



Издательство научно-технической литературы

Поиск по сайту:

Искать

[На главную»](#)

[Контакты»](#)

[Журналы»](#)

[Новости»](#)

[Оформление статей»](#)

[Реклама в журналах»](#)

[Обратная связь»](#)

[Книги»](#)

[О фирме»](#)

реклама



Промышленные АСУ и контроллеры



Промышленные АСУ и контроллеры

Указатель статей, опубликованных в журнале "Промышленные АСУ и контроллеры" в №10 2015 года.

[<< Назад](#)

ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

А.В. Остроух, Ю.Э. Васильев, Э.В. Котлярский

Автоматизированная система управления измельчительного комплекса завода по изготовлению минерального порошка

[Подробнее »](#)

В.М. Стасовский

Современная автоматизированная система управления на базе платформы MachineStruxure обеспечивает удобную, безопасную и надежную эксплуатацию промышленного оборудования на Балтийском заводе

[Подробнее »](#)

НОВЫЕ ТЕНДЕНЦИИ И ТЕХНОЛОГИИ В ЭФФЕКТИВНОЙ ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ

Д.А. Чувилов, П.Ф. Юрчик, А.Г. Москалёв, В.Б. Голубкова

Оценка применимости трехмерных игровых ядер для создания систем дистанционного обучения

[Подробнее »](#)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРИБОРОВ И СИСТЕМ

Ш.М. Гулямов, А.Н. Юсупбеков, Ф.С. Мухарамов, Б.М. Темербекова

Имитационное моделирование технологических комплексов с непрерывным характером производства без рециклов

[Подробнее »](#)

Н.Ю. Энатская

Комбинаторный анализ схемы сочетаний с ограниченным размахом

[Подробнее »](#)

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ И УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ

А.В. Пилипенко, О.В. Пилипенко, А.П. Пилипенко

Разработка модульной системы автоматического управления помещением

[Подробнее »](#)

А.А. Моисеев

Виртуализация квалификационных испытаний

[Подробнее »](#)

А.Ю. Денисова

Программное обеспечение для промышленного оборудования: основные сферы применения и преимущества

[Подробнее »](#)

разделы

[«О журнале](#)

[«Архив журнала](#)

[«Тематическая направленность журнала](#)

[«Правила оформления статей](#)

[«Этапы рассмотрения и публикации статей](#)

[«Правила рецензирования статей](#)

[«Редакционная и профессиональная этика](#)

[«Обнаружение плагиата](#)

[«Редакция и редакционная коллегия](#)

[«Новости журнала](#)

журналы

Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика

Приборостроение и средства автоматизации. Энциклопедический справочник

Промышленные АСУ и контроллеры

Экологические системы и приборы

Авиакосмическое приборостроение

Инженерная физика

История науки и техники

Музыка и время



Поиск по сайту:

Искать

[На главную»](#)

[Контакты»](#)

[Журналы»](#)

[Новости»](#)

[Оформление статей»](#)

[Реклама в журналах»](#)

[Обратная связь»](#)

[Книги»](#)

[О фирме»](#)

Промышленные АСУ и контроллеры



Аннотация к статье

[<< Назад](#)

Комбинаторный анализ схемы сочетаний с ограниченным размахом

Н.Ю. Энатская

Вводится понятие размаха R исходов схемы сочетаний как максимальной разности между номерами выбранных элементов. Определяется число исходов схемы с ограниченным размахом $R \leq t$, производится их перечисление и решается для них задача нумерации (установления взаимно-однозначного соответствия номеров исходов схемы с их видом), обсуждается моделирование исходов схемы.

Ключевые слова: схема сочетаний; размах; задача нумерации; моделирование.

Контактная информация: E-mail: nat1943@mail.ru

Стр. 28-31.

