

М.О. Мамедли

Научный
руководитель —
С.Э. Пекарский

Кафедра
макроэкономического
анализа

Стратегическое взаимодействие правительства и центрального банка при различных внутренних лагах политики

В работе представлено описание стилизованной модели экономики, учитывающей основные каналы воздействия макроэкономических политик и большую оперативность монетарных властей в проведении политики. С использованием теоретико-игрового подхода анализируется кооперативное и некооперативное взаимодействие политик в условиях как наличия, так и отсутствия обязательств со стороны властей. Проведено сравнение результатов различных форм стратегического взаимодействия властей и выявлены способы улучшения этих исходов путем изменения степени консервативности центрального банка, а также целевых значений политик по уровню ВВП и инфляции.

Введение

Монетарные власти обладают способностью быстрее (в сравнении с фискальными) проводить стабилизационную политику в силу специфики инструментов, находящихся в их распоряжении. Действительно, будь то изменение ставок по основным операциям на межбанковском рынке или же осуществление интервенций, центральный банк может приступить к проведению стимулирующей политики в соответствии со своими целями или изменить направление своей политики со стимулирующей на сдерживающую в очень короткие сроки. Административные решения могут быть приняты достаточно быстро, поскольку пересмотр управляемых центральным банком макроэкономических величин носит регулярный характер. В то же время величины инструментов, с помощью которых фискальные власти влияют на экономику

(различные виды налогов, трансфертных платежей и государственные закупки), пересматриваются значительно реже.

Данное исследование имеет своей целью определить, какая из форм стратегического взаимодействия фискальной и монетарной политики является оптимальной с точки зрения общественного благосостояния. Отличительной чертой этого анализа является предпосылка о большей оперативности монетарных властей в проведении макроэкономической политики. Наряду с выявлением наиболее предпочтительной формы взаимодействия властей существует и необходимость исследовать способы повышения эффективности проводимой политики для каждой из этих форм.

В связи с этим встают два вопроса, которым посвящена данная работа. Во-первых, какая из форм стратегического взаимодействия властей является наиболее оптимальной среди дискреционных политик и политики правил, а во-вторых, каким образом можно повысить эффективность проводимой макроэкономической политики при заданной форме взаимодействия? Ответ на последний вопрос предполагает рассмотрение приоритетов властей касательно выпуска и инфляции, степени консервативности политиков и чувствительностей макроэкономических переменных к проводимым политикам.

Взаимодействие фискальной и монетарной политики стало предметом активного изучения на протяжении последних 30 лет. Внимание к данной теме было привлечено исследованием Т. Сарджента и Н. Уоллеса [13]. Авторы показали неспособность сдерживающей монетарной политики снизить инфляцию как в краткосрочном, так и в долгосрочном периоде без определенных изменений в фискальной политике. Эта работа явилась основополагающей для последующих исследований взаимодействия фискальной и монетарной политики.

В конце 1980-х — начале 1990-х гг. сформировалось два подхода к исследованию данного вопроса: с использованием теоретико-игрового описания стратегического взаимодействия фискальной и монетарной политики и без его использования [10; 6]. Первый метод исследования, сформированный А. Блиндер [5], Ж. Табеллини [14], А. Алезина и Ж. Табеллини [1], М. Петитом [12], Ж. Табеллини и В. Ла Виа [15], В. Нордхаусом и др. [11], был направлен на формальное описание стратегического взаимодействия двух политик. Работы, положившие начало теоретико-игровому подходу к анализу взаимодействия фискальной и монетарной политики, обозначили также два основных направления исследований в этой области. В ряде работ взаимодействие политик

рассматривалось в контексте анализа устойчивости государственного долга и регулирования инфляции ([14; 1], среди современных исследований на данную тематику — [2; 3; 4]). Другие работы (например, [5; 12]) послужили основой для эконометрического анализа компромиссного выбора властей между выпуском и инфляцией. Данное исследование было проведено в соответствии со вторым подходом, а за основу взят метод анализа, разработанный А. Дикситом и Л. Ламбертини [8]. В заключении проводится сравнение выводов А. Диксита и Л. Ламбертини с результатами данного исследования относительно предпочтительности того или иного вида стратегического взаимодействия и способов улучшения результатов взаимодействия.

Взаимодействие правительства и центрального банка при различных внутренних лагах политики

1. Построение и решение модели

В данном исследовании была рассмотрена двухпериодная модель, базирующаяся на предпосылке о возможности монетарных властей воздействовать на экономику в 2 раза чаще, чем это могут сделать фискальные власти. Так становится возможным учесть большую оперативность монетарной политики в воздействии на экономику.

1.1. Построение модели

Для анализа влияния большей оперативности монетарных властей на эффективность макроэкономических политик была построена следующая модель:

- 1) $y_i = \bar{y} + ax + b(\pi_i - \pi_i^e),$
- 2) $\pi_i = m_i + cx + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2,$
- 3) $L_f = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{i-1} \left[(\pi_i - \pi_f)^2 + \theta_f (y_i - y_f)^2 \right],$
- 4) $L_m = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{i-1} \left[(\pi_i - \pi_m)^2 + \theta_m (y_i - y_m)^2 \right],$
- 5) $\pi_i^e = E(\pi_i).$

Первое уравнение определяет уровень выпуска для каждого периода в зависимости от влияния фискальной политики через пере-

менную x и непредвиденной инфляции ($\pi_i - \pi_i^e$). Обе компоненты оказывают положительное воздействие на выпуск, т.е. коэффициенты $a, b > 0$. Под переменной x можно понимать производственную субсидию или государственные закупки (или их изменение), величина которых задается сразу на два периода. При этом в случае, если фискальная политика не проводится, а инфляционные ожидания совпадают с текущим уровнем цен, выпуск будет находиться на своем потенциальном уровне ($\bar{y}$).

Уровень цен, задающийся вторым уравнением, формируется за счет переменной m , определяемой монетарными властями (номинальная процентная ставка), и за счет воздействия фискальной политики на цены. Направление этого воздействия можно интерпретировать двумя способами. Во-первых, стимулирующая фискальная политика может оказывать отрицательное воздействие на цены, если ее целью является стимулирование предложения, например через производственную субсидию (вследствие увеличения предложения цены падают). Во-вторых, если целью является стимулирование спроса, оказанное политикой воздействие будет способствовать увеличению цен. В данной работе предполагается, что фискальная политика осуществляется через производственную субсидию и оказывает отрицательный эффект на уровень цен.

Следующие два уравнения являются целевыми функциями фискальной и монетарной политики соответственно. Они задаются как дисконтированная сумма потерь: сумма квадратов отклонения текущих значений выпуска и цен от их целевых значений для каждого периода. Целевые значения могут быть различны для фискальных и монетарных властей. При этом предполагается, что монетарные власти могут устанавливать разные ориентиры для каждого периода. Коэффициенты θ_f и θ_m отвечают за чувствительность властей к отклонению выпуска от его ориентира. Их величина показывает относительную «ценность» отклонения выпуска и уровня цен от их оптимальных значений для каждой из политик.

Последнее уравнение задает способ формирования рациональных ожиданий частного сектора.

1.2. Решение модели для различных форм стратегического взаимодействия

Рассмотрим равновесные значения основных макроэкономических показателей при различных способах взаимодействия властей,

учитывая разный тип политики — дискреционную политику и политику правил.

1.2.1. Дискреционная политика

Этот тип политики характеризуется отсутствием каких-либо обязательств со стороны властей касательно проводимой ими макроэкономической политики. Дискреционная политика представлена Нэш-равновесием, лидерством фискальных властей и монетарных властей (на основе взаимодействия по Штакельбергу).

Нэш-равновесие

Нэш-равновесие представляет собой некооперативное взаимодействие властей, при котором управляемые переменные фискальной и монетарной политики определяются независимо друг от друга путем минимизации целевой функции соответствующих властей по определяемым ими переменным: x , m_1 , m_2 . Затем в расчет принимается уравнение, задающее уровень выпуска в обоих периодах, и тот факт, что в равновесии ожидаемый уровень цен при рациональных ожиданиях должен соответствовать его фактическому уровню. Это позволяет получить цены обоих периодов в зависимости от оптимального значения переменной x и ее значение как функцию от параметров модели¹.

$$\pi_1 = \frac{1}{1 - 2\theta_m b^2} \left[\pi_{m,1} - \theta_m b (\bar{y} + ax - y_{m,1}) \right], \quad (1)$$

$$\pi_2 = \frac{1}{1 - 2\theta_m b^2} \left[\pi_{m,2} - \theta_m b (\bar{y} + ax - y_{m,2}) \right], \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x = & dc(\pi_{m,1} + \beta\pi_{m,2}) + \bar{y}d(1 + \beta) \left(\theta_f(a + bc)(1 - 2b^2\theta_m) - cb\theta_m \right) + \\ & + bcd\theta_m(y_{m,1} + y_{m,2}) - d(a + bc)\theta_f(1 + \beta)(1 - 2b^2\theta_m)y_f - \\ & - cd(1 + \beta)(1 - 2b^2\theta_m)\pi_f, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{где } d = \frac{1}{a(1 + \beta) \left[bc\theta_m - \theta_f(a + bc)(1 - 2\theta_m b^2) \right]}.$$

¹ Подробнее см. приложение 1.

Хотя интерпретация полученных уравнений затруднена, несложно заметить, что текущий уровень инфляции положительно зависит от целевых значений инфляции монетарных властей при следующем условии:

$$1 - 2\theta_m b^2 > 0. \quad (4)$$

Условие (4) говорит о том, что связь между инфляцией и ее целевым значением центрального банка будет положительна, если положительный эффект от непредвиденной инфляции на выпуск достаточно мал (параметр b мал), а центральный банк является консервативным. В этом случае отклонение текущего уровня цен от целевого будет отвечать за больший вклад в потери центрального банка, чем отклонение выпуска ($\theta_m < 1$).

Лидерство фискальных властей

Ситуация, в которой лидером являются фискальные власти, характеризуется тем, что они выбирают свою управляемую переменную первыми, принимая в расчет действия монетарных властей как в текущем, так и в будущем периоде. Это взаимодействие моделируется путем подстановки кривых реакции монетарных властей в оптимизационную задачу фискальных властей.

