

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

О.Е. Перцовский

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАЛЮТНЫХ
РЫНКОВ НА ОСНОВЕ ПРОЦЕССОВ
С ДЛИННОЙ ПАМЯТЬЮ**

Препринт WP2/2004/03

Серия WP2

Количественный анализ в экономике

Москва
ГУ ВШЭ
2004

УДК 330.4
ББК 65в6
П 27

П 27 **Перцовский О.Е.** Моделирование валютных рынков на основе процессов с длинной памятью: Препринт WP2/2004/03 — М.: ГУ ВШЭ, 2003. — 52 с.

В данной работе описываются такое свойство временных рядов, как длинная память, модели, использующиеся для его описания, и методы оценки таких моделей. Вводится новая модель ARFIMA — FIGARCH/FIAPARCH, допускающая одновременное наличие длинной памяти как в рядах доходности финансовых активов, так и в рядах волатильности, с использованием различных типов распределений ошибок и включением некоторых дополнительных объясняющих переменных. Рассматриваются возможные причины наличия такого феномена, как длинная память, и его влияние на гипотезу эффективного рынка. Моделирование данного вида применяется к ряду обменных курсов, и полученные результаты позволяют сделать вывод об адекватности моделей данного класса для описания финансовых временных рядов.

Ключевые слова: Длинная память, модели ARFIMA, модели FIGARCH/ FIAPARCH, эффективность рынка.

Классификация JEL: C22, G01, G12, F31.

УДК 330.4
ББК 65в6

Pertsovsky O.E. The foreign exchange market modeling using long-memory processes: Working paper WP2/2004/03. — Moscow: State University — Higher School of Economics, 2004. — 52 p. (in Russian).

In this paper we describe the long memory property of time series, the models suitable for analysing such processes and methods of their estimation. We introduce a new ARFIMA — FIGARCH/FIAPARCH models to allow existence of long memory in return series and its volatility simultaneously and extend them with different types of the distributions of innovations and some additional explaining variables. The possible reasons of presence of such phenomena as the long memory are presented as well as the inferences on the efficient market hypothesis. This modelling is applied to a number of exchange rates and the obtained results demonstrate the adequacy of the developed models for the description of the financial time series.

Key words: Long memory, ARFIMA models, FIGARCH/ FIAPARCH models, market efficiency.

JEL Classification: C22, G01, G12, F31

Перцовский Олег Евгеньевич
Государственный университет
Высшая школа экономики
101990, Москва, ул. Мясницкая, д. 20

Pertsovsky Oleg Evgenievich
State University — Higher School
of Economics
20, Myasnitskaya, Moscow, 101990, Russia

Препринты ГУ ВШЭ размещаются на сайте: <http://www.hse.ru/science/preprint/>

© О.Е. Перцовский, 2004
© Оформление. ГУ ВШЭ, 2004

Введение*

Бурное развитие финансовых рынков в последние десятилетия сопровождается значительным ростом вовлеченных объемов капитала, возникновением большого числа новых финансовых инструментов, увеличением количества участников рынка. Увеличение размера рискованных позиций компаний и активизация их деятельности по управлению портфелями финансовых активов ведет к необходимости разработки новых методов анализа финансовых рынков, позволяющих получать более надежные оценки ожидаемых результатов инвестиционной деятельности. Еще 20 лет назад эмпирические исследования в области финансов использовали относительно несложные аналитические инструменты. Однако, по мере стремительного развития компьютерных технологий, увеличения доступности длинных рядов данных, разработки современных эконометрических моделей, предназначенных непосредственно для изучения финансовых рынков, ситуация в этой области начала резко меняться. Необходимо подчеркнуть, что этот прогресс не оказался ограниченным академическими рамками, а напротив, его результаты стали активно внедряться в повседневную финансовую практику, что в свою очередь стимулировало дальнейшие разработки.

Одним из важных направлений исследований является моделирование динамики доходности и волатильности фондового и валютного рынков. Долгое время было принято считать, что доходность финансовых рынков следует процессу “случайного блуждания” и, следовательно, полностью непредсказуема. Эта точка зрения полностью соответствует гипотезе эффективного рынка, постулирующей, что вся информация о рынке включена в текущую цену актива. В этом случае цены должны совпадать со своими фундаментальными значениями, любые отклонения от которых связаны с процессом поступления новостей на рынок, носящим случайный характер. Однако в последнее время появляются работы, в которых ставится под сомнение адекватность этой гипотезы реалиям финансового рынка. Некоторая, хотя и незначительная (по сравнению с высокими дисперсиями), степень предсказуемости доходности отмечается многими авторами, однако возможность ее использования с учетом возникающих транзакционных издержек остается сомнительной.

* Автор выражает благодарность за полезные рекомендации и помощь в подготовке работы Г.Г. Канторовичу, В.А. Бессонову (ГУ ВШЭ), а также В. Maillot и T. Cheveaux (University Paris-1).

Другим важнейшим направлением финансового моделирования является исследование динамики волатильности рынков, показавшее изменчивость этой характеристики во времени, тогда как модели, использовавшиеся ранее, предполагали волатильность постоянной. Помимо интереса теоретического, адекватное моделирование волатильности является необходимым также и для практических приложений в области измерения, контроля и управления риском. Целью моделирования волатильности является построение ее прогноза и изучение различных аспектов рыночной доходности. Подобные прогнозы применяются в таких отраслях финансовой деятельности, как риск-менеджмент, оценка стоимости производных финансовых инструментов, определение структуры портфеля, выбор оптимального времени для осуществления операций на рынке и т.д. В каждом из этих случаев немаловажным оказывается построение оценки ожидаемой в будущем волатильности.

Оба описанных выше направления исследований продолжают развиваться, опираясь на новейшие разработки в области финансовой эконометрики. Стремление подобрать модель, наиболее полно соответствующую реальному поведению финансовых рынков, и повысить качество строящихся прогнозов ведет к появлению как новых классов моделей, так и модификаций уже существующих. Одним из наиболее перспективных направлений работы по праву считается построение моделей с длинной памятью.

Ряд с длинной памятью характеризуется функцией автокорреляции, которая медленно убывает по мере увеличения временного лага. На протяжении многих лет исследователями активно использовались модели класса ARMA (процессы с короткой памятью), предполагающие экспоненциальный темп убывания коэффициентов в функции реакции на внешние импульсы. В последние полтора десятилетия появилось множество работ, подчеркивающих важность эффекта длительности воздействия шоков. Частично интегрированные процессы (процессы с длинной памятью) могут рассматриваться как промежуточный вариант между ставшими уже традиционными альтернативами короткой и бесконечной памяти ряда. Таким образом, важным вкладом процессов с длинной памятью в моделирование временных рядов является возможность получения вида функции реакции на импульсы и, следовательно, долгосрочных прогнозов, отличных от предполагающихся ранее существовавшими моделями и более соответствующих эмпирическим данным. В последние годы модели данного типа все более активно применяются к различным рядам финансовых данных, таких как доходность финансовых активов, форвардные премии, дифференциалы процентных ставок, темпы инфляции. Наиболее же успешным на данный момент оказывается использование процессов с длинной памятью для моделирования волатильности цен активов.

Проведенные исследования показывают, что данный подход позволяет обнаружить ранее неизвестные эмпирические закономерности, способные в дальнейшем углубить понимание поведения финансовых рынков и улучшить методы оценки риска. В данной работе предлагается допустить возможность наличия эффектов длинной и короткой памяти одновременно и в значениях ряда, и в его волатильности. Такое допущение позволяет проводить моделирование уровней доходности на основе предыдущих значений при одновременном отказе от предпосылки о постоянной волатильности ряда и ее замене на модель, описывающую динамику волатильности во времени.

1. Эффективный рынок и эмпирические свойства доходности

Любое моделирование финансового рынка требует предварительного описания доминирующей в этой области парадигмы и ее недостатков, так же как и закономерностей, зафиксированных на таких рынках. В этой связи первый раздел настоящей работы посвящен существующим подходам и наблюдениям, что позволит обосновать возможность использования моделей, предлагаемых и используемых в последующих разделах.

1.1. Гипотеза эффективного рынка

Концепция эффективности рынка составляет один из краеугольных камней теории функционирования финансовых рынков. Эта концепция является одной из наиболее противоречивых и обсуждаемых экономических теорий. Существует множество работ, посвященных попытке протестировать гипотезу эффективного рынка, однако окончательного ответа не найдено и по сей день. Понятие эффективности постулирует, что совокупность информации, относящейся к оценке актива, торгуемого на рынке, мгновенно отражается в стоимости этого актива. Таким образом, цена, наблюдаемая на эффективном рынке, представляет собой корректную оценку фундаментальной стоимости актива, поскольку эта цена уже отражает всю информацию, связанную с прошлыми событиями и ожиданиями относительно событий будущих. В этих условиях колебания цен обусловлены главным образом какими-либо непредвиденными событиями. Это означает, что движение цен не следует какой-либо модели или тренду и, следовательно, предыдущие изменения цен не могут быть использованы для прогноза будущих ценовых изменений и получения доходности, превосходящей некоторый эталонный уровень. Из этого можно

сделать вывод, что колебания цен являются случайными и, следовательно, сами цены следуют процессу “случайного блуждания”, тогда как доходности представляют собой процесс “белого шума”. Формализуя сказанное выше, введем ряд обозначений. Пусть P_t — стоимость финансового актива¹ в момент времени t . Говорят, что P_t следует процессу логарифмического “случайного блуждания”, если выполняется следующее соотношение: $\ln(P_t) = \ln(P_{t-1}) + \varepsilon_t$, где ε_t — “белый шум”. Доходность актива за период t определим как $R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \varepsilon_t$.

Однозначное принятие гипотезы эффективного рынка сталкивается, однако, с рядом препятствий. Одно из наиболее известных среди них состоит в наличии аномалий финансового рынка: общепризнанных, но необъяснимых структур в рядах доходностей. Список наиболее часто встречаемых аномалий включает календарные эффекты, такие как “эффект января”, указывающий на более высокие доходности в течение первого месяца по отношению к другим месяцам года, и “эффект выходного дня”, согласно которому во второй половине дня в пятницу и в понедельник утром активы имеют тенденцию продаваться по несколько завышенной цене. Можно также упомянуть “эффект размера”, в соответствии с которым небольшие предприятия часто обеспечивают более высокую доходность по отношению к крупным предприятиям. Существует также свидетельство наличия индикаторов недооцененности акций, таких как высокое отношение цена — доходность (P/E) и дивидендный выход. Вопрос возможности использования этих аномалий для извлечения сверхнормальной прибыли остается открытым. Транзакционные издержки, а также синхронная попытка других инвесторов использовать те же аномалии, могут помешать достичь желаемого результата.

Другой вызов гипотезе эффективного рынка проистекает из изучения психологии поведения, лежащей в основе решений инвесторов и использующих ее для объяснения таких феноменов, как избыточная и недостаточная реакция цен на новую информацию. Многие исследования подтвердили, например, что такие неточные реакции участников рынка на информацию ведут к возникновению предсказуемости на рынке, что может привести к получению дополнительной доходности. Влияние психологии на рыночную эффективность является в настоящее время одним из нап-

¹ В качестве финансовых активов могут рассматриваться совершенно различные инструменты (такие, как акции, облигации, инструменты срочного рынка и т.д.), так как все приводимые рассуждения аналогичны для различных финансовых рынков. В эмпирической части работы будет проанализирован исключительно валютный рынок и в качестве рассматриваемых активов будут выступать различные валюты.

равлений активных исследований на финансовом рынке. В данном случае уместно процитировать Кругмана, который в своей статье “Семь привычек несовершенного инвестора” выделил поведенческие черты, делающие, по его мнению, рынки какими угодно, только не эффективными: мыслить краткосрочно; быть жадным; верить в большего глупца; бежать с толпой; иметь склонность к избыточным обобщениям; следовать моде; играть с деньгами других людей. В случае, если эти свойства поведения участников финансового рынка действительно имеют место, то предположение об их рациональности, неразрывно связанное с гипотезой эффективности рынков, оказывается под вопросом. Одним из наиболее признанных явлений является феномен толпы, указывающий на возможность длительных отклонений цены финансового актива от его фундаментальной стоимости в результате подражательного поведения экономических агентов. Кроме того, по наблюдению Петерса (1996), можно выделить еще один фактор, ведущий к неточной реакции цен на поступление новой информации, а именно излишнюю уверенность инвесторов в собственных субъективных оценках, которая не является полностью обоснованной имеющейся у них информацией. По этой причине участники рынка могут реагировать на новую информацию не немедленно (вследствие неготовности отказаться от своих предшествующих оценок), а с некоторым запозданием. Таким образом, в качестве альтернативы традиционному представлению, согласно которому все колебания цены актива связаны только с появлением новой неожиданной информации, предлагается подход, делающий упор на психологические особенности поведения участников рынка.

В любом случае очевидно, что традиционная теория финансовых рынков, как и любая экономическая модель, пытается упростить реальность. При этом важно, чтобы такого рода упрощения не препятствовали корректному восприятию картины реального мира в целом. Представляется, однако, что в рассматриваемом случае искажения оказываются достаточно значительными.

По меткому замечанию Бернштейна, “колоссальный объем торговли на сегодняшних рынках является важным индикатором того, что эффективность рынка в чистом виде нерелевантна реальному миру инвестиций”. Действительно, в самом понятии рыночной эффективности скрывается внутреннее противоречие. Для того чтобы прийти к этому заключению, необходимо сформулировать условия эффективности рынка. Рынки не становятся эффективными автоматически. Эффективность рынка возникает за счет действий инвесторов, осуществляющих торговлю и реализующих методы, направленные на попытку переиграть рынок. Можно перечислить следующие условия, необходимые для устранения неэффектив-

ности. Во-первых, неэффективность рынка должна обеспечивать основу для создания метода, позволяющего переиграть рынок и получить дополнительную доходность. Для этого нужно, чтобы актив, являющийся источником неэффективности, торговался, и транзакционные издержки реализации упомянутого выше метода были ниже прибыли, ожидаемой от его реализации. Во-вторых, должны существовать инвесторы, максимизирующие прибыль, которые обнаруживают потенциальную дополнительную доходность и оказываются в состоянии воспроизвести метод, обеспечивающий такую отдачу, а также имеют ресурсы, достаточные для того, чтобы участвовать в торговле данным активом вплоть до устранения неэффективности. Таким образом, существует внутреннее противоречие, состоящее в утверждении, что возможность переиграть рынок отсутствует, с одной стороны, при одновременном требовании, чтобы инвесторы непрерывно искали пути переигрывания рынка и таким образом делали его эффективным, — с другой. Если бы рынки были эффективными, а инвесторы — рациональными, то инвесторы должны были бы прекратить поиск неэффективности, что привело бы к тому, что рынки вновь потеряли бы свою эффективность. Решение состоит в постулировании того, что агенты ведут себя так, как если бы рынки не были эффективными. Логичным кажется представлять эффективный рынок как самокорректирующийся механизм, где неэффективность периодически возникает, но исчезает практически мгновенно, как только инвесторы ее обнаруживают и используют в торговле.