разделы

[«О журнале](#)

[«Архив журнала](#)

[«Тематическая направленность журнала](#)

[«Правила оформления статей](#)

[«Этапы рассмотрения и публикации статей](#)

[«Правила рецензирования статей](#)

[«Редакционная и профессиональная этика](#)

[«Обнаружение плагиата](#)

[«Редакция и редакционная коллегия](#)

[«Новости журнала](#)

журналы

Приборы и системы.
Управление, контроль,
диагностика

Приборостроение и
средства автоматизации.
Энциклопедический
справочник

Промышленные АСУ и
контроллеры

Экологические системы и
приборы

Авиакосмическое
приборостроение

Инженерная физика

История науки и техники

Музыка и время

реклама



Компания Кварта Технологии	ETegro Fastor FS200 G4 – новая программно-ориентированная отказоустойчивая система хранения для Больших Данных	 Музыковедение
	Подробнее »	Бюллетень Главного ботанического сада
ООО «АСГ Инжиниринг»	Нормы технологических режимов	 Всеобщая история
	Подробнее »	Справочник инженера
ОБЗОР НАУЧНЫХ ЗАДАЧ		 Прикладная физика и математика
Т.Г. Самхарадзе	ОБЗОР результатов решения научных задач, изложенных в диссертационной работе, представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.13.06 – «Автоматизация и управление технологическими процессами и производствами» (промышленность)	 Известия академии инженерных наук им. А.М. Прохорова
	Подробнее »	
НОВОСТИ СИСТЕМОСТРОЕНИЯ		Последние новости:
-	-	Начала свою работу выставка "Силовая Электроника"
	Подробнее »	Начала свою работу выставка NDT Russia
		Начала свою работу выставка ExpoCoating
		XVI Международная специализированная выставка
		«Дефектоскопия-2015» продемонстрировала инновации промышленного неразрушающего контроля в Санкт-Петербурге
		Увлекательная робототехника: юные таланты представят разработки на выставке «Передовые Технологии Автоматизации. ПТА-Урал 2015»

Н.Ю. Энатская

канд. физ.-мат. наук, доцент

E-mail: nat1943@mail.ru

(Национальный исследовательский университет

«Высшая школа экономики»)

Москва, Российская Федерация

Комбинаторный анализ схемы
сочетаний с ограниченным размахом

Вводится понятие размаха R исходов схемы сочетаний как максимальной разности между номерами выбранных элементов. Определяется число исходов схемы с ограниченным размахом $R \leq t$, производится их перечисление и решается для них задача нумерации (установления взаимно-однозначного соответствия номеров исходов схемы с их видом), обсуждается моделирование исходов схемы.

Ключевые слова: схема сочетаний; размах; задача нумерации; моделирование.

N.Yu. Enatskaya

Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor

E-mail: nat1943@mail.ru

(Higher School of Economics –

National Research University)

Moscow, Russian Federation

The Analysis of the Combination
Scheme with a Limited Range

The notion of the range R of outcomes of a combination scheme is introduced as the maximal difference between the chosen elements. The number of outcomes of the scheme with limited range $R \leq t$ is defined, their enumeration is fulfilled and the problem of numeration (the problem of finding one-to-one correspondence between the number of outcomes and their forms is determined) solved for them, modeling of outcomes of scheme is discussed.

Keywords: combination scheme; range; problem of enumeration; modeling.

Введение

Схема сочетаний возникает при выборе r элементов из n различных элементов без учета их порядка или при размещении r неразличимых частиц по одной из n различными ячейкам и является одной из наиболее распространенных комбинаторных схем, широко используемых в теории и практике [1...7]. Например, интерпретация размещения частиц по ячейкам схемы сочетаний используется в статистике Ферми-Дирака [6], а при неограниченном числе частиц в ячейке – в статистике Бозе-Эйнштейна и является в этом случае схемой сочетаний с повторениями.

Схема сочетаний участвует во многих важных распространенных математических формулах: биноме Ньютона, биномиальной схеме и биномиальном распределении вероятностей, в выражениях для чисел исходов многих комбинаторных схем и т. д.

Число исходов схемы сочетаний есть $C_n^r = n! / r!(n-r)!$ (в схеме сочетаний с повторениями число исходов соответствует C_{n+r-1}^r).

