

IF-ЛОГИКА: РЕВОЛЮЦИЯ В ЛОГИКЕ ИЛИ В ПРАГМАТИКЕ?¹

Independence – Friendly (IF) Logic, или “дружественная - к - независимости” логика, еще не достигла возраста совершеннолетия, однако уже в младенчестве была провозглашена своим отцом - Яаако Хинтиккой - революцией в логике XX века². Задача статьи – с одной стороны, показать чрезмерную амбициозность такой оценки IF –логики, а, с другой стороны, выявить близкий к революционному потенциал этой логики в решении задач, стоящих перед логической прагматикой.

IF –логика представляет собой обобщение логики с нелинейными (ветвящимися) кванторами Хенкина, интерпретируемыми в языке второго порядка с функциями выбора Скулема. В этом языке первопорядковая формула со стандартной линейной квантификацией

$$(1) \forall x \exists y \forall z \exists v F(x, y, z, v)$$

интерпретируется второпорядковой формулой

$$(2) \exists f \exists g \forall x \forall z F(x, f(x), z, g(x, z))$$

с квантификацией по скулемовским функциям f и g .

Если рассматривать скулемовские функций как определяющие стратегию верификатора в семантической игре с формулой (1), то формула (2) будет пониматься как утверждение о существовании у него выигрышной стратегии в этой игре. Полной информированности верификатора обо всех предшествующих ходах фальсификатора в семантической игре с формулой (1) соответствует тот факт, что аргументами каждой скулемовской функции в формуле (2) являются все переменные, связанные в формуле (1) теми кванторами общности, в области действия которых находится заменяемый этой функцией первопорядковый квантор существования. Полноте информации соответствует линейная зависимость кванторов, в то время как их не-

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РГНФ в рамках проекта проведения научных исследований («Теоретико-игровые основания прагматики»), проект № 12-03-00528а

² См. *Hintikka J.* The Principle of Mathematics Revised. Cambridge: Cambridge University Press, 1996; *Hintikka J., Sandu G.* A Revolution in Logic? // Nordic Journal of Philosophical Logic. 1996. Vol. 1. No. 2. P. 169–183

линейная зависимость естественным образом интерпретируется в семантических играх с неполной информацией.

Простейший случай такой зависимости представлен формулой с ветвящимся квантором Хенкина

$$(3) \forall x \exists y \left(\bigvee_{z \in v} F(x, y, z, v) \right)$$

Формула (3), смысл которой состоит в том, что для всех x существует y и для всех z существует v , зависящее только от z , такое что $F(x, y, z, v)$, интерпретируется второпорядковой формулой

$$(4) \exists f \exists g \forall x \forall z F(x, f(x), z, g(z)),$$

где g зависит только от z , но не от x .

Широко обсуждаются примеры естественно-языковой ветвящейся квантификации:

(5) *Каждый писатель любит (некоторую) написанную им книгу так же, как каждый критик ненавидит (некоторую) рецензированную им книгу.*

(6) *Некий родственник каждого деревенского жителя и некий родственник каждого горожанина ненавидят друг друга¹.*

(7) *Большинство философов и большинство лингвистов согласны друг с другом по поводу ветвящейся квантификации².*

В языке IF-логики формула (3) может быть представлена формулой

$$(8) (\forall x) (\exists y) (\forall z) (\exists v / \forall x) F(x, y, z, v),$$

где знак “/” (слеи) в $(\exists v / \forall x)$ указывает на информационную независимость интерпретации квантора $\exists v$ от интерпретации квантора $\forall x$. Это представление имеет то преимущество по сравнению с нелинейной формой записи, что позволяет линейным образом выражать более сложные информационные отношения, скажем, независимость квантора не только от другого квантора, но и от пропозициональной связки или интенционального оператора.

Хинтиikka предпочитает характеризовать свою IF-логику не как неклассическую, но как *гиперклассическую* логику - общую тео-

¹ Hintikka J. Quantifiers Vs Quantification Theory // Linguistic Inquiry. 1974. Vol. 5. P. 154

² Barwise J. On Branching Quantifiers in English // Journal of Philosophical Logic. 1979. No. 8. P. 60.