Ранее мы уже упоминали о том, что значительное число работ посвящено попыткам определить, являются ли те или иные рынки эффективными, но, как было отмечено Э. Ло, “она <гипотеза эффективного рынка> обезоруживающе проста для постулирования, имеет далеко идущие последствия как для академических исследований, так и для повседневной деловой практики, и в то же время она оказывается удивительно стойкой к попыткам как подтвердить, так и опровергнуть ее эмпирически”. Однако эта констатация не означает, что следует отказаться от любых попыток проверки гипотезы эффективного рынка, напротив, такая проверка является чрезвычайно интересным полем для деятельности всех исследователей в области финансовых рынков.

Говоря о гипотезе эффективного рынка и модели “случайного блуждания”, традиционно используемой для описания финансовых рынков, мы не уделяли внимания свойствам распределения доходности, которые рассматриваются, как правило, одинаково независимо (и обычно нормально) распределенными, с нулевым средним и постоянной во времени дисперсией. Однако эмпирические наблюдения показывают, что это распределение обладает особенностями, не вписывающимися в традиционную

парадигму. Следующий подраздел работы посвящен описанию этих специфических черт.

1.2. Эмпирические закономерности волатильности цен активов

До начала 1980-х гг. моделирование макроэкономических и финансовых временных рядов концентрировалось на условных моментах первого порядка, тогда как зависимости моментов более высокого порядка игнорировались. Возрастание важности роли неопределенности и риска в современной экономической теории потребовало разработки методик моделирования дисперсий, меняющихся во времени. Понимание конкретного вида зависимости дисперсии ряда от ее предыдущих значений является крайне важным для многих макроэкономических и финансовых приложений, таких как оценка опционов, расчет величины риска портфеля и т.д.

Очевидно, что для выбора подходящей модели необходимо иметь представление об эмпирических закономерностях, которые могут и должны быть учтены в конструируемой модели. Далее будут описаны наиболее важные и наиболее общие черты волатильности цен финансовых активов.

Феномен кластеризации крупных и малых изменений (вне зависимости от знака) в ценах финансовых активов был одним из первых наблюдений, касающихся поведения процессов волатильности. Фама (1965) первым отметил, что за значительными изменениями цены актива часто следуют другие значительные изменения, тогда как слабые изменения обычно следуют за слабыми. Такая кластеризация подразумевает, что шоки волатильности, произошедшие сегодня, будут влиять и на волатильность в будущем.

Кластеризация волатильности подразумевает, что волатильность колеблется, поочередно увеличиваясь и уменьшаясь. То есть за периодом высокой волатильности следует период низкой волатильности и наоборот. Возврат к среднему в отношении волатильности означает, что существует определенный “нормальный” уровень волатильности, к которому она, в конечном итоге, возвращается. Долгосрочные прогнозы волатильности должны сходиться к этому нормальному уровню, который не зависит от периода, когда эти прогнозы были сделаны. Другими словами, возврат к среднему означает, что текущая информация не влияет на прогнозы на бесконечном горизонте. То есть $p \lim_{k \rightarrow \infty} h_{t+k|t} = \sigma_t^2 < \infty$ для любого t , где $h_{t+k|t}$ — прогноз условной дисперсии в момент t на k периодов вперед. Большинство практиков согласны с тем, что такая характеристика волатильности существует, однако нет единого мнения относительно самой величины нормального уровня и ее постоянства во времени.

Многие модели волатильности предполагают, что условная волатильность цены актива подвержена симметричному влиянию положительных

и отрицательных шоков. Так, например, модель GARCH (1,1) допускает влияние на дисперсию только квадрата предыдущих инноваций, совершенно не учитывая при этом их знака. Однако на практике коэффициент корреляции, связанный с ростом цен, часто оказывается выше аналогичного коэффициента при снижении цен.

Кроме того, влияние на динамику волатильности могут оказывать и некоторые детерминированные события. Так, например, ожидаемая публикация важной информации связана с ростом волатильности. В ряде исследований было показано, что волатильность доходности отдельных акций возрастает в период перед объявлением предприятием своей прибыли, волатильность обменного курса оказывается заметно выше в период объявления макроэкономических новостей, таких как квартальный валовой внутренний продукт, индексы цен производителей, данные относительно уровня занятости и т.д. Также было обнаружено, что дамми-переменная для января также имеет объясняющую силу для динамики условной дисперсии доходности акций.

Большинство авторов сходятся во мнении относительно важной роли периодов между торговыми днями в определении волатильности цен финансовых активов. Информация, аккумулированная в периоды, когда финансовые рынки были закрыты, отражается после открытия рынков. Однако, если бы информация накапливалась с постоянным темпом в течение календарного времени, то дисперсия доходностей за период от закрытия рынка в пятницу вечером до закрытия в понедельник должна в три раза превышать дисперсию за период от закрытия в понедельник до закрытия во вторник. Френч и Ролл (1986) обнаружили, что информация накапливается значительно медленнее в период, когда рынки закрыты, нежели когда они открыты. Дисперсии оказываются действительно выше после выходных и праздничных дней, однако далеко не в той степени, которая предсказывается гипотезой о постоянном темпе поступления новостей. Авторы выявили, что наиболее значительная часть избыточной волатильности возникает за счет действий на рынке информированных участников, приводящих к росту волатильности, хотя небольшую роль играет и рост интенсивности поступления публичной информации в периоды рыночной торговли и то, что сам процесс торговли также оказывается источником дополнительной волатильности.

Уже давно установлено, что распределение доходности финансовых активов имеет “толстые хвосты” (свойство лептокуртозиса). Коэффициент эксцесса обычно оценивается в промежутке от 4 до 50 (тогда как он должен быть равен 3 в гауссовском случае), указывая на крайне высокую степень отклонения от нормальности. Поскольку эта характеристика также должна быть учтена в корректной модели дисперсии, появилось значительное количество работ по моделированию доходностей как независимо

одинаково распределенных выборок из распределений с “толстыми хвостами”. Существование лептокуртозиса означает, в частности, что риск высоких потерь, так же как и вероятность получения нулевой доходности, оказывается выше, чем в нормальном распределении. Свойство лептокуртозиса наглядно представлено на рис. 1.

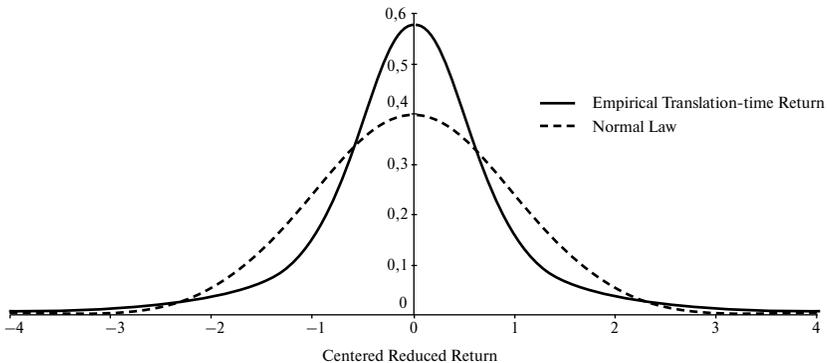


Рис. 1

Причины появления лептокуртозиса распределения доходности широко обсуждаются в литературе. Стандартное объяснение сводится к тому, что информация поступает на рынок не непрерывно, а отдельными порциями. Реакция рынка на эти сгустки информации и ведет к возникновению “толстых хвостов”. Так как распределение информации является лептокуртичным, то и распределение ценовых изменений также будет проявлять свойство лептокуртичности. Данное объяснение предполагает, что процесс поступления информации не является равномерным. Однако, можно также предположить, что и реакция экономических агентов также не является равномерной. Речь идет о том, что инвесторы могут игнорировать информацию до тех пор, пока не получают подтверждения ее достоверности или не убедятся в наличии четко выраженного тренда изменений, после чего они начинают реагировать с учетом всей накопленной информации. Подобный нелинейный тип поведения инвесторов также может вести к возникновению “толстых хвостов”. Такая эмпирическая закономерность вновь возвращает нас непосредственно к вопросу эффективности рынка, поскольку если информация не оказывала влияния на поведение участников рынка и, следовательно, на цены, до тех пор пока она не преодолела некоторого критического уровня, после чего начинает сказываться

ваться все ее совокупное влияние, это подразумевает влияние прошлого на текущее состояние, что противоречит гипотезе эффективного рынка.

Попытки поставить под сомнение гипотезу эффективного рынка осуществлялись многими авторами на основе построения моделей, позволяющих предсказывать будущие значения цен финансовых активов. В последние несколько лет все большей популярностью пользуются модели, указывающие на возможность наличия на финансовом рынке динамического поведения, характеризующегося длинной памятью. В данном исследовании также будет предпринята попытка моделирования валютного рынка при помощи нового семейства моделей с двойной длинной памятью.

2. Длинная память

Длинная память, или долгосрочная зависимость – свойство, описывающее корреляционную структуру высокого порядка временного ряда. В случае, если ряд обладает длинной памятью, то зависимость существует даже между далеко отстоящими друг от друга во времени наблюдениями. Поскольку длинная память создает в модели для среднего уровня ряда нелинейную зависимость в первых моментах распределения и, следовательно, генерирует в динамике ряда потенциально пригодный для прогнозирования компонент, ее присутствие в рядах доходности финансовых активов порождает сомнения в эффективности финансового рынка. Цена актива на эффективном рынке должна следовать мартингалльному процессу, в котором каждое ценовое изменение не подвержено влиянию своих предшественников, т.е. не обладает памятью. Поскольку длинная память подразумевает наличие значимой автокорреляции между удаленными наблюдениями, ее присутствие ведет к тому, что прошлые доходности могут помочь в предсказании доходностей будущих, что в свою очередь приводит к возможности получения спекулятивной прибыли. Наличие такой структуры в доходностях активов поднимает ряд теоретических и эмпирических вопросов. В связи с тем, что длинная память представляет собой особую форму нелинейной динамики, она ставит под вопрос линейное моделирование и требует разработки на теоретическом уровне новых нелинейных моделей оценки финансовых активов для учета поведения, связанного с наличием длинной памяти. Мандельброт (1971) отметил, что в присутствии длинной памяти влияние поступления новой информации на рынок не может быть полностью устранено вследствие арбитража, и мартингалльные модели ценообразования не могут быть выведены из арбитражных соображений. Более того, ценообразование производных ценных бумаг мартингалльными методами не будет корректным в случае, если лежащий в его основе стохастиче-

ческий процесс обладает длинной памятью. Статистические выводы, касающиеся модели ценообразования активов, базирующиеся на стандартных тестовых процедурах, также могут быть неприменимы для рядов с длинной памятью.

2.1. Происхождение понятия длинной памяти

Процессы с длинной памятью впервые были разработаны Херстом (1951) при изучении притоков Нила и оптимальных размеров резервуаров воды. До начала 1950-х гг. модели, традиционно использовавшиеся в гидрологии, предполагали, что притоки и оттоки рек являются независимыми во времени или, по крайней мере, слабо зависимыми. В этих условиях изучение истории уровней воды не приносило никакой полезной информации для понимания будущего поведения реки. Другими словами, эффект шока, произведенный, например, крупным паводком, должен был быстро исчезать, не оказывая влияния на изучаемый ряд. В этом случае мы говорим о нулевой памяти (полная независимость²) или о короткой памяти (слабая зависимость между наблюдениями или краткосрочная зависимость). Херст показал, что эти модели в значительной степени недооценивают сложность гидрологических колебаний, а изучение предшествующих уровней воды предоставляет крайне ценную информацию относительно будущего поведения реки.

Таким образом, впервые было обнаружено то, что Мандельброт (1973) назвал “крайне странной корреляционной структурой”.

Визуальный анализ рис. 2 выявляет медленное убывание автокорреляций ряда, остающихся при этом положительными для всех лагов. Известно, что корреляционная структура такого вида может быть свидетельством нестационарности ряда, однако рассмотрение первых разностей ряда (дифференцированного ряда) с длинной памятью приводит к выводу о его возможном передифференцировании. Кроме того, проведение статистических тестов демонстрирует, что такая структура может принадлежать и стационарному ряду.

Необходимо отметить, что понятие длинной памяти является промежуточным между понятиями памяти короткой и памяти бесконечной. Это замечание приобретает особую важность, поскольку зачастую оказывается затруднительным проведение жесткого разграничения между этими типами поведения временных рядов, в особенности в случае рассмотрения экономических данных³. В случае ряда с короткой памятью, эффект шока

² О независимости говорят только в гауссовском случае. В случае, если распределение ряда не является нормальным, нулевая память соответствует отсутствию автокорреляции.

³ По причине ограниченной мощности тестов на стационарность.

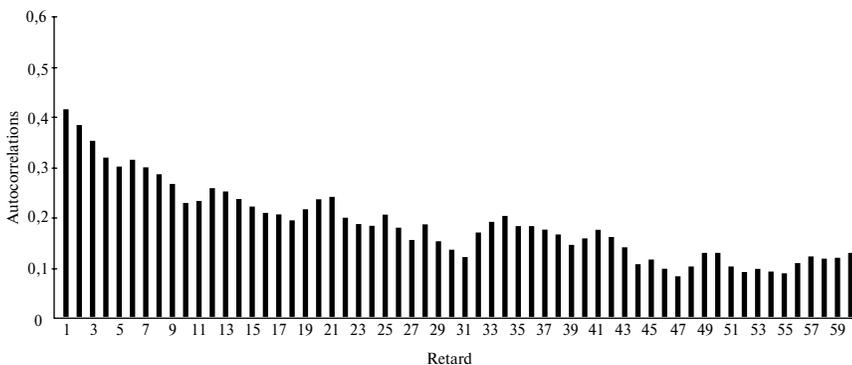


Рис. 2. Коррелограмм ряда с длинной памятью (Mignon (1998))

не оказывает влияния на поведение анализируемого ряда в долгосрочном периоде. Напротив, для ряда, характеризующегося бесконечной памятью, эффект шока сказывается на всех без исключения будущих значениях данного ряда. В промежуточном случае наличие во временном ряде эффекта долгосрочной памяти приводит к крайне длительным, но не перманентным последствиям шока. Эти последствия не являются постоянными в том смысле, что рано или поздно ряд вернется к своему равновесному уровню (такой уровень часто называют “нормальным” или “естественным”), тогда как ряд с бесконечной памятью никогда не возвращается к равновесному уровню после произошедшего шока. Это разграничение становится особенно важным при изучении финансовых рынков. В 1990-е гг. появилось множество исследований, посвященных использованию длинной памяти в макроэкономических и финансовых приложениях.