Свойства сочетаний подробно рассмотрены, например, в работе [6].

Производящая функция последовательности чисел C_n^r и C_{n+r-1}^r приведена в работах [2] и [6]:

$$\sum_{r=0}^n C_n^r x^r = (1+x)^n,$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} C_{n+r-1}^r x^r = (1-x)^{-n}.$$

Моделирование исходов схемы сочетаний приведено в работе [7].

В работе [8] предлагаются новые направления исследования схемы сочетаний методом графов на основе визуального перечисления всех ее исходов с возможностями учета различных ограничений в ней.

Предметом исследования настоящей статьи является учет ограничения размаха в схеме сочетаний, при котором существенно используются результаты изучения базовой схемы сочетаний (без ограничений) в организации перечисления ее исходов как путем отбраковки исходов базовой схемы при нарушении ограничения, так и прямым перечислением со ссылкой на переборы исходов по схеме сочетаний по частям данной совокупности элементов. То же относится и к моделированию исходов изучаемой здесь схемы.

1. Число исходов схемы сочетаний
с $R \leq t$ и их перечисление

Условие ограничения $R \leq t$ выполняется, если в схеме сочетаний из n элементов по r их извлекают из $n \leq t+1$ элементов. При $n > t+1$ для вычисления и перечисления исходов нашей схемы выбираем r элементов не из n

элементов, а из участков подряд идущих поединично растущих $t+1$ номеров, суммируя числа всех разных вариантов таких выборов по всем участкам с единичными сдвигами, начиная с номера 1, для определения числа исходов схемы или объединяя их в совокупность исходов при перечислении. Описанные участки номеров будем обозначать в виде отрезков в квадратных скобках с указанием их концов.

Для исключения повторов исходов при выборах по r из номеров каждого следующего участка длины $t+1$ включаем в выбор номер последнего элемента участка. Тогда, обозначив через N_t искомое число исходов схемы, получим формулу:

$$N_t = C_{t+1}^r + (n-t-1)C_t^{r-1}. \quad (1)$$

Пример 1. Пусть $n=5, r=2, t=2$. Все исходы схемы легко визуально перечислить, это: (1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,4), (3,5), (4,5) – всего $N_2 = N_3 = 7$. Вычислим число N_2 по формуле (1): $N_2 = C_3^2 + 2C_2^1 = 7$. Результаты совпали.

Перечисление всех N_t исходов нашей схемы, как было сказано выше, построено на той же идее организации всех разных исходов выбора по схеме сочетаний с ограниченным размахом из номеров элементов с определенных ранее участков номеров со ссылкой на работу [9], где построена процедура перечисления исходов схемы сочетаний (без ограничений). Объединяя результаты всех исходов схем сочетаний из номеров элементов первого участка по r и всех остальных участков по $(r-1)$ с принудительным добавлением последнего номера участка, получим все исходы нашей схемы.

Подробнее, алгоритм перечисления исходов нашей схемы состоит из следующих этапов, объединение результатов которых дадут полный перебор всех исходов схемы в соответствии с формулой (1):

1) согласно работе [9] перечисляем все C_{t+1}^r исходов выбора номеров элементов из первого участка $[1, t+1]$;

2) согласно работе [9] последовательно перечисляем по C_t^{r-1} исходов выбора номеров из $(n-t-1)$ -го подряд из участков $[2, t+1], [3, t+2], \dots, [n-t, n-1]$ соответственно с принудительным добавлением к выборкам последнего номера элемента участка выбора;

3) объединяя все полученные в 1) и 2) выборки по r номеров элементов в одну совокупность в порядке их получения, будем иметь полный перечень всех исходов нашей схемы.

