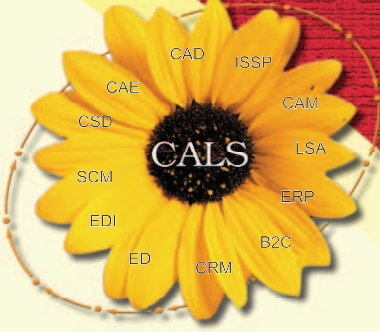
КАЧЕСТВО
ИННОВАЦИИ
ОБРАЗОВАНИЕ

№11
2013

ISSN 1999-513X



журнал в журнале

КАЧЕСТВО и ИПИ (CALS)-технологии

www.quality-journal.ru

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

КАЧЕСТВО ИННОВАЦИИ ОБРАЗОВАНИЕ

№11 (102)
ноябрь 2013

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ
105118, Москва, ул. Буракова, д.8.
Тел.: +7 (495) 916-28-07,
+7 (495) 916-89-29,
факс: + 7 (495) 917-81-54
E-mail: quality@eqc.org.ru (для статей),
hg@eqc.org.ru (по общим вопросам)
www.quality-journal.ru; www.quality21.ru

ИЗДАТЕЛЬ
Европейский центр по качеству

НАУЧНЫЙ РЕДАКТОР
Соболевский А.А.
as@eqc.org.ru

ХУДОЖЕСТВЕННЫЙ РЕДАКТОР
Каленова К.В.

ЛИТЕРАТУРНЫЙ РЕДАКТОР
Савин Е.С.

ОТВЕТСТВЕННЫЙ СЕКРЕТАРЬ
Мартюкова Е.С.
ne@eqc.org.ru

ЖУРНАЛ ЗАРЕГИСТРИРОВАН
в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации ПИ №77-9092.

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС
в каталоге агентства «Роспечать» 80620, 80621;
в каталоге "Пресса России" 14490.

ОТПЕЧАТАНО
Полиграфическая компания «КВМ-дизайн».
Москва, ул.Волжский б-р, д.29. www.kvm-d.ru

Журнал входит в перечень ВАК РФ

Статьи рецензируются

СОДЕРЖАНИЕ

Сведения о членах редколлегии и об авторах статей можно найти на сайте www.quality-journal.ru

А.Е. Абрамешин, Н.И. Борисов, Н.П. Кравченко, А.С. Малина

МЕТОД ИЕРАРХИЧЕСКОГО МАКРОМОДЕЛИРОВАНИЯ КАК СПОСОБ СОКРАЩЕНИЯ ТРУДОЕМКОСТИ ПРОЦЕССА АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СХЕМ И ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА ПРОЕКТИРОВАНИЯ В САПР

В статье предлагается метод моделирования линейных эквивалентных электрических схем, формируемых с помощью искусственных электроаналогий, основанный на их двухступенчатой редукции. Данный метод позволяет повысить эффективность методов анализа математических моделей проектируемых объектов на макроуровне, представленных в виде линейных электрических эквивалентных схем, следовательно, улучшить качество проектирования технических объектов. Математический аппарат макромоделирования основан на обращении в аналитическом виде полиномиальных регулярных матриц высоких степеней. Предлагаемый метод позволяет значительно сократить трудоемкость моделирования и многовариантного анализа больших эквивалентных электрических схем.

Ключевые слова: линейные электрические эквивалентные схемы, иерархическое макромоделирование, обращение полиномиальной матрицы высокой степени, анализ модели, САПР

Согласно [9], совокупность технологий проектирования составляет технологический процесс, преобразующий входные требования к продукции в выходные данные проекта, что соответствует положениям стандарта ISO 9001. Согласно положениям стандартов серий ISO 9000 и ISO 10303, технология проектирования должна обеспечивать выпуск проектной продукции высокого качества с наименьшими затратами труда, времени, финансовых и материально-технических ресурсов. Чем выше качество технологии проектного производства, тем более высоким является качество проектных решений. Наиболее эффективной технологией следует считать процесс, на реализацию которого затрачивается минимальное количество ресурсов, находящихся в распоряжении проектной организации. Основными ресурсами являются труд проектировщиков и время разработки проекта, а одним из основных критериев эффективности технологии проектирования следует считать уровень трудоёмкости при обеспечении требуемого уровня качества проектной продукции.

Как было упомянуто ранее, одним из основных требований к качеству проектной продукции следует считать экономичность с точки зрения затрат на производство соответствующей проектной продукции (то есть - эффективность технологии проектирования).

Предлагаемый в данной статье метод позволяет существенно сократить временные затраты, а также затраты компьютерной памяти при проведении процессов анализа и оптимизации математических моделей проектируемых объектов на макроуровне, следовательно, повысить эффективность технологии проектирования, что способствует улучшению их качества.