2.2. Определение длинной памяти

Процессу с длинной памятью можно дать и вполне четкое определение, формализующее описанные выше его особенности.

Стационарный процесс X является процессом с длинной памятью, если существует действительное число α , $0 < \alpha < 1$, и константа c , $c > 0$, для которых выполняется условие:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\rho_k}{c^* k^{-\alpha}} = 1, \quad (1)$$

где ρ – функция автокорреляции и k – номер лага.

То есть автокорреляции процесса с длинной памятью удовлетворяют следующему асимптотическому соотношению: $\rho_k \sim c^* k^{-\alpha}$ при $k \rightarrow \infty$. Таким образом, убывание автокорреляций происходит крайне медленно, по гиперболе. Это гиперболическое убывание автокорреляций противопоставляется их экспоненциальному убыванию, характерному для процессов с короткой памятью (ARMA): $\rho_k \leq c^* a^k$, где c – положительная константа и $0 < a < 1$.

Важно отметить, что определение длинной памяти является асимптотическим. Другими словами, рассматривая автокорреляции, можно констатировать, что каждая из автокорреляций в отдельности может быть слабой, тогда как их сумма должна оказаться высокой. Это делает еще более затруднительным обнаружение длинной памяти, поскольку выявление отдельных лагов, для которых автокорреляция является высокой, не оказывается достаточным. В данном случае важным оказывается темп стремления автокорреляций к нулю по мере увеличения лага. Чем выше степень персистентности процесса, тем более медленной будет конвергенция к нулю и тем большей будет сумма корреляций. Напротив, для процесса с короткой памятью сумма автокорреляций будет менее значительной, поскольку эти процессы обычно характеризуются одной или двумя значимыми автокорреляциями при малых лагах.

2.3. Процесс ARFIMA

Любые прикладные исследования требуют более строгого описания всего поведения ряда, которое может быть получено на основе использования процессов ARFIMA.

В работах, посвященных анализу временных рядов, первым шагом является, как правило, определение порядка интегрированности ряда (речь идет о значении параметра d процесса ARIMA (p, d, q)). Как правило, авторы ограничиваются выбором между d равным 0 и 1. Случай $d = 0$ соответствует короткой памяти ряда, тогда как при $d = 1$ можно сделать вывод о бесконечной памяти. Говоря о бесконечной памяти, подразумевают, что каждый шок оказывает влияние на поведение ряда бесконечно долго. С другой стороны, существование короткой памяти означает, что последствия шока исчезнут достаточно быстро, при этом из поля зрения исследователей ускользает промежуточная ситуация, когда последствия шока оказываются временными, но длительными (т.е. случай длинной памяти, или персистентности). Для разрешения этой проблемы Гренджер и Джойо (1980) предложили новый класс моделей ARFIMA (p, d, q) , допускающий возможность нецелого параметра d .

Говорят, что ряд X_t следует процессу ARFIMA (p, d, q), если:

$$\Psi(L)(1-L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (1-L)^d &= 1-dL - \frac{d(1-d)}{2!}L^2 - \frac{d(1-d)(2-d)}{3!}L^3 - \dots = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)}L^k = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} c_k(d)L^k \end{aligned} \quad (3)$$

$0 < d < 1$, $c_1(d) = d$, $c_2(d) = \frac{1}{2}d(1-d)$,... и $\Gamma(\cdot)$ обозначает гамма-функцию⁴.

$\Psi(L) = 1 - \psi_1 L - \dots - \psi_p L^p$; $\Theta(L) = 1 + \theta_1 L + \dots + \theta_q L^q$; ε_t – “белый шум”⁵.

Процессы ARMA (p, q) и ARIMA (p, d, q) являются частными случаями этого процесса при $d = 0$ и $d = 1$ соответственно.

Процессы ARFIMA представляют собой крайне удобный инструмент анализа временных рядов, поскольку дают возможность одновременного моделирования эффектов длинной и короткой памяти. Моделирование длинной памяти на основе использования традиционных процессов ARMA с включением крайне большого количества лагов также возможно (автокорреляция будет представлять собой в этом случае сумму экспонент), однако такое моделирование не позволяет оценить степень персистентности ряда и, кроме того, в этом случае для персистентного ряда мы получаем корни полиномов авторегрессии скользящего среднего близкими к единице, вследствие чего асимптотические распределения оказываются плохими аппроксимациями распределений на конечные выборки. В своем исследовании, посвященном сравнению моделирования стационарных временных рядов с помощью процессов ARMA и ARFIMA, Андерсон (1998), применяя симуляции Монте-Карло и сравнивая ошибки прогнозов, показывает, что игнорирование длинной памяти, когда она в действительности имеет место, приводит к более серьезному ухудшению результатов, чем ее наложение при отсутствии таковой. Это наблюдение является крайне важным, поскольку на практике исследователю никогда не известно, какой процесс в действительности лежит в основе динамики цен финансовых активов. На основе приведенных выше соображений можно рассматривать использование процессов ARFIMA как один из наиболее современных и актуальных подходов для изучения финансовых временных рядов.

⁴ $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt$.

⁵ См.: Бейли (1996).

Наличие длинной памяти означает, что информация, содержащаяся в прошлом поведении ряда, оказывается полезной для предсказания его будущих значений и дает возможность предпринять попытку превзойти прогноз на основе процесса “случайного блуждания”. Объяснение возможных причин возникновения явления длинной памяти в финансовых временных рядах будет предложено в ходе эмпирического анализа валютных курсов в третьем разделе.

2.4. Процессы с длинной памятью в дисперсиях

Описывая модели ARFIMA, мы предполагали, что ε_t является “белым шумом” и имеет дисперсию, постоянную во времени. Однако эмпирические финансовые данные показывают, что волатильность финансовых рядов заметно меняется во времени. Для моделирования этого свойства финансовых рынков исследователи, как правило, прибегают к использованию моделей семейства GARCH, позволяющих оценить возможную зависимость текущей волатильности от ее предыдущих значений и квадратов величин предыдущих ошибок.

2.4.1. Процессы FIGARCH. Начнем с рассмотрения наиболее традиционной модели GARCH, предложенной Боллерслевом. Формально модель определяется как

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha(L)\varepsilon_t^2 + \beta(L)\sigma_t^2, \quad (4)$$

где L – лаговый оператор $\alpha(L) \equiv \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots + \alpha_r L^r$, и $\beta(L) \equiv \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \dots + \beta_s L^s$. Процесс GARCH (r, s) может быть также представлен в виде процесса ARCH бесконечного порядка:

$$\sigma_t^2 = \omega [1 - \beta(L)]^{-1} + \alpha(L) [1 - \beta(L)]^{-1} \varepsilon_t^2 \equiv \omega [1 - \beta(L)]^{-1} + \lambda(L) \varepsilon_t^2 \quad (5)$$

Этот процесс может быть представлен и как процесс ARMA (m, r) относительно:

$$[1 - \alpha(L) - \beta(L)] \varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)] v_t, \quad (6)$$

где $m = \max\{r, s\}$, и $v_t \equiv \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$. Можно интерпретировать некоррелированный процесс $\{v_t\}$ с ненулевым средним как “инновации” в условной дисперсии. В случае, когда лаговый полином авторегрессии содержит единичный корень, процесс называют интегрированным в дисперсии. Соответствующий класс моделей называют интегрированными GARCH (p, q) моделями (IGARCH) и описывают уравнением:

$$\varphi(L)(1-L)\varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]v_t, \text{ где } \varphi(L) \equiv [1 - \alpha(L) - \beta(L)](1-L)^{-1} \quad (7)$$

Боллерслев и Энгль (1993) определяют процесс как интегрированный в дисперсиях, если $\lim_{j \rightarrow \infty} E_t [\text{var}_{t+j-1}(y_{t+j})]$ не сходится к некоторой константе с единичной вероятностью для каждого периода t , т.е. долгосрочные прогнозы условной дисперсии остаются чувствительными к начальным условиям на всех горизонтах прогноза. Хотя эмпирические оценки часто не позволяют отвергнуть гипотезу о наличии единичного корня в дисперсии, интуиция подсказывает, что в большинстве случаев дисперсия должна возвращаться к среднему значению. Согласование этих двух точек зрения возможно при использовании, как и в модели ARFIMA, частичного порядка интегрирования. Частично интегрированный процесс GARCH (или FIGARCH (r, ξ, s)), может быть получен путем замены в модели IGARCH оператора первых разностей на оператор частичного дифференцирования:

$$\phi(L)(1-L)^\xi \varepsilon_t^2 = \omega + [1 - \beta(L)]v_t. \quad (8)$$

Очевидно, что модель FIGARCH (r, ξ, s) сводится к модели GARCH (r, s) при $\xi = 0$ и к модели IGARCH (r, s) при $\xi = 1$. Возможность использования значений ξ в интервале от нуля до единицы придает модели дополнительную гибкость, которая может оказаться необходимой при моделировании долгосрочных зависимостей, присущих условной дисперсии финансовых временных рядов. Можно провести аналогию между этим классом моделей и моделями ARFIMA для условного среднего. Как и в случае процессов ARFIMA, краткосрочная динамика условной дисперсии описывается традиционными параметрами GARCH, тогда как долгосрочные зависимости описываются параметром частичного дифференцирования.

2.4.2. Процессы FIAPARCH. В предыдущем разделе было упомянуто, что “инновации” могут оказывать асимметричное влияние на волатильность. Для учета этого эмпирического наблюдения Динг, Гренджер и Энгль (1993) предложили модель APARCH (r, s) (Asymmetric Power ARCH). Эта модель может быть представлена как

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^s (\alpha_i |\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^r \beta_j \sigma_{t-j}^\delta, \quad (9)$$

где $\delta > 0$ и $-1 < \gamma_i < 1$ ($i = 1, \dots, s$). Авторы также обращают внимание на важность степенного параметра, с использованием которого происходит преобразование ряда.

Не существует каких-либо оснований утверждать, что феномен кластеризации волатильности является свойством исключительно квадратов

доходности. Вообще абсолютное изменение цен финансовых активов также будет демонстрировать аналогичную кластеризацию волатильности, и использование степенного параметра проводится для того, чтобы подчеркнуть относительно спокойные и бурные периоды. Действительно, может быть применен любой положительный степенной параметр, и стандартное использование в этой роли квадратичных величин представляется в большей степени отражением гипотезы нормальности распределения данных, к которой традиционно принято обращаться. В случае, если ряд нормально распределен, то он может быть в полной мере охарактеризован первыми двумя моментами и, следовательно, оправданным является включение в модель квадратичной величины, представляющей собой меру дисперсии. Однако, в случае принятия допущения о том, что распределение данных может быть ненормальным, для адекватного описания ряда возникает необходимость подняться в область моментов более высокого порядка (асимметрия, эксцесс и т.д.). В этом случае преимущество квадратичного параметра теряется и более подходящими могут оказаться уже и другие степенные преобразования. Можно предположить, что для негауссовских данных, путем возведения доходностей в квадрат, экзогенно налагается структура, которая потенциально может вести к субоптимальным результатам для моделирования и снижению эффективности прогнозирования по сравнению с другими степенными параметрами. Вместо наложения ограничений на параметр степени, данная модель предлагает сделать его эндогенным и оценить его оптимальную величину. В то же время эта модель позволяет учесть возможную асимметрию в реакции волатильности на шоки различных знаков. Таким образом гибкость изменяющегося степенного параметра объединяется с наличием коэффициента асимметрии, и кроме того, модель APARCH включает целый ряд других вариантов модели ARCH в качестве частных случаев.

Согласно Дингу, Гренджеру и Энглию (1993) при $\omega > 0$ и $\sum_{i=1}^s \alpha_i E(|z| - \gamma_i z)^\delta + \sum_{j=1}^r \beta_j < 1$, стационарное решение уравнения (9) существует и принимает

следующий вид:

$$E(\sigma_t^\delta) = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^s \alpha_i (|z| - \gamma_i z)^\delta - \sum_{j=1}^r \beta_j}. \quad (10)$$

Нужно отметить, что в случае, если $\gamma = 0$, $\delta = 2$, $p = 1$, $q = 1$ и z_t имеет нулевое среднее и единичную дисперсию, мы получаем стандартные условия стационарности модели GARCH(1,1) — $\alpha_1 + \beta_1 < 1$. При этом, если $\gamma \neq 0$ и/или $\delta \neq 2$, данное условие зависит от гипотез, сделанных в отношении процесса, которому следуют “инновации”.

Экстраполяция модели на случай дробной интеграции была осуществлена Тсе (1998) и может быть представлена как:

$$\sigma_i^\delta = \omega + \left\{ 1 - [1 - \beta(L)]^{-1} \phi(L)(1-L)^\xi \right\} (|\varepsilon_i| - \gamma \varepsilon_i)^\delta. \quad (11)$$

2.5. Процессы с двойной длинной памятью

В настоящей работе будут объединены два описанных выше подхода и построена модель, допускающая присутствие длинной памяти в значениях ряда и его волатильности одновременно. Формально эта модель может быть определена следующим образом:

$$\Phi(L)(1-L)^d (y_i - \mu) = \Theta(L)\varepsilon_i \quad (12)$$

$$\varepsilon_i = \sigma_i z_i \quad (13)$$

$$z_i \sim \text{i.i.d. } D(0, 1) \quad (14)$$

$$\sigma_i^2(\omega, \varphi, \beta, \xi) = \omega + \left[1 - (1 - \beta(L))^{-1} \varphi(L)(1-L)^\xi \right] \varepsilon_i^2, \quad (15)$$

где $D(\cdot)$ – функция плотности распределения.

Важно отметить, что модель ARFIMA – FIGARCH представляет собой больше чем простую комбинацию двух процессов с длинной памятью. Их совместное оценивание представляется важным для выводов относительно двух дробных параметров в значениях ряда и волатильности⁶. Интуиция подсказывает наличие возможных параллелей с работами, посвященными тестированию единичных корней в присутствии структуры типа ARCH в ошибках, что позволяет сделать вывод о том, что более правильное описание динамики волатильности может играть важную роль в оценке параметра частичной дифференциации в уравнении условного среднего. Гренджер и Теравирта (1993) показали, что ошибки в спецификации уравнения для самих значений ряда также могут приводить к смещениям в оценках параметров в уравнении условной дисперсии.

