

– Введение –

К традиционным сферам применения теории игр относятся экономика, политология, теория международных отношений, механика, отчасти биология. Вместе с тем, теория игр нашла разнообразные приложения в логике, формальной эпистемологии и философии языка. Теоретико-игровые методы стали основой целого семейства подходов, объединившихся в новое исследовательское направление – теоретико-игровую семантику и прагматику.

Успешность применения теоретико-игровых методов в логической семантике и прагматике не случайна, но обусловлена принципиальным сходством методологических оснований логики и теории игр. И логику, и теорию игр можно рассматривать как версии общей теории рациональности, с той разницей, что логика стремится к созданию теории *рациональных рассуждений*, основанных на отношении формального следования, а теория игр – теории *рационального поведения*, основанного на стратегических рассуждениях. Как отмечает экономист А. Рубинштейн, «логика занимается изучением истины и следования, а теория игр – изучением стратегических способов рассуждения. Логикой движет стремление описать то, как мы используем понятие истины и следования в повседневной жизни, теорией игр – стремление описать стратегические способы рассуждения в повседневной жизни»¹.

Репертуар известных на сегодняшний день логико-семантических и логико-прагматических игр чрезвычайно разнообразен, как и состав игроков, играющих в

¹ Rubinstein A. Interview // Game Theory: 5 Questions / eds. V.F. Hendricks, P.G. Hansen. Copenhagen: Automatic Press, 2007. P.159.

эти игры: *Верификатор* и *Фальсификатор*, *Пропонент* и *Оппонент*, *Новатор* и *Консерватор*, *Слушающий* и *Говорящий*, *Вопрошающий* и *Отвечающий*, *Я* и *Природа*, *Убеляр* и *Элоиза* и др. Задачу классификации таких игр нельзя назвать тривиальной. Так, А.-В. Питаринен выделяет следующие их разновидности²: 1) семантические игры (в смысле Я. Хинтикки); 2) игры для систем доказательств; 3) игры на сравнение моделей; 4) игры на булевых алгебрах (*cut-and-choose games*)³; 5) игры на принятие решений; 6) теоретико-игровая прагматика⁴; 7) интеррогативные игры⁵.

Й. ван Бентем предлагает различать два способа взаимодействия логики и теории игр: логику игр (*logic of games*) и логику как игру (*logic as games*). *Логика игр* включает те подходы, которые стремятся использовать логические инструменты для прояснения теоретико-игровых конструкций (речь идет, главным образом, о сближении динамической эпистемической логики⁶ и так называемой *эпистемической программы* в теории игр). *Логика как игра* объединяет подходы, которые используют теоретико-игровые инструменты для прояснения логических теорий. С точки зрения ван Бентема, существует перспектива объединения логики игр и логики

² См.: Pietarinen A.-V. Games as Formal Tools versus Games as Explanations in Logic and Science // Foundations of Science. 2003. Vol. 8, № 4. P.319–320.

³ См.: Jech T.J. More Game-Theoretic Properties of Boolean Algebras // Annals of Pure and Applied Logic. 1984. Vol. 26, № 1. P. 11–29.

⁴ См.: Раздел III «Аспекты теоретико-игровой прагматики».

⁵ См.: II.2.6. «Нефрегевская логика и интеррогативные игры».

⁶ См.: van Ditmarsch H., van der Hoek W., Kooi B. Dynamic Epistemic Logic. Dordrecht: Springer, 2007.

как игры в единую теорию игры (*logic of play*)⁷, обусловленная возможностью построения междисциплинарного теоретического языка, который описывал бы структуры взаимодействия рациональных агентов.

1. Предвосхищение теоретико-игровой семантики и прагматики

Несмотря на то, что формирование математической теории игр начинается в 20-х годах XX века, получая оформление в классической работе 1944 года Дж. фон Неймана и О. Моргенштерна «Теория игр и экономическое поведение»⁸, а первые теоретико-игровые разработки в области семантики и прагматики появляются лишь в середине XX века, аналогия между логикой и игрой зародилась чуть ли не одновременно с самой логикой как наукой.

1.1. Диспуты с предписаниями. Замечания об интерактивной природе логической интерпретации⁹ можно встретить уже в восьмой книге «Топики» Аристотеля, где он описывает топы для диалектической ситуации, в которую вовлечены *Вопрошающий* и *Отвечающий*: «Вопрошающий должен так вести речь, чтобы заставить отвечающего говорить самое неправдоподобное, необ-

⁷ См.: *van Benthem J., Pacuit E., Roy O. Toward a Theory of Play: a Logical Perspective on Games and Interaction // Games. 2011. Vol. 2, № 4. P. 52–86.*

⁸ См.: *фон Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение.* М.: Наука, 1970.

⁹ Интерактивной может считаться любая семантическая теория, приписывающая высказываниям в качестве их значений мультиагентные речевые акты (скажем, диалог или класс диалогов).

ходимо вытекающее из тезиса»¹⁰. Этот фрагмент Аристотеля, воспринятый через Боэция средневековой логикой, послужил отправной точкой для загадочной полемической практики XIII–XIV вв. – *disputationes de obligationibus* (диспутов с предписаниями¹¹)¹².

