

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ПЕРСПЕКТИВНЫХ
МАТЕРИАЛОВ И ТЕХНОЛОГИЙ»

МОСКОВСКИЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ
НАЦИОНАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
«ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ»
МИЭМ НИУ ВШЭ

ТРУДЫ

XXIII МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
«РАДИАЦИОННАЯ ФИЗИКА ТВЁРДОГО ТЕЛА»

(Севастополь, 8-13 июля 2013 г.)

под редакцией заслуженного деятеля науки РФ,
д.ф.-м.н., проф. Бондаренко Г.Г.

УДК 669.
ББК 22.38
Р15
ISBN 978-5-89671-021-9

Труды XXIII Международной конференции «Радиационная физика твёрдого тела» (Севастополь, 8 – 13 июля 2013 г.), под редакцией заслуженного деятеля науки РФ, д.ф.-м.н., проф. Бондаренко Г.Г., М.: ФГБНУ «НИИ ПМТ», 2013 г., 584с.

В рамках совещания проводилась XVII Международная школа молодых учёных «Радиационная физика твёрдого тела».

Редакционная коллегия:

д.ф.-м.н. Бондаренко Г.Г. (ответственный редактор),
д.ф.-м.н. Кристя В.И.,
д.т.н. Прасицкий В.В.,
Киреева И.А.
Мелкумян А.Б.

УДК 669.
ББК 22.38

© Издательство ФГБНУ «НИИ ПМТ», 2013

ISBN 978-5-89671-021-9

© Труды XXIII Международной конференции «Радиационная физика твёрдого тела»

ПРОГРАММА-СОДЕРЖАНИЕ

Понедельник, 8 июля

9.00-13.00

Открытие конференции - Бондаренко Г.Г.

1. Дидык А.Ю., Шилов В.М., Вишневский Р., Вилчинска-Китовска Т. «Образование новых элементов под действием 10 МэВ-ных гамма-квантов при ядерных реакциях в насыщенном дейтериием палладии» 11
2. Якушин В.Л., Аунг Тхурейн Хейн, Джумаев П.С., Калинин Б.А., Леонтьева-Смирнова М.В., Польский В.И. «Поверхностное легирование фрагментов твэльных труб из ферритно-мартенситных сталей с использованием потоков импульсной плазмы» 34
3. Ивченко В.А., Пушин А.В., Ивченко М.В. «Создание структуры микродуплекс в сплавах PdCuAg ионным облучением» 45
4. Печенкин В. А., Чернов К. Г., Черный В.А., Аверин Л. В. «Повреждающая доза в металлах при облучении в исследовательских быстрых реакторах» 53
5. Голубев О.Л. «Поверхностная ионизация и высокотемпературное поленое испарение: сходство и различие явлений» 58

13.00-14.00 Перерыв.

14.00-17.00 Секция “Радиационная физика металлов” (заседание школы молодых ученых)

1. Колокольцев В.Н., Боровицкая И.В., Ерискин А.А. , Никулин В.Я., Силин П.В., Бондаренко Г.Г., Гайдар А.И., Дегтярев В.Ф. «Получение оптических пленок металлов на установке «плазменный фокус»» 67
2. Демина Е.В., Прусакова М.Д., Доильницын В.А., Зайцева Н.А., Бабаев А.В. «Влияние термической обработки на коррозионную стойкость малоактивируемой мартенситной стали 13X12B2ГФРТ в щелочной среде» 78

3. Демина Е.В., Прусакова М.Д. В.Широкова, Грибков В.А., Пименов В.Н., Масляев С.А., Бабаев А.В. «Особенности структурных изменений в поверхностном слое композиционного сплава $W-1\%La_2O_3$ под воздействием высокотемпературной импульсной дейтериевой плазмы» 83
4. Селищев П.А., Щербань Л.В. «Распределение точечных дефектов при концентрационном расслоении сплава» 99
5. Молодцов В.Л., Печенкин В.А. «Зависимость энергии образования точечных дефектов от состава $Fe - Cr$ сплавов» 104
6. Конов К.И., Никеров В.А. «Пробеги электронов в толстых и тонких слоях веществ в модели обобщенной диффузии» 110

