

Math-Net.Ru

Общероссийский математический портал

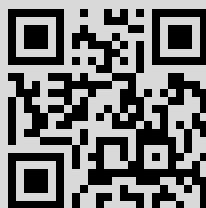
В. К. Колесников, Г. В. Морозов, В. Г. Петров, Эффективность плазменного замыкателя электрического тока в магнитном поле, *Матем. моделирование*, 1990, том 2, номер 7, 20–27

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением <http://www.mathnet.ru/rus/agreement>

Параметры загрузки:

IP: 92.242.59.6

1 октября 2015 г., 19:01:18



ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В НАУКЕ И ТЕХНИКЕ

УДК 533.95

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПЛАЗМЕННОГО ЗАМЫКАТЕЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© В.К. Колесников, Г.В. Морозов, В.Г. Петров

Московский авиационный институт, НИИ прикладной электродинамики, Москва

Предложено модельное описание плазменного замыкателя. Найден эффективный радиус собирания электрического тока, полный предельный ток и требуемая для этого разность потенциалов для сферически-симметричного случая. При наличии магнитного поля на основе одномерной модели проведен расчет параметров плазменного облака в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. На основе этого расчета проанализировано влияние магнитного поля на эффективный радиус собирания электрического тока.

EFFICIENCY OF PLASMA CONTACTOR IN MAGNETIC FIELDS

V.K. Kolesnikov, G.V. Morozov, V.G. Petrov

The plasma contactor model is described. The length of effective collection radius for electric current, the current limit and the necessary potential difference are calculated in the case of spherical symmetry. The magnetic field influence on the collection radius length is analysed. For the plane perpendicular to the magnetic field the calculation of plasma cloud parameters on the base of one-dimensional model is fulfilled.

Введение. В качестве средства генерации электрической энергии на околоземной орбите в настоящее время рассматриваются электродинамические системы с привязным субспутником, так называемые тросовые системы. При движении такой системы поперек силовых линий магнитного поля Земли в ней наводится э.д.с. Как известно, величина этой э.д.с. определяется скоростью спутника v , напряженностью магнитного поля H и длиной троса l :

$$\epsilon = Hvl/c.$$

Здесь c — скорость света (в работе используется гауссова система единиц).

Для орбит порядка 300 км магнитное поле $H = 0,4$ Гс. Таким образом, при скорости спутника 8 км/с и длине троса 100 м величина наводящейся э.д.с. будет порядка 30 В.

Генерация энергии будет осуществляться, если обеспечена возможность прохождения электрического тока в цепи тросовая система—ионосфера. Самый простой способ пропустить ток в такой цепи состоит в том, чтобы установить на конце троса с положительным электрическим потенциалом коллектор, собирающий электроны из окружающей ионосферы, а на другом конце — испускать их в ионосферную

плазму. Предельный ток, обеспечиваемый такой системой, пропорционален площади коллектора [1], и, следовательно, для создания значительных токов необходимо применение громоздких объектов, что затруднительно.

Для того чтобы коллектор собирал электронный ток, превышающий хаотический электронный ток в плазме, перехватываемый площадью этого коллектора, необходимо увеличить плазменную концентрацию вблизи субспутника. В этом случае можно обойтись коллектором сравнительно умеренной площади. Усиление тока может быть осуществлено с помощью плазменного замыкателя, представляющего собой источник, который создает вокруг коллектора облако плотной плазмы. Граница облака имеет намного большую действующую площадь собирания электронного тока, чем физическая площадь коллектора. Таким образом, если весь электрический ток, который входит в плазменное облако, поступит на поверхность коллектора, то, благодаря этому, плазменный замыкатель обеспечит усиление тока по сравнению с тем уровнем, который может быть принят собственно коллектором непосредственно из ионосферной плазмы.

Упрощенное математическое описание действия плазменного замыкателя предложено [2, 3]. В этих работах распределение ионов по скоростям предполагалось моноэнергетичным, влиянием тепловой энергии и магнитного поля на разлет облака пренебрегалось.

