

## О ЗАДАЧЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ ШАРООБРАЗНЫМИ КОСМИЧЕСКИМИ ПАРУСАМИ

Е.Н. Чумаченко<sup>1,2</sup>, Д.У. Данхэм<sup>4</sup>, Р.Р. Назиров<sup>1,2,3</sup>, В.П. Кулагин<sup>2</sup>,  
А.В. Малашкин<sup>1</sup>, Н.А. Эйсмонт<sup>1,2</sup>, А.Н. Федоренко<sup>1</sup>

*Кафедра «Математическое моделирование» (1);  
НОЦ «Космос» (2), ФГБОУ ВПО «Московский государственный институт  
электроники и математики (технический университет)»;  
Институт космических исследований РАН (3), г. Москва;  
Йельский университет, США (4); mmkaf@miem.edu.ru*

*Представлена членом редколлегии профессором В.И. Коноваловым*

**Ключевые слова и фразы:** излучение и переизлучение; космические миссии; математическое и компьютерное моделирование; ориентация; солнечный парус; управление.

**Аннотация:** Обсуждаются материалы, связанные с созданием шаровых солнечных парусов с изменяемыми отражательными характеристиками, например, с использованием жидкокристаллической пленки. Описываются возможные варианты построения математической модели для управления парусами.

---

### Введение

Идея создания солнечных парусов возникла еще в начале XX в. С того момента, как Максвелл теоретически обосновал, что излучение может создавать давление, ученые задумались о том, как использовать давление солнца как движущую силу. В 1920-х гг. два российских инженера, Константин Циолковский и Фридрих Цандер написали несколько первых работ с идеями использования энергии солнечного давления.

В 1950-х гг. солнечными парусами заинтересовались в США. В 1970-х гг. NASA начало финансирование исследования солнечных парусов. Позднее, в 1992 г., Jerome L. Wright издал одну из первых книг о солнечном парусе "Space Sailing". В 1999 г. Collin R. McInnes издал книгу "Solar Sailing: Technology, Dynamics and Mission Applications". Эта книга содержит много базовой информации о солнечных парусах, включая и собственные исследования автора.

В 2002 г. NASA финансировало проект, во главе с доктором Майклом Э. Лизано из Jet Propulsion Laboratory, целью которого было создание высокоточного инструмента, который позволил бы моделировать и анализировать полет солнечного паруса. В 2006 г. этот проект был закончен. Он получил название Solar Sail Spaceflight Simulation Software или S5 [1].

В настоящее время многие зарубежные космические агентства также заинтересованы в солнечных парусах, ведутся интенсивные исследования в этом направлении.

В этой работе обсуждается одно из направлений исследований, ведущихся в НОЦ «Космос», организованном Московским государственным институтом электроники и математики (технический университет) и Институтом космических исследований РАН на базе кафедры «Математическое моделирование».

Система, приводящая в движение космический аппарат за счет отражения от своей поверхности фотонов солнечного света, называется солнечным парусом. Ее главным преимуществом является отсутствие необходимости в каком-либо топливе. Такие паруса представляют собой очень тонкие мембраны большой площади, которые способны отражать солнечные фотоны и за счет этого получать ускорение [2, 3]. Сила, действующая на плоский парус, выражается формулой

$$\vec{F}(r) = -\frac{2I_0\pi}{c} \left(\frac{R_s}{r}\right)^2 A \cos^2(\alpha) \vec{n},$$

где  $r$  – расстояние до Солнца, м;  $R_s$  – радиус Солнца, м;  $\vec{n}$  – нормаль к поверхности;  $c$  – скорость света, м/с;  $I_0 = 2,04 \cdot 10^7$  – постоянная интенсивности, Вт/м;  $A$  – площадь поверхности, м<sup>2</sup>;  $\alpha$  – угол между направлением солнечных лучей и нормалью к плоскости паруса [1].

