Задания оцениваются по шкале, приведенной в таблице:

Номер задания	1	2	3	4	5
Количество баллов	3	3	4	5	5

Темы для подготовки: натуральные, целые, рациональные числа, действительные числа, проценты; линейные уравнения с одной переменной, текстовые задачи на составление уравнений; координатная плоскость и координатная прямая, линейная функция и ее график, взаимное расположение графиков линейных функций; системы линейных уравнений и методы их решения; степень с натуральным и нулевым показателем и ее свойства; многочлены и арифметические операции над многочленами, формулы сокращенного умножения, выделение полного квадрата; разложение многочлена на множители, сокращение алгебраических дробей.

Точки, прямые, отрезки, лучи. Сравнение отрезков и углов. Смежные и вертикальные углы, перпендикулярные прямые. Треугольники, виды треугольников. Признаки равенства треугольников. Сумма углов треугольника. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Неравенство треугольника. Медианы, биссектрисы, высоты треугольника. Свойства и признаки равнобедренного треугольника. Свойства прямоугольного треугольника. Параллельные прямые. Свойства и признаки параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой, расстояние между параллельными прямыми. Свойства серединного перпендикуляра и биссектрисы угла.

Вступительные испытания 1-го этапа в 8-й класс

Задания по **математике 2023 демо**
Выполните задания (10 баллов)

1 *(0,5 балла)* Найдите значение выражения

$$\left(-1\frac{3}{7}\cdot a^2 b\right)^3 \cdot \left(\frac{49\,b}{a^3}\right)^2 \cdot \frac{1}{b^5}$$

при $a = -2{,}07$, $b = -\dfrac{3}{5}$.

2 *(1 балл)* Решите уравнение

$$\frac{4x}{3} + \frac{2x-3}{9} = \frac{3x}{2} - \frac{x+5}{4}.$$

3 *(1 балл)* Найдите значение выражения

$$\left(-13{,}8\cdot\frac{5}{21} + 3\frac{1}{14} : \frac{3}{7}\right)\cdot 42.$$

4 *(1 балл)* Когда Александр называет число, он всегда увеличивает его вдвое, втрое или вчетверо, а когда Тимур называет число, он всегда добавляет к нему 5 или вычитает из него 5. Когда Тимур спросил Александра, сколько у него детей, Александр ему ответил. Затем Тимура спросили, какое число назвал Александр. Тимур ответил, что 8. Сколько детей у Александра?

5 *(1 балл)* Найдите сумму чисел НОК(12; 21; 27) и НОД(133; 343).

6 *(1 балл)* Первое число на 15% больше 25. Второе число на 11% меньше 40. Эти два числа умножили. Сколько процентов полученное в результате умножения число составляет в числе 2047?

7 *(1 балл)* Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 7 - 2(y - x) = 5x + 3, \\ 3x + 4y = 2 - (4y + 2x). \end{cases}$$

В ответ запишите значение выражения $x + y$.

8 *(1 балл)* В треугольнике KMP с углом KMP, равным 74°, биссектрисы MA и PB пересекаются в точке D. Найдите градусную меру угла BDK.

9 *(1 балл)* Мама дала Даше деньги и отправила ее в магазин за молоком и конфетами. Без сдачи Даша может купить 2 пакета молока и 3 пачки конфет или 4 пакета молока и 2 пачки конфет. Про молоко Даша забыла и купила на все деньги только конфеты. Сколько пачек конфет принесла домой Даша?

10 *(1,5 балла)* Найдите все те значения параметра a, при которых любое число x является решением уравнения

$$24x - 3(4 - x) = 2ax - 12.$$

1 Найдите значение выражения

$$\left(-1\frac{3}{7}\cdot a^2b\right)^3\cdot\left(\frac{49\,b}{a^3}\right)^2\cdot\frac{1}{b^5}$$

при $a=-2{,}07$, $b=-\dfrac{3}{5}$.