Были получены следующие равновесные значения выпуска и уровня цен в каждом периоде²:

$$y_1 = \frac{\theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,1} - \pi_f) + \frac{\theta_m^2 b^2}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,1} + (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2) y_f, \quad (5)$$

$$\pi_1 = \pi_f + \frac{\theta_f}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,1} - \pi_f) + \frac{\theta_f \theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,1} + \frac{\theta_f}{\theta_m b} (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2 - 1) y_f, \quad (6)$$

$$y_2 = \frac{\theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,2} - \pi_f) + \frac{\theta_m^2 b^2}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,2} + (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2) y_f, \quad (7)$$

$$\pi_2 = \pi_f + \frac{\theta_f}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,2} - \pi_f) + \frac{\theta_f \theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,2} + \frac{\theta_f}{\theta_m b} (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2 - 1) y_f. \quad (8)$$

² Подробнее см. приложение 2.

Как видно из представленных уравнений, уровень выпуска в соответствующем периоде зависит от целевых значений политик и от разницы между оптимальными значениями уровня цен. При этом целевому значению фискальной политики присуждаются большие веса. Уровень цен формируется на основе целевого значения фискальных властей и разницы в целевых значениях уровня цен и целевых значениях выпуска властей с различными весами.

Лидерство монетарных властей

Анализ дискреционных взаимодействий завершается рассмотрением лидерства монетарных властей. Стоит отметить двойственный характер монетарного лидерства в рассматриваемой модели. С одной стороны, монетарные власти выступают в качестве лидера в первом периоде, выбирая управляемую ими переменную первыми. С другой стороны, во втором периоде монетарная политика осуществляется после фискальной, определяемой на оба периода еще на первом шаге. Вследствие этого монетарные власти ведут себя во втором периоде как последователь, а не как лидер.

При данном типе взаимодействия были получены следующие равновесные значения выпуска и уровня цен³:

$$y_1 = y_{m,1} + 2 \frac{\theta_f}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right), \quad (9)$$

$$y_2 = y_{m,2} + 2 \frac{\theta_f}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right), \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \pi_1 = & \pi_f - \frac{2\theta_f^2}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right)^2 - \frac{\theta_f}{1+\beta} \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_{m,1} + \beta y_{m,2}) + \\ & + \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) y_f + \frac{\beta(\pi_{m,1} - \pi_{m,2})}{1+\beta}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \pi_2 = & \pi_f - \frac{2\theta_f^2}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right)^2 - \frac{\theta_f}{1+\beta} \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_{m,1} + \beta y_{m,2}) + \\ & + \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) y_f + \frac{(\pi_{m,2} - \pi_{m,1})}{1+\beta}. \end{aligned} \quad (12)$$

³ Подробнее см. приложение 3.

Здесь, в отличие от предыдущего случая, уровень цен зависит от целевых значений выпуска обоих периодов. Это можно объяснить тем, что монетарные власти, являющиеся лидером, могут влиять на экономику в 2 раза чаще, а следовательно, и уровень цен устанавливается при этом типе взаимодействия в зависимости от целевых значений выпуска обоих периодов. При этом равновесные уровни цен обоих периодов отличаются тем, что в одном случае рассматривается разница текущего и будущего уровня цен с учетом дисконт-фактора, а в другом — обратная ей разница.

1.2.2. Политика правил

Политика правил отличается наличием у властей определенных обязательств, в соответствии с которыми монетарные и фискальные власти устанавливают ставку процента и производственную субсидию. В рамках политики правил были рассмотрены три типа взаимодействия: ситуация полной кооперации (совместная политика правил) и односторонняя политика правил — когда либо монетарные власти, либо фискальные власти следуют политике правил.

Совместная политика правил

Совместная политика правил моделируется как минимизация целевой функции фискальных властей, которые являются беневолентными, по $x, m_1, m_2, \pi_1^e, \pi_2^e$. Результат этого взаимодействия может быть рассмотрен в качестве первого наилучшего исхода, поскольку он способствует в условиях отсутствия потерь мертвого груза достижению общественно оптимального уровня цен и выпуска. Управляемые переменные властей устанавливаются в соответствии со следующими уравнениями⁴:

$$x = \frac{y_f - \bar{y}}{a}, \quad (13)$$

$$m = \pi_f - \frac{c(y_f - \bar{y})}{a}. \quad (14)$$

Уравнения (13) и (14) позволяют однозначно определить направление зависимости оптимальных уровней производственной субсидии

⁴ Подробнее см. приложение 4.

и ставки процента от параметров модели. Величина субсидии прямо пропорциональна отклонению выпуска от его потенциального значения. Таким образом, чем больше целевое значение выпуска фискальных властей и чем меньше потенциальный ВВП, тем активнее будет стимулирующая политика правительства (тем больше будет x). В то же время, чем эффективнее фискальная политика, т.е. чем сильнее стимулирующее воздействие субсидии на выпуск (чем больше параметр a), тем меньшей субсидии будет достаточно для достижения оптимального уровня выпуска.

Переменная m определяется на уровне, обеспечивающем достижение общественно оптимального уровня цен p_j при равновесной величине субсидии. Монетарная переменная и целевое значение уровня цен характеризуются положительной зависимостью. Зависимость ставки процента и производственной субсидии также является прямой с учетом отрицательного эффекта субсидии, сказывающегося на ценах. Таким образом, факторы, оказывающие положительное воздействие на равновесный уровень субсидии, будут увеличивать и процентную ставку.

Политика правил монетарных и фискальных властей

Для моделирования политики правил монетарных властей сначала минимизируется функция потерь фискальных властей. Оптимальная величина субсидии, найденная из задачи минимизации, принимается в расчет при решении задачи монетарных властей. На следующем шаге учитывается, что ожидаемый и фактический уровень цен в равновесии совпадают. Таким образом, можно получить равновесные значения производственной субсидии и процентной ставки двух периодов⁵.

Политика правил фискальных властей строится аналогичным образом. Сначала были получены условия первого порядка для обоих периодов в задаче минимизации функции потерь монетарных властей. Путем подстановки кривых реакции, ставящих величину m_1 и m_2 в зависимость от управляемой переменной фискальных властей, в выражения для выпуска и уровня цен были найдены уровни выпуска и цен в зависимости от параметров модели и величины производственной субсидии. Равновесное значение производственной субсидии находится из условия первого порядка в задаче минимизации функции по-

⁵ Подробнее см. приложение 5.

терь фискальных властей с учетом определенных на предыдущем шаге уровней цен и выпуска⁶.

2. Сравнительный анализ равновесий

2.1. Структура и первоначальные условия численного анализа

Исследование числового решения⁷ состоит из двух частей. Первая — это выделение и описание зависимостей между параметрами и равновесными значениями макроэкономических переменных при различных формах стратегического взаимодействия. Для их анализа необходимы фиксированные значения параметров модели. Что касается второй части, отметим, что одна из задач данного исследования предполагает ранжирование равновесных исходов при различных формах стратегического взаимодействия. В этом случае соотношение параметров и веса, определяющее предпочтения властей, имеет ключевое значение, поскольку оно влияет на предпочтительность того или иного исхода с точки зрения улучшения общественного благосостояния. В связи с этим во второй части численного анализа будет проведено исследование значений функций потерь при различных параметрах и выявлено их влияние на доминирование одного или другого стратегического взаимодействия.

Теперь стоит остановиться на описании значений параметров, которые будут зафиксированы в первой части анализа. Так, при использовании числовых методов анализа предполагалось, что целевые значения правительства и центрального банка по выпуску предполагают увеличение ВВП на 10 и 5% соответственно. Целевые значения инфляции и выпуска были заданы на разных уровнях: желаемый уровень инфляции правительства больше (на 8%) целевого значения центрального банка. Здесь важна не столько величина абсолютного значения целевых показателей, сколько их соотношение. Так, при определении первоначальных условий вслед за А. Дикситом и Л. Ламбертини [9] была принята предпосылка о консервативности центрального банка, проявляющаяся в следующем соотношении параметров модели: $\theta_m \leq \theta_f, \pi_m \leq \pi_f, y_m \leq y_f$. Таким образом, предполагается, что центральный банк в меньшей степени, чем бенеvolentное правительство, забо-

⁶ Подробнее см. приложение 6.

⁷ Анализ проводился на основе программы Wolfram Mathematica 7.0.

тится об отклонении выпуска от своего целевого значения, определяя оптимальные значения по выпуску и инфляции на более низком уровне по сравнению с предпочтениями фискальных властей. Предпосылка о консервативности центрального банка в данном исследовании является более строгой, чем упомянутая выше и используемая Дикситом и Ламбертини: отклонение выпуска от желаемого уровня является для правительства более значимым, чем отклонение уровня цен в отличие от центрального банка, для которого выполняется обратное соотношение. Это предположение выражается следующими неравенствами: $\theta_m < 1, \theta_f > 1$, пороговым значением является 1, поскольку к ней приравнены веса, с которыми в функцию потерь властей входит отклонение текущего уровня цен от желаемого.

Что касается параметров a , b , c , отвечающих за чувствительность выпуска и уровня цен к субсидии и непредвиденной инфляции, они были зафиксированы на уровне, соответствующем предположениям об их знаке и удовлетворяющему условию на параметр b , полученному из Нэш-равновесия.

2.2. Анализ результатов дискреционных политик

Влияние степени чувствительности выпуска и инфляции к инструментам дискреционных политик

Рассмотрим и проанализируем три способа стратегического взаимодействия: Нэш-равновесие, фискальное и монетарное лидерство. Интересно оценить, какое влияние на соотношение общественных потерь при этих дискреционных политиках оказывает возможность центрального банка воздействовать на экономику и корректировать свои целевые значения по выпуску и инфляции в 2 раза чаще.

