

## ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭКОНОМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С РАЗНЫМ МАСШТАБОМ ИЗМЕРЕНИЯ

### Аннотация

В работе описывается экспериментальное исследование динамических характеристик самоподобных разномасштабных финансовых временных рядов и проверка качества статистических, эконометрических и интеллектуальных методов их анализа и прогнозирования. Исследование проводилось на 25 различных финансовых временных рядах, в том числе на рядах цен акций российских и зарубежных компаний, цен на золото, нефть, индексов ММВБ, S&P, курсов валют и т.д. Анализ этих рядов подтвердил наличие общих закономерностей в изменении структуры ряда в зависимости от масштаба.

### Ключевые слова

Временные ряды, масштабы измерения, самоподобие, модели, динамические характеристики.

**Актуальность** темы вызвана тем, при анализе экономических и финансовых рядов используются методы анализа, основывающиеся на самоподобии этих процессов. Т.е. считается, что фрактал сохраняется при изменении масштаба измерения и можно агрегировать и детализировать данные. Но свойство самоподобия зафиксировано только на рядах телетрафиков [18].

Многочисленными исследованиями установлено, что в таких областях, как телекоммуникации, страхование, экономическая, финансовая деятельность и др. временные ряды имеют распределение с тяжёлыми хвостами и, так называемую, долговременную память. Это свидетельствует о наличии в них свойств фрактальности [17].

В работе ставится **цель** – проверить на финансовых рядах сохраняется ли самоподобие при изменении масштаба измерения и при нарушении этой гипотезы изучить основные динамические параметры этих рядов. Как известно, в самоподобных временных рядах масштабируемой величиной может быть пространство (длина, ширина) или время.

**Базой** для исследований в представляемой работе являются: индекс ММВБ, индекс Oil&Gaz, котировки акции компании Apple, курс EURO/DOLLAR и котировки акции АО «Север-Сталь» и пр. (всего 25 временных рядов). В качестве финансовых показателей выбирались цены в масштабах измерения: 1 мин, 5 мин, 15 мин, 30 мин, 1 час, 4 часа, 1 день, 1 неделя, 1 месяц.

**Исследование включало** в себя расчеты при различных масштабах измерения:

- 1) самоподобия приведенных выше рядов при изменении масштаба с помощью фактора Фано (индекса разброса (IDC));
- 2) показателя H Херста;
- 3) критериев наличия «тяжелых хвостов» - спектрального и Хилла;
- 4) критериев соответствия законам распределения;
- 5) гетероскедастичности с использованием теста Бреуша-Погана;
- 6) условной гетероскедастичности (ARCH в остатках);
- 7) энтропии Колмогорова;
- 8) уровня шума в рядах по критерию Донохо – Джонстона;
- 9) изменения дисперсии ряда и коэффициента вариации;
- 10) корреляционной и фазовой размерностей;
- 11) показатели качества моделей Акайке и Шварца на разных масштабах измерения с использованием: а) группа статистических методов (AR, ARMA и ARIMA); б) группа эконометрических методов (ARMA+GARCH, ARMA+HYGARCH, ARMA+EGARCH, ARFIMA, ARFIMA+FIGARCH); в) группа методов интеллектуального анализа (эвристический (генетический) алгоритм, нейросетевой алгоритм пакета PolyAnalyst компании Megarputer Intelligence и метод скользящей фрактальности - Гусеница SSA).

Результаты исследований показали, что во всех проанализированных финансовых рядах при изменении масштаба измерения наблюдались изменения перечисленных характеристик, что не соответствует теории самоподобия агрегированных временных рядов.