### Реализованные космические миссии и их итоги

К настоящему моменту проведено два проекта с успешным разворачиванием солнечных парусов в космосе. Совсем недавно на орбите Земли появился любительский спутник NASA NanoSail-D площадью около 10 м<sup>2</sup>, разработанный для исследования возможностей использования парусов вблизи планеты. В 2010 г. в ходе межпланетной миссии спутника Icaros, площадью 200 м<sup>2</sup> и толщиной мембраны всего 7,5 мкм, удалось успешно выполнить разворачивание и разгон. Была испытана экспериментальная система управления, использующая жидкокристаллические пленки на поверхности мембраны, способные изменять коэффициент отражения света. Благодаря этому можно изменять давление света в различных частях паруса. Таким образом, поворачивая его и изменяя угол падения солнечных лучей, появляется возможность очень существенно влиять на направление полета [4–6].

Эти эксперименты доказали возможность использования подобной технологии на орбите Земли для выполнения поворота вокруг произвольной оси аппарата без использования топлива и нежелательных рывков в движении.

### Общая постановка задачи

В качестве одного из вариантов паруса рассмотрим конструкцию из 6 шарообразных солнечных парусов, прикрепленных к аппарату длинными штангами. Каждый из шаров разбит на элементарные секции (пиксели). Пиксели могут быть двух цветов. Темным цветом обозначим участки паруса, поглощающие солнечный свет, а белым – отражающие (рис. 1). Будем считать, что космический аппарат находится в центре конструкции, на пересечении штанг. Систему в первом приближении можно считать жесткой, то есть не учитывать деформацию штанг и самого паруса.

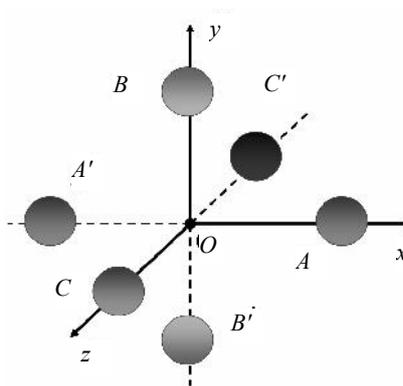
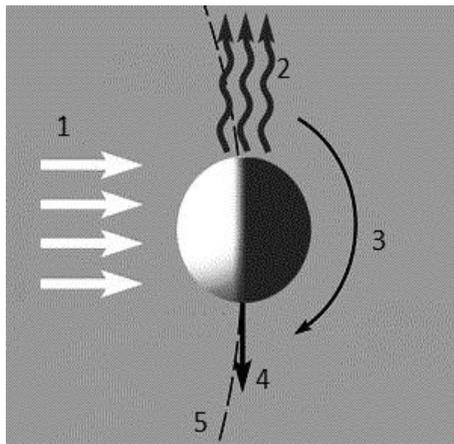


Рис. 1. Схема солнечного паруса



**Рис. 2. Эффект Ярковского:**  
 1 – излучение Солнца; 2 – тепловое излучение; 3 – направление вращения; 4 – сила реакции; 5 – орбита спутника

Кроме прямого воздействия на парус солнечного излучения, на него, вообще говоря, будет воздействовать и переизлучение. В рамках небесной механики рассматриваются два радиативных эффекта – широко известный эффект Пойнтинга–Робертсона и малоизвестный эффект Ярковского. Первый из них возникает по причине абберации света и всегда создает тормозящее ускорение, лежащее в орбитальной плоскости объекта. Второй эффект порождается импульсом отдачи, который приобретает из-за переизлучения звездной энергии, поглощенной объектом (рис. 2). Этот эффект был предсказан российским инженером И.О. Ярковским в конце XIX в., но обнаружился в движении искусственных спутников Земли и астероидов только век спустя [7]. В отличие от эффекта Пойнтинга–Робертсона, заметно действующего лишь на микроскопические частицы, эффект Ярковского сказывается на движении сравнительно крупных объектов. Этот эффект незначителен для малых тел (до 1-го метра) из-за небольшого градиента температур, и сверхкрупных (свыше 1000 метров) – из-за их тяжести.

На искусственном объекте вектором силы Ярковского можно управлять, хотя стратегия такого управления, ввиду малости этой силы, достаточно сложная. Тем более, что эффект от ее воздействия еще больше снижается для шарообразных тел небольшого диаметра. В силу этого, при построении системы управления в первом приближении для получения общей оценки управляемости парусом силами переизлучения решено было пренебречь.

