

МЕХАНИЗМЫ КОМПЕНСАЦИИ РИСКОВЫХ ПОТЕРЬ ПРИ ДОЛЕВОМ УЧАСТИИ В ИНВЕСТИРОВАНИИ ПРОЕКТОВ

Одной из возможных схем инвестирования является долевое инвестирование. Это реализуется, например, при государственно-частном партнерстве или при других видах кооперации. Важным предположением при этом является уверенность в том, что при любом своем долевом участии инвестор уверен, что проект будет реализован и тот факт, что риски проекта не ложатся на одного участника. Предположим, что таких проектов, в которых потенциально может участвовать данный инвестор много и они разновременные. При этом инвестор желает так сформировать план инвестиций, чтобы доходы, получаемые от ранних проектов, реинвестировались в более поздние. Это экономит первоначальный капитал, необходимый для реализации проектов по отдельности.

В данной статье обсуждаются возникающие при этом оптимизационные задачи и механизмы компенсации, связанные с реализацией намеченного плана в условиях неопределенности относительно возможных изменений доходов заявленных проектов в течение планового периода. В Разделе 1 дается описание моделируемой ситуации, в Разделе 2 описана оптимизационная модель, в Разделе 3 рассмотрен детерминированный механизм компенсации, Раздел 4 посвящен вероятностной модели.

Работа носит методологический характер, поэтому рассмотрены простейшие из возможных подходов к обсуждаемой проблеме.

1. Моделируемая ситуация

Инвестор может принять долевое участие в N проектах. Каждый i -ый проект характеризуется двумя платежами: расходным (инвестиционным) в размере $I_i > 0$ в момент времени t_i ($t_i > 0$) и доходным (полученным от реализации проекта в форме продажи) предположительно в размере $S_i > I_i$ в момент $\tau_i > t_i$.

Таким образом, множество проектов дается набором

$$M = \{(I, t, S, \tau)_i, \quad i = 1, 2, \dots, N\} \quad (1.1)$$

В разделе 2 будем считать все эти данные детерминированными, а затем, в Разделах 3,4 будет учтено влияние факторов риска.

Нумерация проектов будем вести по мере возрастания моментов t_i их начала. Другими словами, если $j > i$, то $t_j > t_i$. Но времена окончания различных проектов могут иметь произвольную последовательность, т.е. если $t_j > t_i$, то τ_i может предшествовать t_j , а может быть даже больше τ_j .

Предполагается, что инвестор может выбрать любую долю инвестирования x_i ($0 \leq x_i \leq 1$) в i -й проект, что означает, что он в момент t_i понесет расходы величины $x_i \cdot I_i$, но в момент τ_i получит доход в размере $x_i \cdot S_i$.

В плановом периоде $T \leq \max_i(\tau_i)$ инвестор ведет текущий *депозитный* счет в банке, величину которого в момент времени t обозначим через $A(t)$. Все расходные и доходные платежи по выбранным проектам аккумулируются на депозитном счете. Начальное значение текущего счета $A(0) = I_0$, образованное собственными средствами инвестора, назовем желаемыми инвестициями, и будем рассматривать как свободный параметр модели. Функцию времени $A(t)$, $t \geq 0$ будем считать непрерывной справа. Это означает, что величина $A(t)$ включает денежный поток (инвестиции или доход), относящийся непосредственно к моменту t . На остатки средств на депозитном счете банк начисляет небольшой процент $r_0 > 0$. Другими словами, если в интервале времени $[t, t + \tau]$ нет денежных потоков, то $A(t + \tau) = A(t) \cdot (1 + r_0)^\tau$.

Назовем i -й проект *рентабельным*, если приведенная к моменту инвестиции прибыль от него (Net Present Value) неотрицательна

$$V_i = S_i \cdot q^{-(\tau_i - t_i)} - I_i \geq 0. \quad (1.2)$$

Здесь и в дальнейшем, для упрощения записи используется обозначение $q = 1 + r_0$. Считаем, что все проекты из набора (1.1) рентабельны.

В общем случае предполагается, что инвестору открыта кредитная линия по ставке сложных процентов ρ ($r_0 \ll \rho < 1$), но сначала рассмотрим случай, когда инвестор не пользуется кредитом, и реализация проектного плана идет в режиме самофинансирования, т.е. при условии

неотрицательности текущего счета в любой момент времени внутри планового периода.

2. Детерминированная модель без привлечения кредитов

Прежде, чем формулировать оптимизационную задачу, рассмотрим простой пример.

2.1. Пример. Рассмотрим множество проектов, представленное на рис. 1.

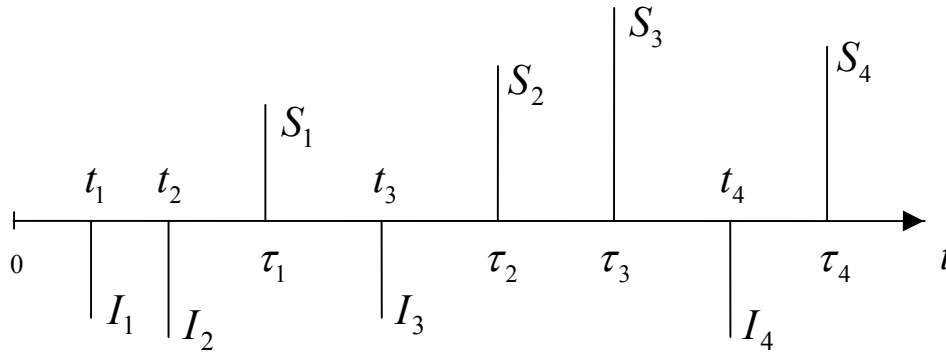


Рис.1. Расходные и доходные платежи для четырех проектов.

