

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ

*Е.Н. Лозгачева,
А.В. Дементьев, А.Г. Шульгин*

**ОПТИМАЛЬНЫЙ КОНСЕРВАТИЗМ
И НЕЗАВИСИМОСТЬ ЦЕНТРАЛЬНОГО БАНКА
В УСЛОВИЯХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ФИСКАЛЬНОЙ И МОНЕТАРНОЙ ПОЛИТИКИ**

Препринт WP12/2007/08

Серия WP12

Научные доклады лаборатории
макроэкономического анализа

Москва
ГУ ВШЭ
2007

Редактор серии WP12
«Научные доклады лаборатории макроэкономического анализа»
Л.Л. Любимов

Л72 **Лозгачева Е.Н., Дементьев А.В., Шульгин А.Г.** Оптимальный консерватизм и независимость центрального банка в условиях взаимодействия фискальной и монетарной политики. Препринт WP12/2007/08. – М.: ГУ ВШЭ, 2007. – 92 с.

В работе исследуется проблема взаимодействия фискальных и монетарных властей в условиях, когда правительство определяет приоритеты проводимой центральным банком политики. В разработанной теоретико-игровой модели монетарные власти стабилизируют инфляцию и обменный курс, а фискальные – инфляцию, ВВП и объем государственных расходов. При этом правительство способно воздействовать на «меру консервативности» центрального банка, которая определяется в модели эндогенно. Рассматриваются варианты одновременного принятия решения игроками, а также случаи фискального и монетарного лидерства при различных комбинациях целевых значений инфляции и валютного курса. Анализ модели показывает, что при определенном соотношении целевых темпов инфляции и скорости укрепления национальной валюты оптимальным оказывается один из двух вариантов: (1) полностью независимый центральный банк концентрируется исключительно на валютной политике, или (2) частично независимый и «в меру» консервативный центральный банк одновременно заботится и об инфляции, и о валютном курсе, оптимальные значения которых найдены в модели. Применительно к проводимой в России политике, повышение консервативности и предоставление большей независимости Банку России будет способствовать снижению инфляции.

УДК 336.711
ББК65.262.1

Е.Н. Лозгачева (EkaterinaL1@yandex.ru) – Научно-учебная лаборатория макроэкономического анализа ГУ ВШЭ

А.В. Дементьев (dementiev@hse.ru, dementiev@icer.ru) – Научно-учебная лаборатория макроэкономического анализа ГУ ВШЭ

А.Г. Шульгин (shuan@mail.ru) – Научно-учебная лаборатория макроэкономического анализа ГУ ВШЭ

Классификация JEL: E58, E61, E63

Ключевые слова: взаимодействие фискальной и монетарной политики, независимость центрального банка, консерватизм центрального банка

Препринты ГУ ВШЭ размещаются на сайте:
<http://new.hse.ru/C3/C18/preprintsID/default.aspx>.

© Е.Н. Лозгачева, 2007
© А.В. Дементьев, 2007
© А.Г. Шульгин, 2007
© Оформление. Издательский дом ГУ ВШЭ, 2007

Введение	4
1. Обзор литературы и формализация проблемы	6
1.1. Обзор литературы	6
1.2. Формализация проблемы	17
2. Теоретический анализ модели	
2.1. Соотношение целей. Второе наилучшее решение для правительства	20
2.2. Случай соответствия целевых значений инфляции и валютного курса: $p^* = p(e^*, g^*)$	23
2.3. Случай завышенного целевого значения валютного курса относительно цели по инфляции $p^* < p(e^*, g^*)$	30
2.4. Случай заниженного целевого значения валютного курса относительно цели по инфляции $p^* > p(e^*, g^*)$	34
2.5. Обобщение результатов анализа модели	40
3. Оценка взаимодействия фискальных и монетарных властей в России	
3.1. Предпочтения правительства	42
3.2. Предпочтения центрального банка	44
3.3. Статус Банка России	45
3.4. Выводы и рекомендации	47
Заключение	51
Литература	52
Приложения	54

Введение

На протяжении всей новейшей истории российской экономики (за исключением предвыборного 2004 г.) показатель инфляции хронически превышал официальные прогнозы. Общая картина, тем не менее, выглядела достаточно благоприятной: средний уровень фактической инфляции продолжал снижаться на фоне приемлемых темпов укрепления рубля и достаточно высоких темпов роста.

Ситуация резко ухудшилась в 2007 г. Заявленные в «Основных направлениях единой государственной денежно-кредитной политики» темпы инфляции по-прежнему укладывались в общую тенденцию последних лет, однако фактический рост уровня цен превысил не только прогнозные значения, но и аналогичный показатель двухлетней давности. Такое «безответственное» отношение к проблеме борьбы с инфляцией носит, очевидно, системный характер и не может быть объяснено только внешними шоками, будь то всплески цен на плодоовощную продукцию или тарифы ЖКХ.

Именно степень ответственности за проводимую политику отличает прогнозы, пусть и официальные, от целей. В России за снижение инфляции в разной мере отвечают Центральный банк (ЦБ) и правительство (в лице, прежде всего, Министерства финансов и Министерства экономического развития и торговли). De facto ни одно из ведомств не несет полной ответственности за невыполнение целей по инфляции, как, например, в странах, перешедших к политике таргетирования инфляции, за которую целиком «отвечает головой» единственный орган — центральный банк.

Центральный банк, как следует из официальных документов, «придает большое значение обеспечению согласованности в реализации» монетарной и фискальной политики, а также подчеркивает свою готовность к корректировке параметров денежно-кредитной политики в ответ на действия фискальных властей. Но фактически взаимодействие правительства и ЦБ основано не столько на стремлении к согласованности действий фискальных и монетарных властей, сколько все в большей степени сводится к однозначной расстановке правительством приоритетов монетарной политики. И если проблема снижения инфляции выходит у правительства на первый план, ЦБ может пойти на укрепление рубля ради достижения этой цели. В частности, по заявлению первого заместителя председателя Банка России А. Улюкаева на заседании бюджетного комитета Госдумы, «укрепление рубля ЦБ использует как основной инструмент борьбы с инфляцией»¹.

Правительство, в свою очередь, кроме снижения инфляции, нацелено на поддержание высоких (желательно удваивающих ВВП за 10 лет) темпов экономического роста. Решение этой задачи требует замедления темпов укрепления национальной валюты в целях поддержания конкурентоспособности российских товаропроизводителей на внутреннем и внешнем рынках. В связи с этим главной составляющей монетарной политики ЦБ оказывается именно

валютная политика, которая во многом определяет общее направление денежно-кредитной политики в России. Об этом говорится в интервью А. Улюкаева «Российской газете»: «Банк России должен обеспечить стопроцентную стабильность рубля как при высоких ценах на нефть, так и при их катастрофическом падении»².

Таким образом, существующая в России практика взаимодействия фискальной и монетарной властей характеризуется наличием общей цели — стабилизации инфляции, а также набора «ведомственных» целей — управление валютным курсом, как в случае ЦБ, и стимулирование экономического роста, как в случае правительства. Кроме того, особенностью взаимодействия двух властей в России является возможность фискальной власти оказывать воздействие (например, через заседания правительства) на монетарную власть, определяя «степень первоочередности» задачи борьбы с инфляцией по отношению к прочим целям монетарной и фискальной политики.

Целью нашего исследования является выработка рекомендаций относительно выбора оптимальной институциональной конфигурации взаимодействия фискальных и монетарных властей. Конкретные меры в области валютной и монетарной политик формулируются на основе разработанной теоретической модели, учитывающей несимметричный характер взаимодействия правительства и ЦБ в России.

Среди научных публикаций, посвященных исследованию проблемы взаимодействия монетарной и фискальной политик, относительно мало внимания уделяется вопросам оптимального дизайна макроэкономических институтов. Изучение современной литературы позволило нам выделить класс моделей, основанных на теоретико-игровом подходе, в качестве наиболее подходящего для анализа поведения правительства и ЦБ в России как взаимодействия двух экономических агентов, а также учесть полученные в данной области теоретические и практические результаты.

В настоящей работе построена теоретико-игровая модель взаимодействия фискальных и монетарных властей, в которой предпочтения центрального банка и правительства отличаются не только параметрами соответствующих целевых функций, как это предполагается в большинстве моделей, но и составом включаемых в них целевых переменных. При такой постановке задачи применение ставшего уже традиционным понятия «степень консервативности» фискальных и монетарных властей становится невозможным. Вместо него авторы вводят термин «мера консервативности», которая показывает степень предпочтительности достижения цели по инфляции относительно остальных целей фискальных или монетарных властей. Мера консервативности монетарных властей напрямую связана с понятием независимости центрального банка. Кроме того, предполагается, что правительство имеет возможность формировать предпочтения монетарных властей через определение параметров целевой функции центрального банка, что является особенно важным с точки зрения описания российской действительности.

Работа состоит из трех частей.

¹ Щеглов А. Инфляция продолжает снижаться (Информационный канал «Вести»: <http://www.vesti.ru/doc.html?id=124562&cid=6>).

² Петров И. Банкиры оптимистичнее министров // Российская газета. 2004. 28 августа (№ 3563).

В первой части представлен обзор современной литературы в области исследования фискальной и монетарной политики. Выделяются и последовательно рассматриваются три подхода к изучению данной проблемы. Наиболее подробно авторы рассматривают работы, основанные на анализе теоретико-игровых моделей. В этом же разделе представлена постановка задачи и отмечены особенности настоящего исследования.

Вторая часть посвящена теоретическому анализу модели при разных вариантах соотношения целевых значений переменных инфляции, валютного курса и госрасходов. Рассматриваются различные механизмы организации взаимодействия правительства и центрального банка: по Нэшу, фискальное лидерство и монетарное лидерство.

В третьей части в свете предпосылок модели проводится описание предпочтений правительства РФ и Банка России, а также характера их взаимодействия. С учетом соотношения целевых и фактических значений валютного курса и инфляции в российской экономике определяется оптимальное решение и рассматриваются возможные пути его достижения.

1. Обзор литературы и формализация проблемы

1.1. Обзор литературы

В настоящее время условно можно выделить три подхода к анализу фискальной и монетарной политики³. Первый подход характеризует широкий пласт литературы, в которой проводится исследование оптимальной монетарной политики в рамках новой кейнсианской парадигмы экономики с негибкими ценами в предположении экзогенно заданной или пассивной роли фискальной политики. В исследованиях, отнесенных ко второму подходу, учитывается роль фискальных властей и, как правило, рассматривается взаимодействие фискальной и монетарной политики при реализации различных видов шоков. Третий подход основан на применении теоретико-игровых моделей в целях анализа фискальной и монетарной политики. В рамках данного подхода активно обсуждаются институциональные вопросы организации взаимодействия фискальных и монетарных властей.

Первый подход охватывает огромное количество работ, посвященных анализу монетарной политики при самых различных предположениях о целях, инструментах, критериях оптимальности поведения центрального банка. В исследованиях Barro and Gordon (1983), Rogoff (1985), Persson and Tabellini (1994), Walsh (1995), Svensson (1997) и следовавших за ними работах других авторов прослеживается идея о необходимости делегирования права проведения монетарной политики независимому и достаточно консервативному центральному банку. При этом под независимостью понимается полный контроль центрального банка над инструментами монетарной политики, под достаточной консер-

вативностью — установление целей монетарных властей по инфляции и/или выпуску (или ВВП) ниже уровня, оптимального с точки зрения общества, а также более высокий вес цели стабилизации инфляции и меньший — цели стабилизации выпуска — в предпочтениях центрального банка относительно предпочтений общества в целом.

Независимость и консервативность центрального банка позволяют решить проблему склонности монетарных властей к высокой инфляции (*inflation bias problem*), которая является следствием наличия стимулов у монетарных властей к использованию неожиданной инфляции в целях увеличения выпуска в краткосрочном периоде. Clarida, Gali, Gertler (1999), в терминах простой модели, но, тем не менее, включающей все ключевые составляющие более сложных моделей, описали основные проблемы, рассматриваемые в рамках данного подхода, а также результаты, оказавшиеся устойчивыми при различных предположениях. Позже авторы обобщили полученные выводы для случая малой открытой экономики (Clarida, Gali, Gertler (2001)). Кроме того, в работе (Gali, Monacelli (2002)) анализируются различные режимы монетарной политики в условиях малой открытой экономики.

В исследованиях, отнесенных ко второму подходу, рассматривается взаимодействие фискальной и монетарной политики в рамках новой кейнсианской модели общего динамического равновесия⁴. Роль фискальной политики учитывается в форме правила для фискальных властей, которое, главным образом, принимает форму автоматических стабилизаторов. При этом, с учетом выводов, полученных в рамках первого подхода, как правило, априори предполагается полная независимость центрального банка.

Авторы исследуют, насколько учет фискальной политики оказывает влияние на оценки общественного благосостояния и изменяет выводы, полученные при рассмотрении только монетарной политики. С помощью симуляции или на основе реальных данных рассматривается реакция фискальных и монетарных властей на различные виды шоков, а также изучается, каким образом в каждом из случаев соотносятся инструменты фискальной и монетарной политики (комplementy/субституты). Melitz (1997) и Wyplosz (1999) приходят к выводу о заменимости фискальных и монетарных инструментов, Von Hagen, Hughes and Strauch (2001) получили ассиметричную взаимозависимость: ужесточение монетарной политики сопровождается ослаблением фискальной политики, в то время как монетарные власти в целом приспосабливаются к фискальной экспансии. В работе Buti, Roeger and In't (2001) утверждается, что инструменты фискальных и монетарных властей могут быть как субститутами, так и complementами в зависимости от типа шока: в случае шока спроса проводится согласованная фискальная и монетарная политика, а шок предложения приводит к принятию несовместимых мер. Muscatelli, Tirelli and Trecroci (2004) также показали, что характер взаимодействия фискальной и монетарной политики зависит от вида шоков и положений, лежащих в основе модели. В соответствии с полученными результатами, инструменты фискальной и монетарной политики

⁴ Leith and Wren-Lewis (2000), Perez and Heibert (2002), Schmitt-Grone and Uribe (2002), Benigno and Woodford (2003), Muscatelli, Tirelli and Trecroci (2004), Muscatelli and Tirelli (2005).

³ Данное разделение предложено авторами и не является общепринятым.

взаимно дополняют друг друга при реализации шока выпуска и выступают заменителями в случае шока инфляции. Кроме того, авторы приходят к выводу о том, что инерционный характер фискальной политики приводит к снижению общественного благосостояния. В работе Muscatelli, Tirelli (2005), где исследуется роль фискальной политики в макроэкономической стабилизации, также утверждается, что активная фискальная политика может способствовать увеличению благосостояния общества, и подчеркивается необходимость рассмотрения дополнительных и более разнообразных каналов воздействия фискальной политики на экономику.

Третий подход предполагает анализ фискальной и монетарной политики с помощью теоретико-игровых моделей, в рамках которых в терминах общественного благосостояния оцениваются результаты различных вариантов взаимодействия фискальных и монетарных властей.

Исследование Andersen, Schneider (1986) является одной из ранних работ в этой области, но, несмотря на это, содержит многие выводы, которые были получены позже в рамках более сложных моделей. Авторы проводят анализ как в условиях кейнсианской, так и неоклассической моделей экономики, но здесь приведены результаты только для первого случая, так как все последующие исследования проводятся в рамках новой кейнсианской парадигмы экономики.

Предполагается полная независимость центрального банка и правительства, которые стремятся к достижению целевых значений по выпуску и инфляции. Монетарные и фискальные власти минимизируют собственные квадратичные функции потерь, которые одинаковы по структуре, но различны как по целевым значениям выпуска и инфляции, так и по весам, присваиваемым каждой из целей:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g (y - y_g^*)^2 + \varphi_g (p - p_g^*)^2 \right], L_m = \frac{1}{2} \left[\lambda_m (y - y_m^*)^2 + \varphi_m (p - p_m^*)^2 \right]$$

$$\lambda_g \geq \varphi_g, \lambda_m \leq \varphi_m; y_g^* \geq y_m^*, p_g^* \geq p_m^*$$

где y_g^*, y_m^* — целевые значения выпуска для правительства и центрального банка соответственно;

p_g^*, p_m^* — целевые значения инфляции для правительства и центрального банка;

λ_g, λ_m — параметры, отражающие значимость выпуска в качестве цели фискальной и монетарной политики соответственно;

φ_g, φ_m — параметры, отражающие значимость инфляции в качестве цели фискальной и монетарной политики соответственно.

Соотношение параметров показывает, что для правительства целевые значения выпуска и инфляции выше, чем для центрального банка. Кроме того, достижение цели по инфляции для монетарных властей более значимо, а для правительства менее значимо, чем цели по выпуску.

Инструментом фискальной политики является переменная g , а монетарной — переменная m (денежная масса). Оба инструмента положительно влияют на выпуск и инфляцию:

$$y = ag + bm, \quad 0 < b < a,$$

$$p = cg + km, \quad 0 < c < k.$$

При этом фискальная политика оказывает более сильное воздействие на выпуск, чем монетарная, а последняя, в свою очередь, в большей степени влияет на инфляцию, чем фискальная политика.

Авторы рассматривают взаимодействие фискальных и монетарных властей по Нэшу и случай лидерства правительства, сравнивая результат с кооперативным решением. В равновесии по Нэшу и при фискальном лидерстве фискальная политика оказывается чрезмерно экспансионистской, а монетарная — слишком жесткой. При взаимодействии по Нэшу выпуск ниже, а инфляция выше, чем при любом Парето-эффективном (кооперативном) исходе.

Парето-эффективное равновесие достигается в случаях, когда:

- имеет место полное разделение целей между властями: центральный банк стремится к достижению оптимального уровня инфляции, а правительство — оптимального уровня выпуска;
- инфляция является единственной целевой переменной для центрального банка при лидерстве правительства.

Таким образом, важный для дальнейшего рассмотрения вывод заключается в том, что независимость центрального банка и правительства, сама по себе, не гарантирует достижение Парето-оптимального равновесия, для этого необходимо полное или частичное разделение целей фискальной и монетарной политики.

Рекомендация полного разделения целей правительства и центрального банка является также одним из выводов работы Dixit, Lambertini (2003) — самого известного исследования в рамках данного подхода.

Авторы рассматривают экономику, характеризующуюся монополистической конкуренцией и номинальной жесткостью⁵. В условиях монополистической конкуренции выпуск находится на неэффективно низком уровне, поэтому фискальная политика в форме производственных субсидий, финансируемых за счет индивидуального налога, направлена на повышение объема выпуска до оптимального значения y_g^* , но приводит к мертвым потерям общества. Инструментом фискальной политики является переменная g : чем больше ее значение, тем выше уровень субсидий, выплачиваемый правительством. В качестве инструмента монетарной политики центральный банк рассматривает переменную m , которая соответствует некоторой реальной переменной, такой как денежная база или номинальная ставка процента, и влияет на уровень цен.

В рамках построенной модели авторы получают функции потерь, различные для правительства и центрального банка, и функцию совокупного предположения.

Функция общественных потерь является целевой функцией для фискальных властей⁶:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g (y - y_g^*)^2 + (p - p_g^*)^2 + 2\theta g \right],$$

⁵ В целях моделирования негибкости цен используется дискретный вариант модели, предложенной Calvo (1983).

⁶ Обозначения переменных унифицированы для всех работ, рассмотренных в данном обзоре.

$$L_m = \frac{1}{2} \left[\lambda_m (y - y_m^*)^2 + (p - p_m^*)^2 \right],$$

где

$\theta > 0$ — мертвые потери, вызванные фискальной политикой;

p_g^* — средний уровень цен в экономике, который является социально оптимальным с точки зрения минимизации дисперсии цен;

y_g^* — уровень ВВП, минимизирующий общественные потери, $y_g^* \geq \bar{y}$ ($\bar{y}$ — естественный уровень ВВП при отсутствии фискальной политики).

Центральный банк является более консервативным, чем фискальные власти и общество в целом, то есть $\lambda_g \geq \lambda_m$ и/или $y_g^* \geq y_m^*$, $p_g^* \geq p_m^*$.

Совокупное предложение представлено следующей функцией:

$$y = \bar{y} + ag + b(p - p^e), \quad a, b > 0;$$

$$p = m + cg, \quad c < 0, \quad a + bc > 0.$$

Инструмент фискальной политики оказывает прямое влияние на инфляцию и выпуск, а инструмент монетарной — непосредственное на инфляцию, и косвенное, через инфляцию, на выпуск. Общий эффект влияния фискальной политики на выпуск положителен ($a + bc > 0$), так как мертвые потери предполагаются не слишком значительными.

Авторы оценивают уровень общественного благосостояния при различных схемах взаимодействия правительства и центрального банка, то есть различных вариантах сочетания дискреционной политики и политики правил. Основные результаты следующие.

1. Если центральный банк и правительство придерживаются политики правил, то:

- в отсутствие мертвых потерь достижимы оптимальные для общества значения выпуска и инфляции;
- при наличии мертвых потерь возможна аллокация второго наилучшего, в которой инфляция находится на оптимальном уровне, а выпуск — ниже оптимального.

2. В условиях проведения дискреционной политики фискальными и монетарными властями:

- выпуск устанавливается ниже, а инфляция выше своего оптимального значения, как с точки зрения центрального банка, так и правительства, то есть недостижима даже аллокация второго наилучшего вследствие проблемы несогласованности во времени фискальной и монетарной политики и несовместимости их целей;
- фискальная политика является менее, а монетарная — более экспансионистской, чем в ситуации, когда и фискальные, и монетарные власти придерживаются политики правил;
- в общем случае «фискальное лидерство» лучше «монетарного лидерства».

3. Политика правил центрального банка не имеет смысла при дискреционной фискальной политике, так как монетарные власти не проводят интернализацию искажений, вызванных политикой фискальных властей.

4. Политика правил со стороны правительства в условиях дискреционной монетарной политики, при определенной степени консервативности централь-

ного банка, приводит к достижению оптимального значения инфляции при уровне выпуска ниже оптимального.

5. В случае невозможности проведения политики правил центральным банком и правительством, аллокация второго наилучшего достижима при совпадении целей по инфляции и выпуску для фискальных и монетарных властей или полном разделении целей между ними. В последнем варианте центральный банк должен рассматривать в качестве своей цели только снижение темпа инфляции до социально оптимального уровня, а правительство — нацелено только на достижение оптимального уровня выпуска, учитывая при этом наличие мертвых потерь.

Независимость центрального банка в сочетании с дискреционной политикой фискальных властей не гарантирует достижение даже аллокации второго наилучшего; для этого необходимы ограничения на фискальную политику или полное совпадение/разделение целей между правительством и центральным банком.

Castellani, Debrun (2005) непосредственно обращаются к исследованию последствий делегирования монетарной политики независимому и консервативному центральному банку при дискреционной политике фискальных властей в условиях, когда правительство может преследовать цели, отличные от общественно оптимальных.

Авторы рассматривают модель малой открытой двухпродуктовой экономики, в которой одна часть фирм продает свою продукцию на внутреннем конкурентном рынке (неторгуемый товар), а другая — экспортирует на внешний рынок (торгуемые товары).

Правительство взимает стоимостной налог с фирм и выплачивает трансферты домашним хозяйствам, уровень которых влияет на агрегированный спрос и цены. Таким образом, фискальная экспансия посредством увеличения трансфертов приводит к росту цен. Правительство нацелено на поддержание сбалансированного бюджета и полной занятости, но имеет положительные целевые значения по инфляции и трансфертам, что находит отражение в его целевой функции:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g y^2 + (p - p_g^*)^2 + \alpha_g (g - g_g^*)^2 + \beta_g d^2 \right],$$

где

g_g^* — целевое значение объема трансфертных выплат;

$d = g - \tau$ — уровень бюджетного дефицита (τ — налоги).

Целевое значение трансфертных выплат g_g^* является оптимальным с точки зрения правительства и может определяться побуждениями, отличными от соображений перераспределения или эффективности (например, в преддверии выборов). Отсюда следует, что функция потерь правительства может быть отлична от целевой функции общества в целом.

Таким образом, ex ante, правительство стремится к достижению оптимального значения инфляции, но в то же время стоит перед выбором между реализацией цели по трансфертным выплатам, с одной стороны, и минимизацией издержек от налогообложения (приводящим к снижению выпуска) и поддержанием сбалансированного бюджета, с другой стороны.

Полностью независимый и консервативный центральный банк, назначаемый правительством, принимает во внимание целевые переменные фискаль-

ных властей, но с собственными весами, а также иными, оптимальными, с его точки зрения, целевыми значениями по инфляции и объему трансфертных выплат:

$$L_m = \frac{1}{2} \left[\lambda_m y^2 + (p - p_m^*)^2 + \alpha_m (g - g_m^*)^2 + \beta_m d^2 \right], \lambda_m \leq \lambda_g, \quad p_g^* \geq p_m^*.$$

Совокупное предложение описывается функцией Лукаса:

$$y = b(p - p^e - \tau).$$

Темп инфляции зависит от динамики цены неторгуемых товаров (ρ) и номинального валютного курса (e):

$$p = \gamma\rho + (1 - \gamma)e,$$

где γ — доля фирм, производящих неторгуемый товар.

Авторы исследуют взаимодействие фискальной и монетарной политики в случае дискреционной политики со стороны правительства и в условиях политики правил (лидерства) фискальных властей.

Исследователи приходят к выводу о том, что делегирование монетарной политики независимому и консервативному центральному банку при дискреционной фискальной политике не решает проблему динамической несогласованности, а лишь перемещает ее в фискальную плоскость. Это объясняется появлением стимулов у правительства к проведению более экспансионистской фискальной политики в целях стимулирования выпуска в краткосрочном периоде, так как независимый и консервативный центральный банк будет стремиться препятствовать последующему увеличению темпов инфляции.

Но авторы обращают внимание на то, что, несмотря на указанную проблему, проведение монетарной политики независимым и в конкретно определенной степени консервативным центральным банком может улучшить результат по сравнению с централизованным решением⁷.

Проблема динамической несогласованности исчезает, если центральный банк имеет только цель по инфляции, а правительство придерживается политики правил (что приравнивается к случаю фискального лидерства). Авторы отмечают, что более эффективным является фискальное правило в отношении госрасходов, чем дефицита госбюджета, так как правительство может поддерживать сбалансированный бюджет, покрывая значительные по объему расходы высокими налогами. Кроме того, для обеспечения доверия к политике правил правительства предлагается введение оптимального контракта для фискальных властей, форма которого зависит от характеристик предпочтений центрального банка.

Таким образом, независимость центрального банка в условиях дискреционной фискальной политики не решает проблему динамической несогласованности, необходимы ограничения на проведение фискальной политики, в данном случае в форме правила, гарантированного оптимальным контрактом.

⁷ Централизованное решение имеет место, когда центральный банк полностью зависим от правительства.

Еще одним исследованием взаимодействия фискальной и монетарной политики в открытой экономике является работа Leitemo (2004), в которой автор рассматривает динамику процентной ставки и валютного курса.

В рамках построенной модели монетарная политика воздействует на спрос через процентный канал и канал валютного курса, используя в качестве инструмента реальную процентную ставку. Правительство использует структурный бюджетный дефицит как инструмент воздействия на спрос.

Экономика описывается кривой Филлипса и функцией IS:

$$p_{+1} = p + \phi(q - q_{-1}) + by + \varepsilon_{+1},$$

$$y = -ar + kg + cd + u,$$

где

q — реальный валютный курс;

r — реальная ставка процента;

d — структурный бюджетный дефицит;

ε, u — шоки издержек (cost-push shock) и спроса, соответственно.

Предполагается выполнение закона единой цены и непокрытого процентного паритета.

Целевая функция центрального банка, который является полностью независимым и таргетирует базовую инфляцию $\hat{p}$, не заботясь о выпуске⁸, имеет вид:

$$L_m = (\hat{p} - \hat{p}^*)^2.$$

Правительство стремится минимизировать вариации выпуска, бюджетного дефицита, реального валютного курса и ставки процента, что отражает его функция потерь:

$$L_g = \frac{1}{2} [\lambda_g y^2 + \beta d^2 + \vartheta r^2 + \psi q^2].$$

Исследуется взаимодействие правительства и центрального банка по Нэшу и при фискальном лидерстве.

