БАКАЛАВРИАТ

ФГОС 3+

ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
1919

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ И ФИНАНСАХ

Под редакцией **В.М. Гончаренко** и **В.Ю. Попова**

Рекомендовано
ФГБОУ ВО «Государственный университет управления»
в качестве **учебника**
для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки
«Экономика» и «Прикладная математика и информатика»
(квалификация (степень) «бакалавр»)

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАУ «Федеральный институт развития образования»
Регистрационный номер рецензии № 133 от 09.04.2012

Третье издание, стереотипное

BOOK.ru
ЭЛЕКТРОННО-БИБЛИОТЕЧНАЯ СИСТЕМА

КНОРУС • МОСКВА • 2017

УДК 33/.336(075.8)
ББК 65.290я73
М54

Рецензенты:
А.А. Курушин, генеральный директор ООО «Инвестиционная компания "Центр развития фондовых технологий"», канд. экон. наук,
С.В. Мхитарян, проф. кафедры маркетинга и коммерции МЭСИ, д-р экон. наук,
В.А. Попов, доц. кафедры «Прикладная математика» Финансового университета при Правительстве РФ, канд. физ.-мат. наук,
И.А. Соловьев, заведующий кафедрой высшей математики и физики ФГОУ ВПО «Государственный университет по землеустройству», д-р физ.-мат. наук, проф.

Авторы:
И.А. Александрова (Финансовый университет), **В.М. Гончаренко** (Высшая школа экономики, Финансовый университет), **И.Е. Денежкина** (Финансовый университет), **В.В. Киселев** (Финансовый университет), **Д.С. Набатова** (Финансовый университет), **В.Ю. Попов** (Финансовый университет, МГУ им. М.В. Ломоносова), **И.Г. Шандра** (Финансовый университет), **А.Б. Шаповал** (Высшая школа экономики, ЛИСОМО РЭШ).

М54 **Методы оптимальных решений в экономике и финансах** : учебник / коллектив авторов ; под ред. В.М. Гончаренко, В.Ю. Попова. — 3-е изд., стер. — Москва : КНОРУС, 2017. — 400 с. — (Бакалавриат).

ISBN 978-5-406-04181-9
DOI 10.15216/978-5-406-04181-9

Излагаются основные методы оптимизации, которые применяются при решении прикладных экономических задач. Последовательно рассмотрены линейные модели в экономике, основы линейного программирования и теории двойственности, их применение при решении различных типов транспортных задач; математические методы решения задач нелинейного программирования и их применение в теории производства и потребления, методы решения задач многокритериальной оптимизации и динамического программирования, основы теории игр и ее применение при решении задач пространственной экономики. Особое внимание уделено численным методам, необходимым для исследования полученных математических моделей.

Соответствует ФГОС ВО 3+.

Для студентов, обучающихся по направлениям «Экономика», «Прикладная математика и информатика» и другим направлениям подготовки бакалавров, а также для магистрантов, аспирантов, слушателей послевузовского образования и преподавателей.

УДК 33/.336(075.8)
ББК 65.290я73

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ И ФИНАНСАХ

Сертификат соответствия № РОСС RU.АГ51.Н03820 от 08.09.2015.

Изд. № 7671. Подписано в печать 07.09.2016. Формат 60×90/16.
Гарнитура «NewtonC». Усл. печ. л. 25,0. Уч.-изд. л. 12,35. Тираж 500 экз.

ООО «Издательство «КноРус».
117218, г. Москва, ул. Кедрова, д. 14, корп. 2.
Тел.: 8-495-741-46-28.
E-mail: office@knorus.ru http://www.knorus.ru

Отпечатано в АО «Т8 Издательские Технологии».
109316, г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.
Тел.: 8-495-221-89-80.

ISBN 978-5-406-04181-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Целью решения многих практических задач является получение конкретного результата в виде числа или набора чисел. Это возможно, если задача сформулирована на языке математики. Крупнейшие ученые посвящали свои труды математическому описанию явлений и его исследованию. Позже этот процесс был назван математическим моделированием. При появлении новых моделей требовалось разрабатывать новые методы решения соответствующих математических задач. Часто решение задачи в общем виде было невозможно, поэтому разрабатывались методы, позволяющие найти конкретное решение, применимое на практике. Многие из этих методов были названы именами своих великих создателей — Эйлера, Ньютона, Гаусса.