Вторник, 9 июля

9.00-13.00 Секция “Радиационная физика неметаллических материалов”

1. Суржиков А.П., Франгульян Т.С., Гынгазов С.А., Васендина Е.А. «Влияние электронного облучения на микроструктуру приповерхностных слоев композиционной керамики $ZrO_2(Y)-Al_2O_3$ » 117
2. Хасаншин Р.Х., Новиков Л.С., Винтайкин И.Б. , Поржежинская Е.Ю. «Влияние ионизирующих излучений на спектр пропускания защитного стекла солнечных батарей космических аппаратов» 124
3. Коршунова Д.Д., Пронь Н.П., С. А. Кривелевич С. А. «Нелинейные волны и структуры, индуцированные ионной бомбардировкой, на примере силикатных и интерметаллических систем» 132
4. Прокопьев С.Л., Ивлев Г.Д., Гайдук П.И. «Формирование поверхностного микрорельефа в слоях $Si_{1-x}Ge_x$ при наносекундном лазерном воздействии» 140
5. Kryuchkov S.V., Kukhar E.I., Nikitina O.S. «Influence of the electromagnetic radiation on the energy spectrum of the charge carriers in the graphene» 148
6. Коротков В.В., Загорский Д.Л., Березкин В.В., Бедин С.А., Кудрявцев В.Н., Мchedlishvili Б.В. «Трековые мембраны

с наноразмерными порами как матрицы для электроосаждения металла» 154

7. R. Shalayev, B. Efros, A. Misiuk, V. Varyukhin, A. Prudnikov, V. Burkhovetsky, B. Surma, J. Bak-Misiuk, W. Wierzchowski, K. Wieteska. «Photoluminescence of nanostructured hydrogen-implanted silicon treated at high temperature & pressure» 158

8. Королев А.А., Козлов С.А., Штумпф С.А. «Уширение и модуляция спектра предельно короткого интенсивного светового импульса при его распространении в диэлектрике с плазменной нелинейностью» 165

13.00-14.00 Перерыв.

14.00-17.00 Секция “Радиационная физика неметаллических материалов” (заседание школы молодых ученых)

1. Беляев А.Е., Болтовец Н.С., Жилиев Ю.В., Жигунов В.С., Конакова Р.В., Пантелеев В.Н., Саченко А.В., Шеремет В.Н. «Влияние микроволнового излучения на удельное контактное сопротивление омических контактов к n-GaN И n-AlN» 172

2. Матяш И.Е., Минайлова И.А., Мищук О.Н., Сердега Б.К. «Исследование радиационной термоупругости в стекле методом поляризационной модуляции электромагнитного излучения» 178

3. Павленко В.И., Бондаренко Г.Г., Черкашина Н.И. «Особенности изменений оптических свойств высоконаполненных полимеров при облучении вакуумным ультрафиолетом» 183

4. Осадчая А.С., Золотов Д.А., Бузмаков А.В., Асадчиков В.Е., Смирнов И.С. «Исследование монокристаллического кремния методом рентгеновской томографии в лабораторных условиях» 188

5. Грач Е.П., Тютнев А.П., Нерето М.О. «Влияние заряженных центров на транспорт дырок в молекулярнодопированных полимерах» 196

6. Четвериков В.М., Смирнов Д.Д., Гузенкова А.С. «Зависимость диэлектрической проницаемости композита от концентрации проводящего наполнителя» 200

7. Дьячкова И.Г., Смирнов И.С., Новоселова Е. Г.