### Поворот паруса вокруг заданной оси

Для моделирования поворота паруса вокруг произвольно заданной оси жестко свяжем с парусом трехгранник  $OABC$ , по положению которого можно судить о положении паруса. Пусть точка  $O$  – начало координат, расположенное в месте пересечения штанг паруса. Точки  $A, B, C$  – координаты центров шаров, первоначально находящихся на положительных полуосях. Солнечный ветер направлен вдоль оси  $Oz$  и ортогонален плоскости  $Oxy$  (в начальном состоянии, плоскости  $OAB$ ) (см. рис. 1).

Поворот системы парусов вокруг оси вращения, заданной направляющими косинусами  $c_1, c_2, c_3$  и углом поворота  $\delta$ , описывается матрицей вращения

Изменение цвета активных участков парусов позволяет менять давление света на каждом участке паруса. Это, например, можно реализовать с помощью квадратных плоских поворачивающихся пластин (пикселей) черных с одной стороны и отражающих свет – с другой стороны. Энергию на поворот пластин аппарат может получать либо от солнечных батарей, либо от изотопной атомной батареи. Другой возможностью является изготовление пластин из материала, который меняет свою отражающую способность под действием электрического тока.

Для реализации идеи необходимо уметь рассчитывать конфигурации отражающих и поглощающих свет участков парусов так, чтобы на систему действовал требуемый момент сил.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = \cos \delta \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \\ + (1 - \cos \delta) \begin{pmatrix} c_1^2 & c_1 c_2 & c_1 c_3 \\ c_1 c_2 & c_2^2 & c_2 c_3 \\ c_3 c_1 & c_3 c_2 & c_3^2 \end{pmatrix} + \sin \delta \begin{pmatrix} 0 & -c_3 & c_2 \\ c_3 & 0 & -c_1 \\ -c_2 & c_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Построим алгоритм «включения» пикселей для осуществления поворота.

Вначале все пиксели предполагаются черными, а суммарный момент силы давления равным нулю.

*Внешний цикл осуществляется по всем шести шарам.*

Умножая радиус-вектор центра шара в начальный момент времени на матрицу  $A$ , находим текущую координату центра шара.

*Внутренний цикл осуществляется по всем пикселям на шаре.*

Умножая радиус-вектор от центра шара к центру пикселя в начальный момент времени на матрицу  $A$  и прибавляя текущую координату центра шара, находим текущую координату центра пикселя.

Если угол между радиус-вектором от центра шара к центру пикселя и направлением солнечного луча меньше прямого, значит пиксель находится в тени своего шара и остается черным. Если расстояние между проекциями центра пикселя и центра любого из остальных пяти шаров на плоскость, перпендикулярную солнечным лучам, меньше радиуса шара и центр шара ближе к Солнцу, чем центр пикселя, то пиксель считается затененным другим шаром и остается черным. Все остальные пиксели будут освещены Солнцем.

Умножаем скалярно вектор нормали к пикселю и вектор направления солнечного луча; результат умножаем на площадь пикселя и величину давления солнечного света – получаем силу давления света на пиксель. Направлена сила давления перпендикулярно поверхности пикселя к центру шара.

Умножаем векторно силу давления света на данный пиксель и радиус-вектор из центра системы к центру пикселя, получаем момент силы, который может дать пиксель, если он будет белым.

Если этот момент отличается от требуемого направления момента силы менее чем на  $\Omega$  градусов, то делаем пиксель белым и к суммарному моменту сил добавляем момент сил от этого пикселя.

Если момент отличается более чем на  $\Omega$  градусов, то записываем величину момента в специальный массив, который может быть использован для улучшения суммарного вектора момента сил.

Заметим, что уменьшение угла  $\Omega$  приводит к более точному соответствию направления суммарного момента и одновременно к уменьшению его модуля.

*Конец цикла по пикселям на шаре.*

*Конец цикла по шарам.*

Далее, в цикле по всем освещенным пикселям, момент сил от которых не использовался в предыдущем цикле, прибавляем момент силы от данного пикселя к суммарному.

Если направление суммарного момента стало ближе к требуемому или при сохранении приемлемой ошибки по углу суммарный момент стал больше, то пиксель делаем белым. Если нет, то пиксель остается пока черным и суммарный момент возвращаем к предыдущему состоянию. Какая из двух характеристик: точность направления или модуль суммарного момента является более важной, определяется системой управления, режим работы которой задается оператором.