При проектировании сложных объектов возникает задача численного анализа динамических систем большой размерности [1, 2], требующих дальнейшей редукции.

Достаточно распространенным типом математических моделей на макроуровне являются линейные и линеаризованные *электрические эквивалентные* схемы, используемые для моделирования в объектах проектирования разнородных физических процессов и записываемые в виде систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

Целью создания и анализа на ЭВМ математических моделей эквивалентных схем является анализ и параметрическая оптимизация математической модели проектируемого объекта [4].

Анализ предусматривает определение следующих характеристик и параметров проектируемого объекта:

- частотных (квазистатических) характеристик для определенного частотного диапазона (построение АЧХ и ФЧХ);
- нулей и полюсов системных функций;
- устойчивости и параметрического запаса устойчивости схемы, которая может оцениваться с помощью полученного спектра модели;
- собственных резонансных частот схемы, которые являются мнимыми частями полученных собственных значений модели;
- параметрической чувствительности выходных характеристик и параметров к изменению варьируемых параметров схемы, которые определяются с помощью получения производных выходного сигнала по интересующим параметрам.

Одним из эффективных подходов к снижению трудоёмкости процессов анализа и оптимизации линейных эквивалентных электрических схем с произвольной структурой матрицы является макромоделирование. Проблемам макромоделирования линейных эквивалентных электрических схем при моделировании РЭА посвящены работы [5, 6, 7, 8].

Зачастую при проведении анализа математических моделей на различных этапах проектирования, интересующими нас параметрами модели, характеристики которых необходимо улучшить, являются не все фазовые переменные, а лишь их небольшая часть. Как правило, это фазовые переменные типа "вход-выход".

Макромодель линейных схем представляет собой систему уравнений малой размерности, которая отражает лишь соотношения типа "вход-выход" исходной модели и включает в себя явным образом ее варьируемые параметры. Макромодель может быть использована для решения задач анализа и оптимизации линейных электрических эквивалентных схем.

В РОКБ модель линейной эквивалентной электрической схемы представляет собой систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{cases} C\dfrac{d}{dt}\bar{x}(t) + G\bar{x}(t) = \bar{y}(t) \\ \bar{x}(0) = \bar{x}_0 \end{cases}$$

Применив к данной системе преобразование Лапласа, получим операторную форму записи:

$$A(p)x(p) = y(p)$$

Предполагается, что количество варьируемых параметров схемы много меньше общего количества уравнений. Тогда исходную модель можно представить в блочном виде:

$$\begin{bmatrix} A_{11}(p) & A_{12}(p) \\ A_{21}(p) & A_{22}(p,\bar{Q}) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 \\ \bar{Y}_2 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

Блочный вид матрицы сформирован таким образом, что вектор $\bar{X}_2$ - (m*1) - вектор "внешних" переменных схемы, отражающих соотношения типа "вход-выход", включает в себя все *требуемые пользователю выходные характеристики*; $\bar{X}_1$ - (M*1) - вектор "внутренних" переменных модели, M >> m, m+M=N; $\bar{Q} = (q_1, q_{2,\dots q_n})^T$ - вектор варьируемых параметров; $p = j\omega, j = \sqrt{-1}$, ω - круговая частота. Систему также можно записать в виде двух систем:

$$\begin{cases} A_{11}(p)\bar{X}_1 + A_{12}(p)\bar{X}_2 = \bar{Y}_1 \\ A_{21}(p)\bar{X}_1 + A_{22}(p,\bar{Q})\bar{X}_2 = \bar{Y}_2 \end{cases} \qquad (2)$$

При помощи алгебраического исключения вектора $\bar{X}_1$, содержащего внутренние переменные модели, получим требуемую макромодель с включенными в нее в явном виде варьируемыми параметрами:

$$-\left[A_{21}(p)A_{11}^{-1}(p)A_{12}(p) + A_{22}(p,\bar{Q})\right]$$
$$\bar{X}_2 = \bar{Y}_2 - A_{21}(p)A_{11}^{-1}(p)\bar{Y}_1 \qquad (3)$$

Исключение основано на обращении полиномиальной матрицы с сохранением аналитической зависимости от параметра [5, 6, 7, 8].

Однако стоит отметить существенные недостатки одноуровневого макромоделирования:

1.С ростом числа уравнений, трудоемкость построения макромодели увеличивается (отметим, что процесс построения макромодели является самым трудоемким при использовании данного подхода).

2.Важнейшей особенностью проектируемых систем является наличие слабо связанных подсистем, что отражается на структуре матрицы модели. Метод одноуровневого макромоделирования не позволяет учитывать данную особенность.