рию квантификации и пропозициональных связей, представляющую собой естественное расширение элементарной логики¹. В языке IF-логики могут быть выражены, например, не только нелинейные, но и обобщенные кванторы, скажем, квантор «Существует не меньше A , чем B » в предложении

(9) *Мышей (существует) не меньше, чем кошек.*

Говоря математически, в этом предложении утверждается наличие второпорядкового отношения нестрого включения между множеством A (кошек) и множеством B (мышей). Для выражения этого отношения не обязательно, однако, использовать второпорядковый язык с квантификацией по классам или функциям, но достаточно обратиться к языку IF-логики. Как показал А.-В.Питаринен, предложение (9) может быть представлено формулой

$$(10) (\forall x) (\exists y) (\forall z) (\exists u/x, y) (x = u \leftrightarrow y = z) \& (A(x) \rightarrow B(y))$$
²

Формула (10), являясь протоколом семантической игры, фиксирует последовательные шаги выбора верификатора и фальсификатора. Первоначально фальсификатор выбирает кошку (x из A), затем верификатор выбирает мышь (y из B). Затем фальсификатор опять выбирает некоторую кошку (z из A), а верификатор, вне зависимости от предыдущих выборов как кошек, так и мышей (x из A и y из B), выбирает некоторую мышь (u из B) с учетом лишь того, что при выборе фальсификатором новой кошки верификатор обязан выбрать новую мышь (то есть если $x \neq u$, то $y \neq z$). Таким образом, обобщенные кванторы интерпретируются в IF-логике не как свойства классов, а как стимулы к поиску подходящих индивидов в семантической игре верификатора и фальсификатора³.

¹ См. *Hintikka J.* Hyperclassical logic (a.k.a. IF logic) and its implications for logical theory, *Bulletin of Symbolic Logic*. 2002. Vol. 8. P. 404-423.

² См. *Pietarinen A.-V.* Most Even Budgeted Yet: Some Cases for Game-Theoretic Semantics in Natural Language // *Theoretical Linguistics*. 2001. Vol. 27. P. 25.

³ Теоретико-игровая интерпретация кванторов в IF-логике развивает подход Ч.-С.Пирса, который, критикуя Дж.Буля за то, что тот считал возможным представить значение высказывания «Некоторый лебедь черный» как «Какой-то неопределенный род лебедей черный», призвал рассматривать это высказывание как утверждение не о «неопределенном роде лебедей», а о том, что здесь, в этом мире действительно есть некий черный лебедь. «Здесь имеет место, — отмечал Пирс, — ссылка на некое здесь и на некое это; только интерпретатору не говорят, где именно среди этого здесь обширного собрания лебедей можно найти того одного, о котором идет речь... “Некоторый” предполагает выбор из

Тот факт, что квантификация в ИФ-логике допускается не по классам индивидов, но лишь по индивидам, свидетельствует, по мнению Хинтикки, о ее первопорядковом характере. Подобную позицию в отношении теории ветвящейся квантификации занимал У.Куайн. Он полагал «слишком ограничивающим условием» исключение ветвящихся кванторов «из нашей классической теории квантификации»¹. Исходя из своего канонического критерия “Быть значит быть значением квантифицируемой переменной”, Куайн, как известно, отказывал в онтологической нейтральности второпорядковой логике, которая допускает квантификацию по множествам и, следовательно, предполагает онтологию таких абстрактных сущностей как множества. Куайн характеризовал второпорядковую логику не как подлинную логику, но как математическую теорию, не соответствующую критерию онтологической нейтральности для логических теорий, в то время как теорию ветвящейся квантификации, допускающую квантификацию лишь по индивидуальным переменным, он рассматривал как удовлетворяющую этому критерию. Вместе с тем, Куайн относился критически к стандартной интерпретации ветвящихся кванторов с помощью скулемовских функций на том основании, что она «вменяет допущение абстрактных объектов» тому, кто просто хочет сделать одну переменную независимой от другой. На первый взгляд, ИФ-логика свободна от этого недостатка стандартной интерпретации, поскольку, не прибегая к квантификации по функциям, сопоставляет интерпретируемым формулам со слеш-операторами протоколы семантических игр с индивидами (не с классами!) индивидов. Каковы, однако, металогические свойства логики, оперирующей подобными протоколами?