«Структурные особенности кристаллов кремния, подвергнутых облучению протонами и термической обработке»	210
--	-----

Среда, 10 июля

9.00-13.00 Секция “Радиационная физика металлов”

1. Хофман А., Дидык А.Ю., Семина В.К. «Влияние облучения на коррозию и коррозионное растрескивание под напряжением в аустенитных нержавеющей сталях»	216
2. Углов В.В., Кулешов А.К., Крутилина Е.А., Анищик В.М., Асташинский В.М., Кузьмицкий А.М. «Фазовый и элементный состав поверхностных слоев твердого сплава с титановым покрытием после воздействия компрессионными плазменными потоками»	240
3. Черенда Н.Н., Басалай А.В., Углов В.В., Анищик В.М., Асташинский В.М., Кузьмицкий А.М. «Структура поверхностного слоя меди, легированной атомами титана под действием компрессионных плазменных потоков»	248
4. Быков П.В., Воробьев В.Л., Баянкин В.Я., Лыс В.Ф., Тарасов В.В. «Влияние дозы облучения ионами аргона на формирование состава поверхностных слоев и изменение механических свойств углеродистой стали с нанесенным ионно-плазменным покрытием»	256
5. Исаков Б.М., Байгисова К.Б. «Расчет потенциальной энергии взаимодействия атомных остовов и электронов проводимости в ГЦК кристаллах»	263
6. Лейви А.Я., Яловец А.П., Черенда Н.Н., Углов В.В., Басалай А.В., Асташинский В.М. «Изменение рельефа поверхности медной мишени при ее обработке компрессионными плазменными потоками»	268
7. Чернова А. Д., Печенкин В. А. «Моделирование радиационно-индуцированной сегрегации в сплавах при высоких дозах ионного облучения»	276
8. Валько Н.Г., Гуртовой В.Г. «Отжиг Co-Ni сплавов, электроосажденных при воздействии рентгеновского излучения»	282

13.00-14.00 Перерыв.

14.00-17.00 Секция «Физические основы радиационной технологии» (заседание школы молодых учёных)

1. Демчишин А.Б., Селищев П.А. «Модификация наноструктурных материалов под влиянием быстрых тяжелых ионов (БТИ)» 287
2. Жарков М.Ю., Люблинский И.Е., Вертков А.В. «Криогенная мишень для токамака Т11-М: назначение, конструкция, первые результаты экспериментов» 289
3. Колодяжный А.Ю., Шешин Е.П. «Формовка автокатаода на основе углеродных волокон холодной плазмой аргона» 296
4. Андреев Д.В., Бондаренко Г.Г., Столяров А.А., Ахмелкин Д.М. «Методика контроля ионизирующих излучений сенсорами на основе МДП-структур» 305
5. Андреев В.В., Бондаренко Г.Г., Масловский В.М., Столяров А.А., Соловьев И.В. «Датчик поглощенной дозы излучения на основе инжекционно-модифицированного МДП-транзистора» 311
6. Никеров А.В., Ихсанов Р.Ш. «Особенности времяпролетных кривых в поликарбонате, молекулярнодопированном тритолиламином» 319
7. Борисов Н.И., Востриков А.В., Тишкин А.М. «Оценка численной устойчивости вычислительной редуцированной схемы, основанной на методах Эйлера» 325
8. Ризаханов Р.Н., Полянский М.Н., Бармин А.А., Рудштейн Р.И. «Функциональные материалы для трубопроводов ядерных энерго-двигательных установок» 332

Четверг, 11 июля

9.00-13.00 Секция “Физические основы радиационной технологии”

1. Маковийчук М.И. КНИ-сенсорные матрицы. 340
2. Анищик В.М., Валько Н.Г., Война В.В. Электролитическое осаждение композиционных покрытий на основе сплава Zn-Ni под облучением рентгеновским излучением. 346

3. Мельник И.В. Расчет энергетических характеристик триодных источников электронов высоковольтного тлеющего разряда. 351
4. Ельникова Л.В. Особенности применения позитронной аннигиляционной спектроскопии в трибологии. 359
5. Курбанов К.Р., Матаев М.М. Твердофазные синтезы и фазовый анализ систем РВО-ВЮХ. 367
6. Степанова О.М. Энергоэффективность ионно-лучевых эрозионных технологий обработки материалов. 375
7. Лейви А.Я., Талала К.А., Яловец А.П. Динамические процессы в веществе при радиационной обработке. Численный эксперимент. 383
8. Красников В.С., Бакин Е.И., Яловец А.П., Майер А.Е. Поля напряжений и пластических деформаций в мишени при обработке пучками заряженных частиц. 391

13.00-14.00 Перерыв.