Пример 2. Пусть, как и в примере 1, $n=5, r=2, t=2$. По алгоритму получим все исходы схемы:

1) результат выбора 2-х номеров из $[1,3]$: (1,2), (1,3), (2,3);

2) результаты выбора одного номера из $[2,3]$ с добавлением номера 4: (2,4), (3,4); из $[3,4]$ с добавлением номера 5: (3,5), (4,5);

3) полный перечень исходов схемы: (1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,4), (3,5), (4,5) – 7 исходов, что совпадает с результатом примера 1.

2. Задача нумерации

При решении задачи нумерации будем опираться на результаты ее решения для используемых при перечислении исходов нашей схемы схем сочетаний, приведенных в работе [9], и на порядок перечисления, а значит и нумерацию всех исходов нашей схемы в п. 1. Предварительно пронумеруем подряд в порядке получения все исходы нашей схемы, полученные по алгоритму п. 1. Далее, говоря о номере исхода, будем иметь ввиду эту последнюю их общую нумерацию.

Прямая задача нумерации

Пусть дан номер исхода $N_{(n)}$. Требуется найти его вид $M_{(n)}$ – выборку размера r из n номеров элементов с $R \leq t$.

Перечислим порядок действий для решения задачи:

Первые два действия состоят в нахождении номера i участка выбора и номера j исхода с данным номером на участке. Выполнение этих действий опираются на описанную в п.1 процедуру прямого перечисления исходов нашей схемы.

В связи с порядком перечисления всех исходов нашей схемы как выборок по схемам сочетаний по указанным в п.1 участкам номеров элементов, с добавлением со второго участка его наибольшего номера, определение i -го номера участка, к которому относится данный номер исхода, и его номер j на этом участке находятся по формулам:

$$I([N_{(n)} / C_{t+1}^r])([N_{(n)} - C_{t+1}^r + C_t^{r-1} - 1) / C_t^{r-1}] + 1, \quad (2)$$

где $[Z]$ – целая часть числа Z , $I(Z) = 0$ при $Z = 0$ и $I(Z) = 1$ при $Z > 0$;

$$j = N_{(n)} - C_{t+1}^r - (i-2)C_t^{r-1} \quad (3)$$

или

$$j = (N_{(n)} - C_{t+1}^r) \bmod C_t^{r-1}. \quad (4)$$

Цель третьего и четвертого действий – нахождение из значения номера исхода j , согласно работе [9], его вида M^* для стандартно пронумерованных от 1-го элементов совокупности выбора с дальнейшим пересчетом его для нумерации исходных элементов совокупностей выбора в пределах i -го участка.

Если $i = 1$, то j – номер исхода схемы сочетаний, полученный на первом участке, который по решенной в работе [9] задаче нумерации дает вид исхода схемы сочетаний C_{t+1}^r , который и будет исходом нашей схемы в этом случае.

Если $i > 1$, то участок, на котором получен искомым исход схемы сочетаний C_t^{r-1} , есть $[i, t+i-1]$, для которого, снова по решенной в работе [9] задаче нумерации по j , получаем вид исхода на участке $[1, t]$. Для нахождения искомого вида исхода нашей схемы,

т. е. на указанном участке, нужно увеличить номера элементов выборки в соответствующем исходе схемы сочетаний для стандартного участка $[1, i]$ на $(i - 1)$ и в качестве r -го, последнего номера взять номер $(t + i)$.

Обратная задача нумерации

Пусть дан вид исхода $M_{(n)}$ нашей схемы в форме выборки или последовательности r номеров элементов с размахом $R \leq t$. Требуется найти его номер $N_{(n)}$ в общем перечне исходов нашей схемы в порядке их перечисления в п. 1.

Перечислим порядок действий для решения задачи:

Первое действие состоит в нахождении по данному виду $M_{(n)}$ номера i участка, на котором выбран данный исход.

Из процедуры прямого перечисления исходов нашей схемы, данной в п. 1, следует, что если максимальный номер элемента в выборке $X < t + 2$, то искомым номер соответствует 1-му участку номеров элементов совокупности, и по решенной в работе [9] обратной задаче нумерации для схемы сочетаний находится искомым номер исхода данного вида.