В равновесии по Нэшу фискальная и монетарная политика противодействуют друг другу, что вызывает чрезмерную волатильность как процентной ставки, так и валютного курса. Причина заключается в том, что фискальные власти нацелены на установление естественного уровня выпуска, а монетарные власти стремятся к такому уровню выпуска, при котором инфляционные ожидания соответствуют целевому значению базовой инфляции. Конфликт между правительством и центральным банком может быть устранен с помощью наложения внешних (например, законодательных) ограничений на фискальную политику, в частности, по предложению автора, на значения весов при переменных в целевой функции правительства.

В случае лидерства правительства, фискальная и монетарная политика действуют в одном направлении (так как фискальные власти интернализируют свое

⁸ Базовая инфляция: $\hat{p} \equiv \hat{p} - \phi q_{-1}$; $\hat{p}_{+1} = \hat{p} + by + \varepsilon_{+1}$.

влияние на монетарную политику), что снижает волатильность реальной ставки процента и валютного курса.

Основной вывод, который следует из данной работы, в целом созвучен со всеми рассмотренными выше: независимость центрального банка априори не гарантирует согласованности в проведении фискальной и монетарной политики, для ее достижения необходимо накладывать условия на проведение фискальной политики.

Во всех рассмотренных выше в рамках третьего подхода работах авторы исследуют различные варианты взаимодействия фискальных и монетарных властей и выбирают наилучший, исходя их критерия максимизации общественного благосостояния или достижения Парето-оптимального исхода. При этом вопрос разработки механизмов реализации найденного наилучшего варианта взаимодействия, то есть вопрос выбора того или иного институционального режима, не затрагивается.

К исследованию именно этой проблемы обращаются в своей работе Bartolomeo, Gioacchino (2003). Авторы рассматривают взаимодействие между центральным банком и правительством в процессе управления государственным долгом в рамках двухшаговой игры. На первом шаге устанавливается институциональный режим (то есть выбирается тип взаимодействия: по Нэш, монетарное, фискальное лидерство или война). Центральный банк и правительство выбирают одну из двух возможных стратегий: быть лидером или последователем. В рамках сформировавшегося институционального режима определяется равновесное решение на втором шаге. Таким образом, достигается координированное или коррелированное равновесие. В качестве возможных вариантов реализации первого шага можно рассматривать наличие внешнего арбитра, дающего каждому игроку рекомендации относительно его действий, формальные или неформальные соглашения, которые могут возникнуть в результате коммуникации между игроками перед игрой, совместное наблюдение шока, воздействующего на экономику.

На втором шаге монетарная и фискальная политика проводятся, соответственно, независимым центральным банком и правительством. Правительство принимает решение о размере госрасходов, структуре налогов и, следовательно, состоянии госбюджета. В случае возникновения дефицита, он финансируется за счет выпуска процентных облигаций или денежной эмиссии. Центральный банк через операции на открытом рынке фактически принимает решение о способе финансирования бюджетного дефицита. Инструменты правительства и центрального банка связаны через бюджетное ограничение государства.

Независимый центральный банк нацелен на достижение оптимального значения инфляции, а правительство — оптимального уровня выпуска, при этом и фискальные, и монетарные власти учитывают в своей целевой функции, но с разными весами, объем накопленного госдолга. Авторы определяют функции потерь через инструменты, а не в терминах целевых переменных, и анализируют решение на долгосрочной устойчивой траектории. Однопериодные функции потерь имеют следующий вид⁹:

⁹ В данном случае m — отношение изменения денежной базы к номинальному ВВП, d — отношение первичного бюджетного дефицита к номинальному ВВП,

$$L_g = \frac{1}{2} \left[(d - d^*)^2 + \alpha_g D^2 \right], \quad L_m = \frac{1}{2} \left[(m - m^*)^2 + \alpha_m D^2 \right],$$

где D — размер накопленного госдолга.

Инструментом фискальной политики является бюджетный дефицит, а инструментом монетарных властей — денежная база, целевые значения каждого из инструментов позволяют достичь оптимального уровня выпуска и инфляции соответственно.

Центральный банк и правительство минимизируют свои целевые функции при бюджетном ограничении государства:

$$\dot{D} = rD + d - m.$$

В рамках описанной модели авторы показывают, что на первом шаге игры возможна ситуация, в которой как правительство, так и центральный банк выбирают стратегию лидерства. Учитывая, что каждый из игроков предпочитает отличное от «войны» решение, возникает конфликт в выборе институционального режима. Решением, предложенным авторами, является коррелированное равновесие, позволяющее избежать неоптимального по Парето исхода. Наиболее простой интерпретацией коррелированного равновесия среди описанных выше является наличие внешнего арбитра, который, наблюдая случайное событие, указывает каждому из игроков, какая из стратегий должна быть реализована. Результатом коррелированного равновесия будет фискальное или монетарное лидерство, в зависимости от того, способен ли центральный банк противостоять давлению со стороны правительства, нацеленного на увеличение финансирования госрасходов.

Проблема формирования институтов исследуется также в работе Hughes Hallett, Weymark (2005). При этом, в отличие от других исследований, такие характеристики, как степень независимости и консервативности центрального банка определяются авторами внутри модели, а не считаются экзогенно заданными параметрами.

Авторы рассматривают двухшаговую игру, в которой на первом шаге правительство выбирает значения степени независимости и консервативности центрального банка, а на втором — происходит взаимодействие по Нэшу фискальных и монетарных властей.

В экономике существует два типа агентов — бедные и богатые, при этом только богатые агенты используют свои сбережения для покупки государственных облигаций. Государство взимает налог с богатых членов общества в целях проведения политики перераспределения. Госрасходы (g), не связанные с целями перераспределения, финансируются за счет выпуска и продажи гособлигаций центральному банку и частным агентам. Правительство и центральный банк через объем госрасходов и предложение денег, соответственно, оказывают прямое влияние на выпуск.

D — отношение госдолга к номинальному ВВП, r — разность номинальной ставки процента и темпа прироста номинального ВВП.

Указанные взаимосвязи в экономике описываются следующими уравнениями совокупного предложения, совокупного спроса и бюджетного ограничения правительства:

$$\begin{aligned} p &= p^e + by + \varepsilon, \\ y &= c(m - p) + ag + u, \\ g &= m + s(xy - \tau), \end{aligned}$$

где

m — темп роста предложения денег;

s — норма сбережения богатых;

x — доля совокупного дохода, получаемого богатыми;

τ — налог на богатых.

Функция потерь правительства отражает его стремление к достижению оптимальных значений инфляции, выпуска, а также цели перераспределения доходов:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[(p - p^*)^2 + \lambda_g y^2 + \beta [(x - \theta) - \tau]^2 \right].$$

Параметр θ представляет собой оптимальную, с точки зрения правительства, долю совокупного дохода, получаемую богатыми слоями общества.

Центральный банк, назначаемый правительством, имеет те же самые целевые значения выпуска и инфляции, и, кроме того, учитывает в явном виде целевую функцию правительства в своей функции потерь:

$$L_m = \frac{1}{2} \left[(p - p^*)^2 + (1 - \delta)\lambda_m y^2 + \delta\lambda_g y^2 + \delta\beta [(x - \theta) - \tau]^2 \right].$$

Вес, с которым центральный банк учитывает рост выпуска (λ_m), отражает степень его консервативности (чем меньше значение коэффициента, тем более консервативны монетарные власти). Значение параметра $0 \leq \delta \leq 1$ является показателем независимости центрального банка, отражающим, насколько последний учитывает цели фискальных властей. На первом шаге правительство выбирает степень независимости и консервативности центрального банка, то есть значение этих двух параметров, из условия максимизации своей целевой функции, с учетом их взаимодействия на втором шаге.

Авторы доказали, что имеет место континуум оптимальных комбинаций степени консервативности и независимости ЦБ, и полная независимость ЦБ не требуется для достижения оптимальности и обеспечения доверия к монетарной политике. При любой степени независимости центральный банк является более консервативным, чем правительство (то есть $\lambda_m < \lambda_g$).

Кроме того, существуют интервалы для значений параметра независимости центрального банка, в которых монетарная политика:

- вносит свой вклад в достижение оптимального уровня выпуска;
- смягчает предпочтения правительства в отношении выпуска в своей целевой функции;
- подавляет рост выпуска.

По результатам эмпирической проверки полная независимость центрального банка является наилучшим исходом.

В работе 2004 г. в рамках данной модели авторы также показали, что существует конфликт целей оптимальной монетарной политики и политики перераспределения правительства.

Таким образом, на данном этапе исследований можно выделить некоторые общие для многих работ выводы.

В современной экономической литературе преобладающей становится точка зрения о необходимости совместного рассмотрения фискальной и монетарной политики, учитывая, что центральный банк и правительство оказывают взаимное влияние на методы, инструменты и поведение друг друга. Исследование взаимодействия фискальных и монетарных властей приводит к результатам, во многом отличным от тех, что получены в рамках изолированного анализа только монетарной или фискальной политики.

Важным является вывод о том, что независимость центрального банка при дискреционной фискальной политике не гарантирует достижение наилучшего результата в терминах максимизации общественного благосостояния или достижение Перето-оптимального исхода. Что касается форм взаимодействия, то политика правил со стороны правительства, фискальное лидерство или разделение целей между фискальными и монетарными властями при независимом и консервативном центральном банке, в общем случае, обеспечивает лучший исход.

В заключение важно отметить, что авторы большинства работ, посвященных анализу взаимодействия фискальной и монетарной политики, подчеркивают необходимость дальнейших исследований в данной области. Таким образом, проблема построения оптимального взаимодействия фискальных и монетарных властей остается открытой. В большинстве своем анализ проводится в рамках закрытой экономики. В тех немногих исследованиях для случая открытой экономики, как правило, вводится предпосылка о плавающем валютном курсе и выполнении непокрытого процентного паритета. Что касается независимости и консервативности центрального банка, то за исключением работы для закрытой экономики (Hughes Hallett, Weymark (2005)) полная независимость и степень консервативности монетарных властей задаются экзогенно.

1.2. Формализация проблемы

В данной работе проводится анализ фискальной и монетарной политики с помощью теоретико-игрового подхода. В отличие от большинства исследований, посвященных закрытой экономике, рассматривается модель открытой экономики, в которой предпочтения правительства и центрального банка описываются разными целевыми функциями. При этом, если традиционно предполагается, что функции потерь фискальных и монетарных властей отличаются весами и/или целевыми значениями переменных, то в данном случае функции правительства и ЦБ различны по составу целевых переменных.

Правительство стремится к достижению целей по инфляции и выпуску, и при этом, не отклониться от целевого значения госрасходов, а центральный банк в

своей функции потерь учитывает отклонения от целевых значений инфляции и номинального валютного курса (e), не заботясь об уровне выпуска¹⁰:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y (y - y^*)^2 + \lambda_g^p (p - p^*)^2 + \lambda_g^g (g - g^*)^2 \right] \quad (1)$$

$$L_m = \frac{1}{2} \left[\lambda_m^p (p - p^*)^2 + \lambda_m^e (e - e^*)^2 \right]. \quad (2)$$

Таким образом, правительство и центральный банк имеют только одну общую цель по инфляции, а по составу остальных переменных их функции потерь отличаются.

В исследованиях, как правило, функции потерь правительства и центрального банка учитывают отклонения по одним и тем же переменным и уже общепринято, что коэффициенты при выпуске (или инфляции) в соответствующей целевой функции принимают смысл степени консервативности центрального банка и правительства. В данном случае коэффициенты λ_g^p и λ_m^p , отражающие значимость цели инфляции для фискальных и монетарных властей, соответственно, относительно разных переменных, становятся несравнимыми. По соотношению указанных коэффициентов невозможно сделать вывод о степени консервативности правительства относительно степени консервативности центрального банка, так как коэффициент при инфляции отражает значимость цели инфляции относительно целей по выпуску и госрасходам в функции потерь фискальных властей, и относительно цели по валютному курсу в функции потерь центрального банка.

С учетом этого назовем коэффициенты λ_g^p «мерой консервативности» правительства к цели инфляции относительно других его целей, а коэффициент λ_m^p — «мерой консервативности» центрального банка к цели инфляции относительно других его целей (в данном случае, по валютному курсу)¹¹.

Предполагается, что правительство отражает интересы общества, его избравшего, поэтому функции потерь общества и правительства совпадают.

Механизм денежной трансмиссии в экономике описывается следующими уравнениями:

$$y = ag + ke \quad (3)$$

$$p = cy, \quad (4)$$

где $a, k, c > 0$.

Правительство и центральный банк через свои инструменты — государственные расходы и номинальный валютный курс соответственно — могут воздействовать на совокупный спрос. Совокупный спрос, в свою очередь, оказывает влияние на инфляцию.

¹⁰ Все переменные представлены в логарифмической шкале. Так как анализируются вопросы краткосрочной политики, то это могут быть как уровни, так и темпы прироста переменных.

¹¹ В дальнейшем для краткости будет использоваться словосочетание «мера консервативности» правительства или центрального банка.

Функция совокупного предложения не содержит переменных ожиданий, так как возможность создания инфляционного сюрприза не рассматривается в качестве основного канала денежной трансмиссии. Это можно также интерпретировать как проведение политики правил и наличие доверия к ней общества.

Исследование реакции фискальных и монетарных властей на различные виды шоков не является целью данной работы, поэтому переменные шоков не входят в состав уравнений совокупного спроса и предложения.

Правительство нацелено на стимулирование экономики, оно стремится к увеличению выпуска и готово ради этого пожертвовать частью ценовой стабильности, поэтому цели по выпуску и инфляции соотносятся следующим образом: $y^* > y(p^*)$.

Что касается соотношения целей по госрасходам, валютному курсу и инфляции, то рассматривается три возможных варианта:

- 1) $p^* = p(e^*, g^*)$
- 2) $p^* < p(e^*, g^*)$
- 3) $p^* > p(e^*, g^*)$.

Целевые значения выпуска, инфляции, государственных расходов и валютного курса определяются правительством.

Взаимодействие правительства и центрального банка анализируется в рамках двухшаговой игры:

- ✓ на первом шаге правительство, исходя из критерия минимизации собственной функции потерь и принимая во внимание взаимодействие на втором шаге, определяет меру консервативности центрального банка;
- ✓ на втором шаге происходит взаимодействие центрального банка и правительства.

Таким образом, следуя идее Hughes Hallett, Weymark (2005), предполагается, что правительство на первом шаге определяет характеристики монетарных властей, в данном случае, выбирая меру консервативности. Но, в отличие от указанной работы, центральный банк не учитывает в явном виде всю функцию потерь правительства в своей целевой функции.

Оптимальная мера консервативности центрального банка может формироваться правительством двумя способами:

- ✓ назначение полностью независимого главы центрального банка с оптимальной мерой консервативности;
- ✓ выбор такой степени независимости главы центрального банка, с учетом его индивидуальной меры консервативности, что мера консервативности монетарных властей будет на оптимальном уровне:

$$\lambda_{cb}^p = (1 - d)\lambda_{cb}^p + d\lambda_g^p, \quad 0 \leq d \leq 1. \quad (5)$$

где λ_{cb}^p — мера консервативности главы центрального банка.

Во втором случае независимость центрального банка определяется как коэффициент (d), с которым центральный банк учитывает предпочтения правительства в отношении инфляции (меру консервативности правительства) в своей целевой функции. При $d = 0$ центральный банк является полностью независи-

мым, а мера его консервативности совпадает с мерой консервативности главы центрального банка.

Хотя с математической точки зрения первый вариант является частным случаем второго, с точки зрения механизма формирования монетарных властей они различны: в первом случае назначается полностью независимый глава центрального банка с конкретной мерой консервативности, а во втором — выбирается степень независимости центрального банка с учетом меры консервативности его главы¹².

На втором шаге игры анализируются варианты взаимодействия правительства и центрального банка по Нэшу, при фискальном лидерстве и монетарном лидерстве.

2. Теоретический анализ модели

В данной главе проводится исследование модели, представленной в разделе «Формализация проблемы», при различных вариантах соотношения целевых переменных и механизмах взаимодействия правительства и центрального банка на втором шаге игры.

2.1. Соотношение целей.

Второе наилучшее решение для правительства

Прежде чем непосредственно приступить к исследованию взаимодействия правительства и центрального банка, построим утверждение и следствие из него, которые будут использоваться в дальнейшем анализе.

Учитывая соотношение целевых значений инфляции и выпуска $y^* > y(p^*)$, одновременное достижение правительством целей по выпуску и инфляции невозможно.

Утверждение 1. Из множества достижимых комбинаций выпуска и инфляции существует единственная оптимальная для правительства комбинация выпуска и инфляции $(\bar{y}, \bar{p})$, такая, что, $\bar{y} < y^*$, $\bar{p} > p^*$, при $\lambda_g^y > 0$, $\lambda_g^p > 0$. Оптимальная комбинация $(\bar{y}, \bar{p})$ не зависит от объема государственных расходов¹³.

Правительство находит оптимальную комбинацию выпуска и инфляции $(\bar{y}, \bar{p})$, исходя из условия минимизации функции потерь (1) при заданном значении госрасходов:

$$\bar{y} = y^* - \frac{\lambda_g^p c^2 \varepsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} < y^*, \quad \bar{p} = p^* + \frac{\lambda_g^y c \varepsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} > p^*, \quad (6)$$

где параметр $\varepsilon = y^* - y(p^*) > 0$.

¹² По сути, при реализации второго варианта мера консервативности назначается главы центрального банка может быть любой.

¹³ Доказательство утверждения 1 представлено в Приложении 1.

В качестве частных случаев стоит отметить вариант $\lambda_g^y = 0$, при котором $\bar{p} = p^*$, $\bar{y} = y(p^*) < y^*$, и вариант $\lambda_g^p = 0$, когда $\bar{p} = p(y^*) > p^*$, $\bar{y} = y^*$.

Следствие 1. Комбинация $(\bar{y}, \bar{p})$ при целевом уровне госрасходов $g = g^*$ является вторым наилучшим решением для правительства.

Если комбинация $(\bar{y}, \bar{p})$ является оптимальной при любых объемах госрасходов, то при $g = g^*$ она обеспечивает правительству минимально возможные потери:

$$L_g(\bar{p}, \bar{y}, g^*) = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y (\bar{y} - y^*)^2 + \lambda_g^p (\bar{p} - p^*)^2 \right] = \frac{\lambda_g^y \lambda_g^p c^2 \varepsilon^2}{2(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} \quad (7)$$

Таким образом, комбинация $(\bar{y}, \bar{p}, g^*)$ является вторым наилучшим решением для правительства.

В верхней части рисунка 1 представлен график функции $y = \frac{1}{c} p$ и оптимальная комбинация $(\bar{y}, \bar{p})$, не зависящая от фактического объема государственных расходов. На нижнем графике рисунка 1 показана функция

$$e = \frac{1}{ck} p - \frac{a}{k} g, \quad (8)$$

при целевом уровне госрасходов g^* , полученная преобразованием (3) после подстановки в нее (4). Второе наилучшее решение для правительства лежит на графике данной функции, при $p = \bar{p}$. Соответствующее ему значение валютного курса:

$$\begin{aligned} \bar{e} = e(\bar{p}, g^*) &= \frac{1}{ck} \bar{p} - \frac{a}{k} g^* = \frac{1}{ck} \cdot \left(p^* + \frac{\lambda_g^y c \varepsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} \right) - \frac{a}{k} g^* = \\ &= \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} + \frac{p^*}{ck} - \frac{ag^*}{k} \end{aligned} \quad (9)$$

На графике точками (1), (2), (3) также показаны все возможные варианты соотношения целевых значений инфляции, валютного курса и госрасходов:

- (1) $p^* = p(e^*, g^*)$
- (2) $p^* < p(e^*, g^*)$
- (3) $p^* > p(e^*, g^*)$

По сути, эти варианты описывают соотношение целей по инфляции и номинальному валютному курсу для центрального банка, при заданной цели правительства по госрасходам. В первом случае имеет место соответствие целей инфляции и валютного курса, во втором случае цель по валютному курсу завышена, а в третьем — занижена относительно цели по инфляции, при данном целевом уровне госрасходов.

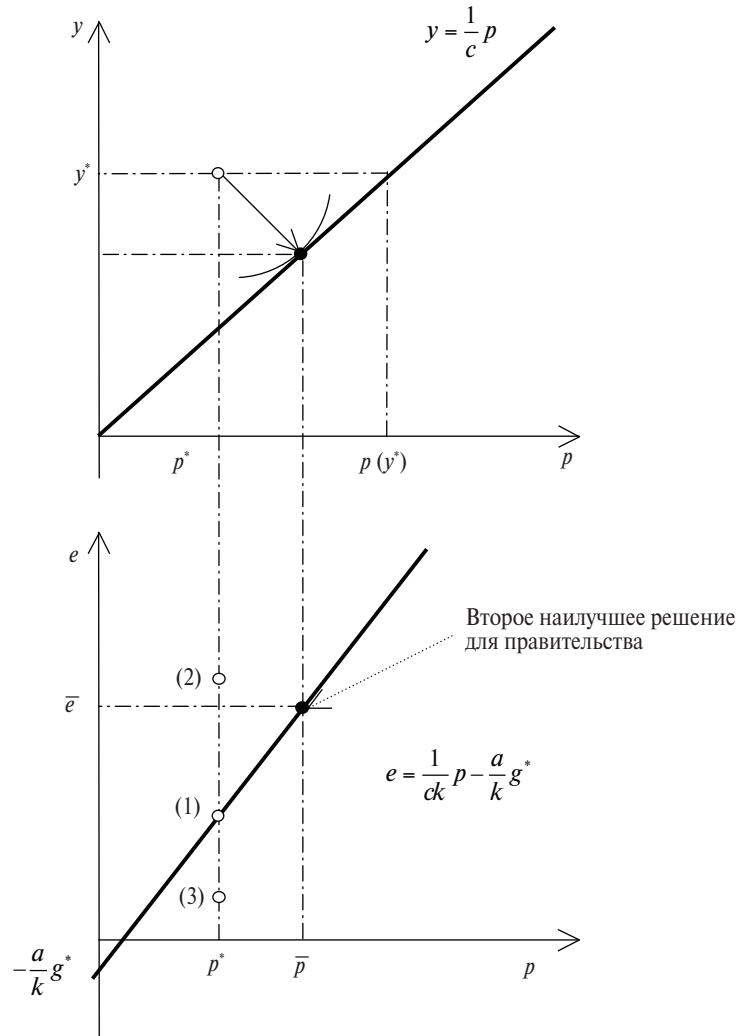


Рис. 1. Соотношение целевых переменных и второе наилучшее решение для правительства

2.2. Случай соответствия целевых значений инфляции и валютного курса: $p^* = p(e^*, g^*)$

В случае двухшаговой игры анализ начинается со второго этапа, в рамках данной модели, с рассмотрения взаимодействия правительства и центрального банка при экзогенно заданной мере консервативности центрального банка.

Исследуется три механизма взаимодействия правительства и центрального банка на втором шаге: по Нэшу, фискальное лидерство и монетарное лидерство.

При взаимодействии по Нэшу¹⁴ фискальные и монетарные власти принимают решение независимо и одновременно, считая значение инструмента (валютного курса и госрасходов соответственно) второй стороны заданным. В данном случае правительство находит оптимальный, с точки зрения минимизации собственной функции потерь, объем госрасходов при каждом возможном выборе значения валютного курса центральным банком, а центральный банк, в свою очередь, — оптимальную реакцию по валютному курсу на каждый возможный ход правительства по госрасходам. Функции реакции правительства и центрального банка, соответственно, объединяют все подобные комбинации оптимальных ответов каждого из игроков на действия противоположной стороны.

На рисунке 2 функции реакции правительства и центрального банка представлены в осях (e, p) и описываются, соответственно, уравнениями¹⁵:

$$e = -\frac{a(\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y a y^* + \lambda_g^p c a p^*)}{\lambda_g^g k} + \frac{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g}{\lambda_g^g c k} p \quad (10)$$

$$e = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p c k p^*}{\lambda_m^e} - \frac{\lambda_m^p c k}{\lambda_m^e} p. \quad (11)$$

Учитывая значения параметров, функция реакции правительства (10) имеет положительный наклон, который больше наклона функции $e = \frac{1}{ck}p - \frac{a}{k}g^*$. Кроме того, функция реакции правительства проходит через точку второго наилучшего решения для фискальных властей $\bar{e}(\bar{p}, g^*)$ ¹⁶.

Функция реакции центрального банка (11), которой принадлежит комбинация первого наилучшего решения для монетарных властей (e^*, p^*) , имеет отрицательный наклон. Учитывая, что рассматривается случай, когда $p^* = p(e^*, g^*)$, функция реакции центрального банка и прямая (8) при целевом уровне государственных расходов пересекаются в точке (e^*, p^*) .

На рисунке 2 равновесные по Нэшу значения валютного курса (e^N) и инфляции (p^N) определяются точкой пересечения кривых реакций правительства

¹⁴ Аналитическое решение задачи взаимодействия правительства и центрального банка по Нэшу представлено в Приложении 2.

¹⁵ Функции реакции (10), (11) выведены в Приложении 3.

¹⁶ См. Приложение 3.

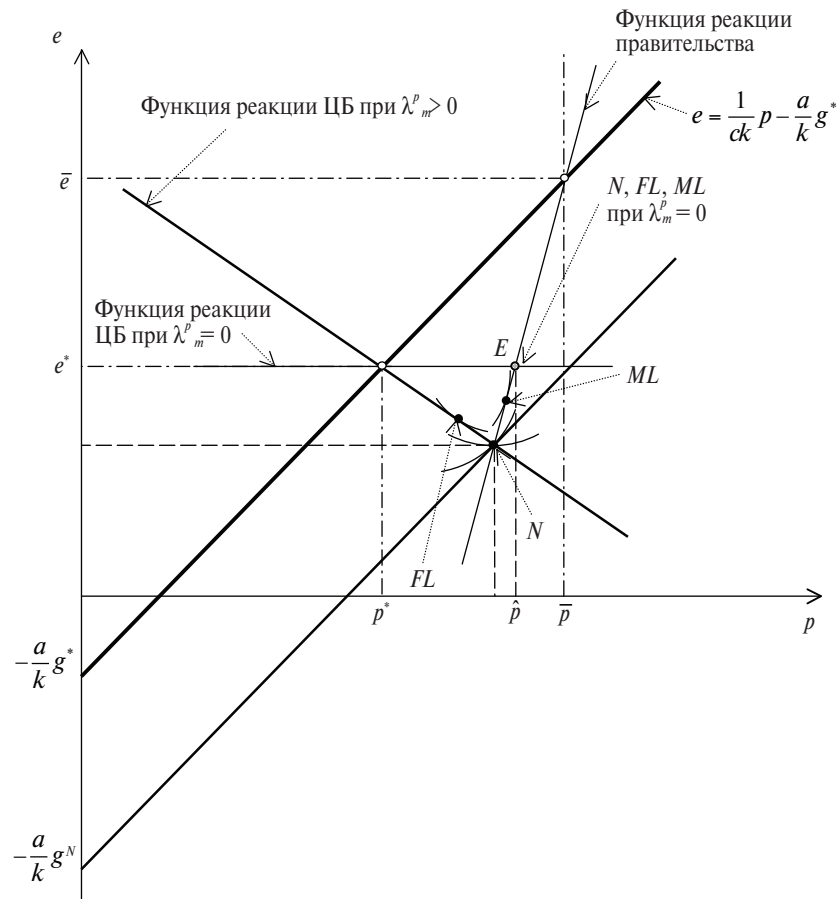


Рис. 2. Взаимодействие правительства и центрального банка в случае соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$

и центрального банка, которая отмечена буквой N . Прямая (8) при равновесном по Нэшу объеме госрасходов (g^N) проходит через точку (e^N, p^N) . На рисунке также показаны изолосы¹⁷ правительства и центрального банка, которые отражают уровни потерь фискальных и монетарных властей в равновесии по Нэшу.

