

# ПРИМЕНЕНИЕ ЛОКАЛЬНОГО МЕТОДА ОБНАРУЖЕНИЯ КРАЕВ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПРОФИЛЯ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА<sup>1</sup>

А.Г. Броневиц, А.Н. Каркищенко, В.И. Уманский, Д.А. Якушев

Рассмотрен метод восстановления геометрической формы поперечного профиля земляного полотна по данным лазерного сканирования, основанный на оценке кусочно-линейного тренда случайной последовательности. Поиск точек переключения осуществляется с помощью анализа максимумов вводимой дискриминантной функции. Для более устойчивого выделения точек переключения применено транзитивное замыкание дискриминантной функции, позволяющее отсечь «ложные» локальные максимумы. Рассмотрены дискретный и непрерывный варианты реализации метода.

**Ключевые слова:** земляное полотно, поперечный профиль, сканированные данные, случайные последовательности, отношение правдоподобия.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время развиваются методы автоматического мониторинга профиля земляного полотна и верхнего строения железнодорожного пути на протяженных участках дороги. Профиль (точнее, поперечный профиль) включает в себя полосу отвода или территорию до защитных лесонасаждений. Земляное полотно должно удовлетворять требованиям установленной нормативной документации. Но под воздействием динамических поездных нагрузок и влиянием природно-климатических факторов происходит его деформация и со временем оно может не удовлетворять условиям дальнейшей эксплуатации. В этом случае предпринимаются меры по поддержке должного состояния земляного полотна — от обычных регламентных работ до срочного восстановления. В связи с этим возникает необходимость постоянной диагностики (или мониторинга) земляного полотна. Учитывая протяженность существующих железнодорожных линий, мониторинг становится чрезвычайно трудоемкой, требующей постоянного внимания, процедурой [1, 2].

К числу наиболее простых и широко применяемых методов мониторинга относятся так называ-

емые традиционные и геодезические методы диагностики. Традиционные методы включают в себя эксплуатационные наблюдения — визуальный осмотр, учет выправок пути, замеры смещений масс грунта, проверка положения и роста трещин, а геодезические — нивелирование по точкам створов и головкам рельсов, проверка сдвижки пути, съемка поперечных и продольных профилей земляного полотна.

Развитие методов анализа и обработки результатов диагностики земляного полотна позволяет на основе оценки его фактического состояния обосновать очередность и установить сроки ремонта и усиления полотна, повысить безопасность движения поездов благодаря своевременному выявлению поврежденных участков. При этом не нарушается график движения поездов и не требуется предоставление технологических «окон». Экономический эффект от применения автоматизированных систем диагностики обусловлен тем, что быстрее снимаются ограничения на скорость движения поездов при прохождении деформированных участков (ограничения снимаются после выполнения работ по усилению полотна), устраняются перерывы в движении поездов вследствие своевременного ремонта насыпей вблизи пути и др.

Эффективность диагностики земляного полотна во многом определяется такими свойствами, как объективность, достоверность, простота проведения, оперативность, дешевизна. Требуется

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 11-07-13125-офи-м-2011-РЖД.



мониторинг целых участков и направлений, применяющийся для деформаций массового характера на большом протяжении. Учитывая протяженность, особую ценность приобретают методы мониторинга, главными свойствами которых являются быстрота проведения и дешевизна. Наиболее простыми, но важными являются наблюдения за соответствием сложившихся профилей земляного полотна с типовыми нормативными профилями для заданных грунтов, слагающих насыпи или выемки. На основании таких наблюдений и их сравнительного анализа требуется фиксировать такие параметры, как:

- ненормативная ширина плеча балластной призмы;
- ненормативная ширина обочины земляного полотна;
- места с завышенной крутизной откосов;
- нарушение *структурных линий* полотна, представляющих собой продольные линии излома поверхности земли в полосе отвода, и др.

В связи с этим возникает необходимость разработки методов автоматического или автоматизированного сравнения поперечных профилей на основе применения специальных технических средств получения информации о поверхностном рельефе земли, отведенной под железнодорожный путь.