Условие неотрицательности текущего счета в плановом периоде является (при ненулевом участии во всех четырех проектах) выполнение восьми неравенств:

$$\begin{aligned} A(t_1) &= I_0 \cdot q^{t_1} - x_1 \cdot I_1 \geq 0, & A(t_2) &= [A(t_1)] \cdot q^{(t_2-t_1)} - x_2 \cdot I_2 \geq 0, \\ A(\tau_1) &= [A(t_2)] \cdot q^{(\tau_1-t_2)} + x_1 \cdot S_1 \geq 0, & A(t_3) &= [A(\tau_1)] \cdot q^{(t_3-\tau_1)} - x_3 \cdot I_3 \geq 0, \\ A(\tau_3) &= [A(t_3)] \cdot q^{(\tau_3-t_3)} + x_3 \cdot S_3 \geq 0, & A(\tau_2) &= [A(\tau_3)] \cdot q^{(\tau_2-\tau_3)} + x_2 \cdot S_2 \geq 0, \\ A(t_4) &= [A(\tau_2)] \cdot q^{(t_4-\tau_2)} - x_4 \cdot I_4 \geq 0, & A(\tau_4) &= [A(t_4)] \cdot q^{(\tau_4-t_4)} + x_4 \cdot S_4 \geq 0. \end{aligned}$$

Введем удобные для дальнейшего переменные – инвестиции J_i , прибыль v_i и текущий счет $a(t)$, приведенные к нулевому моменту времени со ставкой приведения (дисконтирования) r_0 :

$$J_i = I_i \cdot q^{-t_i}, \quad v_i = V_i \cdot q^{-t_i}, \quad a(t) = A(t) \cdot q^{-t}. \quad (2.1)$$

Тогда, при условии рентабельности (1.2) всех проектов, из восьми неравенств независимыми являются лишь три, относящиеся к моментам инвестирования t_k ($k = 2, 3, 4$):

$$\begin{aligned}
a(t_2) &= I_0 - x_1 \cdot J_1 - x_2 \cdot J_2 \geq 0, \\
a(t_3) &= I_0 + x_1 \cdot v_1 - x_2 \cdot J_2 - x_3 \cdot J_3 \geq 0, \\
a(t_4) &= I_0 + x_1 \cdot v_1 + x_2 \cdot v_2 + x_3 \cdot v_3 - x_4 \cdot J_4 \geq 0.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

Конец планового периода совпадает с моментом получения последнего дохода, поэтому длительность совокупности четырех проектов в целом равна $T = \tau_4$. К этому моменту величина приведенного текущего счета составит

$$a(T) = I_0 + V, \text{ где}$$

$$V = \sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i \tag{2.3}$$

есть суммарная приведенная (по ставке r_0) прибыль от реализации рассматриваемой совокупности проектов.

При заданном уровне $I_0 \in (0, \sum_{i=1}^4 I_i)$ желаемых инвестиций будем называть план $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*)$ участия в проектах *оптимальным*, если при условиях самофинансирования (2.2) вектор x^* реализует максимум приведенного текущего счета $a(T)$ (или, что то же самое – максимум приведенной прибыли V). Очевидно, что нахождение x^* - типичная задача линейного программирования.

2.2. Формулировка математической задачи. Перейдем теперь к формулировке оптимизационной задачи в режиме самофинансирования в общем случае N обсуждаемых проектов. При постановке задачи следует иметь в виду, что в оптимальном плане доли участия в некоторых проектах могут оказаться нулевыми, поэтому горизонт планирования должен вычисляться по формуле

$$T = \max_i \{ \tau_i \mid x_i > 0 \}. \tag{2.4}$$

Формулы для вычисления величин приведенного текущего счета $a(t_i)$, $a(\tau_i)$ зависят от чередования моментов t_i , τ_i ; рекурсивная последовательность этих формул должна формироваться аналогично (2.2). В любом случае суммарная приведенная прибыль составит (в обозначениях (2.1)) величину

$$V = \sum_{i=1}^N x_i \cdot v_i \quad . \quad (2.5)$$

При этом желательные вложения инвестора не превосходят максимального значения

$$I_{\max} = \sum_{i=1}^N I_i \quad .$$

Если все исходные параметры проектов являются детерминированными и известными инвестору заранее, то возникает первая задача инвестора.

Задача 1. Для множества (1.1) рентабельных проектов и заданного значения начальных вложений $I_0 \in (0, I_{\max}]$ найти план инвестиций $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_N^*)$, максимизирующий прибыль (2.5) при условиях

$$a(t_i) \geq 0 \quad \forall t_i \in [0, T], \quad T = (2.4).$$

Максимальное значение критериального функционала (2.5) обозначим V^* , при этом *финальный* приведенный банковский счет инвестора составит величину

$$a^*(T) = I_0 + V^*. \quad (2.6)$$

2.3. Обсуждение. Инвестор может иметь собственную субъективную ставку дисконтирования денежных потоков r , и оценивать приведенную прибыль оптимального плана Задачи 1 по формуле

$$V(r) = (1+r)^{-T} \cdot A^*(T) - I_0 \quad . \quad (2.7)$$

При $r = 0$ величина (2.7) отражает номинальное приращение капитала, при $r = r_0$ (2.7) совпадает с прибылью V , определенной формулой (2.5).

Естественно, r больше депозитной ставки r_0 , т.к. субъективная ставка связывается инвестором с возможностью серьезно зарабатывать в результате активной деятельности, отличной от пассивного образа жизни рантье, довольствующегося маленькой депозитной ставкой. В то же время, ставка r не может использоваться в Задаче 1; это можно было бы сделать, если не рассматривать инвестиционный план замкнуто, в отрыве от другой деятельности, а включить сторонние проекты активной деятельности инвестора во множество проектов (1.1).

С другой стороны, рассматривая r не как субъективную ставку, а как свободный параметр, и соответственно $V(r)$ при $r \geq 0$ как функцию, можно использовать понятие *норма доходности оптимального плана* [1-4]. По определению, норма доходности есть корень r^* уравнения

$$V(r) = 0, \quad (2.8)$$

а т.к. $V(r)$ убывает по r , то этот корень единствен, причем $r^* > r_0$.

2.4. Численные примеры. Рассмотрим множество M из четырех проектов ($N = 4$), информация о которых задана таблицей 1, в которой, помимо набора данных (1.1) приведены также значения приведенной прибыли v_i (см. (3)) при депозитной ставке $r_0 = 0,02$.

Таблица 1

Параметры проектов									$r_0 =$	0,02
t	0,15	0,35	0,4	0,75	0,9	0,95	1,1	1,35	v_1	2,966
i	1	2	1	3	3	2	4	4	v_2	2,897
I	2	4		2			4		v_3	0,985
S			5		3	7		8	v_4	3,875

Пояснение. В строке t приведены, в шкале календарного времени, моменты платежей (расходных I_i и доходных S_i); в строке i указано к какому индексу эти моменты относятся; в нижних двух строках, под соответствующими индексами показаны значения платежей.