Хотя нет ни одного свидетельства в пользу того, что диспуты действительно проводились, обсуждению правил их организации посвящено немало трактатов (У. Оккама, Ж. Буридана, У. Бурлея, Р. Килвингтона, Р. Суайнсхеда, Боэция Дакийского, Альберта Саксонского, Марсилия Ингенского и др.). Примерная процедура проведения диспута выглядит следующим образом. Диспут разворачивается между двумя участниками – Оппонентом (Вопрошающим) и Респондентом (Отвечающим); также может присутствовать жюри, которое отвечает за контроль над исполнением правил проведения диспута. Диалог начинается с того, что Оппонент выдвигает некоторое положение (которое может оказаться контрфактическим), а Респондент оценивает его как возможно истинное, как возможно ложное или как положение, которое не подлежит оценке. Цель Оппонента

¹⁰ *Аристотель*. Томика // Аристотель. Сочинения: в 4-х т. Т. 2. М.: Мысль, 1978. С. 516.

¹¹ Этот удачный перевод предложен Е.Н. Лисанюк. См. также: *Лисанюк Е.Н.* Полемика и средневековый логический “диспут” // *Полемическая культура и структура научного текста в Средние века и раннее Новое время* / отв. ред. Ю.В. Иванова. М.: Издательский дом НИУ ВШЭ, 2012. С. 128–156.

¹² О влиянии Аристотеля и Боэция на развитие жанра *disputatio de obligationibus* см.: *Yrjönsuuri M.* Aristotle’s Topics and medieval obligational disputations // *Synthese*. 1993. Vol. 96, No.1. P. 59–82; *Martin C.J.* Theories of Inference and Entailment in the Middle Ages. Princeton University: Ph.D. dissertation, 1990.

– вынудить Респондента принять в качестве истинных два противоречащих друг другу положения; в этом случае Оппонент становится победителем. Критерии, позволяющие считать победителем Респондента, не формулировались явным образом. Но исходя из характеристик игры, Респондента косвенно можно считать выигравшим, если, во-первых, он не принял взаимоисключающих положений, а, во-вторых, диспут завершился по инициативе Оппонента.

Предписание – это обязательство процедурного характера, накладываемое на Респондента. В частности, обязанностью Респондента может быть защита выдвинутого оппонентом фактически ложного тезиса или даже тезиса, истинность которого невозможна (*positio impossibilis*). В каноническом труде Бурлея *De obligationibus*, написанном в Оксфорде около 1302 года, задача Оппонента определялась так: «Оппонент должен использовать язык таким образом, чтобы заставить респондента утверждать невозможные вещи, которые тот не обязан утверждать в силу *positio*. С другой стороны, работа респондента – так придерживаться *positio*, чтобы любая невозможность возникала не вследствие его действий, но была бы лишь следствием *positio*»¹³. Таким образом, диспуты с предписаниями направлены не столько на верификацию какого-то отдельного высказывания и даже не на испытание непротиворечивости некоей системы высказываний, сколько на поддержание динамической непротиворечивости сменяющих друг друга в ходе агонального диалога систем высказываний, которые модифицируются самыми разными способами

¹³ *Walter Burley. Obligations (selections) // The Cambridge Translations of Medieval Philosophical Texts. Vol. 1: Logic and the Philosophy of Language / eds. N. Kretzmann, E. Stump. Cambridge: Cambridge University Press, 1988. P. 370.*

– от введения контрфактических допущений (в том числе касающихся ментальных состояний и эпистемических установок участников диалога¹⁴) до апелляции к общему знанию и истине вещей (*rei veritas*).

Несмотря на то, что за последние 30 лет были апробированы различные подходы к рациональной реконструкции диспутов с предписаниями, в исследовательской литературе до сих пор нет единства мнений о задачах, логико-эпистемологической природе и институциональном статусе этих диспутов. Они интерпретируются, в частности, как модель рационального диалога, школьное упражнение, логическая задача в игровой форме, контрфактическое рассуждение, способ ревизии знания, предписание по построению модели «мира» (максимально непротиворечивого множества Линденбаума или модельного множества), поиск контрпримера или эффективной процедуры вывода, а также как мысленный или логический эксперимент¹⁵.

¹⁴ О предписаниях *Sit verum* («Пусть будет истинно, что ты знаешь...»), «Пусть будет истинно, что ты сомневаешься...») см.: *Read S. Obligations, Sophisms and Insolubles // Working paper WP6/2013/01. National Research University “Higher School of Economics”*. Moscow: Publishing House of the Higher School of Economics, 2013.

¹⁵ Об интерпретации *disputationes de obligationibus* как мысленного эксперимента см.: *King P. Mediaeval thought-experiments: The metamethodology of mediaeval science // Thought Experiments in Science and Philosophy / eds. T. Horowitz, G. Massey. Lanham: Rowman & Littlefield, 1991. P. 43–64; Yrjönsuuri M. Obligations as thought experiments // Studies on the History of Logic / eds. I. Angelelli, M. Cerezo. Berlin: Walter de Gruyter, 1996. P. 79–96: трактовка диспутов с предписаниями как логического эксперимента предложена в: *Драгалина-Черная Е.Г. Диспуты с предписаниями: между дидактическим диалогом и диалогической се-**

В формальной экспликации диспутов с предписаниями используются методы теоретико-игровой семантики, динамической эпистемической логики, логики публичного оглашения¹⁶. Историко-логическая интерпретация *disputationes de obligationibus* связана с реконструкцией их философского и теологического контекстов¹⁷, а

мантикой // Многоликая: нелегитимная аргументация в интеллектуальной культуре Европы Средних Веков и раннего Нового времени/ отв. ред. П.В. Соколов. М.: Издательский дом НИУ ВШЭ, 2014.