14.00-17.00 Секция “Радиационная физика неметаллических материалов»

1. Амрастанов А.Н., Степович М.А., Гинзгеймер С.А. «О возможности использования модели независимых источников для оценки распределения неосновных носителей заряда, генерированных в полупроводнике остро сфокусированным электронным пучком» 397
2. Илиев Х.М., Исмаилов К.А., Сапарниязова З.М. «Влияние γ -облучения на состояние кластеров примесных атомов в кремнии» 403
3. Медведева И.Ф., Гусаков В.Е., Мурин Л.И., Коршунов Ф.П., Ластовский С.Б. «Влияние температуры облучения на первичные процессы дефектообразования в кремнии» 408
4. Гусаков В. Е. «АВ INITIO исследование дефектов в кремнии: структура, колебательный спектр и диффузия димера кислорода» 417
5. Макаренко Л. Ф., Ластовский С. Б., Коршунов Ф.П., Казючиц Н. М., Абросимов Н.В., Гуринович В.А. «Образование и отжиг дефектов междоузельного типа в кремнии и кремний-германиевых сплавах, облученных альфа-частицами» 426
6. Эминов П.А., Сезонов Ю.И., Гордеева С.В. «Электропроводность нанотрубок в магнитном поле» 432

Пятница, 12 июля

9.00-13.00 Секция «Физические основы радиационной технологии»

1. Белик Г.А., Абрамешин А.Е., Саенко В.С. «Метод повышения устойчивости печатных узлов бортовой аппаратуры космических аппаратов к возникновению электростатических разрядов» 440
2. Казючиц Н.М., Макаренко Л.Ф., Наумчик Е.В., Русецкий М.С., Шуленков А.С. «Детекторы ультрафиолетового и ионизирующих излучений на основе синтетического НРНТ алмаза» 446
3. Шиманский В.И., Черенда Н.Н., Концевой Е.В., Углов В.В., Асташинский В.М., Баран Л.В. «Термическая стабильность твердого раствора β -Ti(Mo,Cr), сформированного компрессионными плазменными потоками» 454
4. Суржиков А.П., Лысенко Е.Н., Власов В.А., Малышев А.В. «Синтез Li-Zn феррита в условиях высокоэнергетических воздействий» 462
5. Хасаншин Р.Х., Тимофеев А.Н. «К моделированию композиционных материалов с минимальным выходом продуктов радиолиза» 470
6. Гильман А.Б., Пискарев М.С., Яблоков М.Ю., Кузнецов А.А. «Изменение свойств поверхности пленок фторсодержащих полимеров под воздействием разряда постоянного тока» 478
7. Ястребинский Р.Н., Бондаренко Г.Г. «Переработка и кондиционирование жидких радиоактивных отходов с использованием радиационно-защитных методов и технологий» 486

13.00-14.00 Перерыв.

14.00-17.00 Секция «Радиационная физика металлов»

1. Боровицкая И.В., Коршунов С.Н., Ляховицкий М.М., Мансурова А.Н., Парамонова В.В. «Влияние параметров облучения ионами аргона на поверхностное упрочнение ванадия и его сплавов» 492
2. Углов В.В., Кулешов А.К., Крутилина Е.А., Анищик В.М., Асташинский В.М., Кузьмицкий А.М. «Фазовый и элементный состав поверхностных слоев твердого сплава с титановым покрытием после воздействия компрессионными