¹⁷ Изолосы имеют форму эллипсов, с центром в точке первого наилучшего решения для центрального банка, и в точке второго наилучшего — для правительства. На рисунке изображены только участки соответствующих изолос.

Аналитически оптимальная комбинация переменных в равновесии по Нэшу при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ представлена выражениями¹⁸:

$$e^N = e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y a^2 c^2 k \varepsilon}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \quad (12)$$

$$g^N = g^* + \frac{\lambda_g^y a \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \quad (13)$$

$$y^N = y^* - \frac{\varepsilon (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \quad (14)$$

$$p^N = p^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a^2 c \varepsilon}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}, \quad (15)$$

При соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$, в равновесии по Нэшу выполняются соотношения: $e^N < e^* < \bar{e}$, $g^N > g^*$, $y^N < \bar{y} < y^*$, $\bar{p} > p^N > p^*$, — то есть валютный курс и выпуск ниже, а госрасходы и инфляция выше своих целевых значений. В данном случае, при экзогенно заданном уровне консервативности, не достигается ни первое наилучшее решение для центрального банка, ни второе наилучшее решение для правительства.

В ситуации фискального лидерства¹⁹ игроки действуют последовательно: первым правительство выбирает объем госрасходов, а затем центральный банк, в ответ на решение правительства, выбирает значение валютного курса в соответствии со своей кривой реакции (11). В данном случае правительство имеет преимущество первого хода, так как принимает решение о размере госрасходов по критерию минимизации своей функции потерь с учетом реакции центрального банка на собственный выбор.

Графическая иллюстрация решения задачи в условиях фискального лидерства представлена на рисунке 2. Оптимальные значения валютного курса, госрасходов, инфляции и выпуска определяются точкой касания функции реакции центрального банка и изолосы функции потерь правительства, которая на рисунке обозначена буквами FL .

Оптимальная комбинация переменных при фискальном лидерстве с учетом соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ аналитически описывается выражениями²⁰:

¹⁸ См. Приложение 4.

¹⁹ Аналитическое решение задачи при фискальном лидерстве приведено в Приложении 5.

²⁰ Рассчитаны в Приложении 6.

$$g^{FL} = g^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a \varepsilon (\lambda_m^e + \lambda_m^p c^2 k^2)}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \quad (16)$$

$$e^{FL} = e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 c^2 k \varepsilon}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \quad (17)$$

$$y^{FL} = y^* - \frac{\varepsilon (\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^{p^2} \lambda_g^g c^4 k^4 + 2\lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^g c^2 k^2)}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \quad (18)$$

$$p^{FL} = p^* + \frac{\lambda_m^{e^2} \lambda_g^y a^2 c \varepsilon}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \quad (19)$$

В равновесии при фискальном лидерстве (при экзогенно заданной мере консервативности и соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$) выполняются соотношения $g^N > g^{FL} > g^*$, $e^N < e^{FL} < e^* < \bar{e}$, $y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^*$, $p^* < p^{FL} < p^N < \bar{p}$, то есть оптимальный валютный курс и выпуск ниже, а госрасходы и инфляция выше целевых значений, но отклоняются от них в меньшей степени, чем в случае равновесия по Нэш. Из последнего следует, что, хотя при фискальном лидерстве ни первое наилучшее — для центрального банка, ни второе наилучшее — для правительства не достигаются, потери как фискальных, так и монетарных властей ниже, чем в ситуации взаимодействия по Нэшу.

При монетарном лидерстве²¹ роли правительства и центрального банка полностью противоположны ситуации фискального лидерства. В данном случае уже центральный банк имеет преимущество первого шага и выбирает оптимальное значение валютного курса с учетом реакции правительства в ответ на его решение. Правительство является последователем и выбирает размер госрасходов в соответствии со своей кривой реакции (10) после того, как центральный банк делает первый ход.

На рисунке 2 точка касания функции реакции правительства и изолюсы функции потерь центрального банка (обозначена ML) определяет оптимальные значения валютного курса, государственных расходов, инфляции и выпуска при монетарном лидерстве.

Аналитически оптимальная комбинация в условиях монетарного лидерства при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ представлена следующими выражениями²²:

²¹ В Приложении 7 представлено аналитическое решение задачи взаимодействия правительства и центрального банка в условиях монетарного лидерства.

²² Решение см. в Приложении 8.

$$e^{ML} = e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y \lambda_g^g c^2 a^2 k \varepsilon}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \quad (20)$$

$$g^{ML} = g^* + \frac{\lambda_g^y a \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p))}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \quad (21)$$

$$y^{ML} = y^* - \frac{\varepsilon (\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^p c^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_g^g (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)))}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \quad (22)$$

$$p^{ML} = p^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \quad (23)$$

Оптимальная комбинация переменных при монетарном лидерстве $(e^{ML}, g^{ML}, p^{ML}, y^{ML})$ соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) , комбинацией второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$, оптимальными комбинациями в равновесии по Нэшу (e^N, g^N, p^N, y^N) и в условиях фискального лидерства $(e^{FL}, g^{FL}, p^{FL}, y^{FL})$ при $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ следующим образом:

$$p^* < p^{FL} < p^N < p^{ML} < \bar{p}; \\ y^{FL} < y^N < y^{ML} < \bar{y} < y^*. \quad (24)$$

$$e^N < e^{ML} < e^{FL} < e^* < \bar{e} \text{ или } e^N < e^{FL} < e^{ML} < e^* < \bar{e}; \\ g^N > g^{FL} > g^{ML} > g^* \text{ или } g^N > g^{ML} > g^{FL} > g^*.$$

Для переменных инфляции и выпуска соотношения однозначные, а для валютного курса и госрасходов имеет место один из двух вариантов: в зависимости от соотношения значений параметров валютный курс и госрасходы при монетарном лидерстве могут быть как выше, так и ниже значений, оптимальных в условиях фискального лидерства.

Однако оптимальный валютный курс и инфляция при монетарном лидерстве однозначно ниже, а госрасходы и инфляция выше своих целевых значений, но при этом валютный курс и госрасходы отклоняются от них в меньшей, а инфляция в большей степени, чем в равновесии по Нэшу. Второе наилучшее решение для фискальных властей и первое наилучшее — для монетарных, как и в двух предыдущих случаях, не достигаются, но потери правительства и центрального банка ниже, чем в ситуации взаимодействия по Нэшу.

Соотношение потерь правительства и центрального банка при двух вариантах лидерства может быть различным и зависит от соотношения наклонов кривых реакций монетарных и фискальных властей и функции (8). На рисунке 2 пред-

ставлена ситуация, когда потери правительства (и общества) при монетарном лидерстве ниже, а для центрального банка — выше, чем при фискальном.

В любом случае потери правительства и центрального банка, как при монетарном, так и при фискальном лидерстве, ниже, чем в равновесии по Нэш. Таким образом, в случае, когда $p^* = p(e^*, g^*)$, при заданном уровне консервативности, взаимодействие по Нэшу является самым худшим, из трех рассмотренных, вариантом с точки зрения минимизации потерь общества.

На первом шаге игры правительство, исходя из критерия минимизации собственной функции потерь, выбирает оптимальную меру консервативности центрального банка с учетом механизма их взаимодействия на втором шаге.

Утверждение 2. В случае соотношения целей $p^* = p(e^*, g^*)$, $y^* > y(p^*)$, правительство выберет нулевую меру консервативности центрального банка на первом шаге игры, независимо от механизма взаимодействия (по Нэшу, фискальное или монетарное лидерство) на втором шаге²³.

Исходя из критерия минимизации функции потерь правительства, оптимальным является выбор нулевой меры консервативности центрального банка, $\lambda_g^p = 0$.

При $\lambda_g^p = 0$ центральный банк имеет только цель по валютному курсу и абсолютно не заботится об инфляции. Его целевая функция принимает вид

$$L_m = \frac{1}{2}(e - e^*)^2, \quad (25)$$

то есть в данном случае $\lambda_e^e = 1$.

Что касается способа формирования таких предпочтений монетарных властей, то необходимо назначить полностью независимого главу центрального банка, у которого собственная мера консервативности равна нулю.

Утверждение 3. В случае, когда, при соотношении целей $p^* = p(e^*, g^*)$, $y^* > y(p^*)$, правительство на первом шаге выбирает нулевую меру консервативности центрального банка, их взаимодействие по Нэшу, в условиях фискального и монетарного лидерства на втором шаге приводит к одному и тому же результату²⁴.

Оптимальная комбинация валютного курса, государственных расходов, инфляции и выпуска, которая, при нулевой мере консервативности центрального банка, совпадает для вариантов взаимодействия фискальных и монетарных властей по Нэшу, правительственным лидерстве и лидерстве центрального банка, при соотношении целей $p^* = p(e^*, g^*)$, $y^* > y(p^*)$ представлена выражениями:

$$\hat{e} = e^* \quad (26)$$

$$\hat{g} = g^* + \frac{\lambda_g^y a \varepsilon}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} > g^* \quad (27)$$

$$\hat{p} = p^* + \frac{\lambda_g^y a^2 \alpha \varepsilon}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} > p^* \quad (28)$$

$$\hat{y} = y^* - \frac{\varepsilon(\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} < y^* \quad (29)$$

Оптимальная комбинация $(\hat{e}, \hat{g}, \hat{p}, \hat{y})$, которая соответствует точке пересечения кривых реакции правительства и центрального банка, обозначена буквой E на рисунке 2.

В соответствии с уравнением кривой реакции монетарных властей (11), изменение меры консервативности центрального банка влияет на наклон его кривой реакции. При нулевом значении меры консервативности кривая реакции центрального банка становится горизонтальной прямой на уровне целевого значения валютного курса e^* , как показано на рисунке 2.

Оптимальная при нулевой мере консервативности комбинация $(\hat{e}, \hat{g}, \hat{y}, \hat{p})$ соотносится с целевыми значениями переменных, оптимальными комбинациями при заданной ненулевой мере консервативности монетарных властей в условиях различных вариантов взаимодействия правительства и центрального банка и точкой второго наилучшего решения для правительства следующим образом²⁵:

$$\begin{aligned} p^* &< p^{FL} < p^N < p^{ML} < \hat{p} < \bar{p}; \\ y^{FL} &< y^N < y^{ML} < \hat{y} < \bar{y} < y^*; \\ e^N &< e^{ML} < e^{FL} < e^* = \hat{e} < \bar{e} \text{ или } e^N < e^{FL} < e^{ML} < e^* = \hat{e} < \bar{e}; \\ g^N &> g^{ML} > g^{FL} > \hat{g} > g^*, \quad g^N > g^{ML} > \hat{g} > g^{FL} > g^* \text{ или} \\ g^N &> g^{ML} > \hat{g} > g^{FL} > g^*, \end{aligned} \quad (30)$$

в зависимости от соотношения параметров.

При $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ в единственной оптимальной комбинации валютный курс соответствует своему целевому значению, государственные расходы и инфляция выше целевого уровня, но инфляция, в свою очередь, а соответственно и выпуск, находятся ниже точки второго наилучшего решения для правительства. При указанном соотношении целей правительство не достигает второго наилучшего решения, но уровень потерь общества в оптимальной комбинации меньше, чем в каждом из трех вариантов взаимодействия фискальных и монетарных властей при экзогенно заданном значении меры консервативности центрального банка. Потери центрального банка в данном случае равны нулю, так как он заботится только о валютном курсе, оптимальное значение которого соответствует целевому.

Таким образом, при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ выбор правительством оптимальной меры консервативности центрального банка на первом шаге игры позволяет достичь более высокого уровня общественного благосостояния, при этом не имеет значения, по какой схеме будет организовано взаимодействие фискальных и монетарных властей на втором шаге игры (по Нэшу, лидерство правительства или лидерство центрального банка).

²³ Доказательство Утверждения 2 представлено в Приложении 9.

²⁴ Утверждение 3 доказано в Приложении 10.

²⁵ См. Приложение 10.

2.3. Случай завышенного целевого значения валютного курса относительно цели по инфляции $p^* < p(e^*, g^*)$

В рамках варианта соотношения целей по инфляции, валютному курсу и госрасходам $p^* < p(e^*, g^*)$ необходимо рассматривать два случая²⁶.

Если целевое значение валютного курса принадлежит интервалу $e(p^*, g^*) < e^* \leq \bar{e}$, то решение, как на первом, так и на втором шаге игры при заданной ненулевой мере консервативности будет качественно аналогично представленному выше при $p^* = p(e^*, g^*)$. Оптимальным выбором для правительства будет назначение нулевой меры консервативности центрального банка, при которой взаимодействие по Нэшу, фискальное и монетарное лидерство дают один и тот же результат (удовлетворяющий (30)). По мере увеличения целевого значения валютного курса от $e(p^*, g^*)$ до $\bar{e}$, оптимальная точка будет смещаться вверх по кривой реакции правительства на рисунке 3. При $e^* = \bar{e}$ и нулевом значении меры консервативности центрального банка достигается второе наилучшее решение для правительства и общества в целом $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$.

Второй вариант в рамках случая $p^* < p(e^*, g^*)$ имеет место, когда $e^* > \bar{e}$. При таких значениях валютного курса задача взаимодействия центрального банка и правительства имеет иное решение, поэтому остановимся на нем более подробно.

Рассмотрим результаты взаимодействия правительства и центрального банка на втором шаге игры. На рисунке 3 буквами N , FL , ML обозначены оптимальные комбинации, соответственно, для случаев взаимодействия по Нэшу, фискального и монетарного лидерства при заданной ненулевой мере консервативности центрального банка.

Отметим, что при значениях меры консервативности²⁷

$$\lambda_m^p > \frac{\lambda_m^e (\beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon)}{\lambda_g^y c^2 k^2 \varepsilon}$$

при различных вариантах взаимодействия правительства и центрального банка качественно аналогично (24). Поэтому ниже в данном разделе все аналитические выводы представлены для случая, когда

$$\lambda_m^p \leq \frac{\lambda_m^e (\beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon)}{\lambda_g^y c^2 k^2 \varepsilon}.$$

Графическая иллюстрация на рисунке 3

также соответствует данному случаю. В Приложениях 12–14 аналитически получены следующие однозначные соотношения оптимальных значений валютного курса и госрасходов при различных вариантах взаимодействия правительства и центрального банка:

²⁶ См. Приложение 11.

²⁷ В приложении 11 показано, что при $e^* > \bar{e}$ выполняется соотношение $\beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon > 0$, где $\beta = e^* - e(p^*, g^*) > 0$.

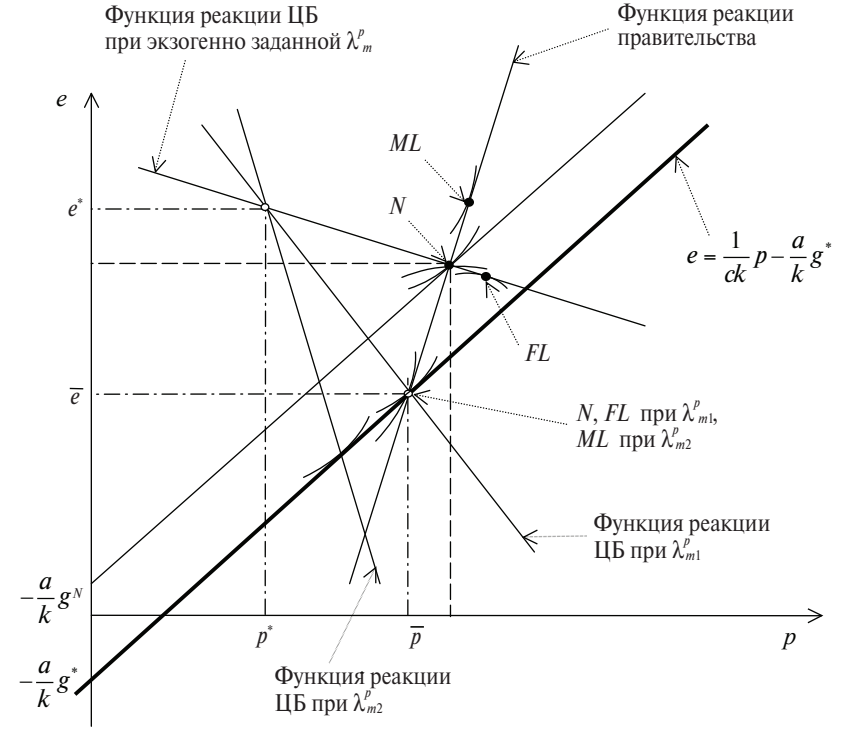


Рис. 3. Взаимодействие правительства и центрального банка в случае соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $e^* > \bar{e}$

$$\checkmark \bar{e} \leq e^{FL} \leq e^N < e^{ML} < e^*;$$

$$\checkmark g^{ML} < g^N \leq g^{FL} < g^*.$$

Для переменных инфляции и выпуска, в зависимости от соотношения параметров, выполняется одно из следующих соотношений:

$$\checkmark p^{ML} > p^{FL} \geq p^N \geq \bar{p} > p^* \text{ или } p^{FL} \geq p^{ML} > p^N \geq \bar{p} > p^*;$$

$$\checkmark \bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{FL} < y^{ML}, \bar{y} < y^* \leq y^N \leq y^{FL} < y^{ML},$$

$$\bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^{ML} < y^*, \bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^* < y^{ML},$$

$$\bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{ML} \leq y^{FL}, \bar{y} \leq y^N < y^{ML} < y^* \leq y^{FL},$$

$$\bar{y} < y^* \leq y^N < y^{ML} \leq y^{FL} \text{ или } \bar{y} \leq y^N < y^{ML} \leq y^{FL} < y^*$$

Такое количество вариантов соотношения значений для выпуска объясняется тем, что, в зависимости от значений параметров выпуск в равновесии по Нэшу

при фискальном и монетарном лидерстве может быть как больше, так и меньше целевого значения, а также выполняется $y^{ML} > y^{FL}$ или $y^{ML} \leq y^{FL}$.

По рисунку 3 можно сделать вывод о том, что с точки зрения минимизации потерь для каждого из игроков собственное лидерство однозначно является более предпочтительным вариантом взаимодействия, чем равновесие по Нэшу и лидерство противоположной стороны.

Утверждение 4. В случае соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $e^* > \bar{e}$ правительство на первом шаге выбирает одну и ту же оптимальную меру консервативности центрального банка λ_{m1}^p при взаимодействии по Нэшу и при фискальном лидерстве и более высокое значение меры консервативности $\lambda_{m2}^p > \lambda_{m1}^p$ — при монетарном лидерстве на втором шаге.

Оптимальные комбинации валютного курса, госрасходов, инфляции и выпуска в равновесии по Нэшу, при фискальном и монетарном лидерстве, при соответствующих мерах консервативности совпадают и соответствуют второму наилучшему решению для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ ²⁸.

Оптимальная мера консервативности центрального банка в случае взаимодействия по Нэшу и при фискальном лидерстве на втором шаге

$$\lambda_{m1}^p = \lambda_m^{pN} = \lambda_m^{pFL} = \frac{\lambda_m^e (k\beta(\lambda_g^p c^2 + \lambda_g^y) - \lambda_g^y \epsilon)}{\lambda_g^y c^2 k^2 \epsilon} > 0. \quad (31)$$

В ситуации монетарного лидерства оптимальная мера консервативности представлена выражением

$$\lambda_{m2}^p = \frac{\lambda_m^e (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g) (k\beta(\lambda_g^p c^2 + \lambda_g^y) - \lambda_g^y \epsilon)}{\lambda_g^y \lambda_g^g c^2 k^2 \epsilon} > 0. \quad (32)$$

Как доказано в Приложении 15, $\lambda_{m2}^p > \lambda_{m1}^p > 0$.

Для того чтобы монетарные власти обладали необходимой мерой консервативности $\lambda_{m2}^p > \lambda_{m1}^p > 0$, правительство должно либо назначить полностью независимого главу центрального банка с мерами консервативности $\lambda_{m2}^p > \lambda_{m1}^p > 0$ в соответствующих случаях или предоставить главе центрального банка с собственной мерой консервативности λ_{cb}^p уровень независимости d , при котором выполняется:

$$\checkmark \quad \lambda_{m1}^p = (1 - d_1) \lambda_{cb}^p + d_1 \lambda_g^p \quad (33)$$

в случае взаимодействия по Нэшу и фискальном лидерстве на втором шаге;

$$\checkmark \quad \lambda_{m2}^p = (1 - d_2) \lambda_{cb}^p + d_2 \lambda_g^p \quad (34)$$

при монетарном лидерстве на втором шаге.

Соответствующий уровень независимости центрального банка в каждом из случаев²⁹:

$$d_1 = \frac{\lambda_{cb}^p - \lambda_{m1}^p}{\lambda_{cb}^p - \lambda_g^p}, \quad d_2 = \frac{\lambda_{cb}^p - \lambda_{m2}^p}{\lambda_{cb}^p - \lambda_g^p}. \quad (35)$$

²⁸ Доказательство Утверждения 4 представлено в Приложениях 15, 16.

²⁹ Как в случае $\lambda_{cb}^p > \lambda_g^p$, так и в ситуации $\lambda_{cb}^p \leq \lambda_g^p$, показатель независимости центрального банка $d \geq 0$.

Учитывая, что $\lambda_{m2}^p > \lambda_{m1}^p > 0$, монетарным властям с более высоким значением меры консервативности λ_m^p будет предоставлена большая степень независимости ($d_2 < d_1$), если собственная мера консервативности главы центрального банка больше меры консервативности правительства $\lambda_{cb}^p > \lambda_g^p$, и меньшая степень независимости — в обратной ситуации, когда $\lambda_{cb}^p < \lambda_g^p$.

На рисунке 3 изображены кривые реакции центрального банка при мерах консервативности $\lambda_{m1}^p, \lambda_{m2}^p$.

Оптимальная комбинация переменных при взаимодействии правительства и центрального банка по Нэшу, лидерстве фискальных и монетарных властей, при соответствующих мерах консервативности центрального банка, соответствует второму наилучшему решению для правительства и общества в целом, $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$:

$$e = e^N(\lambda_{m1}^p) = e^{FL}(\lambda_{m1}^p) = e^{ML}(\lambda_{m2}^p) = \bar{e} = e^* - \left(\beta - \frac{\lambda_g^y \epsilon}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} \right) < e^* \quad (36)$$

$$\hat{g} = g^N(\lambda_{m1}^p) = g^{FL}(\lambda_{m1}^p) = g^{ML}(\lambda_{m2}^p) = g^* \quad (37)$$

$$\hat{p} = p^N(\lambda_{m1}^p) = p^{FL}(\lambda_{m1}^p) = p^{ML}(\lambda_{m2}^p) = \bar{p} = p^* + \frac{\lambda_g^y c \epsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} > p^* \quad (38)$$

$$\hat{y} = y^N(\lambda_{m1}^p) = y^{FL}(\lambda_{m1}^p) = y^{ML}(\lambda_{m2}^p) = \bar{y} = y^* - \frac{\lambda_g^p c^2 \epsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} < y^*. \quad (39)$$

На рисунке 3 комбинация второго наилучшего решения для правительства является точкой пересечения кривых реакции фискальных властей и центрального банка при мере консервативности λ_{m1}^p , что соответствует равновесию по Нэшу. Кроме того, на рисунке изображена изолоса центрального банка (касательная к прямой $e = \frac{1}{ck} p - \frac{a}{k} g^*$), отражающая уровень его потерь в данном случае. Изолоса правительства — это точка его второго наилучшего решения, отражающая минимально возможный уровень потерь для фискальных властей. Указанная точка представляет касательную к функции реакции центрального банка при λ_{m1}^p и, собственно, является решением при фискальном лидерстве.

Оптимальная комбинация, соответствующая монетарному лидерству при мере консервативности центрального банка λ_{m1}^p , лежит выше точки второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, \bar{p})$, на прямой функции реакции фискальных властей³⁰. Центральный банк с мерой консервативности λ_{m1}^p , обладающий в данном случае преимуществом лидера, выбирает комбинацию, в которой инфляция и валютный курс выше значений, соответствующих второму наилучшему решению для правительства. С учетом этого, в случае реали-

³⁰ В точке касания изолосы центрального банка и функции реакции правительства.

зации монетарного лидерства на втором шаге, правительство, в целях достижения второго наилучшего решения, на первом шаге формирует центральный банк, готовый в большей степени жертвовать целью по валютному курсу ради достижения цели по инфляции, то есть центральный банк с более высокой мерой консервативности λ_{m2}^p .

На рисунке 3 изображена изолоса центрального банка с мерой консервативности λ_{m2}^p , отражающая уровень его потерь при монетарном лидерстве. Точкой касания изолосы центрального банка и функции реакции правительства является точка второго наилучшего решения для фискальных властей.

Таким образом, при соотношении целей, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$, правительство выбирает такое значение меры консервативности центрального банка, которое позволяет достичь второго наилучшего решения. При этом мера консервативности центрального банка совпадает для случаев взаимодействия по Нэшу и фискального лидерства и имеет более высокое значение при монетарном лидерстве.

2.4. Случай заниженного целевого значения валютного курса относительно цели по инфляции $p^* > p(e^*, g^*)$

Аналогично тому, как это было в предыдущих разделах, начнем анализ со второго шага игры, то есть рассмотрения взаимодействия правительства и центрального банка при заданной ненулевой мере консервативности монетарных властей.

Необходимо выделить граничное значение валютного курса e' , которое, как показано на рисунке 4, получено при подстановке целевого значения инфляции в функцию реакции правительства (10)³¹:

$$e' = \frac{p^*}{ck} - \left(\frac{ag^*}{k} + \frac{\lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_g^g k} \right) \quad (40)$$

Если целевое значение валютного курса $e^* > e'$, то относительное положение точек, описывающих оптимальные комбинации в условиях разных вариантов взаимодействия правительства и центрального банка при заданной ненулевой мере консервативности монетарных властей, качественно полностью аналогичны случаю соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ (24), поэтому здесь подробно не рассматривается.

При $e^* < e'$ оптимальные значения целевых переменных в условиях взаимодействия правительства и центрального банка по Нэшу, фискального лидерства и монетарного лидерства аналитически получены в Приложениях 18–20. Для валютного курса и госрасходов имеют место однозначные соотношения, а для переменных инфляции и выпуска, в зависимости от значений параметров, выполняется одно из представленных соотношений:

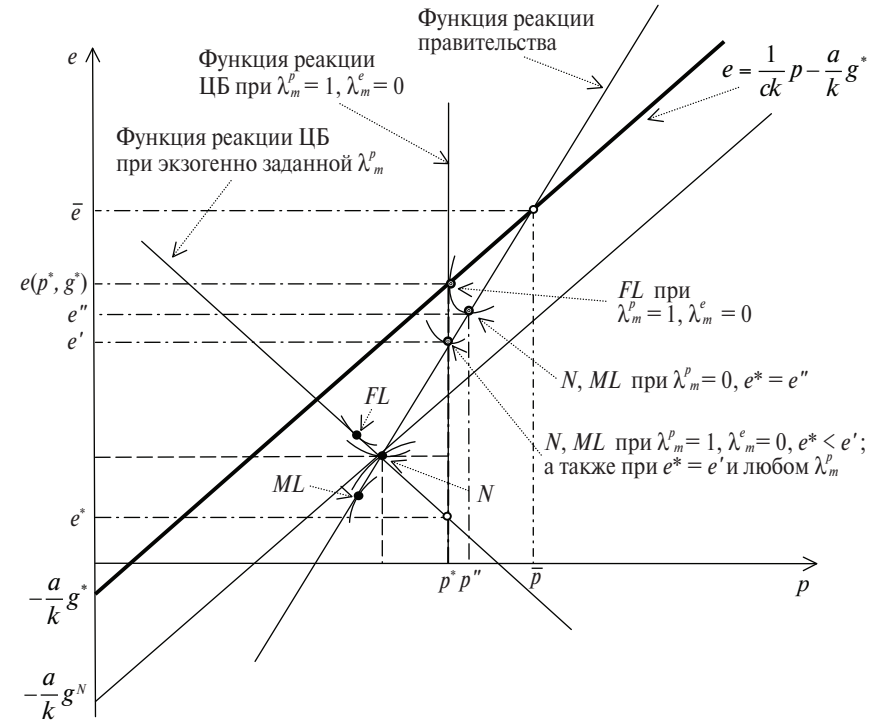


Рис. 4. Взаимодействие правительства и центрального банка в случае соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$

$$\begin{aligned} e^* &\leq e^{ML} < e^N < e^{FL} < \bar{e}; \\ g^* &< g^{FL} < g^N < g^{ML}; \\ y^{ML} &\leq y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^* \text{ или } y^{FL} < y^{ML} < y^N < \bar{y} < y^*; \\ p^{ML} &\leq p^{FL} < p^N < p^* < \bar{p} \text{ или } p^{FL} < p^{ML} < p^N < p^* < \bar{p}. \end{aligned} \quad (41)$$

Графическая иллюстрация представлена на рисунке 4, где соответствующие оптимальные комбинации обозначены буквами N , ML и FL . Случай взаимодействия по Нэшу является для каждого из игроков хуже его собственного лидерства, но предпочтительнее лидерства противоположной стороны.