Решение. Воспользуемся свойствами степеней и преобразуем выражение:

$$\left(-1\frac{3}{7}\cdot a^2b\right)^3\cdot\left(\frac{49\,b}{a^3}\right)^2\cdot\frac{1}{b^5}=\left(-\frac{10}{7}\right)^3a^6b^3\cdot\frac{49^2b^2}{a^6}\cdot\frac{1}{b^5}=-\frac{10^3\cdot7^4a^6b^5}{7^3a^6b^5}=-7000.$$

Ответ: -7000.

2 Решите уравнение

$$\frac{4x}{3}+\frac{2x-3}{9}=\frac{3x}{2}-\frac{x+5}{4}.$$

Решение. Умножим обе части уравнения на 36:

$$36\cdot\frac{4x}{3}+36\cdot\frac{2x-3}{9}=36\cdot\frac{3x}{2}-36\cdot\frac{x+5}{4},$$

$$12\cdot4x+4\cdot(2x-3)=18\cdot3x-9\cdot(x+5).$$

Раскроем скобки и приведем подобные слагаемые:

$$48x+8x-12=54x-9x-45,\ 56x-12=45x-45.$$

Слагаемые, содержащие неизвестное, перенесем влево, а не содержащие — вправо. Затем находим корень.

$$56x-45x=-45+12,\ 11x=-33,\ x=-\frac{33}{11},\ x=-3.$$

Ответ: -3.

3 Найдите значение выражения

$$\left(-13{,}8\cdot\frac{5}{21}+3\frac{1}{14}:\frac{3}{7}\right)\cdot42.$$

Решение.

$$-13,8\cdot\frac{5}{21}+3\frac{1}{14}:\frac{3}{7}=-13\frac{8}{10}\cdot\frac{5}{21}+\frac{3\cdot14+1}{14}\cdot\frac{7}{3}=$$

$$=-13\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{21}+\frac{43}{14}\cdot\frac{7}{3}=-\frac{69}{5}\cdot\frac{5}{21}+\frac{43}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{43}{6}-\frac{69}{21}=$$

$$=\frac{43}{6}-\frac{23}{7}=\frac{43\cdot7-23\cdot6}{6\cdot7}=\frac{163}{42},$$

$$\frac{163}{42}\cdot42=163.$$

Ответ: 163.

4 Когда Александр называет число, он всегда увеличивает его вдвое, втрое или вчетверо, а когда Тимур называет число, он всегда добавляет к нему 5 или вычитает из него 5. Когда Тимур спросил Александра, сколько у него детей, Александр ему ответил. Затем Тимура спросили, какое число назвал Александр. Тимур ответил, что 8. Сколько детей у Александра?

Решение. Тимур назвал число 8. Это означает, что Александр ему назвал либо 3, либо 13. Это следует из того, что Тимур либо прибавляет 5, либо вычитает из него 5. В силу того что Александр либо удваивает, либо утраивает, либо увеличивает число в 4 раза, названное Александром число должно быть кратным либо двум, либо трем, либо четырем. Но 13 не делится на 2 и на 3. Значит, Александр утроил число. Итак, у Александра один ребенок.

Ответ: 1.

5 Найдите сумму чисел НОК(12; 21; 27) и НОД(133; 343).

Решение. Найдем НОК(12; 21; 27).

1. Разложим данные числа на простые множители: $12 = 2^2 \cdot 3$, $21 = 3 \cdot 7$, $27 = 3^3$.
2. Выпишем все простые числа, входящие хотя бы в одно из полученных разложений: 2, 3, 7.
3. Возьмем каждое из выписанных чисел в максимальной степени, в которой оно входит в разложения данных чисел: 2^2, 3^3 и 7.
4. Запишем произведение $2^2 \cdot 3^3 \cdot 7 = 756$. НОК(12; 21; 27) = 756.