Цикл повторяется, пока можно улучшать суммарный вектор момента сил. Все неиспользованные для улучшения пиксели останутся черными.

Очевидно, что наилучшим алгоритмом был бы алгоритм полного перебора всех сочетаний. Однако при количестве пикселей в сотни штук это невозможно. Приведенный выше «жадный» алгоритм быстро дает хорошие результаты как для направления суммарного момента, так и для его величины.

Выход из строя пикселей, например их фиксация в каком-либо положении, может быть учтен принудительным суммированием к изначально нулевому вектору момента силы, создаваемого такими пикселями. Алгоритм улучшения позволяет компенсировать эти дефекты. Также без изменения самого алгоритма может быть учтено изменение коэффициента отражения пикселей в процессе эксплуатации.

### Пример компьютерной реализации

При моделировании на компьютере тестовой задачи о вращении паруса были приняты следующие допущения, существенно упрощающие задачу, но позволяющие построить первое приближение к ее решению.

Радиус шаровых парусов принят равным одному метру, длина каждой из штанг равна десяти метрам. Масса спутника в двести килограмм условно сосредоточена в сфере, радиусом полметра, расположенной в центре пересечения штанг, на которых крепятся паруса.

Оси координат выбраны таким образом, что  $Oz$  направлена на наблюдателя, то есть перпендикулярна плоскости экрана (Солнце светит со стороны наблюдателя). Для облегчения определения места шаров при выводе на экран их темные участки окрашены в разные цвета в зависимости от того, на какой оси находились паруса в начальный момент времени:  $Ox$  – оттенки красного;  $Oy$  – оттенки зеленого;  $Oz$  – оттенки синего цвета. Кроме этого, чем меньше  $Z$  координата шара (чем дальше он от наблюдателя), тем более темный оттенок соответствующего цвета он имеет.

Задаваемыми техническими параметрами являются характерные размеры пикселей и шаг решения по времени. Очевидно, что чем меньше пиксели и шаг по времени, тем точнее будет решение, но тем больше времени потребуются для построения прогноза о вращении объекта.

Основной задаваемый с целью управления параметр – направление вектора момента  $(x, y, z)$ , который должен быть создан солнечными парусами для осуществления поворота вокруг этого вектора в соответствующем направлении.

Выполненные в соответствии с приведенным ранее алгоритмом расчеты позволяют определить текущий момент вращения (модуль и направление) при найденной конфигурации темных и белых пикселей, угловую скорость вращения и текущие координаты центров шарообразных парусов  $A$ ,  $B$  и  $C$ .

На экран выводится текущее время поворота и проекция парусов на плоскость дисплея с соответствующей, облегчающей определение взаиморасположение парусов, раскраской пикселей.

Программа реализована на языке C++.

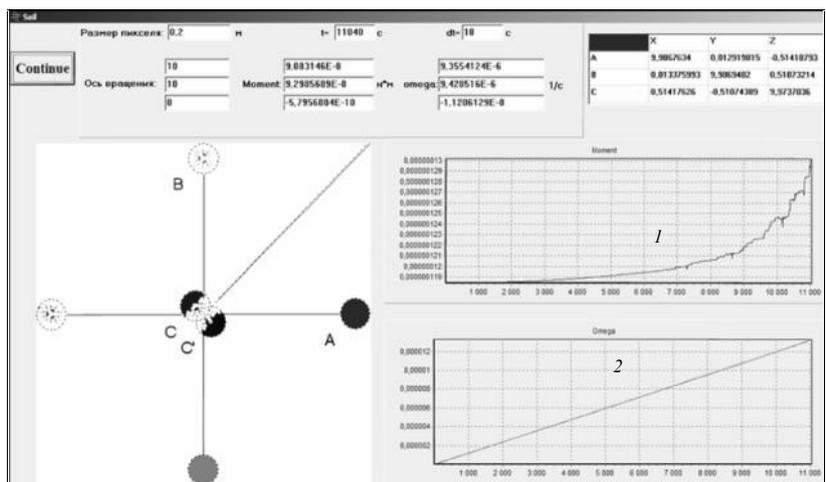
На рисунке 2 приведена кинограмма процесса вращения паруса вокруг вектора, задающего направление момента  $(10, 10, 0)$  и в момент времени, равный 25000 с, переключенного на создание момента торможения и последующего обратного вращения вокруг вектора  $(-10, -10, 0)$ .