В силу замагниченности ионосферных электронов ток, собираемый плазменным замыкателем из ионосферной плазмы, протекает в основном вдоль силовых линий магнитного поля. Для определения величины этого тока необходимо знать размеры облака в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Целью настоящей работы является оценка поперечных (по отношению к магнитному полю) размеров облака, создаваемого сферическим источником радиуса и расчет максимального электрического тока на коллектор. При этом под размерами облака будем понимать область плотной плазмы, в которой параметр Холла для электронной компоненты меньше или порядка единицы.

1. Уравнения. Будем полагать, что ионы не сталкиваются между собой в отличие от электронов, которые сталкиваются как друг с другом, так и с ионами; усредненное воздействие электронов на ионы направлено вдоль тока электронов. Кроме того, предположим, что все ионы испускаются с одинаковой скоростью (формально это означает, что температура ионов T_i равна нулю). Поскольку тепловая скорость электронов много больше направленной скорости плазмы, то продольная температуропроводность достаточно велика и, следовательно, температуру электронов T_e в продольном направлении можно считать постоянной.

Поперечная же температуропроводность сравнительно мала, так как движению электронов препятствует магнитное поле, однако для простоты будем считать, что $T_e = \text{const}$. Пренебрежем инерцией электронов, учитывая, что масса электрона мала по сравнению с массой иона. Процесс предполагается стационарным.

В соответствии с этими предположениями можно использовать гидродинамические уравнения двухкомпонентной плазмы [4]:

$$\nabla \cdot nu_e = 0,$$

$$\nabla \cdot nu_i = 0,$$

$$0 = -en(E + [u_e H]/c) - R - T_e \nabla n, \quad (1)$$

$$Mn(u_i \nabla) u_i = en(E + [u_i H]/c) + R.$$

$$T_e = \text{const}.$$

В этой системе уравнений n — концентрация плазмы; $u_{e,i}$ — макроскопические скорости электронов и ионов; T_e — температура электронов; E и H — напряженности электрического и магнитного полей; M — масса иона. Плотность тока связана с макроскопическими скоростями электронов и ионов выражением

$$j = en(u_i - u_e).$$

Величина R обозначает обмен импульсом между электронной и ионной компонентой плазмы:

$$R = mn\nu(u_e - u_i). \quad (2)$$

Здесь ν обозначает частоту электрон-ионных столкновений. Эта частота складывается из двух составляющих: одна есть просто частота кулоновских столкновений, другая — частота столкновений, обусловленная возможной турбулентностью плазмы:

$$\nu = \nu_{ei} + \nu_{eff}. \quad (3)$$

Поскольку электронная температура в плазменном облаке превышает ионную, наличие токовой скорости электронов на уровне их тепловой скорости должно приводить к неустойчивости плазмы. На основе сопоставления квазилинейного рассмотрения неустойчивости и результатов экспериментов в [2] предложено в качестве оценочного значения частоты столкновений в турбулентной плазме использовать выражение

$$\nu_{eff} = \alpha\omega_p = \alpha\sqrt{4\pi e^2 n/m}, \quad (4)$$

где α — численный коэффициент, $0 \leq \alpha \leq 1$. Внутри рассматриваемого облака $\nu_{eff} \gg \nu_{ei}$, поэтому будем считать, что $\nu = \nu_{eff}$.

2. Разлет плазмы в отсутствие магнитного поля. Предположим, что магнитное поле мало и не влияет на процессы, происходящие внутри плазменного облака. Очевидно, что в этом случае течение будет сферически-симметричным. Запишем (1) в сферических координатах, предварительно сложив уравнения движения и вычтя одно уравнение непрерывности из другого:

$$0 = -\frac{T_e}{en} \frac{\partial n}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{\sigma} j, \quad \frac{M}{2} \frac{\partial}{\partial r} u_i^2 = -\frac{T_e}{n} \frac{\partial n}{\partial r}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^2 n u_i) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial r} (r^2 j) = 0,$$

где $\sigma = e^2 n/m\nu$, $j = en(u_i - u_e)$, Φ — электрический потенциал.

