

Б А К А Л А В Р И А Т

ФГОС 3+



ФИНАНСОВЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ И ФИНАНСАХ

Под редакцией В.М. Гончаренко и В.Ю. Попова

Рекомендовано

ФГБОУ ВО «Государственный университет управления»

в качестве **учебника**

для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки

«Экономика» и «Прикладная математика и информатика»

(квалификация (степень) «бакалавр»)

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФГАУ «Федеральный институт развития образования»

Регистрационный номер рецензии № 133 от 09.04.2012

Третье издание, стереотипное

BOOK.ru

ЭЛЕКТРОННО-БИБЛИОТЕЧНАЯ СИСТЕМА

КНОРУС • МОСКВА • 2017

УДК 33/.336(075.8)

ББК 65.290я73

М54

Рецензенты:

А.А. Курушин, генеральный директор ООО «Инвестиционная компания "Центр развития фондовых технологий"», канд. экон. наук,
С.В. Мхитарян, проф. кафедры маркетинга и коммерции МЭСИ, д-р экон. наук,
В.А. Попов, доц. кафедры «Прикладная математика» Финансового университета при Правительстве РФ, канд. физ.-мат. наук,
И.А. Соловьев, заведующий кафедрой высшей математики и физики ФГОУ ВПО «Государственный университет по землеустройству», д-р физ.-мат. наук, проф.

Авторы:

И.А. Александрова (Финансовый университет), **В.М. Гончаренко** (Высшая школа экономики, Финансовый университет), **И.Е. Денежкина** (Финансовый университет), **В.В. Киселев** (Финансовый университет), **Д.С. Набатова** (Финансовый университет), **В.Ю. Попов** (Финансовый университет, МГУ им. М.В. Ломоносова), **И.Г. Шандра** (Финансовый университет), **А.Б. Шаповал** (Высшая школа экономики, ЛИСОМО РЭШ).

М54 **Методы оптимальных решений в экономике и финансах** : учебник / коллектив авторов ; под ред. В.М. Гончаренко, В.Ю. Попова. — 3-е изд., стер. — Москва : КНОРУС, 2017. — 400 с. — (Бакалавриат).

ISBN 978-5-406-04181-9

DOI 10.15216/978-5-406-04181-9

Излагаются основные методы оптимизации, которые применяются при решении прикладных экономических задач. Последовательно рассмотрены линейные модели в экономике, основы линейного программирования и теории двойственности, их применение при решении различных типов транспортных задач; математические методы решения задач нелинейного программирования и их применение в теории производства и потребления, методы решения задач многокритериальной оптимизации и динамического программирования, основы теории игр и ее применение при решении задач пространственной экономики. Особое внимание уделено численным методам, необходимым для исследования полученных математических моделей.

Соответствует ФГОС ВО 3+.

Для студентов, обучающихся по направлениям «Экономика», «Прикладная математика и информатика» и другим направлениям подготовки бакалавров, а также для магистрантов, аспирантов, слушателей послевузовского образования и преподавателей.

УДК 33/.336(075.8)

ББК 65.290я73

МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ И ФИНАНСАХ

Сертификат соответствия № РОСС RU.АГ51.Н03820 от 08.09.2015.

Изд. № 7671. Подписано в печать 07.09.2016. Формат 60×90/16.

Гарнитура «NewtonС». Усл. печ. л. 25,0. Уч.-изд. л. 12,35. Тираж 500 экз.

ООО «Издательство «КноРус».

117218, г. Москва, ул. Кедрова, д. 14, корп. 2.

Тел.: 8-495-741-46-28.

E-mail: office@knorus.ru <http://www.knorus.ru>

Отпечатано в АО «Т8 Издательские Технологии».

109316, г. Москва, Волгоградский проспект, д. 42, корп. 5.

Тел.: 8-495-221-89-80.