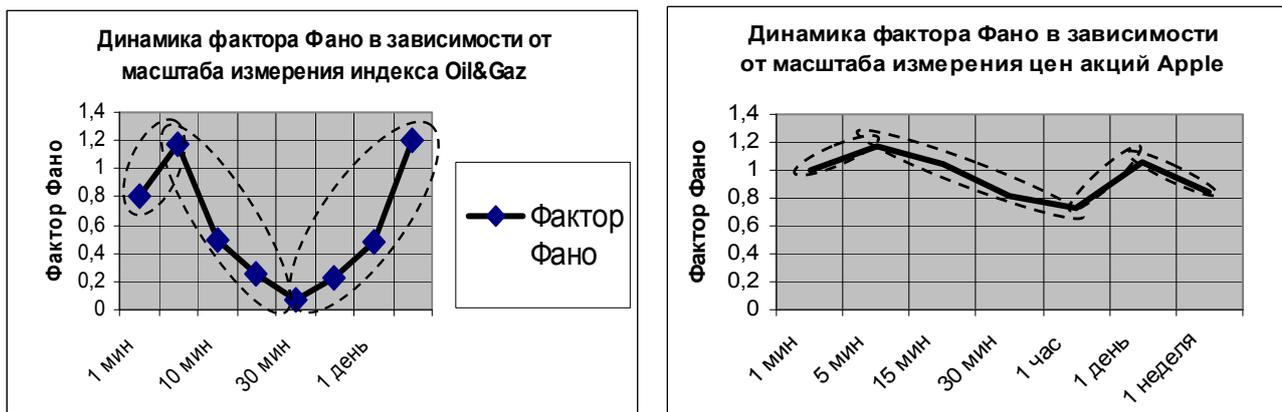


Рис.1. Динамика фактора самоподобия в зависимости от масштаба измерения: а) индекса Oil&Gaz и б) цен акций Apple

Так на рис.1 приведены типичные графики изменения фактора самоподобия. Овалами отделены друг от друга масштабы сохранения фрактала [12].



Рис.2. Наличие тяжелых хвостов в рядах: а) индекс Oil&Gaz и б) цены акций АО Север-Сталь

На рис.2. приведены примеры изменения значений критериев наличия «тяжелых хвостов» в распределениях. Из исследований следует, что практически на всем диапазоне измерения присутствуют «тяжелые хвосты» в дисперсии и при больших масштабах появляются «тяжелые хвосты» в среднем [6, 11].

Показатель H Хёрста определяет тип процесса. Некоторые результаты исследований приведены на рис.3. Практически во всех проанализированных рядах на указанном выше диапазоне масштабов измерения H Хёрста изменялся от 0.5 до 0.8 (от случайного до трендоустойчивого).

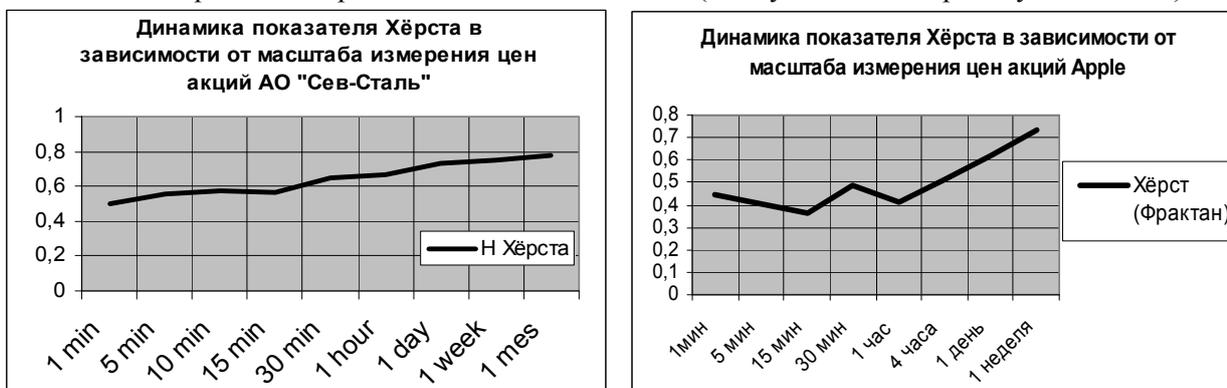


Рис.3. Динамика показателей H Хёрста в зависимости от масштабов измерения финансовых рядов

Результаты исследований гетероскедастичности показали, что она присутствует во всех временных рядах на значительной части исследуемого диапазона. Последнее вызывает необходимость применения для анализа диапазонов масштабов измерения с гетероскедастичностью моделей типа ArFima (рис.4) [8, 9, 16].