Интегрируя систему (5) по r от r_0 до r , где r_0 — радиус источника плазмы, имеем

$$\frac{M}{2} (u_i^2 - u_{i0}^2) = -T_e \ln \frac{n}{n_0},$$

$$0 = -\frac{T_e}{e} \ln \frac{n}{n_0} + (\Phi - \Phi_0) + \int_{r_0}^r \frac{j}{\sigma} dr,$$

$$r^2 n u_i = r_0^2 n_0 u_{i0},$$

$$r^2 j = \frac{I}{4\pi},$$

где n_0 , u_{i0} , Φ_0 — концентрация, скорость и электрический потенциал плазмы на выходе из источника, I — заранее неизвестный полный электрический ток на коллектор. Из первого и третьего уравнений (6) можно найти зависимость концентрации от расстояния:

$$n = n_0 \exp \left[\frac{Mu_{i0}^2}{2T_e} \left(1 - \left(\frac{r_0^2 n_0}{r^2 n} \right)^2 \right) \right], \quad (7)$$

а из второго и четвертого следует

$$0 = \frac{T_e}{e} \ln \frac{n}{n_0} + (\Phi - \Phi_0) + \int_{r_0}^r \frac{I}{4\pi r^2} dr. \quad (8)$$

Установившийся электронный ток, пересекающий сферу произвольного радиуса r , должен быть ограничен сверху величиной хаотического тока тепловых электронов.

$$I \leq I_{\max} = 4\pi r^2 e \tilde{n} v_{eT}. \quad (9)$$

Здесь $\tilde{n} = n + n_n$ — суммарная концентрация плазмы, состоящая из инжектируемой n и однородной ионосферной n_n , $v_{eT} = \sqrt{2T_e/m}$ — тепловая скорость электронов.

Видно, что максимальный ток пропорционален величине $\tilde{n}r^2$. Предположим, что концентрация падает быстрее, чем r^{-2} (ниже это будет видно из решения). Начиная с некоторого расстояния, концентрация облака становится достаточно малой, так что суммарная концентрация в облаке и ионосфере практически не изменяется, и величина $\tilde{n}r^2$ растет с r . Качественная зависимость максимального тока от радиуса приведена на рис. 1. Очевидно, что максимальный ток ограничен минимальным значением этой функции. Если известна зависимость $n(r)$, то можно найти экстремум величины $\tilde{n}r^2$. Точку экстремума примем за эффективный радиус r_c собирания тока. Таким образом, r_c находится из соотношения

$$\frac{d}{dr} (4\pi r^2 \tilde{n} v_{eT}) = 0, \quad (10)$$

где $\tilde{n} = n + n_n$, а зависимость $n(r)$ определяется из уравнения (7). Зная величину r_c , из (9) определим максимальный полный ток, собираемый плазменным замыкателем, а из (8) — потенциал, который необходимо подать на коллектор для того, чтобы обеспечить протекание максимального тока.

Если положить для оценки $r_0 = 1$ см, $n_0 = 10^{12}$ см $^{-3}$, $n_n = 5 \cdot 10^5$ см $^{-3}$, то получим $r_c = 125$ см. При этих же граничных условиях рассчитаем сопротивление переходного слоя, используя уравнение (8). При нахождении интеграла, входящего в (8), зависимость $n(r)$ определяется уравнением (7),

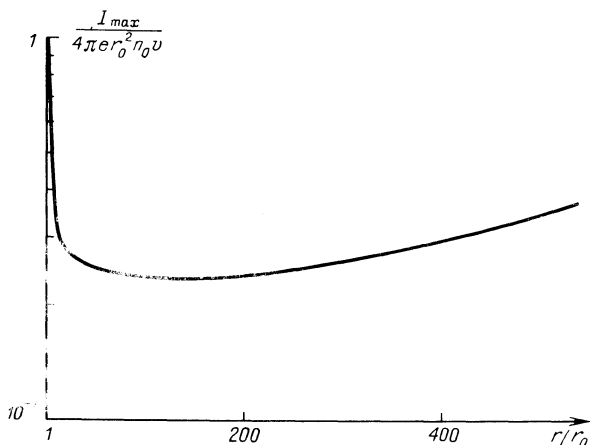


Рис. 1. Зависимость максимального тока от текущего радиуса

которое преобразуем к виду

$$r = r_0 \left[\frac{n_0^2}{n^2 \left(1 - \frac{2T_e}{Mu_{i0}^2} \ln \frac{n}{n_0} \right)} \right] \quad (11)$$