ISBN 978-5-406-04181-9

© Коллектив авторов, 2017

© ООО «Издательство «КноРус», 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	9
Глава 1. Введение в численные методы линейной алгебры	13
1.1. Элементы машинной арифметики	13
1.1.1. Представление чисел в памяти вычислительного устройства	13
1.1.2. Процесс округления	16
1.1.3. Погрешности вычислений	17
1.1.4. Параметры машинной арифметики	19
1.2. Решение систем линейных уравнений	21
1.2.1. Метод Гаусса	22
1.2.2. Итерационные методы	25
1.2.3. Обусловленность задач линейной алгебры	31
Контрольные вопросы и упражнения	33
Глава 2. Неотрицательные матрицы и линейные экономические модели	37
2.1. Собственные векторы и собственные значения неотрицательных матриц	37
2.1.1. Собственные значения и собственные векторы матрицы	37
2.1.2. Число и вектор Фробениуса	38
2.1.3. Свойства чисел Фробениуса	40
2.2. Модель международной торговли	41
2.2.1. Статическая модель	41
2.2.2. Динамическая модель и устойчивость	43
2.3. Модель Леонтьева межотраслевого баланса	44
2.3.1. Уравнение межотраслевого баланса	44
2.3.2. Модель Леонтьева и линейная модель обмена	46
2.4. Продуктивность модели Леонтьева	46
2.5. Модель равновесных цен	50
Контрольные вопросы и упражнения	52
Глава 3. Линейное программирование	54
3.1. Постановка задачи оптимизации	54
3.1.1. Общая задача оптимизации	54
3.1.2. Задача линейного программирования	55
3.2. Примеры задач линейного программирования	56
3.3. Каноническая и стандартная формы задачи линейного программирования	59

3.4. О структуре допустимых множеств задач ЛП	61
3.5. Геометрия задачи линейного программирования	64
3.6. Графический метод решения задач ЛП	65
3.7. Симплекс-метод	68
3.8. Метод искусственного базиса	77
3.9. Теорема о конечности симплекс-алгоритма	84
Контрольные вопросы и упражнения	85
Глава 4. Взаимно двойственные задачи.	89
4.1. Постановка взаимно-двойственных задач	89
4.2. Основные теоремы о двойственных задачах	90
4.2.1. Основная теорема двойственности.	90
4.2.2. Теорема равновесия	92
4.3. Общая постановка двойственных задач и их решение	96
4.3.1. Несимметричные двойственные задачи.	96
4.3.2. Общая постановка двойственных задач	98
4.4. Решение двойственных задач с помощью симплекс-метода	100
4.5. Двойственный симплекс-метод	103
4.6. Экономический анализ и двойственность	109
Контрольные вопросы и упражнения	114
Глава 5. Задачи целочисленного программирования	117
5.1. Постановка задачи. Графический метод решения.	117
5.2. Метод Гомори.	118
5.3. Метод ветвей и границ	124
Контрольные вопросы и упражнения	131
Глава 6. Транспортная задача.	132
6.1. Постановка задачи	132
6.2. Структура решений транспортной задачи	133
6.2.1. Условие разрешимости транспортной задачи	133
6.2.2. Матрица ограничений транспортной задачи	135
6.3. Методы построения начального опорного плана	138
6.3.1. Метод северо-западного угла.	138
6.3.2. Метод минимального тарифа	140
6.3.3. Метод Фогеля.	142
6.4. Метод потенциалов решения транспортной задачи	144
6.4.1. Метод потенциалов и двойственность	144
6.4.2. Проверка планов транспортной задачи на оптимальность	146
6.4.3. Улучшение опорного плана транспортной задачи	148
6.4.4. Вырожденный план	151

6.4.5. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов	153
6.4.6. Постоптимальный анализ	155
6.5. Метод дифференциальных рент	156
6.6. Открытая модель транспортной задачи	161
6.7. Определение оптимального плана транспортных задач с дополнительными ограничениями	163
6.8. Распределительные задачи	168
6.8.1. Перевозки неоднородного груза	168
6.8.2. Задача об оптимальном назначении (проблема выбора)	169
6.8.3. Общая распределительная задача	172
6.9. Транспортная задача по критерию времени	178
Контрольные вопросы и упражнения	189
Глава 7. Выпуклые функции и теорема Куна — Таккера	192
7.1. Выпуклые функции на выпуклых множествах	192
7.2. Экстремумы выпуклых функций	198
7.3. Теорема Куна — Таккера	200
7.4. Применение теоремы Куна — Таккера для решения задач оптимизации	206
7.5. Теорема Куна — Таккера и метод возможных направлений	209
Контрольные вопросы и упражнения	210
Глава 8. Математическая теория потребления	212
8.1. Предпочтения потребителей и функция полезности	212
8.1.1. Пространство благ и предпочтения потребителя	212
8.1.2. Функция полезности и отношение предпочтения	215
8.1.3. Неоклассическая функция полезности	217
8.2. Предельный анализ и эластичность	219
8.2.1. Предельная полезность и средняя полезность блага	219
8.2.2. Эластичность функции полезности и однородность	220
8.2.3. Поверхности безразличия и предельная норма замещения	223
8.3. Оптимизационная модель потребительского выбора	225
8.4. Функции спроса и их свойства	231
8.4.1. Функции спроса и однородность	231
8.4.2. Реакция потребителя на изменения бюджета	234
8.4.3. Реакция потребителя на изменение цен	236
8.4.4. Компенсационный рост цены и уравнение Слуцкого	238
8.4.5. Косвенная функция полезности и ее свойства	242
Контрольные вопросы и упражнения	245
Глава 9. Математическая теория производства	247
9.1. Пространство ресурсов и производственная функция	247