Результаты вычислений для различных величин желаемых инвестиций (I_0) представлены в таблице 2. Эти данные дополнены на рис 2. графиками зависимости от параметра I_0 величин V^* , $A^*(T)$ (левая шкала), r^* (правая шкала) при оптимальном плане инвестирования $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*)$.

Как и следовало ожидать, функции V^* и $A^*(T)$ от I_0 являются непрерывными, кусочно-гладкими и растущими, а норма доходности r^* кусочно-гладкой и убывающей за исключением небольшой области малых I_0 , в которой она постоянна. Подобное поведение r^* вполне объяснимо:

Таблица 2

I_0	V^*	T	$A^*(T)$	r^*	$x1^*$	$x2^*$	$x3^*$	$x4^*$
0,25	1,60	1,35	1,90	3,494	0,125	0,000	0,316	0,238
0,50	3,20	1,35	3,80	3,494	0,251	0,000	0,631	0,475
0,75	4,80	1,35	5,70	3,494	0,376	0,000	0,947	0,713
1,00	5,89	1,35	7,08	3,263	0,501	0,000	1,000	0,885
1,25	6,71	1,35	8,18	3,020	0,627	0,000	1,000	1,000
1,50	7,08	1,35	8,82	2,713	0,752	0,000	1,000	1,000
1,75	7,46	1,35	9,45	2,489	0,878	0,000	1,000	1,000
2,00	7,82	1,35	10,09	2,316	1,000	0,001	1,000	1,000
2,25	8,00	1,35	10,53	2,137	1,000	0,064	1,000	1,000
2,50	8,19	1,35	10,98	1,992	1,000	0,127	1,000	1,000
2,75	8,37	1,35	11,42	1,871	1,000	0,190	1,000	1,000
3,00	8,55	1,35	11,86	1,769	1,000	0,253	1,000	1,000
3,25	8,73	1,35	12,31	1,682	1,000	0,316	1,000	1,000
3,50	8,92	1,35	12,75	1,606	1,000	0,379	1,000	1,000
3,75	9,10	1,35	13,20	1,540	1,000	0,442	1,000	1,000
4,00	9,28	1,35	13,64	1,481	1,000	0,505	1,000	1,000

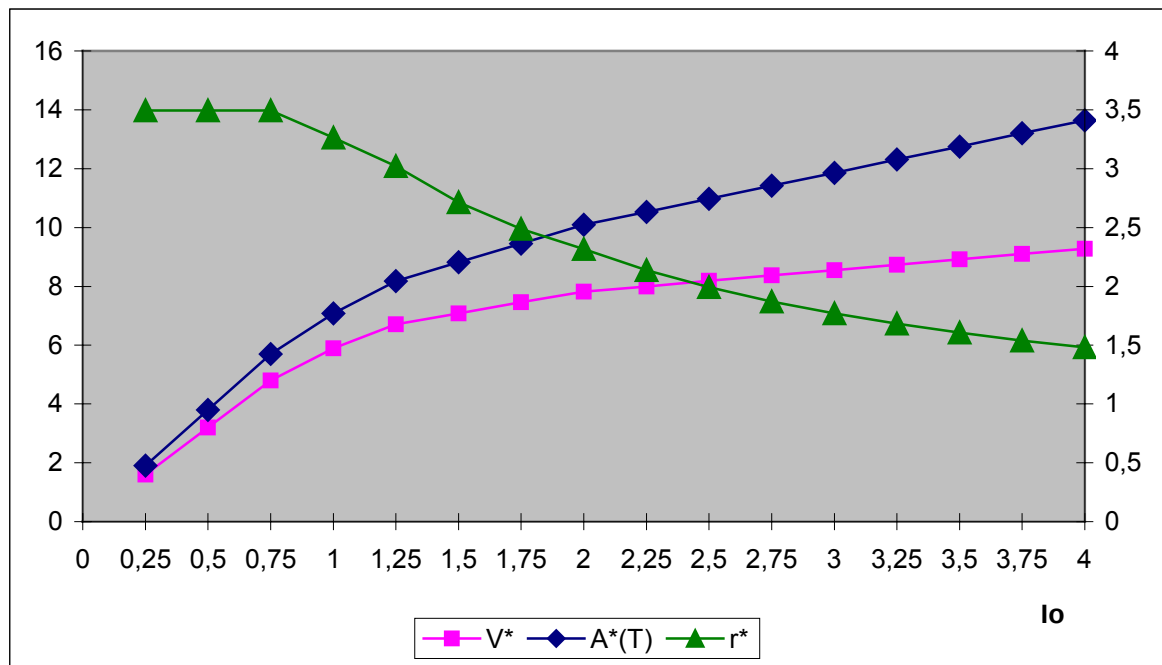


Рис. 2. Зависимости приведенной прибыли, финального депозитного счета (левая шкала) и нормы доходности (правая шкала) от величины желаемых инвестиций.

при малых I_0 оптимальный план выбирает самые прибыльные проекты с максимально возможным участием в них до тех пор, пока доля одного из этих проектов не достигнет единицы. При дальнейшем увеличении I_0 в оптимальный план входят все новые и новые менее прибыльные проекты; соответственно норма доходности плана постепенно падает.

Укажем на еще один возможный эффект – скачкообразное падение r^* ; это может происходить при скачкообразном увеличении горизонта планирования T в соответствии с формулой (2.4). Пример такого эффекта дает множество M с информацией, представленной таблицей 3.

Таблица 3

Параметры проектов									$r_0 =$	0,02
t	0,15	0,35	0,4	0,75	0,9	0,95	1,1	1,35	v_1	2,966
i	1	2	1	3	4	3	4	2	v_2	0,701
I	2	4		2	3				v_3	1,955
S			5			4	4	4,8	v_4	0,967

Результаты расчета для этого примера представлены на рис. 3 и в таблице 4.