Известно, что ИФ-логика компактна, то есть любое множество ее предложений имеет модель при условии, что каждое его конечное подмножество имеет модель. Кроме того, ИФ-логика обладает свойством Лёвенгейма (удовлетворяет теореме Лёвенгейма - Сколема о «спуске», согласно которой логика, имеющая бесконечную модель, имеет также модель со счетно бесконечной областью). С другой сто-

“этого здесь” мира — отбор, осуществляемый делающим высказывание или в его интересах. “Всякий” передает функцию выбора интерпретатору высказывания или кому-то, действующему в интересах этого интерпретатора» (Пирс Ч.-С. Рассуждение и логика вещей. М.: Изд-во РГГУ, 2005. С. 156). Характерно, что Пирс рассматривал как функции выбора не только стандартные, но и обобщенные кванторы (см. Pietarinen A.-V. Semantics Games and Generalised Quantifiers // Pietarinen A.-V. (ed.). Game Theory and Linguistic Meaning. Amsterdam: Elsevier, 2007. P. 183–206).

¹ Куайн У. Философия логики. М.: Канон+, 2008. С. 165.

роны, ИФ-логика неполна (она не является рекурсивно аксиоматизируемой, то есть множество ее общезначимых предложений рекурсивно перечислимо). Таким образом, *суперклассическая* ИФ-логика, обладающая некоторыми полезными свойствами классической логики (компактностью и свойством Лёвенгейма), не обладает её важнейшим металоогическим свойством – полнотой. Как ни странно, Хинтиikka оценивает этот печальный факт с оптимизмом. Неполная ИФ-логика позволяет разрешить, по его мнению, значительную часть аномалий и парадоксов, накопленных в связи с закрепившимся в философии математики отождествлением всей логики с элементарной логикой. «Главное землетрясение в логике двадцатого века, - замечают Хинтиikka и Г.Санду, - первая теорема Гёделя о неполноте, к сожалению, послужила лишь усилению иллюзии полноты нашей базисной логики»¹. Не обладающая дедуктивной полнотой ИФ-логика может оказаться, как полагает Хинтиikka, лучшим, нежели «элементарная логика», средством формулировки дескриптивно полных нелогических теорий². Неустраняемая неполнота любой интересной математической теории, доказанная Гёделем, обычно противопоставляется полноте чистой логики. На самом деле, замечает Хинтиikka, теорема Гёделя установила только дедуктивную неполноту элементарной арифметики, то есть невозможность формального вывода S или $\neg S$ для любого замкнутого предложения S . Эта дедуктивная неполнота влечет дескриптивную неполноту элементарной арифметики, только при условии семантической полноты соответствующей логики. «Следовательно, неполнота первопорядковой ИФ-логики отрывает нам реальную возможность формулировать дескриптивно (модельно - теоретически) полные аксиоматические системы для различных нетривиальных математических теорий уже на уровне первого порядка без нарушения теоремы Гёделя о неполноте»³.

Таким образом, акцентируя внимание на дескриптивных функциях логической теории, то есть на тех структурах, которые могут быть охарактеризованы ее предложениями, Хинтиikka призывает к методологической терпимости в отношении ее возможной (и даже в некоторых отношениях желательной!) дедуктивной неполноты. Однако в логике, не обладающей наряду со свойством компактности, свойством полноты, множество общезначимых предложений не является рекурсивно перечислимым и отношение логического следова-

¹Hintikka J., Sandu G. A Revolution in Logic? // Nordic Journal of Philosophical Logic. 1996. Vol. 1. No. 2. P. 178.

² См. Hintikka J. The Principle of Mathematics Revised. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. P. 97.

³ Там же

ния не может быть установлено в конечное число шагов. Известно, вместе с тем, что создатель теории моделей А.Тарский полагал целью логики именно описание дедуктивных систем. Под дедуктивной системой S в языке L им понималось множество всех логических следствий некоего множества X предложений L . Иначе говоря, он считал центральным для логики понятие логического следования, для изучения которого и создавалась теория моделей. Согласно классической теоретико-модельной дефиниции, предложение X логически следует из предложений класса K , если и только если каждая модель класса K является также моделью предложения X ¹. Теория моделей, ограничивающая себя дескриптивными функциями, не выполняет, таким образом, своего исторического предназначения, как и неполная ИФ-логика, не являющаяся приемлемой теорией дедукции².

