

**XII**  
**ВСЕРОССИЙСКОЕ**  
**СОВЕЩАНИЕ**  
**ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ**

**ТРУДЫ**



РОССИЯ, МОСКВА  
ИПУ РАН  
16-19 ИЮНЯ 2014

МОСКВА 2014

**XII**  
**ВСЕРОССИЙСКОЕ**  
**СОВЕЩАНИЕ**  
**ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ**

**ТРУДЫ**



РОССИЯ, МОСКВА  
ИПУ РАН  
16-19 ИЮНЯ 2014

ББК 22.18  
УДК 519

**ХII ВСЕРОССИЙСКОЕ СОВЕЩАНИЕ ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ ВСПУ-214. МОСКВА, 16-19 ИЮНЯ 2014 Г.: ТРУДЫ.** [Электронный ресурс] М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. 9616 с. Электрон. текстовые дан. (1074 файл.: 537 МБ). 1 электрон. опт. диск (DVD-ROM). ISBN 978-5-91450-151-5. Номер государственной регистрации: 0321401153.

В 1940 г. в Москве было проведено Первое Всесоюзное Совещание по теории автоматического регулирования, положившее начало целой серии главных научных форумов в СССР в области науки об управлении. Инициатором и организатором Всесоюзных Совещаний по проблемам управления стал созданный в 1939 г. Институт автоматики и телемеханики – ныне Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Всего в СССР состоялось 11 Всесоюзных Совещаний (последнее, одиннадцатое, – в Ташкенте в 1989 г.). ХII Совещание, ВСПУ-2014, продолжает традиции Всесоюзных совещаний в масштабах России и стран СНГ. Настоящий сборник включает 1068 докладов по всему спектру вопросов науки об управлении и предназначен для самого широкого круга специалистов по управлению.

*Содержание докладов представлено в авторской редакции.*

Совещание поддержано грантом Российского фонда фундаментальных исследований  
(проект 14-08-06042)

ISBN 978-5-91450-151-5



© ИНСТИТУТ  
ПРОБЛЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ 2014

# ПРОГРАММНЫЙ КОМИТЕТ

## Сопредседатели

Васильев С.Н., Фортов В.Е.

## Члены комитета

Абрамов О.В.	Козлов В.Н.	Пашенко Ф.Ф.
Абрамов С.М.	Козлов Р.И.	Петросян Л.А.
Алескеров Ф.Т.	Колесников В.И.	Пешехонов В.Г.
Аншаков Г.П.	Костюк В.В.	Полетыкин А.Г.
Аргучинцев А.В.	Крищенко А.П.	Поляк Б.Т.
Арлазаров В.Л.	Кротов В.Ф.	Попков Ю.С.
Ахметзянов А.В.	Кряжимский А.В.	Поспелов И.Г.
Бабаян Р.Р.	Кузнецов О.П.	Пшихопов В.Х.
Барабанов И.Н. ( <i>ученый секретарь</i> )	Кулешов А.П.	Рапопорт Л.Б.
Бахтадзе Н.Н.	Кульба В.В.	Резчиков А.Ф.
Болотник Н.Н.	Кунцевич В.М., Курдюков А.П., Куржанский А.Б.	Розенвассер Е.Н.
Бурков В.Н.	Кушнер А.Г.	Рубинович Е.Я.
Бычков И.В.	Лазарев А.А.	Рудаков К.В.
Васильев В.И.	Лазарев А.А.	Рутковский В.Ю.
Величенко В.В.	Лapidус В.А.	Салуквадзе М.Е.
Виттих В.А.	Лебедев В.В.	Себряков Г.Г.
Вишневский В.М.	Легостаев В.П.	Сергеев С.Ф.
Воропай Н.И.	Лекторский В.А.	Соколов Б.В.
Ганиев Р.Ф.	Леонов Г.А.	Соколов И.А.
Городецкий В.И.	Лепский В.Е.	Соловьев В.А.
Гурман В.И.	Лотоцкий В.А.	Сомов Е.И.
Дегтярев Г.Л.	Макаров А.А.	Соркин Л.Р.
Диев В.С.	Макаров В.Л.	Степанов О.А.
Дорофеев А.А.	Маликов А.И.	Степин В.С.
Дружинин Э.И.	Малинецкий Г.Г.	Толстоногов А.А.
Емельянов С.В.	Мандель А.С.	Тхай В.Н.
Журавлев Ю.И.	Манцивода А.В.	Ушаков В.Н.
Ильяин В.А.	Маслов Е.П.	Федосов Е.А.
Ильясов Б.Г.	Микрин Е.А.	Филимонов Н.Б.
Ицкович Э.Л.	Михальский А.И.	Фрадков А.Л.
Желтов С.Ю.	Наумов Л.А.	Цвиркун А.Д.
Золотухин Ю.Н.	Небылов А.В.	Чеботарев П.Ю.
Каляев И.А.	Непейвода Н.Н.	Ченцов А.Г.
Кириллова Ф.М.	Нижегородцев Р.М.	Черноусько Ф.Л.
Киселев Л.В.	Новиков Д.А.,	Шестаков А.Л.
Клещев А.С.	Новосельцев В.Н.	Юревич Е.И.
Климов Д.М.	Осипов Ю.С.	Юсупов Р.М.
Клюев В.В.	Пакшин П.В.,	Ядыкин И.Б.
Кнеллер В.Ю.	Пальчунов Д.Е.	Яковенко Г.Н.
Козлов В.В.	Пархоменко П.П.	Якушенко Е.И.

# ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ

## Председатель

Новиков Д.А.

## Заместители председателя

Барабанов И.Н., Бахтадзе Н.Н., Мандель А.С.

## Члены комитета

Авдеева З.К.  
Алескеров Ф.Т.  
Ахметзянов А.В.  
Бабаян Р.Р.  
Браништов С.А.  
Вишневский В.М.  
Грязина Е.Н.  
Жарко Е.Ф.  
Журавлева Н.Г.

Коргин Н.А.  
Корепанов В.О.  
Кузнецов О.П.  
Кульба В.В.  
Курдюков А.П.  
Кушнер А.Г.  
Лебедев В.Г.  
Мизякина Е.О.  
Михальский А.И.

Нижегородцев Р.М.  
Пятницкая М.В.  
Рубинович Е.Я.  
Рязанов И.В.  
Тетяев А.А.  
Филимонов Н.Б.  
Цвиркун А.Д.  
Чернышев К.Р.

# ВЛИЯНИЕ СИСТЕМЫ ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОБЩЕСТВЕННЫХ РЕСУРСОВ НА ЭКОНОМИЧЕСКУЮ ЭФФЕКТИВНОСТЬ, ПОДДЕРЖКУ ВЛАСТИ И СОЦИАЛЬНОЕ НЕРАВЕНСТВО: К ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

**А.С. Ахременко**

*Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики*  
Россия, 101000, Москва, Мясницкая ул., 20.  
E-mail: [aakhremenko@hse.ru](mailto:aakhremenko@hse.ru)

**А.П. Петров**

*Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики*  
Россия, 101000, Москва, Мясницкая ул., 20.  
*Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН*  
Россия, 125047, Москва, Миусская пл., 4  
E-mail: [petrov.alexander.p@yandex.ru](mailto:petrov.alexander.p@yandex.ru)

**Ключевые слова:** динамическая модель, эффективность социально-политической системы, налоговая нагрузка, бюджетные инвестиции, распределение трансфертов, электоральная поддержка

**Аннотация:** В данном докладе мы представляем динамическую математическую модель, отражающую влияние уровня налоговой нагрузки, доли вложений государства в инфраструктуру и правила распределения бюджетных трансфертов на уровень эффективности (продуктивности) индивидов, легитимность системы перераспределения и социальное неравенство. Строится две базовых модели, основанных на различных правилах распределения трансфертов: передавать ресурсы тем, кто уже поддерживает действующую власть, или тем, кто на данный момент недоволен сложившейся системой распределения. В рамках каждой из моделей варьируются налоговая нагрузка и инвестиционная доля бюджета. Выявлена нелинейная зависимость эффективности системы от налоговой ставки и инвестиционной доли. Показано, что характеристики этой зависимости, как и динамика электоральной поддержки власти и социального неравенства существенно меняются при изменении правила распределения трансфертов.

## 1. Введение

В данном докладе мы представляем динамическую математическую модель, отражающую влияние различных свойств системы перераспределения общественных ресурсов на комплекс экономических, политических и социальных параметров. Система перераспределения ресурсов включает три основные составляющие. Это общий уровень налоговой нагрузки, доля вложений государства в рост производительности труда

и правило распределения бюджетных трансфертов. Фактически, в такой конструкции власть принимает три управленческих (и по существу политических) решения. Во-первых, какая доля общественных ресурсов будет перераспределяться через бюджетную систему, то есть каков общий уровень налоговой нагрузки на общество. Во-вторых, какова принципиальная стратегия расходования бюджетных средств. Здесь, следуя одной из сложившихся в современной политической экономии традиций [1], мы выделяем два фундаментально различных направления бюджетных потоков. Первое из них – расходы на создание институциональной и физической инфраструктуры, доступной всему обществу (и в этом смысле являющейся «чистым» общественным благом) и повышающей производительные возможности каждого из его членов. При таком подходе [2, 3] общественные блага являются «длящимися» (durable), обладают способностью накапливаться во времени и служить своего рода «аккумулятором» общественной системы в течение многих лет. Вторая возможная стратегия – адресное распределение трансфертов отдельным социальным группам, повышающее благосостояние таких групп в краткосрочной перспективе (pork barrel politics). Третий вопрос, определяющий характер системы перераспределения, заключается в том, каким именно группам будут направлены трансферты из той части бюджетных средств, которая предназначена для такого рода адресного распределения. Следуя дискуссии [4-6], мы выделяем два принципиально разных правила: передавать ресурсы тем, кто уже поддерживает действующую власть, или тем, кто на данный момент недоволен сложившейся системой распределения.

Итак, в части независимых и эндогенных (на сегодняшний день) параметров модели выступают 1) налоговая нагрузка, 2) доля бюджетных инвестиций в общедоступную инфраструктуру и 3) правило распределения бюджетных трансфертов.