Иерархическое макромоделирование

Зачастую линейные электрические эквивалентные схемы можно рассматривать как объединение слабо связанных подсхем, что отражается в блочной разреженности матрицы модели. Наличие блочной разреженности в задачах проектирования характерно для задач из таких предметных областей, как механика (проектирование СБИС, печатных плат), электродинамика (проектирование РЭА, БРЭА). Использование этой особенности позволяет провести независимое макромоделирование подсхем с последующим их объединением в общую модель много меньшей размерности по сравнению с исходной моделью. Каждую подсхему можно представить в виде фазовой параметрической макромодели.

Заметим, что каждая макромодель подсхемы, находящаяся в общей модели схемы, может использоваться для проведения процессов анализа и оптимизации независимыми исследователями в разное время и независимо от других подсхем.

Пусть модель исходной задачи представлена в виде линейной эквивалентной электрической схемы, состоящей из n слабо связанных между собой подсхем. Пусть вектор $\bar{X}_i$ каждой подсхемы разбит на два подвектора $\bar{X}_i = (\bar{X}_{i1}, \bar{X}_{i2})^T$ "внутренних" и "внешних" фазовых переменных размера M_i и m_i соответственно. Модель схемы, состоящей из слабо связанных между собой подсхем, каждая из которых представлена в виде макромодели вида (2), будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_1(p,\overbrace{Q_1}) & 0 & 0 & A_{1c(2)} \\ 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \hat{A}_n(p,\overbrace{Q_n}) & A_{nc(2)} \\ A_{c1(2)} & \dots & A_{cn(2)} & A_{cc}(p,\bar{Q}_c) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{X}_{12} \\ \dots \\ \bar{X}_{n2} \\ \bar{X}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{Y_{12}} \\ \dots \\ \overbrace{Y_{n2}} \\ \bar{Y}_c \end{bmatrix}, \qquad (4)$$

где $\hat{A}_i(p,\overbrace{Q_i}), i = \overline{1,n}$ - матрица макромодели *i*-ой подсхемы вида (2), содержащая в явном виде варьируемые параметры; $\overbrace{Q_i}$ - вектор варьируемых параметров макромодели.

Модель вида (3) может быть сформирована за счет введения дополнительных фазовых переменных потокового типа, протекающих по ветвями, соединяющим подсхемы. Окаймление $A_{c1},..A_{cn}, A_{1c}...A_{nc}$, $A_{cc}(p,\bar{Q}_c)$ отражает связи между подсхемами.

По модели (4) можно построить иерархическую макромодель, исключив из нее фазовые переменные потенциального типа и оставив в ней только переменные внешних связей макромоделей $\overline{X}_c$.

Представим модель (4) в виде:

$$\begin{bmatrix} B_{11}(p,\overline{Q}) & B_{12} \\ B_{21} & A_{cc}(p,\overline{Q}_c) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{X}_M \\ \overline{X}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Y}_M \\ \overline{Y}_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

где

$$B_{11}(p,\overline{Q}) = \begin{bmatrix} \widehat{A}_1(p,\overset{\frown}{Q_1}) & 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... \\ ... & 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & \widehat{A}_n(p,\overset{\frown}{Q_n}) \end{bmatrix}, B_{12} = \begin{bmatrix} A_{1c(2)} \\ ... \\ A_{nc(2)} \end{bmatrix}, B_{21} = [A_{c1(2)}...A_{cn(2)}], \quad (6)$$

$$\overline{Q} = [\overset{\frown}{Q_1},...,\overset{\frown}{Q_n}]^T, \overline{X}_M = [\overline{X}_{12},...,,\overline{X}_{n2}]^T.$$

Выражение (5) может быть записано в виде системы уравнений:

$$\begin{cases} B_{11}(p,\overline{Q})\overline{X}_M + B_{12}\overline{X}_C = \overline{Y}_M \\ B_{21}\overline{X}_M + A_{cc}(p,\overline{Q}_c)\overline{X}_C = \overline{Y}_C \end{cases}$$

При помощи алгебраического исключения вектора $\overline{X}_M$ модель (5) может быть записана в виде:

$$[-B_{21}B_{11}^{-1}(p,\overline{Q})B_{12} + A_{cc}(p,\overline{Q}_c)]\overline{X}_C = \overline{Y}c - B_{21}B_{11}^{-1}(p,\overline{Q})\overline{Y}_M \quad (7)$$

Таким образом, выражение (7) представляет собой иерархическую макромодель, составленную из макромоделей подсхем. Для построения иерархической макромодели (7) необходимо вычислить обратную матрицу:

$$B_{11}^{-1}(p,\overline{Q}) = \begin{bmatrix} \widehat{A}_1^{-1}(p,\overset{\frown}{Q_1}) & 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... \\ ... & 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & \widehat{A}_n^{-1}(p,\overset{\frown}{Q_n}) \end{bmatrix}$$

Для решения необходимо обращение в аналитическом виде полиномиальных матриц:

$$\widehat{A}_i(p,\overset{\frown}{Q_i})^{-1} = [-A_{i(21)}(p)A_{i(11)}^{-1}(p)A_{i(12)}(p) + A_{i(22)}(p,\overset{\frown}{Q_i})]^{-1}, i = \overline{1,n} \quad (8)$$

Матрицы (8) являются матрицами макромоделей и представляют собой полиномиальные матрицы высоких степеней, следовательно, возникает задача обращения полиномиальной матрицы высокой степени.