9.1.1. Определение производственной функции	247
9.1.2. Экономико-математические характеристики производственной функции	248
9.1.3. Неоклассическая производственная функция.	250
9.2. Оптимизационная задача производителя	251
9.2.1. Оптимальный производственный план.	251
9.2.2. Рентабельность производственного плана.	253
9.3. Функция предложения и функции спроса на ресурсы	255
9.3.1. Однородность функций предложения и спроса	255
9.3.2. Свойства функций предложения и спроса	259
9.4. Сопряженная производственная функция и двойственная задача	262
9.4.1. Сопряженная производственная функция.	262
9.4.2. Двойственные задачи теории производства	263
Контрольные вопросы и упражнения	265
Глава 10. Численные методы решения систем нелинейных уравнений	267
10.1. Решение нелинейных уравнений.	267
10.1.1. Отделение корней	268
10.1.2. Уточнение корней	270
10.2. Системы нелинейных уравнений.	282
10.2.1. Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений	283
10.2.2. Итерационные методы для решения систем нелинейных уравнений	286
10.2.3. Завершение процесса расчета при решении нелинейных уравнений	288
Контрольные вопросы и упражнения	289
Глава 11. Методы решения задач многокритериальной оптимизации	292
11.1. Многокритериальные задачи в экономике	292
11.2. Построение недоминируемых решений.	298
11.3. Метод Салуквадзе.	298
11.4. Метод лексико-графического упорядочения	300
11.5. Метод линейной сверки	301
11.6. Метод Гермеймера	302
Контрольные вопросы и упражнения	303
Глава 12. Динамическое программирование.	305
12.1. Постановка задачи	305
12.2. Рекуррентное соотношение	308

12.3. Уравнение Беллмана	315
Контрольные вопросы и упражнения	318
Глава 13. Элементы теории игр.	321
13.1. Основные определения. Понятие игры	321
13.2. Антагонистические игры	324
13.2.1. Нижняя и верхняя цена игры. Принцип минимакса	325
13.2.2. Игры с седловой точкой. Ситуация равновесия	327
13.2.3. Смешанные расширения	328
13.2.4. Доминирующие и доминируемые стратегии	329
13.2.5. Игра 2×2	330
13.2.6. Графоаналитические методы	331
13.2.7. Игры $2 \times n$ и $m \times 2$	333
13.3. Антагонистические игры и линейное программирование	334
13.4. Элементы теории статистических решений	338
13.4.1. «Игры с природой»	339
13.4.2. Критерий Байеса — Лапласа	341
13.4.3. Критерии Вальда, Сэвиджа, Гурвица и Лапласа	342
13.5. Статическая игра в нормальной форме	345
13.5.1. Определение игры с n игроками	345
13.5.2. Строго доминируемые стратегии	346
13.5.3. Равновесие по Нэшу	348
13.6. Приложения теории игр к задачам пространственной экономики	349
13.6.1. Дилемма заключенного	349
13.6.2. Модель дуополии Курно	350
13.6.3. Модель дуополии Бертрана	351
13.6.4. Линейный город Хотеллинга	356
Контрольные вопросы и упражнения	363
Глава 14. Численные методы оптимизации	369
14.1. Методы оптимизации функций одной переменной.	370
14.1.1. Прямые методы одномерной оптимизации	371
14.1.2. Метод поиска глобального минимума.	374
14.1.3. Методы одномерной оптимизации, использующие производные.	377
14.2. Методы безусловной оптимизации функций многих переменных	377
14.2.1. Методы прямого поиска	379
14.2.2. Градиентные методы	380
14.2.3. Овражные методы	383
14.2.4. Методы второго порядка	384
14.3. Методы поиска условного экстремума	388