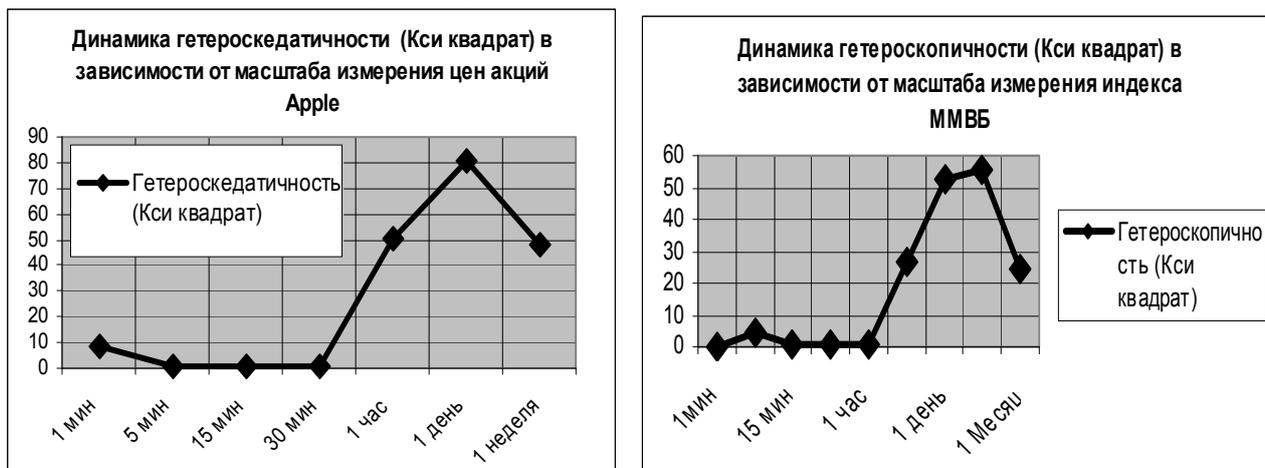


Рис.4. Примеры динамики показателя гетероскедастичности в зависимости от масштаба измерения финансовых временных рядов

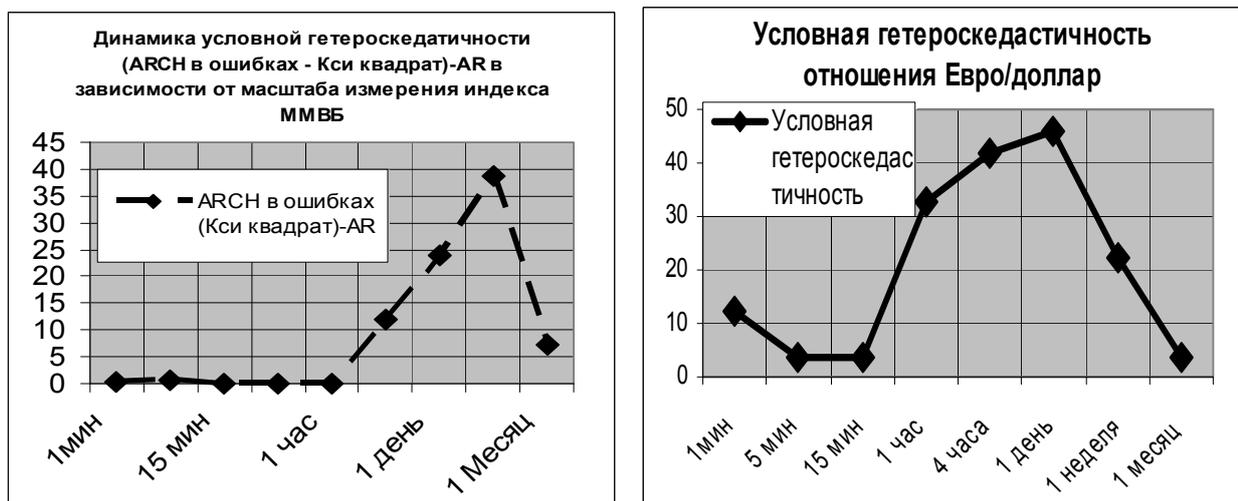


Рис.5. Примеры динамики показателя Arch в ошибках в зависимости от масштаба измерения финансовых временных рядов