Найдем НОД(133; 343):

1. Разложим данные числа на простые множители: $133 = 7 \cdot 19$, $343 = 7^3$.
2. Выпишем все простые числа, входящие в каждое из полученных разложений: в данной задаче это только число 7.
3. НОД(133; 343) = 7.

Найдем сумму $756 + 7 = 763$.
Ответ: 763.

6 Первое число на 15% больше 25. Второе число на 11% меньше 40. Эти два числа умножили. Сколько процентов полученное в результате умножения число составляет в числе 2047?

Решение. Первое число на 15% больше 25 означает следующее: чтобы узнать первое число, нужно к 25 прибавить 15% от 25:

$$25 + 0{,}15 \cdot 25 = 25 + 3{,}75 = 28{,}75.$$

Второе число на 11% меньше 40 означает: чтобы найти второе число, нужно из 40 вычесть 11% от 40:

$$40 - 0{,}11 \cdot 40 = 40 - 4{,}4 = 35{,}6.$$

Умножим найденные числа: $28{,}75 \cdot 35{,}6 = 1023{,}5$. Теперь посчитаем, сколько процентов составляет число 1023,5 в числе 2047: $\dfrac{1023{,}5}{2047} \cdot 100\% = 50\%$.

Ответ: 50.

7 Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 7-2(y-x)=5x+3, \\ 3x+4y=2-(4y+2x). \end{cases}$$

В ответе запишите значение выражения $x+y$.

Решение. Раскроем скобки в уравнениях и все слагаемые, содержащие неизвестные, перенесем влево, а слагаемые, не содержащие неизвестные, — вправо, приведем подобные слагаемые:

$$\begin{cases} 7-2y+2x=5x+3, \\ 3x+4y=2-4y-2x, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y+2x-5x=3-7, \\ 3x+2x+4y+4y=2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y-3x=-4, \\ 5x+8y=2, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2y=4, \\ 5x+8y=2. \end{cases}$$

Умножаем первое уравнение на 4, чтобы получить $8y$ вместо $2y$.

$$\begin{cases} 12x+8y=16, \\ 5x+8y=2. \end{cases}$$

Вычитаем из первого уравнения второе:

$$(12x-5x)+(8y-8y)=16-2,\ 7x=14,\ x=2.$$

Чтобы найти y, подставим 2 вместо x в уравнение $5x+8y=2$:

$$5\cdot 2+8y=2,\ 8y=2-10,\ 8y=-8,\ y=-1.$$

Далее, $x+y=2+(-1)=1$.

Ответ: 1.

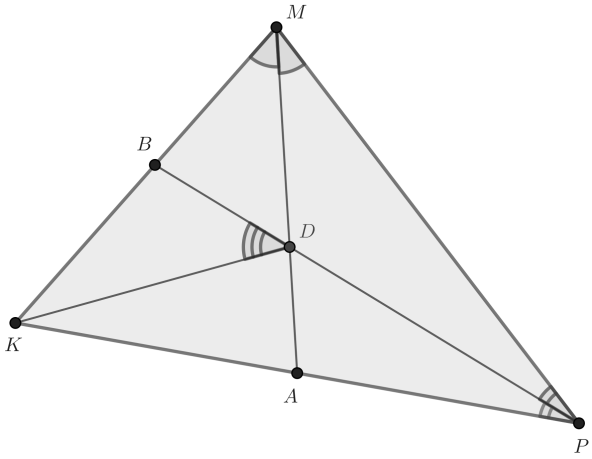
8 В треугольнике KMP с углом KMP, равным 74°, биссектрисы MA и PB пересекаются в точке D. Найдите градусную меру угла BDK.

Решение. Сначала сделаем чертеж (см. стр. 10). Точка D является точкой пересечения биссектрис треугольника KMP. Следовательно, KD — биссектриса угла MKP. Угол BDK — внешний угол для треугольника DKP. Тогда

$$\angle BDK=\angle DKP+\angle DPK=$$

$$=\frac{1}{2}(\angle MKP+\angle MPK)=\frac{1}{2}(180^\circ-74^\circ)=53^\circ.$$

Ответ: 53.