Среди ключевых характеристик развития общества (зависимые эндогенные параметры) мы фокусируем внимание на уровне эффективности (или продуктивности) – способности индивидов преобразовывать «сегодняшний» доступный ресурс в «завтрашний» продукт. Это ключевой параметр, так как в динамической перспективе он определяет перспективы развития всей общественной системы, ее способность к воспроизводству и развитию. Далее, мы рассматриваем уровень легитимности системы распределения. Практически она выражается в доле индивидов, увеличивающих свое благосостояние в рамках принятых «правил игры». Наконец, мы рассматриваем уровень концентрации доходов в рамках различных комбинаций значений независимых переменных.

С методологической (математико-модельной) точки зрения, предлагаемый здесь подход существенно отличается от наиболее распространенных в современной политической экономии. К последним мы отнесем господствующую теоретико-игровую парадигму, с одной стороны, и эмпирический анализ данных регрессиями разной сложности, с другой. Мы же предлагаем динамическую систему, реализованную как набор уравнений в конечных разностях (для аналитических задач – преобразованную в систему дифференциальных уравнений). Такое решение продиктовано довольно значительным числом интересующих исследователей параметров, большинство из которых являются функциями времени. Соответственно, в изучении модели мы используем сочетание аналитических методов и вычислительного эксперимента.

## 2. Построение математической модели

В обществе имеется множество  $n$  индивидов, характеризуемых индивидуальной эффективностью (или продуктивностью)  $x_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Эффективность и понимается как способность преобразовывать некоторый ресурс  $r_i(t)$  в некоторый продукт  $p_i(t)$ . Форма распределения величины  $X$ , отражающая, упрощенно говоря, соотношение более эффективных и менее эффективных индивидов в обществе, задается исследователем экзогенно и от времени не зависит. В данной работе мы отталкиваемся от нормального закона распределения, хотя в принципе это совершенно не обязательно.

Каждому индивиду в начальный момент времени из общего ресурса  $R(0)$  выделяется определенный объем ресурса (в частности, в проведенных численных экспериментах начальные ресурсы всех индивидов равны:  $r_i(0) = R(0)/n$ ).

В рамках данной модели индивиды не кооперируются для производственной деятельности, а производят продукт поодиночке. Соответствующая индивидуальная производственная функция по своей структуре аналогична широко известной производственной функции Кобба-Дугласа, она имеет своими факторами количество выделенного данному индивиду ресурса  $r_i(t)$  и уровень системной производительности  $L(t)$ , который мы увязываем с развитостью производственной инфраструктуры; продуктивность факторов (*total factor productivity*) обозначим через  $\gamma_i$ :

$$p_i(t) = \gamma_i r_i^\alpha(t) L^{1-\alpha}(t), \quad 0 < \alpha < 1$$

Здесь  $\alpha$  – эластичность выпуска по ресурсу, она принимается одинаковой для всех индивидов. Данная производственная функция предполагает, что при одновременном увеличении величин  $r_i(t)$  и  $L(t)$  в некоторое количество раз, продукт увеличится в это же количество раз. Это, в частности, означает, что по отдельно взятому ресурсу, или по отдельно взятой производительности имеет место убывающая предельная отдача. В данных терминах индивидуальная эффективность  $x_i(t)$  имеет вид

$$x_i(t) = \gamma_i^{1/(1-\alpha)} L(t)$$

так, что

$$p_i(t) = r_i^\alpha(t) x_i^{1-\alpha}(t)$$

Имеется ставка налога  $b = [0, 1]$  – экзогенный экспериментальный параметр. Налогом облагается произведенный продукт, налоговые сборы составляют бюджет  $B(t)$ :

$$B(t) = \sum_{i=1}^n b p_i(t) = \sum_{i=1}^n b \gamma_i r_i^\alpha(t) L^{1-\alpha}(t).$$

Бюджетные средства могут быть потрачены двумя способами: на увеличение производительности труда  $L(t)$  или на трансферты индивидам. В первом случае речь идет о создании общественного блага, так как уровень производительности труда характеризуется неисключаемостью и неконкурентностью в потреблении. Фактически, речь идет о бюджетных инвестициях в институциональную или физическую инфраструктуру. В случае же с трансфертами государственные средства идут на создание частных благ.

Пусть  $c \in [0, 1]$  – доля бюджетных средств, расходуемая на повышение уровня производительности (общедоступную инфраструктуру). Тогда объем ресурсов, затрачиваемый государством на инфраструктуру, составляет в каждый момент времени:

$$G(t) = cB(t),$$

При отсутствии бюджетных инвестиций в инфраструктуру уровень производительности снижается с постоянным коэффициентом обесценивания  $\lambda$ . Таким образом, динамика уровня производительности определяется формулой:

$$\frac{dL}{dt} = -\lambda L + G(t),$$

или, в дискретной форме,

$$L(t+1) = L(t) - \lambda L(t) + G(t),$$

Бюджетные средства, не потраченные на инвестиции в производительность труда, распределяются индивидам в виде трансфертов  $\tau_i(t)$ :

$$\tau_i(t) = \omega_i(t)(B(t) - G(t)), \quad i = 1, \dots, n, \quad \sum_{i=1}^n \omega_i = 1,$$