Чтобы понять значимость этой предпосылки для построения эффективной макроэкономической политики, рассмотрим сначала соотношение общественных потерь в случае, если цели центрального банка по выпуску и инфляции в обоих периодах совпадают (параметры модели зафиксированы на значениях, приведенных в разд. 2.1). Как видно из рис. 1, лидерство фискальных властей приводит к меньшим общественным потерям, чем монетарное лидерство, если отклонение выпуска от цели ведет к большим потерям, чем отклонение инфляции ($\theta_f > 1$). В то же время Нэш-равновесие приводит к значительным общественным потерям при любом коэффициенте чувствительности,

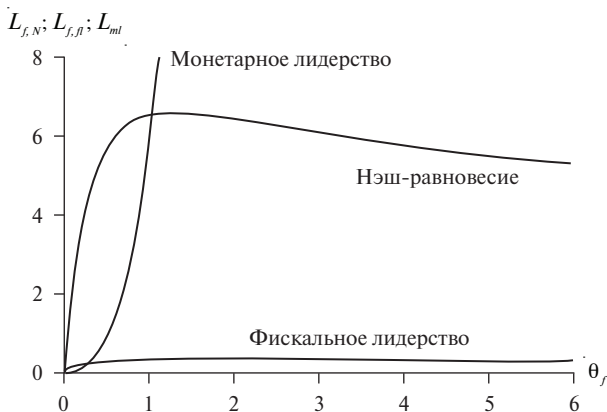


Рис. 1. Изменение функций потерь общества в трех формах взаимодействия при увеличении приоритета правительства в формировании объема выпуска

определяющем приоритет правительства в установлении выпуска на желаемом уровне. Этот результат согласуется с выводами, полученными в работе А. Диксита и Л. Ламбертини [8].

Такое соотношение дискреционных политик, однако, во многом обусловлено выбранными значениями параметров. Причем, поскольку выпуск для общества относительно более важен, чем инфляция (по предпосылке модели), более значимую роль параметры играют именно в определении равновесных уровней выпуска.

Стоит обратить внимание на то, что равновесные значения выпуска при монетарном лидерстве определяются как сумма целевых значений выпуска и некоторой добавки — $2 \frac{\theta_f}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right)$ (уравнения (9), (10)). Таким образом, существенны не сами параметры a, b, c как таковые, а их соотношение. Интуиция подсказывает, что чем больше будет рассматриваемая скобка $\left(\frac{a}{c} + b \right)$, тем выше и надбавка к целевому значению выпуска центрального банка и тем ближе этот уровень к общественно оптимальному (так как $y_f > y_m$), а при дальнейшем увеличении надбавки равновесное значение выпуска становится больше общественно желаемого.

В ходе числовых примеров параметр b был зафиксирован на величине меньше 1 (в соответствии с условием (4) для параметров) и было рассмотрено отношение параметров a, c . Предположения касательно положительного эффекта этой скобки на выпуск оправдались. Так, чем

больше эффективность фискальной политики (параметр a), тем хуже будет при прочих равных условиях обществу монетарного лидерства. Происходит это потому, что при отрицательном эффекте субсидии на цены ($c < 0$) рассматриваемая добавка становится все более и более отрицательной, и в результате даже целевое значение центрального банка, не говоря об общественно оптимальном уровне выпуска, не может быть достигнуто. Аналогичный эффект будет иметь и увеличение параметра c : чем ближе величина этого параметра к нулю (слева), тем больше по модулю отрицательное отношение a/c , и тем меньше выигрыш в выпуске для общества. Этот эффект объясняется тем, что чем меньше отрицательное воздействие субсидии на цены, тем эффективнее фискальная политика, а следовательно, ее лидерство более предпочтительно, чем монетарное.

Из проведенного анализа видно, что существует некоторое оптимальное соотношение параметров, позволяющее лидерству монетарной политики достичь более низких общественных потерь, в то время как их абсолютная величина не так важна. Анализ показал, что если отношение a/c по абсолютной величине чуть меньше коэффициента чувствительности выпуска к выигрышу от непредвиденной инфляции (b), монетарное лидерство приводит к меньшим общественным потерям при любых значениях θ_f (пример приведен на рис. 2). Однако

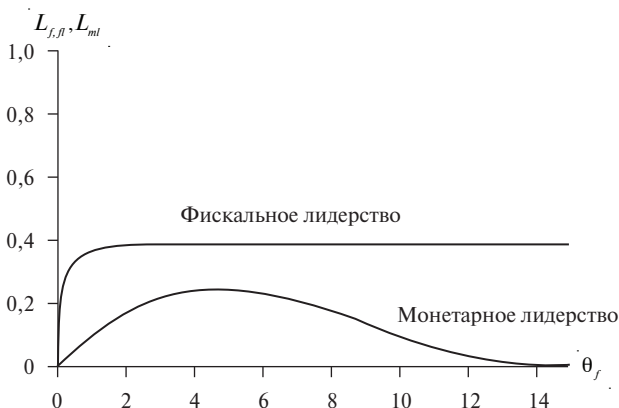


Рис. 2. Сравнение общественных потерь при фискальном и монетарном лидерстве. График построен при следующих значениях параметров: $a = 2,135$; $c = -4$; $b = 0,54^*$

* Подробнее см. рис. 1, 2, 3; приложение 7.

если параметр b оказывается значительно больше отношения чувствительностей выпуска и уровня цен к фискальной политике, то с ростом разницы в этих параметрах монетарное лидерство постепенно становится менее выгодным: сначала для больших весов, присваиваемых отклонениям выпуска, а затем и для малых значений θ_f . Этот эффект может быть объяснен тем, что при слишком большой надбавке к целевому значению выпуска центрального банка ВВП становится выше общественно оптимального. Как следствие, экономика попадает в ситуацию перегрева и при дальнейшем росте выпуска общественное благосостояние падает.

«First-best» и лидерство фискальных властей

Теперь, когда влияние параметров на положение кривых рассмотрено, можно будет их зафиксировать и перейти к анализу влияния других параметров на предпочтительность того или иного взаимодействия. Как видно из рис. 1, лидерство фискальных властей является формой стратегического взаимодействия, позволяющей достичь наименьших общественных потерь, в сравнении с другими дискреционными политиками. Однако в данном исследовании было выявлено, что исход фискального лидерства может быть улучшен.

Так, если хотя бы в одном периоде цели по инфляции общества и центрального банка совпадают, фискальное лидерство позволяет достичь первого наилучшего исхода (общественные потери отсутствуют) при любых значениях параметров модели. При этом целевые значения выпуска центрального банка могут быть на уровне ниже общественно желательного. Следует также отметить, что установление целевых значений центрального банка по выпуску в обоих периодах на общественно оптимальном уровне не приводит к такому результату: потери общества снижаются, но не становятся нулевыми.

Это достигается во многом благодаря тому, что цели политик совпадают: как монетарная, так и фискальная политика действуют дополняющими друг друга инструментами на макроэкономические переменные с целью установить их на общественно оптимальном уровне. Это не исключает предположения о консервативности центрального банка: целевые значения цен, разделяемые властями, могут быть установлены на уровне, предпочитаемом центральным банком.

Другой важной характеристикой для достижения этого результата является форма стратегического взаимодействия: лидерство фискаль-

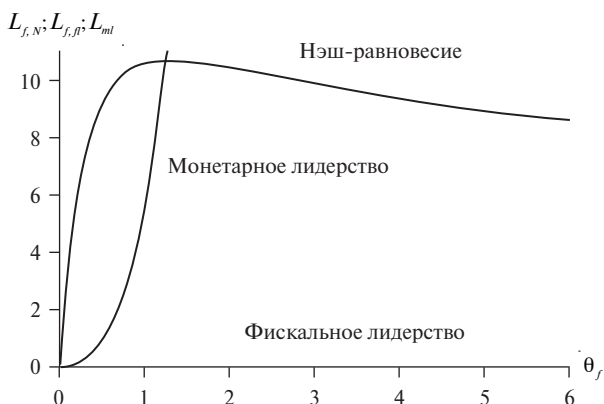


Рис. 3. Сравнение общественных потерь в трех формах взаимодействия при бенеvolentном ЦБ

ных властей предполагает скоординированные действия агентов, дающие возможность построить максимально эффективную политику. Нэш-равновесие, как видно из рис. 3, оказывается хуже как фискального, так и монетарного лидерства при определенном значении θ_f (больше 1,1) даже в том случае, если цели центрального банка и правительства совпадают. Более того, в случае Нэш-равновесия наблюдается обратный эффект: чем выше целевое значение правительства по инфляции (при фиксированном на низком уровне целевом значении центрального банка), тем меньше становятся общественные потери при Нэш-равновесии. Таким образом, в случае нескоординированного взаимодействия общественное благосостояние будет выше, если предпочтения властей по инфляции различны.

Анализ факторов, влияющих на эффективность монетарного лидерства

Хотя в ходе исследования и было выявлено, что, если чувствительности выпуска и инфляции к проводимым макроэкономическим политикам не соотносятся определенным образом, лидерство фискальных властей приводит к наилучшим результатам, оно в силу институциональных или других особенностей страны может быть неосуществимо. В этом случае возникает вопрос о том, каким образом возможно улучшить общественное благосостояние при монетарном лидерстве. Анализ этих факторов и посвящен данный раздел.

С самого начала следует еще раз оговориться, что лидерство монетарных властей носит ограниченный характер: агент первым выбирает управляемую им переменную только в первом периоде. Во втором периоде монетарные власти выступают в роли последователя, уже зная выбранную фискальными властями субсидию. Это является следствием выбора для анализа двухпериодной модели и предпосылок о времени выбора властями значений управляемых переменных. Однако сложно судить о том, дает ли знание о величине субсидии правительства дополнительное преимущество монетарным властям или же, наоборот, устраняет положительные эффекты от лидерства.

Во-первых, общественное благосостояние при центральном банке, выступающем в роли лидера, может быть улучшено, если целевое значение центрального банка по уровню цен во втором периоде будет уменьшено. Было выявлено, что сокращение целевого значения по инфляции до какого-то момента будет иметь отрицательное воздействие на функцию потерь⁸.

Этот эффект может быть актуален для стран с высокой инфляцией и ведущей ролью центрального банка. В данном случае общественное благосостояние может быть улучшено путем постепенного сокращения целевых значений инфляции, где в каждом последующем периоде центральный банк пересматривает оптимальное значение темпа роста цен. Дополнительным эффектом при этом будут инфляционные ожидания, также снижающие инфляцию: если люди будут видеть, что с течением времени инфляция снижается, они будут формировать свои ожидания соответствующим образом, надеясь на еще более низкий уровень инфляции в будущем и тем самым способствуя снижению темпов роста цен.

Во-вторых, выявляется отрицательная нелинейная зависимость между общественными потерями и «ценностью» отклонения выпуска от его целевого значения для центрального банка (θ_m)⁹. Так, чем менее консервативен центральный банк, выступающий в роли лидера (чем больше θ_m), тем выше будет общественное благосостояние. Этот результат интуитивно понятен, поскольку чем больше центральный банк заботится о выпуске, тем ближе его предпочтения к предпочтениям общества и тем лучше будут исходы, полученные в ходе лидерства такой монетарной власти.