9 Мама дала Даше деньги и отправила ее в магазин за молоком и конфетами. Без сдачи Даша может купить 2 пакета молока и 3 пачки конфет или 4 пакета молока и 2 пачки конфет. Про молоко Даша забыла и купила только конфеты. Сколько пачек конфет принесла домой Даша?

Решение. Пусть x — цена пакета молока, а y — цена пачки конфет. На все полученные деньги Даша может купить 2 пакета молока и 3 пачки конфет — это означает, что сумма полученных денег составляет $2x + 3y$ руб. С другой стороны, на все полученные деньги Даша может купить 4 пакета молока и 2 пачки конфет — это означает, что сумма полученных денег составляет $4x + 2y$ руб. Поскольку каждый раз мы говорим об одной и той же сумме денег, то

$$2x + 3y = 4x + 2y.$$

Приходим к равенству $y = 2x$, то есть $x = \dfrac{y}{2}$. Мы знаем, что Даша принесла домой только конфеты. Чтобы узнать, сколько пачек, в выражение $2x + 3y$ вместо x подставим $\dfrac{y}{2}$. Тогда $2x + 3y = 2 \cdot \dfrac{y}{2} + 3y = 4y$. Таким образом, Даша купила 4 пачки конфет. Заметим, что тот же результат мы получим при подстановке $\dfrac{y}{2}$ в выражение $4x + 2y$.

Ответ: 4.

10 Найдите все те значения параметра a, при которых любое число x является решением уравнения

$$24x - 3(4 - x) = 2ax - 12.$$

Решение. Раскроем скобки:

$$24x - 12 + 3x = 2ax - 12,$$

$$27x - 2ax = -12 + 12,$$

$$(27 - 2a)x = 0.$$

Если $27 - 2a \neq 0$, то, чтобы найти x, мы правую часть разделим на $(27 - 2a)$. Получим $x = 0$. Это означает, что если $27 - 2a \neq 0$, то уравнение имеет единственный корень $x = 0$. Однако в задаче требуется, чтобы корнем уравнения являлось любое число.

Пусть $27 - 2a = 0$. Тогда уравнение принимает вид $0 \cdot x = 0$. Значит, корнем уравнения является любое число. Таким образом, приходим к верному ответу в случае, когда $27 - 2a = 0$, значит, $a = 13{,}5$.

Ответ: 13,5.

Вступительные испытания 2-го этапа в 8-й класс

Задания по **математике 2023 демо**
Выполните задания (20 баллов)

1 *(3 балла)* Упростите выражение

$$\Big(\frac{x^2}{x^2+xy+y^2}-\Big(\frac{x}{x-y}-\frac{xy(x+y)}{x^3-y^3}\Big)\Big):\frac{x^2y}{x^2-y^2}+\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}.$$

Вычислите его значение при $x=1{,}5$, $y=\dfrac{2}{3}$.

2 *(3 балла)* Расстояние между городами 660 км. Из них навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч меньше скорости второго. Через 3 ч после начала движения расстояние между автомобилями стало 150 км. Найдите скорость движения первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

3 *(4 балла)* В треугольнике ABC угол A является тупым. Продолжения высот BB_1, CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке H, причем известно, что угол BHC равен 60°. В данном треугольнике проведены биссектрисы AF, BK, CN. Найдите угол KFN.

4 *(5 баллов)* При каких значениях параметра a уравнение

$$4|x-2|=2a+7$$

имеет ровно два различных корня, один из которых в 3 раза больше другого?

5 *(5 баллов)* Числа 1, 2, 3, ... , 2022, 2023 записали подряд без запятых. Сколько раз в записи полученного числа встретится цифра 0?