Для решения этой задачи перспективно применение современных лазерных сканеров, которые, по сути, представляют собой лазерные дальнометры. Технически это сводится к тому, что посредством геометрических преобразований оказывается возможным восстановить в некоторой координатной системе координаты большого количества точек (облака точек) поверхности.

Для обработки и анализа полученных в результате сканирования данных требуется решение ряда математических и алгоритмических задач. В частности, необходимо разработать методы координатной привязки данных и эффективную систему визуализации точек сканирования. Требуется создать алгоритмы двумерной аппроксимации поверхности на основе лазерных измерений, анализа возникающих в результате сканирования шумов, выделения семантически важных объектов и др. Сложность решения этих задач связана с необходимостью хранения большого объема получаемых данных, а также с требованием быстрого их анализа и последующей обработки [3, 4]. Поэтому направление исследований, связанное с построением методов и алгоритмов обработки данных лазерного сканирования, является актуальным.

В настоящей работе использовались реальные данные сканирования, полученные с помощью технических комплексов наземного лазерного сканирования, устанавливаемых на специально оборудованном поезде [5]. Технологически это реализуется путем установки двух лазеров на задней

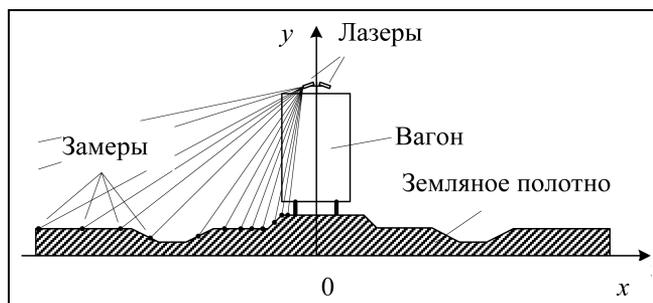


Рис. 1. Схема измерений земляного полотна

стенке последнего вагона. В процессе движения вагона каждый лазер сканирует свою часть полупространства — слева и справа относительно движения, формируя совокупность замеров (рис. 1).

## 1. ОПИСАНИЕ И ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При организации лазерного сканирования можно выделить ряд особенностей, которые состоят в следующем:

- совокупность измерений, называемых в дальнейшем *замерами*, представляет собой конечное множество точек, число которых определяется частотой излучения лазера и может варьироваться в зависимости от его технических возможностей;

- за один проход лазеров получается совокупность замеров по общему углу охвата в  $360^\circ$  градусов (по  $180^\circ$  на каждый лазер);

- распределение точек замеров существенно зависит от высоты расположения лазера над поверхностью земли; поскольку лазеры устанавливаются на задней стенке последнего вагона, то считается, что высота подвеса лазеров равна 4–5 м над рельсами;

- характер и совокупность данных зависят от того, перемещается ли поезд в открытом пространстве (насыпь), полуоткрытом (выемка) или закрытом (например, тоннель);

- точки замеров расположены относительно *равномерно по угловой мере*, так как сканирующий луч перемещается дискретно во времени, а значит, и в пространстве, через равный угловой шаг;

- точки замеров располагаются крайне *неравномерно в линейном измерении*, поскольку происходит отражение от поверхностей, расположенных под разными углами по отношению к лучу лазера и находящихся на разных расстояниях от источника лазерного излучения; общая тенденция расположения точек замеров состоит в их сгущении при приближении к балластной призме, так как расстояние до лазеров в этом случае уменьшается, и линейная мера угла становится меньше;

- данные реальных измерений оказываются сильно зашумленными; ошибки измерений воз-

никают из-за погрешностей собственно лазерного дальномера, а также в большей степени ввиду естественной неровности отражающей поверхности земляного полотна, наличия на нем посторонних предметов, растительности и пр.

Далее будем считать, что выполняются предположения:

- ошибка каждого измерения в одном цикле появляется в результате действия большого числа независимых или слабо зависимых факторов (случайных величин), поэтому она может быть достаточно точно описана случайной величиной, подчиненной нормальному закону распределения;
- случайные величины имеют короткий «промежуток зависимости». Иными словами, случайные возмущения слабо связаны с их предысторией, и поэтому статистическая зависимость двух измерений быстро уменьшается с ростом расстояния между точками замеров. Перечисленные выше факторы, влияющие на возникновение ошибок в измерениях, позволяют считать данное предположение вполне реалистичным. Оно гарантирует, что получаемые на основе таких измерений стандартные статистические оценки являются асимптотически гауссовскими в смысле центральной предельной теоремы [6].