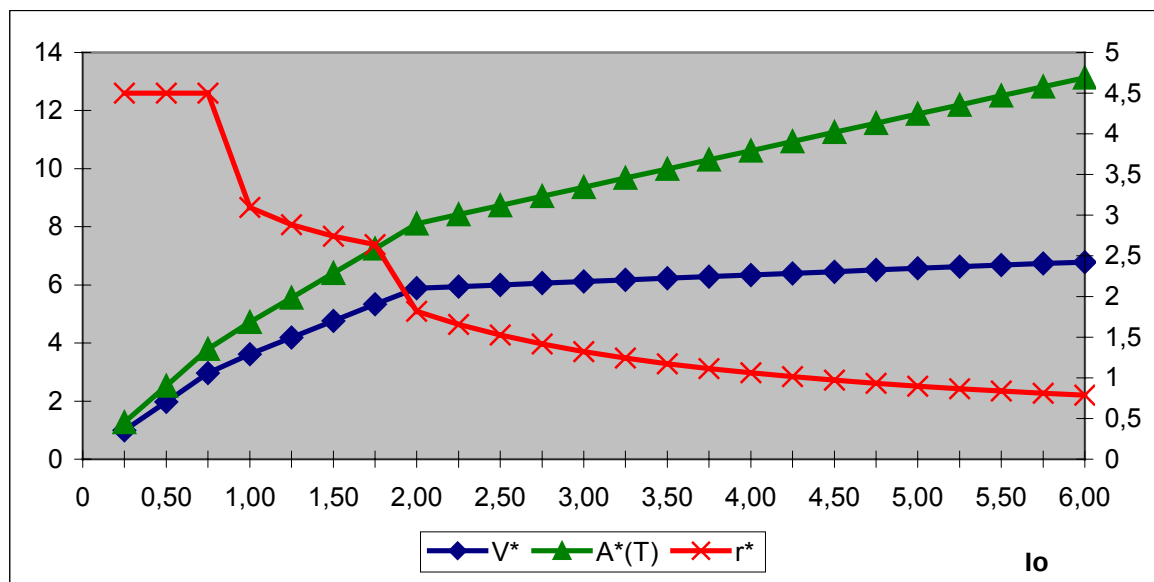


Рис. 3. Скачкообразное увеличение горизонта оптимального плана приводит к падению нормы доходности.

Таблица 4

Io	V*	T	A*(T)	r*	x1*	x2*	x3*	x4*
0,25	0,99	0,95	1,26	4,499	0,125	0,000	0,316	0,000
0,50	1,98	0,95	2,52	4,499	0,251	0,000	0,631	0,000
0,75	2,97	0,95	3,79	4,499	0,376	0,000	0,947	0,000
1,00	3,61	1,1	4,71	3,094	0,501	0,000	1,000	0,175
1,25	4,19	1,1	5,56	2,882	0,627	0,000	1,000	0,387
1,50	4,76	1,1	6,40	2,741	0,752	0,000	1,000	0,598
1,75	5,34	1,1	7,25	2,639	0,878	0,000	1,000	0,809
2,00	5,89	1,35	8,10	1,819	1,000	0,001	1,000	1,000
2,25	5,95	1,35	8,42	1,657	1,000	0,064	1,000	1,000
2,50	6,00	1,35	8,73	1,526	1,000	0,127	1,000	1,000
2,75	6,06	1,35	9,05	1,416	1,000	0,190	1,000	1,000
3,00	6,12	1,35	9,36	1,323	1,000	0,253	1,000	1,000
3,25	6,17	1,35	9,68	1,244	1,000	0,316	1,000	1,000
3,50	6,23	1,35	9,99	1,175	1,000	0,379	1,000	1,000
3,75	6,28	1,35	10,31	1,115	1,000	0,442	1,000	1,000
4,00	6,34	1,35	10,62	1,061	1,000	0,505	1,000	1,000
4,25	6,40	1,35	10,94	1,014	1,000	0,568	1,000	1,000
4,50	6,45	1,35	11,25	0,971	1,000	0,631	1,000	1,000
4,75	6,51	1,35	11,56	0,933	1,000	0,694	1,000	1,000
5,00	6,57	1,35	11,88	0,898	1,000	0,757	1,000	1,000
5,25	6,62	1,35	12,19	0,867	1,000	0,820	1,000	1,000
5,50	6,68	1,35	12,51	0,838	1,000	0,883	1,000	1,000
5,75	6,74	1,35	12,82	0,811	1,000	0,946	1,000	1,000
6,00	6,78	1,35	13,13	0,786	1,000	1,000	1,000	1,000
6,25	6,78	1,35	13,39	0,758	1,000	1,000	1,000	1,000
6,50	6,78	1,35	13,64	0,732	1,000	1,000	1,000	1,000

3. Механизмы компенсации при возможном прогнозируемом снижении предстоящих доходов

До сих пор мы предполагали значения параметров всех N проектов (t_i, τ_i, I_i, S_i) и банковский процент приращения инвестиционного счета r_0 известными инвестору в момент принятия решения, и он может подписывать соответствующие договоры о долевым инвестировании. Однако в реальной жизни может возникнуть ситуация, когда договоры о долевым участии в

проектах подписываются в условиях неопределенности относительно будущих доходов (будущей цены продаж готовых проектов).

Другими словами, величины S_i являются оценочными, а реальные цены продаж могут с некоторой вероятностью отклоняться в сторону уменьшения на величину ΔS_i . Предполагается, что даже при условии снижения дохода проекты все же остаются рентабельными, т.е.

$$\Delta S_i < V_i \cdot q^{(\tau_i - t_i)} \quad (3.1)$$

Оценить возможные риски подобных событий (которые являются критичными для реализации оптимального плана) и продумать механизмы компенсации потерь в доходах, и является второй задачей инвестора.

3.1. Механизмы компенсации. Мы предполагаем, что инвестор сначала решает Задачу 1, описанную в разделе 2, и находит тем самым значения выходных параметров x^*, T, V^* , а также $a^*(T)$ по формуле (2.6) и $A^*(T) = q^T \cdot a^*(T)$; затем проводит анализ рисков и необходимых компенсационных затрат. При этом не исключается, что анализ рисков может привести к тому, что оптимальный план Задачи 1 будет отвергнут.

Следует различать два принципиально разных случая:

- случай 1, когда речь идет об уменьшении доходов от тех проектов (из вошедших в оптимальный план), после получения дохода от которых не планируются вложения в другие проекты;
- случай 2, когда после получения дохода от данного проекта планируются другие инвестиции.