где  $\omega_i(t)$  – доля индивида в общем объеме трансфертов. Объемы индивидуальных ресурсов складываются, таким образом, из неизъятой в бюджет доли произведенного и государственного трансферта. Динамика определяется формулой:

$$\frac{dr_i}{dt} = -r_i + (1-b)\gamma_i r_i^\alpha(t) L^{1-\alpha}(t) + \tau_i(t), \quad i = 1, \dots, n.$$

или, в дискретной форме,

$$r_i(t+1) = (1-b)\gamma_i r_i^\alpha(t) L^{1-\alpha}(t) + \tau_i(t), \quad i = 1, \dots, n.$$

Важнейший, и при этом сугубо политический вопрос состоит в том, как описать распределение бюджетных трансфертов в социально-политической системе. В данной работе мы рассмотрим несколько возможных правил распределения трансфертов, включая простейшее «уравнительное» правило  $\omega_i = 1/n$ . Аналитическое исследование модели проведено для случая, когда все доли  $\omega_i$  являются экзогенными постоянными (хотя могут быть различными у разных индивидов). Численные эксперименты проведены для более сложного случая, когда эти доли  $\omega_i(t)$  определяются динамикой системы. При этом наибольший интерес представляет вопрос о связи между распределительными преимуществами и поддержкой действующей власти.

Будем считать, что решение о голосовании за или против власти как системы распределения ресурсов принимается индивидами в зависимости от изменения их благосостояния. Если объем располагаемого ресурса в данный момент времени увеличивается по сравнению с предыдущим или остается неизменным, индивид голосует «за», в ином случае – «против»:

$$v_i(t) = \begin{cases} 0, & r_i(t) - r_i(t-1) < 0 \\ 1, & r_i(t) - r_i(t-1) \geq 0 \end{cases}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Распределение трансфертов может происходить по двум правилам:

М-1: Власть распределяет средства поддерживающим ее:

$$\tau_i(t) = v_i(t-1) \frac{B(t) - G(t)}{\sum v_i(t-1)}, \quad v_i(t-1) = 1, \quad i = 1, \dots, n.$$

В рамках этого правила часть бюджета, направляемая на трансферты, делится поровну между теми, кто проголосовал за власть.

М-2: Власть распределяет трансферты недовольным:

$$\tau_i(t) = (1 - v_i(t-1)) \frac{B(t) - G(t)}{\sum v_i(t-1)}, \quad v_i(t-1) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Здесь трансфертная часть бюджета делится поровну на тех, кто проголосовал «против».

### 3. Анализ математической модели

Модель с непрерывным временем имеет вид

$$(1) \quad p_i(t) = r_i^\alpha(t) x_i^{1-\alpha}(t), \quad 0 < \alpha < 1, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$(2) \quad x_i(t) = \gamma_i^{1/(1-\alpha)} L(t), \quad i = 1, \dots, n,$$

$$(3) \quad B(t) = \sum_{i=1}^n b r_i^\alpha(t) x_i^{1-\alpha}(0) L^{1-\alpha}(t),$$

$$(4) \quad G(t) = cB(t),$$

$$(5) \quad \frac{dL}{dt} = -\lambda L + G(t),$$

$$(6) \quad \tau_i(t) = \omega_i (B(t) - G(t)), \quad i = 1, \dots, n,$$

здесь все  $\omega_i$  – постоянные и  $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ ,

$$(7) \quad \frac{dr_i}{dt} = -r_i + (1-b)r_i^\alpha(t) x_i^{1-\alpha}(0) L^{1-\alpha}(t) + \tau_i(t), \quad i = 1, \dots, n.$$

После преобразований получим из (1)-(7) систему из  $n+1$ -ого обыкновенного дифференциального уравнения для функций  $L(t), r_i(t), i = 1, \dots, n$ :

$$(8) \quad \frac{dL}{dt} = -\lambda L + cb \sum_{i=1}^n \gamma_i r_i^\alpha L^{1-\alpha},$$

$$(9) \quad \frac{dr_i}{dt} = -r_i + (1-b)\gamma_i r_i^\alpha L^{1-\alpha} + \omega_i(1-c)b \sum_{i=1}^n \gamma_i r_i^\alpha L^{1-\alpha}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Будем искать решение системы (8), (9), имеющее вид

$$(10) \quad \begin{pmatrix} L(t) \\ r_1(t) \\ \dots \\ r_n(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \\ \dots \\ \psi_n \end{pmatrix} e^{at},$$

где  $\psi_i, i = 1, \dots, n$  – пока неизвестные постоянные. Решение вида (10) соответствует режиму эволюции социальной системы, при котором соотношение индивидуальных ресурсов не меняется с течением времени. Мы будем называть этот режим стационарным. При этом если  $a > 0$ , то система является эффективной (в стационарном режиме с течением времени все индивидуальные ресурсы возрастают), если  $a < 0$ , то неэффективной. Наша ближайшая цель заключается в том, чтобы определить, при каких значениях параметров имеет место случай  $a > 0$ .