Таким образом, в результате одного цикла измерений получается случайная последовательность точек замеров, которая примерно отражает рельеф земляного полотна слева и справа от железнодорожного пути. Задача обработки полученных данных состоит в том, чтобы по последовательности измерений восстановить исходную форму профиля полотна.

## 2. МОДЕЛЬ КРАЯ

Локальный метод выделения краев изображений [7] основан на проверке статистических гипотез о характере случайной последовательности, в качестве которой можно рассматривать строки и столбцы матрицы трехмерного изображения земляного полотна. Форма идеального края представляет собой кусочно-линейную функцию, состоящую из линейных участков (см. идеальный поперечный профиль земляного полотна, изображенный на рис. 1). В том случае, если «остроконечность» краев сглажена за счет изменений с течением времени, указанное сглаживание можно получить из идеальной модели края с помощью оператора свертки, ядро которого описывается гауссовой функцией  $\frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} e^{-x^2/2\Delta^2}$ .

Пусть идеальный край описывается кусочно-линейной функцией

$$g(x|a_1, a_2) = \begin{cases} a_1x, & x < 0, \\ (a_2 + a_1)x, & x \geq 0. \end{cases}$$

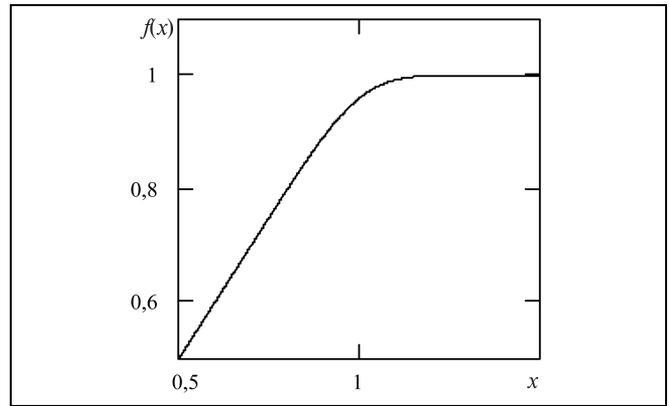


Рис. 2. Сглаженная модель края

Тогда сглаженную модель края можно получить с помощью интеграла свертки

$$\begin{aligned} f(x|a_1, a_2) &= \int_{-\infty}^{+\infty} g(x-t) \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} e^{-\frac{t^2}{2\Delta^2}} dt = \\ &= \int_{-\infty}^x (a_2 + a_1)(x-t) \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} e^{-\frac{t^2}{2\Delta^2}} dt + \\ &+ \int_x^{+\infty} a_1(x-t) \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} e^{-\frac{t^2}{2\Delta^2}} dt = \\ &= a_1x + a_2x\Phi(x/\Delta) + \frac{a_2\Delta}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\Delta^2}, \end{aligned}$$

где  $\Phi$  — функция Лапласа. Отметим, что если в последней формуле  $a_2 = 0$ , то  $f(x|a_1, a_2) = g(x|a_1, a_2) = a_1x$ . Кроме того, если  $\Delta \rightarrow 0$ , т. е. сглаживание края отсутствует, то также  $f(x|a_1, a_2) = g(x|a_1, a_2)$ . Мы получим общую модель края, если с помощью функции  $f(x)$  будем описывать различные положения краевой точки  $x_0$  вдоль координаты  $x$ , и высоты точки  $c$ . Тогда

$$f(x|a_1, a_2, c, x_0) = c + a_1(x - x_0) + a_2\varphi(x - x_0), \quad (1)$$

где  $\varphi(x) = x\Phi(x/\Delta) + \frac{\Delta}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\Delta^2}$ . Сглаженная модель края для  $c = 1$ ,  $x_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = -1$  и  $\Delta = 0,1$  изображена на рис. 2.