Получение полного аналитического решения на первом шаге игры в явном виде представляется достаточно сложным³², поэтому в данном случае мы час-

³¹ См. Приложение 17.

³² Отчасти вследствие громоздкости расчетов.

тично ограничимся графическим анализом, который позволяет сделать однозначные выводы.

При соотношении целевых переменных $y^* > y(p^*, g^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, необходимо выделить пять случаев³³. Первый имеет место, когда целевое значение валютного курса находится в интервале $e'' < e^* < e(p^*, g^*)$. Как показано на рисунке 4, e'' соответствует точке пересечения кривой реакции правительства и изолосы, которая одновременно проходит через точку $(e(p^*, g^*), p^*)$. Значение e'' аналитически получено в Приложении 21, где также показано, что $e'' > e'$.

Утверждение 5. При соотношении целей $y^* > y(p^*, g^*)$, $e'' < e^* < e(p^*, g^*)$ оптимальным выбором для правительства является нулевое значение меры консервативности центрального банка, при котором оптимальная комбинация совпадает для случаев взаимодействия по Нэшу, фискального и монетарного лидерства.

В данной ситуации решение на первом шаге качественно полностью совпадает с тем, что было рассмотрено выше при соотношении целей $p^* = p(e^*, g^*)$. Правительство формирует монетарные власти с нулевой мерой консервативности. Оптимальная комбинация валютного курса, госрасходов, инфляции и выпуска совпадает при взаимодействии правительства и центрального банка по Нэшу, в условиях фискального и монетарного лидерства и представлена выражениями³⁴:

$$\hat{e} = e^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^* \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \hat{g} &= g^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = g^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = g^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= g^* + \frac{a(k\varphi(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y \varepsilon)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} > g^* \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \hat{y} &= y^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = y^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= y^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = y^* - \frac{\lambda_g^g k\varphi + \varepsilon(\lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} < y^* \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \hat{p} &= p^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = p^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= p^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = p^* - \frac{c(\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} > p^*, \end{aligned} \quad (46)$$

где $\varphi = e(p^*, g^*) - e^* > 0$

При последовательном снижении цели по валютному курсу от $e(p^*, g^*)$ до e'' , оптимальная точка сдвигается вниз по графику функции реакции правительства на рисунке 4.

Отдельного внимания заслуживает случай, когда $e^* = e''$.

Утверждение 6. При соотношении целей $y^* > y(p^*, g^*)$, $e^* = e''$ оптимальным для правительства будет выбор нулевой меры консервативности центрального банка на первом шаге, при взаимодействии правительства по Нэшу и монетарном лидерстве, и выбор максимальной или нулевой меры консервативности — при фискальном лидерстве на втором шаге.

При этом оптимальная комбинация $(\hat{e}, \hat{g}, \hat{y}, \hat{p})$ совпадает в случае взаимодействия по Нэшу, монетарного и фискального лидерства при нулевой мере консервативности центрального банка, и соответствует точке $(e(p^*, g^*), p^*, g^*)$ в случае выбора правительством максимально возможного значения меры консервативности при фискальном лидерстве на втором шаге.

При выборе правительством нулевой меры консервативности монетарных властей на первом шаге, оптимальная комбинация при каждом из трех рассматриваемых вариантов взаимодействия описывается (42)–(46), что на рисунке 4 соответствует точке (p'', e'') .

В случае реализации фискального лидерства на втором шаге, имеет место второе оптимальное решение для правительства — выбор максимально возможной меры консервативности центрального банка, при которой он заботится только о достижении целевого значения инфляции, не обращая внимания на валютный курс. Его целевая функция принимает вид

$$L_m = \frac{1}{2}(p - p^*)^2, \quad (47)$$

что соответствует $\lambda_m^p = 1$, $\lambda_m^e = 0$. Центральный банк может сформировать монетарные власти с максимально возможной мерой консервативности, назначив полностью независимого главу центрального банка с максимально возможным собственным значением меры консервативности.

При выборе максимальной меры консервативности функция реакции центрального банка становится вертикальной при p^* , и оптимальной комбинацией является точка³⁵:

$$\hat{e}^{FL}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = e^* + \varphi = e(p^*, g^*) > e^* \quad (48)$$

$$\hat{g}^{FL}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = g^* \quad (49)$$

$$\hat{y}^{FL}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = y^* - \varepsilon < y^* \quad (50)$$

$$\hat{p}^{FL}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = p^* \quad (51)$$

На рисунке 4 это точка $(e(p^*, g^*), p^*)$.

³³ Результаты различаются для трех интервалов значений валютного курса и двух отдельных значений целевого валютного курса.

³⁴ Получены в Приложении 22.

³⁵ См. Приложение 23.

С точки зрения правительства, выбор минимальной или максимально возможной меры консервативности центрального банка и соответствующих им оптимальных значений валютного курса, госрасходов, инфляции и выпуска, является равнозначным, так как при $e^* = e''$ в точках (e'', p'', g'') , $(e(p^*, g^*), p^*)$ уровень потерь правительства один и тот же и составляет:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y (\hat{y}^{FL} - y^*)^2 + \lambda_g^p (\hat{p}^{FL} - p^*)^2 + \lambda_g^g (\hat{g}^{FL} - g^*)^2 \right] = \frac{1}{2} \lambda_g^y \varepsilon^2 \quad (52)$$

Для центрального банка также безразлично, выберет правительство максимальную или нулевую меру его консервативности, так как и в том, и в другом случае потери монетарных властей будут равны нулю.

Второй интервал для целевого значения валютного курса — это $e' < e^* < e''$. **Утверждение 7.** При соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $e' < e^* < e''$, оптимальным для правительства будет выбор нулевой меры консервативности центрального банка в случае взаимодействия по Нэшу и монетарного лидерства, и выбор максимально возможной меры консервативности в случае фискального лидерства на втором шаге.

При взаимодействии по Нэшу и монетарном лидерстве достигается одна и та же оптимальная комбинация.

При взаимодействии по Нэшу и при монетарном лидерстве на втором шаге, правительство по-прежнему будет формировать центральный банк с нулевой мерой консервативности, при которой оптимальная комбинация валютного курса, госрасходов, инфляции и выпуска совпадает для указанных механизмов взаимодействия и описывается выражениями (42)–(46).

В условиях фискального лидерства на втором шаге, оптимальным для правительства является выбор максимально возможной меры консервативности монетарных властей (то есть $\lambda_m^p = 1$, $\lambda_m^e = 0$), при которой равновесной является комбинация (48)–(51). В точке $(e(p^*, g^*), p^*)$ уровень потерь правительства при любых значениях целевого валютного курса из интервала (e', e'') всегда будет ниже, чем в равновесных комбинациях при нулевом значении меры консервативности центрального банка. Последние будут лежать на кривой реакции фискальных властей, в интервале (e', e'') ниже точки ее пересечения с изолюсой функции потерь правительства, проходящей через точку $(e(p^*, g^*), p^*)$, что проиллюстрировано на рисунке 4.

Отдельно остановимся на рассмотрении еще одного целевого значения валютного курса $e^* = e'$.

Утверждение 8. При соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $e^* = e'$ единственная оптимальная комбинация валютного курса, госрасходов, инфляции и выпуска, совпадающая в равновесии по Нэшу и при монетарном лидерстве, достигается при любом значении меры консервативности центрального банка.

При взаимодействии в рамках фискального лидерства на втором шаге оптимальным для правительства будет выбор максимально большой меры консервативности монетарных властей.

В данном случае точка (e^*, p^*) первого наилучшего решения для монетарных властей, которая принадлежит кривой реакции центрального банка при лю-

бом значении меры его консервативности, является точкой пересечения кривых реакции правительства и центрального банка, то есть равновесием по Нэшу. В свою очередь, эту же точку на кривой реакции правительства выберут монетарные власти в случае лидерства центрального банка, так как она соответствует нулевым потерям при любой мере консервативности. Таким образом, на рисунке 4 оптимальная комбинация соответствует точке пересечения кривых реакций фискальных и монетарных властей (e', p^*) . Кривая реакции центрального банка не показана, так как она может проходить через эту точку под любым наклоном. Аналитически значения переменных получены в Приложении 24 и представлены выражениями:

$$\hat{e}^N = \hat{e}^{ML} = e^* \quad (53)$$

$$\hat{g}^N = \hat{g}^{ML} = g^* + \frac{\lambda_g^y a \varepsilon}{\lambda_g^g} > g^* \quad (54)$$

$$\hat{y}^N = \hat{y}^{ML} = y^* - \varepsilon < y^* \quad (55)$$

$$\hat{p}^N = \hat{p}^{ML} = p^* \quad (56)$$

При $e^* = e'$ данная комбинация имеет место при любой мере консервативности, поэтому для правительства нет необходимости в формировании какого-то конкретного ее значения.

В случае фискального лидерства оптимальным выбором для правительства опять же является максимально большая мера консервативности центрального банка, при которой достигается оптимальная комбинация валютного курса, госрасходов, инфляции и выпуска, соответствующая (48)–(51).

Последний вариант соотношения целевых переменных имеет место, когда $e^* < e'$.

Утверждение 9. При соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $e^* < e'$, оптимальным для правительства является выбор максимально возможного значения меры консервативности центрального банка на первом шаге, при взаимодействии по Нэшу, фискальном и монетарном лидерстве на втором шаге. При этом оптимальные комбинации при взаимодействии по Нэшу и монетарном лидерстве совпадают.

Как показано на рисунке 4, равновесие по Нэшу при оптимальной мере консервативности определяется пересечением вертикальной (при $\lambda_m^p = 1$) кривой реакции центрального банка и кривой реакции правительства в точке³⁶:

$$\begin{aligned} \hat{e}^N (\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) &= \hat{e}^{ML} (\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = \\ &= * + \frac{\lambda_g^g k \varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_g^g k} = e' > e^* \end{aligned} \quad (57)$$

$$\hat{g}^N (\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = \hat{g}^{ML} (\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = g^* + \frac{\lambda_g^y a \varepsilon}{\lambda_g^g} = g' > g^* \quad (58)$$

³⁶ См. Приложение 23.

$$y^N(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = y^{ML}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = y^* - \varepsilon < y^* \quad (59)$$

$$p^N(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = p^{ML}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = p^* \quad (60)$$

Данная комбинация является оптимальной и при монетарном лидерстве, когда монетарные власти обладают преимуществом первого хода и выбирают оптимальное значение валютного курса с учетом реакции правительства.

В условиях фискального лидерства на втором шаге при максимальной мере консервативности монетарных властей равновесной, как и в предыдущем случае, является комбинация (48)–(51).

Таким образом, при соотношений целей $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, в зависимости от целевого значения валютного курса и механизма взаимодействия на втором шаге игры, правительство будет выбирать нулевое или максимально большое значение оптимальной меры консервативности центрального банка. Исключением является случай $e^* = e'$, когда решение в равновесии по Нэшу и при монетарном лидерстве не зависит от значения меры консервативности центрального банка, и правительство, по сути, может не заботиться о формировании конкретных характеристик центрального банка.

Что касается наиболее предпочтительного, с точки зрения минимизации функции потерь правительства (и общества), варианта взаимодействия фискальных и монетарных властей, то при целевых значениях валютного курса в интервале $e'' \leq e^* < e(p^*, g^*)$, механизм взаимодействия правительства и центрального банка на втором шаге не имеет значения.

Выбор максимально большой меры консервативности центрального банка на первом шаге и взаимодействие при фискальном лидерстве на втором шаге является наиболее предпочтительным для правительства вариантом при целевом значении валютного курса $e^* < e''$.

2.5. Обобщение результатов анализа модели

В условиях, когда фискальные власти выбирают меру консервативности монетарных властей на первом шаге игры, в результате анализа взаимодействия правительства и центрального банка по Нэшу, в рамках фискального и монетарного лидерства при различных вариантах соотношения целей по валютному курсу, государственным расходам и инфляции³⁷ $p^* = p(e^*, g^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$ получены следующие выводы.

Имеют место значения целевого валютного курса $\bar{e}$, e'' , e' , при переходе через которые результаты взаимодействия правительства и центрального банка в рамках двухшаговой игры принципиально изменяются. Необходимо выделить следующие случаи:

1. $e^* > \bar{e}$. Оптимальным для правительства является выбор конкретного положительного значения меры консервативности при взаимодействии

по Нэшу и фискальном лидерстве, и более высокого значения меры консервативности при монетарном лидерстве на втором шаге игры. Оптимальная комбинация в каждом из трех вариантов взаимодействия, при соответствующей мере консервативности центрального банка, является вторым наилучшим решением для правительства.

2. $e'' < e^* \leq \bar{e}$. Правительство выбирает нулевую меру консервативности центрального банка, при которой результатом взаимодействия по Нэшу, в рамках фискального и монетарного лидерства является одна и та же оптимальная комбинация. Второе наилучшее решение для правительства достигается только в случае, когда $e^* = \bar{e}$.
3. $e^* = e''$. В ситуации взаимодействия по Нэшу или монетарного лидерства на втором шаге, правительство выбирает нулевую меру консервативности центрального банка на первом шаге, при которой оптимальная комбинация совпадает для указанных вариантов взаимодействия. При фискальном лидерстве на втором шаге, правительство может выбрать как нулевое, так и максимально большое значение меры консервативности, то есть сформировать центральный банк, который будет заботиться только о достижении цели по валютному курсу или только цели по инфляции соответственно. В случае выбора нулевого значения меры консервативности решение при фискальном лидерстве совпадает с тем, что получено в равновесии по Нэшу и при монетарном лидерстве.
4. $e' < e^* < e''$. Оптимальным для правительства будет выбор нулевого значения меры консервативности центрального банка при взаимодействии по Нэшу и монетарном лидерстве, при которых равновесные комбинации совпадают, и максимально большого — при фискальном лидерстве на втором шаге.
5. $e^* = e'$. В условиях взаимодействия по Нэшу и монетарного лидерства для правительства нет необходимости выбора оптимальной меры консервативности центрального банка, так как при любом ее значении равновесной будет единственная комбинация. В ситуации фискального лидерства правительство выберет максимально большую меру консервативности центрального банка.
6. $e^* < e'$. Правительство формирует центральный банк, который стремится только к достижению цели по инфляции (то есть с максимально большим значением меры консервативности), независимо от механизма взаимодействия (по Нэшу, при фискальном или монетарном лидерстве) на втором шаге. При этом в равновесии по Нэшу и в условиях монетарного лидерства оптимальные комбинации совпадают.

В случаях, когда правительство выбирает нулевую или максимально большую меру консервативности монетарных властей, единственным способом является назначение полностью независимого от фискальных властей главы центрального банка с собственной мерой консервативности, соответствующей оптимальному значению. В ситуации, когда оптимальная мера консервативности центрального банка принимает промежуточное между нулем и единицей значение, существует еще один вариант формирования данной характеристики монетарных властей, при котором назначается в определенной степени зависимый от правительства глава центрального банка с любым собственным значением меры консерватив-

³⁷ Соотношение целевых значений по инфляции и выпуску предполагается неизменным $y^* > y(p^*)$.

ности. Степень независимости (d), предоставляемая центральному банку, согласно (35), определяется соотношением собственной меры консервативности главы центрального банка, меры консервативности правительства и оптимальной меры консервативности монетарных властей. При этом, если собственная мера консервативности главы центрального банка больше меры консервативности правительства $\lambda_{cb}^p > \lambda_g^p$, то имеет место положительная связь между оптимальной мерой консервативности и степенью независимости монетарных властей³⁸, в случае, когда $\lambda_{cb}^p > \lambda_g^p$, наблюдается отрицательная связь между указанными характеристиками центрального банка.

В соответствии с критерием минимизации функции потерь правительства (и общества), если целевые значения валютного курса $e^* \geq e''$, то при выборе правительством соответствующей оптимальной меры консервативности на первом шаге, механизм организации взаимодействия, по Нэшу, фискальное или монетарное лидерство, правительства и центрального банка на втором шаге не имеет значения, так как все они приводят к одному и тому же результату. В рамках этого случая, при $e^* \geq e''$ достигается второе наилучшее решение для правительства.

В случае целевых значениях валютного курса $e^* < e''$ и формировании правительством соответствующего оптимального значения меры консервативности центрального банка, результаты взаимодействия по Нэшу и при монетарном лидерстве совпадают, но наиболее предпочтительным, с точки зрения минимизации потерь общества, является лидерство правительства на втором шаге игры.

3. Оценка взаимодействия фискальных и монетарных властей в России

Проведенный выше анализ позволяет сделать определенные выводы и рекомендации относительно проведения фискальной и монетарной политики Правительством РФ и Банком России, так как предпосылки модели, рассмотренной в предыдущих главах, позволяют учесть особенности российской экономики и приоритеты фактически проводимой макроэкономической политики.

3.1. Предпочтения правительства

Функция потерь, отражающая предпочтения фискальных властей относительно целевых переменных, включает выпуск, инфляцию и государственные расходы. Правительство, несомненно, стремится к поддержанию устойчивых и довольно высоких темпов экономического роста в стране. В Послании Федеральному Собранию РФ в 2003 г. президентом была поставлена стратегическая цель по удвоению ВВП страны за 7–10 лет. В настоящее время акцент несколько смещен в сторону обсуждения проблемы качества экономического роста, но задача по удвоению ВВП остается в повестке дня. Однако стоит отметить неод-

³⁸ Здесь имеется в виду следующее: чем больше значение оптимальной меры консервативности монетарных властей, тем больше степень независимости, которая им предоставляется (т.е. тем меньше d).

нократные заявления министра экономического развития и торговли Г. Грефа и других представителей власти о невозможности достижения такого результата в течение указанного периода, и на то есть свои основания. Для удвоения ВВП за 10 лет необходимо, чтобы экономика России в среднем показывала темпы роста не менее 7,2% в год, не говоря уже о неоднократно звучавшем сроке удвоения к 2010 г., при котором экономический рост в среднем должен быть более 9% в год. Согласно статистическим данным за последние 4 года (см. табл. 1), указанной средней планки экономика России достигала в 2003–2004 гг., когда рост составлял 7,3 и 7,1% соответственно. В 2005–2006 гг. наблюдается замедление.

Таблица 1. Темпы экономического роста в России в 2003–2006 гг. и прогноз на 2007 г.

Год	2003	2004	2005	2006	2007 – Прогноз			
Темп роста ВВП (%)	7,3	7,1	6,4	6,7	МЭРТ	ВБ	МВФ	ОЭСР
					6,5	6,5–7	6,4–7	6,5

Источник: 2003–2006 гг. – Федеральная служба статистики.
Прогнозы – данные соответствующих организаций.

Прогнозы Министерства экономического развития и торговли, а также международных организаций: Всемирного банка, Международного валютного фонда, Организации экономического сотрудничества и развития – не сильно отличаются от показателей темпов роста, наблюдавшихся в последние два года. Учитывая, что экономика России пока развивается медленнее, чем в среднем необходимо для достижения поставленной цели по удвоению ВВП, на фоне инфляции, которая выходит за границы запланированных значений³⁹, предпосылка в рамках модели о соотношении целей по ВВП и инфляции $y^* > y(p^*)$, представляется обоснованной.

Второй важнейшей целью правительства является снижение инфляции. В последнее время можно сказать, что эта задача выходит на первый план, судя по высказываниям президента В.В. Путина, министра финансов А. Кудрина и других представителей власти. В соответствии с Бюджетным посланием президента в 2007 г., «в перспективе должно быть обеспечено снижение инфляции до приемлемого уровня 3–4% в год».

Включение переменной госрасходов в целевую функцию правительства отражает наличие уровня госрасходов, отклонение от которого как в ту, так и в другую сторону нежелательно. С одной стороны, правительство имеет определенные социальные обязательства, кроме того, для реализации заявленных приоритетных национальных проектов в образовании, здравоохранении, агропромышленном комплексе, жилищном строительстве, необходимо финансирование. С другой стороны, в пояснительной записке к проекту федерального бюджета на 2007 г. среди основных задач бюджетной политики названо «последовательное снижение темпов инфляции». Таким образом, правительство, нацеленное на обуздание инфляции, не может допустить значительного роста бюджетных расходов.

³⁹ Более подробно об инфляции будет сказано ниже.

Возвращаясь к общенациональным проектам, на финансирование каждого из них не может быть направлено более 5–10% объема средств государственного бюджета. В этой же плоскости находится и вопрос создания Стабилизационного фонда, целью которого является не только аккумулирование доходов, получаемых вследствие благоприятной ценовой конъюнктуры на мировых рынках сырья, но и ограничение поступления этих средств в экономику во избежание роста инфляции. Неоднократно возникали дискуссии о возможности использования средств Стабилизационного фонда, в частности, для реализации масштабных инфраструктурных проектов, но преобладающей пока остается точка зрения о его неприкосновенности. Стабилизационный фонд, ограничивающий госрасходы, выступает своеобразным инструментом стерилизации.

Целевые значения выпуска и государственных расходов определяются правительством. Вопрос установления целевого значения инфляции обсуждается ниже.

3.2. Предпочтения центрального банка

В «Основных направлениях единой государственной денежно-кредитной политики на 2007 г.», документе, характеризующем ключевые принципы и приоритеты, цели и инструменты денежно-кредитной политики, «неуклонное снижение инфляции и обеспечение устойчивости национальной валюты» рассматривается в качестве «основных задач на современном этапе развития российской экономики». Основной и конечной целью проводимой политики Банк России из года в год называет «устойчивое снижение инфляции и поддержание ее на низком уровне». Центральный банк РФ заявляет о стремлении к переходу в перспективе к режиму инфляционного таргетирования, который подразумевает использование процентной ставки в качестве основного инструмента денежно-кредитной политики и ограничение присутствия центрального банка на внутреннем валютном рынке. Но в настоящее время в России не действуют элементы механизма «тонкой настройки». Как признается в «Основных направлениях»⁴⁰ на 2007 г., «влияние процентных ставок по операциям Банка России на уровень процентных ставок в экономике является ограниченным». С учетом этого в рамках построенной модели процентная ставка не рассматривается в качестве инструмента российского центрального банка.

В отношении политики валютного курса, начиная с 2004 г., Банк России заявляет о применении режима управляемого плавления. Реальный эффективный курс рубля используется как важный индикатор курсовой политики, динамика которого отражает изменение конкурентоспособности российских товаров-производителей на внутреннем и внешнем рынках. С 2003 г. ЦБ РФ определяет пределы укрепления реального эффективного курса рубля. В качестве операционного ориентира рассматривается рублевая стоимость корзины, состоящей из евро и доллара США.

В последние годы, в результате роста мировых цен на нефть и другие сырьевые товары, которые составляют основную часть российского экспорта, и как следствие, увеличения сальдо торгового баланса, а также снижения чистого от-

тока капитала из негосударственного сектора экономики, наблюдается колоссальный приток валюты в страну. Практически постоянное превышение предложения иностранной валюты над спросом на внутреннем рынке предполагало достаточно выраженное укрепление курса рубля, и потенциал его представлялся гораздо большим, чем это было целесообразно с точки зрения Центрального банка России. Банк России постоянно присутствует на валютном рынке с целью воздействия на динамику курса рубля, проводя валютные интервенции и, чаще всего, выступая в качестве нетто-покупателя иностранной валюты. Хотя российский центральный банк в качестве основной цели валютных интервенций называл лишь «сглаживание резких колебаний валютного курса, не обусловленных действием фундаментальных экономических факторов», курсовая политика большей частью играла доминирующую роль и имела четкую направленность на сдерживание укрепления курса рубля, на что явно указано лишь в «Основных направлениях на 2007 г.».

С учетом сложившейся картины, при построении модели авторы рассматривают номинальный валютный курс рубля к доллару США как инструмент российского центрального банка и, кроме того, наряду с переменной инфляции, включают его в целевую функцию монетарных властей. Как известно, Банк России называет ориентиром валютной политики курс рубля к бивалютной корзине из евро и доллара США, но использование номинального курса рубля в данной ситуации является обоснованным. В зависимости от динамики курса евро/доллар США на мировом рынке Банк России изменяет курс доллара к рублю таким образом, чтобы курс рубля к бивалютной корзине из евро и доллара США изменялся с определенными темпами.

Хотя в «Основных направлениях», как правило, указывается, что «денежно-кредитная политика направлена на создание условий для долгосрочного экономического роста», функция потерь центрального банка не включает переменной выпуска, так как явные подтверждения тому, что Банк России напрямую заботится о поддержании темпов экономического роста, отсутствуют. Данный вывод получен и в работе Лозгачевой и Шульгина (2005), где эконометрически доказано, что задача поддержания определенных темпов роста ВВП не входит в цели Банка России. Заявления о необходимости обеспечения конкурентоспособности российских производителей учитываются через переменную валютного курса в целевой функции центрального банка.

3.3. Статус Банка России

Отдельным является вопрос о статусе центрального банка и возможности фискальных властей оказывать влияние на проводимую им политику. Как было отмечено в обзоре литературы, под независимостью принято понимать полный контроль центрального банка над инструментами монетарной политики, а под консервативностью — степень его предпочтения достижения цели по выпуску относительно цели по инфляции.

На законодательном уровне, в соответствии с Конституцией РФ, а также ФЗ «О Центральном банке Российской Федерации (Банке России)»⁴¹, принцип

⁴⁰ «Основные направления единой государственной денежно-кредитной политики».

⁴¹ Ст. 75 Конституции РФ и ст. 1, 2 ФЗ «О Центральном Банке Российской Федерации (Банке России)».

независимости является «ключевым элементом правового статуса Центрального банка Российской Федерации». Функции и полномочия, предусмотренные Конституцией РФ и Федеральным законом «О Центральном банке Российской Федерации (Банке России)», Банк России осуществляет независимо от органов государственной власти всех уровней.

В то же время в законе о Центральном банке прописано, что проведение единой денежно-кредитной политики Банк России должен осуществлять во взаимодействии с Правительством РФ. В «Основных направлениях на 2007 г.» указано, что при составлении данного документа Банк России учитывает основные параметры прогноза социально-экономического развития Российской Федерации, разработанного Правительством РФ, проекты федерального бюджета, а также то, что правительство и центральный банк совместно устанавливают цель по инфляции.

В соответствии с тем же документом, «Банк России придает большое значение обеспечению согласованности в реализации денежно-кредитной и бюджетной политики. При этом будет учитываться влияние бюджетных факторов на состояние денежного рынка. В случае ослабления бюджетной политики Банк России в целях предотвращения возможных инфляционных последствий будет вынужден принимать меры, направленные на увеличение объема абсорбирования, и при необходимости — корректировать параметры денежно-кредитной политики». При этом Банк России совершенно не прописывает, что есть «большое значение» и «согласованность», а также, когда наступает «необходимость», что значит «корректировать» и какие «параметры денежно-кредитной политики».

С одной стороны, Центральный банк России указывает на стремление к проведению согласованной монетарной и фискальной политики, учитывает влияние последней на результаты монетарной политики, а также допускает возможность корректировки собственных действий в ответ на изменения политики фискальных властей, а с другой — абсолютно не конкретизирует механизмы, через которые это реализуется или предполагается реализовать. Таким образом, имеет место проблема отсутствия четкой позиции Банка России (по крайней мере, четко прописанной) относительно степени взаимодействия с фискальными властями и согласования фискальной и монетарной политики.