1 Упростите выражение

$$\left(\frac{x^2}{x^2+xy+y^2}-\left(\frac{x}{x-y}-\frac{xy(x+y)}{x^3-y^3}\right)\right):\frac{x^2y}{x^2-y^2}+\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}$$

и найдите его значение при $x=1{,}5,\ y=\dfrac{2}{3}$.

Решение. Преобразуем выражение во внутренней скобке:

$$\frac{x}{x-y}-\frac{xy(x+y)}{x^3-y^3}=\frac{x(x^2+xy+y^2)-xy(x+y)}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=$$
$$=\frac{x^3+x^2y+xy^2-x^2y-xy^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=\frac{x^3}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}.$$

Тогда все выражение в скобке можно упростить:

$$\frac{x^2}{x^2+xy+y^2}-\frac{x^3}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=$$
$$=\frac{x^3-x^2y-x^3}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}=\frac{-x^2y}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}.$$

Заменим деление на умножение:

$$\frac{-x^2y}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}\cdot\frac{(x-y)(x+y)}{x^2y}=\frac{-(x+y)}{x^2+xy+y^2}.$$

Окончательно получим:

$$\frac{-(x+y)}{x^2+xy+y^2}+\frac{x+y}{x^2+xy+y^2}=0.$$

Заметим, что значение выражения не зависит от заданных значений x и y.

Ответ: 0.

2 Расстояние между городами 660 км. Из них навстречу друг другу одновременно выехали два автомобиля. Скорость первого автомобиля на 10 км/ч меньше скорости второго. Через 3 ч после начала движения расстояние между автомобилями стало 150 км. Найдите скорость движения первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Решение. Обозначим x км/ч — скорость первого автомобиля. Тогда $(x+10)$ км/ч — скорость второго автомобиля.

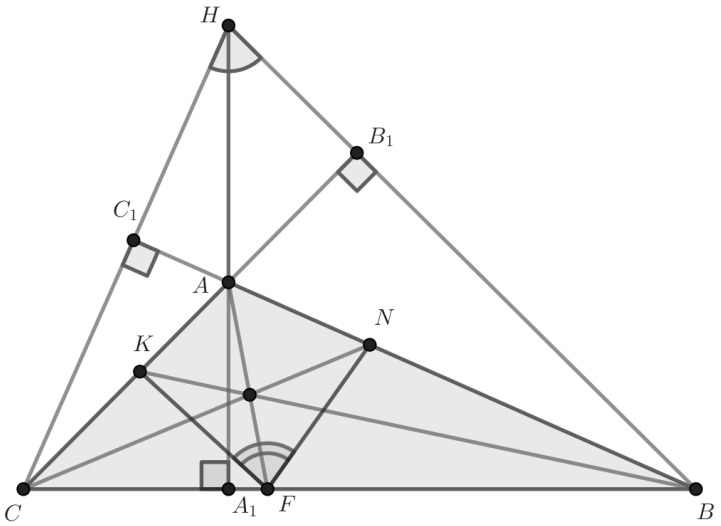
Пусть через 3 ч автомобили еще не встретились. Вместе они проехали 510 км. Скорость их сближения $(2x+10)$, значит, $510=3(2x+10)$. Отсюда находим $x=80$ км/ч.

Пусть через 3 ч встреча автомобилей уже произошла, тогда через 3 ч автомобили проехали $660+150=810$ км, значит, $810=3(2x+10)$. Отсюда $x=130$ км/ч.

Ответ: 80 км/ч или 130 км/ч.

3 В треугольнике ABC угол A является тупым. Продолжения высот BB_1, CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке H, причем известно, что $\angle BHC = 60°$. В данном треугольнике проведены биссектрисы AF, BK, CN. Найдите угол KFN.

Решение. Сделаем рисунок.