Аналогичным образом может быть построена модель ARFIMA – FIAPARCH, путем замены уравнения условной волатильности в приведенной выше системе уравнений. Такой вид моделирования предлагается в данной работе впервые и не встречался ранее в литературе. В эмпирической части работы будет показана возможность улучшения результатов

⁶ См.: Бейн, Лоран (2001).

оценок с использованием моделей с двойной длинной памятью по сравнению с оценками, получаемыми при помощи широкого спектра альтернативных моделей аналогичного класса, т.е. семейства ARMA, ARCH и их разнообразных комбинаций и модификаций.

2.6. Функции распределений

В предыдущем разделе было показано, что распределение финансовых рядов часто обладает свойствами, позволяющими прийти к заключению о том, что оно не является нормальным. В частности, учитывая упоминавшуюся уже актуальность темы “толстых хвостов” распределений в эмпирических финансах, можно ожидать, что использование более соответствующего этому стилизованному факту распределения позволит уменьшить избыточный эксцесс в остатках моделей с условной гетероскедастичностью. В этой связи многие авторы прибегают к использованию распределений с “толстыми хвостами” в моделировании финансовых временных рядов⁷. Одним из наиболее часто встречающихся распределений такого вида является распределение Стьюдента.

Главным недостатком этого распределения является то, что оно остается симметричным, хотя и может учитывать свойство лептокуртичности (“толстых хвостов”). Для решения этой проблемы в своих недавних работах Ламбер и Лоран (2001) и Петерс (2001) успешно применили асимметричную версию распределения Стьюдента в рамках модели GARCH.

По причине того, что истинное распределение временного ряда никогда неизвестно, в следующем разделе, посвященном эмпирическому моделированию, будут использованы три различных распределения для сравнения полученных с их помощью результатов и выбора наиболее подходящего варианта.

3. Эмпирическое исследование валютных курсов

В данном разделе будет рассмотрено поведение доходностей курсов валют ряда стран относительно доллара США. В ходе исследования будет подвергнута проверке гипотеза о возможном наличии в данных рядах длинной памяти, будут применены на практике модели и методы, описанные в предыдущей части работы, с целью выбора моделей, наиболее полно и адекватно описывающих реалии современных валютных рынков различных стран.

⁷ См.: Бейли и Боллерслев (1989).

3.1. Описательная статистика

В работе использованы дневные данные для обменных курсов ряда валют (французский франк (FRF), английский фунт стерлингов (GBP), немецкая марка (DEM), голландский гульден (NLG), японская иена (YEN), канадский доллар (CAD), швейцарский франк (CHF)) к доллару США за период с 2 января 1980 по 31 декабря 1998 г., т.е. до введения евро (4774 наблюдения) для FRF, DEM, NLG и со 2 января 1980 по 30 июля 2002 г. для остальных валют. Обменные курсы выражены в единицах рассматриваемой валюты за доллар США.

Для получения рядов доходностей берутся логарифмы исходных рядов обменных курсов, к ним применяется оператор первых разностей и полученные величины умножаются на 100 для перехода к процентным изменениям и смены масштаба. $r_t = 100 \cdot \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$, где r_t – доходность финансового актива (в нашем случае – валюты) за период от момента $(t - 1)$ до t , P_t – обменный курс в момент t . Основные описательные статистики рассматриваемых рядов представлены в табл. 1.

Таблица 1. Описательные статистики.

Ряд	Среднее	Ст. отклонение	Асимметрия	Экссесс	Харке – Бера
FRF	0,0069	0,6757	0,0540	6,6394	2636,5
DEM	-0,0007	0,6893	-0,1355	4,9224	749,6
NLG	-0,0003	0,6815	-0,1429	4,9719	789,6
GBP	0,0060	0,6349	0,0413	6,1078	2292,2
JPY	-0,0127	0,6929	-0,4981	6,6478	3391,3
CHF	-0,0016	0,7684	-0,1125	14,3363	30490,8
CAD	0,0053	0,2868	0,0343	6,0960	2274,6

Тест Харке – Бера состоит в тестировании нулевой гипотезы о нормальности распределения ряда. В случае, если доходности подчиняются нормальному закону, то статистика Харке – Бера следует распределению χ^2 – квадрат с двумя степенями свободы. Таким образом, если полученная статистика $JB \geq \chi_2^2$, нулевая гипотеза о нормальности отклоняется. Очевидно, что эта гипотеза оказывается отвергнутой для всех рассматриваемых рядов, поскольку полученные статистики оказываются значительно выше критических значений при любом разумном уровне значимости. Все ряды доходностей демонстрируют свойство лептокуртичности, при этом параметры

эксцесса оказываются близкими для различных рядов, но интересно отметить, что величина значений этой характеристики распределения значительно ниже, чем для биржевых индексов (см. Миньон (1998)). Таким образом, можно констатировать, что для валютного рынка менее характерны резкие скачки цен активов (по сравнению с фондовым рынком), что может отражать как внутренние особенности самого валютного рынка, так и роль центральных банков, интервенции которых ограничивают степень колебаний валютных курсов. Коэффициенты асимметрии имеют различные знаки, однако заметно, что абсолютные величины этого параметра заметно выше для отрицательной асимметрии, хотя и в этом случае только коэффициент, полученный для случая японской иены, сопоставим с асимметрией биржевых индексов (см. Миньон (1998)). Негауссовская плотность распределения рассматриваемых рядов показана на рис. 3, где непрерывная линия обозначает оценку плотности распределения ряда, а пунктирная линия — плотность нормального распределения.

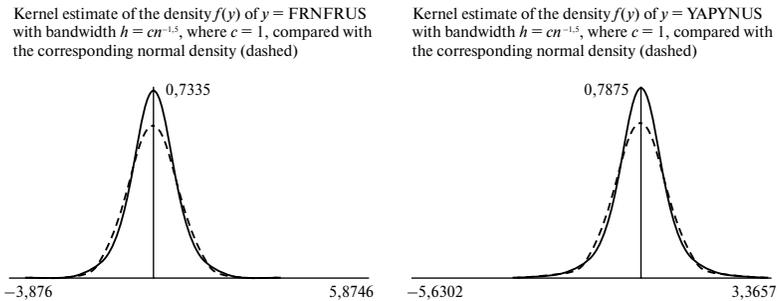


Рис. 3. Плотность распределения доходностей FRF и YEN

Данные табл. 1 также указывают на стабильный характер величины стандартных отклонений для различных валютных курсов за исключением канадского доллара. Для последнего валютного курса был зафиксирован значительно более низкий уровень волатильности, что может быть объяснено наличием тесных связей между американской и канадской экономикой и, как следствие, тем, что курсы валют этих стран относительно прочих валют часто движутся синхронно, тогда как колебания курса американского доллара к канадскому оказываются достаточно ограниченными. Дневная дисперсия для всех прочих валютных курсов находится в пределах от 0,665 до 0,763, что подразумевает среднегодовую волатильность от 10,6 до 12,1%. Средние значения дневных доходностей для раз-

личных валютных курсов имеют разные знаки. Необходимо пояснить, что использованные курсы имеют в качестве базовой валюты американский доллар и, следовательно, положительная доходность обозначает удешевление рассматриваемой валюты относительно доллара США и наоборот. Данные табл. 1 указывают на заметное удорожание японской иены (в среднем на 3,98% в год) и швейцарского франка (в среднем на 0,78% в год) и удешевление французского франка (в среднем на 1,74% в год), английского фунта стерлингов (1,51%) и канадского доллара (1,46%). Немецкая марка и голландский гульден демонстрируют тенденцию к некоторому укреплению, однако она оказывается крайне незначительной.

3.2. Тестирование единичных корней

Построение корректной модели временных рядов требует их стационарности (или коинтеграции для многомерного случая). В случае, если исходные ряды не являются стационарными, перед осуществлением оценивания модели необходимо применить процедуру приведения рассматриваемых рядов к стационарному виду. Для проверки стационарности и определения порядка интеграции исследуемых рядов будет применено несколько альтернативных тестов, что обусловлено важностью гипотезы о стационарности рядов для последующего моделирования.

Все тесты такого рода можно разделить на две большие категории в зависимости от того, какая гипотеза рассматривается в качестве нулевой. Расширенный тест Диккея – Фуллера (ADF) и тест Филлипса – Перрона (PP), представляющие собой одни из наиболее популярных и широко известных инструментов анализа поведения временных рядов, проверяют нулевую гипотезу о нестационарности процесса при альтернативной гипотезе о том, что процесс стационарен. Тест Филлипса – Перрона основан на непараметрической коррекции статистики Диккея – Фуллера, направленной на учет возможной гетероскедастичности ошибок, что представляется особенно актуальным именно в рамках анализа финансовых рынков, так как финансовые временные ряды часто демонстрируют эффекты типа ARCH.

Результаты этих двух тестов выявляют присутствие единичного корня во всех рядах валютных курсов без исключения, что говорит о их нестационарности. Надо отметить, что этот вывод согласуется с подавляющим большинством исследований, посвященных финансовым временным рядам. Вторым выводом, который может быть сделан, исходя из проведенных расчетов, является стационарность этих рядов в первых разностях или отсутствие единичных корней в рядах доходностей.

Тестирование статистических гипотез подразумевает, что нулевая гипотеза отвергается только при наличии на это очень серьезных оснований.

В случае, если исследователь хочет использовать стационарность в качестве нулевой гипотезы и имеет основания для предпочтения именно этого предположения, удобство традиционных тестов, перечисленных выше, оказывается под вопросом. Квятковский, Филлипс, Шмидт, Шин (KPSS) разработали альтернативный подход для проверки наличия единичных корней, базирующийся на стационарности ряда в качестве нулевой гипотезы.

Также существует еще один тест, принадлежащий к этой группе и ориентированный непосредственно на тестирование наличия длинной памяти в качестве альтернативной гипотезы – тест Ло (1991). Теворовски (1999) отметил, что вероятность принятия нулевой гипотезы об отсутствии долгосрочной зависимости всегда оказывается переоцененной этим тестом, тем не менее, Кирман и Тейссиер (2002) показали, что этот тест оказывается более мощным, чем тест KPSS.

Комбинирование результатов, полученных на основе статистик Диккея – Фуллера (и Филлипса – Перрона) и KPSS (и Ло) приводит к четырем возможным исходам:

- отвержение нулевой гипотезы статистикой ADF и невозможность отвергнуть нулевую гипотезу статистикой KPSS рассматривается как серьезное свидетельство в пользу стационарности ряда, т.е. процесса $I(0)$;
- невозможность отвергнуть нулевую гипотезу тестом ADF и отвержение этой гипотезы тестом KPSS служит важным индикатором наличия единичного корня, т.е. процесса $I(1)$;
- невозможность отвержения нулевых гипотез обеими (ADF и KPSS) статистиками предположительно может свидетельствовать о недостаточной информативности данных относительно долгосрочных характеристик;
- одновременное отвержение нулевых гипотез статистиками ADF и KPSS указывает с высокой долей вероятности на то, что рассматриваемый процесс не может быть описан ни как процесс $I(0)$, ни как $I(1)$.

Можно констатировать, что в нашем случае ряды валютных курсов следуют, без сомнения, процессу $I(1)$, тогда как сделать окончательные заключения в отношении рядов доходностей оказывается сложнее. Тесты ADF и PP однозначно отвергают гипотезу о наличии единичных корней во всех рядах доходностей. Результаты, полученные с использованием теста KPSS, оказываются менее однозначными и чувствительными к выбору модификации этого теста (с наличием или отсутствием тренда). При этом, как было уже сказано, тестовые процедуры оказывают предпочтение нулевой гипотезе, которая может быть отвергнута только при серьезных свидетельствах не в ее пользу. В этой связи представляется вероятным, что для процессов $I(d)$ с небольшими величинами параметра d , мощность теста KPSS оказывается недостаточной для разделения процессов $I(0)$ и $I(d)$. При этом тест Ло чет-

ко указывает на отвержение гипотезы о короткой памяти для доходностей трех валютных курсов (французский франк, немецкая марка и голландский гульден). Таким образом, можно говорить о высокой вероятности возможности описания трех рядов доходностей процессом вида $I(d)$. В работе, однако, будет предпринята попытка оценки моделей с длинной памятью и для прочих валют, поскольку, в силу ограниченности силы имеющихся тестов, свидетельства, поддерживающие предположение о корректности описания остальных рядов процессом $I(0)$, представляются не вполне достаточными.

3.3. Построение модели ARFIMA с постоянной дисперсией

В качестве первого шага процесса моделирования будет осуществлено сравнение модели “случайного блуждания” с рядом моделей с короткой и длинной памятью при помощи информационных критериев Акайке (AIC), Шварца (SC), Ханнана – Куинна (HQIC). Критерии различаются по величине “штрафа”, накладываемого за включение дополнительных параметров (этот “штраф” минимален для критерия AIC и максимален для SC). Боллерслев и Миккелсен (1996) провели ряд симуляций для сравнения AIC и SC, однако были вынуждены констатировать, что для различных процессов, лежащих в основе имеющихся данных, наилучший критерий выбора может меняться. Кроме того, в качестве вспомогательного инструмента был использован тест Бокса – Пирса, позволяющий тестировать наличие корреляции в остатках модели. Результаты оценки моделей будут приведены только для доходности французского франка. Табл. 2 показывает, что модель ARFIMA оказывается наилучшей в сравнении с другими альтернативными моделями по всем использованным критериям.

Таблица 2. Моделирование ARFIMA для FRF

	AIC	HQIC	SC
“Случайное блуждание”	2,05435	2,05530	2,05706
ARMA(1,0)	2,05339	2,05482	2,05746
ARMA(0,1)	2,05339	2,05482	2,05746
ARMA(1,1)	2,05381	2,05571	2,05923
ARMA(2,1)	2,05327	2,05565	2,06005
ARMA(1,2)	2,05335	2,05573	2,06012
ARMA(2,2)	2,05314	2,05500	2,06127
ARFIMA(0, ε , 0)	2,05297	2,05440	2,05703

Аналогичные выводы могут быть сделаны и для курсов DEM – USD, NLG – USD и YEN – USD. Для окончательного выбора модели был использован тест правдоподобия (LRT), как было предложено Бейном, Лораном и Лекур (1999). Этот тест основывается на сравнении значений функций правдоподобия для сопоставляемых моделей и расчете статистики $\zeta = -2(L(\theta^0, y) - L(\theta^1, y))$, которая распределена как χ^2 при нулевой гипотезе об отсутствии значимой разницы между значениями функций. Необходимо отметить, что такие сравнения имеют смысл только в случае, когда одна модель сводится к другой (как, например, модель ARFIMA (0, ξ , 0) и “случайное блуждание”). Количество степеней свободы распределения равняется числу налагаемых ограничений, необходимых для редуцирования одной модели к другой. Использование этого теста показывает, что для всех трех указанных валютных курсов ограничение должно быть отвергнуто даже при уровне значимости в 1%. Аналогичный анализ для курса GBP – USD и CAD – USD указывает на то, что временные зависимости здесь также имеют место, однако они носят краткосрочный характер, и применение информационных критериев и теста LRT позволяет нам выбрать для этих валют модель ARFIMA (1, 0, 0). В случае курса CHF – USD, модель “случайного блуждания” оказывается, без сомнения, наилучшей и признаки каких-либо зависимостей полностью отсутствуют. Тест Бокса – Пирса показывает, что для всех валют выбранные модели позволяют элиминировать автокорреляцию остатков.