Модель ARCH, т.е. модель с авторегрессионной условной гетероскедастичностью (autoregressive conditional heteroskedasticity), предложена Р. Энглом в 1982 г. для моделирования кластеризации волатильности [4]. При наличии Arch в ошибках, существенным предположением, определяющим выбор метода анализа является вид распределения. В зависимости от них различают, например, GARCH( $p, q$ ) с распределениями Парето [7], Лапласа [15], альфа-устойчивым [10], нормальным, с  $t$ -распределением Стьюдента [20] и др. (рис.5).

#### Выводы по динамическим показателям

Рассматривая всю совокупность динамических показателей, соответствующих разным масштабам измерения финансовых временных рядов, можно выделить несколько кластеров (рис.6).

	Кластер I	Кластер II	Кластер III	Кластер IV
Показатель Хёрста	Близок 0.5	Близок к 0.6	Близок к 0.7	Близок к 0.8
Фазовая размерность	Наибольшая	Средняя	Мала	Наименьшая
Закон распределения	Не противоречит t-Стьюдента	Не противоречит t-Стьюдента	Не противоречит распределению Парето	Не противоречит распределению Парето
Гетероскедастичность	Отсутствует или мала	Мала	Средняя	Наибольшая
ARСH в остатках	Отсутствует или мала	Мала	Средняя	Наибольшая
Энтропия Колмогорова	Наибольшая	Средняя	Небольшая	Мала
Тяжелые хвосты	Нет	Незначительно в дисперсии	В дисперсии	Наибольшие в дисперсии; В некоторых случаях появляются и в мат. ожидании
Масштаб	1 минута	5 минут – 1 час	1 час – 1 неделя	1 месяц и более

Рис. 6. Кластеризация масштабов измерения

1). **1 минутный масштаб измерения** – стоит особняком. Чаще всего это отдельная самоподобная структура: процесс случайный (показатель Хёрста близок к 0.5, фазовая размерность наибольшая – порядка 9-12); закон распределения не противоречит распределению t-Стьюдента, гетероскедастичность и условная гетероскедастичность малая, энтропия Колмогорова, свидетельствующая о скорости затухания памяти в рядах, наибольшая; тяжелые хвосты в большинстве отсутствуют.

2). **Диапазон 5 минутного - 1 часового масштаба** измерения характеризуется следующей комбинацией динамических показателей: процесс имеет большую случайную составляющую, но появляется и компонента детерминированного хаоса (показатель Хёрста близок к 0.6, фазовая размерность начинает уменьшаться – порядка 7-8); закон распределения не противоречит распределению t-Стьюдента, появляются гетероскедастичность и условная гетероскедастичность, энтропия Колмогорова, свидетельствующая о скорости затухания памяти в рядах, большая, но меньше, чем при 1 минутном масштабе; в большинстве рядов появляются тяжелые хвосты в дисперсии.

3). **Диапазон 1 часового – 1 недельного масштаба** измерения характеризуется следующим: высокочастотные некоррелируемые шумы (критерий Донохо-Джонстона) увеличиваются до 15-20%, компонента детерминированного хаоса большая (показатель Хёрста близок к 0.7, фазовая размерность продолжает уменьшаться – до 6-5); закон распределения не противоречит распределению Парето (степенному), гетероскедастичность и условная гетероскедастичность наибольшие, энтропия Колмогорова, свидетельствующая о скорости затухания памяти в рядах, уменьшается; тяжелые хвосты в дисперсии в большинстве рядов большие.

