2. *Афанасьев В.А., Мещанов А.С., Хайруллин В.Р.* Аналитическое конструирование траекторий полета возвращаемых космических аппаратов // Вестник КГТУ им. А. Н. Туполева. 2010. № 4. С. 161–170.

ANALYTICAL SYNTHESIS OF CONTROL LAWS FOR SPACE VEHICLE ANGULAR TURNS DY USING ROCKET ENGINES

V. A. Afanasyev, N. N. Malivanov, A. S. Meshchanov

Kazan national research technical university named after A.N. Tupolev, Kazan, Russia

Using analytical solutions of differential equations we have produced a program of the angular turn for a space vehicle with rocket engines in which the thrust force during start and stop changes as an exponential dependence. The results are applicable for designing the available space vehicles and their onboard control systems.

ОПТИМАЛЬНОЕ И ГАРАНТИРУЮЩЕЕ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

В. Н. Афанасьев

Институт проблем управления РАН, Москва, Россия

Пусть нелинейный управляемый и наблюдаемый объект описывается векторным дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dt}x(t) = f(x) + g_1(x)w(t) + g_2(t)u(t), x(t_0) = x_0,\\ (1)\quad &y(t) = h(x),\\ &f, g_1, g_2 \colon T \times \Omega \to \mathbb{R}^n, \quad h \colon T \times \Omega \to \mathbb{R}^m. \end{aligned}$$

Здесь T — интервал $[0; T]$; Ω — область (открытое связанное множество) $\mathbb{R}^n$, содержащая начало; $x \in \mathbb{R}^n$ — состояние системы; $x_0 \in X_0$, X_0 — область возможных начальных состояний системы; $y \in \mathbb{R}^m$, $m \leqslant n$ — выход системы; $u \in \mathbb{R}^r$управление, подлежащее нахождению; $w \in \mathbb{R}^h$ — неизвестное возмущение; матрицы $f(x)$, $g_1(x)$, $g_2(x)$, $h(x)$ действительны и непрерывны. Кроме того, функции $f(x)$, $g_1(x)$, $g_2(x)$ будем предполагать достаточно гладкими, чтобы через любые $(0, x_0) \in T \times \Omega$ проходило одно и только одно решение (1) $x(t, 0, x_0)$ и был бы единственный соответствующий выход системы $y(t) = h(t, x(t, 0, x_0))$.

Рассматривая задачу синтеза закона управления, как антагонистичную дифференциальную игру двух игроков U и W на $[0; T]$, введем функционал

$$(2)\quad J(x, u, w) = \\ = \lim_{T\to\inf} \frac{1}{2} \int_0^T \left\{ y^T Q(x) y(t) + u^T(t) R(x) u(t) - w^T(t) P(x) w(t) \right\} dt.$$

Матрица $Q(x) \geqslant 0$; матрицы $R(x)$, $P(x) > 0$. Задача заключается в построении для игроков U и W оптимальных стратегий с обратной связью, реализуемых в темпе функционирования объекта.

Теорема 1. *Пусть для системы* (1) *с функционалом* (2) *существует положительно определенная дважды дифференцируемая функция* $V(x) \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, *удовлетворяющая уравнению Гамильтона-Якоби-Беллмана. Тогда оптимальные управления* $w(t)$ *и* $u(t)$ *определяются выражениями*

(3)

$$w(t) = P^{-1}(x) g_1^T(x) \times \\ \times \left\{ \Theta^+(x) f(x) + K^+(x) k(x) \left[f^T(x) \Theta^+(x) f(x) + h^T(x) Q(x) h(x) \right]^{1/2} \right\},$$

(4)

$$u(t) = -R^{-1}(x) g_2^T(x) \times \\ \times \left\{ \Theta^+(x) f(x) + K^+(x) k(x) \left[f^T(x) \Theta^+(x) f(x) + h^T(x) Q(x) h(x) \right]^{1/2} \right\},$$

где $\Theta(t, x) = \left[g_2(x) R^{-1}(x) g_2^T(x) - g_1(x) P^{-1}(x) g_1^T(x) \right]$ *и* $K(x) K^T(x) = \Theta(x)$, *если выполняются соотношения*

$$\Theta^+(x) \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x} + \right\}^T \left\{ I_n \otimes [f(x) - \phi(x)] \right\}^T = \\ = \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right\} \Theta^+(x) + \left\{ I_n \otimes [f(x) - \phi(x)] \right\} \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x},$$

$$\Theta^+(x) \left\{ \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right\}^T + \left\{ \frac{\partial \Theta(x)}{\partial x} + \right\}^T \left\{ I_n \otimes [f(x) - \phi(x)] \right\}^T \geqslant 0, \ \forall x.$$

Здесь I_n *— единичная матрица,* $\otimes$ *— символ Кронекеровского произведения.*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФИИ(№ 10-08-00677).