¹⁶ См.: *Dutilh-Novaes C.* Formalizing Medieval Logical Theories: Suppositio, Obligationes and Consequentia. Dordrecht: Springer, 2007; *Dutilh Novaes C.* Medieval Obligationes as a theory of discursive commitment management // *Vivarium*. 2011. Vol. 49. P. 240–257; *Lagerlund H., Olsson E.J.* Disputation and change of belief– Burley’s theory of obligationes as a theory of belief revision // *Medieval Formal Logic* / ed. M. Yrjönsuuri. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. P. 35–62; *Uckelman S.L.* A dynamic epistemic logic approach to modeling Obligationes // *LIRa Yearbook* / eds. D. Grossi, S. Minica, B. Rodenhauer, S. Smets. Amsterdam: Institute for Logic, Language & Computation, 2011. P. 147–172; *Uckelman S.L.* Medieval Disputationes de obligationibus as formal dialogue systems // *Argumentation*. 2013. Vol. 27(2). P.143–166; *Uckelman S.L.* Interactive logic in the Middle Ages // *Logic and Logical Philosophy*. 2012. Vol 21(3). P. 439–471; *Uckelman S.L.* Deceit and infeasible knowledge: the case of dubitatio // *Journal of Applied Non-Classical Logics*. 2011. Vol. 21, № 3-4. P. 503–519.

¹⁷ Об использовании *positio impossibilis* в доктринальных (в частности, тринитарных) спорах см.: *Knuuttila S.* *Positio impossibilis* in medieval discussion of the trinity // *Vestigia, Images, Verba: Semiotics and Logic in Medieval Theological Texts (XIIth–XIVth Century)* / ed. C. Marmo. Turnhout: Brepols, 1997. P. 277–288; *Yrjönsuuri M.* The trinity and *positio impossibilis*: some remarks on inconsistency // *Medieval Philosophy and Mod-*

также с поиском их аналогов, причем не только в средневековой Европе, но и на Востоке, например, в Индии¹⁸ и в Тибете¹⁹.

1.2. *Диаграмматическая логика Ч.-С. Пирса*. Непосредственным идейным предшественником теоретико-игровой семантики и прагматики, безусловно, является Ч.-С. Пирс.²⁰ Сам процесс мышления в его диаграмматической логике описывался как интерактивное взаимодействие – диалог, происходящий между различными сторонами *Эго* – Говорящим (*Utterer*) или Утверждающим (*Assesor*) и Интерпретатором (*Interpreter*) или Оппонентом (*Opponent*).²¹ Подлинным значением (*окончательным интерпретантом*) знака Пирс признает привычку, образующую *руководящий принцип* дедуктивного рассуждения и интерпретируемую в теоретико-игровых терминах как стратегия.²²

ern Times / eds. G. Halström, J. Hintikka. Dordrecht: Kluwer, 2000. P. 59–68.

¹⁸ См.: *Uckelman S.L.* Indian Logic and Medieval Western Logic: The Interactive and Epistemological Turn URL.: <http://lyrawww.uvt.nl/~sluckelman/latex/ilml/ilml.pdf>

¹⁹ См.: *Драгалина-Черная Е. Г.* Диспуты с предписаниями: между дидактическим диалогом и диалогической семантикой...

²⁰ О Пирсе как предшественнике теоретико-игрового подхода см.: *Hilpinen R.* On C. S. Peirce's theory of the proposition: Peirce as a precursor of game-theoretical semantics // *The Monist*. 1982. Vol. 65. P. 182–188; *Pietarinen A.-V.* Signs of Logic: Peircean Themes on the Philosophy of Language, Games, and Communication. Dordrecht: Springer, 2006.

²¹ См.: *Peirce C.S.* Collected Papers, Vol. 4. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press, 1931-58. §6.

²² См. подробнее: *Драгалина-Черная Е.Г.* Онтологии для Убеляра и Элоизы. М.: Издательский дом НИУ ВШЭ, 2012.

Трактовка Пирсом кванторов как функций выбора выражает его фундаментальную прагматистскую установку – значение знака должно быть выражено в терминах тех действий, к которым побуждает использование этого знака - и предвосхищает теоретико-игровой подход к семантике квантификации. «“Некоторый”, – замечает он, – предполагает выбор из “этого здесь” мира – отбор, осуществляемый делающим высказывание или в его интересах. “Всякий” передает функцию выбора интерпретатору высказывания или кому-то, действующему в интересах этого интерпретатора».²³ Как функции выбора Пирс рассматривал не только стандартные, но и обобщенные кванторы.²⁴

1.3. Языковые игры Л. Витгенштейна. В поздний период своего творчества Л. Витгенштейн разрабатывает концепцию *языковых игр*, обращая внимание на игровую природу языка в связи с контекстуальной зависимостью значений языковых выражений, включенных в ту или иную *форму жизни*: «"Мы называем вещи и затем можем о них говорить, беседуя, можем сослаться на них". – Словно в акте наименования уже было заложено то, что мы делаем в дальнейшем. Как если бы все сводилось лишь к одному "говорить о вещах". В то время как способы действия с нашими предложениями многообразны. Подумай только об одних восклицаниях с их

²³ Пирс Ч.-С. Рассуждение и логика вещей. М.: Изд-во РГГУ, 2005. С. 156.