Первый случай назовем *ординарным*, а второй – *неординарным*.

Расчет рисков в ординарных случаях очевиден, поскольку он приводит к легко вычисляемым изменениям конечного значения депозитного счета $A^*(T)$ приведенной прибыли $V(r)$ по формуле (2.7). А для неординарных рисков возможны ситуации, когда выполнение взятых обязательств по финансированию последующих проектов в оговоренных размерах невозможно без предусмотренных механизмов компенсации.

В неординарном случае можно применять два компенсационных механизма:

- 1 – *резервирование* дополнительного капитала,
- 2 – *заимствование* (взятие кредита в момент неординарного уменьшения доходного платежа с последующим погашением кредита в момент окончания плана).

В принципе, возможна комбинация этих двух методов, но в данном разделе мы проведем их сравнение в чистом виде, предполагая, что погашение кредита происходит с депозитного счета $A^*(T)$ без дополнительного капитала. Кроме того, ограничимся *простейшим неординарным случаем*, который состоит в следующем:

- для некоторого k в момент τ_k поступления доходного платежа S_k , платеж оказался меньше на величину $\Delta S_k > 0$,
- момент τ_k единствен, а снижение ΔS_k прогнозируемо и фиксировано, остальные проекты считаются надежными (неизменными).

Механизм резервирования требует дополнительного капитала ΔI_0 размер которого, с учетом того, что он кладется на депозитный счет, определяется соотношением

$$\Delta I_0 \cdot q^{\tau_k} = x_k^* \cdot \Delta S_k \Rightarrow \Delta I_0 = x_k^* \cdot \Delta S_k \cdot q^{-\tau_k}, \quad (3.2)$$

При заимствовании потребуется кредит в размере $x_k^* \cdot \Delta S_k$ с его погашением в момент окончания плана T по кредитной ставке ρ , что приводит к уменьшению финального депозитного счета на величину

$$\Delta A^*(T) = x_k^* \cdot \Delta S_k \cdot (1 + \rho)^{T - \tau_k}. \quad (3.3)$$

Заметим, что из (10), (11) следует

$$\frac{\Delta A^*(T)}{\Delta I_0} = (1 + \rho)^{T - \tau_k} \cdot (1 + r_0)^{\tau_k}. \quad (3.4)$$

3.2. Анализ механизма компенсации. В случае предполагаемых отклонений дохода возможны четыре варианта исходов

1. дополнительный капитал не резервировался, и доходные платежи оказались на уровне первоначальных ожиданий; ниже этот вариант будет помечен индексом 0;
2. дополнительный капитал резервировался, но доходные платежи оказались на уровне первоначальных ожиданий; ниже этот вариант будет помечен индексом $res\ 0$;
3. дополнительный капитал резервировался, и реализовалось прогнозировавшееся неординарное понижение дохода; индекс $res\ +$;

4. резервирование дополнительного капитала не производилось, а понижение дохода реализовалось, и инвестор должен воспользоваться кредитом; индекс cr .

В неординарном случае, прежде чем принять оптимальный план Задачи 1 (т.е. принять участие в проекте), инвестор должен ответить себе на следующие вопросы (и в этом состоит вторая задача инвестора).

Задача 2. Участвовать ли в проекте, и если да, то как поступить – резервировать дополнительный капитал, или воздержаться от этого?

Ниже будет дан ответ на эти вопросы. Ответ существенным образом зависит от субъективной ставки инвестора r , поэтому необходимо провести полный анализ приведенной прибыли во всех четырех вариантах как функций параметра r в области $r > r_0$. Ответ, конечно, зависит не только от r , но и от других параметров. Итоговая картина (синтез решения) в пространстве ключевых параметров будет дана ниже на рис. 5. Пока что заметим, что сравнение вариантов только по норме доходности может привести (как будет видно) к ошибочному решению.

Итак, выпишем формулы *модифицированной* приведенной прибыли для указанных четырех вариантов.

В первом варианте приведенная прибыль будет равна вычисленной по формуле (2.7) прибыли для оптимального плана

$$V_0(r) = (1+r)^{-T} \cdot A^*(T) - I_0 ; \quad (3.5)$$

во втором варианте

$$V_{res\ 0}(r) = V_0(r) - \left[1 - \left(\frac{1+r_0}{1+r} \right)^T \right] \cdot \Delta I_0 ; \quad (3.6)$$

в третьем варианте

$$V_{res\ +}(r) = V_0(r) - \Delta I_0 ; \quad (3.7)$$

в четвертом

$$V_{cr}(r) = V_0(r) - (1+r)^{-T} \cdot \Delta A^*(T) . \quad (3.8)$$

Графики этих функций показаны на рис. 4. Корни этих функций (т.е., аналогично (2.8), точки пересечения кривых с осью абсцисс, будем обозначать большой буквой R с соответствующим индексом) – это нормы доходности вариантов.

Отметим, что при нулевой ставке дисконтирования прибыли упорядочены следующим образом