Тем не менее из официальных выступлений и заявлений как представителей российского центрального банка, так и фискальных властей, можно сделать вывод о том, что Банк России не только принимает во внимание действия и пожелания правительства, но, скорее всего, непосредственно им следует. Представители фискальной власти позволяют себе делать заявления как относительно целей и приоритетов Банка России, так и его инструментов. Например, министр А. Кудрин, выступая на лекции в Высшей школе экономики, сообщил, что «Центральный банк укрепит рубль, если других мер по удержанию инфляции будет недостаточно».

Таким образом, Банк России сильно зависит от фискальных властей и фактически лишен свободы действий. В терминах построенной модели это значит, что правительство, определяя параметр меры консервативности (а следовательно, и независимости) центрального банка, может оказывать влияние на его предпочтения относительно целей по инфляции и валютному курсу. Что касается самих целевых значений указанных переменных, то о фактической степени участия Центрального банка России в их определении можно делать

только предположения. Но с учетом сказанного выше, в рамках модели предполагается, что правительство (либо самостоятельно, либо в той или иной мере консультируясь с центральным банком) определяет целевые значения инфляции и валютного курса.

3.4. Выводы и рекомендации

В главе 2 анализ модели проводился для разных случаев соотношения целевых значений инфляции и валютного курса при целевом значении государственных расходов:

- (1) $p^* = p(e^*, g^*)$ — соответствие целей по инфляции и валютному курсу;
- (2) $p^* < p(e^*, g^*)$ — завышенная цель по валютному курсу относительно цели по инфляции;
- (3) $p^* > p(e^*, g^*)$ — заниженная цель по валютному курсу относительно цели инфляции.

В России в последние годы фактическая инфляция превышает запланированные целевые значения (см. табл. 2). Исключение составил лишь 2003 г., когда инфляция вписалась в планируемый интервал. В рамках модели это значит, что цель по темпам укрепления национальной валюты слишком высока для установленного целевого значения инфляции. Иными словами, для достижения цели по инфляции необходимо, чтобы рубль укреплялся более быстрыми темпами.

Таблица 2. Фактические и прогнозные значения инфляции в 2002–2006 гг.

Год	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Прогноз	18,0	12,0–14,0	12,0–14,0	10,0–12,0	8,0–10,0	7,5–8,5	7,0–8,5
Факт	20,2	18,6	15,1	12,0	11,7	10,9	9,0

Источники: ЦБ РФ, ФСГС.

Данная ситуация соответствует случаю соотношения целей $p^* < p(e^*, g^*)$, рассмотренному в рамках модели. Вариант заниженной цели по валютному курсу относительно целевого значения инфляции, $p^* > p(e^*, g^*)$, интересен для анализа с теоретической точки зрения, но такая ситуация не соответствует российской действительности последних лет. Следовательно, остановимся на рассмотрении случая $p^* \leq p(e^*, g^*)$, когда цель по валютному курсу завышена или соответствует цели по инфляции.

При указанном соотношении целей необходимо рассматривать два интервала для целевых значений валютного курса из тех, что были выделены в процессе теоретического анализа в разделе 2: $e^* > \bar{e}$ и $e'' < e^* \leq \bar{e}$. Учитывая, что $e'' < e(p^*, g^*)$, ограничим второй интервал до $e(p^*, g^*) < e^* \leq \bar{e}$.

В случае, когда целевое значение валютного курса находится в интервале $e(p^*, g^*) < e_1^* \leq \bar{e}$, как показано на рисунке 5, оптимальным для правительства

будет формирование нулевой меры консервативности центрального банка, что достигается предоставлением полной независимости монетарным властям с собственной мерой консервативности, равной нулю. В этой ситуации центральный банк будет стремиться только к достижению целевого значения валютного курса, а забота об инфляции останется уделом правительства.

При нулевой мере консервативности монетарных властей не имеет значения, какой их трех механизмов — по Нэш, фискальное или монетарное лидерство — будет лежать в основе взаимодействия правительства и центрального банка. Все они дают один и тот же результат. Второе наилучшее решение для правительства (и общества) достигается лишь в случае, когда цель по валютному курсу соответствует верхней границе рассматриваемого интервала $e_1^* = \bar{e}$.

Вывод о необходимости формирования такого центрального банка, который не принимает во внимание инфляцию, а заботится лишь о валютном курсе, является неожиданным, особенно если рассматривать его в качестве рекомендации для России. Кроме того, сложно представить, что правительство возьмет на себя весь груз ответственности в решении проблемы инфляции в стране. Вывод о назначении центрального банка, ответственного только за политику валютного курса, также не слишком согласуется с заявлениями о стремлении Банка России в перспективе перейти к политике инфляционного таргетирования. Но, несмотря на все перечисленные замечания, полученный результат, несомненно, заслуживает внимания.

Во втором случае, когда $e_2^* > \bar{e}$ (см. рисунок 5), оптимальная мера консервативности монетарных властей является положительной величиной, которая определяет степень предпочтительности для монетарных властей достижения цели по инфляции относительно цели по валютному курсу. В данной ситуации центральный банк учитывает как цель по инфляции, так и по валютному курсу, а правительство, выбирая меру консервативности, расставляет для него приоритеты в достижении указанных целей.

Оптимальная комбинация в равновесии по Нэш, при фискальном и монетарном лидерстве совпадает со вторым наилучшим решением для правительства, но для ее достижения при монетарном лидерстве необходима более высокая мера консервативности центрального банка, чем в случаях взаимодействия по Нэш и фискального лидерства.

Таким образом, в ситуации, когда целевое значение валютного курса лежит в области $e_2^* > \bar{e}$, выбрав оптимальное значение меры консервативности центрального банка, правительство всегда сможет обеспечить достижение комбинации второго наилучшего решения для общества при любом механизме взаимодействия правительства и центрального банка на втором шаге (по Нэш, фискальное или монетарное лидерство).

Случай, когда в оптимуме центральный банк должен стремиться к достижению двух целей — по валютному курсу и инфляции — более соответствует российским реалиям и представлениям правительства (и общества) о предпочтениях центрального банка. Кроме того, как было отмечено, Банк России не является независимым. В рамках данного случая одним из вариантов формирования оптимальной меры консервативности является предоставление монетарным властям не полной, а той или иной степени независимости, которая определяется с учетом их собственной меры консервативности.

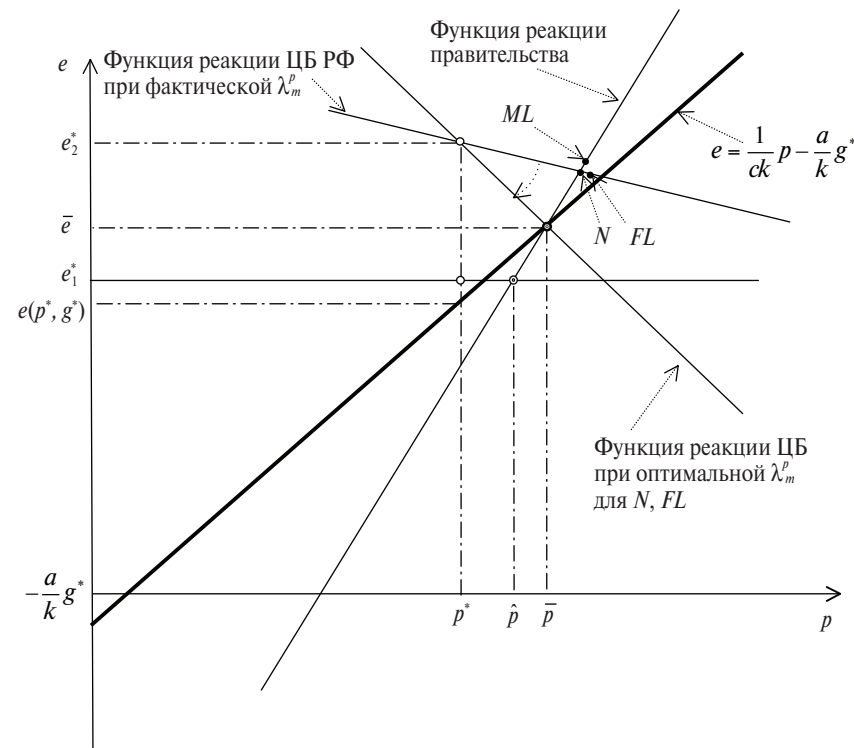


Рис. 5. Оптимальные комбинации для ЦБ РФ и правительства РФ при $y^* > y(p^*)$, $p^* \leq p(e^*, g^*)$

Таким образом, обобщая результаты в рамках данной модели, оптимальным выбором правительства, в зависимости от соотношения целей по инфляции и валютному курсу, должно быть назначение полностью независимого центрального банка, нацеленного только на проведение валютной политики, или в определенной степени консервативного центрального банка, который в определенной правительством мере заботится о достижении целей как по инфляции, так и по валютному курсу.

Выводы, представленные выше, описывают оптимальные варианты, к которым необходимо стремиться. Но для того, чтобы определить, в каком направлении двигаться к оптимуму, какие преобразования осуществлять, необходимо определить точку отсчета, то есть осознать текущее положение дел. Определим, в какой точке, в рамках описанной модели, вероятнее всего, находится Россия в 2006–2007 гг.

Как было отмечено выше в данной главе, хотя задача поддержания высоких темпов экономического роста сохраняется в повестке дня, проблема обуздания

инфляции в последнее время выходит на первый план, судя по высказываниям представителей фискальных властей. Следовательно, точка, которая характеризует текущую ситуацию в России, находится на рисунке 5 справа от точки второго наилучшего решения для правительства, то есть в области более высоких значений инфляции и валютного курса, чем $(\bar{e}, \bar{p})$ ⁴². При целевом значении валютного курса e_2^* Центральный банк России имеет слишком низкую, по сравнению с оптимальной, меру консервативности, то есть заботится о цели по валютному курсу относительно цели по инфляции в большей степени, чем это требуется с оптимальной точки зрения. На рисунке 5 показана функция реакция Банка России при фактическом значении меры консервативности, а также комбинации, которые будут иметь место при взаимодействии по Нэш, фискальном и монетарном лидерстве (обозначены, соответственно, N , FL , ML). Значения инфляции и валютного курса во всех этих комбинациях выше, чем $(\bar{e}, \bar{p})$, что, скорее всего, и имеет место в России.

Для достижения второго наилучшего решения правительства $(\bar{e}, \bar{p}, g^*)$, необходимо увеличить меру консервативности центрального банка до оптимального значения, при котором он в большей степени будет стремиться к достижению цели по инфляции, чем по валютному курсу, по сравнению с тем, что наблюдается в текущий момент. Вследствие изменения меры консервативности функция реакции центрального банка повернется по часовой стрелке, как показано на рисунке 5 для случаев взаимодействия по Нэшу и фискального лидерства, которые дают одинаковый результат. В ситуации монетарного лидерства на втором шаге, необходимо увеличить меру консервативности в большей степени, но механизм монетарного лидерства маловероятен в российской практике, поэтому на рисунке не показан. При повышении меры консервативности центрального банка, степень его независимости может измениться как в одну, так и в другую сторону, в зависимости от соотношения значений собственной меры консервативности центрального банка и меры консервативности правительства. Если исходить из традиционного представления о более консервативном по сравнению с правительством ЦБ, то оптимальным ответом правительства на сложившуюся ситуацию должно стать увеличение независимости ЦБ.

Таким образом, в настоящее время российский центральный банк уделяет слишком большое внимание политике валютного курса, по сравнению с проблемой инфляции. Увеличение меры консервативности монетарных властей до оптимального уровня будет способствовать снижению инфляции, ради которого, правда, придется допустить укрепление национальной валюты и несколько пожертвовать целью экономического роста, но в этом и отражается смещение акцентов в проведении политики, наблюдаемое в настоящее время.

⁴² Причин попадания в данную область можно выделить несколько. Например, к этому могли привести увеличение консервативности правительства или непрописанные в модели изменения в механизме монетарной трансмиссии — шоки совокупного спроса и/или немонетарные инфляционные шоки, и др.

В настоящей работе проведено исследование теоретической модели взаимодействия правительства и центрального банка, построенной с учетом особенностей российской экономики и проводимой в стране политики. В отличие от традиционных предпосылок большинства исследований в данной области, в рамках представленной модели целевые функции правительства и центрального банка характеризуются разным набором переменных, а предпочтения и степень независимости центрального банка формируются правительством, то есть эндогенно определяются внутри модели.

В процессе теоретического анализа модели учитывались различные варианты соотношения целевых значений валютного курса, инфляции и государственных расходов. Что касается механизмов взаимодействия правительства и центрального банка, то рассматривались случаи равновесия по Нэшу, фискального лидерства и монетарного лидерства.

В ходе исследования модели были выделены интервалы, и отдельные значения валютного курса, в которых, при заданных целях по инфляции и госрасходам, оптимальное взаимодействие правительства и центрального банка принципиально отличается. Основными являются следующие результаты:

1. В зависимости от целевого значения валютного курса, оптимальным для правительства будет выбор нулевой или максимально большой меры консервативности для полностью независимого центрального банка или определенной положительной меры консервативности в конкретной степени независимого центрального банка.

2. Для целевых значений валютного курса, которые лежат выше определенной границы, рассмотренные механизмы взаимодействия правительства и центрального банка, по Нэшу, при фискальном и монетарном лидерстве, при оптимальной мере консервативности монетарных властей приводят к одной и той же комбинации валютного курса, инфляции, госрасходов и выпуска. Иными словами, если правительство определяет оптимальную степень консервативности (и независимости) центрального банка, то не имеет значения, каким образом будет организовано их дальнейшее взаимодействие. В рамках данного случая, при относительно высоких значениях валютного курса, достижимо второе наилучшее решение для правительства.

3. В ситуации, когда целевые значения валютного курса лежат ниже указанной границы, при оптимальной мере консервативности центрального банка взаимодействие по Нэшу и монетарное лидерство приводят к одному и тому же результату, но более предпочтительным, по критерию максимизации общественного благосостояния, является вариант фискального лидерства.

Взаимодействие фискальных и монетарных властей в России рассматривается в рамках модели с учетом того, что в последние годы наблюдается завышение цели по темпам укрепления национальной валюты при заявляемой цели по инфляции. В такой ситуации, в зависимости от конкретного целевого значения валютного курса, оптимальными являются два варианта:

1. Выбор правительством нулевой меры консервативности центрального банка с предоставлением ему полной независимости. В этом случае центром внимания Банка России будет лишь валютная политика. Второе наилучшее ре-

шение для правительства достижимо только при одном целевом значении валютного курса.

2. Формирование определенной положительной меры консервативности монетарных властей, при которой всегда достигается второе наилучшее решение для правительства. Оптимальная степень независимости будет определяться соотношением значений собственной меры консервативности центрального банка, меры консервативности правительства и оптимальной меры консервативности монетарных властей.

При этом, в каждом из двух описанных случаев дальнейший механизм организации взаимодействия правительства и центрального банка не имеет значения, так как при оптимальной мере консервативности монетарных властей все они приводят к одному результату.

Проанализировав в терминах модели текущую ситуацию в России, авторы приходят к выводу о том, что некоторое повышение меры консервативности и степени независимости российского центрального банка, вероятно, будет иметь положительный эффект в текущей ситуации, требующей достижения более низких значений инфляции.

Литература

Andersen T., Schneider F. (1986) "Coordination of Fiscal and Monetary Policy under Different Institutional Arrangements", *European Journal of Political Economy*, 2(2), p. 169–191.

Barro R., Gordon D. (1983) "Rules, Discretion and Reputation in a Model of Monetary Policy", *Journal of Monetary Economics*, 12(1), p. 101–121.

Bartolomeo G., Gioacchino D. (2003) "Monetary and Fiscal Policy Coordination: Strategies and Institutions", University of Roma "La Sapienza", mimeo.

Benigno P., Woodford M. (2003) "Optimal Monetary and Fiscal Policy: A Linear-quadratic Approach", NBER Working Paper, 9905.

Buti M., Roeger W., In't V. (2001) "Stabilizing output and inflation in EMU: Policy, Conflicts and Cooperation under the Stability Pact", *Journal of Common Market Studies*, 39(5), p. 801–828.

Calvo G. (1983) "Staggered Prices in a Utility-Maximizing Framework", *Journal of Monetary Economics*, 12(3), p. 383–398.

Castellani F., Debrun X. (2005) "Designing Macroeconomic Frameworks: A Positive Analysis of Monetary and Fiscal Delegation", *International Finance*, 8(1), p. 87–117.

Clarida R., Gali J., Gertler M. (1999) "The Science of Monetary Policy: A New Keynesian Perspective", *Journal of Economic Literature*, 37(4), p. 1661–1707.

Clarida R., Gali J., Gertler M. (2001) "Optimal Monetary Policy in Open Versus Closed Economies: An Integrated Approach", *The American Economic Review*, 91(2), p. 248–252.

Dixit A., Lambertini L. (2003) "Interactions of Commitment and Discretion in Monetary and Fiscal Policies", *The American Economic Review*, 93(5), p. 1522–1542.

Gali J., Monacelli T. (2002) "Monetary Policy and Exchange Rate Volatility in a Small Open Economy", NBER Working Paper 8905.

Hughes Hallett A., Weymark D. (2005) "Independence before Conservatism: Transparency, Politics and Central Bank Design", *German Economic Review*, Volume 6, Number 1, February, p. 1–21.

Hughes Hallett A., Weymark D. (2004) "Independent Monetary Policy and Social Equity", *Economic Letters*, 85, p. 103–110.

Leitemo K. (2004) "A Game between the Fiscal and Monetary Authorities under inflation targeting", *European Journal of Political Economy*, 20, p. 709–724.

Leith C., Wren-Lewis S. (2000) "Interactions between Monetary and Fiscal Policy Rules", *The Economic Journal*, 110, p. 93–108.

Melitz J. (1997) "Some Cross-Country Evidence about Debt, Deficits, and the Behavior of Monetary and Fiscal Authorities", CERP Discussion Paper, 1653.

Muscattelli A., Tirelli P., Trecroci C. (2004) "Fiscal and Monetary Policy Interactions: Empirical Evidence and Optimal Policy Using a Structural New-Keynesian Model", *Journal of Macroeconomics*, 26, p. 257–280.

Muscattelli A., Tirelli P. (2005) "Analyzing the Interaction of Monetary and Fiscal Policy: Does Fiscal Policy Play a Valuable Role in Stabilisation", *CESifo Economic Studies*, 4, p. 549–585.

Perez J.J., Hiebert P. (2002) "Identifying Endogenous Fiscal Policy Rules for Macroeconomic Models", ECB Working Paper, 156.

Persson T., Tabellini G. (1994) "Designing Institutions for Monetary Stability", in T. Persson and G. Tabellini (eds), *Monetary and Fiscal Policy. Volume 1: Credibility*. Cambridge, MA: MIT Press.

Rogoff K. (1985) "The optimal Degree of Commitment to an Intermediate Monetary Target", *Quarterly Journal of Economics*, 100(4), p. 1169–1189.

Schmitt-Grone S., Uribe M. (2002) "Optimal Fiscal and Monetary Policy under Sticky Prices", NBER Working Paper, 9220.

Svensson L. (1997) "Optimal Inflation Targets, Conservative Central Banks and Linear Inflation Contracts", *The American Economic Review*, 85(1), p. 356–361.

Von Hagen J., Hughes H., Strauch R. (2001) "Budgetary Consolidation in EMU", *Economic Papers*, 148, European Commission.

Walsh Ch. (1995) "Optimal Contracts for Central Bankers", *The American Economic Review*, 85, p. 150–167.

Центральный банк Российской Федерации «Основные направления единой государственной денежно-кредитной политики», 2000–2007 гг.

Путин В.В. Послание Федеральному Собранию Российской Федерации от 26 апреля 2007 г.

Путин В.В. Бюджетное послание Федеральному Собранию Российской Федерации о бюджетной политике в 2008–2010 гг., 9 марта 2007 г.

Лозгачева Е.Н., Шульгин А.Г. «Эконометрическое тестирование основных принципов монетарной политики ЦБ РФ», Тезисы 28-ой Международной школы-семинара им. Шаталина. Воронеж, 2005.

Петров И. «Банкиры оптимистичнее министров», *Российская газета*, № 3563, 28 августа 2004 год.

Щеглов А. «Инфляция продолжает снижаться» Информационный канал «Вести» (<http://www.vesti.ru/doc.html?id=124562&cid=6>).

<http://www.president.cremlin.ru> — сайт Президента России.

<http://www.cbr.ru> — Официальный сайт Банка России.

<http://www.gks.ru> — сайт Федеральной службы государственной статистики.

Приложения

Приложение 1

Второе наилучшее решение для правительства

Решим задачу минимизации функции потерь правительства при любом заданном объеме госрасходов:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y (y - y^*)^2 + \lambda_g^p (p - p^*)^2 + \lambda_g^g (g - g^*)^2 \right] \rightarrow \min_y$$

s.t. $p = cy$

Получаем:

$$\bar{y} = \frac{\lambda_g^y y^* + \lambda_g^p c p^*}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2}, \quad \bar{p} = \frac{c(\lambda_g^y y^* + \lambda_g^p c p^*)}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} \quad (\text{П.1})$$

Найдена единственная, не зависящая от объема госрасходов, оптимальная комбинация выпуска и инфляции для правительства. Определим, как она соотносится с целевой точкой (y^*, p^*) .

Учитывая, что $y^* > y(p^*)$, запишем

$$y^* = \frac{1}{c} p^* + \varepsilon, \quad (\text{П.2})$$

где $\varepsilon = y^* - y(p^*) > 0$, и подставим в выражение для оптимальной инфляции из (П.1):

$$\bar{p} = \frac{c(\lambda_g^y (\frac{1}{c} p^* + \varepsilon) + \lambda_g^p c p^*)}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} = p^* + \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} > p^*. \quad (\text{П.3})$$

Из (П.2) выразим $p^* = cy^* - \varepsilon$ и подставим в оптимальный выпуск из (П.1):

$$\bar{y} = \frac{\lambda_g^y y^* + \lambda_g^p c (cy^* - \varepsilon)}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} = y^* - \frac{\lambda_g^p c^2 \varepsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} < y^*. \quad (\text{П.4})$$

Учитывая значения параметров $c, \lambda_g^p, \lambda_g^y, \varepsilon$, получили $\bar{y} < y^*, \bar{p} > p^*$.

Утверждение 1 доказано.

Приложение 2

Решение задачи взаимодействия по Нэшу

Функции реакции правительства и центрального банка находятся с помощью минимизации функций потерь фискальных и монетарных властей по переменным госрасходов и валютного курса соответственно.

Задача правительства:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y (y - y^*)^2 + \lambda_g^p (p - p^*)^2 + \lambda_g^g (g - g^*)^2 \right] \rightarrow \min_g$$

s.t. $p = cy,$
 $y = ag + ke.$

Задача центрального банка:

$$L_m = \frac{1}{2} \left[\lambda_m^p (p - p^*)^2 + \lambda_m^e (e - e^*)^2 \right] \rightarrow \min_e$$

s.t. $p = cy,$
 $y = ag + ke.$

Решая задачу (П.5), получаем функцию реакции правительства:

$$g = \frac{\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y a y^* + \lambda_g^p c a p^*}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} - \frac{(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) a k}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} e \quad (\text{П.7})$$

Решая задачу (П.6), получаем функцию реакции центрального банка:

$$e = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p c k p^*}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} - \frac{\lambda_m^p a c^2 k}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} g \quad (\text{П.8})$$

Решаем совместно систему из двух уравнений (П.7 и П.8), получаем оптимальные значения валютного курса и государственных расходов в равновесии по Нэшу соответственно (точка пересечения кривых реакций):

$$e^N = \frac{\lambda_m^p c k (\lambda_g^y a^2 (p^* - cy^*) + \lambda_g^g (p^* - cag^*)) + \lambda_m^e e^* (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \quad (\text{П.9})$$

$$g^N = \frac{\lambda_m^p c k^2 (\lambda_g^g c g^* - \lambda_g^y a (p^* - cy^*)) + \lambda_m^e (\lambda_g^p c a (p^* - cke^*) + \lambda_g^y a (y^* - ke^*) + \lambda_g^g g^*)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \quad (\text{П.10})$$

Подставляя найденные оптимальные значения валютного курса и госрасходов в функции совокупного спроса (3) и предложения (4), получаем оптимальные значения инфляции и выпуска в равновесии по Нэш:

$$y^N = ag^N + ke^N \quad (\text{П.11})$$

$$p^N = cy^N \quad (\text{П.12})$$

Приложение 3 Уравнения функций реакции фискальных и монетарных властей в осях (e, p)

Функции реакции правительства и центрального банка в осях (e, p) получаются соответствующей подстановкой функций реакций (П.7) и (П.8) в уравнение совокупного предложения (4) с учетом (3).

Функция реакции правительства в осях (e, p)

$$e = -\frac{a(\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y ay^* + \lambda_g^p cap^*)}{\lambda_g^g k} + \frac{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g}{\lambda_g^g ck} p \quad (\text{П.13})$$

Функция реакции центрального банка в осях (e, p) :

$$e = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p ckp^*}{\lambda_m^e} - \frac{\lambda_m^p ck}{\lambda_m^e} p \quad (\text{П.14})$$

Покажем, что наклон функции реакции правительства (П.13) больше наклона функции $e = \frac{1}{ck} p - \frac{a}{k} g$:

$$\frac{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g}{\lambda_g^g ck} = \frac{\frac{\lambda_g^y a^2}{\lambda_g^g} + \frac{\lambda_g^p c^2 a^2}{\lambda_g^g} + 1}{ck} > \frac{1}{ck}.$$

Учитывая, что веса в функции потерь правительства являются положительными величинами, выражение $\frac{\lambda_g^y a^2}{\lambda_g^g} + \frac{\lambda_g^p c^2 a^2}{\lambda_g^g} > 0$, следовательно, $\frac{\lambda_g^y a^2}{\lambda_g^g} + \frac{\lambda_g^p c^2 a^2}{\lambda_g^g} + 1 > 1$, наклон функции потерь фискальных властей больше, чем $\frac{1}{ck}$.

Для доказательства того, что функция реакции правительства (П.13) проходит через точку второго наилучшего решения для фискальных властей $\bar{e}(\bar{p})$, подставим значение $\bar{p}$ из (П.1) в (П.13) с учетом (П.2):

$$\begin{aligned} e(\bar{p}) &= -\frac{a(\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y ay^* + \lambda_g^p cap^*)}{\lambda_g^g k} + \frac{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g}{\lambda_g^g ck} \cdot \frac{c(\lambda_g^y y^* + \lambda_g^p cp^*)}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} = \\ &= \frac{\lambda_g^y \left(\frac{1}{c} p^* + \varepsilon \right) + \lambda_g^p cp^*}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} - \frac{a}{k} g^* = \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} + \frac{p^*}{ck} - \frac{ag^*}{k} = \bar{e} \end{aligned}$$

Таким образом, $e(\bar{p}) = \bar{e}$, то есть функция реакции правительства проходит через точку второго наилучшего решения для фискальных властей.

Покажем, что функция реакции центрального банка проходит через точку (e^*, p^*) . Подставляем в (П.14) p^* , получаем:

$$e(p^*) = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p ckp^*}{\lambda_m^e} - \frac{\lambda_m^p ck}{\lambda_m^e} p^* = e^*.$$

Приложение 4 Решение задачи взаимодействия по Нэш при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$

Определим, как оптимальная по Нэш комбинация (e^N, g^N, p^N, y^N) соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) и точкой второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ при $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$.