²⁴ См.: Pietarinen A.-V. Semantic Games and Generalized Quantifiers // Game Theory and Linguistic Meaning / ed. A.-V. Pietarinen. Amsterdam: Elsevier, 2007. P. 183–206.

совершенно различными функциями. Воды! Прочь! Ой! На помощь! Прекрасно! Нет!»²⁵.

Витгенштейн разрабатывает концепцию языковых игр в качестве альтернативы *августинианскому* представлению о языке²⁶, в соответствии с которым «каждое слово имеет какое-то значение. Это значение соотносено с данным словом. Оно – соответствующий данному слову объект»²⁷. Витгенштейн показывает, что отношение между словом и его значением не фиксировано для всех контекстов употребления, потому невозможно для каждого языкового выражения указать объект, который бы являлся его значением. Значение языкового выражение – это вообще не объект, на который ориентируется его употребление, а функция в определенной языковой игре.

По Витгенштейну, невозможно выделить какую-либо каноническую форму употребления языковых выражений, поскольку «имеется *бесчисленное* множество таких типов – бесконечно разнообразны виды употребления всего того, что мы называем «знаками», «словами», «предложениями». И эта множественность не представляет собой чего-то устойчивого, раз и навсегда данного»²⁸. Витгенштейн демонстрирует разнообразие практик употребления языковых выражений, приводя следующие примеры языковых игр: «– отдавать приказы

²⁵ *Витгенштейн Л.* Философские исследования // Витгенштейн Л. Философские работы. Часть I. М.: Гнозис, 1994. С. 91–92.

²⁶ «Философские исследования» начинаются с цитаты из «Исповеди» Августина, иллюстрирующей, по мнению Витгенштейна, эту концепцию языкового употребления.

²⁷ *Витгенштейн Л.* Философские исследования // Витгенштейн Л. Философские работы. Часть I. М.: Гнозис, 1994. С. 80.

²⁸ *Там же.* С. 90.

или выполнять их; – описывать внешний вид объекта или его размеры; – изготавливать объект по его описанию (чертежу); – информировать о событии; – размышлять о событии; – выдвигать и проверять гипотезу; – представлять результаты некоторого эксперимента в таблицах и диаграммах; – сочинять рассказ и читать его; – играть в театре; – распевать хороводные песни; – загадывать загадки; – острить; – рассказывать забавные истории; – решать арифметические задачи; – переводить с одного языка на другой; – просить, благодарить, проклинать, приветствовать, молить»²⁹.

Безусловно, Витгенштейн использует слово «игра» как метафору, не имея в виду игры в математическом смысле. Тем не менее, можно утверждать, что концепция языковых игр Витгенштейна послужила одним из главных источников для создания теоретико-игровой прагматики, моделирующей механизмы вычисления лингвистического значения, в частности, средствами сигнальных игр.³⁰ Теоретико-игровая прагматика, исходящая из трактовки лингвистического значения как употребления, вопреки *анти-теоретизирующей* установке философии позднего Витгенштейна, стала формальным воплощением по крайней мере некоторых из ее принципиальных интенций³¹. Именно концепция языковых игр явилась идейной основой проекта *социального софтвера*, использующего междисциплинарный аппарат логической прагматики, теории игр и динамической эписте-

²⁹ Витгенштейн Л. Философские исследования // Витгенштейн Л. Философские работы. Часть I. М.: Гнозис, 1994. С. 90.

³⁰ Рассмотрению аспектов теоретико-игровой прагматики посвящен раздел III.

³¹ О перспективах теоретико-игровой интерпретации языковых игр Витгенштейна см. раздел I.

мической логики в моделировании алгоритмов и ритуалов, конституирующих коллективную рациональность³². Языковые игры Витгенштейна оказали огромное влияние не только на логическую семантику и философию языка, но и на социальные науки в целом³³.

2. Некоторые смежные подходы

2.1. Диалогическая логика. Диалогическая логика была разработана в трудах П. Лоренцена и К. Лоренца³⁴. Процедура проверки выполнимости высказывания в диалогической логике представляет собой формальный диспут, в котором участвуют Пропонент *P* и Оппонент *O*. Они делают ходы по очереди, задача Пропонента – подтвердить высказывание, задача Оппонента – опровергнуть его. Диспут завершается, если один из игроков не может совершить ход, поскольку ему «нечего больше сказать».

³² Термин «социальный софтвер» введен в 2002 году Р. Париком. См.: *Parikh R. Social software // Synthese. 2002. Vol. 132. P. 187–211; van Eijck J., Parikh R. What is Social Software? // Discourses on Social Software. TLG 5 / eds. J. van Eijck, R. Verbrugge. Amsterdam: Amsterdam University Press, 2009; Драгалина-Черная Е. Г. Парадокс индоктринации в логике социального софтвера // Рацио.ru. 2013. № 11. С. 75–94.*

³³ См.: *Bloor D. Wittgenstein on Rules and Institutions, London: Routledge, 1997; Уинч П. Идея социальной науки и ее отношение к философии. М.: Русское феноменологическое общество, 1996.*

³⁴ См.: *Lorenzen P. Ein dialogisches Konstruktivitätskriterium // Infinitistic Methods. Oxford: Pergamon, 1961. P. 193–200; Lorenz K., Lorenzen P. Dialogische Logik. Darmstadt, 1978.* См. также: *Barth E.M., Krabbe E.C. From Axiom to Dialogue: A Philosophical Study of Logics and Argumentation. Berlin: Walter de Gruyter, 1982.*