Обращение полиномиальной матрицы высокой степени

Пусть дана полиномиальная матрица степени N:

$$\mathrm{C}p^{\mathrm{N}} + Gp^{N-1} + ... + L \quad (9)$$

К матрице (9) можно применить операцию, обратную методу макромоделирования. Для этого представим матрицу (9) в виде макромодели (10) модели (11):

$$\mathrm{C}p^{\mathrm{N}} + Gp^{N-1} + ... + L = -A_{21}(p)A_{11}^{-1}(p)A_{12}(p) + A_{22}(p) \quad (10)$$

$$A(p) = \begin{bmatrix} A_{11}(p) & A_{12}(p) \\ A_{21}(p) & A_{22}(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Обратная матрица от матрицы (11):

$$A^{-1}(p) = \begin{bmatrix} A_{11}(p) & A_{12}(p) \\ A_{21}(p) & A_{22}(p) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \widehat{K}_{11} & \widehat{K}_{12} \\ \widehat{K}_{21} & \widehat{K}_{22} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

По определению обратной матрицы:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \widehat{K}_{11} & \widehat{K}_{12} \\ \widehat{K}_{21} & \widehat{K}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{E_n} & 0 \\ 0 & \mathrm{E_m} \end{bmatrix}; \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{K}_{11} & \widehat{K}_{12} \\ \widehat{K}_{21} & \widehat{K}_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{E_n} & 0 \\ 0 & \mathrm{E_m} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

где m - порядок матрицы (9); n - количество исключенных из матрицы (9) переменных.

Выражения (13) и (14) эквивалентны двум системам уравнений:

$$\begin{cases} K_{11}\widehat{K}_{11} + K_{12}\widehat{K}_{21} = E_n \\ K_{11}\widehat{K}_{12} + K_{12}\widehat{K}_{22} = 0 \\ K_{21}\widehat{K}_{11} + K_{22}\widehat{K}_{21} = E_m \\ K_{21}\widehat{K}_{12} + K_{22}\widehat{K}_{22} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \widehat{K}_{11}K_{11} + \widehat{K}_{12}K_{21} = E_n \\ \widehat{K}_{11}K_{12} + \widehat{K}_{12}K_{22} = 0 \\ \widehat{K}_{21}K_{11} + \widehat{K}_{22}K_{21} = E_m \\ \widehat{K}_{21}K_{12} + \widehat{K}_{22}K_{22} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

В результате решения систем (15) и (16) получаем выражения:

$$[K_{22} - K_{21}K_{11}{}^{-1}K_{12}]\widehat{K}_{22} = E_n ;$$

$$\widehat{K}_{22}[K_{22} - K_{21}K_{11}{}^{-1}K_{12}] = E_m .$$

Из чего следует: $[K_{22} - K_{21}K_{11}{}^{-1}K_{12}]^{-1} = \widehat{K}_{22}$ (17)

Таким образом, для вычисления обратной матрицы от матрицы макромодели (10) необходимо вычислить обратную матрицу от модели (11), по которой была построена макромодель, и взять правую нижнюю подматрицу порядка, равного порядку матрицы (10).

Запишем определение правого собственного вектора матрицы (11), соответствующего собственному значению λ_i :

$$\begin{bmatrix} A_{11}(\lambda_i) & A_{12}(\lambda_i) \\ A_{21}(\lambda_i) & A_{22}(\lambda_i) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \overline{X}_1 \\ \overline{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{0} \\ \overline{0} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Выражение (18) можно записать в виде системы:

$$\begin{cases} A_{11}\overline{X}_1 + A_{12}\overline{X}_2 = \overline{0} \\ A_{21}\overline{X}_1 + A_{22}\overline{X}_2 = \overline{0} \end{cases} \quad (19)$$

где $\overline{X}_2$ - собственный вектор макромодели (10) порядка m.