Более того, экстраординарные дескриптивные возможности ИФ-логики (в частности, выразимость в этой логике нелинейных и обобщенных кванторов) плохо согласуются с тезисом о ее первопорядковом характере. Известно, что уже нелинейные кванторы позволяют выразить квантор «существует бесконечно много» и, следовательно, охарактеризовать бесконечные структуры. Более того, согласно результатам А.Эренфойта, А.Мостовского и Д.Харела, теория ветвящейся квантификации выразительно эквивалентна второпорядковой логике. Таким образом, «онтологически нейтральная» по виду логика с ветвящимися кванторами оказалась эквивалентна по своим выразительным возможностям «онтологически нагруженной» второпорядковой логике. ИФ-логика, наследующая теории ветвящейся квантификации, обнаружила столь же нетривиальные металогические свойства. Как показал Й.Ваананен, вопрос об общезначимости формул ИФ-логики рекурсивно изоморфен вопросу об общезначимости полной второпорядковой логики³. Более того, он показал также¹, что

¹ *Tarski A. Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938. Indianapolis: Hackett, 1983. P. 417.*

² Любопытно, что Куайну был хорошо известен тот «замечательный факт, который явствует из поисков Крейга, Хенкина и других», что, допуская ветвящиеся кванторы, «вы вступаете на территорию, которая не допускает полные процедуры доказательства общезначимости и непротиворечивости одновременно» (*Kuain U. Философия логики. М.: Канон+, 2008. С. 164*). Вообще говоря, полнота теории являлась для Куайна важным основанием для ее включения в сферу логики (скажем, он был склонен относить теорию равенства к логике, в частности, в силу ее полноты). Однако, несмотря на «замечательный», по словам Куайна, факт неполноты теории ветвящейся квантификации, он не отказывал ей в статусе логической теории.

³ *Väänänen J. On the Semantics of Informational Independence // Logic Journal of the IGPL. 2002. Vol. 10. P. 519.*

множество общезначимых предложений полной второпорядковой логики представляет собой полное Π_2 множество (в смысле теоретико-множественной иерархии Леви), а, следовательно, не является Σ_2 определимым. Вместе эти результаты означают, что общезначимость формул ИФ-логики не является Σ_2 определимой, что очевидным образом свидетельствует, как отмечает С.Феферман, о ее принципиально неноминалистическом характере. Указывая на очевидный диссонанс декларируемой первопорядковости ИФ-логики и ее богатых выразительных возможностей, он справедливо замечает, что «объявляя ИФ-логику первопорядковой логикой, пытаются сохранить философский пирог и съесть его»². Действительно, решение вопроса об общезначимости формул ИФ-логики со *слэи*-операторами информационной независимости не может ограничиваться отдельной партией семантической игры с *индивидами*, но неизбежно требует отсылки к стратегиям, предполагающей тем самым второпорядковую онтологию *функций*. Именно металогические свойства ИФ – логики, максимально сближающие её с логикой второго порядка, являются точным симптомом её онтологических обязательств. Таким образом, ИФ–логика, приносящая дедуктивную полноту в жертву полноте дескриптивной, еще раз подтверждает старый диагноз А.Френкеля и И.Бар-Хиллела, по наблюдению которых достаточно богатые, но дедуктивно неполные логические системы «попытались проглотить больший кусок онтологии, чем они в состоянии переварить»³.

Действительная новизна и ценность теоретико-игровой интерпретации для ИФ–логики состоит, на мой взгляд, не в ее мнимой «первпорядковости», а в установлении более гибких отношений между семантикой и прагматикой. Семантические игры релятивизированы относительно прагматического контекста стратегических решений, принимаемых игроками в силу их личных предпочтений. Моделирование прагматических ограничений, накладываемых на эти решения, открывает широкие возможности привлечения аппарата математической теории игр не только в логической семантике, но и в логической прагматике.