14.3.1. Методы возможных направлений	388
14.3.2. Метод проектирования градиента	389
14.3.3. Метод штрафных функций	390
Контрольные вопросы и упражнения	394
Ответы к упражнениям	395
Рекомендуемая литература	399

ПРЕДИСЛОВИЕ

Целью решения многих практических задач является получение конкретного результата в виде числа или набора чисел. Это возможно, если задача сформулирована на языке математики. Крупнейшие ученые посвящали свои труды математическому описанию явлений и его исследованию. Позже этот процесс был назван математическим моделированием. При появлении новых моделей требовалось разрабатывать новые методы решения соответствующих математических задач. Часто решение задачи в общем виде было невозможно, поэтому разрабатывались методы, позволяющие найти конкретное решение, применимое на практике. Многие из этих методов были названы именами своих великих создателей — Эйлера, Ньютона, Гаусса.

Первые математические модели в экономике были созданы Ф. Кене («Экономическая таблица», 1758 г.), А. Смитом (классическая макроэкономическая модель), Д. Риккардо (модель международной торговли) и носили описательный характер. В XIX веке математическому моделированию рыночной экономики посвятили свои работы В. Парето, Ф. Эджвот, О. Курно, Л. Вальрас и др. В XX веке возникли новые возможности для моделирования, обусловленные появлением и развитием вычислительной техники и соответствующих разделов прикладной математики. Многие работы, удостоенные Нобелевской премии в области экономических наук, связаны с использованием математических моделей (Д. Хикс, Р. Солоу, В. Леонтьев, П. Самуэльсон). Перед моделями ставится задача уже не только описания и выявления закономерностей изучаемого объекта, но и предсказания его поведения при изменении некоторых параметров, а также принятия решений о дальнейших действиях. Традиционная опора только на интуицию и опыт отдельных людей при принятии экономических решений становится практически неприемлемой в силу невозможности оценить всю совокупность существенных факторов. В модели все они оцениваются количественно, что делает прогноз или оценку более обоснованными. Использование математических моделей в экономике позволяет формально описать наиболее существенные связи между переменными, определяющими явление или процесс. Количество этих переменных и связей и детальность их описания определяется как желаемой степенью адекватности модели, так и возможностями разработчика и пользователя. Поэтому любая математическая модель упрощенно описывает процесс, т.е. является неполной. Так, в простейшей модели спроса считается, что величина спроса на товар зависит от цены и уровня доходов потребителя. Но кроме этого спрос могут определять такие факторы, как традиции региона, мода, реклама

и др. Примерами экономических математических моделей являются модели фирмы, экономического роста, рекламы, модели равновесия на товарных, факторных и финансовых рынках и многие другие.

Итак, *модель* — это упрощенное описание (или непосредственное создание) некоторого подобия исследуемого объекта, выявляющего только существенные для поставленной задачи черты. Если это описание производится на формальном языке математики, то модель является математической. Облик модели определяется целью ее создания. Эти цели могут быть следующие:

- 1) непосредственное использование модели (например, игрушки, манекена, модели самолета);
- 2) описание объекта — выявление закономерностей, статистика, прогнозирование, идентификация и т.д.;
- 3) управление объектом — получение требуемых характеристик на выходе модели путем подачи нужных сигналов на ее вход;
- 4) создание (проектирование) объекта;
- 5) принятие решений.

Конец XX века характеризуется бурным развитием вычислительной техники, что вызывает активную разработку соответствующих численных методов. В настоящее время численные методы (численный анализ) являются одним из важнейших разделов математики, без изучения которого образование современного специалиста является неполным.

Кроме того, применение математического моделирования в одной области позволяет использовать достижения математики, полученные в другой области науки. Поэтому, если при создании модели получаются уравнения, для которых уже разработаны методы решения, можно их использовать, абстрагируясь от смысла модели. Это свойство математических моделей является очень удобным. Уже накоплен большой опыт решения задач в области, например, технических наук, где разработано и отлажено соответствующее математическое обеспечение. И все это богатство может быть использовано при решении экономических задач, описываемых усложняющимися математическими моделями. Следует отметить, что математическое моделирование — это не только введение переменных и написание математических соотношений. Это достаточно сложный процесс, возможно, многократно повторяющийся, требующий учета множества факторов, относящихся не только к самой модели. Примерная схема математического моделирования приведена на рис. 1.