Выразим из системы (19) вектор $\overline{X}_1$:

$$\overline{X}_1 = -A_{11}^{-1} A_{12} \overline{X}_2 \tag{20}$$

Подставив (20) в (19), получим:

$$[-A_{21} A_{11}^{-1} A_{12} + A_{22}] \overline{X}_2 = \overline{0} \tag{21}$$

Из выражения (21) следует, что по матрице макромодели (10) можно вычислить ее собственный вектор $\overline{X}_2$.

Аналогичным образом запишем определение левого собственного вектора матрицы (11), соответствующего собственному значению λ_i :

$$\begin{bmatrix}\overline{S}_1 & \overline{S}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A_{11}(\lambda_i) & A_{12}(\lambda_i)\\ A_{21}(\lambda_i) & A_{22}(\lambda_i)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\overline{0} & \overline{0}\end{bmatrix} \tag{22}$$

Выражение (22) эквивалентно следующим выражениям:

$$\begin{cases}\overline{S}_1^T A_{11} + \overline{S}_2^T A_{21} = \overline{0}^T\\ \overline{S}_1^T A_{12} + \overline{S}_2^T A_{22} = \overline{0}^T\end{cases}$$

$$\overline{S}_1^T = -\overline{S}_2^T A_{21} A_{11}^{-1} \tag{23}$$

Как было показано ранее, для нахождения матрицы, обратной от матрицы макромодели (10), необходимо взять правый нижний блок от матрицы (12). Для вычисления матрицы (12) согласно [5, 6, 7] использовались ее собственные значения и собственные векторы:

$$A^{-1}(p) = \begin{bmatrix}X_{11} & X_{12}\\ X_{21} & X_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}D_{11}p + E_n & 0\\ 0 & D_{22}p + E_m\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12}\\ S_{21} & S_{22}\end{bmatrix}, \tag{24}$$

где X_{ij}, S_{ij} - подматрицы правых и левых собственных векторов, отвечающих собственным значениям матрицы (11); D_{11}, D_{22} - диагональные матрицы, содержащие обратные собственные значения матрицы (11) с отрицательным знаком; m - порядок матрицы (9); n - количество исключенных из матрицы (9) уравнений при построении макромодели (10) по модели (11).

При этом правые и левые собственные векторы матрицы (11) были связаны условиями нормировки:

$$\begin{bmatrix}\overline{S}_1 & \overline{S}_2\end{bmatrix}^T G\begin{bmatrix}\overline{X}_1\\ \overline{X}_2\end{bmatrix} = 1 \ , \tag{25}$$

где $\begin{bmatrix}\overline{S}_1 & \overline{S}_2\end{bmatrix}$ - левый собственный вектор матрицы (11), отвечающий собственному значению λ_i;

$\begin{bmatrix}\overline{X}_1\\ \overline{X}_2\end{bmatrix}$ - правый собственный вектор матрицы (11), отвечающий собственному значению λ_i; G - числовая подматрица матрицы (11) - $A(p) = Cp + G$.

Подвекторы $\overline{S}_2$ и $\overline{X}_2$ могут быть вычислены по матрице макромодели (10).

Запишем выражение (25) в блочной форме:

$$\begin{bmatrix}\overline{S}_1 & \overline{S}_2\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}G_{11} & G_{12}\\ G_{21} & G_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\overline{X}_1\\ \overline{X}_2\end{bmatrix} = 1$$

$$\begin{bmatrix}\overline{S}_1 & \overline{S}_2\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}G_{11}\overline{X}_1 + G_{12}\overline{X}_2\\ G_{21}\overline{X}_1 + G_{22}\overline{X}_2\end{bmatrix} = 1 \tag{26}$$

Подставим (20) и (23) в условие нормировки (26):

$$\begin{gathered}\overline{S}_2^T A_{21} A_{11}^{-1} G_{11} A_{11}^{-1} A_{12} \overline{X}_2 - \overline{S}_2^T A_{21} A_{11}^{-1} G_{12} \overline{X}_2 -\\ - \overline{S}_2^T G_{21} A_{11}^{-1} A_{12} \overline{X}_2 + \overline{S}_2^T G_{22} \overline{X}_2] = 1\end{gathered} \tag{27}$$

Запишем выражение (27) в виде:

$$\overline{S}_1^T [G_{11}\overline{X}_1 + G_{12}\overline{X}_2] + \overline{S}_2^T [G_{21}\overline{X}_1 + G_{22}\overline{X}_2] = 1 \ . \tag{28}$$

Отметим, что одна из форм согласно [5, 6, 7] имеет вид:

$$A_{11}^{-1} = X_{11}(D_{11}p + E_{11})^{-1} X_{11}^{-1} G_{11}^{-1} \tag{29}$$

где X_{11} - матрица правых собственных векторов матрицы A_{11}; D_{11} - диагональная матрица, содержащая собственные значения матрицы A_{11}; G_{11}- числовая подматрица матрицы $A_{11}(p) = C_{11}(p) + G_{11}$; $X_{11}^{-1} G_{11}^{-1}$- матрица левых собственных векторов.