4). **Диапазон 1 месячного масштаба измерения** – из-за небольшой длины рядов проанализирован у меньшего числа временных рядов. Он характеризуется: шумовая составляющая (критерий Донохо-Джонстона) наибольшая, компонента детерминированного хаоса большая (показатель H Хёрста близок к 0.8, фазовая размерность продолжает уменьшаться – порядка 5-4); закон распределения не противоречит распределению Парето (степенному), гетероскедастичность и условная гетероскедастичность уменьшаются, энтропия Колмогорова, свидетельствующая о скорости затухания памяти в рядах, мала; тяжелые хвосты в дисперсии в большинстве рядов наибольшие и в ряде рядов появляются тяжелые хвосты в среднем.

Совмещая требования и предпосылки, необходимые для применения у различных методов и комбинации динамических показателей, полученных при анализе разномасштабных временных рядов, можно сделать предварительные выводы об эффективной области применения групп методов.

В соответствии с поставленной целью и задачами, нами исследовались статистические, эконометрические и интеллектуальные методы анализа одномерных временных рядов.

1. Группа статистических методов - они широко известны и не требуют пояснений.
2. Группа эконометрических методов - выбор методов вызван наличием следующих динамических показателей: тяжестью хвостов, типом распределения, гетероскедастичностью и условной гетероскедастичностью, полученными в результате анализа одномерных финансовых рядов.
3. Группа методов интеллектуального анализа - эти методы в своем большинстве свободны от жестких предпосылок для их применения, которые обязательны при анализе статистическими и эконометрическими методами. Но их применение к разномасштабным временным с изменяющимися динамическими показателями рядам не исследовано.

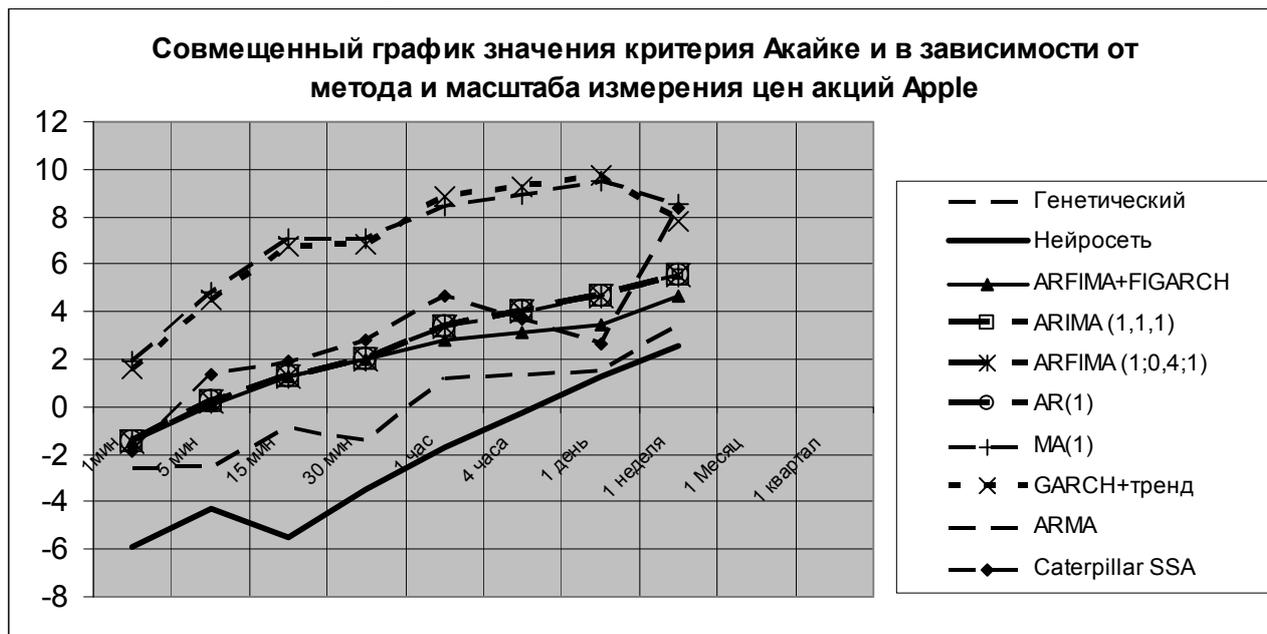


Рис.7. Критерий АИС различных методов анализа в зависимости от масштаба измерения цен акций Apple