Для каждой формулы первогопорядковой логики определяются правила *нападения* и *защиты*:

<u>Формула</u>	<u>Нападение</u>	<u>Защита</u>
$A \wedge B$?L	A
	?R	B
$A \vee B$?	A, B
$A \rightarrow B$	A	B
$\neg A$	A	–
$\exists x\Phi(x)$?	$\Phi(a)$
$\forall x\Phi(x)$	a	$\Phi(a)$

Помимо правил нападения и защиты, формальный диспут подчиняется также структурным правилам. Модифицируя структурные правила, можно получать те или иные неклассические логики (среди прочих разработана диалогическая семантика для интуиционистской³⁵ и линейной³⁶ логик). Несмотря на то, что расцвет диалогической логики приходится на 60-е годы прошлого века, в последнее время этот подход получил новый импульс к развитию.³⁷

Диалогическая логика эксплицитно не использует теоретико-игровые средства анализа, однако моделирование логических рассуждений как антагонистической процедуры стратегического взаимодействия Пропонента

³⁵ См.: *Felscher W.* Dialogues as a Foundation for Intuitionistic Logic // Handbook of Philosophical Logic / eds. D. Gabbay, F. Guentner. Dordrecht: Springer, 2002. P. 115–145.

³⁶ См.: *Blass A.* A game semantics for linear logic // Annals of Pure and Applied Logic. 1992. Vol. 56, № 1-3. P.183–220; *Japaridze G.* A constructive game semantics for the language of linear logic // Annals of Pure and Applied Logic. 1997. Vol. 85, № 2. P. 87–156.

³⁷ См. специальный выпуск журнала «Synthese»: *Rahman S., Rückert H.* (editors). Synthese. 2001. № 127: New Perspectives in Dialogical Logic.

и Оппонента сближает этот подход с теоретико-игровым.

2.2. *Игры на моделях.* Отношение логиков к теории игр претерпело серьезные изменения, пройдя путь от пренебрежительных опасений (по словам Л.Э.Я. Брауэра, математика выродилась “в какую-то игру”)³⁸ до признания ее одним из главных методов логической семантики. Первым примером успешного применения математической теории игр для решения задач логики стали так называемые игры Эренфойхта-Фрессе.³⁹

Игры Эренфойхта-Фрессе используются для доказательства элементарной эквивалентности двух интерпретаций I_1 и I_2 некоторой сигнатуры Ω .⁴⁰ В игре участвуют два игрока – Новатор и Консерватор. Задача Консерватора – показать, что интерпретации элементарно эквивалентны, задача Новатора – показать, что они не являются элементарно эквивалентными. Игра начинается с того, что Новатор объявляет некоторое число n , игроки делают по очереди n ходов, после чего объявляется победитель. Каждый раз Новатор и Консерватор выби-

³⁸ См. замечание У. Ходжеса:

URL.:<http://plato.stanford.edu/entries/logic-games/>.

³⁹ См.: *Ehrenfeucht A.* An application of games to the completeness problem for formalized theories // *Fundamenta Mathematicae*. 1961. Vol. 49. P. 129–141; *Fraïssé R.* Sur une nouvelle classification des systèmes de relations // *Comptes Rendus*. 1950. Vol. 230. P. 1022–1024; *Fraïssé R.* Sur quelques classifications des systèmes de relations // *Publications Scientifiques de l'Université d'Alger*. P., 1954. P. 35–182.

⁴⁰ Две интерпретации сигнатуры Ω называются элементарно эквивалентными, если в них истинны одни и те же замкнутые формулы этой сигнатуры. Элементарно эквивалентными являются, например, все изоморфные интерпретации, однако не все элементарно эквивалентные интерпретации изоморфны.

рают элемент из любой из двух интерпретаций, который они помечают числом i на n -том шаге. После n ходов игра завершается.

Если найдется такой предикат, который различает элементы первой и второй интерпретации, то выигрывает Новатор, доказывая тем самым, что интерпретации не являются элементарно эквивалентными.

Игры на моделях стали одним из источников для создания метода форсинга⁴¹ – мощного инструмента теории моделей.⁴²

3. Семантические игры для Убеляра и Элоизы

Основы теоретико-игровой семантики для классической логики были разработаны Хинтиккой в 70-х годах прошлого века.⁴³ По свидетельству самой Хинтикки, теоретико-игровая семантика возникла под влиянием философии Пирса, концепции языковых игр Витгенштейна, а также диалогической логики.

3.1. Семантические игры для классической логики. Семантические игры для классической логики первого по-

⁴¹ См.: Йех Т. Теория множеств и метод форсинга. М.: Мир, 1973.

⁴² Об играх Эренфойхта-Фреске и других играх на моделях см.: Hodges W. Building Models by Games. N.Y.: Dover Publications, 2006; Hirsch R., Hodkinson I. Relation Algebras by Games. N.Y.: North-Holland, 2002; Väänänen J. Models and Games. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.

⁴³ См.: Hintikka J. Logic, Language-Games and Information. Oxford: Clarendon, 1973; Хинтикка Я. Логико-эпистемологические исследования. М.: Прогресс, 1980; а также подборку основных работ раннего периода развития теоретико-игровой семантики: Game-Theoretical Semantics / ed. E. Saarinen. Dordrecht: D. Reidel, 1979.