Сумма углов треугольников AHC_1 и AHB_1 равна $180° + 180° = 360°$. Значит, $\angle BAC = \angle C_1AB_1 = 360° - 90° - 90° - 60° = 120°$. Тогда $\angle BAB_1 = \angle CAC_1 = \angle BAF = \angle CAF = 60°$. Получили, что AB — биссектриса угла FAB_1, CN — биссектриса угла B_1CB. Следовательно, FN — биссектриса угла AFB. Аналогично FK — биссектриса угла AFC. Так как углы AFB и AFC — смежные, $\angle KFN = 90°$.

Ответ: 90°.

4 При каких значениях параметра a уравнение

$$4|x - 2| = 2a + 7$$

имеет ровно 2 различных корня, один из которых в 3 раза больше другого?

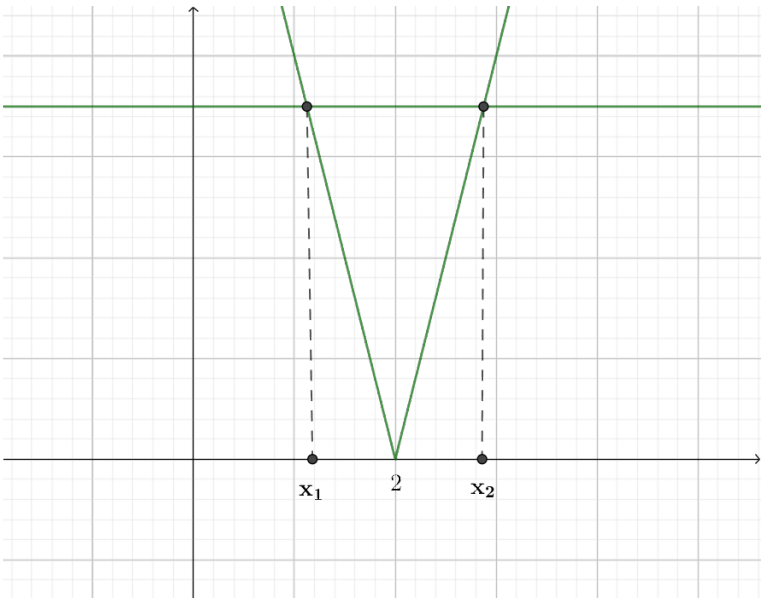
Решение. Данное уравнение может иметь два решения только в случае, когда правая часть уравнения строго больше нуля: $2a + 7 > 0 \Rightarrow a > -3,5$.

График функции $y = 4|x-2|$ симметричен относительно линии $x = 2$. Прямую $y = 2a+7$ этот график пересекает в двух точках: $x_1 = 2 - r$ и $x_2 = 2 + r$, где $r \geq 0$.

По условию задачи $x_2 = 3x_1 \Rightarrow 2 + r = 3(2 - r) \Rightarrow r = 1$. Тогда $x_1 = 1$. Значение в этой точке $y(1) = 4|1 - 2| = 4$, поэтому $2a + 7 = 4 \Rightarrow a = -1,5$.

Рисунок к задаче приведен на следующей странице.

Ответ: −1,5.



5 Числа $1, 2, 3, \ldots, 2022, 2023$ записали подряд без запятых. Сколько раз в записи полученного числа встретится цифра 0?

Решение. У чисел 1, 2, ... , 99 может быть только один нуль, стоящий на позиции единиц. На позиции десятков при этом может быть любая цифра от 1 до 9. Значит, после написания этих чисел на доске появятся 9 нулей.

У чисел 100, 101, ... , 999 может быть один или два нуля. Чисел второго вида всего 9. Они дадут $2 \cdot 9 = 18$ нулей. Числа первого вида могут быть представлены как $\overline{x0y}$ или $\overline{xy0}$, где $1 \leq x, y \leq 9$. Таких чисел всего $2 \cdot 9 \cdot 9 = 162$. После написания этих чисел на доске появятся $9 + 18 + 162 = 189$ нулей.