Первые математические модели в экономике были созданы Ф. Кене («Экономическая таблица», 1758 г.), А. Смитом (классическая макроэкономическая модель), Д. Риккардо (модель международной торговли) и носили описательный характер. В XIX веке математическому моделированию рыночной экономики посвятили свои работы В. Парето, Ф. Эджвот, О. Курно, Л. Вальрас и др. В XX веке возникли новые возможности для моделирования, обусловленные появлением и развитием вычислительной техники и соответствующих разделов прикладной математики. Многие работы, удостоенные Нобелевской премии в области экономических наук, связаны с использованием математических моделей (Д. Хикс, Р. Солоу, В. Леонтьев, П. Самуэльсон). Перед моделями ставится задача уже не только описания и выявления закономерностей изучаемого объекта, но и предсказания его поведения при изменении некоторых параметров, а также принятия решений о дальнейших действиях. Традиционная опора только на интуицию и опыт отдельных людей при принятии экономических решений становится практически неприемлемой в силу невозможности оценить всю совокупность существенных факторов. В модели все они оцениваются количественно, что делает прогноз или оценку более обоснованными. Использование математических моделей в экономике позволяет формально описать наиболее существенные связи между переменными, определяющими явление или процесс. Количество этих переменных и связей и детальность их описания определяется как желаемой степенью адекватности модели, так и возможностями разработчика и пользователя. Поэтому любая математическая модель упрощенно описывает процесс, т.е. является неполной. Так, в простейшей модели спроса считается, что величина спроса на товар зависит от цены и уровня доходов потребителя. Но кроме этого спрос могут определять такие факторы, как традиции региона, мода, реклама и др. Примерами экономических математических моделей являются модели фирмы, экономического роста, рекламы, модели равновесия на товарных, факторных и финансовых рынках и многие другие.

Итак, *модель* — это упрощенное описание (или непосредственное создание) некоторого подобия исследуемого объекта, выявляющего только существенные для поставленной задачи черты. Если это описание производится на формальном языке математики, то модель является математической. Облик модели определяется целью ее создания. Эти цели могут быть следующие:

1) непосредственное использование модели (например, игрушки, манекена, модели самолета);

2) описание объекта — выявление закономерностей, статистика, прогнозирование, идентификация и т.д.;

3) управление объектом — получение требуемых характеристик на выходе модели путем подачи нужных сигналов на ее вход;

4) создание (проектирование) объекта;

5) принятие решений.

Конец XX века характеризуется бурным развитием вычислительной техники, что вызывает активную разработку соответствующих численных методов. В настоящее время численные методы (численный анализ) являются одним из важнейших разделов математики, без изучения которого образование современного специалиста является неполным.

Кроме того, применение математического моделирования в одной области позволяет использовать достижения математики, полученные в другой области науки. Поэтому, если при создании модели получаются уравнения, для которых уже разработаны методы решения, можно их использовать, абстрагируясь от смысла модели. Это свойство математических моделей является очень удобным. Уже накоплен большой опыт решения задач в области, например, технических наук, где разработано и отлажено соответствующее математическое обеспечение. И все это богатство может быть использовано при решении экономических задач, описываемых усложняющимися математическими моделями. Следует отметить, что математическое моделирование — это не только введение переменных и написание математических соотношений. Это достаточно сложный процесс, возможно, многократно повторяющийся, требующий учета множества факторов, относящихся не только к самой модели. Примерная схема математического моделирования приведена на рис. 1.

Классическим средством изучения математических моделей и исследования на этой основе реальных процессов и явлений служат аналитические методы, позволяющие получить точные решения в виде математических формул. Они позволяют решить задачу в общем виде и получить полную информацию о поведении объекта. Однако класс задач, для которых они могут быть использованы, весьма ограничен. Во-первых, далеко не всегда полученная математическая модель содержит функции, удовлетворяющие требованиям непрерывности, достаточной гладкости и т.п., без выполнения которых аналитического решения может не получиться. Во-вторых, не все задачи имеют решение. Например, вычисление длины дуги кривой с помощью определенного интеграла часто сводится к необходимости вычисления «неберущегося» интеграла. В-третьих, не все исходные данные могут быть представлены в виде аналитического выражения. Кроме того, при решении практических задач далеко не всегда необходимо искать общее решение или все возможные решения. Во всех таких случаях применяются численные методы. Наука, изучающая численные методы, называется *численным анализом* или *вычислительной математикой*.