Учитывая (П.2) и соотношение целей $p^* = p(e^*, g^*)$, получаем, соответственно, выражения $p^* - cy^* = -\alpha$, $p^* - cag^* = cke^*$ и подставляем их в (П.9):

$$\begin{aligned} e^N &= \frac{\lambda_m^p ck \left(-\lambda_g^y a^2 c \varepsilon + \lambda_g^g cke^* \right) + \lambda_m^e e^* \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g \right)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g \right)} = \\ &= e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y a^2 c^2 k \varepsilon}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g \right)} < e^* \end{aligned} \quad (\text{П.15})$$

Подставляя в (9) $p^* = cag^* + cke^*$, получаем:

$$\bar{e} = e(\bar{p}, g^*) = \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} + \frac{cag^* + cke^*}{ck} - \frac{ag^*}{k} = e^* + \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} > e^* \quad (\text{П.16})$$

Учитывая значения параметров, из (П.15) и (П.16) следует, что $e^N < e^* < \bar{e}$. Аналогично, подставляя $p^* - cy^* = -\alpha$, $p^* - cke^* = cag^*$ и $y^* - ke^* = ag^* + \varepsilon$ в (П.10), получаем:

$$g^N = \frac{\lambda_m^p c k^2 (\lambda_g^g c g^* - \lambda_g^y a(-\epsilon)) + \lambda_m^e (\lambda_g^p c^2 a^2 g^* + \lambda_g^y a(a g^* + \epsilon) + \lambda_g^g g^*)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} =$$

$$= g^* + \frac{\lambda_g^y a \epsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} > g^* \quad (\text{П.17})$$

Подставляя (П.15) и (П.17) в (П.11) с учетом того, что $ag^* + ke^* = y^* - \epsilon$, получаем:

$$y^N = a \left(g^* + \frac{\lambda_g^y a \epsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \right) +$$

$$+ k \left(e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y a^2 c^2 k \epsilon}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \right) =$$

$$= y^* - \frac{\epsilon (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} < y^* \quad (\text{П.18})$$

В целях сравнения $\bar{y}$ и y^N , рассчитаем разность (П.4) и (П.18):

$$\bar{y} - y^N = \frac{\lambda_g^y \lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{(\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)) (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} > 0$$

Полученный результат больше нуля, следовательно, имеет место соотношение $y^N < \bar{y} < y^*$.

Подставляя (П.18) в (П.12), с учетом $cy^* = p^* + \epsilon$, получаем:

$$p^N = c \left(y^* - \frac{\epsilon (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \right) =$$

$$= p^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \epsilon}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} > p^* \quad (\text{П.19})$$

Учитывая, что $y^N < \bar{y}$ и тот факт, что функция $p = cy$ монотонно возрастающая, получаем $p^N(y^N) < \bar{p}(\bar{y})$. Объединяя последнее и (П.19), запишем $\bar{p} > p^N > p^*$.

Таким образом, при $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ имеют место следующие соотношения:

$$e^N < e^* < \bar{e};$$

$$g^N > g^*;$$

$$y^N < \bar{y} < y^*;$$

$$\bar{p} > p^N > p^*.$$

Приложение 5

Решение задачи при фискальном лидерстве

Правительство решает задачу минимизации собственной функции потерь с учетом функции реакции центрального банка (П.8):

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y (y - y^*)^2 + \lambda_g^p (p - p^*)^2 + \lambda_g^g (g - g^*)^2 \right] \rightarrow \min \quad (\text{П.20})$$

$$\text{s.t. } p = cy,$$

$$y = ag + ke$$

$$e = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p c k p^*}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} - \frac{\lambda_m^p a c^2 k}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} g$$

Решая задачу минимизации функции потерь правительства (П.20), получаем оптимальное значение госрасходов при фискальном лидерстве:

$$g^{FL} = \frac{\lambda_m^e \left(\lambda_g^y a (y^* - ke^*) + \lambda_g^p c a (p^* - cke^*) + \lambda_g^g g^* \right) + \lambda_m^p \lambda_g^e \left(\lambda_g^y a c k^2 (cy^* - p^*) + 2\lambda_g^g c^2 k^2 g^* \right) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^4 k^4 g^*}{\lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2 \right) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \quad (\text{П.21})$$

Подставляя (П.21) в функцию реакции центрального банка (П.8), находим оптимальное значение валютного курса:

$$e^{FL} = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p c k p^*}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} - \frac{\lambda_m^p a c^2 k}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} g^{FL} \quad (\text{П.22})$$

Оптимальное значение инфляции и выпуска в равновесии при фискальном лидерстве получаем подстановкой оптимальных значений госрасходов (П.21) и валютного курса (П.22) в функции совокупного спроса (3) и предложения (4):

$$y^{FL} = ag^{FL} + ke^{FL} \quad (\text{П.23})$$

$$p^{FL} = cy^{FL} \quad (\text{П.24})$$

Приложение 6

Решение задачи при фискальном лидерстве при соотношении целей $y^* > y(p^*), p^* = p(e^*, g^*)$

Исследуем, каким образом оптимальная при фискальном лидерстве комбинация $(e^{FL}, g^{FL}, p^{FL}, y^{FL})$ соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) , комбинацией второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ и оптимальной комбинацией в равновесии по Нэшу (e^N, g^N, p^N, y^N) при $y^* > y(p^*), p^* = p(e^*, g^*)$.

Аналогично тому, как это было сделано выше, в Приложении 4, подставляем $y^* - ke^* = ag^* + \varepsilon$, $p^* - cke^* = cag^*$, $cy^* - p^* = \varepsilon$ в (П.21):

$$g^{FL} = \frac{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a (ag^* + \varepsilon) + \lambda_g^p c^2 a^2 g^* + \lambda_g^g g^*) + \lambda_m^p \lambda_m^e (\lambda_g^y a c^2 k^2 \varepsilon + 2\lambda_g^g c^2 k^2 g^*) + \lambda_m^{p^2} \lambda_g^g c^4 k^4 g^*}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} =$$

$$= g^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a \varepsilon (\lambda_m^e + \lambda_m^p c^2 k^2)}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} > g^* \quad (\text{П.25})$$

В целях сравнения g^N и g^{FL} рассчитаем разность (П.25) и (П.17):

$$g^{FL} - g^N = - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y \lambda_g^g c^2 k^2 a \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{(\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} < 0$$

Полученный результат меньше нуля, следовательно, $g^N > g^{FL} > g^*$.

Подставляя (П.25) в (П.22) с учетом того, что $p^* = cag^* + cke^*$, получаем:

$$e^{FL} = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p ck (cag^* + cke^*)}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} -$$

$$- \frac{\lambda_m^p ac^2 k}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} \left(g^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a \varepsilon (\lambda_m^e + \lambda_m^p c^2 k^2)}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \right) =$$

$$= e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 c^2 k \varepsilon}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} < e^* \quad (\text{П.26})$$

Для сравнения e^N и e^{FL} рассчитаем разность выражений (П.15) и (П.26):

$$y^N - y^{FL} = - \frac{\lambda_m^{p^2} \lambda_g^g a^2 c^4 k^3 \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{(\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} < 0$$

Из полученного результата, а также (П.16) и (П.26), следует соотношение $e^N < e^{FL} < e^* < \bar{e}$.

Подставляя (П.25) и (П.26) в (П.23) с учетом $ag^* + ke^* = y^* - \varepsilon$, получаем y^{FL} :

$$y^{FL} = ag^* + ke^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \varepsilon (\lambda_m^e + \lambda_m^p c^2 k^2) - \lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 c^2 k^2 \varepsilon}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} =$$

$$= y^* - \frac{\varepsilon (\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^{p^2} \lambda_g^g c^4 k^4 + 2\lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^g c^2 k^2)}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} < y^* \quad (\text{П.27})$$

Для сравнения y^{FL} и y^N , рассчитаем разность вычитаемых выражений (П.18) и (П.27):

$$y^N - y^{FL} = \frac{\lambda_m^{p^2} \lambda_m^e \lambda_g^y \lambda_g^g c^4 k^4 a^2}{(\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} > 0$$

Результат больше нуля, поэтому $y^{FL} < y^N$. С учетом последнего и доказанного выше соотношения $y^N < \bar{y} < y^*$, получаем $y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^*$.

Для расчета p^{FL} подставим (П.27) в (П.24) с учетом $cy^* = p^* + \varepsilon$:

$$p^{FL} = c \left(y^* - \frac{\varepsilon (\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^{p^2} \lambda_g^g c^4 k^4 + 2\lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^g c^2 k^2)}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \right) =$$

$$= p^* + \frac{\lambda_m^{e^2} \lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_m^{e^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} > p^* \quad (\text{П.28})$$

Из соотношения $y^{FL} < y^N < \bar{y}$ и того факта, что функция $p = cy$ является монотонно возрастающей, следует соотношение $p^{FL} < p^N < \bar{p}$. Учитывая последнее и (П.28), получаем $p^* < p^{FL} < p^N < \bar{p}$.

Таким образом, имеют место следующие соотношения для оптимальных в условиях фискального лидерства значений переменных при

$$y^* > y(p^*), p^* = p(e^*, g^*):$$

$$g^N > g^{FL} > g^*;$$

$$e^N < e^{FL} < e^* < \bar{e};$$

$$y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^*;$$

$$p^* < p^{FL} < p^N < \bar{p}.$$

Приложение 7

Решение задачи в условиях монетарного лидерства

Центральный банк решает задачу минимизации своей функции потерь при дополнительном ограничении в виде функции реакции правительства (П.7):

$$L_m = \frac{1}{2} \left[\lambda_m^p (p - p^*)^2 + \lambda_m^e (e - e^*)^2 \right] \rightarrow \min_e \quad (\text{П.29})$$

s.t. $p = cy$,
 $y = ag + ke$

$$g = \frac{\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y ay^* + \lambda_g^p cap^*}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} - \frac{(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) ak}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} e.$$

Решая задачу минимизации функции потерь центрального банка (П.29), находим оптимальное значение валютного курса при монетарном лидерстве:

$$e^{ML} = \frac{\lambda_m^p ck \left(a^2 \lambda_g^y \lambda_g^g (p^* - cy^*) + \lambda_g^{g^2} (p^* - cag^*) \right) + \lambda_m^e e^* \left(a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g) + \lambda_g^{g^2} \right)}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \quad (\text{П.30})$$

Оптимальный объем госрасходов при монетарном лидерстве получаем, подставляя (П.30) в функцию реакции правительства (П.7):

$$g^{ML} = \frac{\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y ay^* + \lambda_g^p cap^*}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} - \frac{(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) ak}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} e^{ML} \quad (\text{П.31})$$

Подставляя оптимальные значения валютного курса (П.30) и госрасходов (П.31) в функции совокупного спроса (3) и предложения (4), получаем оптимальные выпуск и инфляцию при монетарном лидерстве:

$$y^{ML} = ag^{ML} + ke^{ML} \quad (\text{П.32})$$

$$p^{ML} = cy^{ML} \quad (\text{П.33})$$

Приложение 8

Решение задачи в условиях монетарного лидерства при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$

Рассмотрим, каким образом оптимальная комбинация переменных при монетарном лидерстве $(e^{ML}, g^{ML}, p^{ML}, y^{ML})$ соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) , комбинацией второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ и оптимальными комбинациями в равновесии по Нэшу

(e^N, g^N, p^N, y^N) и в условиях фискального лидерства $(e^{FL}, g^{FL}, p^{FL}, y^{FL})$ при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$.

Для расчета e^{ML} произведем замену $p^* - cy^* = -\alpha$ и $p^* - cag^* = cke^*$ в (П.30):

$$e^{ML} = \frac{\lambda_m^p ck \left(a^2 \lambda_g^y \lambda_g^g (-\alpha) + \lambda_g^{g^2} cke^* \right) + \lambda_m^e e^* \left(a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g) + \lambda_g^{g^2} \right)}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} =$$

$$= e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y \lambda_g^g c^2 a^2 k \epsilon}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} < e^* \quad (\text{П.34})$$

Для сравнения e^{ML} и e^N рассчитаем разность выражений (П.13) и (П.34):

$$e^N - e^{ML} = - \frac{\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)}{(\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) (\lambda_g^{g^2} c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))} < 0$$

Полученный результат свидетельствует о том, что $e^{ML} > e^N$.

В целях сравнения e^{ML} и e^{FL} , вычислим разность выражений (П.26) и (П.34):

$$e^{FL} - e^{ML} = \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y c^2 a^2 k \epsilon (\lambda_g^{g^2} c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))}{(\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) (\lambda_g^{g^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g) + \lambda_m^e \lambda_g^{g^2} c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))}$$

Полученный результат, в зависимости от значений параметров, может быть как больше, так и меньше нуля. Если $\lambda_g^{g^2} c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g) > 0$, то $e^{ML} < e^{FL}$, и, принимая во внимание то, что $e^{ML} > e^N$, $e^N < e^{FL} < e^* < \bar{e}$, имеет место соотношение $e^N < e^{ML} < e^{FL} < e^* < \bar{e}$. Если указанное выражение меньше нуля, то $e^N < e^{FL} < e^{ML} < e^* < \bar{e}$.

Для подсчета g^{ML} , подставим (П.34) в (П.31) с учетом $y^* = ag^* + ke^* + \epsilon$ и $p^* = cag^* + cke^*$:

$$g^{ML} = \frac{\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y a (ag^* + ke^* + \epsilon) + \lambda_g^p ca (cag^* + cke^*)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} - \frac{(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) ak}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} \times$$

$$\times \left(e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^y \lambda_g^g c^2 a^2 k \epsilon}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) =$$

$$= g^* + \frac{\lambda_g^y a \epsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p))}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} > g^* \quad (\text{П.35})$$

Рассчитаем разность выражений (П.35) и (П.15) для сравнения g^{ML} и g^N :

$$g^{ML} - g^N = - \frac{\lambda_g^y \lambda_m^e \epsilon \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) \left(\left(a^2 \lambda_g^y + c^2 a^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e \right) + \left(\lambda_g^e \right)^2 \right)}{\left(\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right) \right) \left(\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 + \lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e \right) \right)} < 0$$

Разность меньше нуля, следовательно, $g^{ML} < g^N$.

Аналогично, в целях сравнения g^{ML} и g^{FL} , рассчитаем разность выражений (П.35) и (П.25):

$$g^{ML} - g^{FL} = \frac{\lambda_g^y \lambda_m^p c^2 k^2 \epsilon \left(\lambda_g^e \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) \left(\left(\lambda_g^y a^2 + c^2 a^2 \lambda_g^p \right) + \lambda_g^e \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) \right) - \lambda_m^{e2} \left(\lambda_g^y a^2 + c^2 a^2 \lambda_g^p \right)^2 \right)}{\left(\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right) \right) \left(\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 + \lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e \right) \right)} > 0$$

В зависимости от значений параметров, полученный результат может быть как больше, так и меньше нуля. Если

$$\lambda_g^e \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) \left(\left(\lambda_g^y a^2 + c^2 a^2 \lambda_g^p \right) + \lambda_g^e \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) \right) - \lambda_m^{e2} \left(\lambda_g^y a^2 + c^2 a^2 \lambda_g^p \right)^2 > 0,$$

то $g^{ML} > g^{FL}$, и с учетом того, что $g^{ML} < g^N$ и $g^N > g^{FL} > g^*$, имеет место следующее соотношение $g^N > g^{ML} > g^{FL} > g^*$. В противном случае $g^N > g^{FL} > g^{ML} > g^*$.

Для вычисления y^{ML} подставим (П.34) и (П.35) в (П.32) с учетом $ag^* + ke^* = y^* - \epsilon$:

$$y^{ML} = ag^* + ke^* + \left(+ \frac{\lambda_g^y a^2 \epsilon \left(\lambda_g^e \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \right) - \lambda_m^p \lambda_g^y \lambda_g^e c^2 a^2 k^2 \epsilon}{\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right)} \right) +$$

$$= y^* - \frac{\epsilon \left(\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e \right) + \lambda_g^e \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \right)}{\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right)} < y^* \quad (\text{П.36})$$

В целях сравнения y^{ML} и $\bar{y}$ вычислим разность выражений (П.4) и (П.36):

$$\bar{y} - y^{ML} = \frac{\lambda_g^y \lambda_g^e \epsilon \left(\lambda_g^e \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \right)}{\left(\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right) \right) \left(\lambda_g^y + \lambda_g^e \right)} > 0$$

Результат больше нуля, следовательно, $y^{ML} < \bar{y}$.

Аналогично для сравнения y^{ML} и y^N вычислим разность выражений (П.16) и (П.36):

$$y^N - y^{ML} = - \frac{\lambda_m^e \lambda_m^p \lambda_g^e \lambda_g^y a^4 c^2 k^2 \epsilon \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right)}{\left(\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right) \right) \left(\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 + \lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e \right) \right)} < 0$$

В соответствии с полученным результатом, $y^{ML} > y^N$. С учетом этого, а также соотношений $y^{ML} < \bar{y}$ и $y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^*$, следует $y^{FL} < y^N < y^{ML} < \bar{y} < y^*$.

Для расчета p^{ML} подставим (П.36) в (П.33) с учетом $cy^* = p^* + \epsilon$

$$p^{ML} = c \left(y^* - \frac{\epsilon \left(\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e \right) + \lambda_g^e \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \right)}{\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right)} \right) =$$

$$= p^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e \right)}{\lambda_g^{e2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e \right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p \right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2 \lambda_g^e \right)} > p^* \quad (\text{П.37})$$

Принимая во внимание соотношение $y^{FL} < y^N < y^{ML} < \bar{y} < y^*$, а также то, что функция $p = cy$ является монотонно возрастающей, получаем $p^* < p^{FL} < p^N < p^{ML} < \bar{p}$.

Таким образом, при монетарном лидерстве для инфляции и выпуска имеют место однозначные соотношения:

$$p^* < p^{FL} < p^N < p^{ML} < \bar{p}; \quad (\text{П.38})$$

$$y^{FL} < y^N < y^{ML} < \bar{y} < y^*. \quad (\text{П.39})$$

Для переменных валютного курса и госрасходов в зависимости от значений параметров, возможны два варианта:

$$e^N < e^{ML} < e^{FL} < e^* < \bar{e} \text{ или } e^N < e^{FL} < e^{ML} < e^* < \bar{e}; \quad (\text{П.40})$$

$$g^N > g^{FL} > g^{ML} > g^* \text{ или } g^N > g^{ML} > g^{FL} > g^*. \quad (\text{П.41})$$

Приложение 9

Оптимальная мера консервативности центрального банка

в случае соответствия целей по инфляции

и валютному курсу $y^* > y(p^*), p^* = p(e^*, g^*)$

Выбирая оптимальное значение меры консервативности центрального банка, правительство решает задачу минимизации своей функции потерь с учетом взаимодействия на втором шаге игры.

Запишем задачу минимизации функции потерь правительства по переменной λ_m^p при ограничениях для разных механизмов взаимодействия на втором шаге:

$$L_g = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y (y - y^*)^2 + \lambda_g^p (p - p^*)^2 + \lambda_g^e (g - g^*)^2 \right] \rightarrow \min_{\lambda_m^p} \quad (\text{П.42})$$

s.t. $\lambda_m^p \geq 0$, (П.10), (П.11), (П.12) — при взаимодействии по Нэшу
s.t. $\lambda_m^p \geq 0$, (П.21), (П.23), (П.24) — при фискальном лидерстве
s.t. $\lambda_m^p \geq 0$, (П.31), (П.32), (П.33) — при монетарном лидерстве.

Решения для случаев фискального лидерства и равновесия по Нэшу совпадают:

$$\lambda_m^{pN} = \lambda_m^{pFL} = \frac{\lambda_m^e \left(\lambda_g^p c (cke^* + cag^* - p^*) + \lambda_g^y (ke^* + ag^* - y^*) \right)}{\lambda_g^y ck^2 (cy^* - p^*)}, \quad (\text{П.43})$$

а для случая монетарного лидерства на втором шаге равно:

$$\lambda_m^{pML} = \frac{\lambda_m^e \left(\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s \right) \left(\lambda_g^p c (cke^* + cag^* - p^*) + \lambda_g^y (ke^* + ag^* - y^*) \right)}{\lambda_g^y \lambda_g^s ck^2 (cy^* - p^*)} \quad (\text{П.44})$$

Учитывая $cke^* + cag^* = p^*$, $ke^* + ag^* = y^*$, получаем, что независимо от того, какая (из трех) форма взаимодействия имеет место на втором шаге, оптимальным является выбор нулевой меры консервативности центрального банка на первом шаге, то есть $\lambda_m^p = \lambda_m^{pN} = \lambda_m^{pFL} = \lambda_m^{pML} = 0$.

Приложение 10

Равновесие по Нэшу, при фискальном и монетарном лидерстве в случае нулевой меры консервативности центрального банка при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$

В случае, когда мера консервативности центрального банка равна нулю, его целевая функция принимает вид (25).

Для получения оптимальных значений переменных в случае взаимодействия по Нэшу, фискального и монетарного лидерства, подставим $\lambda_m^p = 0$ и $\lambda_m^e = 1$ в соответствующие, полученные выше, решения (П.13), (П.15), (П.16), (П.17) — при взаимодействии по Нэшу, (П.25), (П.26), (П.27), (П.28) — при фискальном, (П.34), (П.35), (П.36), (П.37) — при монетарном лидерстве.

В соответствии с результатом расчетов, при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$, если правительство выбирает нулевую меру консервативности центрального банка, то оптимальные комбинации валютного курса, госрасходов, выпуска и инфляции в равновесии по Нэшу, в условиях фискального и монетарного лидерства совпадают и соответствуют следующей:

$$\hat{e} = e^N (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^{FL} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^{ML} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^* \quad (\text{П.45})$$

$$\begin{aligned} \hat{g} &= g^N (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = g^{FL} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= g^{ML} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = g^* + \frac{\lambda_g^y a \epsilon}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s} > g^* \end{aligned} \quad (\text{П.46})$$

$$\begin{aligned} \hat{y} &= y^N (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = y^{FL} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= y^{ML} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = a\hat{g} + k\hat{e} = \\ &= a \left(g^* + \frac{\lambda_g^y a \epsilon}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s} \right) + k e^* = y^* - \frac{\epsilon (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s} < y^* \end{aligned} \quad (\text{П.47})$$

$$\begin{aligned} \hat{p} &= p^N (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = p^{FL} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = p^{ML} (\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = cy^* = \\ &= c \left(y^* - \frac{\epsilon (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s} \right) p^* + \frac{\lambda_g^y a^2 \epsilon}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s} = p^* + \frac{\lambda_g^y a^2 \epsilon}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s} > p^* \end{aligned} \quad (\text{П.48})$$

Исследуем, каким образом оптимальная при нулевой мере консервативности комбинация (e, g, y, p) соотносится с решениями при ненулевой мере консервативности в условиях различных вариантов взаимодействия правительства и центрального банка, целевыми значениями и точкой второго наилучшего решения для правительства.

Учитывая, что $e = e^*$, а также (П.40), получаем в зависимости от значений параметров, $e^N < e^{ML} < e^{FL} < e^* = \hat{e} < \bar{e}$ или $e^N < e^{FL} < e^{ML} < e^* = \hat{e} < \bar{e}$.

Для сравнения $\hat{g}$ и g^{ML} рассчитаем разность выражений (П.35) и (П.46):

$$g^{ML} - g = \frac{\lambda_g^y \lambda_g^s \lambda_m^p a^3 c^2 k^2 \epsilon (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)}{(\lambda_g^s^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^s)) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s)} > 0$$

Получен результат больше нуля, следовательно, $\hat{g} < g^{ML}$.

Как было показано выше, в Приложении 8, в зависимости от значений параметров, g^{FL} может быть как больше, так и меньше, g^{ML} , поэтому для сравнения $\hat{g}$ и g^{FL} рассчитаем разность выражений (П.25) и (П.46):

$$g^{FL} - \hat{g} = \frac{\lambda_g^y c^2 k^2 a \epsilon (\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^s (\lambda_m^e + \lambda_m^p c^2 k^2))}{(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s) (\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))}$$

Полученный результат может быть больше или меньше нуля, в зависимости от значений параметров. Если $\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^s (\lambda_m^e + \lambda_m^p c^2 k^2) > 0$, то $\hat{g} < g^{FL}$ и с учетом того, что $g < g^{ML}$, а также (П.41) и (П.46), имеет место соотношение $g^N > g^{FL} > g^{ML} > \hat{g} > g^*$ или $g^N > g^{ML} > g^{FL} > \hat{g} > g^*$. В обратном случае, когда $\hat{g} > g^{FL}$, выполняется соотношение $g^N > g^{ML} > \hat{g} > g^{FL} > g^*$.

В целях сравнения $\hat{y}$ и $\bar{y}$, вычислим разность выражений (П.4) и (П.47):

$$\bar{y} - \hat{y} = \frac{\lambda_g^y \lambda_g^g \epsilon}{\left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g\right) \left(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2\right)} > 0$$

В соответствии с полученным результатом, $\hat{y} < \bar{y}$.

Аналогично, для сравнения y^{ML} и $\hat{y}$ вычислим разность выражений (П.47) и (П.36):

$$\hat{y} - y^{ML} = \frac{\lambda_g^{g^2} \lambda_g^y \lambda_m^p a^2 c^2 k^2 \epsilon}{\left(\lambda_g^{g^2} \left(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e\right) + \lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p\right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g\right)\right) \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g\right)} > 0$$

Полученный результат больше нуля, следовательно $y^{ML} < \hat{y}$, что с учетом $\hat{y} < \bar{y}$ и (П.39) позволяет сделать вывод о следующем соотношении значений для выпуска: $y^{FL} < y^N < y^{ML} < \hat{y} < \bar{y} < y^*$.

Учитывая (П.48) и (П.38), а также тот факт, что функция $p = cy$ является монотонно возрастающей, получаем $p^* < p^{FL} < p^N < p^{ML} < \hat{p} < \bar{p}$.

Таким образом, имеют место следующие соотношения значений переменных инфляции и выпуска при $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$:

$$p^* < p^{FL} < p^N < p^{ML} < \hat{p} < \bar{p}$$

$$y^{FL} < y^N < y^{ML} < \hat{y} < \bar{y} < y^*.$$

Для валютного курса и госрасходов, в зависимости от значений параметров, будет реализован один из вариантов:

$$e^N < e^{ML} < e^{FL} < e^* = \hat{e} < \bar{e} \text{ или } e^N < e^{FL} < e^{ML} < e^* = \hat{e} < \bar{e};$$

$$g^N > g^{ML} > g^{FL} > \hat{g} > g^*, \quad g^N > g^{ML} > \hat{g} > g^{FL} > g^* \text{ или } g^N > g^{ML} > \hat{g} > g^{FL} > g^*.$$

Приложение 11

Два случая в рамках варианта соотношения целей

$$y^* > y(p^*), \quad p^* < p(e^*, g^*)$$

Для использования в дальнейших расчетах, учитывая соотношение целей $p^* < p(e^*, g^*)$ и (8), запишем:

$$e^* = \frac{1}{ck} p^* - \frac{a}{k} g^* + \beta, \quad (\text{П.49})$$

где $\beta = e^* - e(p^*, g^*) > 0$.

Подставляя в (9) $p^* = cke^* + cag^* - ck\beta$, получаем:

$$\bar{e} = \frac{\lambda_g^y \epsilon}{k \left(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2\right)} + \frac{cke^* + cag^* - ck\beta}{ck} - \frac{ag^*}{k} = e^* - \left(\beta - \frac{\lambda_g^y \epsilon}{k \left(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2\right)} \right) \quad (\text{П.50})$$

В зависимости от значений параметров, $\bar{e}$ может быть как больше, так и меньше e^* . Если $\beta - \frac{\lambda_g^y \epsilon}{k \left(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2\right)} \leq 0$, то $\bar{e} \geq e^*$. В данном случае относительное положение точек, описывающих оптимальные комбинации в условиях разных вариантов взаимодействия правительства и центрального банка при заданной ненулевой мере консервативности монетарных властей качественно полностью аналогичны случаю соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$, (П.38)–(П.41), поэтому ниже не рассматривается. Оптимальным для правительства будет выбор нулевой меры консервативности монетарных властей.

Остановимся более подробно на анализе второго варианта, а именно

$$\beta - \frac{\lambda_g^y \epsilon}{k \left(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2\right)} > 0, \quad (\text{П.51})$$

и, следовательно, $\bar{e} < e^*$.