На рисунке 2,  $a$ ,  $b$  показана начальная стадия вращения в моменты времени 11 000 и 20 000 с соответственно. Модуль момента возрастает и затем стабилизируется. Угловая скорость растет непрерывно по графику сильно вытянутой параболы. Направление вращения, задаваемое вектором момента (пунктирная линия  $l$ ),

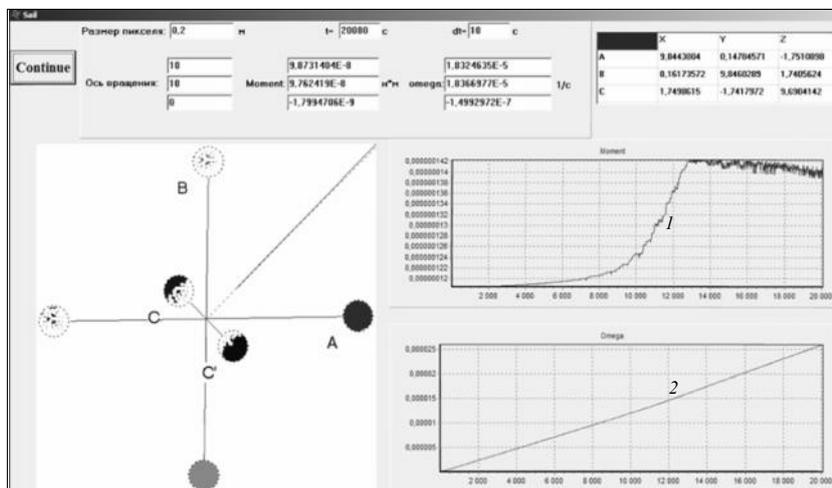
совпадает с направлением вектора угловой скорости (сплошная линия 2). Скачки на графике модуля момента сил объясняются тем, что для лучшего совпадения по направлению момента, система отключает часть пикселей, тем самым уменьшая модуль момента сил.

После переключения направления вектора момента с  $(10, 10, 0)$  на  $(-10, -10, 0)$  и начала торможения, модуль угловой скорости начинает убывать (см. рис. 2, *в* для момента времени 30 000 с и рис 2, *г* для 40 000 с соответственно). Направления вектора угловой скорости (сплошная линия 2) остается прежним, а направление вектора момента, создаваемого за счет переключения пикселей (пунктирная линия 1), меняется на противоположное.

На рисунке 2, *д*, приведенном для момента времени 50 000 с, показано начало вращения паруса в обратную, по отношению к первоначальному вращению, сторону. Вектор угловой скорости и вектор создаваемого момента опять совпадают