рядка представляют собой игры с совершенной информацией⁴⁴, в которых участвуют два игрока – \forall беляр и Элоиза (в других вариантах – \forall дам и Эва, Фальсификатор и Верификатор, Природа и Я).⁴⁵ Каждому предложению φ первогопорядкового языка L и модели M соответствует семантическая игра $G(\varphi, M)$. Задача Элоизы – подтвердить истинность предложения φ в модели M , задача \forall беляра – опровергнуть φ в модели M .

На каждом этапе игры рассматривается предложение в языке $L \cup \{c_a \mid a \in D_M\}$, который получается в результате добавления новых индивидуальных констант c_a в качестве имен индивидов области D_M модели M .

Игра начинается с предложения φ и происходит по следующим правилам:

(R.V) $G(\varphi_1 \vee \varphi_2; M)$ игра начинается с хода Элоизы, которая выбирает $i = 1$ или $i = 2$. Игра продолжается как $G(\varphi_i; M)$;

⁴⁴ Игрой с совершенной информацией будем называть структуру $G = (N, A, H, Z, \chi, \rho, \sigma, u)$, где N – множество игроков; A – множество действий; H – множество нетерминальных узлов игры; Z – множество терминальных узлов игры такое, что $Z \cap H \neq \emptyset$; $\chi: H \mapsto P(A)$ – функция, сопоставляющая каждому нетерминальному узлу игры множество действий; $\rho: H \mapsto N$ – функция, сопоставляющая каждому нетерминальному узлу игры игрока, совершающего ход; $\sigma: H \times A \mapsto H \cup Z$ – функция, сопоставляющая каждой паре нетерминального узла и действия новый терминальный или нетерминальный узел, такая, что $\forall h_1 \forall h_2 \in H \forall a_1 \forall a_2 \in A ((\sigma(h_1, a_1) = \sigma(h_2, a_2)) \rightarrow (h_1 = h_2 \wedge a_1 = a_2))$; $u = (u_1, \dots, u_n)$, где $u_i: Z \mapsto \mathbb{R}$ – функция полезности для игрока i , сопоставляющая каждому терминальному узлу некоторое действительное число.

⁴⁵ См. *Hintikka J., Sandu G. Game-Theoretical Semantics // Handbook of Logic and Language / eds. J. van Benthem, A. ter Meulen. Cambridge, MA: The MIT Press, 1997. P. 363–364.*

(R. \wedge) $G(\varphi_1 \wedge \varphi_2; M)$ игра начинается с хода \forall беляра, который выбирает $i = 1$ или $i = 2$. Игра продолжается как $G(\varphi_i; M)$;

(R. \exists) $G(\exists x \varphi(x); M)$ игра начинается с хода Элоизы, которая выбирает $c \in D_M$. Игра продолжается как $G(\varphi(c/x); M)$;

(R. \forall) $G(\forall x \varphi(x); M)$ игра начинается с хода \forall беляра, который выбирает $c \in D_M$. Игра продолжается как $G(\varphi(c/x); M)$;

(R. \neg) $G(\neg\varphi; M)$ \forall беляр и Элоиза меняются ролями. Игра продолжается как $G(\varphi; M)$.

Теоретико-игровая семантика позволяет выразить теоретико-модельное свойство истинности формулы в модели.

Для некоторой модели M и высказывания φ верно, что

$M \models \varphi$ е.т.е. в игре $G(\varphi, M)$ найдется выигрышная стратегия для Элоизы;

$M \not\models \varphi$ е.т.е. в игре $G(\varphi, M)$ найдется выигрышная стратегия для \forall беляра.

В традиции теоретико-модельной семантики принято определять один квантор через другой, никак не объясняя, почему такое возможно. В теоретико-игровой семантике эта двойственность естественным образом обусловлена структурой игры (с нулевой суммой для двух игроков⁴⁶), т.е. антагонистическим характером поведения \forall беляра и Элоизы. Для классической логики выполняются следующие утверждения: если \forall беляр обладает выигрышной стратегией, то ее нет у Элоизы; если Эло-

⁴⁶ Игра для двух игроков в нормальной форме является игрой с фиксированной суммой е.т.е. найдется такая константа c , что $\forall a \in A_1 \times A_2 u_1(a) + u_2(a) = c$. Если $c = 0$, то такая игра называется игрой с нулевой суммой.

иза обладает выигрышной стратегией, то ее нет у \forall беляра.

3.2. *Игры с несовершенной информацией и IF-логика.* Я. Хинтика и Г. Санду⁴⁷ предложили распространить теоретико-игровую семантику на игры с несовершенной информацией.⁴⁸ Результатом явилась так называемая *IF-логика (Independence – friendly logic, дружественная – к – независимости логика)*, создание которой было расценено ее творцами как революция в логике XX века⁴⁹.