Если $X \geq (t + 2)$, то номер соответствующего участка номеров элементов совокупности есть $i = (X - t)$.

Во втором действии поэлементным вычитанием числа $i - t$ приводим данный вид исхода $M_{(n)}$ на i -ом участке к виду M^* для стандартно пронумерованных от 1 элементов совокупности выбора.

В третьем действии находим из M^* по решенной в работе [9] обратной задаче нумерации для схемы сочетаний его номер, т. е. в нашей схеме – номер j исхода на i -ом участке.

В четвертом действии искомым номер данного исхода получаем по формуле

$$N_{(n)} = C_{t+1}^r + (i - 2)C_t^{r-1} + j. \quad (5)$$

Замечание. Математически формулы (4) и (5) совпадают, но выполняют разные вычислительные функции.

Приведем числовые примеры решения задачи нумерации по формулам (2)...(5).

Пример 3. Пусть, как и в примерах 1 и 2, $n = 5, r = 2, t = 2$.

Для наглядности и контроля результатов решения задачи нумерации исходов нашей схемы приведем все $C_5^2 = 10$ исходов схемы сочетаний без ограничений: (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4), (2,5), (3,4), (3,5), (4,5) в порядке их перечисления в работе [9], и все 7 легко определяемых визуально исходов нашей схемы при $R \leq 2$: (1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,4), (3,5), (4,5) в порядке их перечисления в п. 1.

Прямая задача нумерации. Дан номер $N_{(5)} = 6$, найти вид исхода $M_{(5)}$ с $R \leq 2$.

Вычислим $C_{t+1}^r = C_3^2 = 3$; $C_t^{r-1} = C_2^1 = 2$ и будем решать задачу в порядке перечисленных в теории действий.

Первое действие: по формуле (2) находим номер участка $i = I([6/3])([6 - 3 + 2 - 1]/2) + 1 = 3$.

Второе действие: по формуле (3) находим номер j исхода на этом участке $j = 6 - 3 - (3 - 2)2 = 1$ или по формуле (4) $j = (6 - 3) \bmod 2 = 1$.

Третье действие: согласно решенной в работе [9] задаче нумерации для схемы сочетаний из значения j находим вид исхода M^* для стандартно пронумерованных, начиная с 1, элементов совокупности выбора – это $M^* = (1)$.

Четвертое действие: пересчитываем исход M^* к виду исхода $M_{(5)}$ нашей схемы на 3-ом участке, для чего прибавляем к компоненте $(1) \in M^*$ число $i - 1 = 2$, к которому добавляется максимальный номер элемента 3-го участка, равный $t + i = 5$. Таким образом, окончательно получаем, что вид искомого исхода $M_{(5)} = (3,5)$, что совпадает с визуальным результатом по приведенным выше всем исходам нашей схемы.

Обратная задача нумерации. Дан вид исхода $M_{(5)} = (3,5)$ с $R \leq 2$, найти его номер $N_{(5)}$.

Вычислим $C_{t+1}^r = C_3^2 = 3$; $C_t^{r-1} = C_2^1 = 2$ и будем решать задачу в порядке перечисленных в теории действий.

Первое действие: по максимальному номеру $X = 5$ элемента в данном виде исхода $M_{(5)}$ находим номер участка $i = X - t = 5 - 2 = 3$.

Второе действие: приводим $M_{(5)} = (3)$ к виду M^* , покомпонентно вычитая $i - 1 = 2$, получаем $M^* = (1)$.

Третье действие: по решенной в работе [9] задаче нумерации для схемы сочетаний из вида исхода $M^* = (1)$ находим его номер $j = 1$.

Четвертое действие: вычисляем искомым номер $N_{(5)}$ по формуле (5): $N_{(5)} = 3 + (3 - 2)2 + 1 = 6$, что совпадает с визуальным результатом по приведенным выше исходам нашей схемы.

Пример 4. Пусть $n = 5, r = 2, t = 2$.