Оценка моделей вида ARFIMA (p, ξ, q) для случая, когда даже простейшая модель с длинной памятью оказывалась предпочтительнее всех прочих альтернатив, не строилась, поскольку целью этого раздела был не выбор оптимальной модели, а демонстрация того, что в определенных случаях, даже не учитывая наличие временных зависимостей в моментах более высокого порядка, модели с длинной памятью класса ARFIMA (а иногда и традиционные модели с короткой памятью) позволяют описать поведение рядов доходностей лучше, чем модель “случайного блуждания”, подразумевающая стандартной теорией.

Как было отмечено Тшерингом (1994), в целях оценки параметров ARFIMA с использованием большого числа наблюдений учет структуры GARCH не является необходимым. Для случая модели AR – GARCH, Боллерслев (1986) показал, что оценки параметров авторегрессии остаются состоятельными и асимптотически эффективными, даже когда структура GARCH не учитывается. Тшеринг делает вывод о том, что этот результат остается верным и для более общих спецификаций типа ARFIMA в том случае, когда модель ARFIMA является обратимой и имеет бесконечное AR представление. Можно предположить, что рассмотрение модели FIGARCH для дисперсии также не повлияет на эти выводы. Тем не менее, необходимо сказать, что другие авторы (Бейн, Лоран, Лекур (2002)), нап-

ротив, настаивают на важности реализации процедуры выбора модели только в классе полных моделей (с изменяющейся дисперсией), поскольку ими было обнаружено влияние условной гетероскедастичности на выбор порядка AR и MA, так же как и на выводы относительно параметра частичной интеграции. В этой связи и с учетом того, что в следующем разделе будет предложен целый ряд дополнений, направленных на улучшение моделирования дисперсий, которые потенциально могут оказать влияние на выбор модели для “среднего”, будут проведены новые сравнения моделей и проверены гипотезы, касающиеся отсутствия влияния на исходные модели для “среднего”⁸.

3.4. Построение модели ARFIMA – FIGARCH/FIAPARCH

Как уже было упомянуто ранее, многие исследователи отмечают, что волатильность финансовых временных рядов часто демонстрирует феномен кластеризации. Это свойство может быть проиллюстрировано построением графика квадратов ошибок во времени (рис. 4).

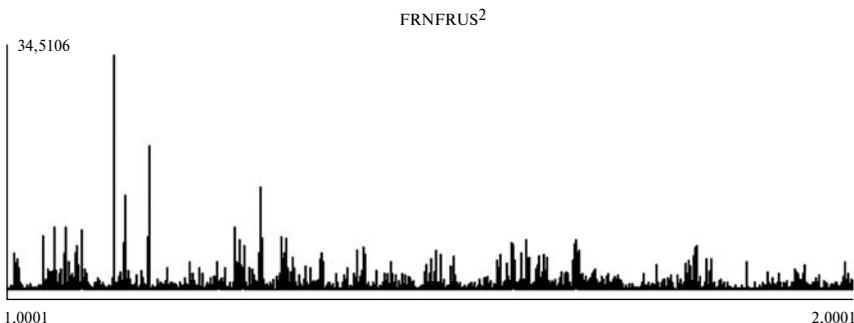


Рис. 4. Квадраты доходностей обменного курса FRF – USD

Для проверки наличия зависимости волатильности от ее предыдущих значений (условной гетероскедастичности) в ряду остатков модели ARFIMA был использован тест ARCH Энгля, основанный на тесте множителей Лагранжа (LM) с нулевой гипотезой о гомоскедастичности ряда. Для всех оцененных моделей всех, без исключения, валютных курсов, данный тест указывает на наличие структуры типа ARCH в остатках.

⁸ Эта проверка будет носить неформальный характер и, как следствие, она не будет претендовать на окончательные выводы в отношении наличия или отсутствия указанной взаимосвязи.

Таким образом, представляется логичным использовать моделирование типа ARCH для улучшения качества полученной модели. В соответствии с рядом работ последних лет, мы используем модель с длинной памятью в дисперсии – FIGARCH. Надо сказать, что традиционно используются модели GARCH порядка не более единицы. Это становится тем более важным в случае модели ARFIMA – FIGARCH, поскольку ее оценка занимает длительное время. Кроме того, предыдущие исследования с успехом применяли именно модели FIGARCH низкого порядка. Так, Бейли и др. (1996), исследуя курс DEM – USD и Тсе (1998), изучая курс YEN – USD, выбрали в качестве наилучшей модель FIGARCH (1, ξ , 0), тогда как Бейн, Лоран, Лекур (2002) и Бейн, Лоран (2001) показали преимущество модели FIGARCH (1, ξ , 1) для валютных курсов FRF – USD, DEM – USD, GBP – USD, YEN – USD. В данной работе также будут сопоставлены эти две модели для выбора оптимальной⁹.

В то же время, как было показано в ходе предварительного описания данных, рассматриваемые ряды оказываются распределенными ненормально и, следовательно, необходимо принимать во внимание также и этот факт. Для этой цели будет предпринята попытка описания ошибок моделей с помощью трех альтернативных распределений (распределение Гаусса, распределение Стьюдента, асимметричное распределение Стьюдента). В качестве дальнейшего расширения модели будет рассмотрена целесообразность включения в модель дополнительных переменных. Надо отметить, что во многих работах (Палм, Влаар (1997), Бейли, Боллерслев (1989)) включали дамми-переменные, представляющие рабочие дни недели, а также праздничные и выходные дни в качестве объясняющих переменных в моделях GARCH для дневных валютных курсов и обнаружили, что включение этих “дневных” эффектов позволяло улучшить спецификацию модели. По этой причине в модель также были включены две объясняющие переменные, представляющие собой количество праздничных дней до и после текущего дня. Такое моделирование дней недели имеет определенное преимущество по сравнению с традиционным моделированием: это позволяет сфокусироваться исключительно на днях закрытия и открытия рынка, когда волатильность доходности очевидно может быть выше, при этом не слишком увеличивая число оцениваемых параметров¹⁰. Сравнение различных моделей проводилось, как и ранее, с помощью информационных критериев и теста LRT. Подробные результаты для нескольких моделей представлены в табл. 3 для случая французского франка.

⁹ Тем не менее, попытка использовать лаги более высокого порядка также была предпринята для французского франка и немецкой марки, однако это не привело к улучшению модели.

¹⁰ Попытка введения дамми-переменных для остальных дней недели также предпринималась, однако они не отразили сколько-нибудь важного эффекта.

Таблица 3. Альтернативные модели для французского франка

Распределение	$(0, d, 0)$		$(0, d, 0) - (1, \xi, 1)$		$(0, d, 0) - (1, \xi, 1)$		$(0, d, 0) - (1, \xi, 0)$		$(0, d, 0) - (1, \xi, 0)$	
	Гаусс	Стьюдент	Гаусс	Стьюдент	Гаусс	Стьюдент	Гаусс	Стьюдент	Гаусс	Стьюдент
μ	0,0074 (0,58)	0,0144 (1,39)	0,0003 (0,03)	0,0122 (1,24)	0,0008 (0,07)	0,0144 (1,37)	0,0002 (0,02)	0,0116 (1,18)	0,0002 (0,02)	0,0116 (1,18)
δ	0,0320 (2,86)	0,0324 (3,04)	0,0235 (2,05)	0,0271 (2,59)	0,0321 (2,71)	0,0342 (3,22)	0,0233 (2,03)	0,0274 (2,62)	0,0233 (2,03)	0,0274 (2,62)
ω	0,4556 (48,9)	0,0176 (3,21)	-0,0288 (-4,80)	-0,0262 (-3,63)	0,0452 (6,32)	0,0419 (4,84)	-0,0027 (-0,34)	-0,0065 (-0,72)	-0,0027 (-0,34)	-0,0065 (-0,72)
$\lambda 1$	—	—	0,0647 (5,80)	0,0548 (4,62)	—	—	0,0790 (6,63)	0,0700 (5,07)	0,0790 (6,63)	0,0700 (5,07)
$\lambda 2$	—	—	0,0484 (5,27)	0,0534 (3,91)	—	—	0,0414 (4,51)	0,0505 (4,26)	0,0414 (4,51)	0,0505 (4,26)
ξ	—	0,4345 (7,67)	0,3936 (7,85)	0,4083 (6,54)	0,3230 (9,44)	0,3435 (7,49)	0,3005 (9,70)	0,3187 (8,02)	0,3005 (9,70)	0,3187 (8,02)
β	—	0,5908 (10,33)	0,5658 (9,83)	0,5629 (7,53)	0,2642 (6,93)	0,3011 (5,76)	0,2511 (7,29)	0,2803 (6,14)	0,2511 (7,29)	0,2803 (6,14)
α	—	0,2215 (6,21)	0,2292 (6,20)	0,2012 (4,20)	—	—	—	—	—	—
ν	—	5,5413 (12,5)	—	5,7028 (12,3)	—	—	—	—	—	—
AIC	2,0530	1,88955	1,93661	1,87960	1,95647	1,89181	1,94043	1,8811	1,94043	1,8811
HQIC	2,0544	1,89288	1,94042	1,88389	1,95885	1,89467	1,94376	1,8849	1,94376	1,8849
SC	2,0570	1,89904	1,94746	1,89180	1,96325	1,89994	1,94992	1,8919	1,94992	1,8919
Функция правдоподобия	-4896	-4653,8	-4613,7	-4476,7	-4664,1	-4508,8	-4623,8	-4481,2	-4623,8	-4481,2

Анализ табл. 3 позволяет сделать ряд выводов. Наиболее важным моментом является то, что моделирование дисперсии обеспечивает очень заметное улучшение модели по сравнению с простой моделью ARFIMA (в терминах значения функции правдоподобия и информационных критериев). Динамика процесса для ряда доходностей достаточно слабо подвержена влиянию включения различных форм зависимостей для дисперсии (если рассматривать абсолютные значения изменений), тем не менее это влияние существует. Можно сделать вывод о том, что в случае, если исследователя интересуют качественные заключения, то зависимости в моментах порядка большего единицы, особенно для достаточно длинных рядов, могут не учитываться (что соответствует предположению Тщеринга), однако для количественных заключений и в целях прогнозирования необходимо одновременно искать оптимальную спецификацию уравнения для самого ряда и его дисперсий. Это наблюдение верно также и для других валютных курсов, поскольку длинная память обнаружена только в рядах, для которых этот феномен присутствовал и в моделях с постоянной дисперсией.

Использование распределения Стьюдента также ведет к крайне незначительным изменениям коэффициентов, тогда как включение “дневных эффектов” влечет за собой довольно заметное снижение параметров ξ и β . Последнее наблюдение может быть объяснено тем фактом, что без включения дневных эффектов степень персистентности оказывается искусственно завышенной по причине того, что рост дисперсии из-за этих эффектов (которые являются предопределенными, поскольку даты праздничных дней известны заранее) рассматривался как результат экзогенных шоков. Моделирование дисперсий процессом FIGARCH (1, ξ , 1) представляется предпочтительным по сравнению с процессом FIGARCH (1, ξ , 0) во всех случаях.

Значения критериев AIC, HQIC, SC и функции правдоподобия были рассчитаны для целого ряда альтернативных моделей с эффектами типа ARCH в дисперсиях и различными распределениями ошибок для всех валютных курсов. В табл. 4 представлены только окончательные модели, выбранные для рассматриваемых валютных курсов.

Таблица 4. Окончательные модели доходностей валютных курсов

	<i>FRF</i>	<i>DEM</i>	<i>NLG</i>	<i>CHF</i>	<i>YEN</i>	<i>CAD</i>	<i>GBP</i>
μ	0,008 (0,35)	0,005 (0,47)	0,006 (0,56)	-0,003 (-0,36)	0,004 (0,25)	0,002 (0,57)	-0,009 (-1,34)
d	0,027 (2,39)*	0,024 (2,27)*	0,024 (2,25)*	—	0,112 (3,43)*	—	—
Δ	0,079 (2,37)*	0,086 (2,60)*	0,087 (2,65)*	0,104 (3,04)*	—	—	0,063 (2,41)*

	FRF	DEM	NLG	CHF	YEN	CAD	GBP
$\psi 1$	—	—	—	—	0,438 (6,16)*	0,043 (3,16)*	0,022 (1,62)
$\theta 1$	—	—	—	—	-0,565 (-7,12)*	—	—
ω	0,011 (0,70)	-0,020 (-1,79)	-0,020 (-2,04)*	0,009 (0,74)	-0,016 (-1,82)	-0,003 (-2,40)*	-0,013 (-2,78)*
$\lambda 1$	0,040 (3,57)*	0,056 (4,08)*	0,061 (3,70)*	0,025 (1,94)	0,046 (3,42)*	0,002 (1,69)	0,024 (2,48)*
$\lambda 2$	0,050 (4,37)*	0,057 (4,83)*	0,050 (5,23)*	0,052 (4,16)*	0,05 (4,14)*	0,003 (2,16)*	0,029 (3,52)*
ξ	0,616 (6,59)*	0,651 (6,73)*	0,627 (5,73)*	0,533 (5,52)*	0,351 (7,63)*	0,442 (6,12)*	0,442 (7,49)*
β	0,717 (10,79)*	0,768 (13,89)*	0,750 (11,15)*	0,735 (12,51)*	0,594 (10,35)*	0,646 (11,39)*	0,679 (14,90)*
α	0,148 (3,41)*	0,167 (3,18)*	0,172 (3,26)*	0,246 (5,56)*	0,304 (6,51)*	0,299 (7,14)*	0,316 (8,31)*
γ	-0,012 (0,19)	-0,026 (-0,49)	-0,033 (-0,65)	0,028 (0,46)	—	-0,166 (-4,00)*	—
δ	0,857 (4,77)*	1,325 (5,45)*	1,424 (6,22)*	1,194 (7,18)*	—	2,159 (12,75)*	—
ν	5,709 (12,23)*	6,775 (10,47)*	6,752 (10,40)*	6,581 (11,74)*	4,681 (15,92)*	6,536 (12,78)*	6,047 (12,44)*
ζ	—	—	—	-0,056 (-3,14)*	-0,076 (-4,25)*	—	—
Q(15)	21,24 (0,13)	19,59 (0,19)	19,91 (0,17)	12,31 (0,65)	26,23 (0,02)	17,79 (0,22)	29,48 (0,01)
Q2(15)	7,91 (0,85)	6,91 (0,91)	5,64 (0,96)	18,81 (0,13)	22,17 (0,05)	6,86 (0,91)	10,54 (0,65)

Примечание. В таблице использованы следующие обозначения: μ – константа в уравнении доходности, d – параметр длинной памяти в уравнении доходности, Δ – “эффект января” в уравнении доходности, $\psi 1$ – параметр AR(1), $\theta 1$ – параметр MA(1), ω – константа в уравнении волатильности, $\lambda 1$ – эффект закрытия рынка на волатильность, $\lambda 2$ – эффект открытия рынка на волатильность, ξ – параметр длинной памяти в уравнении волатильности, β – параметр “бета” модели GARCH, α – параметр “альфа” модели GARCH, γ – параметр асимметрии модели APARCH, δ – степенной параметр модели APARCH, ν – количество степеней свободы распределения Стьюдента, ζ – коэффициент асимметрии в асимметричном распределении Стьюдента. В скобках указаны t -статистики, * обозначает значимость параметра на уровне 5%.