В IF-логике ход \forall беляра может не зависеть от предыдущего хода Элоизы (и наоборот). Достигнутая таким образом независимость кванторов не является, однако, принципиальным нововведением IF-логики, представляя собой обобщение так называемых кванто-

⁴⁷ См.: *Hintikka J., Sandu G. Informational independence as a semantical phenomenon // Logic, Methodology and Philosophy of Science VIII / eds. J.E. Fenstad et al. Amsterdam, 1989.*

⁴⁷ См.: также *Väänänen J. Dependence Logic. A New Approach to Independence Friendly Logic. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.*

⁴⁸ Игрой с несовершенной информацией будем называть структуру $G = (N, A, H, Z, \chi, \rho, \sigma, u, I)$, где $N, A, H, Z, \chi, \rho, \sigma, u$ определяются так же, как и в игре с полной информацией, а $I = (I_1, \dots, I_n)$ – информационное множество, где $I_i = (I_{i,1}, \dots, I_{i,k_i})$ – отношение эквивалентности на множестве $\{h \in H: \rho(h) = i\}$ такое, что $\chi(h) = \chi(h')$ и $\rho(h) = \rho(h')$, если найдется такой j , что $h \in I_{i,j}$ и $h' \in I_{i,j}$.

⁴⁹ См.: *Hintikka J., Sandu G. A Revolution in Logic? // Nordic Journal of Philosophical Logic. 1996. Vol. 1. No. 2. P. 169–183.* См. также: *Mann A.L., Sandu G., Sevenster M. Independence-Friendly Logic: A Game-Theoretic Approach. Cambridge University Press, 2011.*

ров Хенкина⁵⁰, простейшим примером которых является ветвящийся квантор в формуле:

$$(1) \begin{matrix} \forall x \exists y \\ \forall z \exists w \end{matrix} R(x, y, z, w).$$

Идея независимости кванторов представлена в формуле (1) нелинейной записью.

Многообразные типы зависимости и независимости кванторов можно выразить также формулами второго порядка со сколемовскими функциями, в которой квантор общности связывает некоторую функцию, а переменные, от которых зависит эта функция, указывают определенные информационные зависимости. Так (1) представляется формулой второго порядка

$$(2) \forall x \exists f \forall y \exists g R(x, f(x), y, g(y)).$$

Хинтиikka и Санду предлагают использовать особый оператор независимости – "/" (*слэши*). В стандартное определение правильно построенной формулы для языка логики первого порядка добавляется следующее правило:

если φ – правильно построенная формула, а W – конечное множество предметных переменных, то формулы $\forall x/W$ и $\exists x/W$ также являются правильно построенными⁵¹.

Таким образом, формула (1) на языке IF-логики будет записываться как:

⁵⁰ Henkin L. Some remarks on infinitely long formulas. In: *Infinistic Methods. Proceedings of the Symposium on Foundations of Mathematics, Warsaw, Panstwowe (2–9 September 1959)*. New York: Pergamon Press, 1961. P. 167–183.

⁵¹ Язык IF-логики позволяет выражать и более сложные информационные отношения, скажем, независимость квантора не только от другого квантора, но и от пропозициональной связи или интенционального оператора.

$$(3) \forall x \exists y \forall z \exists w /\{x\} R(x, y, z, w).$$

Одно из главных отличий IF-логики от классической первопорядковой логики заключается в том, что распространение теоретико-игровой семантики на игры с несовершенной информацией приводит к возможности существования высказывания, в игре с которым ни \forall беляр, ни Элоиза не будут обладать выигрышной стратегией.

Например, в семантической игре для формулы

$$(4) \forall x (\exists y /\{x\}) x = y$$

в модели на индивидуальной области, включающей как минимум два элемента, ни у \forall беляра, ни у Элоизы не будет выигрышной стратегии.

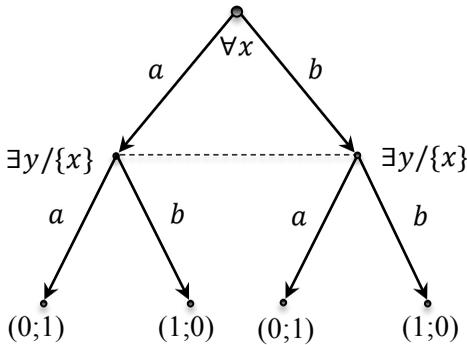


Рисунок 1

В соответствии с теоретико-игровым определением выполнимости формулы φ в модели M , формула (4) не будет ни истинной, ни ложной (в любой модели, содержащей как минимум два элемента). Такого рода эффекты, наряду с апелляцией к понятию выигрышной стратегии, вызывают целый ряд нетривиальных вопросов, касающихся онтологических обязательств IF-логики.

3.3. *Онтологические обязательства IF-логики.* Тот факт, что квантификация в IF-логике допускается не по классам индивидов, но лишь по индивидам, свидетельствует, по мнению Хинтикки, о ее первопорядковом характере.

Подобную позицию в отношении теории ветвящейся квантификации занимал У. Куайн. Он полагал “слишком ограничивающим условием” исключение ветвящихся кванторов “из нашей классической теории квантификации”⁵². Исходя из своего канонического критерия “Быть значит быть значением квантифицируемой переменной”, Куайн, как известно, отказывал в онтологической нейтральности второпорядковой логике, которая допускает квантификацию по множествам и, следовательно, предполагает онтологию таких абстрактных сущностей как множества. Куайн характеризовал второпорядковую логику не как подлинную логику, но как математическую “теорию множеств в овечьей шкуре”, не соответствующую критерию онтологической нейтральности для логических теорий, в то время как теорию ветвящейся квантификации, допускающую квантификацию лишь по индивидуальным переменным, он рассматривал как удовлетворяющую этому критерию. Вместе с тем, Куайн относился критически к стандартной интерпретации ветвящихся кванторов с помощью скулемовских функций на том основании, что она “вмещает допущение абстрактных объектов” тому, кто просто хочет сделать одну переменную независимой от другой.