Используя это выражение и полагая $2T_e/Mu_{i0}^2 = 1$ (плазма вытекает из источника с тепловой скоростью), получим приближенную зависимость n от r в виде степенной функции

$$n = n_0 (2,04275 r/r_0 - 1,04275 (r/r_0)^{0,561})^{-2}, \quad (12)$$

которая достаточно хорошо аппроксимирует точное решение. Максимальная относительная погрешность аппроксимации при этом равна 0,09. Используя (12), можно вычислить интеграл, входящий в (8), и получить

$$\Phi - \Phi_0 = \frac{T_e}{e} \ln \frac{n}{n_0} + I \frac{\alpha}{r_0 \omega_p(r_0)} \left[2,04275 \ln \frac{r}{r_0} + 2,375 \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-0,439} - 1 \right]. \quad (13)$$

Отсюда найдем сопротивление переходного слоя

$$R_\Omega = \frac{\alpha}{r_0 \omega_p(r_0)} \left[2,04275 \ln \frac{r}{r_0} + 2,375 \left(\left(\frac{r_c}{r_0} \right)^{-0,439} - 1 \right) \right]. \quad (14)$$

Учитывая полученный эффективный радиус, получим $R_\Omega = 12,4$ Ом, $I = 10$ А, $\Phi - \Phi_0 = 124$ В.

Заметим, что эффективный радиус меньше, чем размеры самого облака, достигающие при данных граничных условиях 713 см. Границей облака можно считать сферу такого радиуса, на котором концентрация, создаваемая источником, сравнивается с фоновой. Сопротивление облака до указанной сферы равно 23 Ом.

Ввиду того, что максимальный ток ограничен, при увеличении разности потенциалов между плазмой вблизи коллектора и удаленным объемом плазмы выше определенного значения (в данном случае 230 В) ток перестает возрастать. В плазме в лимитирующей ток области при $r = r_c$ должен возникнуть скачок потенциала, т.е. электростатический разрыв, толщина которого должна быть на уровне радиуса Дебая. При этом поведение электронов и ионов следует описывать кинетически, с учетом нарушения квазинейтральности и образования в месте разрыва двойного электростатического слоя. В реальности есть опасность, что при подъеме потенциала коллектора не удастся увеличить потенциал окружающей плазмы, т.е. вблизи коллектора возникает растущий ленгмюровский слой, а разность потенциалов в плазме не превысит предельного значения, при котором электростатический разрыв в самой плазме будет отсутствовать. При этом, однако, направленная скорость ионов при $r = r_0$ будет увеличиваться, а концентрация уменьшаться.

3. Влияние магнитного поля на разлет плазмы. Учет влияния магнитного поля на движение частиц в плазменном облаке. Уравнение движения электронов в системе (1) приведем к виду

$$en \left(E + \frac{[u_i H]}{e} \right) + T_e \nabla n - \frac{mv}{e} j + \frac{1}{c} [jH] = 0. \quad (15)$$

Очевидно, что в магнитном поле течение будет осесимметричным. Перейдя к цилиндрической системе координат с магнитным полем, направленным вдоль

оси Oz . Рассмотрим разлет облака в отсутствие электрического тока на бесконечность. Складывая уравнения движения, имеем вместо системы (1)

$$\frac{nu_r}{r} + \frac{\partial}{\partial r} (nu_r) + \frac{\partial}{\partial z} (nu_z) = 0, \quad (16)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r j_r) + \frac{\partial}{\partial z} j_z = 0, \quad (17)$$