плазменными потоками»	502
3. Эпов Г. А., Печенкин В. А. «Влияние углерода на распухание облученных в быстрых реакторах аустенитных нержавеющей сталей»	510
4. Кабышев А.В., Конусов Ф.В. «Эволюция дефектного состояния облученного ионами хрома и отожженного на воздухе оксида алюминия»	519
5. Омаров С.С., Бегимов Т.Б., Тукибаева М.А., Нысанбаева С.К. «Влияние ядерных реакций на образование дефектов и физические свойства материалов»	527
6. Абдукадырова И.Х., Аликулов Ш.А. «Влияние нейтронного излучения на теплофизические параметры некоторых конструкционных материалов»	532
7. Абдукадырова И.Х., Хайдаров Т., Болтабаев А.Ф. «Исследование радиационного упрочнения алюминиевого сплава»	538

Суббота, 13 июля

9.00-13.00

1. Понарядов В.В., Пилипенко В.А., Турцевич А.С., Шведов С. В., Горушко В.А., Петлицкая Т.В. «Применение БТО для получения элементов СБИС на основе пленок легированного поликремния»	542
2. Масляев С.А., Морозов Е.В., Пименов В.Н., Грибков В.А., Дубровский А.В., Сасиновская И.П., Пруцков М.Е., Колмаков А.Г., Сиротинкин В.П., Шамрай В.Ф. «Воздействие мощных импульсных потоков ионов и высокотемпературной плазмы на оксид алюминия»	547
3. Гильман А.Б., Яблоков М.Ю., Кузнецов А.А. «Обработка в низкотемпературной плазме – эффективный метод модификации углеродных нанообъектов»	560
4. Мискевич С.А., Комаров Ф.Ф., Заяц Г.М., Комаров А.Ф. «Численное моделирование радиационных изменений характеристик МДП-приборов»	569
5. Онанко А.П., Онанко Ю.А. «Измерение механических характеристик ультразвуковым способом после облучения»	577
6. Богачев И.А., Калинин Б.А., Олевский Е.А., Скрытный В.И., Стальцов М.С., Чернов И.И., Агеев В.С. «Изготовление реакторной дисперсно-упрочненной стали спарк-плазменным спеканием»	584

ОЦЕНКА ЧИСЛЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ РЕДУЦИРОВАННОЙ СХЕМЫ, ОСНОВАННОЙ НА МЕТОДАХ ЭЙЛЕРА

Борисов Н.И., Востриков А.В., Тишкин А.М.

МИЭМ НИУ ВШЭ
(109028, Москва, Б.Трехсвятительский пер., д. 3)
(E-mail: fit@miem.edu.ru)

Одним из факторов, ограничивающих надежную и длительную эксплуатацию космических аппаратов (КА) является электризация и связанные с ней электростатические разряды (ЭСР) [1, 2]. Электромагнитные помехи (наводки), создаваемые ЭСР, вызывают сбои в работе бортовой радиоэлектронной аппаратуры (БРЭА) КА, а интенсивные разрядные токи могут привести к необратимым повреждениям элементов аппаратуры. Основными рецепторами импульсных помех от ЭСР являются фрагменты бортовой кабельной сети (БКС), проложенные по внешней поверхности КА.

В 30% случаев причиной аномалий в работе искусственных спутников Земли является электризация. Поэтому были предприняты значительные усилия по экспериментальному и теоретическому изучению явления электризации КА.

В работах [3-5] был предложен и рассмотрен новый вычислительный метод быстрого расчета картины растекания токов по поверхности КА от ЭСР. Вычислительный метод редукции был разработан на основе известных методов Эйлера и принципов макро моделирования. Вычислительная редуцированная схема, являющаяся математической основой метода, работает со структурной электрофизической моделью КА, представленной эквивалентной электрической схемой (ЭЭС) КА, состоящей R, L, C-элементов. Результатом работы схемы является картина растекания токов по поверхности КА в локальной области, задаваемой инженером-проектировщиком. Далее производится расчет наводок во фрагментах БКС КА. На выходе команде конструкторов дается информация о возможных местах и результатах разряда.