Параметр длинной памяти оказывается практически одинаковым для трех валют – FRF, DEM, NLG и равным 0,027, 0,024 и 0,024 соответственно.

Несмотря на крайне низкую величину, он оказывается значимым во всех трех случаях на уровне значимости 5%. Незначительность величины этого коэффициента может помешать осуществлению прогнозирования, поскольку при такой величине параметра частичной интеграции, прогнозные значения будут мало отличаться от среднего значения ряда, однако, даже в этом случае, факт обнаружения длинной памяти сохраняет свое значение, проливая свет на важную закономерность поведения финансовых временных рядов. Параметр длинной памяти также оказался значимым, а его значение более высоким (0,112) для курса YEN – USD, однако следует крайне осторожно интерпретировать этот факт и утверждать, что степень персистентности в данном случае выше, поскольку для других валютных курсов с длинной памятью существует и вторая достаточно конкурентоспособная спецификация ARFIMA (1, d , 1) – FIGARCH (1, ξ , 1), при использовании которой значения параметра частичной интеграции находятся в диапазоне от 0,09 до 0,1, что гораздо ближе к значению, полученному для японской иены. Таким образом, представляется, что персистентность курса YEN – USD все же несколько выше, чем для других валютных курсов, но степень различия довольно невелика.

Можно констатировать, что выбор количества лагов для описания короткой памяти оказывает ключевое влияние на величину параметра длинной памяти и, скорее всего, более корректным было бы говорить о наличии феномена длинной памяти в этих четырех рядах и о достаточной слабости степени этой памяти (персистентности) без сопоставления самих оцененных значений коэффициента. Анализ моделей для GBP, CAD и CHF указывает на отсутствие следов длинной памяти для этих валютных курсов. Модели, выбранные для этих валют оказались теми же, что и для случая с постоянной дисперсией, т.е. наличие короткой памяти подтверждается для первых двух валют, тогда как доходность курса CHF совершенно не зависит от предыдущих значений.

Следует отметить, что согласно тестам на наличие единичных корней в рядах доходностей валют FRF, NLG, DEM можно было предполагать наличие длинной памяти, тогда как в отношении японской иены такой вывод сделать было нельзя. Такое расхождение может быть объяснено либо кажущейся длинной памятью, которая характерна именно для использованной выборки и не свойственна другим периодам, либо недостаточной силой использованных тестов (особенно в присутствии одновременно длинной и короткой памяти). Так, например, слабая сила теста KPSS была обнаружена Жиравитисом, Кокошкой, Лейпусом и Тейссером (2001) особенно в случае низкой величины параметра частичной интеграции, что и имеет место в нашем случае.

Таким образом, можно сделать вывод о персистентности доходности четырех валютных курсов (FRF, DEM, NLG, YEN), хотя ее степень и ока-

зывается крайне небольшой. Выводы относительно наличия или отсутствия длинной памяти в рассматриваемых валютных курсах, а также относительно величины этой памяти в целом соответствуют результатам, полученным Лекур (1999), Бейном, Лораном, Лекур (2002), Дэвидсоном (2002).

Несмотря на значительное количество эмпирических работ, существует значительно меньше исследований, посвященных выработке объяснений феномена длинной памяти и структурных моделей, которые могли бы генерировать поведение такого рода. Тем не менее, попытаемся предложить несколько альтернативных объяснений этого явления.

В частности, такое поведение может быть связано с динамическими свойствами других экономических переменных, таких как относительные цены, относительное предложение денег или относительные уровни дохода, которые, как отмечается во многих исследованиях, являются частично интегрированными. По причине того, что изменения в этих переменных лежат в основе колебаний валютных курсов, что следует из стандартных моделей формирования валютного курса, персистентность этих рядов может являться фактором, вносящим вклад в присутствие длинной памяти в рядах доходностей валютных курсов. Эта гипотеза имеет, однако, серьезный недостаток: частота наблюдений используемых макроэкономических рядов может отличаться от используемой частоты для валютного курса (например, месячные и дневные данные). Таким образом, установление строгой формальной взаимосвязи между персистентностью доходностей валютных курсов и макроэкономических переменных оказывается затруднительным.

Если же феномен длинной памяти действительно содержится в самих рядах доходностей, а не в рядах фундаментальных переменных, влияющих на обменный курс, то основным следствием такого эффекта становится возникновение длительного разрыва между наблюдаемым валютным курсом и его фундаментальным значением. Этот феномен свидетельствует о длительном периоде адаптации цен к новой информации, что противоречит гипотезе эффективного рынка. Возможное объяснение наличия длинной памяти на финансовых рынках заключено во взаимодействии гетерогенных экономических агентов. Особым случаем такого взаимодействия можно считать явление “подражания” (*mimic behavior*), часто отмечаемое на финансовых рынках. Исследование, проведенное Миньон (1998), подтверждает и теоретическую возможность возникновения разрыва между ценой финансового актива и его фундаментальной стоимостью, т.е. “пузыря”, который может возникать именно в силу “подражающего” поведения агентов. Миньон показал, что если степень доверия экономических агентов к данным о состоянии фундаментальных переменных снижается, то операторы на рынке демонстрируют склонность к имитации поведения других. Как следствие, шок, порождающий такую

потерю доверия к фундаментальным переменным, будет иметь длительные последствия, т.е. разрыв между наблюдаемой ценой и фундаментальной стоимостью актива будет сохраняться до тех пор, пока “пузырь” не лопнет или не “сдуется”. Таким образом, интерпретация в терминах “подражательного” поведения может служить еще одним из возможных объяснений наличия длинной памяти на финансовых рынках. Феномен “пузырей” оказывается, как правило, более выраженным на фондовых рынках, однако этот анализ может быть распространен и на валютный рынок, поскольку психология экономических агентов должна оставаться аналогичной и, следовательно, “подражательное” поведение может возникать и на этом рынке. В свете этой гипотезы можно сделать интересный комментарий, касающийся наличия длинной памяти в рядах одних валютных курсов и ее отсутствия в других. Свидетельства присутствия длинной памяти не были обнаружены для английской и канадской валют, что можно объяснить наличием тесных связей между экономиками этих стран и экономикой США. Эти валютные рынки оказываются, таким образом, более транспарентными по сравнению с остальными, информация на них распространяется быстрее и неопределенность в отношении фундаментальных переменных ниже. Сходное объяснение может быть предложено для случая швейцарского франка, но вместо тесных связей между экономиками, транспарентность этого рынка основывается на меньшем числе его участников, работающих на нем постоянно и достаточно хорошо осведомленных о реальной ситуации.

Третье объяснение носит чисто технический характер и связано с агрегированием¹¹ или аккумулярованием различных процессов поступления информации. Эффект агрегирования процессов поступления информации также может генерировать персистентность доходностей валютных курсов.

Для улучшения качества моделирования доходностей, в модель были включены дамми-переменные, равные 1 для наблюдений, сделанных в январе и 0 для прочих наблюдений (“эффект января” уже упоминался в первом разделе настоящей работы). Соответствующая переменная оказалась значимой и позволила улучшить качество модели для пяти валют из семи. Значение переменной во всех случаях положительно, что указывает на увеличение доходности валютных курсов в январе по сравнению со среднегодовой доходностью. Поскольку валютный курс рассматривается как количество единиц данной валюты за 1 доллар США, то обнаруженный эффект означает, что американский доллар, как правило, дорожает в январе относительно прочих валют, причем все валюты, для которых

¹¹ Гренджер и Джойо (1980) показали, что процесс с длинной памятью может стать результатом агрегирования некоторых статистических процессов с короткой памятью.

данный эффект был обнаружен оказываются европейскими (эффект отсутствует для канадского доллара и японской иены). Если для биржевого рынка мы могли отнести этот феномен, например, на счет избыточного оптимизма рыночных операторов в начале каждого года, то найти объяснение для случая валютного рынка оказывается значительно труднее. Можно только сказать, что это объяснение может быть как объективным, так и субъективным. Под первым термином подразумевается возможность наличия различий в динамике каких-либо макроэкономических переменных (ВВП, темп инфляции и т.д.), и в этом случае дамми-переменная играет роль прокси-переменной. Возможно также, что в начале каждого года многие инвесторы, в том числе и институциональные, пересматривают свои портфели и осуществляют новые инвестиции более активно, чем в течение года. При этом многие европейские инвесторы предпочитают покупать американские активы, тогда как обратный поток значительно слабее, что создает избыточный спрос на американскую валюту. Субъективное объяснение может быть связано с психологией экономических агентов, которые по какой-либо причине (например, вследствие большего доверия к заявлениям представителей американских властей) оказываются более оптимистично настроенными относительно перспектив американской экономики. Однако, данный феномен требует дальнейшего более детального изучения.

Результаты расчетов указывают на адекватный характер моделирования типа GARCH, поскольку оно позволяет увеличить значения функции правдоподобия для всех рассматриваемых моделей. Этот результат соответствует ряду предыдущих исследований, в которых успешно использовались модели семейства ARFIMA – GARCH. Тем не менее, нам удалось показать, что моделирование FIGARCH/FIAPARCH заметно превосходит моделирование GARCH. Интересно, что Лекур (1999) получила для ряда валютных курсов сумму параметров авторегрессии и скользящего среднего модели GARCH близкую к единице, что может подразумевать наличие долгосрочных временных зависимостей в условной волатильности. В целях проверки того, оказывает ли влияние текущий шок на будущую волатильность бесконечно долго, ею была оценена модель IGARCH и сделан вывод о ее непригодности. В данной работе также была осуществлена оценка модели IGARCH и с использованием информационных критериев и теста LRT, она была отвергнута. Параметр частичной интеграции ξ является значимым на любом разумном уровне значимости и его величина лежит между 0,35 и 0,65. Порядок этих цифр соответствует в целом результатам, полученным другими авторами,

Кирман и Тейссер (2002) предложили микроэкономическая модель, позволяющую объяснить феномен персистентности волатильности. Эта модель, как и в случае персистентности самих доходностей, основывается

на подражательном поведении экономических агентов. Авторы описывают возможный механизм возникновения такого рода поведения, а также резких изменений в мнении операторов на рынке, которые ведут к возникновению “пузырей”. В то же время такая модель генерирует длинную память, и авторы указывают на наличие тесной взаимосвязи между длинной памятью и “пузырями” на финансовом рынке.

Для исследования того, имеют ли положительные и отрицательные шоки различное влияние на условную дисперсию, была предпринята попытка применения модели FIAPARCH, оказавшаяся крайне успешной. Именно эта модель была выбрана в качестве наилучшей спецификации для пяти валют (кроме YEN и GBP). Однако, основным преимуществом данной модели оказалась не ее асимметрия, а гибкость в отношении выбора степенного параметра для волатильности, который оказался, для большинства валют, отличным как от двух, так и от единицы, что согласуется с результатами, полученными МакКинзи и Митчеллом (1998). При этом единственной валютой, для которой было обнаружено асимметричное влияние положительных и отрицательных шоков на динамику волатильности, оказался канадский доллар (аналогичное наблюдение было сделано МакКинзи и Митчеллом (1998)). Объяснить подобное явление в случае валютных курсов непросто, однако можно предположить, что увеличение волатильности канадского доллара при снижении его стоимости относительно доллара США происходит в результате относительной слабости канадской экономики (по сравнению с экономикой США), ведущей к возникновению опасений участников рынка относительно дальнейшего ухудшения ситуации. Отсутствия эффекта асимметрии для большинства валютных курсов и следовало ожидать, поскольку эта особенность поведения относится преимущественно к другим видам финансовых активов (таким как, например, акции)¹².

Расчеты подтверждают целесообразность использования распределения Стьюдента, поскольку информационные критерии и тест правдоподобия указывают на заметное превосходство данного распределения в сравнении с нормальным. Величины t -статистик указывают на высокую значимость параметра v . Также была предпринята попытка использования асимметричного распределения Стьюдента, но для большинства валют (кроме CHF и YEN) коэффициент асимметрии оказался незначим, а значения информационных критериев – хуже, чем для аналогичных моделей, но с симметричным распределением ошибок.

¹² Важно подчеркнуть возможность наличия при моделировании финансовых рынков двух совершенно различных типов асимметрии – асимметрии реакции условной дисперсии на различные значения предыдущих ошибок, с одной стороны, и асимметрии распределения ошибок – с другой.

Включение “эффекта дня” позволило улучшить качество модели для всех валют без исключения. Как и ожидалось, по причине того, что открытие торгов или ожидание их закрытия может повлиять на рыночную активность, эти дамми-переменные действительно объясняют некоторую часть динамики волатильности. При этом представляется, что причины значимости двух использованных для описания “эффектов дня” переменных совершенно различны. Рост волатильности при возобновлении торгов после перерыва связан, в первую очередь, с поступлением и адсорбцией новой информации, появляющейся не только в течение текущего дня, но и накопленной за время перерыва в торгах (таким образом, интенсивность этого процесса оказывается выше, чем в обычные дни). Этот результат является достаточно традиционным для анализа волатильности финансовых рынков¹³. Увеличение волатильности перед выходными и праздничными днями объяснить заметно сложнее. Констатация такого факта встречается гораздо реже, однако и это наблюдение можно встретить в недавних работах Лекур (1999), Бейна, Лорана, Лекур (2002) (к сожалению, без какого-либо экономического комментария). Можно предложить объяснять этот феномен не факторами, непосредственно связанными с поступлением информации, а психологией экономических агентов, которые, зная заранее, что немедленная реаллокация ресурсов в период, когда рынок не функционирует, будет невозможной, начинают проявлять беспокойство, пытаясь предугадать возможные варианты развития событий и занять оптимальную позицию перед лицом ожидающейся неопределенности. В этих условиях поведение этих агентов может отклоняться от рационального. Введение дамми-переменных для других дней недели не привело, согласно информационным критериям, к улучшению модели. Во избежание наложения априорных ограничений, те же дамми-переменные были использованы и для уравнения условного среднего, однако все они оказались незначимыми.