Поставим (10) в (8),(9). После ряда преобразований получим

$$(11) \quad (a + \lambda)\psi_0^\alpha = cb \sum_{i=1}^n \gamma_i \psi_i^\alpha,$$

$$(12) \quad (a+1)\psi_i = (1-b)\gamma_i \psi_i^\alpha \psi_0^{1-\alpha} + \omega_i(1-c)b \psi_0^{1-\alpha} \sum_{i=1}^n \gamma_i \psi_i^\alpha, \quad i = 1, \dots, n.$$

Подставляя сумму в правой части из (11) в (12), имеем

$$(13) \quad (a+1)\psi_i = (1-b)\gamma_i\psi_i^\alpha\psi_0^{1-\alpha} + \omega_i\frac{1-c}{c}(a+\lambda)\psi_0, \quad i=1, \dots, n.$$

Из (13) получим уравнение для частного  $\psi_i/\psi_0$ :

$$(14) \quad f_i\left(\frac{\psi_i}{\psi_0}\right) = (a+1)\frac{\psi_i}{\psi_0} - (1-b)\gamma_i\left(\frac{\psi_i}{\psi_0}\right)^\alpha - \omega_i\frac{1-c}{c}(a+\lambda) = 0, \quad i=1, \dots, n.$$

Поскольку  $f_i(0) < 0$ ,  $f_i'(0) < 0$ , и  $f_i''(\psi_i/\psi_0) > 0$  при  $\psi_i/\psi_0 > 0$ , то каждое из уравнений (14) имеет единственное решение  $\beta_i = \psi_i/\psi_0$ ,  $i=1, \dots, n$ . Это позволяет подставить  $\psi_i = \beta_i\psi_0$ ,  $i=1, \dots, n$  в уравнение (11):

$$(a+\lambda)\psi_0^\alpha = cb\sum_{i=1}^n\gamma_i\beta_i^\alpha\psi_0^\alpha,$$

откуда имеем уравнение для скорости роста  $a$ :

$$(15) \quad a+\lambda = cb\sum_{i=1}^n\gamma_i\beta_i^\alpha.$$

Здесь все  $\beta_i$  являются корнями уравнений (14) и, следовательно, зависят от  $a$ .

Их удается выписать в явном виде при  $\alpha = 1/2$ . В этом случае имеем

$$(16) \quad (a+1)\beta_i - (1-b)\gamma_i\sqrt{\beta_i} - \omega_i\frac{1-c}{c}(a+\lambda) = 0, \quad i=1, \dots, n,$$

откуда получаем

$$(17) \quad \sqrt{\beta_i} = \frac{2}{a+1}\left[(1-b)\gamma_i + \sqrt{(1-b)^2\gamma_i^2 + 4(a+1)(a+\lambda)\omega_i\frac{1-c}{c}}\right], \quad i=1, \dots, n.$$

Подставляя (17) в (15), имеем (с учетом того, что  $\alpha = 1/2$ ):

$$(18) \quad (a+1)(a+\lambda) = 2cb\sum_{i=1}^n\gamma_i\left[(1-b)\gamma_i + \sqrt{(1-b)^2\gamma_i^2 + 4(a+1)(a+\lambda)\omega_i\frac{1-c}{c}}\right],$$

$$i=1, \dots, n.$$

Если корень уравнения (18) удовлетворяет условию  $a > 0$ , то социальная система эффективна.

В качестве простейшего частного случая рассмотрим ситуацию, при которой налоговая ставка составляет 100%, т.е.  $b = 1$ . Нетрудно получить, что в этом случае система является эффективной, если выполняется неравенство

$$c^{1-\alpha}(1-c)^\alpha\sum_{i=1}^n\gamma_i\omega_i^\alpha > \lambda^{1-\alpha}.$$

Отсюда, в частности, следует, что при полном перераспределении продукта (т.е. при налоговой ставке 100%) оптимальным является значение  $c = 1 - \alpha$ . Другими словами, в данном случае оптимальная доля бюджета, направляемая на трансферты индивидам, составляет  $\alpha$ .

## 4. Вычислительные эксперименты с моделью

В вычислительных экспериментах исследовалось влияние двух правил распределения трансфертов – в пользу поддерживающих власть (М-1) или недовольных (М-2) – на развитие общества в рамках различных сочетаний налоговой нагрузки и инвестиций в

общественную инфраструктуру. В силу дискретного характера электорального выбора, эта задача не могла быть решена методами теории дифференциальных уравнений.

Общие для всех вычислительных экспериментов «настройки» модели следующие:

- численность индивидов  $n = 100$ ;
- начальное значение производительности  $L(0) = 2$ , а величина  $\gamma_i^{1/(1-\alpha)}$  распределена по нормальному закону и отнормирована так, что ее минимальное и максимальное значения равны, соответственно, 0 и 1; вследствие этого стартовая эффективность  $x_i(0) = \gamma_i^{1/(1-\alpha)}L(0)$  характеризуется единичным средним;

Проводилось две серии вычислительных экспериментов: для правила М-1 (9) и правила М-2 (10). В каждой серии экспериментальные параметры  $b$  (ставка налога) и  $c$  (доля бюджетных ресурсов на инфраструктурные инвестиции) менялись «по решетке» с шагом 0,1 для каждого из них.