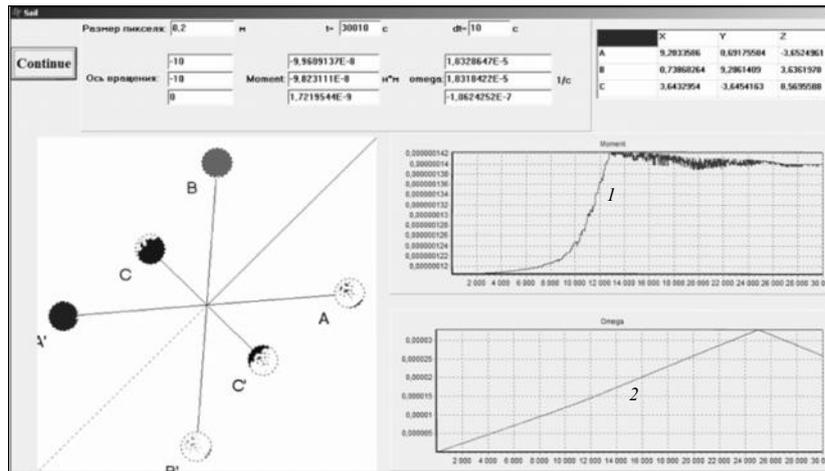


*а)*

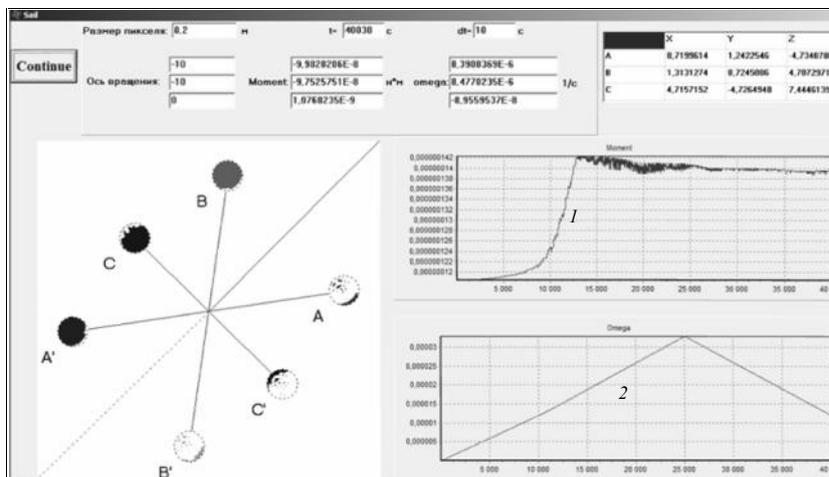


*б)*

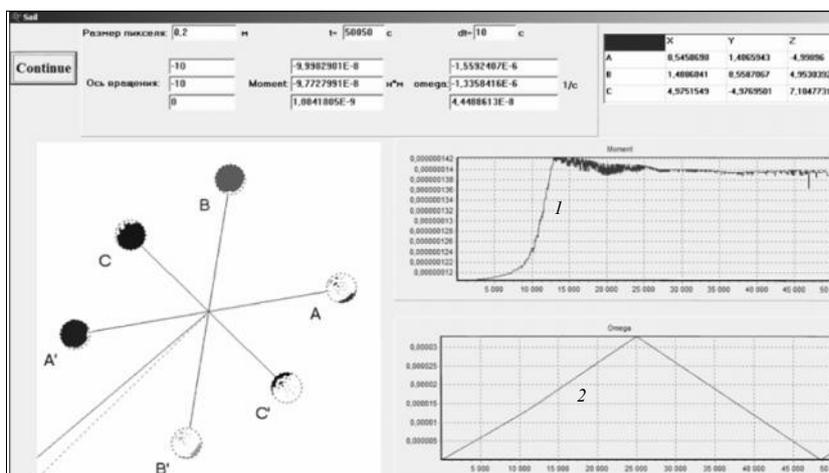
Рис. 2. Кинограмма имитационного вращения паруса (начало)



а)



б)



в)

Рис. 2. Окончание

по направлению и соответствуют направлению  $(-10, -10, 0)$ . Следует обратить внимание, что вращение на начальной стадии обратного поворота еще не стабилизировалось. В связи с этим хорошо видна погрешность (несовпадение направлений) вектора момента и угловой скорости. Эта погрешность носит локальный характер и быстро исправляется.

### Выводы

Установлено, что разработанный алгоритм поворота достаточно хорошо описывает вращение паруса вокруг произвольно заданного направления и может, в первом приближении, быть взят за основу для последующего создания системы управляющих воздействий, обеспечивающих маневры спутника на орбите.

Разрабатываемая система должна будет учитывать влияние сил гравитации и сопротивления атмосферы (для низких орбит). И, так как парус состоит из сверхтонких и легких материалов, занимает большую площадь, то естественно будет отказаться от гипотезы абсолютно твердого тела и строить систему управления с учетом локальных деформаций в парусе. Кроме того, при построении общей системы управления парусом, следует учесть переизлучение и возникающие при этом силы, связанные с проявлением эффекта Ярковского.