$$V_{cr}(0) < V_{res+}(0) < V_0(0) < V_{res0}(0).$$

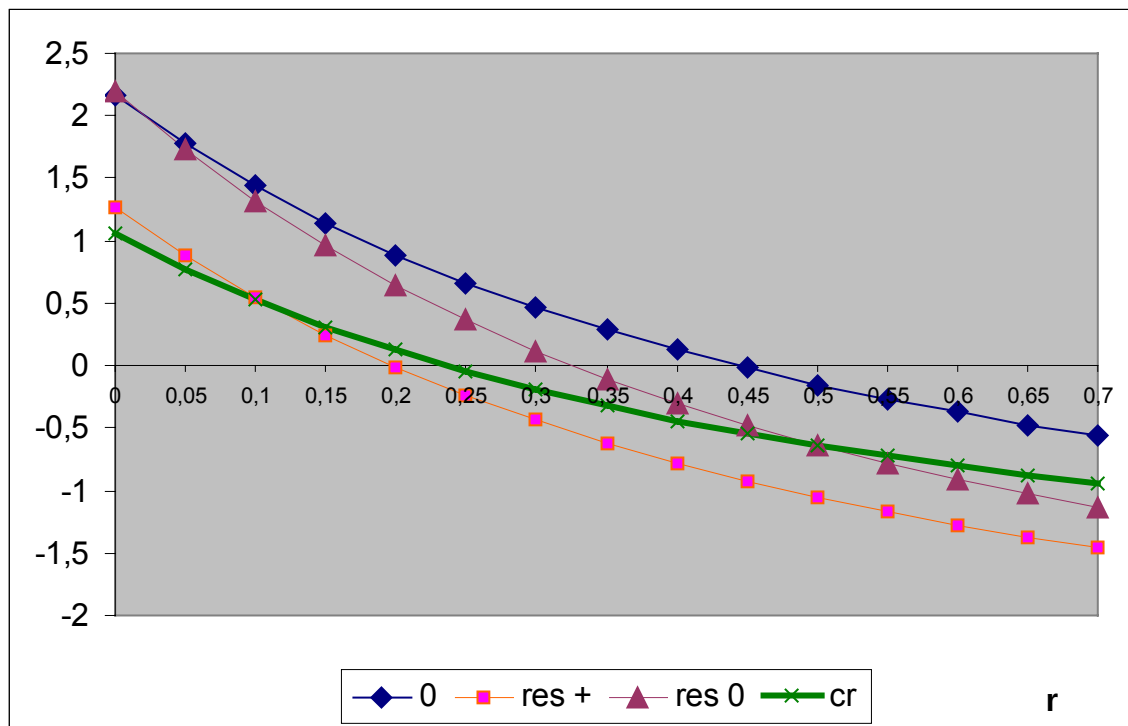


Рис. 4. Графики приведенной прибыли.

Из формул (3.5) - (3.8) вытекает, что при $r > r_0$ справедливы неравенства

$$V_{res+}(r) < V_{res0}(r) < V_0(r),$$

следовательно, в этой области графики приведенных прибылей для «безкредитных» вариантов не пересекаются. Поэтому большему значению NPV соответствует большая норма доходности:

$$R_{res+} < R_{res0} < R_0 = r^*,$$

и для этих кривых сравнение по приведенной прибыли и по норме доходности дает одинаковые предпочтения.

Что же касается кривой $V_{cr}(r)$, то она обязательно пересекается с двумя соседними $V_{res+}(r), V_{res0}(r)$, поскольку при больших значениях r асимптотически приближается к $V_0(r)$.

Точки пересечения кредитной кривой с резервирующими принято называть точками Фишера. Согласно формулам (3.6) – (3.8), первая точка Фишера r_F (пересечение $V_{cr}(r)$ и $V_{res+}(r)$) определяется равенством

$$1 + r_F = (1 + \rho) \cdot \left(\frac{1 + r_0}{1 + \rho} \right)^\theta, \quad \theta = \frac{\tau_k}{T}; \quad (3.9)$$

из сравнения (13) и (18) следует

$$\Delta A^*(T) = (1 + r_F)^T \cdot \Delta I_0. \quad (3.10)$$

Вторая точка Фишера r'_F (пересечение $V_{cr}(r)$ и $V_{res0}(r)$) определяется равенством

$$1 + r'_F = \left[(1 + r_0)^T + (1 + r_F)^T \right]^{1/T}.$$

Заметим, что согласно этим формулам, точки Фишера зависят лишь от ставок r_0, ρ , времени реализации рискованного платежа τ_k и горизонта оптимального плана T , в то время как нормы доходности зависят от всех параметров оптимального плана и величины ΔI_0 .

3.3. Итоговая картина. Подводя итоговые результаты в удобной для приложений форме, необходимо выделить те параметры исходной информации, которые могут варьироваться, оставляя остальные фиксированными. Мы фиксируем множество проектов (1.1), депозитную r_0 и кредитную ρ ставки (и тем самым точки Фишера r_F, r'_F), а также горизонт планирования T и момент τ_k предполагаемого неординарного снижения дохода; варьируются (помимо субъективной ставки дисконтирования r) желаемые инвестиции I_0 (совместимые с условием $T = const$; и вместе с этим оптимальный план x^*) и величина возможного снижения дохода ΔS_k (или I_0 , что равносильно в силу (3.2)).

Для изложения конечного результата введем параметр

$$\omega = \left(\frac{1+r_F}{1+r_0} \right)^T > 1 \text{ и безразмерные переменные } h = \frac{\Delta I_0}{I_0}, \quad g = \frac{V^*}{I_0}.$$

Тогда все типы принимаемых решений описываются тремя областями в плоскости неотрицательных параметров (h, g) , см. рис. 5. Итоговая картина получается в результате анализа соотношений между величинами r_F , R_{res+} , R_{cr} .

Из рис. 4 видно, что существенным для определения вида компенсаций является знак функции $V_{cr}(r)$ в первой точке Фишера. Поэтому прямая $G: g = \omega \cdot h + \omega - 1$ в этой плоскости, определяемая условием $V_{cr}(r_F) = 0$ (или, что равносильно, $R_{res+} = R_{cr} = r_F$, отделяет первую типовую область $Q1$: она лежит выше прямой G .

Область $Q1$. В этой области справедливы неравенства

$$V_{res}(r_F) = V_{cr}(r_F) > 0, \quad r_F < R_{res} < R_{cr}.$$

Удобно «заштриховать» область $Q1$ прямыми, параллельными G (одна из них показана на рис. 5); записав такие прямые в виде

$$g = \omega \cdot h + \omega_1 - 1, \quad \omega_1 > \omega, \quad (3.11)$$

и сопоставляя это соотношение с уравнением вида (2.8) для функции $V_{cr}(r)$ (которое определяет значение R_{cr}), нетрудно видеть, что на каждой прямой