Приложение 12

Решение задачи взаимодействия по Нэшу

при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$
и заданной ненулевой мере консервативности центрального банка

Исследуем, как оптимальная комбинация (e^N, g^N, p^N, y^N) соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) и точкой второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ при $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$.

Подставим в (П.9) $p^* - cy^* = -c\epsilon$ и $p^* - cag^* = cke^* - ck\beta$:

$$\begin{aligned} e^N &= \frac{\lambda_m^p ck \left(\lambda_g^y a^2 (-c\epsilon) + \lambda_g^g (cke^* - ck\beta)\right) + \lambda_m^e e^* \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g\right)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g\right)} = \\ &= e^* - \frac{\lambda_m^p c^2 k \left(\lambda_g^y a^2 \epsilon + \lambda_g^g k\beta\right)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e \left(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g\right)} < e^* \end{aligned} \quad (\text{П.52})$$

Для сравнения e^N и $\bar{e}$ рассчитаем разность выражений (П.40) и (П.52):

$$\bar{e} - e^N = \frac{(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) \left(\lambda_m^p \lambda_g^y c^2 k^2 \varepsilon - \lambda_m^e \left(\beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon \right) \right)}{k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) \left(\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) \right)}$$

Учитывая, что рассматривается случай $\bar{e} < e^*$, в котором $\beta - \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} > 0$, следовательно, $\beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon > 0$ и полученное выражение может быть как больше, так и меньше нуля, в зависимости от значений параметров. Если

$$\begin{aligned} \lambda_m^p \lambda_g^y c^2 k^2 \varepsilon - \lambda_m^e \left(\beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon \right) = \\ = \lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e \beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) \leq 0 \end{aligned} \quad (П.53)$$

$$\text{откуда } \lambda_m^p \leq \frac{\lambda_m^e \left(\beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon \right)}{\lambda_g^y c^2 k^2 \varepsilon}$$

то $e^N \geq \bar{e}$, и, с учетом (П.52), имеет место следующее соотношение: $\bar{e} \leq e^N < e^*$. В обратном случае $e^N < \bar{e}$, и $e^N < \bar{e} < e^*$.

В дальнейшем аналитические расчеты представлены только для значений меры консервативности центрального банка, удовлетворяющих (П.53), так как в противном случае взаимное положение точек, соответствующих оптимальным комбинациям переменных при различных механизмах взаимодействия правительства и центрального банка, качественно соответствует рассмотренному выше случаю соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $p^* = p(e^*, g^*)$ (П.38)–(П.41).

Аналогично, подставляя $p^* - cy^* = -\alpha$, $p^* - cke^* = cag^* - ck\beta$ и $y^* - ke^* = ag^* - k\beta + \varepsilon$ в (П.10), получаем:

$$\begin{aligned} g^N &= \frac{\lambda_m^p ck^2 (\lambda_g^g cg^* - \lambda_g^y a(-\alpha)) + \lambda_m^e (\lambda_g^p ca (cag^* - ck\beta) + \lambda_g^y a (ag^* - k\beta + \varepsilon) + \lambda_g^g g^*)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} = \\ &= g^* + \frac{a (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e k\beta (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} < g^* \end{aligned} \quad (П.54)$$

Учитывая, что выполняется (П.54), $g^N < g^*$.

В целях подсчета y^N подставим (П.52) и (П.54) в (П.11), с учетом $ag^* + ke^* = y^* + k\beta - \varepsilon$:

$$\begin{aligned} y^N &= ag^* + ke^* + \frac{a^2 (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e k\beta (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)) - \lambda_m^p c^2 k^2 (\lambda_g^y a^2 \varepsilon + \lambda_g^g k\beta)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} = \\ &= y^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k\beta - \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^p c^2 a^2)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \end{aligned} \quad (П.55)$$

Оптимальный в равновесии по Нэшу выпуск может быть как больше, так и меньше целевого значения, в зависимости от значений параметров. Если $\lambda_m^e \lambda_g^g k\beta - \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^p c^2 a^2) < 0$, то $y^N < y^*$. В противном случае $y^N \geq y^*$.

Для сравнения y^N и $\bar{y}$ рассчитаем разность выражений (П.55) и (П.4):

$$y^N - \bar{y} = \frac{\lambda_g^g (\lambda_m^e \beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)) (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} \geq 0$$

Учитывая, что выполняется (П.53), получен неотрицательный результат, следовательно $y^N \geq \bar{y}$. Последнее с учетом (П.55) позволяет сделать вывод о том, что, в зависимости от соотношения параметров, имеет место соотношение $\bar{y} \leq y^N < y^*$ или $\bar{y} < y^* \leq y^N$.

Для подсчета p^* подставим (П.55) в (П.12) с учетом $cy^* = p^* + \alpha$:

$$\begin{aligned} p^N &= c \left(y^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k\beta - \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^p c^2 a^2)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \right) = \\ &= p^* + \frac{\alpha \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 \varepsilon + \lambda_g^g k\beta)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} > p^* \end{aligned} \quad (П.56)$$

Принимая во внимание, что $y^N \geq \bar{y}$, а также то, что функция $p = cy$ монотонно возрастающая, получаем $p^N \geq \bar{p}$. Из последнего, с учетом (П.3), следует, что $p^N \geq \bar{p} > p^*$.

Таким образом, в равновесии по Нэшу при $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$, а также соблюдении (П.51) и (П.53), имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \bar{e} &< e^N < e^*; \\ g^N &< g^*; \end{aligned}$$

$\bar{y} \leq y^N < y^*$ или $\bar{y} < y^* \leq y^N$ (в зависимости от соотношения параметров);

$$p^N \geq \bar{p} > p^*.$$

Приложение 13

**Решение задачи в условиях фискального лидерства
при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$,
выполнении (П.53) и заданной ненулевой мере
консервативности центрального банка**

Исследуем, каким образом оптимальная комбинация при фискальном лидерстве $(e^{FL}, g^{FL}, p^{FL}, y^{FL})$ соотносится с целевыми значениями переменных

(e^*, g^*, p^*, y^*) , комбинацией второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ и оптимальной комбинацией в равновесии по Нэшу (e^N, g^N, p^N, y^N) при $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$ и соотношении параметров (П.51), (П.53).
Для расчета g^{FL} подставим выражения $y^* - ke^* = ag^* - k\beta + \varepsilon$, $p^* - cke^* = cag^* - ck\beta$, $cy^* - p^* = \alpha$ в (П.21):

$$g^{FL} = \frac{\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a (ag^* - k\beta + \varepsilon) + \lambda_g^p ca (cag^* - ck\beta) + \lambda_g^e g^*) + \lambda_m^p \lambda_m^e (\lambda_g^y ac^2 k^2 \varepsilon + 2\lambda_g^e c^2 k^2 g^*) + \lambda_m^2 \lambda_g^e c^4 k^4 g^*}{\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} =$$

$$= g^* + \frac{\lambda_m^e a (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e \beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}{\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} < g^* \quad (\text{П.57})$$

Учитывая, что выполняется (П.53), оптимальный при фискальном лидерстве объем госрасходов меньше целевого значения.

В целях сравнения g^{FL} и g^N , рассчитаем разность выражений (П.57) и (П.54):

$$g^{FL} - g^N = \frac{\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 a (\lambda_m^e k\beta (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^e (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e))} \geq 0$$

Получен неотрицательный результат, следовательно $g^{FL} \geq g^N$. Последнее, с учетом $g^N < g^*$ и (П.57), позволяет сделать вывод о том, что $g^N \leq g^{FL} < g^*$.

Аналогично, подставив $p^* = cag^* + cke^* - ck\beta$ и (П.57) в (П.22), рассчитаем e^{FL} :

$$e^{FL} = \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p ck (cag^* + cke^* - ck\beta)}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} -$$

$$- \frac{\lambda_m^p ac^2 k}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} \left(g^* + \frac{\lambda_m^e a (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e \beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}{\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \right) =$$

$$= e^* - \frac{\lambda_m^p c^2 k (k\beta (\lambda_m^{\varepsilon^2} \lambda_g^e + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) + \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)} < e^* \quad (\text{П.58})$$

В целях сравнения e^{FL} и $\bar{e}$ рассчитаем разность выражений (П.50) и (П.58):

$$\bar{e} - e^{FL} = \frac{(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e)) (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e k\beta (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}{k (\lambda_g^y + \lambda_g^e c^2) (\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)} \leq 0$$

Полученный результат меньше или равен нулю, учитывая, что выполняется (П.53), следовательно, $e^{FL} \geq \bar{e}$.

Для сравнения e^{FL} и e^N , рассчитаем разность выражений (П.52) и (П.58):

$$e^N - e^{FL} = \frac{\lambda_m^p \lambda_g^e c^4 k^3 a^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^e k\beta (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^e (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e))} \geq 0$$

С учетом (П.53) получен неотрицательный результат, следовательно, $e^{FL} \leq e^N$. Принимая во внимание последнее, а также $\bar{e} < e^N < e^*$ и $e^{FL} \geq \bar{e}$, можно сделать вывод о том, что имеет место соотношение $\bar{e} \leq e^{FL} \leq e^N < e^*$.

Подставляя (П.57), (П.58) в (П.23), с учетом $ag^* + ke^* = y^* + k\beta - \varepsilon$, находим y^{FL} :

$$y^{FL} = ag^* + ke^* + \frac{\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e \beta k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}{\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} +$$

$$+ \frac{\lambda_m^p c^2 k^2 (k\beta (\lambda_m^{\varepsilon^2} \lambda_g^e + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) + \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)} =$$

$$= y^* + \frac{\lambda_m^e k\beta (\lambda_m^{\varepsilon^2} \lambda_g^e + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) - \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))}{(\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)} \quad (\text{П.59})$$

В зависимости от значений параметров, оптимальный при фискальном лидерстве выпуск может быть как больше, так и меньше равновесного. Если

$$\lambda_m^e k\beta (\lambda_m^{\varepsilon^2} \lambda_g^e + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) - \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) < 0,$$

то $y^{FL} < y^*$, в противном случае $y^{FL} \geq y^*$.

В целях сравнения y^{FL} и y^N рассчитаем разность выражений (П.59) и (П.55):

$$y^{FL} - y^N = \frac{\lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^e c^2 k^2 a^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^e k\beta (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) - \lambda_g^e (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^e))} \geq 0$$

В соответствии с полученным результатом, $y^{FL} \geq y^N$. Учитывая последнее, а также то, что, в зависимости от значений параметров, имеет место $\bar{y} \leq y^N < y^*$ или $\bar{y} < y^* \leq y^N$, получаем, что при $y^{FL} \geq y^*$ выполняется одно из соотношений: $\bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{FL}$ или $\bar{y} < y^* \leq y^N \leq y^{FL}$, — при $y^{FL} < y^*$ имеет место единственное соотношение $\bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^*$.

В целях расчета p^{FL} подставим (П.59) в (П.24) с учетом $cy^* = p^* + \alpha$:

$$p^{FL} = c \left(y^* + \frac{\lambda_m^e k\beta (\lambda_m^{\varepsilon^2} \lambda_g^e + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) - \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))}{(\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)} \right) =$$

$$= p^* + \frac{\lambda_m^e c (k\beta (\lambda_m^{\varepsilon^2} \lambda_g^e + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) + \lambda_g^y a^2 \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^{\varepsilon^2} (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)} > p^* \quad (\text{П.60})$$

Учитывая соотношение $p^{FL} > p^*$, а также $p^N \geq \bar{p} > p^*$, $y^{FL} \geq y^N$ и тот факт, что функция $p = cy$ является монотонно возрастающей, получаем соотношение

$$p^{FL} \geq p^N \geq \bar{p} > p^*.$$

Таким образом, для оптимальной при фискальном лидерстве комбинации справедливы следующие соотношения:

$$\bar{e} \leq e^{FL} \leq e^N < e^*;$$

$$g^N \leq g^{FL} < g^*;$$

$\bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{FL}$, $\bar{y} < y^* \leq y^N \leq y^{FL}$ или $\bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^*$ (в зависимости от соотношения параметров);

$$p^{FL} \geq p^N \geq \bar{p} > p^*.$$

Приложение 14

Решение задачи взаимодействия в условиях монетарного лидерства при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$, выполнении (П.53) и заданной ненулевой мере консервативности центрального банка

Рассмотрим, каким образом оптимальная комбинация переменных при монетарном лидерстве $(e^{ML}, g^{ML}, p^{ML}, y^{ML})$ соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) , комбинацией второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ и оптимальными комбинациями в равновесии по Нэшу (e^N, g^N, p^N, y^N) и в условиях фискального лидерства $(e^{FL}, g^{FL}, p^{FL}, y^{FL})$ при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$.

Для расчета e^{ML} подставим $p^* - cy^* = -c\epsilon$ и $p^* - cag^* = cke^* - ck\beta$ в (П.30):

$$e^{ML} = \frac{\lambda_m^p k (a^2 \lambda_g^y \lambda_g^g (-c\epsilon) + \lambda_g^{g^2} (cke^* - ck\beta)) + \lambda_m^e e^* (a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g) + \lambda_g^{g^2})}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} =$$

$$= e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k (\lambda_g^y a^2 \epsilon + \lambda_g^g k\beta)}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} < e^* \quad (П.61)$$

Для сравнения e^{ML} и $\bar{e}$ вычислим разность выражений (П.50) и (П.61):

$$\bar{e} - e^{ML} = \frac{(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) (\lambda_g^y \epsilon (\lambda_g^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)) - \lambda_m^p k\beta (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{k (\lambda_g^y + \lambda_g^g c^2) (\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))}$$

В зависимости от значений параметров разность

$$\lambda_g^y \epsilon (\lambda_g^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) - \lambda_m^p k\beta (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)$$

может быть как больше, так и меньше нуля. Проведем следующее преобразование указанного выражения:

$$\begin{aligned} & \lambda_g^y \epsilon (\lambda_g^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) - \lambda_m^p k\beta (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) = \\ & = \lambda_g^g (\lambda_g^y \epsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^p k (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)) + \\ & + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y \epsilon - k\beta (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)) \leq 0 \end{aligned} \quad (П.62)$$

Последний результат получен с учетом того, что исследуется случай, когда выполняются условия (П.51) и (П.53). Из (П.62) следует, что $e^{ML} \geq \bar{e}$.

В целях сравнения e^{ML} и e^N рассчитаем разность выражений (П.52) и (П.61):

$$e^N - e^{ML} = - \frac{\lambda_m^p \lambda_m^e c^2 a^2 k (\lambda_g^y a^2 \epsilon + \lambda_g^g k\beta) (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{(\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} < 0$$

Полученный результат свидетельствует о том, что $e^{ML} > e^N$, откуда с учетом (П.61) и $\bar{e} \leq e^{FL} \leq e^N < e^*$, следует соотношение $\bar{e} \leq e^{FL} \leq e^N < e^{ML} < e^*$.

Аналогично, для расчета g^{ML} подставим (П.61), $y^* = ag^* + ke^* - k\beta + \epsilon$ и $p^* = cag^* + cke^* - ck\beta$ в (П.31):

$$\begin{aligned} g^{ML} &= \frac{\lambda_g^g g^* + \lambda_g^a (ag^* + ke^* - k\beta + \epsilon) + \lambda_g^p ca (cag^* + cke^* - ck\beta)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} - \frac{(\lambda_g^y + \lambda_g^g c^2) ak}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} \\ & \left(e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k (\lambda_g^y a^2 \epsilon + \lambda_g^g k\beta)}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) = \\ & = g^* + \frac{a (\lambda_g^y \epsilon (\lambda_g^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)) - \lambda_m^p k\beta (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \leq g^* \end{aligned} \quad (П.63)$$

Учитывая, что выполняется (П.62), $g^{ML} \leq g^*$.

В целях сравнения g^{ML} и g^N вычислим разность выражений (П.63) и (П.54):

$$g^{ML} - g^N = - \frac{\lambda_m^p \lambda_m^e c^2 k^2 a^3 (\lambda_g^y + \lambda_g^g c^2)^2 (\lambda_g^y a^2 \epsilon + \lambda_g^g k\beta)}{(\lambda_g^{g^2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} < 0$$

В соответствии с полученным результатом, $g^{ML} < g^N$. Учитывая $g^N \leq g^{FL} < g^*$, получаем соотношение $g^{ML} < g^N \leq g^{FL} < g^*$.

Для расчета y^{ML} подставим выражения (П.61) и (П.63) в (П.32) с учетом $ag^* + ke^* = y^* + k\beta - \varepsilon$:

$$y^{ML} = a \left(g^* + \frac{a(\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)) - \lambda_m^e k \beta (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) +$$

$$+ k \left(e^* - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k (\lambda_g^y a^2 \varepsilon + \lambda_g^g k \beta)}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) = \quad (П.64)$$

$$= y^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k \beta (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) - \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^g c^2 a^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)}$$

Оптимальный в равновесии при монетарном лидерстве выпуск может быть как больше, так и меньше целевого, в зависимости от значений параметров. Если

$$\lambda_m^e \lambda_g^g k \beta (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) - \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^g c^2 a^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) \geq 0,$$

то $y^{ML} \geq y^*$, в противном случае $y^{ML} < y^*$.

В целях сравнения y^{ML} и y^N рассчитаем разность выражений (П.64) и (П.55):

$$y^{ML} - y^N = \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g a^2 (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) k \beta)}{(\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))} > 0$$

В соответствии с полученным результатом, $y^{ML} > y^N$.

Аналогично для сравнения y^{ML} и y^{FL} вычислим разность выражений (П.64) и (П.59):

$$y^{ML} - y^{FL} = \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g a^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{(\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)} \times$$

$$\left(\lambda_m^p c^2 k^3 \beta (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_m^p c^2 k^2 \lambda_g^g - \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2)) + \right.$$

$$\left. + \lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) ((\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^p c^2 k^2 \lambda_g^g) \right)$$

$$\times \frac{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)}$$

В зависимости от значений параметров, полученный результат может быть как больше, так и меньше нуля. Если числитель дроби больше нуля, то $y^{ML} > y^{FL}$, в противном случае имеет место соотношение $y^{ML} \leq y^{FL}$.

Учитывая (П.64) и соотношение $y^{ML} > y^N$, а также то, что при различных соотношениях параметров может иметь место одно из доказанных выше соотношений $\bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{FL}$, $\bar{y} < y^* \leq y^N \leq y^{FL}$ или $\bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^*$, получаем, что при $y^{ML} > y^{FL}$ выполняется одно из следующих соотношений: $\bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{FL} < y^{ML}$, $\bar{y} < y^* \leq y^N \leq y^{FL} < y^{ML}$, $\bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^{ML} < y^*$ или $\bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^* < y^{ML}$;

В свою очередь, при $y^{ML} \leq y^{FL}$ имеет место одно из четырех соотношений: $\bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{ML} \leq y^{FL}$, $\bar{y} \leq y^N < y^{ML} < y^* \leq y^{FL}$, $\bar{y} < y^* \leq y^N < y^{ML} \leq y^{FL}$ или $\bar{y} \leq y^N < y^{ML} \leq y^{FL} < y^*$.

В целях вычисления p^{ML} подставим (П.64) в (П.33) с учетом $cy^* = p^* + \varepsilon$:

$$p^{ML} = c \left(y^* + \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k \beta (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) - \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^g c^2 a^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) =$$

$$= p^* + \frac{c (\lambda_m^e \lambda_g^g k \beta (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} > p^* \quad (П.65)$$

Принимая во внимание соотношения (П.65), а также $p^N \geq \bar{p} > p^*$, $y^{FL} \geq y^N$, $y^{ML} > y^N$, $y^{ML} \leq y^{FL}$ или $y^{ML} > y^{FL}$ (в зависимости от значений параметров) и тот факт, что функция $p = cy$ является монотонно возрастающей, приходим к выводу, что в зависимости от значений параметров имеет место одно из следующих соотношений:

$$p^{ML} > p^{FL} \geq p^N \geq \bar{p} > p^* \text{ или } p^{FL} \geq p^{ML} > p^N \geq \bar{p} > p^*.$$

Таким образом, при $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$ в условиях монетарного лидерства имеют место следующие однозначные соотношения переменных валютного курса и госрасходов:

$$\bar{e} \leq e^{FL} \leq e^N < e^{ML} < e^*; \quad (П.66)$$

$$g^{ML} < g^N \leq g^{FL} < g^*. \quad (П.67)$$

Для инфляции и выпуска, в зависимости от соотношения параметров, выполняется одно из следующих соотношений:

$$p^{ML} > p^{FL} \geq p^N \geq \bar{p} > p^* \text{ или } p^{FL} \geq p^{ML} > p^N \geq \bar{p} > p^*; \quad (П.68)$$

$$\bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{FL} < y^{ML}, \bar{y} < y^* \leq y^N \leq y^{FL} < y^{ML}, \bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^{ML} < y^*,$$

$$\bar{y} \leq y^N \leq y^{FL} < y^* < y^{ML}, \bar{y} \leq y^N < y^* \leq y^{ML} \leq y^{FL}, \bar{y} \leq y^N < y^{ML} < y^* \leq y^{FL},$$

$$\bar{y} < y^* \leq y^N < y^{ML} \leq y^{FL} \text{ или } \bar{y} \leq y^N < y^{ML} \leq y^{FL} < y^*. \quad (П.69)$$

Приложение 15

Оптимальная мера консервативности центрального банка при завышенной цели по валютному курсу

$$y^* > y(p^*), p^* < p(e^*, g^*), e^* > \bar{e}$$

Для нахождения оптимальной меры консервативности центрального банка решаем задачу минимизации целевой функции правительства (П.42), при соответствующих ограничениях для случая взаимодействия по Нэшу, лидерства правительства и центрального банка, и получаем решение (П.43) для случаев равновесия по Нэшу и фискального лидерства, (П.44) — при монетарном лидерстве на втором шаге.

Покажем, что при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$ оптимальные меры консервативности (П.43) и (П.44) являются неотрицательными величинами. Для этого произведем подстановку $cke^* + cag^* - p^* = ck\beta$, $ke^* + ag^* - y^* = k\beta - \varepsilon$, $cy^* - p^* = c\varepsilon$:

$$\lambda_{m1}^p = \lambda_m^{pN} = \lambda_m^{pFL} = \frac{\lambda_m^e \left(\lambda_g^p c^2 k\beta + \lambda_g^y (k\beta - \varepsilon) \right)}{\lambda_g^y c^2 k^2 \varepsilon} = \frac{\lambda_m^e \left(k\beta (\lambda_g^p c^2 + \lambda_g^y) - \lambda_g^y \varepsilon \right)}{\lambda_g^y c^2 k^2 \varepsilon} > 0 \quad (\text{П.70})$$

$$\lambda_{m2}^p = \lambda_m^{pML} = \frac{\lambda_m^e \left(\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e \right) \left(\lambda_g^p c^2 k\beta + \lambda_g^y (k\beta - \varepsilon) \right)}{\lambda_g^y \lambda_g^e c^2 k^2 \varepsilon} = \frac{\lambda_m^e \left(\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^y a^2 + \lambda_g^e \right) \left(k\beta (\lambda_g^p c^2 + \lambda_g^y) - \lambda_g^y \varepsilon \right)}{\lambda_g^y \lambda_g^e c^2 k^2 \varepsilon} > 0 \quad (\text{П.71})$$

Учитывая, что выполняется (П.51), получаем $\lambda_m^{p1} > 0$ и $\lambda_m^{p2} > 0$.

В целях сравнения λ_m^{p1} и λ_m^{p2} рассчитаем разность выражений (П.70) и (П.71):

$$\lambda_m^{p1} - \lambda_m^{p2} = - \frac{\lambda_m^e a^2 \left(\lambda_g^p c^2 + \lambda_g^y \right) \left(k\beta (\lambda_g^p c^2 + \lambda_g^y) - \lambda_g^y \varepsilon \right)}{\lambda_g^y \lambda_g^e c^2 k^2 \varepsilon} < 0$$

Таким образом, получаем, что $\lambda_m^{p2} > \lambda_m^{p1} > 0$.

Приложение 16

Равновесие по Нэшу, при фискальном и монетарном лидерстве соответственно в случае меры консервативности центрального банка λ_m^{p1} и λ_m^{p2} при соотношении целей

$$y^* > y(p^*), \quad p^* < p(e^*, g^*), \quad e^* > \bar{e}$$

Покажем, что при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* < p(e^*, g^*)$, $e^* > \bar{e}$ оптимальная комбинация в равновесии по Нэшу и в случае лидерства правительства при мере консервативности центрального банка, равной λ_{m1}^p , а также в случае лидерства монетарных властей, при мере консервативности λ_{m2}^p , соответствует второму наилучшему решению для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$.

Подставляем меру консервативности центрального банка (П.70) в соответствующие выражения для оптимальных значений валютного курса, государственных расходов, выпуска и инфляции (П.52), (П.54), (П.55), (П.56) в случае взаимодействия по Нэшу, (П.58), (П.57), (П.59), (П.60) при фискальном лидерстве, и меру консервативности (П.71) – в выражения (П.61), (П.63), (П.64), (П.65) при монетарном лидерстве, получаем:

$$\hat{e} = e^N(\lambda_{m1}^p) = e^{FL}(\lambda_{m1}^p) = e^{ML}(\lambda_{m2}^p) = \bar{e} = e^* - \left(\beta - \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} \right) < e^* \quad (\text{П.72})$$

$$\hat{g} = g^N(\lambda_{m1}^p) = g^{FL}(\lambda_{m1}^p) = g^{ML}(\lambda_{m2}^p) = g^* \quad (\text{П.73})$$

$$\hat{p} = p^N(\lambda_{m1}^p) = p^{FL}(\lambda_{m1}^p) = p^{ML}(\lambda_{m2}^p) = \bar{p} = p^* + \frac{\lambda_g^y c \varepsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} > p^* \quad (\text{П.74})$$

$$\hat{y} = y^N(\lambda_{m1}^p) = y^{FL}(\lambda_{m1}^p) = y^{ML}(\lambda_{m2}^p) = \bar{y} = y^* - \frac{\lambda_g^p c^2 \varepsilon}{\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2} < y^*. \quad (\text{П.75})$$

Приложение 17

Граничное значение валютного курса e'

Принимая во внимание, что значение валютного курса e' лежит на функции реакции правительства (П.6) при целевом значении инфляции, подставим p^* в (П.6) с учетом (П.2):

$$e' = - \frac{a \left(\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y a \left(\frac{1}{c} p^* + \varepsilon \right) \right)}{\lambda_g^g k} + \frac{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^g}{\lambda_g^g c k} p^* = \frac{p^*}{c k} - \left(\frac{a g^*}{k} + \frac{\lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_g^g k} \right) \quad (\text{П.76})$$

Найдем условие, которое выполняется при $e^* = e''$. Для этого, учитывая соотношение целей $p^* > p(e^*, g^*)$ и (8), запишем:

$$e^* = \frac{1}{c k} p^* - \frac{a}{k} g^* + \varphi \quad (\text{П.77})$$

где $\varphi = e(p^*, g^*) - e^* > 0$.

Выразим из (П.77) $\frac{p^*}{c k} - \frac{a g^*}{k} = e^* + \varphi$ и подставим в (П.76):

$$e' = e^* + \varphi - \frac{\lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_g^g k} = e^* + \frac{\lambda_g^g k \varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_g^g k} = e^* \quad (\text{П.78})$$

Таким образом, при $e^* = e'$ выполняется соотношение параметров $\lambda_g^g k \varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon = 0$.

Если $e^* > e'$, то $\lambda_g^g k \varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon < 0$, при $e^* < e'$ выполняется обратное.

Приложение 18

Решение задачи взаимодействия по Нэшу

при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, $e < e'$
и заданной ненулевой мере консервативности центрального банка

Определим, как оптимальная по Нэшу комбинация (e^N, g^N, p^N, y^N) соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) и точкой второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ при $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, $e < e'$.