## 3. ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ КРАЯ. ДИСКРИМИНАНТНАЯ ФУНКЦИЯ

Вероятностную модель края можно получить, если добавить к функции  $f(x)$  случайную составляющую  $\varepsilon$ , т. е.  $\tilde{f}(x) = f(x) + \varepsilon$ . Во многих случаях со-



ставляющую  $\varepsilon$  можно достаточно точно описать, используя модель белого шума. Последнее предположение позволяет записать функцию плотности вероятности случайной функции  $\tilde{f}(x)$  в точке  $x$ :

$$h(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(y-f(x))^2}{2\sigma^2}},$$

где  $f(x)$  — модель края. Далее дискретные значения высот в поперечном сечении профиля будем описывать с помощью случайной последовательности вида  $(Y_1(x_1), Y_2(x_2), \dots, Y_N(x_N))$ , в которой последовательно записаны значения высот, определенные в точках  $x_1, x_2, \dots, x_N$ . С учетом этого, с помощью

функции  $h_i(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(y-f(x_i))^2}{2\sigma^2}}$  будем описывать

плотность вероятности случайной величины  $Y_i$ . При анализе конечных участков профиля возможна ситуация, когда этот участок описывается линейной функцией, т. е. на нем нет краевых точек. В этом случае значения высот можно описать случайной функцией  $\tilde{f}(x) = b + ax + \varepsilon$ , и на этом участке случайные величины можно охарактеризовать

плотностью  $h_i(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(y-b-ax_i)^2}{2\sigma^2}}$ .

Рассмотрим идею локального обнаружения краевых точек в последовательности  $(Y_1(x_1), Y_2(x_2), \dots, Y_N(x_N))$ . Внутри отрезка  $[x_{i-m}, \dots, x_{i+m}]$  строится функция правдоподобия гипотезы «точка  $x_i$  является точкой края», против альтернативной гипотезы «внутри указанного отрезка нет краевых точек». Отметим, что это один из подходов выбора дискриминантной функции, которая по определению должна принимать большие значения вблизи краевых точек и относительно небольшие значения на участках, где нет краевых точек.

Найдем аналитическое выражение для дискриминантной функции, основанной на модели края (1). Будем считать, что поперечный профиль задан последовательностью точек  $\{(x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)\}$ . В этом функция правдоподобия первой гипотезы определяется равенством

$$R_1(x_i|x_{i-m}, \dots, x_{i+m}, y_{i-m}, \dots, y_{i+m}) = \max_{a_1, a_2, c} \prod_{k=i-m}^{i+m} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{[y_k - c - a_1(x_k - x_i) - a_2\varphi(x_k - x_i)]^2}{2\sigma^2}}.$$

Также нетрудно получить функцию правдоподобия для второй гипотезы

$$R_2(x_i|x_{i-m}, \dots, x_{i+m}, y_{i-m}, \dots, y_{i+m}) = \max_{b, a} \prod_{k=i-m}^{i+m} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{[y_k - b - ax_k]^2}{2\sigma^2}}.$$

Далее дискриминантная функция строится как логарифм отношения функций правдоподобия гипотез:

$$L(x_i) = \ln \frac{R_1}{R_2} = -\min_{a_1, a_2, c} \sum_{k=i-m}^{i+m} \frac{[y_k - c - a_1(x_k - x_i) - a_2\varphi(x_k - x_i)]^2}{2\sigma^2} + \min_{a, b} \sum_{k=i-m}^{i+m} \frac{[y_k - b - a(x_k - x_i)]^2}{2\sigma^2}. \quad (2)$$

Можно показать [8], что рассмотренная функция, основанная на отношении правдоподобия гипотез, обладает всеми требуемыми свойствами, необходимыми для дискриминантных функций. Минимизационные задачи в правой части последнего равенства имеют явное решение, которое можно получить, решая системы линейных алгебраических уравнений:

относительно  $a_1, a_2$  и  $c$ :

$$c(2m+1) + a_1 \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i) + a_2 \sum_{k=i-m}^{i+m} \varphi(x_k - x_i) = \sum_{k=i-m}^{i+m} y_k,$$

$$c \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i) + a_1 \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i)^2 + a_2 \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i)\varphi(x_k - x_i) = \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i)y_k,$$

$$c \sum_{k=i-m}^{i+m} \varphi(x_k - x_i) + a_1 \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i)\varphi(x_k - x_i) + a_2 \sum_{k=i-m}^{i+m} \varphi^2(x_k - x_i) = \sum_{k=i-m}^{i+m} \varphi(x_k - x_i)y_k;$$