⁸ Подробнее см. рис. 4; приложение 7.

⁹ Подробнее см. рис. 5; Приложение 7.

2.3. Анализ результатов политик правил

Влияния степени чувствительности выпуска и инфляции к инструментам политики правил

Совместная политика правил не требует такого детального анализа, поскольку она позволяет достичь первого наилучшего исхода при любых значениях параметров. В этом случае выпуск и уровень цен находятся на своем общественно оптимальном уровне, а общественные потери равны нулю. Поэтому в данном разделе будут рассмотрены только две политики правил.

Сначала — ситуация, описывающая соотношение графиков функций потерь при фискальной и монетарной политике правил при значениях параметров, описанных ранее. Как видно из рис. 4, при небольших значениях θ_f (меньше 2,5) фискальная политика правил приводит к меньшим общественным потерям, в то время как при $\theta_f > 2,5$ есть возможность повысить общественное благосостояние в случае, если обязательства по проводимой политике берет на себя центральный банк.



Рис. 4. Общественные потери при фискальной и монетарной политике правил

Однако на такое положение кривых в значительной степени влияют значения чувствительностей выпуска и уровня цен к проводимым политикам (параметры a , b , c), поэтому данные эффекты следует рас-

смотреть отдельно. Было выявлено, что функции потерь фискальных и монетарных властей обладают по большей части нелинейными, не-монотонными связями с этими параметрами¹⁰.

Во-первых, отметим разнонаправленное воздействие параметра a при небольших его значениях на величину функций потерь политик. Так, с ростом чувствительности выпуска к увеличению субсидии монетарная политика правил становится менее эффективной, в то время как при фискальной политике правил общественные потери сокращаются. При дальнейшем увеличении параметра a общественное благосостояние растет незначительно, а монетарная политика правил оказывается более эффективной как при слабом, так и при сильном воздействии субсидии на выпуск.

Во-вторых, влияние непредвиденной инфляции на выпуск при двух рассматриваемых режимах также неоднозначно: потери общества при монетарной политике правил слабо чувствительны к росту этого параметра (b) и при малых его значениях являются значительно более низкими, чем при фискальной политике правил.

Взаимосвязь функций потерь и чувствительности уровня цен к увеличению субсидии проанализировать затруднительно, поскольку в силу аналитического способа решения общественные потери не зависят от этого параметра (c). Но при любом направлении и силе воздействия субсидии на уровень цен общественные потери оказываются ниже в случае монетарной политики правил.

Итак, как было показано, степень чувствительности той или иной макроэкономической переменной к проводимой политике в значительной мере сказывается на эффективности этой политики.

Факторы, влияющие на эффективность политик правил

Теперь анализ возвращается к ситуации, изображенной на рис. 4 и рассматриваемой в качестве исходной точки. Изучение влияния различных факторов на общественное благосостояние будет начато с исследования эффекта изменения целевых значений по инфляции центрального банка в обоих периодах.

Во-первых, в ходе исследования было выявлено, что функция потерь при монетарной политике правил более чувствительна к изменению целевого значения инфляции центрального банка, чем функция

¹⁰ Подробнее см. рис. 6, 7, 8; приложение 7.

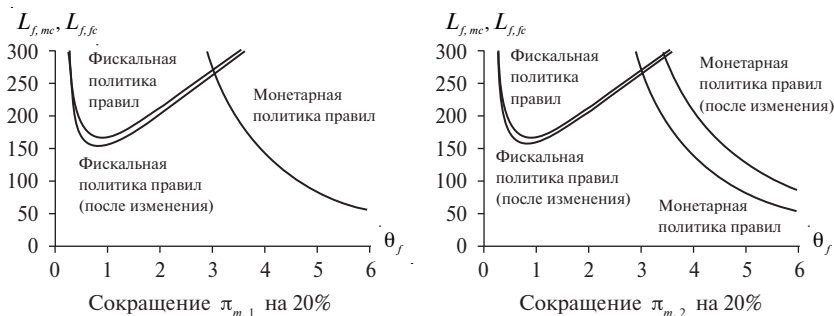


Рис. 5. Сравнительный анализ чувствительности общественных потерь к изменению целевых значений по инфляции ЦБ первого и второго периодов

потерь при фискальной политике правил. Добавим, что общественное благосостояние при монетарной политике правил изменяется сильнее при изменении целевого значения центрального банка второго периода, чем первого (рис. 5).

Так, чем меньше целевое значение центрального банка по инфляции для второго периода, тем лучше будет фискальная политика правил и тем хуже монетарная.

Следовательно, монетарная политика правил может быть улучшена путем увеличения целевых значений центрального банка по инфляции. При этом, как уже отмечалось ранее, менять следует целевое значение уровня цен именно второго периода: это приведет к большему сокращению общественных потерь. Таким образом, чем менее консервативен центральный банк в вопросах инфляции (чем больше $\pi_{m,2}$), тем лучше будет монетарная политика правил. Данная ситуация изображена на рис. 6.

Положительное воздействие повышения желаемого уровня цен Центрального банка на общественные потери может быть интуитивно объяснено следующим образом: уменьшение консерватизма монетарных властей ведет к сближению ценовых ориентиров монетарных властей и фискальных властей. Поскольку фискальные власти являются беневоленными, неудивительно, что это приводит к улучшению общественного благосостояния.

После того как было определено воздействие изменения целевого значения уровня цен на потери общества, логичным будет проанализировать, каким образом отразится на величине общественных по-

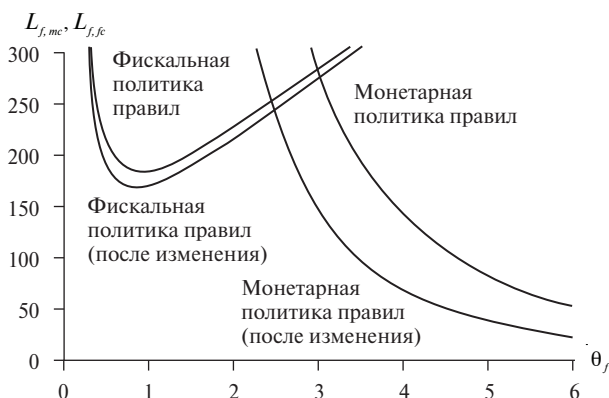


Рис. 6. Сокращение общественных потерь в ходе роста целевого значения инфляции ЦБ во втором периоде на 10%

терь при политиках правил совпадение этих целей. Было выявлено, что улучшение общественного благосостояния в обоих случаях может быть достигнуто, если центральный банк и правительство будут обладать одинаковыми и консервативными целями по инфляции (рис. 7).

Этот результат согласуется с результатами, полученными в работе А. Диксита и Л. Ламбертини [9]. Данный эффект объясняется тем, что если цели властей совпадают, политики проводятся в одном направ-

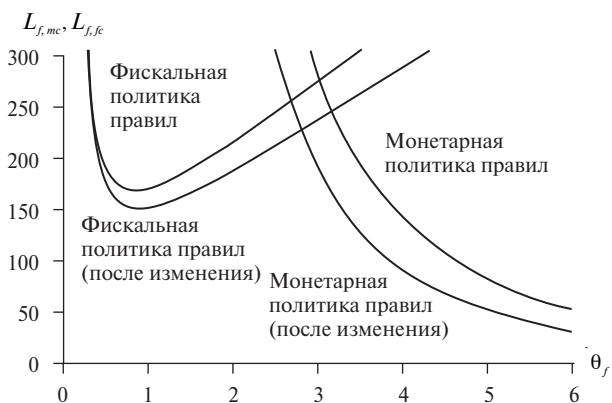


Рис. 7. Сокращение общественных потерь в ходе разделения правительством и ЦБ консервативных целей по инфляции

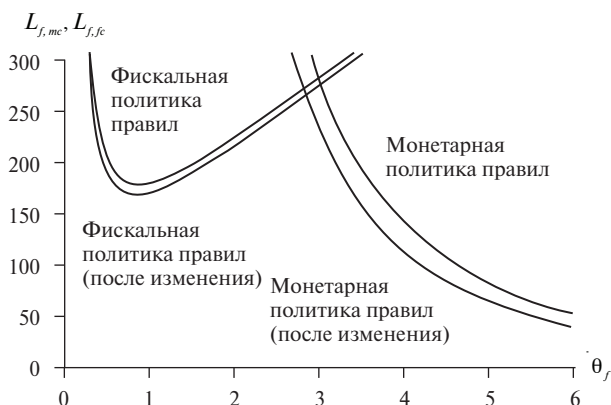


Рис. 8. Сокращение общественных потерь в ходе разделения правительством и ЦБ неконсервативных целей по инфляции (цели зафиксированы на уровне целевых значений правительства)

лении, и дискреционный характер одной из политик не устраняет эффекта от наличия обязательства у другой политики. При этом можно утверждать, что повышение благосостояния вызвано лишь частично общими целями: установление целевых значений по инфляции на более низком (консервативном) уровне приводит к большему снижению потерь, чем в случае, если политики разделяют высокое целевое значение по инфляции (рис. 8).

Стоит отметить, что больший консерватизм центрального банка (более низкие целевые значения выпуска) может улучшить общественное благосостояние в случае политики правил фискальных властей. Сокращение целевых значений выпуска в одном из периодов ведет к значительному снижению общественных потерь в случае политики правил (рис. 9).

Положительное воздействие на общественное благосостояние при обеих политиках правил оказывают также сокращение целевого значения инфляции и увеличение целевого уровня выпуска правительства (рис. 10).

При этом фискальная политика правил, приводящая к более низким потерям общества при небольших значениях θ_f , может быть значительно улучшена, если центральный банк будет меньше заботиться об отклонении выпуска от целевого значения центрального банка (рис. 11).