Рассматривая вопрос о вычислительной схеме для расчета токов в ветвях или потенциалах в узлах, будем считать информацию о структуре и номиналах R, L, C-элементов ЭЭС априорной. При этом в нашем случае номиналы каждой группы элементов одинаковы, то есть имеется всего 3 варьируемых параметра в математической модели ЭЭС

КА, построенной в расширенном однородном координатном базисе (РОКБ) особым образом [5]:

$$\begin{pmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & L_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{X}}_1(t) \\ \dot{\bar{X}}_2(t) \\ \dot{\bar{X}}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & 0 & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_1(t) \\ \bar{X}_2(t) \\ \bar{X}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1(t) \\ \bar{0} \\ \bar{0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Сократим размерность системы (1):

$$\begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & L_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\bar{X}}_1(t) \\ \dot{\bar{X}}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} G_{11} - G_{13}G_{31}r & G_{12} - G_{13}G_{32}r \\ G_{21} - G_{23}G_{31}r & G_{23} - G_{23}G_{32}r \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \bar{X}_1(t) \\ \bar{X}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1(t) \\ \bar{0} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Представим модель (2) в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), заданной в явной форме:

$$\frac{d}{dt} \bar{X}(t) + A \bar{X}(t) = \bar{Y}(t), \quad \bar{X}(0) = \bar{X}_0, \quad (3)$$

$$\text{где } A = \begin{pmatrix} G_{11} - G_{13}r_{33}G_{31} & G_{12} - G_{13}r_{33}G_{32} \\ G_{21} - G_{23}r_{33}G_{31} & G_{23} - G_{23}r_{33}G_{32} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & L_{22} \end{pmatrix}^{-1}$$

При использовании численных методов процесс решения заключается в вычислении вектора решения для (3) в моменты времени $t_0, t_1, t_2, \dots, t^*$, т. е. $\bar{X}(t_0), \bar{X}(t_1), \dots, \bar{X}(t^*)$. Решения во всех точках (кроме первой $t_0 = 0$, для которой заданы начальные условия [6] $\bar{X}(0) = \bar{X}_0$) вычисляются с погрешностью. Если погрешность решения от шага к шагу увеличивается (поскольку текущее решение определяется по предыдущим решениям, вычисленным с погрешностью) и начинает неограниченно возрастать, то метод будет численно неустойчивым.

В основе многих численных методов лежит идея итерационного процесса. В ходе такого процесса строится последовательность приближений к решению в надежде, что эти приближения сойдутся к решению. Однако на ЭВМ можно реализовать только конечное число таких приближений, поэтому мы вынуждены останавливать решение, не достигнув математической сходимости.

Остановимся на одношаговых методах решения задачи Коши, в которых для нахождения следующей точки на кривой $x = x(t)$ требуется

информация лишь об одном предыдущем шаге. Решение в точке t_i вычисляется по решению в точке t_{i-1} . Одношаговыми являются методы Эйлера.

В работе [5] для решения системы (3) предложена новая редуцированная схема на основе явного и неявного методов Эйлера для решения системы ОДУ первого порядка на отрезке $[x_0, x_n]$:

$$\frac{d}{dt} \bar{X}(t) = F[\bar{X}(t)], \quad \bar{X}(0) = \bar{X}_0, \quad (4)$$

Вычислительная редуцированная схема численного интегрирования системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой вычисляются только $m \ll n$ коэффициентов вектора $\bar{X}(t)$, имеет вид:

$$[E_{22} + A_{21}(A_{11}^2)^{-1}A_{12}]\bar{X}_{2i+1} = [(A_{21}(A_{11}^2)^{-1}E_{11}A_{12} + E_{22})]\bar{X}_{2i} + [h(A_{21}(A_{11}^2)^{-1}A_{11}A_{12} - A_{22})]\bar{X}_{2i} + h[-A_{21}(A_{11}^2)^{-1}A_{11}\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2] \quad (5),$$

где $\bar{X}_2$ - вектор неизвестных, содержащий $m \ll n$ коэффициентов вектора $\bar{X}(t)$.