относительно  $a$  и  $b$ :

$$b(2m+1) + a \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i) = \sum_{k=i-m}^{i+m} y_k,$$

$$b \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i) + a \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i)^2 = \sum_{k=i-m}^{i+m} (x_k - x_i)y_k.$$

#### 4. ОЦЕНИВАНИЕ ПОЛОЖЕНИЙ КРАЕВЫХ ТОЧЕК. ТРАНЗИТИВНОЕ ЗАМЫКАНИЕ ДИСКРИМИНАНТНОЙ ФУНКЦИИ

Положение краевых точек можно оценить, анализируя локальные максимумы дискриминантной функции. Более достоверные оценки получаются, если воспользоваться функцией, которая называется транзитивным замыканием дискриминантной функции. Эту функцию можно вычислить по формуле

$$\rho(x_i) = \max_{x_j \in [x_k, x_m]} E[x_k, x_m], \quad (3)$$

где  $E[x_k, x_m]$  — среднее значение дискриминантной функции на отрезке  $[x_k, x_m]$ , а максимум в формуле (3) берется по всем отрезкам  $[x_k, x_m]$ , содержащим точку  $x_i$ . Таким образом, по определению

$$E[x_k, x_m] = \frac{1}{x_m - x_k} \int_{x_k}^{x_m} L(x) dx.$$

Отметим, что поскольку значение  $L$  известно, только в дискретных точках  $x_{m+1}, \dots, x_{N-m}$  интеграл вычисляется по приближенным формулам. В частности, если точки  $x_i$  расположены равномерно с шагом  $\Delta h$ , т. е.  $x_i = x_{i-1} + \Delta h$ , то приближенно значение  $E[x_k, x_m]$  можно рассчитать по формуле

$$E[x_k, x_m] = \frac{1}{m - k + 1} \sum_{i=k}^m L(x_i).$$

При практической реализации этого метода вычисление формулы (3) можно упростить. Для этого находят максимум по всем отрезкам, длина которых не превышает некоторого числа  $m$ . Далее в качестве краевых точек выбираются точки, в которых функция  $\rho$  имеет локальные максимумы, причем значения функции в этих точках должны быть больше некоторого фиксируемого порога  $h$ .

#### 5. РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ДЛЯ ПРОФИЛЯ, ЗАДАННОГО АНАЛИТИЧЕСКИ

Ранее уже отмечалось, что профиль в результате предварительной обработки может быть задан в виде кусочно-линейной аппроксимации, которая получается, если мы воспользуемся триангуляцией. В этом случае анализируемый профиль  $f$  можно задать последовательностью значений  $f(x_k)$  в точках  $x_k$ ,  $k = 1, \dots, N$ , причем следует выбрать равномерное распределение точек  $x_k$  на оси  $x$ , т. е.  $x_i = x_{i-1} + \Delta h$ ,  $i = 2, \dots, N$ . Другая альтернатива заключается в обобщении дискриминантной функ-

ции для непрерывного случая. Пусть  $f$  — это наблюдаемый профиль. Тогда дискриминантная функция может быть выбрана следующим образом:

$$L(x) = -\min_{a_1, a_2, c} \int_{x-s}^{x+s} (f(u) - c - a_1(u-x) - a_2\varphi(u-x))^2 du + \min_{a, b} \int_{x-s}^{x+s} (f(u) - b - a(u-x))^2 du. \quad (4)$$