Числа 1 000, 1 001, ... , 1 999 могут содержать один, два или три нуля. При этом три нуля содержит только одно число 1000. Два нуля содержат числа вида $\overline{1x00}$, $\overline{10x0}$ или $\overline{100x}$, где $1 \leq x \leq 9$. Таких чисел всего $3 \cdot 9 = 27$. Один нуль содержат числа вида $\overline{1xy0}$, $\overline{1x0y}$ или $\overline{10xy}$. Таких чисел всего $3 \cdot 9 \cdot 9 = 243$. На доске окажется уже $189 + 3 + 2 \cdot 27 + 243 = 489$ нулей.

Числа 2 000, 2 001, ... , 2 023 содержат одно число 2000 с тремя нулями, 11 чисел с двумя нулями (2 001 — 2 010, 2 020) и 12 чисел с одним нулем (2 011 — 2 019, 2 021 — 2 023).

Всего на доске будет $489 + 3 + 11 \cdot 2 + 12 = 526$ нулей.

Ответ: 526.

Примеры заданий устного собеседования

1 Мэр, прогуливаясь по улицам любимого города, обратил внимание, что на одной из улиц вдоль правой стороны припарковано 100 машин. Среди них — 30 красных, 20 желтых и 20 розовых мерседесов. Еще он обратил внимание, что никакие два мерседеса разного цвета не стоят рядом. Верно ли, что какие-то три мерседеса, стоящих подряд, одного цвета?

2 Гендальф попросил Фродо загадать шесть простых чисел и сказать ему, на сколько наименьшее из загаданных отличается от остальных. Фродо сказал, что второе больше наименьшего на 2, третье — на 6, четвертое — на 8, пятое — на 12, шестое — на 14. Гендальф с уверенностью назвал все шесть загаданных чисел. Сможете ли Вы это сделать?

3 На прямой отмечено 2019 точек, лежащих вне отрезка AB. Докажите, что сумма расстояний от этих точек до A не равна сумме расстояний от этих точек до точки B.

4 Гном Балин решил развлечь своих друзей гномов. Он положил на стол 4 монеты и сказал, что среди них ровно одна фальшивая. Она отличается по весу от остальных. Балин предложил гномам угадать, какая монета фальшивая, при этом разрешил брать две группы монет и спрашивать у него, какая из них легче. В этом случае он будет говорить, какая группа легче. В случае если же группы монет равны по весу, то Балин будет показывать на произвольную группу. У гномов есть всего три вопроса к Балину, чтобы выяснить, какая монета фальшивая. Смогут ли гномы угадать ее?

5 Э. Рубик написал на каждой грани куба по одному натуральному числу, а затем для каждой вершины вычислил произведение чисел на трех примыкающих к ней гранях. Оказалось, что сумма восьми полученных чисел равна 1001. Чему может равняться сумма шести чисел, написанных на гранях куба?

6 В треугольнике высота и медиана, проведенные из одной вершины, делят угол на три равных части. Найдите меньшую сторону треугольника, если его большая сторона 6.

7 Торин Дубощит пытается распределить 100 кусков золота массами 1, 2, 3, ... , 99, 100 на 10 кучек разной массы. При этом он старается придерживаться условия: чем тяжелее кучка, тем меньше в ней кусочков золота. Сможет ли Торин осуществить свой замысел?

8 В клубе любителей числа 2019 прошел чемпионат по шашкам. В какой-то момент финальной партии на доске 2019×2019 оказалось 2019 шашек. Более того, их расположение было симметрично относительно обеих главных диагоналей. Верно ли, что одна из шашек находится в центральной клетке доски?

9 Точка лежит внутри треугольника. Сравните сумму расстояний от этой точки до вершин треугольника и полупериметр данного треугольника.

10 Гарри и Рон сыграли 100 партий в волшебные шахматы. За победу давалось 11 очков, за ничью — каждому по n очков, где n — натуральное число, а за поражение — 0 очков. В итоге каждый набрал по 800 очков. При каких значениях n это возможно?