Пусть

$$B_1 = E_{22} + A_{21}(A_{11}^2)^{-1}A_{12}; \quad B_2 = A_{21}(A_{11}^2)^{-1}A_{11}A_{12} - A_{22}; \quad B_3 = -A_{21}(A_{11}^2)^{-1}A_{11}\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2$$

или поскольку $\bar{Y}_1 = 0$, следовательно, $\bar{B}_3 = \bar{Y}_2$.

Тогда

$$B_1\bar{X}_{2i+1} = B_1\bar{X}_{2i} + hB_2\bar{X}_{2i} + h\bar{B}_3$$

Преобразуем полученное выражение, используя обращение матрицы B_1 , стоящей в левой части, тогда

$$\bar{X}_{2i+1} = \bar{X}_{2i} + hC_1\bar{X}_{2i} + h\bar{C}_2$$

Или

$$\bar{X}_{2i+1} = \bar{X}_{2i} + (E + hC_1)\bar{X}_{2i} + h\bar{C}_2, \quad (6)$$

где

$$C_1 = B_1^{-1}B_2, \quad C_2 = B_1^{-1}\overline{B}_3$$

Условие сохранения численной устойчивости рассмотренной редуцированной схемы можно исследовать на примере устойчивых однородных систем линейных дифференциальных уравнений при ненулевых начальных условиях

$$\dot{\overline{X}}(t) = C_1 \overline{X}(t), \quad \overline{X}(0) = \overline{X}_0 \neq \overline{0}, \quad (7)$$

где $C_1 - (m \times m)$ – матрица из выражения (6), собственные числа которой λ_i имеют отрицательные действительные части, т.е. $Re(\lambda_i) < 0$, $i = \overline{1, m}$. Матрица системы дифференциальных уравнений преобразованиями подобия может быть приведена к диагональному виду, т.е.

$$\overline{B}^{-1} C_1 \overline{B} = D = diag(\lambda_1, \dots, \lambda_m) \quad (8)$$

Истинное решение системы (7) имеет вид

$$\overline{X}(t) = \sum_{i=1}^m a_i e^{\lambda_i t} \overline{R}_i,$$

где $\overline{R}_i$ – правый собственный вектор, отвечающий собственному значению λ_i , a_i , $i = \overline{1, m}$ – константы, учитывающие заданные начальные условия.

В силу устойчивости системы (7)

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m a_i e^{\lambda_i t} \overline{R}_i = \overline{0}$$

Решение же однородной системы, получаемой по формуле (6), будет иметь вид

$$\overline{X}_{k+1} = (E + hC_1)^{k_0} \overline{X}_0$$

Поскольку $\overline{X}_0 \neq \overline{0}$, то численная устойчивость и, следовательно, получение правильного решения будет обеспечиваться при выполнении условия

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (E + hC_1)^k = [0],$$

где $[0]$ – нулевая матрица.

С учетом (9), последнее выражение может быть записано в виде

$$\lim_{k \rightarrow \infty} B^{-1}(E + hD)^k B = [0]$$

Отсюда следует, что численная устойчивость метода обеспечивается при условии $|1 + h\lambda_i| < 1$, $i = \overline{1, m}$, т.е. накладывает ограничение на величину шага интегрирования h .

Разработанная вычислительная схема будет эффективной при наличии исходной матрицы A высокого порядка и вектора $\bar{X}_2$, содержащего небольшое количество неизвестных коэффициентов. Таким образом, матрица C_1 будет иметь на порядки меньший размер по сравнению с матрицей A . На практике исходная матрица A – (300000×300000) , а C_1 – (400×400) . Очевидным является возможность быстрого расчета спектра матрицы C_1 , что в свою очередь повлечет за собой знание величины шага интегрирования.

Рассмотренная редуцированная схема численного интегрирования системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений была протестирована на задаче, которая предварительно была решена известными численными методами. Эксперимент показал совпадение результатов расчета по методам Эйлера вычислениями по разработанной редуцированной схеме. При этом вычисления по новой вычислительной схеме были проведены с меньшими на 1 – 2 порядка временными затратами [5].