Подставим выражение (29) в выражение нормировки (28):

$$\begin{gathered}\overline{S}_2^T [A_{21} X_{11}(D_{11}p + E_{11})^{-1} X_{11}^{-1} G_{11}^{-1} G_{11} X_{11}(D_{11}p +\\ E_{11})^{-1} X_{11}^{-1} G_{11}^{-1} A_{12} - A_{21} X_{11}(D_{11}p + E_{11})^{-1} X_{11}^{-1} G_{11}^{-1} G_{12} -\\ - G_{21} X_{11}(D_{11}p + E_{11})^{-1} X_{11}^{-1} G_{11}^{-1} A_{12} + G_{22}] \overline{X}_2 = 1\end{gathered} \tag{30}$$

С учетом результатов умножения матриц A_{21} и A_{12} на матрицы правых и левых собственных векторов, получим выражение:

$$\begin{gathered}\overline{S}_2^T [(U_{21}p + V_{21})[(D_{11}p + E_{11})^{-1}]^2 (U_{12}p + V_{12}) -\\ - (U_{21} + V_{21})(D_{11}p + E_{11})^{-1} V_{12} -\\ - V_{21}(D_{11}p + E_{11})^{-1}(U_{12} + V_{12}) + G_{22}] \overline{X}_2 = 1\end{gathered} \tag{31}$$

где $U_{21}p + V_{21}$, $U_{12} + V_{12}$ - результаты умножения матриц A_{21} и A_{12}на матрицы левых и правых собственных векторов матрицы A_{11} соответственно; V_{21}, V_{12}- результаты умножения матриц G_{21} и G_{12} на матрицы левых и правых собственных векторов матрицы соответственно.

Выражение (31) представляет собой новое условие нормировки для собственных векторов макромодели (10). Из выражения (31) видно, что условие нормировки записывается через компоненты матрицы макромодели (10).

Алгоритм проведения нормировки собственных векторов матрицы (10)

Пусть по матрице макромодели (10) вычислены собственные значения $\lambda_1,...\lambda_n$, которые согласно [5, 6, 7] идентичны собственным значениям исходной матрицы (11). Для выполнения нормировки необходимо:

1.Подставить в матрицу макромодели (10) собственное значение λ_i и вычислить правые и левые собственные векторы $\overline{X}_2(\lambda_i)$ и $\overline{S}_2(\lambda_i)$.

2.Подставить в (31) вместо p собственное значение λ_i , в результате чего будет получена числовая матрица K, и выражение (31) приобретет вид:

$$\overline{S}_2^{\mathrm{T}}(\lambda_i)R\overline{X}_2(\lambda_i)$$

3.Вычислить произведение $\overline{S}_2^{\mathrm{T}}(\lambda_i)R\overline{X}_2(\lambda_i)$, пусть оно равно числу μ .

4.Разделить все коэффициенты вектора $\overline{S}_2^{\mathrm{T}}$ на число μ , т.е. $\overline{F}_2 = \overline{S}_2 * \mu^{-1}$. В результате чего $\overline{F}_2R\overline{X}_2 = 1$.

Итоговая обратная матрица от матрицы (10) имеет вид:

$$\left[\overline{X}_1 \ldots \overline{X}_z\right][Dp+E]^{-1}\begin{bmatrix}\overline{F}_1\\ \ldots\\ \overline{F}_z\end{bmatrix}, \qquad (32)$$

где - $\left[\overline{X}_1 \ldots \overline{X}_z\right]$ матрица правых собственных векторов матрицы (10) размером m x n; D - диагональная матрица, содержащая собственные значения матрицы (10); $\begin{bmatrix}\overline{F}_1\\ \ldots\\ \overline{F}_z\end{bmatrix}$ - матрица пронормированных в соответствии с выражением (31) левых собственных векторов матрицы (10) размером n x m.

Таким образом, с учетом полученного условия нормировки, для вычисления обратной матрицы от полиномиальной матрицы (9) высокой степени достаточно вычислить собственные значения матрицы (9), а также ее правые и левые собственные векторы.