Для наглядности и контроля результатов решения задачи нумерации исходов нашей схемы приведем все $C_5^2 = 20$ исходов схемы сочетаний без ограничений: (1,2,3), (1,2,4), (1,2,5), (1,2,6), (1,3,4), (1,3,5), (1,3,6), (1,4,5), (1,4,6), (1,5,6), (2,3,4), (2,3,5), (2,3,6), (2,4,5), (2,4,6), (2,5,6), (3,4,5), (3,4,6), (3,5,6), (4,5,6) в порядке их перечисления в работе [9] и все 10 легко определяемых визуально исходов нашей схемы при $R \leq 3$: (1,2,3), (1,2,4), (1,3,4), (2,3,4), (2,3,5), (2,4,5), (3,4,5), (3,4,6), (3,5,6), (4,5,6) в порядке их перечисления в п. 1.

Прямая задача нумерации. Дан $N_{(5)} = 6$, найти вид исхода $M_{(5)}$ с $R \leq 3$.

Вычислим $C_{t+1}^r = C_4^3 = 4$; $C_t^{r-1} = C_3^2 = 3$ и будем решать задачу в порядке перечисленных в теории действий.

Первое действие: по формуле (2) находим номер участка $i = I([8/4])([8 - 4 + 3 - 1]/3) + 1 = 3$.

Второе действие: по формуле (3) находим номер j исхода на этом участке $j = 8 - 4 - (3 - 2)3 = 1$ или по формуле (4): $j = (8 - 4) \bmod 3 = 1$.

Третье действие: по решенной в работе [9] задаче нумерации для схемы сочетаний из значения j находим вид исхода M^* для стандартно пронумерованных, начиная с 1-го, элементов совокупности выбора – это $M^* = (1,2)$.

Четвертое действие: пересчитываем исход M^* к виду исхода $M_{(5)}$ нашей схемы на 3-ем участке, для чего прибавляем к компонентам $(1,2)$ $i \in M^*$ число $i - 1 = 2$, к которому добавляется максимальный номер элемента 3-го участка, равный $t + i = 6$. Таким образом, окончательно получаем, что вид искомого исхода $M_{(6)} = (3,4,6)$, что совпадает с визуальным результатом по приведенным выше всем исходам нашей схемы.

Обратная задача нумерации. Дан вид исхода $M_{(6)} = (3,4,6)$ с $R \leq 3$, найти его номер $N_{(6)}$.

Вычислим $C_{t+1}^r = C_4^3 = 4$; $C_t^{r-1} = C_3^2 = 3$ и будем решать задачу в порядке перечисленных в теории действий.

Первое действие. По максимальному номеру $X = 6$ элемента в данном виде исхода $M_{(6)}$ находим номер участка $i - X - t = 6 - 3 = 3$.

Второе действие. Приводим $M_{(6)} = (3,4)$ к виду M^* , покомпонентно вычитая $i - 1 = 2$, получаем $M^* = (1,2)$.

Третье действие. По решенной в работе [9] задаче нумерации для схемы сочетаний из вида исхода $M^* = (1,2)$ находим его номер $j = 1$.

Четвертое действие. Вычисляем искомый номер $N_{(6)}$ по формуле (5): $N_{(6)} = 4 + (3 - 2)3 + 1 = 8$, что совпадает с визуальным результатом по приведенным выше исходам нашей схемы.

3. Моделирование исхода схемы сочетаний с $R \leq t$

Первый способ. Моделируем исходы схемы сочетаний C_n^r , для каждого из которых вычисляем значение R , до первого исхода схемы сочетаний, когда значение $R \leq t$ – это и будет смоделированный исход нашей схемы. Заметим, что число смоделированных значений общей схемы сочетаний для получения одного возможного исхода нашей схемы имеет геометрическое распределение с параметром $p = N_t / C_n^r = (C_{t+1}^r + (n - t - 1)C_t^{r-1}) / C_n^r$.

Второй способ. Производим «быстрое» моделирование ее исхода путем разыгрывания по одному случайному числу одного из номеров ее исходов (от 1 до N_t), по которому на основании решенной в п.2 прямой задачи нумерации определяем смоделированный вид исхода.