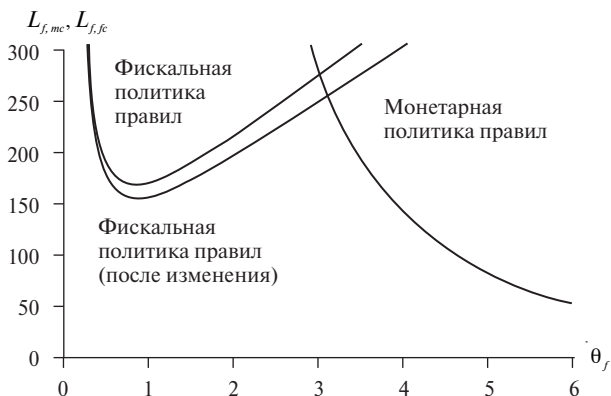


Рис. 9. Сокращение общественных потерь в ходе сокращения целевого значения ЦБ по выпуску второго периода на 10%

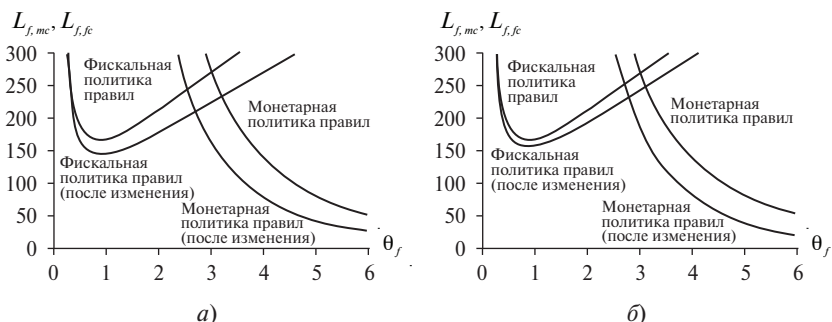


Рис. 10. Снижение общественных потерь в ходе сокращения целевого значения инфляции (а) и целевого значения выпуска правительства на 10% (б)

Сравнение различных форм взаимодействия властей. Бенеvolentный центральный банк

Теперь проведем заключительный анализ общественного благосостояния при дискреционных политиках и политиках правил. Сначала рассмотрим рис. 12, на котором показано взаимное расположение потерь общества при различных способах взаимодействия. В первую очередь следует отметить, что фискальная политика правил, хотя и

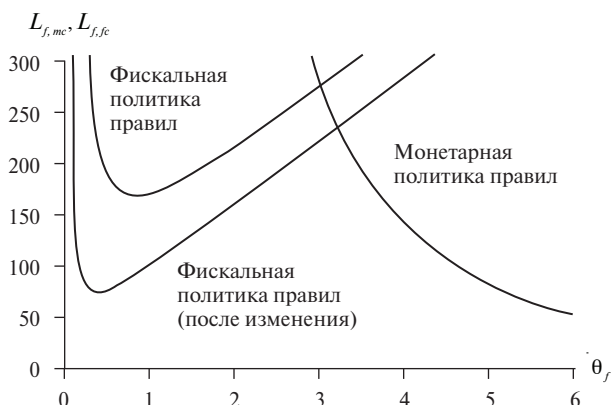


Рис. 11. Сокращение общественных потерь при политике правил фискальных властей в ходе сокращения θ_m в 2 раза

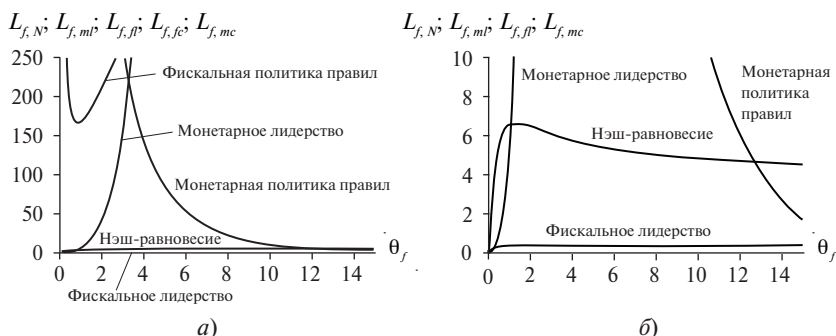


Рис. 12. Общественные потери в случае Нэш-равновесия, при двух взаимодействиях по Штакельбергу и двух политиках правил (рис. 12б представляет соотношение кривых в более крупном масштабе)

является лучшей среди политик при наличии обязательств, приводит к значительным общественным потерям при малых значениях θ_f . В этом случае как Нэш-равновесие, так и оба взаимодействия по Штакельбергу являются более желательными. Так, правительство-лидер приводит к меньшим потерям, чем остальные политики, если общество «заботится» о выпуске так же сильно, как об инфляции, или сильнее ($\theta_f \geq 1$). Не опираясь на конкретные значения θ_f , стоит отметить, что при малых его значениях вторым наилучшим после фискаль-

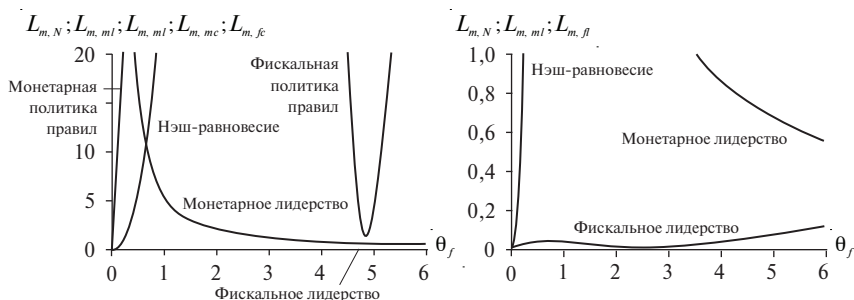


Рис. 13. Общественные потери в случае Нэш-равновесия, при двух взаимодействиях по Штакельбергу и двух политиках правил при бенеvolentном центральном банке

ного лидерства исходом является Нэш-равновесие. В то время как при больших значениях θ_f на втором месте по сокращению общественных потерь находится монетарная политика правил.

Допустимо предположить, что результат о предпочтительности лидерства фискальных властей может быть следствием первоначальной предпосылки модели о бенеvolentности фискальных властей, т.е. о том, что их целевая функция отражает предпочтения общества о выпуске и инфляции.

Вскользь касаясь этого вопроса в нашем исследовании, мы рассмотрим, каким образом изменение данной предпосылки скажется на общественном благосостоянии. Так, на рис. 16 изображены общественные потери при всех формах взаимодействия, если целевая функция центрального банка, а не правительства отражает предпочтения общества.

Как видно из рис. 16, изменение этой предпосылки не приводит к принципиально иным результатам: фискальное лидерство остается наилучшим взаимодействием в терминах общественных потерь, однако Нэш-равновесие становится хуже при $\theta_m > 0,6$. Таким образом, чем больше общество и центральный банк «ценят» выпуск, тем лучше будет лидерство монетарных властей.

При этом если сравнивать лидерство фискальных властей при бенеvolentном правительстве и при бенеvolentном центральном банке, лучше оказывается второе (рис. 14). Это можно объяснить тем, что игрок, обладающий сравнительным преимуществом перед лидером, характеризуется схожими с обществом предпочтениями.

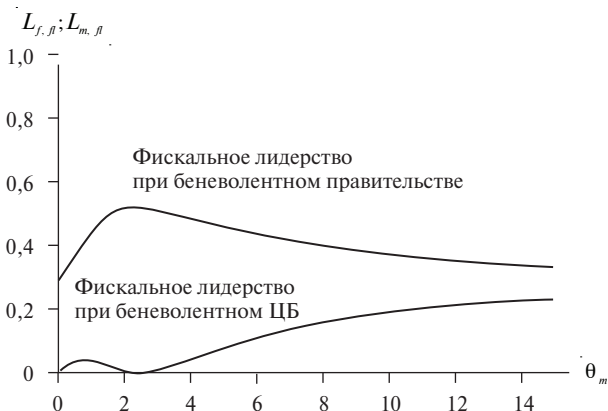


Рис. 14. Общественные потери в случае фискальной политики правил при беневолентном правительстве и при беневолентном центральном банке

Заключение

В ходе данного исследования было выявлено, что лидерство фискальных властей является наиболее оптимальным, приводя к наименьшим общественным потерям, несмотря на большую оперативность монетарных властей в проведении политики. Результат относительно предпочтительности фискального лидерства монетарному согласуется с выводами работы А. Диксита и Л. Ламбертини [8]. Однако последующее сравнение различных форм взаимодействия властей приводит к иным результатам. В рассматриваемой модели Нэш-равновесие, будучи вторым наилучшим исходом, является более предпочтительным, чем монетарное лидерство, в отличие от упомянутой работы, где нескоординированное поведение властей является наихудшей формой взаимодействия среди дискреционных политик.

Другим важным результатом является различие в общественном благосостоянии в случае монетарного лидерства и монетарной политики правил. Монетарное лидерство сокращает общественные потери, если общество ценит стабильность как выпуска, так и инфляции. Монетарная политика правил, в свою очередь, является более желательной, если общественное благосостояние зависит в основном от стабильности ВВП. Среди недискреционных политик фискальная политика правил оказывается лучше, чем монетар-

ная политика, что также согласуется с результатами А. Диксита и Л. Ламбертини.

В ходе исследования выявлены и способы улучшения общественного благосостояния при различных формах стратегического взаимодействия властей. Было показано, что лидерство фискальных властей может привести к нулевым общественным потерям в случае, если цели обеих политик по инфляции будут совпадать, при этом достаточно совпадения целей в одном из периодов.

Лидерство монетарных властей становится более эффективным, если центральный банк снижает целевое значение по инфляции второго периода, т.е. является более консервативным в терминах инфляции. Схожее улучшение также возможно, если предпочтения монетарных властей касательно выпуска и инфляции будут более близки к общественным.

Было показано, что и фискальная, и монетарная политика правил могут быть улучшены, если власти преследуют одинаковые, более консервативные цели по инфляции, а кроме того, если центральный банк является более консервативным относительно оптимального значения выпуска, чем общество.

В заключение были сравнены между собой два фискальных лидерства: при беневоленном правительстве и при беневоленном ЦБ. В ходе сравнения выявлена большая эффективность макроэкономической политики в случае, если центральный банк разделяет предпочтения общества относительно выпуска и инфляции.

Источники

1. *Alesina A., Tabellini G.* Rules and Discretion with Noncoordinated Monetary and Fiscal Policy // *Economic Inquiry*. 1987a. 25. P. 619–630.
2. *Beetsma R., Bovenberg L.* Designing Fiscal and Monetary Institutions in a Second-Best World // *European Journal of Political Economy*. 1997a. 13. P. 53–79.
3. *Beetsma R., Bovenberg L.* Political Shocks, Public Debt and the Design of Monetary and Fiscal Institutions // *Journal Public Economics*. 2002. 74. P. 299–325.
4. *Beetsma R., Bovenberg L.* Public Debt Policy and Central Bank Independence // *Journal of Economic Dynamics and Control*. 1997b. 21. P. 873–894.
5. *Blinder A.* Issues in the Coordination of Monetary and Fiscal Policy. NBER Working paper No. 982. 1982.
6. *Bruno M., Fisher S.* Seignorage, Operating Rules, and the High Inflation Trap // *Quarterly Journal of Economics*. 1990. Vol. 105. No. 2. P. 353–374.