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} = - \frac{T_e}{Mn} \frac{\partial n}{\partial z}, \quad (18)$$

$$u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} = - \frac{T_e}{Mn} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{u_\varphi^2}{r} + \frac{1}{Mn} \frac{j_\varphi H}{c}, \quad (19)$$

$$u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_\varphi}{\partial z} = - \frac{u_\varphi u_r}{r} - \frac{1}{Mn} \frac{j_r H}{c}, \quad (20)$$

$$0 = - \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{u_\varphi H}{c} + \frac{T_e}{en} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{1}{enc} j_\varphi H, \quad (21)$$

$$\frac{j_\varphi}{\sigma} = - \frac{u_r H}{c} + \frac{1}{enc} j_r H, \quad (22)$$

$$0 = \frac{T_e}{en} \frac{\partial n}{\partial z} - \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (23)$$

Из φ -составляющей уравнения движения (20) видно, что при $j_r = 0$ решением является $u_\varphi = 0$. Подставим j_φ из уравнения (22) в r -составляющую уравнения движения (19). Уравнения (21) и (23) отщепляются, они определяют распределение потенциала. Таким образом, имеем замкнутую систему

$$\begin{aligned} \frac{nu_r}{r} + \frac{\partial}{\partial r} (nu_r) &= - \frac{\partial}{\partial z} (nu_z), \\ u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} &= - \frac{T_e}{Mn} \frac{\partial n}{\partial z} - u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} &= - \frac{T_e}{Mn} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{\sigma u_r H^2}{Mnc^2} - u_z \frac{\partial u_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (24)$$

Представляет интерес размер плазменного облака в направлении, перпендикулярном силовым линиям магнитного поля, так как именно эта величина определяет эффективную площадь перехватывания тепловых электронов. Можно оценить поперечный размер облака, если перейти к одномерной модели и решить задачу об одномерном цилиндрическом разлете плазмы, а уход вещества вдоль оси Oz учесть путем введения в соответствующие уравнения дополнительного стока плазмы и ухода импульса, т.е. фактически промоделировать правые части системы (24).

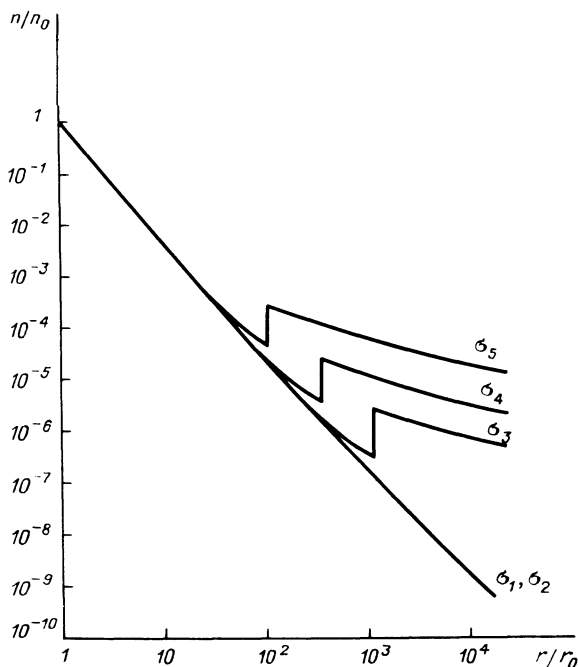


Рис. 2. Зависимость концентрации плазмы от текущего радиуса

Обозначим введенный сток через S , а уход импульса через A . Уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{nu_r}{r} + \frac{\partial}{\partial r} (nu_r) &= S, \\ u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \\ &= -\frac{T_e}{Mn} \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{\sigma u_r H^2}{Mnc^2} + A. \end{aligned} \quad (25)$$

Поскольку рассматривается центральная область облака с $\Omega_e \tau_e < 1$, то смоделируем S и A таким образом, чтобы в пределе при $H \rightarrow 0$ получить

найденное ранее решение. Этому условию удовлетворяют такие выражения:

$$\begin{aligned} S &= -\frac{nu}{r}, \\ A &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