Отметим, что здесь в качестве окрестности точки  $x$ , по которой вычисляется дискриминантная функция, выбирается отрезок  $[x-s, x+s]$ . Данная дискриминантная функция является обобщением дискриминантной функции, рассмотренной в § 3, так как фактически при расчете дискриминантной функции мы аппроксимируем анализируемый профиль на участке  $[x_{i-m}, x_{i+m}]$  по методу наименьших квадратов, подбирая параметры функций  $f(x|a_1, a_2, c, x_i) = c + a_1(x-x_i) + a_2\varphi(x-x_i)$  и  $f(x|a, b) = b + ax$ , т. е. формула (4) является интегральным аналогом формулы (2). При расчете дискриминантной функции (4) решение оптимизационных задач также связано с решением систем линейных уравнений. В данном случае значения  $a_1, a_2$  и  $c$  находятся из системы:

$$\begin{aligned} c \int_{x-s}^{x+s} du + a_1 \int_{x-s}^{x+s} (u-x) du + a_2 \int_{x-s}^{x+s} \varphi(u-x) du &= \int_{x-s}^{x+s} f(u) du, \\ c \int_{x-s}^{x+s} (u-x) du + a_1 \int_{x-s}^{x+s} (u-x)^2 du + \\ + a_2 \int_{x-s}^{x+s} (u-x)\varphi(u-x) du &= \int_{x-s}^{x+s} (u-x)f(u) du, \\ c \int_{x-s}^{x+s} \varphi(u-x) du + a_1 \int_{x-s}^{x+s} (u-x)\varphi(u-x) du + \\ + a_2 \int_{x-s}^{x+s} \varphi^2(u-x) du &= \int_{x-s}^{x+s} \varphi(u-x)f(u) du. \end{aligned}$$

Данная система после несложных преобразований приводится к виду:

$$\begin{aligned} c2s + a_2 \int_{-s}^s \varphi(u) du &= \int_{-s}^s f(u+x) du, \\ a_1(2/3)s^3 + a_2 \int_{-s}^s u\varphi(u) du &= \int_{-s}^s uf(u+x) du, \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} c \int_{-s}^s \varphi(u) du + a_1 \int_{-s}^s u \varphi(u) du + a_2 \int_{-s}^s \varphi^2(u) du = \\ = \int_{-s}^s \varphi(u) f(u+x) du. \end{aligned}$$

Отметим, что поскольку функция

$$\varphi(x) - 0,5x = x(\Phi(x/\Delta) - 0,5) + \frac{\Delta}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\Delta^2}$$

является четной, то  $\int_{-s}^s u(\varphi(u) - 0,5u) du = 0$ . Поэтому

$$\int_{-s}^s u \varphi(u) du = 0,5 \int_{-s}^s u^2 du = (1/3)s^3.$$

Аналогичным образом находим  $a$  и  $b$  из системы уравнений

$$\begin{aligned} b \int_{x-s}^{x+s} du + a \int_{x-s}^{x+s} (u-x) du &= \int_{x-s}^{x+s} f(u) du, \\ b \int_{x-s}^{x+s} (u-x) du + a \int_{x-s}^{x+s} (u-x)^2 du &= \int_{x-s}^{x+s} (u-x) f(u) du. \end{aligned}$$

Отсюда находим, что  $b = \frac{1}{2s} \int_{-s}^s f(u-x) du$  и

$$a = \frac{3}{2s^3} \int_{-s}^s u f(u+x) du.$$

## 6. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА

После оценивания положений всех точек переключения  $\{x_1, \dots, x_k\}$  идеальная функция, определяющая геометрию земляного полотна, может быть задана в виде:

$$\begin{aligned} g(x|c, a_1, \dots, a_k, x_1, \dots, x_k) = \\ = c + a_0 x + \sum_{i=1}^k a_i (x-x_i) \chi(x-x_i), \end{aligned}$$

где  $\chi(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$

Сглаженный профиль земляного полотна можно получить с помощью оператора свертки с ядром

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta} e^{-x^2/2\Delta^2}:$$

$$\begin{aligned} \bar{g}(x|c, a_1, \dots, a_k, x_1, \dots, x_k) = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x-t|c, a_1, \dots, a_k, x_1, \dots, x_k) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta} e^{-\frac{t^2}{2\Delta^2}} dt = \\ = c + a_0 x + \sum_{i=1}^k a_i \varphi(x-x_i). \end{aligned}$$