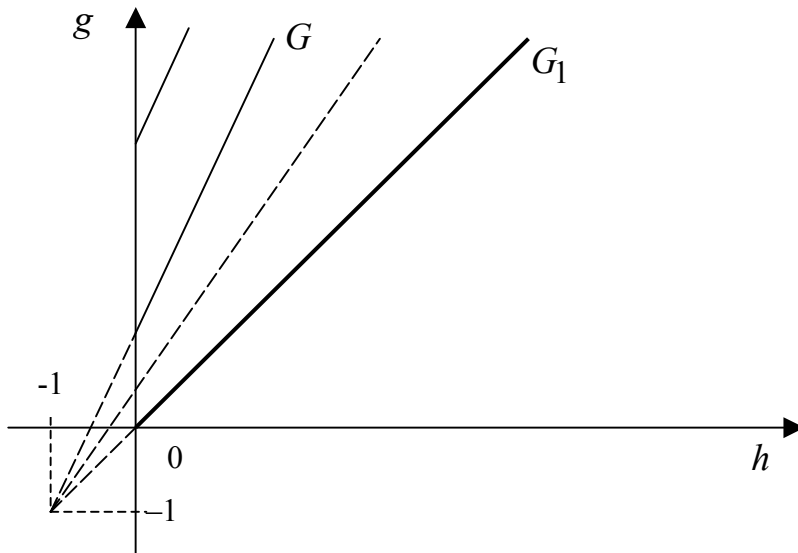


Рис. 5. Три типовые области: выше прямой G – область $Q1$, между прямой G и биссектрисой G_1 – область $Q2$, ниже G_1 – область $Q3$.

(3.11) значение R_{cr} постоянно и связано с параметром ω_1 соотношением

$$\omega_1 = \left(\frac{1 + R_{cr}}{1 + r_0} \right)^T.$$

Рисунки 4, 5 вместе приводят к следующему правилу действий инвестора, если его точка $Q = (h, g)$ находится в области Q1.

- При $r \in (r_0, r_F)$ проект принимается с резервированием дополнительного капитала.

При $r > r_F$ вычислить значение параметра ω_1 , отвечающее прямой (3.11), проходящей через точку Q а затем соответствующее значение R_{cr} ; тогда

- при $r \in (r_F, R_{cr})$ проект принимается, капитал не резервируется и при необходимости берется кредит;
- при $r > R_{cr}$ проект отклоняется: ни один из способов компенсации не обеспечивает рентабельности плана при реализации скачка ΔS_k .

Область Q2. В этой области выполняются неравенства

$$V_{cr}(r_F) < 0, \quad r_0 < R_{cr} < R_{res+} < r_F,$$

и она «штрихуется» лучами, задаваемыми уравнениями

$$g = \omega_2 \cdot h + \omega_2 - 1, \quad \omega_2 \in (1, \omega) \quad (3.12)$$

Как и в предыдущем случае, можно убедиться, что каждый луч (3.12) отвечает постоянному значению нормы эффективности R_{res+} , связанному с

параметром ω_2 соотношением
$$\omega_2 = \left(\frac{1 + R_{res+}}{1 + r_0} \right)^T.$$

Аналогично предыдущему, правило действий инвестора в области Q2 таково:

- при $r \in (r_0, R_{res+})$ проект принимается с резервированием капитала;
- при $r > R_{res+}$ проект отклоняется: ни один из способов компенсации не приводит к рентабельности плана в целом при реализации скачка ΔS_k .

Область Q3. В этой области нарушается условие (3.1), она исключается из рассмотрения.

В областях Q1, Q2 в случае, если рентабельность плана не может быть обеспечена, инвестору нужно вновь вернуться к Задаче 1, исключив k -й проект из рассмотрения.

Итак, мы видим, что выбор механизма компенсации неординарного уменьшения доходного платежа на фиксированную величину ΔS_k зависит как от параметров оптимального проекта, так и от выбранной ставки дисконтирования. Поэтому при разных ставках дисконтирования лучшими могут быть разные механизмы.

4. Механизм компенсации в вероятностной модели

В предыдущих разделах были подробно рассмотрены неординарные ситуации, возникающие при заданном предполагаемом скачке цен ΔS_k в случаях применения механизмов резервирования или кредитования. Если же считать, что величина ΔS_k не является детерминированной, а случайна, то тогда естественно переходить к рассмотрению смешанных стратегий – частичного резервирования капитала с кредитованием в случае нехватки средств. Величину частичного резервирования будем обозначать через ΔI_0 , не предполагая, однако, ее количественной связи с отклонением ΔS_k , как это было в предыдущем разделе при фиксированном значении ΔS_k .

Если при реализации случайной величины ΔS_k резервированного капитала не хватает для компенсации, то инвестор прибегает к заимствованию недостающей суммы с последующей выплатой с депозитного счета в конце планового периода. Эту величину выплат представим в форме $(1 + r_F)^T \cdot \Gamma$, где $\Gamma \geq 0$ – параметр.

Предположим, что отклонение ΔS_k является случайным и имеет нормальный закон распределения с нулевым средним и дисперсией σ . Тогда плотность распределения величины приведенной прибыли имеет вид:

$$p_{NPV}(z) = \begin{cases} \frac{1}{c_0} \cdot p\left(\frac{-z + a + b_0 \cdot \Delta I_0}{c_0}\right) & z > a \\ \frac{1}{c_F} \cdot p\left(\frac{-z + a + b_F \cdot \Delta I_0}{c_F}\right) & z < a \end{cases}, \quad (4.1)$$

где $p(\cdot)$ – плотность распределения ΔS_k ,

$$a = V_0(r) - \Delta I_0,$$

$$V_0(r) = (1+r)^{-T} (q^T \cdot (I_0 + V^*)) - I_0,$$

$$b_0 = \left(\frac{1+r_0}{1+r} \right)^T, b_F = \left(\frac{1+r_F}{1+r} \right)^T, c_0 = b_0 \cdot y^*, c_F = b_F \cdot y^*,$$

$$y^* = x_k^* \cdot q^{-(t_k + \tau_k)}.$$

Несимметричность функции (4.1) (см. рис. 6.) связано с несимметричной зависимостью приведенной прибыли от наличия или отсутствия кредита