Рис.8. Критерий АИС различных методов анализа в зависимости от масштаба измерения цен акций АО «Север-сталь»



Рис.9. Критерий AIC различных методов анализа в зависимости от масштаба измерения индекса ММВБ

Обобщая анализ применения различных методов для указанных временных рядов (рис.7-9) можно видеть следующую **практическую значимость**:

1). Первой особенностью методов анализа временных рядов является доминирование интеллектуальных методов анализа (нейросеть, эвристический и скользящей фрактальности SSA) на втором кластере изменения масштаба измерения (5 мин- 1 час).

2). Второй особенностью является ухудшение показателей интеллектуальных методов в третьем кластере изменения масштаба измерения (1 час – 1 неделя). Кривые этих методов изменяют свой наклон, а эконометрические методы его сохраняют.

3). В первом кластере, то есть участке измерения 1 минута, можно видеть, что здесь по критерию качества модели все типы моделей сближаются. Ухудшение качества интеллектуальных методов, видимо, можно объяснить переобучением этих моделей (стремлением найти закономерности шумовой некоррелированной составляющей ряда).

4). В четвертом кластере изменения масштаба измерения (1 месяц и более) значения критерия качества моделей становятся близкими друг к другу и экстраполяция кривых показывает, что лучшими становятся эконометрические модели и скользящей фрактальности SSA. Проверить эти предположения при увеличении масштаба измерения более 1 месяца не удалось из-за необходимости иметь достаточно длинные временные ряды.

После анализа и выявления критерия качества на разных финансовых временных рядах, можно выделить оптимальные методы на разных диапазонах:

1). Для 1 минутного диапазона эффективно применение статистических методов: AR, ARMA, ARIMA.

2). Для диапазона 5 минут – 1 час: интеллектуальные методы и ARMA + GARCH, ARMA + HYGARCH, ARMA + EGARCH в зависимости от распределения.

3). Для масштабов измерения 1 час – 1 неделя должны быть эффективны методы ARFIMA + FIGARCH и интеллектуальные методы.

4). Для масштабов измерения 1 месяц и более, где сохраняются тяжелые хвосты в дисперсии и появляются тяжелые хвосты в среднем, - ARFIMA + FIGARCH.

Основной вывод и **научная новизна** данной статьи заключается в не подтверждении гипотезы о самоподобии финансовых временных рядов. А именно, результаты исследований показали, что ряд разбивается на несколько кластеров относительно масштаба измерения, которые отличаются друг от друга своими характеристиками, такими как: самоподобие, показатель H Хёрста, гетероскедастичность, наличие тяжелых хвостов и так далее. Следовательно, для каждого участка временного ряда нужны свои методы моделирования, а не один инструмент, для всех масштабов измерения согласно гипотезе о самоподобии.