7. Dixit A., Lambertini L. Fiscal Discretion Destroys Monetary Commitment, 2000.
8. Dixit A., Lambertini L. Interactions of Commitment and Discretion in Monetary and Fiscal Policies // American Economic Review. 2003. 93. P. 235–247.
9. Dixit A., Lambertini L. Monetary-Fiscal Policy Interactions and Commitment versus Discretion in a Monetary Union // European Economic Review. 2001. 45. P. 977–987.
10. Drazen A. Tight Money and Inflation. Further Results // Journal of Monetary Economics. 1985. 15. P. 113–120.
11. Nordhaus W.D., Schultze C.L., Fischer S. Policy Games: Coordination and Independence in Monetary and Fiscal Policies // Brookings Papers on Economic Activity. 1994. 2. P. 139–216.
12. Petit M.L. Fiscal and Monetary Policy Co-Ordination: A Differential Game Approach // Journal of Applied Econometrics. 1989. Vol. 4. No. 2. P. 161–179.
13. Sargent T., Wallace N. Some Unpleasant Monetarist Arithmetic. N.Y.: Harper&Row, 1981. P. 1–17.
14. Tabellini G. Money, Debt and Deficits in a Dynamic Game // Journal of Economic Dynamics and Control. 1986. 10. P. 427–442.
15. Tabellini G., La Via V. Money, Deficit and Debt in the United States // Review of Economics and Statistics. 1989. Vol. 71. No. 1. P. 15–25.

Приложение 1

Нэш-равновесие

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_f}{\partial x} &= c(\pi_1 - \pi_f) + \theta_f(a + bc)(y_1 - y_f) + \\ &+ \beta c(\pi_2 - \pi_f) + \beta \theta_f(a + bc)(y_2 - y_f) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial m_1} = (\pi_1 - \pi_{m,1}) + \theta_m b(y_1 - y_{m,1}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial m_2} = (\pi_2 - \pi_{m,2}) + \theta_m b(y_2 - y_{m,2}) = 0, \quad (3)$$

$y_1 = \bar{y} + ax + b(\pi_1 - \pi_1^e)$ и аналогичное выражение для y_2 подставляется в уравнения (2) и (3).

$$\pi_1 = \frac{1}{1 - \theta_m b^2} \left[\pi_{m,1} - \theta_m b(\bar{y} + ax - b\pi_1^e - y_{m,1}) \right],$$

$$\pi_2 = \frac{1}{1 - \theta_m b^2} \left[\pi_{m,2} - \theta_m b (\bar{y} + ax - b\pi_2^e - y_{m,2}) \right].$$

В равновесии $\pi_i = \pi_i^e$:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{1}{1 - 2\theta_m b^2} \left[\pi_{m,1} - \theta_m b (\bar{y} + ax - y_{m,1}) \right], \\ \pi_2 &= \frac{1}{1 - 2\theta_m b^2} \left[\pi_{m,2} - \theta_m b (\bar{y} + ax - y_{m,2}) \right]. \end{aligned}$$

После подстановки равновесных значений инфляции в условие первого порядка для x :

$$\begin{aligned} x &= dc(\pi_{m,1} + \beta\pi_{m,2}) + \bar{y}d(1 + \beta)(\theta_f(a + bc)(1 - 2b^2\theta_m) - cb\theta_m) + \\ &+ bcd\theta_m(y_{m,1} + \beta y_{m,2}) - d(a + bc)\theta_f(1 + \beta)(1 - 2b^2\theta_m)y_f - \\ &- cd(1 + \beta)(1 - 2b^2\theta_m)\pi_f, \end{aligned}$$

$$\text{где } d = \frac{1}{a(1 + \beta)[bc\theta_m - \theta_f(a + bc)(1 - 2\theta_m b^2)]}.$$

Приложение 2

Фискальное лидерство

$$\frac{\partial L_m}{\partial m_1} = (\pi_1 - \pi_{m,1}) + \theta_m b(y_1 - y_{m,1}) = 0 \quad (1)$$

$$\rightarrow \pi_1 = \pi_{m,1} - \theta_m b(y_1 - y_{m,1}),$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial m_2} = \beta(\pi_2 - \pi_{m,2}) + \beta\theta_m b(y_2 - y_{m,2}) = \quad (2)$$

$$= 0 \rightarrow \beta\pi_2 = \beta\pi_{m,2} - \beta\theta_m b(y_2 - y_{m,2}),$$

$$\begin{aligned} L_f &= \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{i-1} \left[(\pi_i - \pi_f)^2 + \theta_f (y_i - y_f)^2 \right] + \lambda_1 (\pi_{m,1} - \theta_m b(y_1 - y_{m,1}) - \pi_1) + \\ &+ \lambda_2 (\beta\pi_{m,2} - \theta_m b(y_2 - y_{m,2}) - \beta\pi_2), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_1} = \theta_f (y_1 - y_f) - \lambda_1 \theta_m b = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_2} = \beta \theta_f (y_2 - y_f) - \lambda_2 \beta \theta_m b = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_1} = \pi_1 - \pi_f - \lambda_1 = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_2} = \pi_2 - \pi_f - \lambda_2 = 0. \quad (6)$$

Тогда:

$$\pi_1 = \pi_f + \frac{\theta_f (y_1 - y_f)}{\theta_m b},$$

$$\pi_2 = \pi_f + \frac{\theta_f (y_2 - y_f)}{\theta_m b}.$$

Приравняем π_1 , π_2 и выражения для уровня инфляции из уравнений (1), (2)

$$y_1 = \frac{\theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,1} - \pi_f) + \frac{\theta_m^2 b^2}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,1} + (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2) y_f,$$

$$\pi_1 = \pi_f + \frac{\theta_f}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,1} - \pi_f) + \frac{\theta_f \theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,1} + \frac{\theta_f}{\theta_m b} (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2 - 1) y_f,$$

$$y_2 = \frac{\theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,2} - \pi_f) + \frac{\theta_m^2 b^2}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,2} + (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2) y_f,$$

$$\pi_2 = \pi_f + \frac{\theta_f}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} (\pi_{m,2} - \pi_f) + \frac{\theta_f \theta_m b}{\theta_f + \theta_m^2 b^2} y_{m,2} + \frac{\theta_f}{\theta_m b} (\theta_f^2 + \theta_m^2 b^2 - 1) y_f.$$

Монетарное лидерство

$$\frac{\partial L_f}{\partial x} = c(\pi_1 - \pi_f) + \theta_f(a + bc)(y_1 - y_f) + \quad (1)$$

$$+ \beta c(\pi_2 - \pi_f) + \beta \theta_f(a + bc)(y_2 - y_f) = 0,$$

$$\pi_1^* = \pi_f - \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_1 - y_f) - \beta (\pi_2 - \pi_f) - \beta \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_2 - y_f), \quad (1.1)$$

$$\pi_2^* = \pi_f - \frac{1}{\beta} \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_1 - y_f) - \frac{1}{\beta} (\pi_1 - \pi_f) - \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_2 - y_f), \quad (1.2)$$

$$L_m = \sum_{t=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{t-1} \left[(\pi_t^* - \pi_{m,t})^2 + \theta_m (y_t - y_{m,t})^2 \right] \rightarrow \min_{y_1, y_2, \pi_1, \pi_2},$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial \pi_1} = (\pi_1^* - \pi_{m,1}) + \beta (\pi_2^* - \pi_{m,2}) \left(-\frac{1}{\beta} \right) = 0,$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial \pi_2} = \beta (\pi_2^* - \pi_{m,2}) + (-\beta) (\pi_1^* - \pi_{m,1}) = 0.$$

Тогда:

$$\pi_1^* - \pi_{m,1} = \pi_2^* - \pi_{m,2},$$

$$\pi_1^* = \pi_2^* + \pi_{m,1} - \pi_{m,2} \Rightarrow \quad = (1.1)$$

$$\pi_2^* = \pi_1^* - \pi_{m,1} + \pi_{m,2} \Rightarrow \quad = (1.2)$$

$$\pi_1 = \pi_f - \frac{\beta \theta_f}{1 + \beta} \left(\frac{a}{c} + b \right) \left(\frac{y_1}{\beta} + y_2 \right) + \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) y_f + \frac{\beta (\pi_{m,1} - \pi_{m,2})}{1 + \beta},$$

$$\pi_2 = \pi_f - \frac{\theta_f}{1 + \beta} \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_1 + \beta y_2) + \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) y_f + \frac{(\pi_{m,2} - \pi_{m,1})}{1 + \beta},$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial y_1} = \theta_m (y_1 - y_{m,1}) - \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) - \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) = 0 \Rightarrow y_1 = y_{m,1} + 2 \frac{\theta_f}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right),$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial y_2} = \beta \theta_m (y_2 - y_{m,2}) - \beta \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) - \beta \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) =$$

$$= 0 \Rightarrow y_2 = y_{m,2} + 2 \frac{\theta_f}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right).$$

Монетарные власти минимизируют свою функцию потерь с учетом оптимальной политики фискальных властей, т.е. с учетом $\pi_t^* \forall t = 1, 2$ переменной, которая зависит от выпуска.

$$\begin{aligned}\pi_1 &= \pi_f - \frac{2\theta_f^2}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right)^2 - \frac{\theta_f}{1+\beta} \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_{m,1} + \beta y_{m,2}) + \\ &+ \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) y_f + \frac{\beta(\pi_{m,1} - \pi_{m,2})}{1+\beta}, \\ \pi_2 &= \pi_f - \frac{2\theta_f^2}{\theta_m} \left(\frac{a}{c} + b \right)^2 - \frac{\theta_f}{1+\beta} \left(\frac{a}{c} + b \right) (y_{m,1} + \beta y_{m,2}) + \\ &+ \theta_f \left(\frac{a}{c} + b \right) y_f + \frac{(\pi_{m,2} - \pi_{m,1})}{1+\beta}.\end{aligned}$$

Приложение 4

Совместная политика правил

$$\begin{aligned}L &= \sum_{t=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{t-1} \left[(\pi_t - \pi_f)^2 + \theta_f (y_t - y_f)^2 \right] + \lambda \pi_1 - \lambda_1 \pi_1^e + \lambda_2 \beta \pi_2 - \lambda_2 \beta \pi_1^e, \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= c(\pi_1 - \pi_f + \lambda_1) + \theta_f(a + bc)(y_1 - y_f) + \\ &+ \beta c(\pi_2 - \pi_f + \lambda_2) + \beta \theta_f(a + bc)(y_2 - y_f) = 0,\end{aligned}\tag{1}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_1} = \pi_1 - \pi_f + \lambda_1 + \theta_f b(y_1 - y_f) = 0,\tag{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial m_2} = \pi_2 - \pi_f + \lambda_2 + \beta \theta_f b(y_2 - y_f) = 0,\tag{3}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_1^e} = -\lambda_1 - \theta_f b(y_1 - y_f) = 0,\tag{4}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \pi_2^e} = -\beta \lambda_2 - \beta \theta_f b(y_2 - y_f) = 0.\tag{5}$$

Выражения для λ_1, λ_2 подставляются в уравнения (2) и (3). Получаем, что $\pi_1 = \pi_2 = \pi_f$.