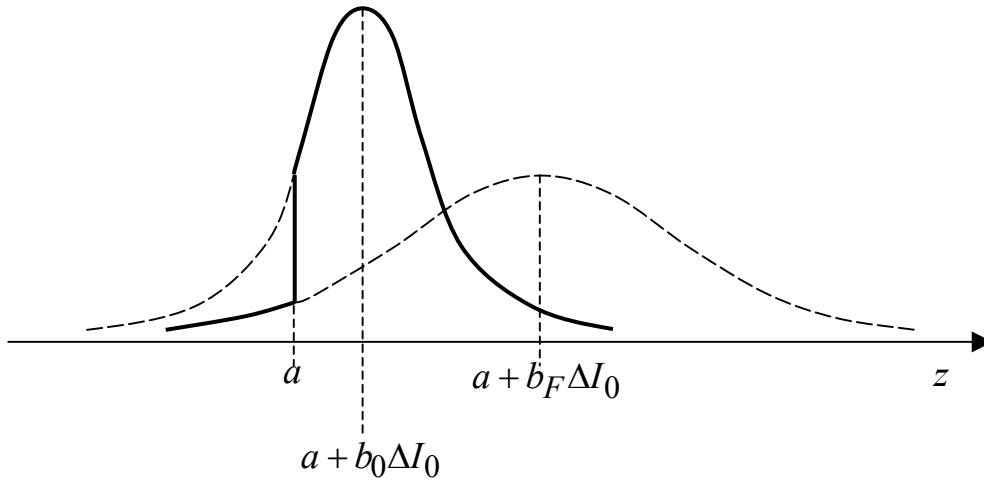


Рис. 6. Плотность распределения (4.1) выделена жирной линией. Область левее $z=a$ – область использования кредита, правее – область без кредита.

при $\rho > r_0$. Исходя из распределения (4.1) нетрудно вычислить вероятность того, что NPV инвестиционного плана будет больше некоторой заданной величины. С целью удобства дальнейшего изложения, запишем эту вероятность в виде:

$$P\{NPV > V_0(r) - \Delta I_0 - b_F \cdot \Gamma\} = \Phi\left(\frac{\Delta I_0 + \Gamma}{\sigma \cdot y^*}\right),$$

где $\Phi(\cdot)$ – функция стандартного нормального распределения.

В удобной форме сформулируем следующую третью задачу инвестора.

Задача 3. Для ставок дисконтирования $r \in (0, r^*)$ (что гарантирует положительность величины $V_0(r)$) и заданной величины $\delta \geq 0$ найти такие значения $\Delta I_0 \geq 0$, $\Gamma \geq 0$, которые обеспечат наибольшую величину уровня достоверности $\hat{p} \in (0, 1)$ в равенстве $P\{NPV > V_0(r) \cdot (1 - \delta)\} = \hat{p}$.

Справедливо следующее утверждение:

при заданных величинах $\delta \geq 0$ и ставке дисконтирования $r \in (0, R_0^*)$ всегда существуют такие значения $\Delta I_0 \geq 0$, $\Gamma \geq 0$, $\hat{p} \in (0, 1)$ удовлетворяющие соотношениям

$$\begin{aligned} V_0(r) \cdot \delta &= \Delta I_0 + b_F \cdot \Gamma, \\ u_p \cdot \sigma \cdot y^* &= \Delta I_0 + \Gamma, \quad \hat{p} = \Phi(u_p). \end{aligned} \quad (4.2)$$

Поскольку максимальному значению $\hat{p}$ соответствует максимальное значение u_p , то, согласно равенствам (23) при $r < r_F$ величина $b_F > 1$ и, следовательно, максимальному возможному u_p соответствуют следующие значения

$$\Delta I_0 = V_0(r) \cdot \delta, \quad \Gamma = 0, \quad \hat{p} = \Phi(\Delta I_0 \cdot (\sigma \cdot y^*)^{-1}). \quad (4.3)$$

Это равенство говорит о том, что резервирование дополнительных средств в указанных размерах с полученной вероятностью гарантирует не использование кредитов.

При $r > r_F$ (если это неравенство не противоречит условию $r \in (0, r^*)$) максимальное значение уровня достоверности $\hat{p}$ обеспечивают равенства:

$$\Delta I_0 = 0, \quad \Gamma = V_0(r) \cdot \delta \cdot b_F^{-1}, \quad \hat{p} = \Phi(\Gamma \cdot (\sigma \cdot y^*)^{-1}). \quad (4.4)$$

Равенство (4.4) говорит о том, что резервирование дополнительных средств нецелесообразно, а возникающие отклонения цены с приемлемой вероятностью компенсирует использование кредитов.

Конечно, чем ближе мы хотим приблизиться к уровню NPV для оптимального плана, тем меньше мы берем значение параметра δ и тем меньше мы получаем по формулам (4.2), (4.3) уровень достоверности $\hat{p}$.

Таким образом, инвестор в зависимости от своей склонности к риску может принять (или отвергнуть) оптимальный инвестиционный план x^* ,

соглашаясь на дополнительное (по отношению к величине I_0) резервирование ΔI_0 или полагаясь на кредиты.

И в первом и во втором случае возможности неординарных рисков уменьшают приведенную стоимость плана, но величина этого изменения прогнозируется.

Заключение

Приведенный в статье анализ долевого участия инвестора во множестве различных проектов позволяет сформулировать следующие положения.

1. Для заданной величины начальных вложений можно найти наилучший (оптимальный) план инвестирования с точки зрения максимума приведенной прибыли плана. Этой задаче посвящены Разделы 2 и 3.
2. Возможные риски уменьшения будущих доходов можно разделить на ординарные и неординарные. Неординарные риски можно разделить на прогнозируемые, учет которых производится на основе детерминированной модели (этому посвящен Раздел 3), и случайные, (обсуждаемые в рамках вероятностной модели (Раздел 4)).
3. Во всех случаях постановка задачи дается с позиции максимизации приведенной прибыли при заданной ставке дисконтирования.
4. Инвестору предоставляется возможность самому принимать решения в пользу детерминистической или вероятностной модели.

Приношу благодарность редактору сборника профессору В.З.Беленькому за полезные замечания по тексту и плодотворное обсуждение статьи в целом.

Литература

1. Ованесов А.А., Четвериков В.М. Поток платежей: Контур и псевдоконтур финансовых операций. // Журнал РЦБ, 1997, № 11.
2. Поток платежей: МЭНД – мощное оружие аналитика. // Журнал РЦБ, 1997, № 12.
3. Беленький В.З. К дискуссии о понятии «внутренняя норма доходности проекта». – Сб. «Моделирование механизмов функционирования экономики России на современном этапе», вып. 4. М.: ЦЭМИ РАН, 2000.
4. Виленский П.Л., Лившиц В.Н., Смоляк С.А. Оценка эффективности инновационных проектов: теория и практика. Издание 4-е, М.: Дело, 2008.