В результате исследования удалось выделить несколько однородных кластеров временных рядов при различных масштабах измерения, внутри которых свойства различных рядов были достаточно однородны, а также выявить некоторые особенности использования различных статистических, эконометрических моделей и методов интеллектуального анализа данных.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Anna Carbone. Algorithm to estimate the Hurst exponent of high-dimensional fractals. I-10129, Torino, Italy. 2008.
2. Baillie, Richard T. and Tim Bollerslev (1992), "Prediction in Dynamic Models with Time Dependent Conditional Variances," *Journal of Econometrics*, 52, 91-113.
3. Bollerslev Tim, Ray Y. Chou and Kenneth F. Kroner (1992) «ARCH modeling in finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence», *Journal of Econometrics*, 52, 5-59.
4. Bollerslev, T., Engle, R.F., Nelson, D.B., ARCH models. In: Engle, R.F., McFadden, D. (Eds.) // *Handbook of Econometrics*, Vol. IV. North-Holland, Amsterdam, 1994
5. Donoho D, Johnstone I J. *Am. Stat. Assoc.* 90 1200 (1995).
6. Holger Drees, Laurents de Haan, and Sidney Resnick, "How to make a Hill Plot", Sept. 1998.
7. M. Hoehstoetter, *The Pareto Distribution as a Hypothesis for Returns of Stockes Listed in the DAX*, Hamburg, Verlag Dr. Kovach, 2006.
8. L.G.Godfrey, "Testing for Multiplicative Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 8 (1978), 227-36;
9. T.S.Breusch, A.R.Pagan, "A Simple Test for Heteroskedasticity and Random Coefficient Variation," *Econometrica*, 47 (1979), 1287-94
10. S.T. Rachev, C. Menn, Frank J. Fabozzi, *Fat-tailed and Skewed Asset Return Distribution. Implications for Risk Management, Portfolio Selection, and Option Pricing*, John Wiley & Sons, Hoboken, USA, 2005.
11. S.I.Resnick., G.Samorodnitsky. A heavy traffic approximation for workload processes with heavy tailed service requirements. *Management Science*. 46:1236-1248. 2000.
12. Vern Paxson, "Fast, Approximate Synthesis of Fractional Gaussian Noise for Generating Self-Similar Network Traffic". *Computer Communications Review*, V. 27 N. 5, October 1997, pp. 5-18.
13. Айвазян С. А., Мхитарян В. С. *Прикладная статистика и основы эконометрики*. М., 1998.- 1022с
14. Голяндина Н. Е. Учебное пособие *Метод «Гусеница-SSA: прогноз временных рядов»*, Паблицинг», 2006;
15. О.А. Бельснер, О.Л. Крицкий. Имитационное моделирование значений временных рядов методом динамических условных корреляций на основе несимметричного распределения Лапласа // *Известия ТПУ*, 2006, т. 309, №5, с. 12–16.
16. Перцовский О.Е. Моделирование валютных рынков на основе процессов с длинной памятью// *Препринт WP2/2004/03*, Серия WP2, Количественный анализ в экономике. М.: ГУ ВШЭ, 2004
17. Петерс Э. *Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории Хаоса в инвестициях и экономике*. М: Интернет-трейдинг, 2004 – 304 с.
18. Цыбаков Б.С. Модель телетрафика на основе самоподобного случайного процесса//*Радиотехника*, 1999, №5.
19. Шелухин О.И., Тенякшев А.М., Осин А.В. *Фрактальные процессы в телекоммуникациях*. Под ред. Шелухина О.И. – М.: Радиотехника, 2003.- 480с
20. Щетинин Е.Ю. *Математические модели и методы количественного анализа фондовых рынков с высокой волатильностью: дис. докт. физ.–мат. наук : 05.13.18 : защищена 24.11.06 / Щетинин Евгений Юрьевич. – Тверь, 2006. – 220 с.*

**Perminov G.I.**, The senior lecture, Cand.Tech.Sci.  
Assoc. Business Analytics Department, NRU-HSE, (Moscow, Russia)

#### **LAWS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF ECONOMIC TIME LINES WITH DIFFERERNT SCALE OF MEASUREMENT**

## **Abstract**

This paper the experimental research of dynamic characteristics self-similar scales of measurement financial time lines and quality check statistical, econometrics and intellectual methods of their analysis and forecasting is described. Research was carried out on 25 various financial time lines, including on lines of the prices of actions of the Russian and foreign companies, the prices for gold, oil, indexes of the MMVB, S&P, exchange rates, etc. The Analysis of these lines has confirmed presence of the common laws in change of structure of lines depending on scale.

### **Key words**

Time lines, scales of measurement, self-similarity, models, dynamic characteristics.