Определим, как в данном случае цель по валютному курсу соотносится со значением валютного курса $\bar{e}$, принадлежащего комбинации второго наилучшего решения для правительства. Для этого подставим выражения $y^* = ke^* + ag^* + k\varphi + \varepsilon$ и $p^* = cag^* + cke^* + ck\varphi$ в (9):

$$\begin{aligned}\bar{e} = e(\bar{p}, g^*) &= \frac{\lambda_g^y (ke^* + ag^* + k\varphi + \varepsilon) + \lambda_g^p c (cag^* + cke^* + ck\varphi)}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} - \frac{a}{k} g^* = \\ &= e^* + \varphi + \frac{\lambda_g^y \varepsilon}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)} > e^*\end{aligned}\quad (\text{П.79})$$

В целях расчета e^N подставим $p^* - cy^* = -\alpha$, $p^* - cag^* = cke^* + ck\varphi$ в (П.9), получаем:

$$\begin{aligned}e^N &= \frac{\lambda_m^p ck (\lambda_g^y a^2 (-\alpha) + \lambda_g^g (cke^* + ck\varphi)) + \lambda_m^e e^* (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} = \\ &= e^* + \frac{\lambda_m^p c^2 k (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} > e^*\end{aligned}\quad (\text{П.80})$$

Учитывая, что рассматривается случай, когда $e < e'$, то выполняется условие

$$\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 > 0, \quad (\text{П.81})$$

поэтому, $e^N < e^*$.

Для сравнения e^N и $\bar{e}$ вычислим разность выражений (П.81) и (П.79):

$$e^N - \bar{e} = - \frac{(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{k(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} < 0$$

В соответствии с полученным результатом, $e^N < \bar{e}$. Учитывая последнее совместно с (П.80), получаем соотношение $e^* < e^N < \bar{e}$.

Аналогично для вычисления g^N подставим $p^* - cy^* = -\alpha$, $p^* - cke^* = cag^* + ck\varphi$ и $y^* - ke^* = ag^* + k\varphi + \varepsilon$ в (П.10):

$$\begin{aligned}g^N &= \frac{\lambda_m^p ck^2 (\lambda_g^g cg^* - \lambda_g^y a (-\alpha)) + \lambda_m^e (\lambda_g^p ca (cag^* + ck\varphi) + \lambda_g^y a (ag^* + k\varphi + \varepsilon) + \lambda_g^g g^*)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} = \\ &= g^* + \frac{\lambda_m^e ak\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y a \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} > g^*\end{aligned}\quad (\text{П.82})$$

В целях вычисления y^N произведем подстановку (П.80) и (П.82) в (П.11) с учетом $ke^* + ag^* = y^* - (k\varphi + \varepsilon)$:

$$\begin{aligned}y^N &= a \left(g^* + \frac{\lambda_m^e ak\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y a \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \right) + \\ &+ k \left(e^* + \frac{\lambda_m^p c^2 k (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \right) = \\ &= y^* - \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k\varphi + \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^p c^2 a^2)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} < y^*\end{aligned}\quad (\text{П.83})$$

Для сравнения y^N и $\bar{y}$ вычислим разность выражений (П.4) и (П.83):

$$\bar{y} - y^N = \frac{\lambda_g^g (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} > 0$$

В соответствии с полученным результатом, $y^N < \bar{y}$, откуда, учитывая (П.4) следует соотношение $y^N < \bar{y} < y^*$.

В целях вычисления p^N подставим (П.83) в (П.12) с учетом $cy^* = p^* + \alpha$:

$$\begin{aligned}p^N &= c \left(y^* - \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k\varphi + \varepsilon (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e \lambda_g^p c^2 a^2)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \right) = \\ &= p^* - \frac{c\lambda_m^e (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} < p^*\end{aligned}\quad (\text{П.84})$$

Принимая во внимание, что выполняется (П.81), $p^N < p^*$, откуда, с учетом (П.3), получаем соотношение $p^N < p^* < \bar{p}$.

Таким образом, в равновесии по Нэшу при $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$ и выполнении условия (П.81) имеют место соотношения:

$$\begin{aligned}e^* &< e^N < \bar{e} \\ g^N &> g^*\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^N &< \bar{y} < y^* \\ p^N &< p^* < \bar{p}. \end{aligned}$$

Приложение 19

Решение задачи в условиях фискального лидерства

при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, $e < e'$
и заданной ненулевой мере консервативности центрального банка

Исследуем, каким образом оптимальная комбинация при фискальном лидерстве $(e^{FL}, g^{FL}, p^{FL}, y^{FL})$ соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) , комбинацией второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ и оптимальной комбинацией в равновесии по Нэшу (e^N, g^N, p^N, y^N) при $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, $e < e'$.

Для расчета g^{FL} подставим выражения $y^* - ke^* = ag^* + k\varphi + \varepsilon$, $p^* - cke^* = cag^* + ck\varphi$, $cy^* - p^* = \varsigma \varepsilon$ в (П.21):

$$\begin{aligned} g^{FL} &= \frac{\lambda_m^e (\lambda_g^y a (ag^* + k\varphi + \varepsilon) + \lambda_g^p ca (cag^* + ck\varphi) + \lambda_g^s g^*) + \lambda_m^p \lambda_m^e (\lambda_g^y ac^2 k^2 \varepsilon + 2\lambda_g^s c^2 k^2 g^*) + \lambda_m^2 \lambda_g^s c^4 k^4 g^*}{\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} = \\ &= g^* + \frac{\lambda_m^e a (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}{\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} > g^* \end{aligned} \quad (П.85)$$

В целях сравнения g^{FL} и g^N вычислим разность выражений (П.85) и (П.82):

$$g^{FL} - g^N = - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 a (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^s \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) (\lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s))} < 0$$

В соответствии с полученным результатом, $g^{FL} < g^N$, откуда, с учетом (П.85), следует соотношение $g^* < g^{FL} < g^N$.

Аналогично рассчитаем e^{FL} , подставив $p^* = cag^* + cke^* + ck\varphi$ и (П.85) в (П.22):

$$\begin{aligned} e^{FL} &= \frac{\lambda_m^e e^* + \lambda_m^p ck (cag^* + cke^* + ck\varphi)}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} - \\ &- \frac{\lambda_m^p ac^2 k}{\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e} \left(g^* + \frac{\lambda_m^e a (\lambda_g^y \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}{\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} \right) = \\ &= e^* + \frac{\lambda_m^p c^2 k (\lambda_g^s k\varphi (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{(\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))} > e^* \end{aligned} \quad (П.86)$$

Учитывая, что выполняется (П.81), числитель второго слагаемого является положительной величиной, поэтому $e^{FL} > e^*$.

В целях сравнения e^{FL} и $\bar{e}$ рассчитаем разность выражений (П.86) и (П.79):

$$e^{FL} - \bar{e} = - \frac{(\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2) (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^s \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{k (\lambda_g^y + \lambda_g^s c^2) (\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))} < 0$$

В соответствии с полученным результатом, $e^{FL} < \bar{e}$.

Аналогично для сравнения e^{FL} и e^N вычислим разность выражений (П.86) и (П.80):

$$e^{FL} - e^N = \frac{\lambda_m^p \lambda_g^s c^4 k^3 a^2 (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^s \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s)) (\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))} > 0$$

Результат разности больше нуля, следовательно, $e^{FL} > e^N$, откуда, учитывая, $e^{FL} < \bar{e}$, $e^* < e^N < \bar{e}$, получаем соотношение $e^* < e^N < e^{FL} < \bar{e}$.

Рассчитаем y^{FL} , подставив (П.85) и (П.86) в (П.23), с учетом $ke^* + ag^* = y^* - (k\varphi + \varepsilon)$:

$$\begin{aligned} y^{FL} &= ag^* + ke^* + \frac{\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)) + \lambda_m^p c^2 k^2 (\lambda_g^s k\varphi (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)} = \\ &= y^* - \frac{\lambda_m^e \lambda_g^s k\varphi (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \varepsilon (\lambda_m^e (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))}{(\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))} < y^* \end{aligned} \quad (П.87)$$

Сравним y^{FL} и y^N . Для этого вычислим разность выражений (П.83) и (П.87):

$$y^N - y^{FL} = \frac{\lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^s c^2 k^2 a^2 (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^s \varepsilon (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{(\lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s)) (\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))} > 0$$

Полученный результат свидетельствует о том, что $y^{FL} < y^N$, откуда, с учетом $y^N < \bar{y} < y^*$, следует соотношение $y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^*$.

Вычислим p^{FL} , подставив (П.87) в (П.24), принимая во внимание, что $cy^* = p^* + \varsigma \varepsilon$:

$$\begin{aligned} p^{FL} &= c \left(y^* - \frac{\lambda_m^e \lambda_g^s k\varphi (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \varepsilon (\lambda_m^e (\lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^s) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))}{(\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))} \right) = \\ &= p^* - \frac{\lambda_m^e c (\lambda_g^s k\varphi (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) - \lambda_m^e \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{(\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^s + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^s c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e))} < p^* \end{aligned} \quad (П.88)$$

Результат получен в предположении о том, что выполняется (П.81). Из последнего с учетом соотношений $p^N < p^* < \bar{p}$, $y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^*$, а также того фак-

та, что функция $p = cy$ является монотонно возрастающей, следует соотношение $p^{FL} < p^N < p^* < \bar{p}$.

Таким образом, для оптимальной в условиях фискального лидерства комбинации переменных при $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$ и выполнении (П.81) имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} e^* &< e^N < e^{FL} < \bar{e}; \\ g^* &< g^{FL} < g^N; \\ y^{FL} &< y^N < \bar{y} < y^*; \\ p^{FL} &< p^N < p^* < \bar{p}. \end{aligned}$$

Приложение 20

Решение задачи в условиях монетарного лидерства

при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, $e < e'$
и заданной ненулевой мере консервативности центрального банка

Рассмотрим, каким образом оптимальная комбинация переменных при монетарном лидерстве $(e^{ML}, g^{ML}, p^{ML}, y^{ML})$ соотносится с целевыми значениями переменных (e^*, g^*, p^*, y^*) , комбинацией второго наилучшего решения для правительства $(\bar{e}, g^*, \bar{p}, \bar{y})$ и оптимальными комбинациями в равновесии по Нэшу (e^N, g^N, p^N, y^N) и в условиях фискального лидерства $(e^{FL}, g^{FL}, p^{FL}, y^{FL})$ при соотношении целей $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$, $e < e'$.

Для вычисления e^{ML} осуществим подстановку $p^* - cy^* = -\epsilon$ и $p^* - cag^* = cke^* + ck\varphi$ в (П.30):

$$\begin{aligned} e^{ML} &= \frac{\lambda_m^p ck \left(a^2 \lambda_g^y \lambda_g^g (-\epsilon) + \lambda_g^g (cke^* + ck\varphi) \right) + \lambda_m^e e^* \left(a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g) + \lambda_g^g \right)}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} = \\ &= e^* + \frac{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon)}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \geq e^* \end{aligned} \quad (П.89)$$

В целях сравнения e^{ML} и e^N вычислим разность выражений (П.89) и (П.80):

$$e^{ML} - e^N = - \frac{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 a^2 k (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon) (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{(\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)) (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))} < 0$$

В соответствии с полученным результатом, $e^{ML} < e^N$, откуда, учитывая (П.89) и $e^* < e^N < e^{FL} < \bar{e}$, получаем соотношение $e^* < e^{ML} < e^N < e^{FL} < \bar{e}$.

Далее, подставив (П.89), $y^* = ag^* + ke^* + k\varphi + \epsilon$ и $p^* = cag^* + cke^* + ck\varphi$ в (П.31), рассчитаем g^{ML} :

$$\begin{aligned} g^{ML} &= \frac{\lambda_g^g g^* + \lambda_g^y a (ag^* + ke^* + k\varphi + \epsilon) + \lambda_g^p ca (cag^* + cke^* + ck\varphi)}{\lambda_g^g a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} - \frac{(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) ak}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} (e^* + \\ &+ \frac{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon)}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)}) = \\ &= g^* + \frac{a (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_g^y \epsilon (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)))}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} > g^* \end{aligned} \quad (П.90)$$

В целях сравнения g^{ML} и g^N вычислим разность выражений (П.90) и (П.82):

$$g^{ML} - g^N = \frac{\lambda_m^e a (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) \lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon) + \lambda_m^e \lambda_g^g k\varphi}{(\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)) (\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g))} > 0$$

С учетом (П.81) получен положительный результат, и $g^{ML} > g^N$. Из последнего, принимая во внимание $g^* < g^{FL} < g^N$, приходим к выводу о выполнении соотношения $g^* < g^{FL} < g^N < g^{ML}$.

Для вычисления y^{ML} подставим (П.90) и (П.89), с учетом $ke^* + ag^* = y^* - (k\varphi + \epsilon)$ в (П.32):

$$\begin{aligned} y^{ML} &= a \left(g^* + \frac{a (\lambda_m^e k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_g^y \epsilon (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)))}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) + \\ &+ k \left(e^* + \frac{\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon)}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) = \\ &= y^* - \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k\varphi (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) - \epsilon (\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^p c^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_g^g (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)) + \lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} < y^*. \end{aligned} \quad (П.91)$$

В целях сравнения y^{ML} и y^N рассчитаем разность выражений (П.83) и (П.91):

$$y^N - y^{ML} = \frac{\lambda_m^e \lambda_g^p c^2 a^2 (\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2) + \lambda_m^p \lambda_g^e \lambda_g^g c^2 k^2 a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon)}{(\lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} > 0$$

Учитывая (П.81), получен положительный результат, следовательно, $y^{ML} < y^N$.

Аналогично для сравнения y^{ML} и y^{FL} вычислим разность выражений (П.87) и (П.91):

$$\begin{aligned} y^{FL} - y^{ML} &= \lambda_m^p \lambda_m^e \lambda_g^g c^2 k^2 a^2 \times \\ &\times \frac{(k\varphi (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 - \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)) + \lambda_g^y \epsilon ((\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)))}{(\lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2) + \lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 (\lambda_m^p c^2 k^2 + 2\lambda_m^e)) \lambda_g^g (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \end{aligned}$$

В соответствии с полученным результатом, если числитель дроби неотрицателен, то $y^{ML} \leq y^{FL}$, и, учитывая, что $y^{ML} \leq y^N$, получаем соотношение

$y^{ML} \leq y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^*$. В противном случае $y^{ML} > y^{FL}$ и имеет место соотношение $y^{FL} < y^{ML} < y^N < \bar{y} < y^*$.

В целях расчета p^{ML} подставим (П.91) в (П.33) с учетом $cy^* = p^* + \epsilon$:

$$p^{ML} = c \left(y^* - \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g k \varphi (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)}{\lambda_g^{g2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} - \frac{\epsilon (\lambda_m^e a^2 (\lambda_g^p c^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) + \lambda_g^g (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p)) + \lambda_g^{g2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e))}{\lambda_g^{g2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \right) = p^* - \frac{\lambda_m^e c (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) (\lambda_g^g k \varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon)}{\lambda_g^{g2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)} \leq p^* \quad (\text{П.92})$$

Вывод сделан с учетом (П.81).

Сравним p^{ML} и p^N , вычислив разность выражений (П.84) и (П.92):

$$p^N - p^{ML} = \frac{\lambda_m^e \lambda_g^g c (\lambda_m^p c^2 k^2 a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) + \lambda_m^e \lambda_g^g) (\lambda_g^g k \varphi - \lambda_g^y a^2 \epsilon)}{(\lambda_g^{g2} (\lambda_m^p c^2 k^2 + \lambda_m^e) + \lambda_m^e a^2 (\lambda_g^y + c^2 \lambda_g^p) (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + 2\lambda_g^g)) (\lambda_m^p \lambda_g^g c^2 k^2 + \lambda_m^e (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g))} > 0$$

В соответствии с полученным результатом, $p^{ML} < p^N$. Принимая во внимание последнее, $p^{FL} < p^N < p^* < \bar{p}$, и тот факт, что, в зависимости от значений параметров, $y^{ML} \leq y^{FL}$ или $y^{ML} > y^{FL}$, и функция $p = cy$ является монотонно возрастающей, получаем, что выполняется одно из соотношений $p^{ML} \leq p^{FL} < p^N < p^* < \bar{p}$ или $p^{FL} < p^{ML} < p^N < p^* < \bar{p}$ (в зависимости от значений параметров).

Таким образом, при $y^* > y(p^*)$, $p^* > p(e^*, g^*)$ и выполнении (П.81) для переменных валютного курса и госрасходов имеют место однозначные соотношения:

$$e^* \leq e^{ML} < e^N < e^{FL} < \bar{e}; \quad (\text{П.93})$$

$$g^* < g^{FL} < g^N < g^{ML}. \quad (\text{П.94})$$

Для выпуска и инфляции, в зависимости от соотношения параметров, соответственно, выполняется одно из соотношений:

$$y^{ML} \leq y^{FL} < y^N < \bar{y} < y^* \text{ или } y^{FL} < y^{ML} < y^N < \bar{y} < y^*; \quad (\text{П.95})$$

$$p^{ML} \leq p^{FL} < p^N < p^* < \bar{p} \text{ или } p^{FL} < p^{ML} < p^N < p^* < \bar{p}. \quad (\text{П.96})$$

Приложение 21

Граничное значение валютного курса e''

Определим уровень потерь правительства, который отражает изолоса, проходящая через точку (e'', p'') . Учитывая, что указанной изолосе также принадлежит точка $(e(p^*, g^*), p^*)$, получаем:

$$L_g(p^*, g^*) = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y \left(\frac{1}{c} p^* - y^* \right)^2 + \lambda_g^p (p^* - p^*)^2 + \lambda_g^g (g^* - g^*)^2 \right] = \frac{1}{2} \lambda_g^y \left(\frac{1}{c} p^* - y^* \right)^2. \quad (\text{П.97})$$

Принимая во внимание (4) и (8), запишем уравнение изолосы, отражающей уровень потерь (П.97):

$$L_g(e'', p'') = \frac{1}{2} \left[\lambda_g^y \left(\frac{1}{c} p'' - y^* \right)^2 + \lambda_g^p (p'' - p^*)^2 + \lambda_g^g \left(\frac{1}{ac} p'' - \frac{k}{a} e'' - g^* \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \lambda_g^y \left(\frac{1}{c} p'' - y^* \right)^2 \quad (\text{П.98})$$

Комбинация (e'', p'') является точкой пересечения функции реакции правительства (П.13) и изолосы, которая описывается уравнением (П.98). Решая систему из двух уравнений (П.13) и (П.98), с учетом (П.2), относительно переменной e , получаем выражение для e'' :

$$e'' = -\frac{ag^*}{k} + \frac{a^2 (\lambda_g^g + c^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g - c^2 \lambda_g^g) (p^* + \epsilon \lambda_g^y))}{kc ((\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g - c^2 \lambda_g^g)^2 + \lambda_g^g (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))} + a(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g) \times \sqrt{\frac{(\epsilon^2 \lambda_g^{y2} c^2 a^2 (\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g + 2\lambda_g^g (1 - c^2)) - \lambda_g^{g2} p^* (c^2 - 1)^2 (2\lambda_g^y \epsilon + p^* (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2)))}{\lambda_g^g kc ((\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g - c^2 \lambda_g^g)^2 + \lambda_g^g (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2))}} \quad (\text{П.99})$$

Подставляя (П.99) в уравнение функции реакции правительства, находим p'' :

$$p'' = \frac{\lambda_g^g c k e'}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} + \frac{a^2 (p^* (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y \epsilon)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} \quad (\text{П.100})$$

Значение госрасходов в данной точке получаем из (8):

$$g' = \frac{1}{ac} p' - \frac{k}{a} e' \quad (\text{П.102})$$

Найдем условие на соотношение параметров, которое выполняется при $e^* = e''$, учитывая, что в данном случае при нулевой и максимальной мерах консервативности центрального банка в условиях фискального лидерства на втором шаге потери правительства одинаковы.

Подставив (П.2) в (П.104), получаем значение потерь правительства в условиях фискального лидерства при максимально большой мере консервативности центрального банка:

$$L_g^{FL}(\lambda_m^p = 1) = \frac{1}{2} \lambda_g^y (-\epsilon)^2 \quad (\text{П.103})$$

Вычислим потери правительства в условиях фискального лидерства при нулевой мере консервативности центрального банка, подставляя (П.85), (П.87), (П.88) при $\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1$ в соответствующую функцию потерь:

$$L_g^{FL}(\lambda_m^p = 0) = \frac{\lambda_g^y \left(\lambda_g^g k\varphi + \varepsilon (\lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2) \right)^2 + \lambda_g^p \left(c \left(\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon \right) \right)^2 + \lambda_g^g \left(a \left(k\varphi (\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y \varepsilon \right) \right)^2}{2(\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g)} \quad (\text{П.104})$$

Приравнявая (П.103) и (П.104), находим, что равенство соблюдается при выполнении следующего условия:

$$\lambda_g^g k\varphi \left(k\varphi (\lambda_g^p c^2 + \lambda_g^y) + \lambda_g^y \varepsilon \right) = -\lambda_g^y \varepsilon \left(k\varphi \lambda_g^g - \lambda_g^y a^2 \varepsilon \right) > 0, \quad (\text{П.105})$$

которое выполняется только в случае, когда $k\varphi \lambda_g^g - \lambda_g^y a^2 \varepsilon < 0$.

Из (П.78) следует, что при $\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon < 0$ имеет место соотношение $e' = e^* > e''$.

Приложение 22

Равновесие по Нэшу, при фискальном и монетарном лидерстве в случае нулевой оптимальной меры консервативности центрального банка при соотношении целей

$$y^* > y(p^*), \quad p^* > p(e^*, g^*)$$

В целях нахождения оптимальных значений валютного курса, госрасходов, выпуска и инфляции при нулевой оптимальной мере консервативности центрального банка подставим $\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1$, в выражения (П.80), (П.81), (П.82), (П.83) — в случае равновесия по Нэшу, (П.85), (П.86), (П.87), (П.88) — при фискальном лидерстве и (П.89), (П.90), (П.91), (П.92) — при монетарном лидерстве:

$$\hat{e} = e^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = e^* \quad (\text{П.106})$$

$$\begin{aligned} \hat{g} &= g^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = g^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= g^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = g^* + \frac{a(k\varphi(\lambda_g^y + \lambda_g^p c^2) + \lambda_g^y \varepsilon)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} > g^* \end{aligned} \quad (\text{П.107})$$

$$\begin{aligned} \hat{y} &= y^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = y^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = y^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= y^* - \frac{\lambda_g^g k\varphi + \varepsilon (\lambda_g^g + \lambda_g^p c^2 a^2)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} < y^* \end{aligned} \quad (\text{П.108})$$

$$\begin{aligned} \hat{p} &= p^N(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = p^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= p^{ML}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = p^* - \frac{c(\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon)}{\lambda_g^y a^2 + \lambda_g^p c^2 a^2 + \lambda_g^g} \end{aligned} \quad (\text{П.109})$$

В соответствии с (П.78), при $k\varphi \lambda_g^g - \lambda_g^y a^2 \varepsilon < 0, e^* > e'$, получаем $\hat{p} > p^*$, в обратном случае $\hat{p} < p^*$.

Таким образом, при нулевой мере консервативности монетарных властей оптимальная комбинация переменных совпадает при различных вариантах (по Нэшу, при фискальном или монетарном лидерстве) взаимодействия правительства и центрального банка на втором шаге.

Приложение 23

Равновесие по Нэшу, при фискальном и монетарном лидерстве в случае максимально возможной оптимальной меры консервативности центрального банка при соотношении целей

$$y^* > y(p^*), \quad p^* > p(e^*, g^*)$$

При максимально возможном значении оптимальной меры консервативности монетарных властей их целевая функция имеет вид (47), то есть $\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0$. Подставим указанные значения в выражения (П.80), (П.81), (П.82), (П.83) — в случае равновесия по Нэшу, (П.85), (П.86), (П.87), (П.88) — при фискальном лидерстве и (П.89), (П.90), (П.91), (П.92) — при монетарном лидерстве для нахождения оптимальных значений переменных валютного курса, госрасходов, выпуска и инфляции:

$$\hat{e}^N(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = \hat{e}^{ML}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = e^* + \frac{\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_g^g k} < \hat{e}^{FL} \quad (\text{П.110})$$

$$\hat{e}^{FL}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = e^* + \varphi > e^* \quad (\text{П.111})$$

$$\hat{g}^N(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = \hat{g}^{ML}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = g^* + \frac{\lambda_g^y a \varepsilon}{\lambda_g^g} > g^* \quad (\text{П.112})$$

$$\hat{g}^{FL}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = g^* \quad (\text{П.113})$$

$$\begin{aligned} \hat{y} &= y^N(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = y^{FL}(\lambda_m^p = 0, \lambda_m^e = 1) = \\ &= y^{ML}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = y^* - \varepsilon < y^* \end{aligned} \quad (\text{П.114})$$

$$\hat{p} = p^N(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = p^{FL}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = p^{ML}(\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0) = p^* \quad (\text{П.115})$$

При максимально возможной мере консервативности центрального банка оптимальные значения валютного курса и госрасходов при монетарном лидерстве и в равновесии по Нэшу равны. При этом, в соответствии с (П.78), при $k\varphi\lambda_g^g - \lambda_g^y a^2 \varepsilon < 0$, $e^* > e'$ выполняется $\hat{e}^N = \hat{e}^{ML} < e^*$. Равновесные значения выпуска и инфляции совпадают для всех трех вариантов взаимодействия правительства и центрального банка.

Покажем, что при нулевой мере консервативности монетарных властей валютный курс, оптимальный в условиях фискального лидерства, соответствует значению $e(p^*, g^*)$. Для этого подставим в (8) целевые значения инфляции и госрасходов с учетом (П.75):

$$e(p^*, g^*) = \frac{1}{ck} p^* - \frac{a}{k} g^* = \frac{1}{ck} (cke^* + cag^* + ck\varphi) - \frac{a}{k} g^* = e^* + \varphi = \hat{e}^{FL} (\lambda_m^p = 1, \lambda_m^e = 0)$$

Приложение 24

Равновесие по Нэш и в условиях монетарного лидерства

в случае соотношения целей $y^* > y(p^*)$, $e^* = e'$

В Приложении 17 показано, что при $e^* = e'$ выполняется соотношение $\lambda_g^g k\varphi - \lambda_g^y a^2 \varepsilon = 0$. Подставив его в выражения (П.80), (П.84) – в случае равновесия по Нэш и (П.89), (П.82) – при фискальном лидерстве, получаем:

$$\hat{e}^N = \hat{e}^{ML} = e^* \quad (\text{П.116})$$

$$\hat{p}^N = \hat{p}^{ML} = p^* \quad (\text{П.117})$$

Для расчета значений госрасходов и выпуска подставим $k\varphi = \frac{\lambda_g^y a^2 \varepsilon}{\lambda_g^g}$ в (П.82), (П.83) – при равновесии по Нэш и в (П.90), (П.91) – при монетарном лидерстве:

$$\hat{g}^N = \hat{g}^{ML} = g^* + \frac{\lambda_g^y a \varepsilon}{\lambda_g^g} > g^* \quad (\text{П.117})$$

$$\hat{y}^N = \hat{y}^{ML} = y^* - \varepsilon < y^* \quad (\text{П.118})$$

Таким образом, получили, что при $e^* = e'$ в равновесии по Нэш и в условиях монетарного лидерства на втором шаге оптимальной является одна и та же комбинация переменных (П.116)–(П.118), которая имеет место при любом значении меры консервативности центрального банка.

Препринт WP12/2007/08

Серия WP12

Научные доклады лаборатории макроэкономического анализа

Е.Н. Лозгачева, А.В. Дементьев, А.Г. Шульгин

Оптимальный консерватизм и независимость центрального банка в условиях взаимодействия фискальной и монетарной политики

Публикуется в авторской редакции

Зав. редакцией оперативного выпуска А.В. Заиченко
Технический редактор О.А. Быстрова

ЛР № 020832 от 15 октября 1993 г.
Формат 60×84¹/₁₆. Бумага офсетная. Печать трафаретная.
Тираж 150 экз. Уч.-изд. л. 6,5. Усл. печ. л. 5,35
Заказ № . Изд. № 827

ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3
Типография ГУ ВШЭ. 125319, Москва, Кочновский проезд, 3

Для заметок