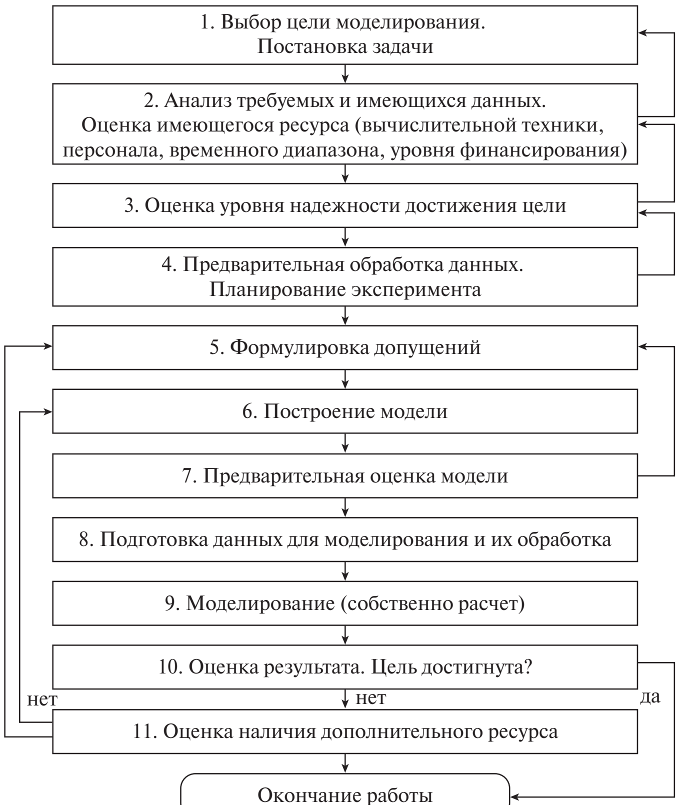

Рис. 1. Этапы математического моделирования

Численные методы в отличие от аналитических позволяют получить не общее, а частное решение задачи либо решить задачу не в бесконечномерном, а в некотором конечномерном пространстве. При этом необходимо выполнить достаточно большое количество арифметических и логических операций, используя большие массивы данных. Получив решение, требуется оценить, насколько оно адекватно поставленной задаче, какова область его применимости. Все это выполняется с помощью математического обеспечения, разрабатываемого для компьютеров. Изучение численных методов необходимо современному специалисту как для разработки новых алгоритмов, так и для выбора из множества существующих наиболее подходящего.

Данная книга написана на основании многолетнего опыта преподавания дисциплины «Методы оптимальных решений» студентам экономических направлений подготовки бакалавров, а также дисциплин «Исследование операций», «Методы оптимизации» и «Численные методы» студентам, обучающимся по направлению «Прикладная математика и информатика» Финансового университета при Правительстве РФ.

Книга, с одной стороны, позволяет получить базовые знания по методам оптимизации, применяемым в экономике и финансах, а с другой, дает необходимые навыки для решения практических задач, реально возникающих в экономике.

Главы 1, 6 (параграф 6.9), 10, 14 — И.Е. Денежкина.

Главы 2, 8 и 9 — И.Г. Шандра.

Глава 3 (параграфы 3.1—3.6) — И.А. Александрова.

Главы 3 (параграфы 3.7—3.9), 4, 5 (параграфы 5.1, 5.2) — В.М. Гончаренко.

Главы 5 (параграф 5.3), 6 (параграфы 6.1—6.8) — В.Ю. Попов.

Главы 7, 11 и 12 — В.В. Киселев.

Глава 13 (параграфы 13.1—13.4) — Д.С. Набатова.

