

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА НАИМЕНЬШЕГО ПОРЯДКА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ АСИМПТОТИКИ ЧАСТНЫХ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

А.В. МИХЕЕВ

В процессе решения ряда прикладных задач, в том числе возникающих в механике деформируемого твердого тела [1], [2], встает необходимость определения асимптотического поведения частных решений линейных дифференциальных уравнений, коэффициенты которых зависят от малого параметра μ (им можем быть, скажем, жесткость основания или безразмерная толщина оболочки). Для этого в качестве инструмента может использоваться метод наименьших порядков для асимптотического разложения корней многочлена. Данный метод является частным случаем асимптотического метода Люстерника-Вишика [3]. По дифференциальному уравнению составляется его характеристический многочлен, коэффициенты которого также зависят от μ . Далее в декартовой системе координат строится диаграмма, состоящая из отрезков, соединяющих вершины с координатами $(k, m(k))$, где k – степень соответствующего одночлена, $m(k)$ – наименьшая степень μ в разложении коэффициента при этом одночлене. Проводя вертикальную прямую через крайнюю левую из рассматриваемых вершин и поворачивая ее против часовой стрелки до положения опорной прямой, мы поэтапно получаем набор вершин, соответствующих слагаемым одинакового порядка, в то время остальные слагаемые будут иметь более высокий порядок. Исходя из этих условий становится возможным найти степени и коэффициенты данных слагаемых. В качестве иллюстрации рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\mu^3 y^{(5)} + y^{(4)} - 2y^{(3)} + y'' - \mu y = 0 \quad (1)$$

Характеристический многочлен уравнения (1) имеет вид:

$$\mu^3 x^5 + x^4 - 2x^3 + x^2 - \mu = 0 \quad (2)$$

Чтобы найти первое слагаемое в асимптотическом разложении корней многочлена, подставим $x = x_0 \mu^{\beta_0}$ в (2). Получим:

$$\mu^{3+5\beta_0} x_0^5 + \mu^{4\beta_0} x_0^4 - 2\mu^{3\beta_0} x_0^3 + \mu^{2\beta_0} x_0^2 - \mu = 0 \quad (3)$$

Теперь необходимо выбрать в выражении (3) главные члены и определить значение β_0 при которых как минимум два главных члена имеют одинаковый порядок и все остальные слагаемые имеют более высокий порядок малости при $\mu \rightarrow 0$. Полученные асимптотические приближения корней таковы:

$$x_1 = -\mu^{-3} + O(1), \quad x_{2,3} = 1 + O(\mu^{1/2}), \quad x_{4,5} = \pm \mu^{1/2} + O(\mu)$$

Определяя частное решение уравнения (1) по найденным корням характеристического многочлена в зависимости от начальных условий, мы получаем возможность исследовать асимптотическое поведение найденного решения.

Литература

1. Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек. М., Наука, 1995.
2. Михеев А.В. Влияние сдвига на локальную устойчивость ортотропных оболочек на упругом основании. В сборнике: Асимптотические методы в механике деформируемого твердого тела. Сборник трудов, посвященных 70-летию профессора П.Е. Товстика. СПб, изд-во ВВМ, 2006.
3. Вайнберг Б.Р. Асимптотические методы в уравнениях математической физики. М., изд-во МГУ, 1982.

СЕКЦИИ ПО НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМУ НАПРАВЛЕНИЮ «ЭЛЕКТРОТЕХНИКА»

Секция электротехники

ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ УСИЛИТЕЛЯ МОЩНОСТИ

К.И. ДОРОФЕЕВ

В широкополосных системах передачи данных используются усилители мощности (УМ) с высокими энергетическими характеристиками (высоким КПД), которые порождают нелинейные искажения двух типов [1]: амплитудную конверсию АМ/АМ, вызванную безынерционной амплитудной нелинейностью; амплитудно-фазовую конверсию АМ/ФМ, заключающуюся в фазо-