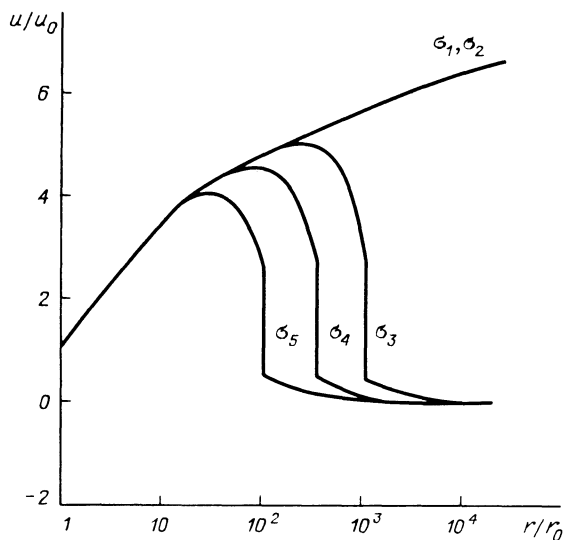
Уравнения (25) решались численно при граничных условиях $n|_{r=r_0} = n_0 = 10^{12} \text{ см}^{-3}$, $u|_{r=r_0} = u_0 = 5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$, $r_0 = 1 \text{ см}$. Расчеты велись до радиуса, при котором концентрация плазмы облака становилась равной фоновой. При этом течение вблизи источника оказывается сверхзвуковым, а затем, начиная с некоторого радиуса, тормозится и переходит в дозвуковое, что возможно при наличии тормозящей ponderomotorной силы. Переход от сверхзвукового к дозвуковому течению происходит с образованием ударной волны, положение которой определяется из условия обращения концентрации плазмы в нуль при $r \rightarrow \infty$. Расчеты проводились для разных значений проводимости $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 0,1\sigma$, $\sigma_3 = \sigma$, $\sigma_4 = 10\sigma$, $\sigma_5 = 100\sigma$, где σ — проводимость, равная проводимости в п.2. Изменение значений σ эквивалентно варьированию граничных условий или напряженности магнитного поля, что отражено слагаемым $u_r \sigma H^2 / Mnc^2$ в (25). На рис. 2, 3 приведены зависимости от расстояния концентрации и скорости плазмы в облаке в направлении, перпендикулярном к магнитному полю. Из решения при проводимости, равной σ_3 , видно, что наличие магнитного поля увеличивает эффективный радиус r_c собирания тока до значения 400 см. На расстоянии $r = r_c$ величина $\Omega_e \tau_e$ становится равной единице, при больших r электроны замагничены, и электронный ток может собираться именно с расстояния r_c . При меньшей концентрации, создаваемой источником, больше проявляется влияние магнитного поля на процессы, происходящие в плазменном облаке. Поджатие плаз-

Рис. 3. Зависимость скорости плазмы от текущего радиуса

мы пондеромоторной силой приводит к тому, что концентрация падает медленнее, чем в случае без магнитного поля.

Как видно из решений с большой проводимостью концентрация является немонотонной функцией радиуса. Это можно объяснить тем, что из-за поджатия плазмы пондеромоторной силой все вещество не успевает растекаться вдоль магнитного поля и образуются зоны с повышенной концентрацией.

Заключение. Учет влияния геомагнитного поля и конечной проводимости плазменного облака на его разлет увеличивает концентрацию плазмы в облаке. Это увеличивает эффективный радиус собирания электрического тока из ионосферы. Наличие тока на бесконечность приводит к вращению плазменного облака и возникновению ускоряющей центробежной силы вдоль радиуса. Эта сила, однако, должна быстро падать с расстоянием и мало влиять на радиус собирания тока, определенный в настоящей работе. При большом электрическом потенциале плазменного источника в облаке может возникнуть электростатический разрыв, ограничивающий возрастание электрического тока на источник плазмы.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чан П., Тэлбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме / Пер. с англ. под ред. С.Л. Вишневецкого. — М.: Мир, 1978.
2. Паркс Д.Э., Катц И. Теория плазменных замыкателей для электродинамических систем с привязным субспутником // Аэрокосмическая техника. № 1. — М.: Мир, 1988. — С. 93–98.
3. Гастингс Д.Э. Теория плазменных замыкателей, предназначенных для использования в ионосфере // Аэрокосмическая техника. № 1. — М.: Мир, 1988. — С. 99–106.
4. Брагинский С.И. Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под ред. М.А. Леонтовича. — М.: Госатомиздат, 1961. — С. 182–272.

Поступила в редакцию
22.01.90