В итоге выражение (7), представляющее собой иерархическую макромодель, может быть представлено в виде:

$$[-B_{21}\begin{bmatrix}\left[\overline{X}_1 \ldots \overline{X}_z\right][Dp+E]^{-1}\begin{bmatrix}\overline{F}_1\\ \ldots\\ \overline{F}_z\end{bmatrix} & 0 & \ldots & 0\\ 0 & \ldots & 0 & \ldots\\ \ldots & 0 & \ldots & 0\\ 0 & \ldots & 0 & \left[\overline{X}_1 \ldots \overline{X}_z\right][Dp+E]^{-1}\begin{bmatrix}\overline{F}_1\\ \ldots\\ \overline{F}_z\end{bmatrix}\end{bmatrix} \times \qquad (33)$$

$$\times\ B_{12} + A_{cc}(p,\overline{Q}_c)]\overline{X}_C == \overline{Y}c - B_{21}B_{11}^{-1}(p,\overline{Q})\overline{Y}_M$$

Выводы

Иерархическое макромоделирование является эффективным методом редукции линейных электрических эквивалентных схем в случаях, если исходная схема состоит из слабо связанных между собой подсхем, а также если интересующими параметрами математической модели, характеристики которых необходимо улучшить, являются не все фазовые переменные, а лишь их небольшая часть.

Наиболее трудоемкой задачей является построение иерархической макромодели, однако в связи с тем, что иерархическая модель содержит количество уравнений, на порядки меньшее количества уравнений исходной модели, трудоемкость процесса анализа макромодели существенно ниже, что очень важно при проведении многократного процесса оптимизации.

Трудоемкость проведения частотного анализа иерархической макромодели составляет $T \sim 2n^3 + 2n^2$, где n - количество связей макромоделями подсхем. Трудоемкость проведения частотного анализа по плотной модели - $T \sim 2N^3 + 2N^2$, где N - размерность исходной плотной модели. Так как $N >> n$, трудоемкость анализа модели вида (7) много меньше трудоемкости анализа исходной модели.

Иерархическое моделирование предусматривает возможность проведения независимого построения и анализа макромоделей, входящих в модель, разными исследователями в разное время.

В результате проведенных исследований были получены:

1.Теоретический вид иерархической макромодели линейной электрической эквивалентной схемы, состоящей из макромоделей слабо связанных между собой подсхем.

2.Алгоритм обращения полиномиальной матрицы иерархической макромодели линейной электрической эквивалентной схемы высокой степени, основанный на полученном условии нормировки собственных векторов макромодели. Алгоритм обращения полиномиальной матрицы высокой степени необходим для формирования иерархической макромодели линейной электрической эквивалентной схемы, состоящей из макромоделей слабо связанных между собой подсхем. Отметим, что описанный метод обращения полиномиальной матрицы высокой степени предполагает, что матрицы C и G матрицы (11) $A_{11}(p) = C_{11}(p) + G_{11}$ являются невырожденными.

Исследование осуществлено в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2013 году. В данной научной работе использованы результаты проекта "Исследование и разработка методов обеспечения функциональной безопасности и электромагнитной совместимости космических систем", выполненного в рамках Программы фундаментальных исследований НИУ ВШЭ в 2012 году.

Литература:

1.Antoulas A.C., Sorensen D.C. Approximation of large-scale dynamical systems: an overview // Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 2001, V .11, No.5, 1093 - 1121.

2.Benner P., Mehrmann V. and Sorensen D.C. Dimension Reduction of Large-Scale Systems. // Lecture Notes in Computational Science and Engineering. V. 45, 2005.
3.Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. - М.: Мир, 1975.
4.Ильин В.Н., Фролкин В.Т., Бутко А.И. Автоматизация схемотехнического проектирования / под ред. В.Н. Ильина. - М.: Радио и связь, 1987. 368 с.
5.Борисов Н.И. Некоторые аспекты макромоделирования объектов с распределенными параметрами // Межвуз. сб. науч. трудов: Теория, математическое моделирование и САПР ОИС СВЧ. - М.: Изд-е МИЭМ, 1991. С. 83 - 86.
6.Борисов Н.И., Шрамков И.Г. Макромоделирование линейных цепей РЭА на основе метода собственных значений для использования в задачах оптимизации // II ВИМИ, ТЭИ, сер. Автоматизация проектирования, вып. 1, 1985. С. 86-90.
7.Борисов Н.И., Шрамков И.Г. Метод построения фазовых макромоделей линейных эквивалентных схем // Математическое моделирование в САПР : Межвуз. сборник науч. трудов. - М.: Изд-е МИЭМ, 1990. С. 169 -178.
8.Михайлов В.Б. Проблема собственных значений и анализ линейных трактов радиотехнических устройств с многополюсными элементами // Известия Ленингр. электротехн. ин-та им. В.И. Ульянова (Ленина), вып. 294, 1981. С. 3-11.
9.Жаднов В.В., Сарафанов А.В. Управление качеством при проектировании теплонагруженных радиоэлектронных средств. - М.: Солон-Пресс, 2004. 464 с.