*Работа выполнена при поддержке гранта Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования по направлению «Космические исследования и технологии» 2011–2013 гг.*

### Список литературы

1. Leonel Rios-Reyes. Solar Sails: Modeling, Estimation, and Trajectory Control. A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy (Aerospace Engineering) in The University of Michigan, 2006.
2. The Interstellar Probe (ISP): Pre-Perihelion Trajectories and Application of Holography / G.L. Matloff [and others]. – NASA, 2002.
3. Vulpetti, G. Overview of Advanced Space Propulsion via Solar Photon Sailing [Electronic resource] / G. Vulpetti // International Academy of Astronautics. – 2005. – Access mode : <http://nuke.giovannivulpetti.it/SolarSailing/tabid/56/Default.aspx>. – Title screen.
4. Мамонтов, Д. На зеркальных парусах / Д. Мамонтов // Популяр. механика. – 2006. – Февр. – С. 27–32.
5. Презентация Small Solar Power Sail Demonstration [Электронный ресурс] // Сайт аэрокосмического агентства Японии JAXA. – 2010. – Режим доступа : <http://www.jaxa.jp/pr/brochure/pdf/04/sat28.pdf>. – Загл. с экрана.
6. Osamu Mori, Yuichi Tsuda, Hiroataka Sawada, Ryu Funase, Takayuki Yamamoto, Takanao Saiki, Katsuhide Yonekura, Hirokazu Hoshino, Hiroyuki Minamino, Tatsuya Endo, Junichiro Kawaguchi and IKAROS Demonstration Team JAXA Exploration Center, Japan Aerospace Exploration Agency (Japan). Second International Symposium on Solar Sailing, New York, 2010. Report on Deployment Solar Power Sail Mission of IKAROS.
7. Сурдин, В.Г. Эффект инженера Ярковского / В.Г. Сурдин // Природа. – 2004. – № 11. – С. 91–96.

## On the Problem of Modeling and Control of the Spherical Space Sailing

E.N. Chumachenko<sup>1,2</sup>, D.W. Dunham<sup>4</sup>, R.R. Nazirov<sup>1,2,3</sup>, V.P. Kulagin<sup>2</sup>,  
A.V. Malashkin<sup>1</sup>, N.A. Eysmont<sup>1,2</sup>, A.N. Fedorenko<sup>1</sup>

*Department "Mathematical Modeling" (1); REC "Cosmos" (2),  
"Moscow State Institute of Electronics and Mathematics (Technical University)";  
Space Research Institute (3), Moscow; Yale University, USA (4); mmkaf@miem.edu.ru*

**Key words and phrases:** mathematical and computer modeling; management; orientation; solar sail; radiation and reradiation; space missions.

**Abstract:** The paper discusses the materials related to the creation of spherical solar sails with variable reflection characteristics, for example, using a liquid crystal film. The options for constructing a mathematical model for controlling the sails are described.

---

## Über die Aufgabe der Modellierung und der Steuerung von den kugelförmigen Weltraumsegeln

**Zusammenfassung:** Es werden die Materialien, die mit der Schaffung der kugelförmigen Sonnensegel mit den verändernden Reflexionscharakteristiken, z.B. mit der Benutzung der Flüssigkristallfolie verbunden sind, besprochen. Es werden die möglichen Varianten des Baues des mathematischen Modells für die Steuerung von den Segeln beschrieben.

---

## Sur le problème du modélage et de la commande des voiles cosmiques sphériques

**Résumé:** Sont discutés les matériaux liés à la création des voiles solaires sphériques avec les caractéristiques de réflexion changeables, par exemple, avec l'emploi d'un film à cristaux liquides. Sont décrits les variants possibles de la construction du modèle mathématique pour la commande des voiles.

---

**Авторы:** *Чумаченко Евгений Николаевич* – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Математическое моделирование», руководитель НОЦ «Космос»; *Данхэм Дэвид Уоринг* – доктор наук Йельского университета в области астрономии; *Назиров Равиль Равильевич* – доктор технических наук, профессор кафедры «Математическое моделирование», научный руководитель НОЦ «Космос», заместитель директора Института космических исследований РАН; *Кулагин Владимир Петрович* – доктор технических наук, профессор, и.о. ректора, ФГБОУ ВПО «Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)»; *Малашкин Анатолий Владимирович* – кандидат технических наук, доцент кафедры «Математическое моделирование», ФГБОУ ВПО «Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)»; *Эйсмонт Натан Андреевич* – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Института космических исследований РАН; *Федоренко Алексей Николаевич* – аспирант кафедры «Математическое моделирование», ФГБОУ ВПО «Московский государственный институт электроники и математики (технический университет)».

**Рецензент:** *Подольский Владимир Ефимович* – доктор технических наук, профессор, директор ТамбовЦНИТ, проректор по информатизации, ФГБОУ ВПО «ТГТУ».