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_1}; \frac{\partial L}{\partial \lambda_2} \Rightarrow \pi_1 = \pi_1^e; \pi_2 = \pi_2^e.$$

Тогда $y_1 = y_2 = \bar{y} + ax$, с учетом выражений для λ_1, λ_2 , из уравнения (1) следует, что

$$y = y_f.$$

Тогда:

$$x = \frac{y_f - \bar{y}}{a},$$

$$m = \pi_f - \frac{c(y_f - \bar{y})}{a}.$$

Приложение 5

Политика правил монетарных властей

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_f}{\partial x} &= c(\pi_1 - \pi_f) + \theta_f(a + bc)(y_1 - y_f) + \\ &+ \beta c(\pi_2 - \pi_f) + \beta \theta_f(a + bc)(y_2 - y_f) = 0, \\ y_i &= \bar{y} + ax + b(\pi_i - \pi_i^e), \\ \pi_i &= m_i + cx + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_f}{\partial x} &= c(m_1 + cx + \varepsilon_1 - \pi_f) + \\ &+ \theta_f(a + bc)(\bar{y} + ax + b(m_1 + cx + \varepsilon_1 - \pi_1^e) - y_f) + \\ &\beta c(m_2 + cx + \varepsilon_2 - \pi_f) + \\ &+ \beta \theta_f(a + bc)(\bar{y} + ax + b(m_2 + cx + \varepsilon_2 - \pi_2^e) - y_f) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$x = \frac{1}{(1 + \beta)(c^2 + \theta_f(a + bc)^2)} \left[\begin{aligned} &-(m_1 + \beta m_2)(c + b\theta_f(a + bc)) + \\ &+ c(1 + \beta)\pi_f + \theta_f(1 + \beta)(a + bc)(y_f - \bar{y}) + \\ &+ b\theta_f(a + bc)(\pi_1^e + \beta\pi_2^e) - \\ &-(1 + \beta)(c + b\theta_f(a + bc)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)) \end{aligned} \right] \quad (3)$$

В равновесии ожидаемый и равновесный уровень цен совпадает:

$$x = \frac{1}{(1+\beta)(c^2 + \theta_f(a+bc)(a+bc-c))} \left[\begin{array}{l} -c(m_1 + \beta m_2) + \\ + c(1+\beta)\pi_f + \\ + \theta_f(1+\beta)(a+bc)(y_f - \bar{y}) + \\ + (\theta_f(a+bc)(1-b) - c)(\varepsilon_1 + \beta\varepsilon_2) \end{array} \right]$$

$\pi_i(m_i, \varepsilon_i), y_i(m_i, \varepsilon_i), \forall i = 1, 2$ в задаче минимизации целевой функции монетарных властей, обозначим за π_i^*, y_i^* .

$$\begin{aligned} L_m &= \sum_{t=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{t-1} \left[(\pi_t^* - \pi_{m,t})^2 + \theta_m (y_t^* - y_{m,t})^2 \right], \\ \frac{\partial L_m}{\partial m_1} &= (\pi_1^* - \pi_{m,1}) \left[1 - \frac{c}{(1+\beta)(c^2 + \theta_f(a+bc)(a+bc-c))} \right] + \\ &+ \theta_m (y_1^* - y_{m,1}) \left[\frac{-ac}{(1+\beta)(c^2 + \theta_f(a+bc)(a+bc-c))} \right] = 0, \\ \frac{\partial L_m}{\partial m_2} &= \beta (\pi_2^* - \pi_{m,2}) \left[1 - \frac{c}{(1+\beta)(c^2 + \theta_f(a+bc)(a+bc-c))} \right] + \\ &+ \beta \theta_m (y_2^* - y_{m,2}) \left[\frac{-ac}{(1+\beta)(c^2 + \theta_f(a+bc)(a+bc-c))} \right] = 0, \\ \frac{\partial L_m}{\partial m_1} &= (m_1 + cx - \pi_{m,1}) \left[a\theta_f(a+bc) + \beta(c^2 + \theta_f(a+bc)^2) \right] - \\ &- a\theta_m (\bar{y} + ax - y_{m,1}) (c + b\theta_f(a+bc)) = 0, \\ \frac{\partial L_m}{\partial m_2} &= (m_2 + cx - \pi_{m,2}) \left[a\theta_f(a+bc) + \beta(c^2 + \theta_f(a+bc)^2) \right] - \\ &- a\theta_m (\bar{y} + ax - y_{m,2}) (c + b\theta_f(a+bc)) = 0, \\ m_1 &= -cx + \pi_{m,1} + \frac{a\theta_m (\bar{y} + ax - y_{m,1}) (c + b\theta_f(a+bc))}{a\theta_f(a+bc) + \beta(c^2 + \theta_f(a+bc)^2)}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$m_2 = -c\chi + \pi_{m,2} + \frac{a\theta_m(\bar{y} + ax - y_{m,2})(c + b\theta_f(a + bc))}{a\theta_f(a + bc) + \beta(c^2 + \theta_f(a + bc)^2)}. \quad (5)$$

Выражения для m_1, m_2 подставляются в выражение (6):

$$x = \frac{1}{(1 + \beta)(c^2 + \theta_f(a + bc)(a + bc - c))} \left[-c(m_1 + \beta m_2) + c(1 + \beta)\pi_f + \right. \\ \left. + \theta_f(1 + \beta)(a + bc)(y_f - \bar{y}) \right], \quad (6)$$

$$x = \frac{a\theta_f(a + bc) + \beta(c^2 + \theta_f(a + bc)^2)}{c^3\theta_f\beta + \theta_f(a + bc)(c^2\beta - ac\theta_f + \theta_f(a + bc)(a + \beta(a + bc - c)))} \\ \left(\left[c(1 + \beta)\pi_f + \theta_f(1 + \beta)(a + bc)(y_f - \bar{y}) \right] - \right. \\ \left. - c \left(\frac{\left(\pi_{m,1} + (a\theta_m(c + b\theta_f(a + bc))) \right) (\bar{y} - y_{m,1})}{a\theta_f(a + bc) + \beta(c^2\theta_f(a + bc)^2)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\left(\beta\pi_{m,2} + (a\theta_m(c + b\theta_f(a + bc))) \right) (\bar{y} - y_{m,2})^2}{a\theta_f(a + bc) + \beta(c^2\theta_f(a + bc)^2)} \right) \right). \quad (7)$$

Приложение 6

Политика правил фискальных властей

$$L_m = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{i-1} \left[(\pi_i - \pi_{m,i})^2 + \theta_m (y_i - y_{m,i})^2 \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial m_1} = (\pi_1 - \pi_{m,1}) + \theta_m b (y_1 - y_{m,1}) = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial L_m}{\partial m_2} = (\pi_2 - \pi_{m,2}) + \theta_m b (y_2 - y_{m,2}) = 0, \quad (3)$$

$$m_1 = \frac{1}{1 + \theta_m b^2} \left[\pi_{m,1} - \theta_m b (\bar{y} - b\pi_1^e - y_m) - x(c + \theta_m b(a + bc)) \right],$$

$$m_2 = \frac{1}{1 + \theta_m b^2} \left[\pi_{m,2} - \theta_m b (\bar{y} - b\pi_2^e - y_m) - x(c + \theta_m b(a + bc)) \right],$$

$$y_i^* = \frac{1}{1 + \theta_m b^2} \left[\bar{y} + b(\pi_{m,i} - \pi_i^e) + \theta_m b^2 y_{m,i} + ax \right], \forall i = 1, 2, \quad (4)$$

$$\pi_i^* = \frac{1}{1 + \theta_m b^2} \left[\pi_{m,i} - \theta_m b(\bar{y} - y_{m,i}) + \theta_m b^2 \pi_i^e - ab\theta_m x \right], \forall i = 1, 2. \quad (5)$$

С учетом предпосылки о рациональных ожиданиях:

$$\pi_i^* = \left[\pi_{m,i} - \theta_m b(\bar{y} - y_{m,i}) - ab\theta_m x \right] = \pi_i^e, \forall i = 1, 2. \quad (6)$$