В качестве примера была рассмотрена задача электродинамики, в которой необходимо рассчитать картину растекания токов по поверхности КА от заданной величины ЭСР. Результатом решения будет вектор потенциалов в узлах или токов в ветвях модели ЭЭС КА. Пусть в ходе преобразований была получена следующая матрица A :

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 6 & 3 & 4 \\ 8 & 7 & 3 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 6 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Причем подматрица $A_{11} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & 2 & 6 \\ 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}$

Вектор возмущающих воздействий (правая часть системы) в случае однородной системы:

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

При $h = 0.001$ результат вычисления на 1000-ом шаге по редуцированной схеме (6) на отрезке $[0,1]$ с начальными условиями $\bar{X}_{2_0} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$:

$$\bar{X}_{2_{1000}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

При той же исходной матрице A изменим вектор $\bar{Y}$ на неоднородный:

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Рассматривается отрезок $[0,1]$, начальные условия $\bar{X}_{2_0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Результат применения редуцированной схемы (6) для $h = 0.001$ примерно тот же, что и для $h = 0.01$. Вектор решения по редуцированной схеме:

$$\bar{X}_{2_{1000}} = \begin{pmatrix} 7,06 \\ 1,64 \end{pmatrix}$$

Дальнейшее увеличение шага приводит к ложному результату. Вместо ожидаемого решения получается совершенно неожиданные значения потенциалов в узлах. После 10 шагов на отрезке решение по предложенной схеме:

$$\bar{X}_{2_{10}} = \begin{pmatrix} 6,43 \\ 2,07 \end{pmatrix}$$

Таким образом, при такой величине шага совершенно ясно, что полученное решение расходится с истинным и не имеет ничего общего с физикой моделируемого явления.

Пример показал проявление неустойчивости редукционной схемы в случае выбора большой величины шага по времени. Как показано ранее, разработанная вычислительная схема для уравнений электродинамики устойчива при значениях функции устойчивости, меньших 1, и неустойчива в противном случае.

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2013 году. В данной научной работе ис-

пользованы результаты проекта «Исследование и разработка методов обеспечения функциональной безопасности и электромагнитной совместимости космических систем», выполненного в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2012 году.

Литература

- 1 Л.С. Новиков, Г.В. Бабкин, Е.П. Морозов, С.А. Колосов, К.К. Крупников, В.Н. Милеев, В.С. Саенко. Комплексная методология определения параметров электростатической зарядки, электрических полей и пробоев на космических аппаратах в условиях их радиационной электризации. Руководство для конструкторов. ЦНИИМАШ, Королев 1995. – 160 с.
- 2 Lyon B. King, Gordon G. Parker, Satwik Deshmukh, Jer-Hong Chong. Spacecraft Formation-flying using Inter-vehicle Coulomb Forces. January 7, 2002 Michigan Technological University.
- 3 Востриков А.В., Абрамешин А.Е. Вычислительная схема ускоренного метода расчета наводок в бортовой кабельной сети космических аппаратов // Технологии электромагнитной совместимости. 2012. № 3. С. 22-28.
- 4 Востриков А.В., Борисов Н.И. Разработка эффективного метода анализа эквивалентных электрических схем космических аппаратов, использующего редукцию и разреженность матриц моделей // В кн.: Новые информационные технологии в автоматизированных системах: материалы пятнадцатого научно-практического семинара / Отв. ред.: С.Р. Тумковский. М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2012. С. 113-120.
- 5 Востриков А.В., Борисов Н.И. Новый алгоритм построения макромоделей на основе методов Эйлера // В кн.: Труды XXI Международного совещания «Радиационная физика твердого тела» (Севастополь, 22-27 августа 2011 г.) . Т. 1-2. М.: ФГБНУ "НИИ ПМТ", 2011. С. 283-291.
- 6 Чуа Л.О., Лин Пен-Мин Машинный анализ электронных схем: Алгоритмы и вычислительные методы. Пер. с англ. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.