Как уже было отмечено, информационные критерии и значимость коэффициентов для всех валют в модели FIGARCH/FIAPARCH позволили сделать выбор в пользу описания процесса динамики волатильности с помощью модификаций FIGARCH (1, ξ , 1) и FIAPARCH (1, ξ , 1) с “дневными эффектами” и ненормальным распределением ошибок (Стьюдента и асимметричного Стьюдента для различных валют). Важное наблюдение, которое может быть сделано на основе полученных результатов, состоит в крайне схожих оценках моделей для обменных курсов валют трех стран, вошедших в зону евро. Это позволяет предположить, что сама единая европейская валюта может вести себя аналогичным образом. Проверка данной гипотезы представляется весьма интересной, однако она станет воз-

¹³ См.: Бэйли и Боллерслев (1989), Лекур (1999), Бейн, Лоран, Лекур (2002).

можной только после накопления ряда обменных курсов EUR—USD достаточной длины.

Для того чтобы модель могла быть использована для прогнозирования или для описания механизма, лежащего в основе изменения цен, необходимо, чтобы оцененные параметры сохраняли стабильность на протяжении определенного периода. Тестирование стабильности было проведено с использованием теста Ниблома, предложенного Ли и Хансеном (1992). Статистика Ниблома тестирует нулевую гипотезу о постоянстве вектора коэффициентов в целом при альтернативной гипотезе о его нестабильности и имеет распределение, зависящее только от числа параметров в векторе коэффициентов. Кроме того, существует и статистика, тестирующая индивидуальные параметры¹⁴. Результаты теста указывают на поразительную стабильность коэффициентов для всех валют, поскольку нулевая гипотеза не может быть отвергнута на уровне 1%, а во многих случаях и 5%. Такая стабильность является еще одним свидетельством в пользу верного выбора спецификации моделей.

Тест автокорреляции Бокса—Пирса, примененный к самим рядам доходностей и их квадратам, указывает на отсутствие остаточной автокорреляции ошибок, а результаты теста ARCH свидетельствуют о том, что имеющаяся условная гетероскедастичность учтена в модели в полном объеме.

Методы, использованные в этом разделе, позволили продемонстрировать целый ряд “хороших” свойств построенных моделей, однако довольно часто качество “подгонки” в рамках выборки переоценивает прогнозную силу модели в результате избыточного приближения к имеющимся данным (*over-adjustment*). По этой причине вопрос построения прогнозов оказывается крайне важным и должен быть исследован отдельно.

3.5. Построение прогноза доходности

В предыдущем разделе было показано, что процессы класса ARFIMA действительно описывают часть поведения доходностей некоторых из валютных курсов. В этом разделе будет предпринята попытка выяснить, могут ли эти доходности быть предсказаны на основе таких процессов, т.е. исходя из предыдущих значений доходностей. Как было отмечено выше, “хорошие” свойства модели в пределах выборки не всегда ведут к получению аналогичных характеристик для прогнозов, сделанных за пределами выборки. Анализ прогнозной силы модели будет проведен путем сопоставления качества прогнозов, получаемых на основе выбранных в предыдущем разделе моделей и “наивных” прогнозов, полученных из модели “случай-

¹⁴ Подробнее см.: Ли, Хансен (1992), Хансен (1994).

ного блуждания” для валютного курса. Таким образом, как и у ряда других авторов¹⁵, была предпринята попытка превзойти “случайное блуждание” с точки зрения качества получаемых прогнозов. Предположение о том, что курс следует процессу “случайного блуждания” означает, что “наилучшим” прогнозом валютного курса на момент $(t + 1)$ является курс, наблюдавшийся в момент t . В случае если такое предположение оказывается верным, моделирование валютного курса в целях прогнозирования на основе достаточно сложных процессов теряет смысл, поскольку лишь последний наблюдавшийся валютный курс содержит информацию, пригодную для прогнозирования курса в следующий момент времени. Целью этого раздела и является выяснение того, может ли принятие во внимание эффекта длинной памяти привести к заметному улучшению результатов прогнозирования. При этом надо помнить о том, что оценка параметра d зависит от ошибок аппроксимации и подвержена некоторому смещению, связанному с “усечением” полинома $(1 - L)^d$. Это несовершенство используемых для оценки методик может привести к некоторому ухудшению качества прогнозов, получаемых с использованием модели ARFIMA.

Для целей прогнозирования были использованы валютные курсы, для которых параметр частичного интегрирования оказался значимым по результатам оценки моделей ARFIMA – FIGARCH/FIAPARCH. В целях расчета прогнозных значений за пределами выборки модели были переоценены несколько раз – для выборок, заканчивающихся декабрем 1996 г. и декабрем 1997 г. для курсов FRF, DEM, NLG и заканчивающихся декабрем 1999 г., декабрем 2000 г. и августом 2002 г. для YEN. На основе этих оценок строились прогнозы на 1997 и 1998 гг. для первых трех валют и на 2000, 2001 гг. и первое полугодие 2002 г. – для иены. Результаты проведенного переоценивания оказались практически идентичными оценкам, полученным в предыдущем разделе с использованием полной выборки, что подтверждает выводы, сделанные на основе теста Ниблома. Для сравнения прогнозов, полученных по модели ARFIMA – FIGARCH/FIAPARCH с прогнозами, основанными на модели “случайного блуждания” была использована величина среднеквадратичной ошибки (RMSE):

$$RMSE = \left[\sum_{i=0}^{T_k-1} \frac{1}{T_k} (\tilde{X}'_{t+i+k} - X_{t+i+k})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

Величина этого показателя для избранных в предыдущем разделе моделей и для модели “случайного блуждания” для различных прогнозных периодов приведена в табл. 5.

¹⁵ См., например, Миньон (1998).

Таблица 5. Сравнение прогностной силы моделей “случайного блуждания” и ARFIMA – FIGARCH/FIAPARCH

Обменный курс	Период		RMSE
FRF – USD	1997	“Случайное блуждание”	0,6000
		ARFIMA – FIGARCH	0,5981
	1998	“Случайное блуждание”	0,5443
		ARFIMA – FIGARCH	0,5440
DEM – USD “	1997	“Случайное блуждание”	0,6111
		ARFIMA – FIGARCH	0,6094
	1998	“Случайное блуждание”	0,5455
		ARFIMA – FIGARCH	0,5447
NLG – USD	1997	“Случайное блуждание”	0,6228
		ARFIMA – FIGARCH	0,6210
	1998	“Случайное блуждание”	0,5402
		ARFIMA – FIGARCH	0,5393
YEN – USD	2000	“Случайное блуждание”	0,6327
		ARFIMA – FIGARCH	0,6312
	2001	“Случайное блуждание”	0,6106
ARFIMA – FIGARCH		0,6093	
	2002	“Случайное блуждание”	0,6564
		ARFIMA – FIGARCH	0,6559

Данные табл. 5 позволяют сделать вывод о том, что в целом разработанные выше процессы с длинной памятью обладают прогностной силой, поскольку они оказываются в состоянии превзойти случайное блуждание согласно предложенным критериям. Различие между двумя моделями в терминах ошибки прогноза является крайне слабым, однако, несмотря на это, важно отметить систематический характер превосходства процесса ARFIMA – FIGARCH/FIAPARCH. Создается впечатление, что полученный результат имеет непосредственное влияние на дискуссию о состоятельности гипотезы эффективного рынка, в соответствии с которой будущие доходности не могут быть предсказаны на основе их предыдущих значений.

Поскольку использованные модели с длинной памятью позволяют получить прогнозы более высокого качества, чем “наивные” прогнозы, состоящие в сохранении в роли ожидаемой в следующем периоде доход-

ности ее предыдущего значения, наблюдавшегося на рынке, гипотеза рыночной эффективности оказывается поставленной под сомнение. Такое утверждение соответствует результатам, полученным Бейном, Лораном, Лекур (2002), Лардик, Миньон (1999), Лекур (1999), Миньон (1998), Тшерингом (1994) и некоторыми другими авторами. При этом необходимо подчеркнуть, что отмеченное улучшение качества прогнозов носит исключительно статистический характер и в случае, если мы обратимся к представлению об эффективном рынке, предложенному в первом разделе, в соответствии с которым механизм коррекции возникающих неэффективностей начинает функционировать только когда возможно их использование для извлечения дополнительной прибыли, то после учета возникающих при осуществлении операций транзакционных издержек слабое преимущество процессов с длинной памятью может оказаться полностью элиминированным и, в этой трактовке, гипотеза эффективного рынка сохраняет свое значение.

3.6. Построение прогноза волатильности

Установление эффективности прогнозирования волатильности оказывается более сложным в силу того, что истинная волатильность ненаблюдаема и, следовательно, различные тесты не могут применяться непосредственно. Как правило, в качестве прокси-переменной для волатильности используются квадраты доходностей, поскольку r_{t+1}^2 представляет собой несмещенную оценку дисперсии h_{t+1} , так как $h_{t+1} = E[r_{t+1}^2 | \Omega_t]$.

Далее традиционно строится регрессия квадратов доходностей на константу и предсказанную моделью условную дисперсию, принимающая следующий вид: $h_{t+1} = a + b \times \tilde{h}_{t+1|t} + e_{t+1}$, где $h_{t+1} = r_{t+1}^2$. Если $\tilde{h}_{t+1|t}$ — несмещенный прогноз для h_{t+1} , то должны выполняться следующие равенства: $a = 0$, $b = 1$. Однако использование такой регрессии обычно приводит к получению крайне низких значений параметра R^2 (в большинстве случаев — между 1 и 5%) и $\tilde{a} \neq 0$. Причиной столь низкой величины R^2 является то, что квадраты доходностей представляют собой очень “зашумленный” измеритель реальной волатильности: $r_t^2 = z_t^2 \times h_t$. Например, при $z_t \sim N(0, 1)$, медиана равняется $0,455 \Rightarrow r^2 < \frac{1}{2}h$ более, чем в 50% случаев, кроме того, $P(r_t^2 \in [\frac{1}{2}h, \frac{3}{2}h]) = P(z_t^2 \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]) = 0,2588$. Аналогичные расчеты могут быть сделаны и для других распределений ошибок. Тем не менее, описанная регрессия была построена, и были получены (как и ожидалось) значения R^2 в интервале от 2,2 до 3,2%. Кроме того, для проверки ограничений $a = 0$, $b = 1$ был использован тест Вольда, на основе которого для различных валютных курсов были получены P -значения статистик от 6,8 до 18%

для первого теста и от 0,8 до 5,8% — для второго. Таким образом, гипотеза о равенстве нулю константы в данной регрессии не может быть отвергнута. Заметим, что в одной из своих работ Андерсен и Боллерслев (1997) показали, что использование данных по доходностям с большей частотой для расчета *ex post* волатильности меньшей частоты позволяет заметно снизить уровень “шума” и, следовательно, улучшить качество измерения “истинной” волатильности. Коэффициент детерминации рассматриваемой регрессии R^2 может быть увеличен в этом случае почти до 50%. Применение этого метода может стать предметом будущих исследований.

Для дополнительного исследования прогнозов волатильности была изучена возможность предсказания периодов с высокой и низкой волатильностью. По причине того, что волатильность всегда является неотрицательной величиной, необходимо выбрать определенное положительное число в качестве “эталонного” уровня, определяющего границу между высокой и низкой волатильностью. В нашей модели в результате нескольких резких скачков волатильности и описанных выше ошибок в измерении реальной волатильности, полученная на основе построенной модели волатильность имеет более высокую медиану, чем оценка реальной волатильности. В этой связи в качестве “эталонного” уровня предлагается использовать два значения медианы и постулировать, что если значения реальной и предсказанной волатильности одновременно оказываются выше или ниже своих медиан, то прогнозирование позволяет верно определить, является ли рынок в данный момент спокойным или бурным. Количество полученных совпадений попадает в интервал от 56 до 62%.

Далее был применен тест, предложенный Брином, Глостеном и Джаганатаном (1989), состоящий в проверке значимости коэффициента наклона в регрессии $I_{\{t_i > c_1\}} = \alpha_0 + \alpha_1 \times I_{\{t_i > c_2\}} + v_t$, где $I_{\{\cdot\}}$ означает функцию-индикатор, равную единице, если условие для ее аргумента выполнено, либо нулю — в противном случае, c_1, c_2 — “эталонные” уровни. Результаты теста представлены в табл. 6.

Таблица 6. Тест BGI для волатильности

	<i>FRF</i>	<i>DEM</i>	<i>NLG</i>	<i>YEN</i>
α_0	0,44 (14,17)	0,44 (14,05)	0,45 (14,40)	0,39 (14,55)
α_1	0,11 (2,46)	0,12 (2,64)	0,09 (2,10)	0,20 (5,27)

Коэффициенты наклона оказываются значимыми, в связи с чем можно констатировать наличие возможности предсказывать будет ли уровень волатильности высоким или низким и, соответственно, принимать реше-

ние о времени совершения рыночной операции. Как было уже отмечено во Введении, возможность прогнозирования волатильности может служить для решения многих финансовых задач. Так, например, в последние годы органы финансового и банковского регулирования поощряют применение количественных методов, позволяющих оценить масштаб возможных потерь финансового института. Сравнивая различные методы расчета VAR (Value-At-Risk), включая один из наиболее известных из них — RiskMetrics, Жиот и Лоран (2002) продемонстрировали преимущество модели APARCH с асимметричным распределением Стьюдента над всеми альтернативными моделями. Полученные в данной работе результаты позволяют предположить, что модели с двойной длиной памяти ARFIMA — FIAPARCH могут обеспечить дальнейшее улучшение результатов VAR-оценок.