Список литературы

1. Виленкин Н.Я. *Комбинаторика*. М.: Наука, 1969. 323 с.
2. Риордан Дж. *Введение в комбинаторный анализ*. Пер. с англ. М.: Издательство иностранной литературы. 1963. 288 с.
3. Рыбников К.А. *Введение в комбинаторный анализ*. М.: Изд-во Московского ун-та, 1985. 308 с.

4. Сачков В.Н. *Комбинаторика в дискретной математике*. М.: Наука. 1977.
5. Сачков В.Н. *Введение в комбинаторные методы дискретной математики*. М.: Наука. 1982. 384 с.
6. Феллер В. *Введение в теорию вероятностей и ее приложения*. М.: Мир, 1970. 511 с.
7. Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р. *Стохастическое моделирование*. М.: МИЭМ, 2012.
8. Энатская Н.Ю., Хакимуллин Е.Р. Метод графов для решения задач перечислительной комбинаторики // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. 2014, № 8. С. 15–21.
9. Энатская Н.Ю. Комбинаторный анализ схемы сочетаний // *Промышленные АСУ и контроллеры*. 2015, № 8. С. 33–39.

References

1. Vilenkin N.Ya. *Kombinatorika* [Combinatorics]. M.: Nauka [Moscow: «Science»]. 1969. 323 p.
2. Riordan Dzh. *Vvedenie v kombinatornyy analiz*. Per. s angl. [Introduction to Combinatorial Analysis, trans. from English]. M.: Izdatelstvo inostrannoy literatury [Moscow: Foreign Literature Publishing House]. 1963. 288 p.
3. Rybnikov K.A. *Vvedenie v kombinatornyy analiz* [Introduction to Combinatorial Analysis]. M.: Izd-vo Moskovskogo un-ta [Moscow: Publishing House of Moscow University]. 1985. 308 p.
4. Sachkov V.N. *Kombinatorika v diskretnoy matematike* [Combinatorics in discrete mathematics]. M.: Nauka [Moscow: «Science»]. 1977.
5. Sachkov V.N. *Vvedenie v kombinatornye metody diskretnoy matematiki* [Introduction to Combinatorial Methods of Discrete Mathematics]. M.: Nauka [Moscow: «Science»]. 1982. 384 p.
6. Feller V. *Vvedenie v teoriyu veroyatnostey i ee prilozheniya* [Introduction to probability theory and its applications]. M.: Mir [Moscow: «World»]. 1970. 511 p.
7. Enatskaya N.Yu., Khakimullin Ye.R. *Stokhasticheskoe modelirovaniye* [Stochastic modeling]. M.: MIEM [Moscow: Publishing house of the Moscow State Institute of Electronics and Mathematics]. 2012.
8. Enatskaya N.Yu., Khakimullin Ye.R. Metod grafov dlya resheniya zadach perechislitelnoy kombinatoriki [Method graphs for solving enumerative combinatorics]. *Prilozheniya i sistemy. Upravlenie, kontrol, diagnostika* [Instruments and systems. Management, monitoring, diagnostics]. 2014, no. 8, pp. 15–21.
9. Enatskaya N.Yu. Kombinatornyy analiz skhemy sochetaniy [Combinatorial analysis scheme combinations]. *Promyshlennyye ASU i kontrolyery* [Industrial Automatic Control Systems and Controllers]. 2015, no. 8, pp. 33–39.

Информация об авторе

Энатская Наталья Юрьевна, канд. физ.-мат. наук, доцент
E-mail: nat1943@mail.ru
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»
101000, Российская Федерация, Москва, ул. Мясницкая, д. 20

Information about the author

Enatskaya Nataliya Yurevna, Cand. of Phys.-Math. Sciences, Associate Professor
E-mail: nat1943@mail.ru
Higher School of Economics – National Research University
101000, Russian Federation, Moscow, Str. Myasnitskaya, 20