Классическим средством изучения математических моделей и исследования на этой основе реальных процессов и явлений служат аналитические методы, позволяющие получить точные решения в виде математических формул. Они позволяют решить задачу в общем виде и получить полную информацию о поведении объекта. Однако класс

задач, для которых они могут быть использованы, весьма ограничен. Во-первых, далеко не всегда полученная математическая модель содержит функции, удовлетворяющие требованиям непрерывности, достаточной гладкости и т.п., без выполнения которых аналитического решения может не получиться. Во-вторых, не все задачи имеют решение. Например, вычисление длины дуги кривой с помощью определенного интеграла часто сводится к необходимости вычисления «неберущегося» интеграла. В-третьих, не все исходные данные могут быть представлены в виде аналитического выражения. Кроме того, при решении практических задач далеко не всегда необходимо искать общее решение или все возможные решения. Во всех таких случаях применяются численные методы. Наука, изучающая численные методы, называется *численным анализом* или *вычислительной математикой*.



Рис. 1. Этапы математического моделирования

Численные методы в отличие от аналитических позволяют получить не общее, а частное решение задачи либо решить задачу не в бесконечномерном, а в некотором конечномерном пространстве. При этом необходимо выполнить достаточно большое количество арифметических и логических операций, используя большие массивы данных. Получив решение, требуется оценить, насколько оно адекватно поставленной задаче, какова область его применимости. Все это выполняется с помощью математического обеспечения, разрабатываемого для компьютеров. Изучение численных методов необходимо современному специалисту как для разработки новых алгоритмов, так и для выбора из множества существующих наиболее подходящего.

Данная книга написана на основании многолетнего опыта преподавания дисциплины «Методы оптимальных решений» студентам экономических направлений подготовки бакалавров, а также дисциплин «Исследование операций», «Методы оптимизации» и «Численные методы» студентам, обучающимся по направлению «Прикладная математика и информатика» Финансового университета при Правительстве РФ.

Книга, с одной стороны, позволяет получить базовые знания по методам оптимизации, применяемым в экономике и финансах, а с другой, дает необходимые навыки для решения практических задач, реально возникающих в экономике.

Главы 1, 6 (параграф 6.9), 10, 14 — И.Е. Денежкина.

Главы 2, 8 и 9 — И.Г. Шандра.

Глава 3 (параграфы 3.1—3.6) — И.А. Александрова.

Главы 3 (параграфы 3.7—3.9), 4, 5 (параграфы 5.1, 5.2) — В.М. Гончаренко.

Главы 5 (параграф 5.3), 6 (параграфы 6.1—6.8) — В.Ю. Попов.

Главы 7, 11 и 12 — В.В. Киселев.

Глава 13 (параграфы 13.1—13.4) — Д.С. Набатова.