Глава 13 (параграфы 13.5—13.6) — А.Б. Шаповал.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Акулич И.Л.* Математическое программирования в примерах и задачах. М. : Высшая школа, 1986.
2. *Афанасьев М.Ю.*, *Суворов Б.П.* Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения. М. : ИНФРА-М. 2003.
3. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М. : Наука, 1984.
4. *Бахвалов Н.С.*, *Лапин А.В.*, *Чижонков Е.В.* Численные методы в задачах и упражнениях. М. : Высшая школа, 2000.
5. *Беллман Р.*, *Калаба Р.* Динамическое программирование и современная теория управления. М. : Наука, 1969.
6. *Вагнер Г.* Основы исследования операций. Т. 1—3. М. : Мир, 1972—1973.
7. *Ванько В.И.*, *Ермошина О.В.*, *Кувыркина Г.И.* Вариационное исчисление и оптимальное управление. М. : МГТУ им. Баумана, 2001.
8. *Васин А.А.*, *Морозов В.В.* Теория игр и модели математической экономики. М. : МАКС Пресс. 2008.
9. *Вентцель Е.С.* Исследование операций. М. : Высшая школа, 2001.
10. *Вильямс Дж.Д.* Современный стратег, или Букварь по теории стратегических игр. М. : Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2009.
11. *Винюков И.А.*, *Попов В.Ю.*, *Пчелинцев С.В.* Линейная алгебра. Ч. 4 : Линейное программирование : учеб. пособие для бакалавров. М. : Финакадемия, 2009.
12. *Воробьев Н.Н.* Теория игр для экономистов-кибернетиков. М. : Наука, 1985.
13. *Гасс С.* Линейное программирование. М. : Физматлит, 1961.
14. *Гейл Д.* Теория линейных экономических моделей. М. : ИЛ, 1963.
15. *Гранберг А.Г.* Математические модели социалистической экономики. М. : Экономика, 1978.
16. *Денежкин И.Е.* Численные методы. Курс лекций. М. : Финакадемия, 2010.
17. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций. Киев : Виша школа, 1975.
18. *Зуховицкий С.И.*, *Авдеева Л.И.* Линейное и выпуклое программирование. М. : Наука, 1967.
19. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. М. : Айрис-Пресс, 2002.
20. *Карманов В.Г.* Математическое программирование. М. : Наука, 1980.
21. *Киреев В.И.*, *Пантелеев А.В.* Численные методы в примерах и задачах. М. : Высшая школа, 2008.
22. *Киселев В.В.* Оптимальное управление в экономике. М. : Финакадемия, 2009.
23. *Колемаев В.А.* Математические методы и модели исследования операций : учеб. М. : ЮНИТИ, 2008.
24. *Красс М.С.*, *Чупрынов Б.П.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М. : Дело, 2002.
25. *Кремер Н.Ш.* Исследование операций в экономике. М. : ЮНИТИ, 1996.
26. *Лабскер Л.Г.*, *Бабешко Л.О.* Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом. М. : Дело, 2001.

27. *Леонтьев В.В.* Экономические эссе. М. : Политиздат, 1990.
28. *Маленво Э.* Лекции по микроэкономическому анализу. М. : Наука, 1984.
29. *Малыхин В.И.* Высшая математика. М. : Инфра-М, 2009.
30. *Охорзин В.* Оптимизация экономических систем. М. : Финансы и статистика. 2005.
31. *Подиновский В.В.* Многокритериальные задачи принятия решений. М. : Машиностроение, 1998.
32. *Подиновский В.В.*, *Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М. : Физматлит, 2007.
33. *Салуквадзе М.Е.* Об оптимизации векторных функционалов // Автоматика и телемеханика. 1979. № 9.
34. *Самарский А.А.* Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов. М. : Наука, 1987.
35. *Солодовников А.С.* Введение в линейную алгебру и линейное программирование. М. : Просвещение, 1966.
36. *Солодовников А.С.*, *Бабайцев В.А.*, *Браилов А.В.*, *Шандра И.Г.* Математика в экономике. Ч. 1—3. Финансы и статистика, 2011.
37. *Таха Х.А.* Введение в исследование операций. М. : ИД «Вильямс», 2005.
38. *Фельдбаум А.А.* Основы теории оптимальных автоматических систем. М. : Физматлит, 1966.
39. Экономико-математические методы и прикладные модели / под ред. В.В. Федосеева М. : ЮНИТИ, 1999.
40. *Ягодовский П.В.* Функции нескольких переменных : учеб. пособие для бакалавров. М. : Финакадемия, 2009.
41. *Axelrod R.* The evolution of cooperation. Basic Books, 2006.
42. *Combes P.-P.*, *Mayer T.*, *Thisse J-F.* Economic Geography : The Integration of Regions and Nations. Princeton University Press, 2008.
43. *Gibbons R.* Game theory for applied economists. Princeton University Press. 2008.

Тематическая подборка издательства «КНОРУС»