Будем считать положения точек переключения известными, а для оценки параметров  $c, a_1, \dots, a_k$  воспользуемся методом наименьших квадратов в интегральной форме. Пусть  $f$  — наблюдаемый профиль на отрезке  $[x_0, x_{k+1}]$ . Тогда нахождение оценок параметров  $c, a_1, \dots, a_k$  сводится к решению следующей оптимизационной задачи:

$$Q = \min_{c, a_1, \dots, a_k} \int_{x_0}^{x_{k+1}} (f(x) - \bar{g}(x|c, a_1, \dots, a_k, x_1, \dots, x_k))^2 dx.$$

Нетрудно определить, что нахождение точки минимума связано с решением следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned} c(x_{k+1} - x_0) + a_0 0,5(x_{k+1}^2 - x_0^2) + \\ + \sum_{i=1}^k a_i \int_{x_0}^{x_{k+1}} \varphi(x-x_i) dx &= \int_{x_0}^{x_{k+1}} f(x) dx, \\ c 0,5(x_{k+1}^2 - x_0^2) + a_0 \frac{1}{3}(x_{k+1}^3 - x_0^3) + \\ + \sum_{i=1}^k a_i \int_{x_0}^{x_{k+1}} x \varphi(x-x_i) dx &= \int_{x_0}^{x_{k+1}} x f(x) dx, \\ c \int_{x_0}^{x_{k+1}} \varphi(x-x_j) dx + a_0 \int_{x_0}^{x_{k+1}} x \varphi(x-x_j) dx + \\ + \sum_{i=1}^k a_i \int_{x_0}^{x_{k+1}} \varphi(x-x_j) \varphi(x-x_i) dx &= \int_{x_0}^{x_{k+1}} \varphi(x-x_j) f(x) dx, \\ j = 1, \dots, k. \end{aligned}$$

## 7. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Проверка работоспособности метода восстановления профиля земляного полотна проводилась на модельных и экспериментальных данных. Для генерации модельных данных были выбраны профили земляного полотна, отвечающие всем нормативным характеристикам в масштабе 1:1, высота подвеса лазерных сканирующих устройств варьировалась от 4 до 6 м. Статистические данные представляли собой последовательность замеров  $\{(\varphi_i, \rho_i)\}$  в полярной системе координат с полюсом в точке подвеса сканера, причем предполагалось равномерное изменение угла, т. е.  $\varphi_i = \varphi_{i-1} + \Delta\varphi$ , а шумовая составляющая, распределенная по нормальному закону с среднеквадратическим отклонением  $\sigma$ , добавлялась к значению полярного радиуса. Было установлено, что метод дает достаточно устойчивые результаты при  $\sigma = 0,1$  и  $\Delta\varphi = 0,001$  рад. Значение

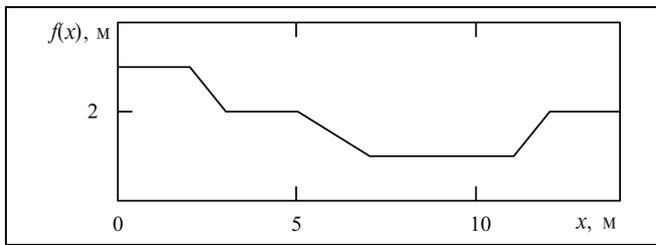


Рис. 3. Идеальный профиль

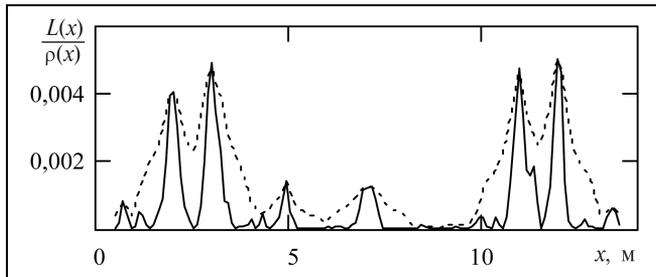
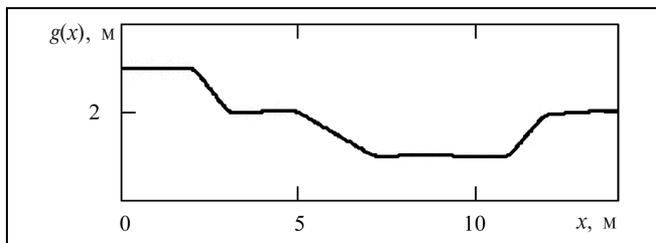