Абрамешин Андрей Евгеньевич,
канд. социологич. наук, профессор,
зам. директора МИЭМ НИУ ВШЭ.
тел.: (495) 916-39-49
e-mail: abrameshin@miem.edu.ru

Борисов Николай Иванович,
д-р техн. наук, профессор каф.
ИТАС МИЭМ НИУ ВШЭ.
8(905)580-44-96
e-mail: borisov@itas.miem.edu.ru

Кравченко Наталья Павловна,
канд. техн. наук, доцент кафедры
Радиоэлектроники и телекоммуникаций
МИЭМ НИУ ВШЭ.
e-mail: nkravchenko@hse.ru

Малина Анна Сергеевна,
аспирант МИЭМ НИУ ВШЭ, каф. ИТАС.
8(916)511-54-62
e-mail: malinaannn@yandex.ru

A.E. Abrameshin, N.I. Borisov, N.P. Kravchenko, A.S. Malina

THE METHOD OF HIERARCHICAL MACRO-MODELING AS A WAY TO REDUCE THE COMPLEXITY OF THE PROCESS OF ANALYSIS OF LINEAR ELECTRICAL EQUIVALENT CIRCUIT AND THE QUALITY OF THE DESIGN IN CAD

In this paper we propose a method of modeling linear equivalent electrical circuit formed by artificial elektroanalogy based on their two-stage reduction. This method can improve the efficiency of methods of analysis of mathematical models of designed objects at the macro level, presented in the form of linear electrical equivalent circuit, therefore, to improve the quality of design of technical facilities. In the first step of the simulation model of each sub-circuit of the initial scheme formally converted into a macro model that reflects only its expressions like "input-output". In the second stage model consisting of macro models, is converted to the next hierarchical level of the macro model. The mathematical apparatus of macro-modeling is based on the inversion in the analytical form of polynomial regular high degree matrices. The proposed method can significantly reduce the complexity of modeling and multivariate analysis of large equivalent electrical circuits.

Keywords: linear electrical equivalent circuits, hierarchical macromodeling, inversion of polynomial high degree matrices, an analysis of the model, CAD.

References:

1.Antoulas A.C., Sorensen D.C. Approximation of large-scale dynamical systems: an overview // Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., 2001, V .11, No.5, 1093 - 1121.
2.Benner P., Mehrmann V. and Sorensen D.C. Dimension Reduction of Large-Scale Systems. // Lecture Notes in Computational Science and Engineering. V. 45, 2005.
3.Zenkevich O. The Finite Element Method in Engineering. - Springer-Verlag, 1975.
4.Ilyin V.N., Frolkin V.T., Butko A.I. Automation circuit design // ed. V.N. Ilyin. - M.: Radio and communication, 1987. 368 p.
5.Borisov H.I. Some aspects of the macro-modeling of objects with distributed parameters // Intercollege. Sat Scientific. works: Theory, mathematical modeling and CAD OIS microwave. M.: MIEM, 1991. P. 83 - 86.

6.Borisov N., Shramkov I.G. Macromodelling linear chains of radioelectronic equipment on the basis of their eigen values to use in optimization problems. // II VIMI, TEI, Ser. Computer-aided design, vol. 1 1985. P. 86-90.

7.Borisov N., Shramkov I.G. The method of constructing phase linear macro models of equivalent circuits // Mathematical modeling in CAD: Intercollege. scientific collection. works. - M.: MIEM, 1990. P. 169 - 178.

8.Mikhailov V.B. The problem of eigenvalues and analysis of linear circuits wireless devices with multi-pole elements // Proceedings of Leningrad. Electrotechnical. Inst. V.I. Ulyanov (Lenin), №. 294. 1981. P. 3-11.

9.Zhadnov V.V., Sarafanov A.V. Quality management in the design of heat-loaded electronic means. - M.: Solon Press, 2004. 464 p.

Abrameshin Andrey Evgenyevich,
Candidate of sociological sciences, deputy director of MIEM HSE, professor of "Physical Chemistry and Ecology" chair of MIEM HSE, leading researcher of educational and research laboratory of functional safety of spacecrafts and systems of MIEM HSE.
tel.: (495) 916-39-49
e-mail: abrameshin@miem.edu.ru

Borisov Nikolay Ivanovich,
Doctor of technical sciences, professor of "Information Technologies and the Automated Systems" chair of MIEM HSE, leading researcher of educational and research laboratory of functional safety of spacecrafts and systems of MIEM HSE.
tel.: 8(499)161-98-84
e-mail: borisov@itas.miem.edu.ru

Kravchenko Natalia Pavlovna,
Candidate of Technical Sciences, associate professor of Radio electronics and telecommunications of MIEM HSE
e-mail: nkravchenko@hse.ru

Malina Anna Sergeevna,
Graduate student of "Information Technologies and the Automated Systems" chair of MIEM HSE
tel.: 89165115462
e-mail: malinaannn@yandex.ru