Глава 13 (параграфы 13.5—13.6) — А.Б. Шаповал.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. *Акулич И.Л.* Математическое программирование в примерах и задачах. М. : Высшая школа, 1986.
2. *Афанасьев М.Ю., Суворов Б.П.* Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения. М. : ИНФРА-М, 2003.
3. *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М. : Наука, 1984.
4. *Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В.* Численные методы в задачах и упражнениях. М. : Высшая школа, 2000.
5. *Беллман Р., Калаба Р.* Динамическое программирование и современная теория управления. М. : Наука, 1969.
6. *Вагнер Г.* Основы исследования операций. Т. 1—3. М. : Мир, 1972—1973.
7. *Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркина Г.И.* Вариационное исчисление и оптимальное управление. М. : МГТУ им. Баумана, 2001.
8. *Васин А.А., Морозов В.В.* Теория игр и модели математической экономики. М. : МАКС Пресс, 2008.
9. *Вентцель Е.С.* Исследование операций. М. : Высшая школа, 2001.
10. *Вильямс Дж.Д.* Современный стратег, или Букварь по теории стратегических игр. М. : Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2009.
11. *Винюков И.А., Попов В.Ю., Пчелинцев С.В.* Линейная алгебра. Ч. 4 : Линейное программирование : учеб. пособие для бакалавров. М. : Фин-академия, 2009.
12. *Воробьев Н.Н.* Теория игр для экономистов-кибернетиков. М. : Наука, 1985.
13. *Гасс С.* Линейное программирование. М. : Физматлит, 1961.
14. *Гейл Д.* Теория линейных экономических моделей. М. : ИЛ, 1963.
15. *Гранберг А.Г.* Математические модели социалистической экономики. М. : Экономика, 1978.
16. *Денежкин И.Е.* Численные методы. Курс лекций. М. : Финакадемия, 2010.
17. *Зайченко Ю.П.* Исследование операций. Киев : Виша школа, 1975.
18. *Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И.* Линейное и выпуклое программирование. М. : Наука, 1967.
19. *Интрилигатор М.* Математические методы оптимизации и экономическая теория. М. : Айрис-Пресс, 2002.
20. *Карманов В.Г.* Математическое программирование. М. : Наука, 1980.
21. *Киреев В.И., Пантелеев А.В.* Численные методы в примерах и задачах. М. : Высшая школа, 2008.
22. *Киселев В.В.* Оптимальное управление в экономике. М. : Финакадемия, 2009.
23. *Колемаев В.А.* Математические методы и модели исследования операций : учеб. М. : ЮНИТИ, 2008.
24. *Красс М.С., Чупрынов Б.П.* Основы математики и ее приложения в экономическом образовании. М. : Дело, 2002.
25. *Кремер Н.Ш.* Исследование операций в экономике. М. : ЮНИТИ, 1996.
26. *Лабскер Л.Г., Бабешко Л.О.* Игровые методы в управлении экономикой и бизнесом. М. : Дело, 2001.

27. *Леонтьев В.В.* Экономические эссе. М. : Политиздат, 1990.
28. *Маленко Э.* Лекции по микроэкономическому анализу. М. : Наука, 1984.
29. *Малыхин В.И.* Высшая математика. М. : Инфра-М, 2009.
30. *Охорзин В.* Оптимизация экономических систем. М. : Финансы и статистика. 2005.
31. *Подиновский В.В.* Многокритериальные задачи принятия решений. М. : Машиностроение, 1998.
32. *Подиновский В.В., Ногин В.Д.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М. : Физматлит, 2007.
33. *Салуквадзе М.Е.* Об оптимизации векторных функционалов // Автоматика и телемеханика. 1979. № 9.
34. *Самарский А.А.* Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов. М. : Наука, 1987.
35. *Солодовников А.С.* Введение в линейную алгебру и линейное программирование. М. : Просвещение, 1966.
36. *Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Брашлов А.В., Шандра И.Г.* Математика в экономике. Ч. 1—3. Финансы и статистика, 2011.
37. *Таха Х.А.* Введение в исследование операций. М. : ИД «Вильямс», 2005.
38. *Фельдбаум А.А.* Основы теории оптимальных автоматических систем. М. : Физматлит, 1966.
39. Экономико-математические методы и прикладные модели / под ред. В.В. Федосеева М. : ЮНИТИ, 1999.
40. *Ягдовский П.В.* Функции нескольких переменных : учеб. пособие для бакалавров. М. : Финакадемия, 2009.
41. *Axelrod R.* The evolution of cooperation. Basic Books, 2006.
42. *Combes P.-P., Mayer T., Thisse J-F.* Economic Geography : The Integration of Regions and Nations. Princeton University Press, 2008.
43. *Gibbons R.* Game theory for applied economists. Princeton University Press. 2008.

Тематическая подборка издательства «КНОРУС»

- Брусков П.Н.* Задачи по финансовой математике : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2012.
- Волгина О.А.* Математическое моделирование экономических процессов и систем : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2011.
- Ковалев С.В.* Экономическая математика : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2010.
- Лабскер Л.Г.* Теория игр в экономике. Практикум с решением задач : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2012.
- Макаров С.И.* Математика для экономистов : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2011.
- Макаров С.И.* Математика для экономистов. Задачник : учебно-практич. пособие. М. : КНОРУС, 2011.
- Ромашова И.Б.* Финансовый менеджмент. Основные темы. Деловые игры : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2012.
- Шаховская Л.С.* Деловые игры в экономике: методология и практика : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2008.
- Ширишов Е.В.* Финансовая математика : учеб. пособие. М. : КНОРУС, 2010.