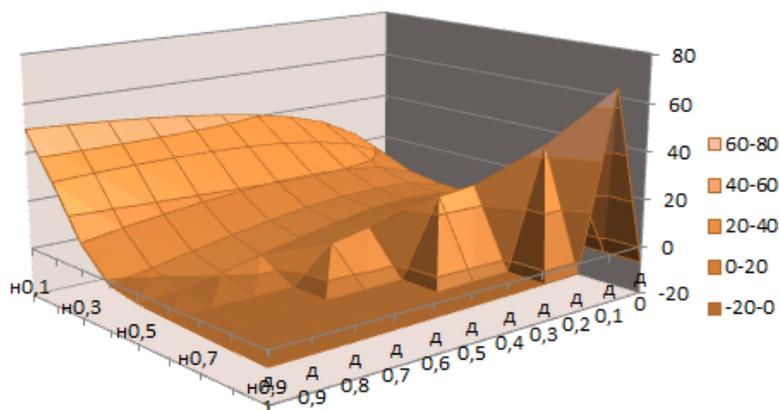
Опытным путем определено, что качественные характеристики динамики модели определяются не позднее 80-го момента времени (прекращаются немонотонные изменения параметров). Таким образом, «длина»  $t$  каждого эксперимента составила 80. В общем случае результаты вычислительных экспериментов фиксируются в последний момент времени.

В качестве важнейших численных характеристик состояния общества (зависимых величин) мы рассматривали:

- уровень производительности  $L(t)$ . На поздних стадиях развития системы ( $t = 80$ ) уровень производительности почти функционально связан с суммарным объемом ресурса  $R(t)$  и может служить хорошим индикатором «богатства» общества;
- долю поддерживающих власть  $V(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i(t)$ ;
- коэффициент концентрации доходов Джини;
- коэффициент ранговой корреляции (Спирмэна) между индивидуальной эффективностью и индивидуальным объемом ресурса. Данная связь показывает, в какой мере в обществе реализуется принцип «каждому по способностям».

Наиболее существенные результаты вычислительных экспериментов следующие. И для М-1, и для М-2 наблюдается нелинейное влияние сочетания налога ( $b$ ) и инвестиционной доли ( $c$ ) на развитие общества. При низких ставках налога лучшие результаты дают высокие значения инвестиций, при высоких налогах – низкие.

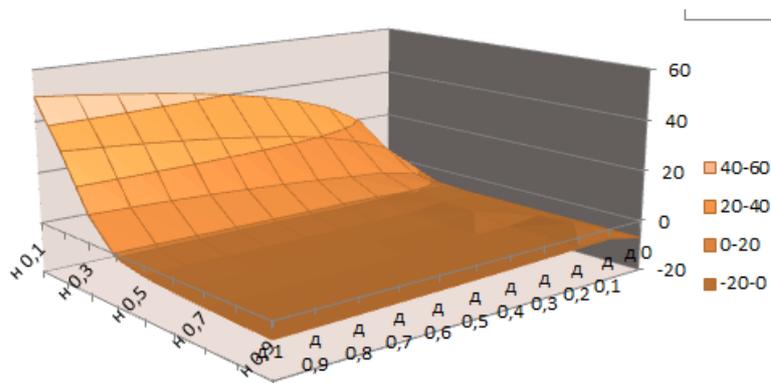
Однако «масштабы» проявления этой нелинейности очень сильно различаются в моделях М-1 и М-2. Рассмотрим М-1, где трансферты распределяются поддерживающим власть. На графике поверхности ниже (рис. 1) буквами «н» помечены значения ставки налога, буквами «д» – значения инвестиционной доли бюджета. По вертикальной оси отложен логарифм уровня производительности.



**Рис. 1.** Зависимость логарифма уровня производительности от ставки налога и доли бюджета, направленной на инвестиции, в модели М-1.

На рис. 1 видно, что имеются две (неравные) области «хороших результатов». Первая связана с низкими ставками налога, и здесь повышение инвестиционной доли бюджета дает эффект роста. Лучшим сочетанием «налог–инвестиции» в этой области является 0,1-0,9. Вторая «успешная» область – сочетание высоких налогов и низких инвестиционных долей, где комбинация 0,9 – 0,1 обеспечивает самый высокий уровень производительности среди всех реализаций модели. Для обеих «зон успеха» характерен не только высокий уровень производительности, но и высокие темпы ее роста, что гарантирует постоянное увеличение как совокупного, так и индивидуальных ресурсов. Как следствие, электоральная поддержка власти здесь составляет 100% и трансферты распределяются поровну между всеми членами общества. Однако только для комбинации «высокие налоги – низкая инвестиционная доля» (0,9-0,1) характерно практически полное отсутствие социального неравенства (Джини равен 0,02).

Для правила М-2, где трансферты распределяются проголосовавшим против власти, картина существенно иная. Ключевое отличие состоит в том, что здесь не возникает второй «области успеха» в зоне высоких налогов (рис. 2).