Тогда y_i^* из уравнения (4) возможно представить как функцию от параметров модели и x :

$$y_i^* = \frac{1}{1 + \theta_m b^2} \left[(1 + b^2 \theta_m) \bar{y} + a(1 + b^2 \theta_m) x \right] = \bar{y} - ax, \forall i = 1, 2, \quad (7)$$

$$L_f = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \beta^{i-1} \left[(\pi_i - \pi_f)^2 + \theta_f (y_i - y_f)^2 \right] + \lambda_1 \pi_1 - \lambda_1 \pi_1^e + \beta \lambda_2 \pi_2 - \beta \lambda_2 \pi_2^e,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_f}{\partial x} = & (\pi_1^* - \pi_f) \left(-\frac{ab\theta_m}{1 + \theta_m b^2} \right) + \theta_f \frac{a}{1 + \theta_m b^2} (y_1^* - y_f) + \\ & + \beta \left(-\frac{ab\theta_m}{1 + \theta_m b^2} \right) (\pi_2^* - \pi_f) + \beta \theta_f \frac{a}{1 + \theta_m b^2} (y_2^* - y_f) + \\ & + \lambda_1 \left(-\frac{ab\theta_m}{1 + \theta_m b^2} \right) + \lambda_2 \beta \left(-\frac{ab\theta_m}{1 + \theta_m b^2} \right) = 0, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L_f}{\partial \pi_1^e} = (\pi_1^* - \pi_f) \left(\frac{b^2 \theta_m}{1 + \theta_m b^2} \right) + \theta_f \frac{-b}{1 + \theta_m b^2} (y_1^* - y_f) + \lambda_1 \left(\frac{b^2 \theta_m}{1 + \theta_m b^2} - 1 \right) = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_f}{\partial \pi_2^e} = & \beta \left(\frac{b^2 \theta_m}{1 + \theta_m b^2} \right) (\pi_2^* - \pi_f) + \beta \theta_f \frac{-b}{1 + \theta_m b^2} (y_2^* - y_f) + \lambda_2 \beta \left(\frac{b^2 \theta_m}{1 + \theta_m b^2} - 1 \right) = 0, \\ \Rightarrow \lambda_1 = & (\pi_1^* - \pi_f) (-b^2 \theta_m) - b\theta_f (y_1^* - y_f), \\ \Rightarrow \lambda_2 = & (\pi_2^* - \pi_f) (-b^2 \theta_m) - b\theta_f (y_2^* - y_f). \end{aligned}$$

После подстановки выражения для λ_1, λ_2 в производную $\frac{\partial L_f}{\partial x}$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L_f}{\partial x} = & (\pi_1^* - \pi_f) \left(-\frac{ab\theta_m}{1+\theta_m b^2} \right) (1-b^2\theta_m) + \theta_f \left(\frac{a}{1+\theta_m b^2} - b \right) (y_1^* - y_f) + \\
& + \beta \left(-\frac{ab\theta_m}{1+\theta_m b^2} \right) (1-b^2\theta_m) (\pi_2^* - \pi_f) + \\
& + \beta \theta_f \left(\frac{a}{1+\theta_m b^2} \right) (y_2^* - y_f) = 0, \\
x = & \left[(1+\beta) \left((1-b^2\theta_m) \frac{a^2 b^2 \theta_m^2}{1+\theta_m b^2} - a \theta_f \left(\frac{a}{1+\theta_m b^2} - b \right) \right) \right]^{-1} \\
& \left[\frac{ab\theta_m}{1+b^2\theta_m} (1-b^2\theta_m) (\pi_{m,1} + \beta \pi_{m,2}) - \right. \\
& \left. - \left((1-b^2\theta_m) \frac{ab^2\theta_m^2}{1+\theta_m b^2} + \theta_f \left(\frac{a}{1+\theta_m b^2} \right) \right) ((1+\beta)(\bar{y} - \pi_f) - y_{m,1} - \beta y_{m,2}) \right].
\end{aligned}$$

После подстановки этого значения в уравнения (6) и (7) находятся равновесные уровни инфляции и выпуска для каждого периода.

Приложение 7

Графики

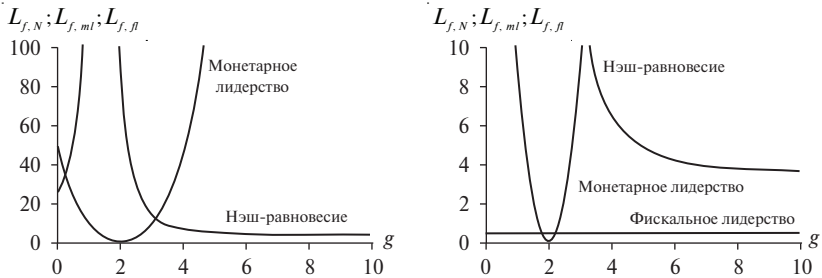


Рис. 1. Зависимость общественных потерь в трех формах взаимодействия от чувствительности выпуска к проводимой фискальной политике

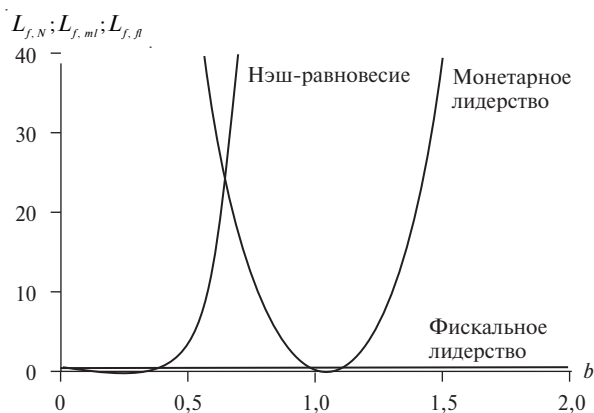


Рис. 2. Зависимость общественных потерь в трех формах взаимодействия от чувствительности выпуска к непредвиденной инфляции

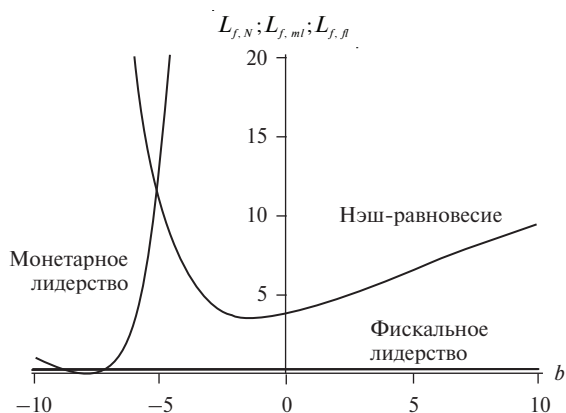


Рис. 3. Зависимость общественных потерь в трех формах взаимодействия от чувствительности инфляции к проводимой фискальной политике

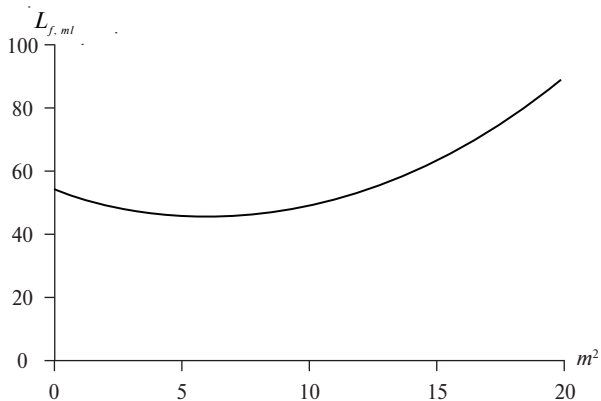


Рис. 4. Нелинейный характер зависимости общественных потерь от целевого значения ЦБ по инфляции

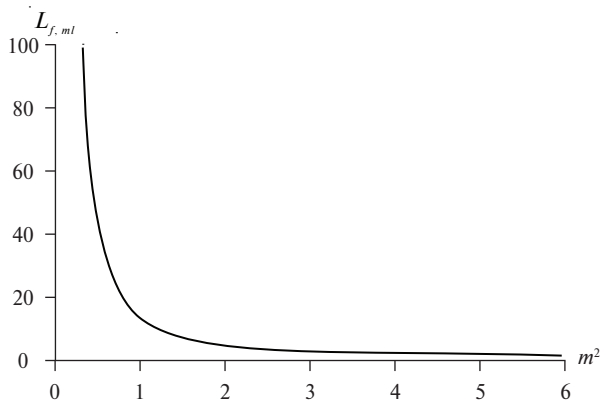


Рис. 5. Зависимость общественных потерь от предпочтения ЦБ относительно установления объема выпуска на его целевом значении

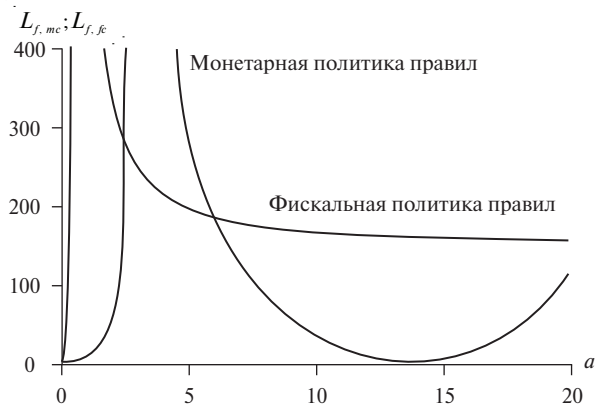


Рис. 6. Зависимость общественных потерь при монетарной и фискальной политике правил от чувствительности выпуска к проводимой фискальной политике

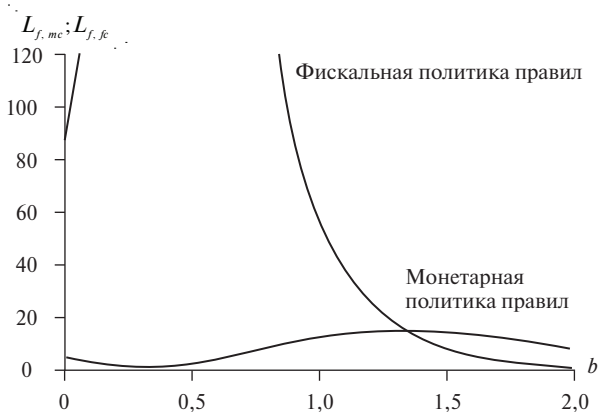


Рис. 7. Зависимость общественных потерь при монетарной и фискальной политике правил от чувствительности выпуска к непредвиденной инфляции

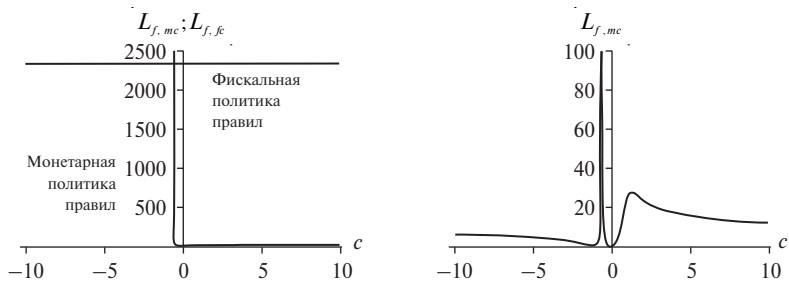


Рис. 8. Зависимость общественных потерь при монетарной и фискальной политике правил от чувствительности инфляции к проводимой фискальной политике