Рис. 4. Дискриминантная функция и ее транзитивное замыкание

Рис. 5. Статистические данные и восстановленный профиль  $g(x)$ 

$\Delta\varphi = 0,001$  рад соответствует тому, что на анализируемых профилях получается порядка 1000 точек. Подчеркнем, что метод начинает плохо работать, если часть профиля попадает в тень, т. е. высота подвеса оказывается недостаточной. В этом случае можно восстановить работоспособность метода, выявляя затененные участки. Результаты моделирования представлены на рис. 3–5.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанный метод восстановления геометрической формы земляного полотна достаточно гибок к форме представляемых данных, поскольку с его помощью можно обрабатывать «хаотические» данные, соответствующие профилю земляного полотна, или же обработанные данные, уже представляющие собой аппроксимацию поверхности. При реализации метода следует учитывать необходимость наличия достаточного количества статистических данных для качественного восстановления формы земляного полотна. Для этого можно

рассчитывать «усредненный» профиль внутри полосы, параллельной поперечному сечению земляного полотна. Учитывая характеристики современных сканеров, ширина полосы должна быть в пределах 2–3 м. Другая проблема заключается в наличии теней, когда требуется выделение областей, где восстановление профиля невозможно. Дальнейшее развитие данного метода связано с сегментацией поверхности земляного полотна, т. е. с выделением участков, где поверхность может быть достаточно хорошо аппроксимирована плоскостью. Это позволит выделять участки земляного полотна, имеющие на всей своей протяженности приблизительно одинаковый поперечный профиль, а также участки, где такая аппроксимация невозможна, т. е. участки, где наблюдается разрушение земляного полотна.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сазонов В., Кармалин Б., Лебедев А. и др. Современные направления диагностики и мониторинга земляного полотна // Путь и путевое хозяйство. — 2009. — № 6. — С. 34–37.
2. Ашпиз Е.С. Мониторинг эксплуатируемого земляного полотна: Теоретические основы и практические решения: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. — М., 2002.
3. Дулина Н.Г., Уманский В.И. Структуризация проблемы улучшения пространственной согласованности баз геоданных // Сообщения по прикладной математике ВЦ РАН. — 2009. — С. 3–22.
4. Дулин С.К., Розенберг И.Н., Уманский В.И. Методы кластеризации в исследовании массивов геоданных // Системы и средства информатики. — 2009. — Доп. вып. — С. 86–114.
5. Уманский В.И. Технология построения трехмерных моделей железнодорожного полотна в высокоточном координатном пространстве // Сб. докл. 6-й междунар. науч.-практ. конф. «Геопрограммные технологии и сферы их применения». — М., 2010. — С. 66–67.
6. Бриллинджер Д. Временные ряды. Обработка данных и теория. — М.: Мир, 1980.
7. Bronevich A.G., Itenberg I.I., Karkishchenko A.N. The application of a local method for edge detection // Proc. of the 6th Intern. Conf. on Control, Robotics and Vision, Singapore, 2000.
8. Броневиц А.Г., Каркищенко А.Н. Вероятностные и возможные модели классификации случайных последовательностей. — Таганрог: ТРТУ, 1996.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.С. Манделем.

**Броневиц Андрей Георгиевич** — д-р физ.-мат. наук, гл. науч. сотрудник, ОАО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте», г. Москва, ☎ (495) 967-77-06, доб. 3-29, ✉ brone@mail.ru,

**Каркищенко Александр Николаевич** — д-р физ.-мат. наук, руководитель центра, ОАО «Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт информатизации, автоматизации и связи на железнодорожном транспорте», г. Москва, ☎ (495) 967-77-06, доб. 3-94,

**Уманский Владимир Ильич** — канд. техн. наук, ген. директор, ЗАО «ИнтехГеоТранс», г. Москва, ☎ (495) 967-77-06, доб. 109, ✉ umanvi8@yandex.ru,

**Якушев Дмитрий Алексеевич** — нач. отдела, ЗАО «ИнтехГеоТранс», г. Москва, ☎ (495) 967-77-06, доб. 6-13, ✉ D.Yakushev@gismps.ru.