Так, центральный постулат теории игр, состоящий в том, что рациональные игроки совместно стремятся к максимизации ожидаемой полезности (равновесию по Нэшу), дает основания для развития

¹ Там же. Р. 517.

² *Feferman S. What Kind of Logic is «Independence Friendly» Logic? // Auxier R.E., Hahn L.E. (eds). The Philosophy of Jaakko Hintikka (Library of Living Philosophers. Vol. 30), Chicago: Open Court. 2006. P. 467.*

³ *Френкель А., Бар-Хиллел И. Основания теории множеств. М.: Мир, 1966. С. 368.*

равновесной (*equilibrium*) прагматики - унифицированного подхода к моделированию прагматических компетенций, позволяющего преодолеть ряд трудностей, с которыми столкнулась не только постхумскианская, но и постграйсианская лингвистика¹. В равновесной прагматике оказывается, в частности, возможным распространить теоретико-игровое моделирование на коммуникативные импликатуры Грайса и за их пределы - к более сложным формам интерактивной рационализации и коммуникативной оптимизации. Так, рассматривая семантическую игру как систему связанных актов утверждений, можно интерпретировать ее как сигнальную игру в смысле Д. Льюиса и ранжировать утверждения, а также позиции игры по степени их релевантности, что позволит эксплицировать прагматические эффекты, диагностируемые, например, теорией релевантности².

Дальнейшая прагматизация теоретико-игрового подхода связана с обращением к данным нейропсихологии. Признание релевантности этих данных для логической прагматики связано с преодолением того, что Й. ван Бентем называет «кресельным синдромом» (*armchair syndrome*)? По его мнению, этот синдром, восходящий к анти-психологизму Фреге и наблюдаемый у большинства современных логиков и философов, «позволяет им теоретизировать, используя яркие примеры из реальной жизни (и продавать статьи, привлекая внимание этими примерами), но именно в тот момент, когда им угрожает конфронтация с реальностью, комфортабельно отступать на более нормативные или теоретические позиции. Лично я все более и более нахожу эту стратегию пустой и, можно сказать, интеллектуально бесчестной. Но много хуже, чем бесчестной, - она стала скучной, и, кажется, настало время вступить в реальное противостояние со всеми этими экспериментальными фактами»³.

Косвенным подтверждением нейропсихологической убедительности теоретико-игровой семантики могут служить, в частности, экспериментальные данные по локализации нейропсихологических процессов, связанных с пониманием обобщенных кванторов. Как показали исследования нейропсихологов, оперирование стандартными кванторами задействует те же теменные зоны коры головного мозга, что и работа с числами. Однако понимание обобщенных кванторов, скажем, квантора *более половины* в предложении

¹ См., например, фундаментальную работу П.Парика: *Parikh P. Language and Equilibrium*. Amherst, MA: University of Massachusetts Press, 2010.

² См. *Sperber D., Wilson D. Relevance: Communication and Cognition*. Oxford: Blackwell Publishing, 1986.

³ *Van Benthem J. Rational Dynamics and Epistemic Logic in Games // International Game Theory Review*. 2007. Vol. 9, No. 1. P. 37.

(11) *Более половины деканов курят сигары*

включает в работу дополнительные - фронтальные и дорсолатеральные префронтальные участки коры¹. При этом особые трудности в операциях с обобщенными кванторами (такими как *большинство*, *меньше половины*, *по крайней мере пять*) испытывают люди с дегенерацией памяти, поскольку такие операции предполагают структурирование универсума, удержание в памяти и сопоставление различных по кардинальности множеств. Чтобы оценить, например, истинность или ложность предложения (11), необходимо составить точное представление об общем количестве деканов и количестве деканов, курящих сигары, чтобы, в конечном счете, сравнить их. Р.Кларк и М.Гроссман предлагают представить процесс оценки предложения (11) следующим образом²: снабдим всех деканов пистолетами и выстроим их в две шеренги: курящих сигары – в первую, некурящих – во вторую. Дадим команду «Огонь!», по которой каждый декан стреляет (без промаха и прямо в сердце) в своего визави из другой шеренги. Если после успешного выполнения этой команды в первой шеренге кто-то останется, то предложение (11) можно считать верифицированным. Очевидно, что предполагаемая этой инсценировкой семантика квантора *более половины* носит теоретико-игровой характер, поскольку (11) интерпретируется не как утверждение о классах, а как протокол семантической игры по поиску (и в данном случае уничтожению) подходящих индивидов. С другой стороны, как показали Кларк и Гроссман, эта инсценировка является реализацией алгоритма подсчета голосов³, который, хотя и не обращается к второпорядковым сущностям, требует все же больших вычислительных ресурсов, чем оперирование числами и стандартными кванторами. Этот факт является еще одним - нейропсихологическим – подтверждением необходимости принимать во внимание не только дескриптивные, но также дедуктивные и вычислительные возможности логических систем при оценке их как классических, неклассических или «гиперклассических».