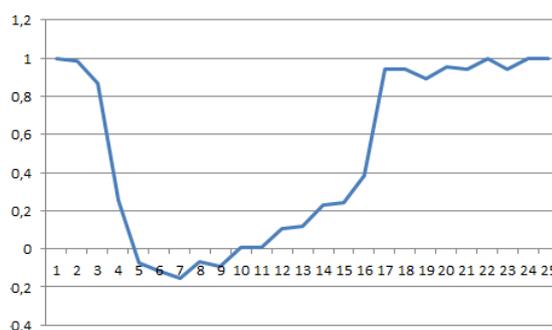
**Рис. 2.** Зависимость логарифма уровня производительности от ставки налога и доли бюджета, направленной на инвестиции, в модели М-2.

Чем обусловлено столь существенное различие в развитии двух моделей? Прежде всего, тем, что в М-1 распределение ресурсов жестко привязано к индивидуальной эффективности. Коэффициент корреляции между этими характеристиками на всех этапах развития модели при любых настройках параметров равен единице. Напомним, что голосование в поддержку власти зависит от индивидуального ресурсного роста (8), кото-

рый в состоянии обеспечить лишь более продуктивные индивиды. Они же – за счет голосования «за» власть – получают трансферты. В этом смысле М-1 представляет собой жесткую либеральную модель.

Покажем более конкретно, как возникает пик производительности М-1 в зоне высоких налогов, отсутствующий в М-2. Механизм таков: сначала происходит перераспределение практически всех ресурсов в пользу самого эффективного игрока, который постепенно обеспечивает рост производительности до того уровня, который позволяет успешно работать всем остальным индивидам. За счет очень высокой налоговой ставки их ресурсное отставание сокращается и, в конечном счете, ликвидируется. Так «жесткая либеральная модель» приводит к построению, по сути, социалистического общества!

В М-2 трансферты передаются тем, кто имел отрицательный прирост индивидуального ресурса. Это не означает, что в рамках этого правила трансферты всегда передаются неэффективным: отрицательный прирост может наблюдаться и у продуктивных игроков (как раз в силу особенностей государственной перекачки ресурсов). Однако дизайн М-2 создает возможность, в принципе отсутствующую в М-1: разрыва связи «эффективность – ресурсная обеспеченность». Показателем является график зависимости коэффициента корреляции между эффективностью и ресурсами от времени (рис. 3), типичный для многих реализаций модели М-2.



**Рис. 3.** Зависимость коэффициента корреляции между эффективностью и ресурсной обеспеченностью от времени в модели М-2.

За счет того, что длительное время ресурсы находятся не у самых продуктивных индивидов, данная модель демонстрирует в целом худшие показатели экономического роста и не способна обеспечить «рывок» в зоне высоких налогов (чем выше налоги, тем большая доля совокупного ресурса общественной системы может оказаться у неэффективных индивидов).

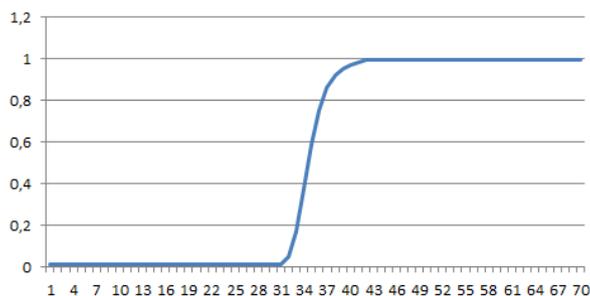
Так как в рассматриваемых моделях голосование «экономикоцентричное», заданное изменением индивидуального благосостояния (8), вполне естественно, что лучшие показатели поддержки власти у более экономически успешной модели, то есть у М-1. В таблице 1 показаны равновесные ( $t = 80$ ) доли поддержки власти как системы распределения ресурсов при различных сочетаниях параметров.

**Таблица 1.** Равновесные доли поддерживающих власть в зависимости от ставки налога (столбцы) и уровня инвестиций (строки) в моделях М-1 и М-2.

	М-1									М-2								
	налог									налог								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

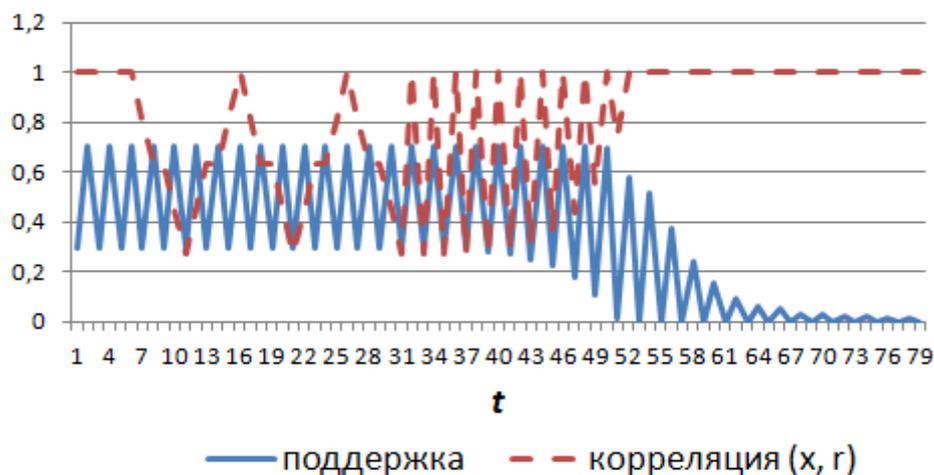
	М-1									М-2								
	налог									налог								
0,2	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0,3	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0,4	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0,5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0,6	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0,7	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0,8	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
0,9	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0