Заключение

В данном исследовании предпринята попытка достижения двух тесно взаимосвязанных целей. С одной стороны, были сопоставлены различные модели временных рядов для выявления их сравнительных характеристик, выбора наилучшей и тестирования предсказуемости будущих значений финансовых переменных. С другой стороны, была рассмотрена гипотеза эффективного рынка и предпринята попытка ее проверки. Для достижения этих целей использован целый ряд модификаций моделей с двойной длиной памяти (включая модель ARFIMA — FIAPARCH, которая впервые введена в данной работе) с тремя различными распределениями остатков (асимметричное распределение Стьюдента также было впервые применено для случая моделей с длиной памяти). Для четырех валютных курсов из семи были обнаружены свидетельства присутствия длинной памяти в рядах доходности, хотя степень персистентности и оказалась крайне слабой. При выборе оптимальной модели в классе ARFIMA — FIGARCH/FIAPARCH была выявлена необходимость использования несколько отличающихся спецификаций как для уравнения доходностей, так и для уравнения, описывающего динамику волатильности. Для всех валют (для которых была обнаружена длинная память), за исключением японской иены, новая модель ARFIMA — FIAPARCH оказалась наилучшей, несмотря на тот факт, что параметр асимметрии оказался в большинстве случаев незначимым (симметричное влияние шоков на волатильность валютных курсов совпадает с результатами ряда более ранних исследований). Заметное улучшение моделей для всех валют было достигнуто за счет применения распределений с “толстыми хвостами”, тогда как заметная асимметрия распределения инноваций

присутствует только в случае японской иены и швейцарского франка. Включение эффектов открытия и закрытия рынка позволило сделать вывод о заметном росте волатильности в эти периоды.

В работе предложены возможные объяснения большинства отмеченных в ходе проведенного анализа феноменов и с использованием статистических тестов выявлен целый ряд свойств модели, позволяющих рассматривать характер осуществленного моделирования как адекватный.

При этом тесты, проведенные вне выборки, демонстрируют заметно менее удовлетворительные результаты. Вследствие малой величины параметра частичного интегрирования в уравнении для доходностей, прогнозы, полученные на базе построенной модели, оказываются лишь немного лучше “наивных” прогнозов на основе модели “случайного блуждания”. В отличие от выводов некоторых других исследователей, автор предполагает, что этот факт не обязательно противоречит гипотезе эффективного рынка, поскольку представляется необходимым учитывать экономический, а не статистический выигрыш от такой прогнозируемости. В работе предложено понимание эффективного рынка как механизма, корректирующегося благодаря действиям участников рынка, которые начинают действовать только при наличии возможности извлечения дополнительной прибыли, по причине чего определенная степень прогнозируемости теоретически может присутствовать даже на эффективном рынке.

Точная оценка степени прогнозируемости волатильности осложняется невозможностью наблюдать даже *ex post* волатильность. Необходимо отметить, что задача моделирования волатильности становится все более и более важной для множества финансовых приложений, связанных с оценкой степени риска различных операций, в особенности по причине глобализации финансовых рынков и постоянного появления новых финансовых инструментов, и целый ряд теоретических и эмпирических исследований свидетельствует о наличии реальной возможности такого рода моделирования. При этом хотелось бы привлечь отдельное внимание к важности анализа прогнозной силы моделей вне выборки, так как многие авторы ограничиваются исключительно статистическими тестами качества подгонки в пределах выборки.

Таким образом, остается не окончательно очевидным, существует ли модель, действительно позволяющая превзойти “случайное блуждание” в экономическом (а не только статистическом) смысле на финансовых рынках вообще и на валютных рынках в частности, а также какова точная степень прогнозируемости волатильности, однако можно однозначно утверждать, что модели с длинной памятью определенно имеют потенциал для их использования в последующих исследованиях и необходимо продолжать поиск возможностей по их дальнейшей доработке. Среди наиболее инте-

ресных направлений работы можно упомянуть расширение модели за счет включения в нее макроэкономических переменных (таких, как, например, дифференциал процентных ставок между странами), переход к многомерному случаю для изучения взаимного влияния различных валютных рынков, а также использование внутрисуточных данных для расчета реальной волатильности и более корректной оценки ее прогнозируемости.

В заключение можно сказать, что процесс изучения поведения финансовых рынков еще далек от завершения, и значительный объем работы остается пока не осуществленным, однако многие важные аспекты уже описаны и новые исследования, проливающие свет на функционирование финансовых рынков, несомненно последуют в ближайшем будущем.

Литература

- Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. М.: Мир, 2000.
- Andersen T.G., Bollerslev T. Answering the Critics: Yes, ARCH Models Do Provide Good Volatility Forecasts // NBER working paper. 1997. N 6023.
- Andersen T.G., Bollerslev T. Deutche Mark-Dollar Volatility: Intraday Activity Patterns, Macroeconomic Announcements and Longer Run Dependencies // Journal of Finance. 1998. N 53(1). P. 219-265.
- Andersson M.K. On the Effects of Imposing or Ignoring Long Memory When Forecasting // Working Paper Series in Economics and Finance. 1998. N 225.
- Baillie R.T. Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics // Journal of Econometrics. 1996. N 73. P. 5-59.
- Baillie R.T., Bollerslev T. Intra Day and Inter Day Volatility in Foreign Exchange Rates // Review of Economic Studies. 1991. N 58. P. 565-585.
- Baillie R.T., Bollerslev T., Mikkelsen H.O. Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroscedasticity // Journal of econometrics. 1996. N 74. P. 3-30.
- Baillie R.T., Chung C.-F., Tieslau M.A. Analysing inflation by the fractionally integrated ARFIMA — GARCH model // Journal of applied econometrics. 1996. N 11. P. 23-40.
- Barkoulas J.T., Baum C.F., Caglayan M., Chakraborty A. Persistent dependence in foreign exchange rates? A reexamination // Working Paper Boston College. 2000. N 377.
- Beechey M., Gruen D., Vickery J. The Efficient Market Hypotheses: A Survey // Research Discussion Paper, Reserve Bank of Australia. 2000.
- Beine M., Laurent S. La persistance des chocs de volatilité sur le marché des changes s'est-elle modifiée depuis le début des années quatre-vingts? // La Revue Economique. 2000. N 3. P. 703-711.
- Beine M., Laurent S. Central Bank Interventions and Jumps in Double Long Memory Models of Daily Exchange Rates // Working Paper University of Liege. 2001.
- Beine M., Laurent S., Lecourt C. Accounting for conditional leptokurtosis and closing days effects in FIGARCH models of daily exchange rates // Applied Financial Economics. 2002. N 12. P. 589-600.
- Bernstein P.L. et al. Investment management. John Wiley & Sons, 1998.

- Black F. Studies of Stock Market Volatility Changes // Proceedings of 1976 Meetings of the American Statistical Association. Business and Economic Statistics Section. 1976. P. 177-181.
- Bollerslev T., Engle R.F., Nelson D.B. ARCH Models // Handbook of econometrics. 1993. Vol. 4.
- Bollerslev T., Melvin M. Bid-Ask Spreads and the Volatility in the Foreign Exchange Market: An Empirical Analysis // Journal of International Economics. 1994. N 36. P. 355-372.
- Bollerslev T., Mikkelsen H.O. Modeling and pricing long memory in stock market volatility // Journal of Econometrics. N 73. P. 151-184.
- Bos S.C., Mahieu R.J., van Dijk H.K. Daily Exchange Rate Behavior and Hedging of Currency Risk // Tinbergen Institute Report. 1999. N 99-078/4.
- Cheung Y.W. Long Memory in Foreign Exchange Rates // Journal of Business and Economic Statistics. 1993. N 11(1). P. 301-316.
- Davidson J. Moment and Memory Properties of Linear Conditional Heteroscedasticity Models. Manuscript, Cardiff University. 2002.
- Ding Z., Granger C.W.J., Engle R.F. A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model // Journal of Empirical Finance. 1993. N 1. P. 83-106.
- Engle R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation // Econometrica. 1982. N 50.
- Engle R.F., Patton A.J. What Good is a Volatility Model? // Quantitative Finance. 2001. N 1(2). P. 237-245.
- Fama E.F. The Behavior of Stock Market Prices // Journal of Business. 1965. Vol. 38. N 1. P. 35-105.
- Fama E.F. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work // Journal of Finance. 1970. N 25(2). P. 383-417.
- Fama E.F. Efficient Capital Markets: II // Journal of Finance. 1991. N 46(5). P. 226-241.
- French K.R., Roll R. Stock Return Variances: The Arrival of Information and the Reaction of Traders // Journal of Financial Economics. 1998. N 17. P. 5-26.
- French K.R., Schwert G.W., Stambaugh R.F. Expected Stock Returns and Volatility // Journal of Financial Economics. 1987. N 19. P. 3-30.
- Giot P., Laurent S. Value-At-Risk for Long and Short Trading Positions // Working Paper University of Liege. 2002.

- Glosten L.R., Jagannathan R., Runkle D.E. On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Returns on Stocks // *Journal of Finance*. 1993. N 48(5). P. 1779-1801.
- Granger C.W.J., Joyeux R. An Introduction to Long-Memory Time Series Models and Fractional Differencing // *Journal of Time Series Analysis*. 1980. N 1(1). P. 15-29.
- Granger C.W.J., Terasvirta T. *Modelling nonlinear economic relationships*. Oxford University Press, 1993.
- Hansen B.E. Autoregressive Conditional Density Estimation // *International Economic Review*. 1994. N 35(3).
- Harvey C.R., Huang R.D. Volatility in the Foreign Currency Futures Market // *Review of Financial Studies*. 1991. N 4. P. 543-569.
- Hurst H.E. Long Term Storage Capacity of Reservoirs // *Transactions of the American Society of Civil Engineers*. 1051. N 116. P. 770-799.
- Kirman A., Teysiere G. Microeconomic Models for Long Memory in the Volatility of Financial Time Series // GREQAM, Document de travail 0031A. 2002.
- Lambert P., Laurent S. *Modelling Financial Time Series Using GARCH-Type Models and a Skewed Student Density*. Mimeo, Universite de Liege, 2001.
- Lardic S., Mignon V. Prevision ARFIMA des taux de change: les modelisateurs doivent-ils encore exhorter la naivete des previsions? // *Annales d'economie et de statistique*. 1999. N. 54.
- Laurent S., Peters J.-P. A Tutorial for G@RCH 2.3, a Complete Ox Package for Estimating and Forecasting Various ARCH Models // Working Paper University of Liege. 2002.
- LeBaron D., Vaitilingam R. *The Ultimate Investor. The People and Ideas that Make Modern Investment*. Capstone Publishing Limited, 2001.
- Lecourt C. Dependence de court et de long terme des rendements de taux de change // Working Paper Universite de Lille 2. 1999.
- Lee S.W., Hansen B.E. Asymptotic Properties of the Maximum Likelihood Estimator and Test of the Stability of Parameters of the GARCH and IGARCH Models. Mimeo, Department of Economics, University of Rochester. 1992.
- Lo A.W. Long Term Memory in Stock Market Prices // *Econometrica*. 1991. N 59. P. 1279-1313.
- Lucey B.M. *Fractionally Integrated Dynamics in Irish Stock Returns* // Trinity College (Dublin) Working Paper.
- Lo A.W. *Market efficiency: stock market behavior in theory and practice*. Edward Elgar Publishing, 1997. 2 vols.

- Madhavan A. Market Microstructure: A Survey // Journal of Financial Markets. 2000. N 3. P. 205-258.
- Mandelbrot B.B. When Can Price Be Arbitraged Efficiently? A limit to the Validity of the Random Walk and Martingale Models // The Review of Economics and Statistics. 1971. N 53(1). P. 225-236.
- Mandelbrot B.B. Le probleme de la realite de cycles lente et le syndrome de Joseph // Economie Appliquee. 1973. N 26. P. 321-348.
- Marquering W., Verbeek M. The Economic Value of Predicting Stock Index Returns and Volatility // Discussion Paper. Erasmus Research Institute of Management (ERIM). 2001. N 129.
- McKenzie M., Mitchell H. Generalized Asymmetric Power ARCH Modelling of Exchange Rate Volatility // Melbourne Centre in Finance Working Paper. 1998.
- Mignon V. Marches financiers et modelisation des rentabilites boursieres. Economica, 1998.
- Nelson D.B. Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach // Econometrica. 1991. N 59(2). P. 347-370.
- Palm F.C., Vlaar P.J.G. Simple Diagnostics Procedures for Modelling Financial Time Series // Allgemeines Statistisches Archiv. 1997. N 81. P. 85-101.
- Peters J.-P. Estimating and Forecasting Volatility of Stock Indices Using Asymmetric GARCH Models and Skewed Student-t Densities // Working Paper EAA Business School, University of Liege. 2001.
- Schwert G.W. Why Does Stock Market Volatility Change Over Time? // Journal of Finance. 1989. 44. P. 1115-1153.
- Schwert G.W. Anomalies and Market Efficiency // Handbook of the Economics of Finance. North-Holland Publishing Company, 2002. Ch. 17.
- Tscherer R. Long Memory in Foreign Exchange Rates Revisited // Working Paper Humboldt University of Berlin. 1994.
- Tse Y. The Conditional Heteroscedasticity of the Yen-Dollar Exchange Rate // Journal of Applied Econometrics. 1998. N 13. P. 49-55.
- Tversky A. The Psychology of Risk // Quantifying the Market Risk Premium Phenomena for Investment Decision Making, 1990. Charlottesville, VA, Institute of Chartered Financial Analysts.

Оглавление

Введение	3
1. Эффективный рынок и эмпирические свойства доходности	5
1.1. Гипотеза эффективного рынка	5
1.2. Эмпирические закономерности волатильности цен активов	9
2. Длинная память	12
2.1. Происхождение понятия длинной памяти	13
2.2. Определение длинной памяти	14
2.3. Процесс ARFIMA	15
2.4. Процессы с длинной памятью в дисперсиях	17
2.5. Процессы с двойной длинной памятью	20
2.7. Функции распределений	21
3. Эмпирическое исследование валютных курсов	21
3.1. Описательная статистика	22
3.2. Тестирование единичных корней	24
3.3. Построение модели ARFIMA с постоянной дисперсией	26
3.4. Построение модели ARFIMA – FIGARCH/FIAPARCH	28
3.5. Построение прогноза доходности	39
3.6. Построение прогноза волатильности	42
Заключение	44
Литература	47

Препринт WP2/2004/03
Серия WP2
Количественный анализ в экономике

Редактор серии *В.А. Бессонов*

Олег Евгеньевич Перцовский

**Моделирование валютных рынков
на основе процессов с длинной памятью**

Публикуется в авторской редакции

Выпускающий редактор *А.В. Заиченко*

Технический редактор *Д.В. Корниенко*

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Печать трафаретная.

Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 3,78. Усл. печ. л. 3,03. Заказ № 165. Изд. № 426

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3