ЛИТЕРАТУРА

¹ Clark R., Grossman M. Number Sense and Quantifier Interpretation // Topoi. 2007. Vol. 26. P. 59

² Там же. P. 57

³ См.: Boyer R.S., Moore J.S. MJRTY—a fast majority vote algorithm. In: Boyer R.S. (ed) Automated reasoning: essays in honor of Woody Bledsoe. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands, 1991. P. 105–117

1. *Куайн У.* Философия логики. М.: Канон+, 2008
2. *Пирс Ч.-С.* Рассуждение и логика вещей. М.: Изд-во РГГУ, 2005.
3. *Френкель А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М.: Мир, 1966.
4. *Хинтикка Я.* Проблема истины в современной философии // Вопросы философии. 1996. № 9. С. 46–58.
5. *Barwise J.* On Branching Quantifiers in English // Journal of Philosophical Logic. 1979. No. 8. P. 47–80.
6. *Boyer R.S., Moore J.S.* MJRTY—a fast majority vote algorithm. In: Boyer R.S. (ed) Automated reasoning: essays in honor of Woody Bledsoe. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, the Netherlands, 1991. P. 105–117
7. *Clark R., Grossman M.* Number Sense and Quantifier Interpretation // Topoi. 2007. Vol. 26. P. 51–62.
8. *Feferman S.* What Kind of Logic is «Independence Friendly» Logic? // Auxier R.E., Hahn L.E. (eds). The Philosophy of Jaakko Hintikka (Library of Living Philosophers. Vol. 30), Chicago: Open Court. 2006. P. 453–469.
9. *Henkin L.* Some Remarks on Infinitely Long Formulas // Infinitistic Methods. Proceedings of the Symposium on Foundations of Mathematics. Warsaw; New York: Pergamon Press, 1961. P. 167–183.
10. *Hintikka J.* Quantifiers Vs Quantification Theory // Linguistic Inquiry. 1974. Vol. 5. P. 153–177.
11. *Hintikka J.* The Principle of Mathematics Revised. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
12. *Hintikka J., Sandu G.* A Revolution in Logic? // Nordic Journal of Philosophical Logic. 1996. Vol. 1. No. 2. P. 169–183.
13. *Hintikka J.* Hyperclassical logic (a.k.a. IF logic) and its implications for logical theory, Bulletin of Symbolic Logic. 2002. Vol. 8, 404–423.
14. *Parikh P.* Language and Equilibrium. Amherst, MA: University of Massachusetts Press, 2010.
15. *Pietarinen A.-V.* Most Even Budgeted Yet: Some Cases for Game-Theoretic Semantics in Natural Language // Theoretical Linguistics. 2001. Vol. 27. P. 20 – 54.
16. *Pietarinen A.-V.* Semantic Games and Generalised Quantifiers // Pietarinen A.-V. (ed.). Game Theory and Linguistic Meaning. Amsterdam: Elsevier, 2007. P. 183–206.
17. *Sperber D., Wilson D.* Relevance: Communication and Cognition. Oxford: Blackwell Publishing, 1986.
18. *Tarski A.* Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938. Indianapolis: Hackett, 1983.
19. *Väänänen J.* On the Semantics of Informational Independence // Logic Journal of the IGPL. 2002. Vol. 10. P. 339–352.
20. *Van Benthem J.* Rational Dynamics and Epistemic Logic in Games // International Game Theory Review. 2007. Vol. 9, No. 1. P. 13–45.