В то же время, если рассмотреть не только долгосрочные результаты функционирования моделей, но и внутреннюю динамику, картина станет значительно сложнее. Так, например, очень успешный результат М-1 при для сочетания 0,9-0,1 (пик на рис. 1), детально охарактеризованный выше, был бы чрезвычайно трудно достижим в реальных политических условиях. Так как на первом этапе развития общества практически все ресурсы перераспределяются в пользу самого эффективного игрока, он и является единственным, поддерживающим существующую систему. График зависимости доли поддерживающих власть от времени (М-1, 0,9-0,1) показывает, что на протяжении очень длительного срока перераспределение ресурсов проходит в условиях практически полного отсутствия поддержки (рис. 4). Политически реализовать такой сценарий можно было бы, видимо, только в авторитарном режиме (если вообще возможно).



**Рис. 4.** Зависимость доли поддерживающих власть от времени в модели М-1 при ставке налога 0,9 и доле бюджета на инвестиции 0,1.

В этом смысле модель М-2 является более «политически устойчивой», особенно при таких комбинациях параметров, которые ведут к «плохим» равновесиям. Так, на рис. 5 (настройки 0,7-0,1) до 45-го момента времени поддержка колеблется вокруг 0,5, что вполне позволяет рассчитывать на сохранение власти. Это происходит за счет возможности распределять ресурсы в пользу неэффективных индивидов за счет трансфертов, – той самой возможности, которая делает эту систему менее эффективной в экономическом плане.



**Рис. 4.** Зависимость доли поддерживающих власть от времени в модели М-1 при ставке налога 0,9 и доле бюджета на инвестиции 0,1.

## 5. Заключение

Рассмотрены три правила распределения системного ресурса: в соответствии с экзогенно заданными постоянными долями членов группы, динамическое распределение ресурса между сторонниками власти (М-1), динамическое распределение между противниками власти (М-2).

Случай постоянных долей рассмотрен аналитически, методами теории дифференциальных уравнений. Рассмотрен стационарный режим, характеризуемый пропорциональным ростом индивидуальных ресурсов всех членов группы. Получено необходимое и достаточное условие эффективности системы, имеющее вид неявного соотношения между параметрами. В частности, из этого соотношения следуют некоторые тривиальные зависимости, которые позволяют провести верификацию модели (например, система тем более эффективна, чем меньше коэффициент обесценивания  $\lambda$  производственной инфраструктуры  $L(t)$ ). В то же время, зависимость системной эффективности от налоговой ставки  $b$  и доли бюджета  $1-c$ , направляемой на трансферты, носит нетривиальный характер. Другими словами, эффективность системы зависит от комбинации параметров  $b, c$  и не может быть редуцирована к двум отдельным зависимостям. Для частного случая 100%-ной налоговой ставки получено, что оптимальная доля бюджета, направляемая на трансферты индивидам, равна эластичности выпуска по ресурсу.

Результаты вычислительного эксперимента подтверждают аналитические выкладки. Кроме того, показано, что характер нелинейной зависимости эффективности системы от ставки налога и инвестиционной доли бюджета существенно меняется при изменении правила распределения трансфертов. В частности, рост эффективности при высокой налоговой нагрузке достигается только в рамках модели М-1 (трансферты направляются индивидам, поддерживающим власть). В то же время, модель М-2 (трансферты недовольным) оказывается в динамическом смысле более «политически устойчивой»: даже при проигрышных в долгосрочной перспективе комбинациях налоговой ставки и инвестиционной доли бюджета система способна длительное время удерживать высокий уровень поддержки власти.

Исследование выполнено в рамках программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета – Высшей школы экономики по теме «Общественные ожидания, публично-политические приоритеты и бюджетное перераспределение ресурсов: модели взаимосвязи в демократических и гибридных режимах», реализуемой Лабораторией качественных и количественных методов анализа политических режимов региональных политических исследований.

## Список литературы

1. Battaglini M., Nunnari S., Palfrey T. Legislative Bargaining and the Dynamics of Public Investment // *American Political Science Review*. 2012. Vol. 106, No. 2. P. 407-429.
2. Besley T., Coate S. Sources of Inefficiency in a Representative Democracy: A Dynamic Analysis // *The American Economic Review*. 1998. Vol. 88, No. 1. P. 139-156
3. Aschauer D. Is public expenditure productive? // *Journal of Monetary Economics*. 1998. Vol. 23. P. 177-200.
4. Robertson G. *The Politics of Protest in Hybrid Regimes: Managing Dissent in Post-Communist Russia*. New York: Cambridge University Press, 2010.
5. Brownlee, J. *Authoritarianism in an Age of Democracy*. New York: Cambridge University Press, 2007.
6. Yakovlev A., Marques I., Nazrullaeva E. *From Competition to Dominance: Political Determinants of Federal Transfers in Russian Federation*. HSE working paper WP BRP 12/EC/2011.