На первый взгляд, IF-логика свободна от этого недостатка стандартной интерпретации, поскольку, не прибегая к квантификации по функциям, сопоставляет интерпретируемым формулам со слэш-операторами

⁵² Куайн У. *Философия логики*. М.: Канон+, 2008. С. 165.

протоколы семантических игр с индивидами (не с классами!) индивидов. Каковы, однако, металогические свойства логики, оперирующей подобными протоколами?

Известно, что IF-логика компактна, то есть любое множество ее предложений имеет модель при условии, что каждое его конечное подмножество имеет модель. Кроме того, IF-логика обладает свойством Лёвенгейма (удовлетворяет теореме Лёвенгейма–Сколема о «спуске», согласно которой логика, имеющая бесконечную модель, имеет также модель со счетно бесконечной областью). С другой стороны, IF-логика неполна (она не является рекурсивно аксиоматизируемой, то есть множество ее общезначимых предложений рекурсивно неперечислимо). Таким образом, гиперклассическая⁵³ IF-логика, обладающая некоторыми полезными свойствами классической логики (компактностью и свойством Лёвенгейма), не обладает её важнейшим металогическим свойством – полнотой. Как ни странно, Хинтикка оценивает этот печальный факт с оптимизмом. Неполная IF-логика позволяет разрешить, по его мнению, значительную часть аномалий и парадоксов, накопленных в связи с закрепившимся в философии математики отождествлением всей логики с “элементарной логикой”. «Главное землетрясение в логике двадцатого века, – замечают Хинтикка и Санду, – первая теорема Гёделя о неполноте, к сожалению, послужила лишь усилению иллюзии полноты нашей базисной логики»⁵⁴. Не обладающая дедуктивной полнотой IF-логика может

⁵³ См.: *Hintikka J. Hyperclassical logic (a.k.a. IF logic) and its Implications for Logical Theory // Bulletin of Symbolic Logic. 2002. Vol. 8. P. 404–423.*

⁵⁴ *Hintikka J., Sandu G. A Revolution in Logic? // Nordic Journal of Philosophical Logic. 1996. Vol. 1. No. 2. P. 178.*

оказаться, как полагает Хинтикка, лучшим, нежели “элементарная логика”, средством формулировки дескриптивно полных нелогических теорий⁵⁵. Неустраняемая неполнота любой интересной математической теории, доказанная К. Гёделем, обычно противопоставляется полноте чистой логики. На самом деле, замечает Хинтикка, теорема Гёделя установила только дедуктивную неполноту элементарной арифметики, то есть невозможность формального вывода S или $\neg S$ для любого замкнутого предложения S . Эта дедуктивная неполнота влечет дескриптивную неполноту элементарной арифметики, только при условии семантической полноты соответствующей логики. «Следовательно, неполнота первопорядковой IF-логики отрывает нам реальную возможность формулировать дескриптивно (модельно - теоретически) полные аксиоматические системы для различных нетривиальных математических теорий уже на уровне первого порядка без нарушения теоремы Гёделя о неполноте».⁵⁶

Таким образом, акцентируя внимание на дескриптивных функциях логической теории, то есть на текстах структурах, которые могут быть охарактеризованы ее предложениями, Хинтикка призывает к методологической терпимости в отношении ее возможной (и даже в некоторых отношениях желательной!) дедуктивной неполноты. Однако в логике, не обладающей наряду со свойством компактности, свойством полноты, множество общезначимых предложений не является рекурсивно перечислимым и отношение логического следования не может быть установлено в конечное число шагов. Известно, вместе с тем, что создатель теории моделей А.

⁵⁵ *Hintikka J.* The Principle of Mathematics Revised. Cambridge: Cambridge University Press, 1996. P. 97.

⁵⁶ *Ibid.*

Тарский полагал целью логики именно описание дедуктивных систем. Под дедуктивной системой S в языке L им понималось множество всех логических следствий некоего множества X предложений L . Иначе говоря, он считал центральным понятием логики логическое следование, для изучения которого и создавалась теория моделей. Согласно классической теоретико-модельной дефиниции, предложение X логически следует из предложений класса K , если и только если каждая модель класса K является также моделью предложения X ⁵⁷. Теория моделей, ограничивающая себя дескриптивными функциями, не выполняет, таким образом, своего исторического предназначения, как и неполная IF-логика, не являющаяся приемлемой теорией дедукции⁵⁸. Более того, экстраординарные дескриптивные возможности IF-логики (в частности, выразимость в этой логике нелинейных и обобщенных кванторов⁵⁹) плохо согласуются

⁵⁷ *Tarski A.* Logic, Semantics, Metamathematics. Papers from 1923 to 1938. Indianapolis: Hackett, 1983. P. 417.

⁵⁸ Любопытно, что Куайну был хорошо известен тот «замечательный факт, который явствует из поисков Крейга, Хенкина и других», что, допуская ветвящиеся кванторы, «выступает на территорию, которая не допускает полные процедуры доказательства общезначимости и непротиворечивости одновременно» *Куайн У.* Философия логики. М.: Канон+, 2008. С.164. Вообще говоря, полнота теории являлась для Куайна важным основанием для ее включения в сферу логики (скажем, он был склонен относить теорию равенства к логике, в частности, в силу ее полноты). Однако, несмотря на «замечательный», по словам Куайна, факт неполноты теории ветвящейся квантификации, он не отказывал ей в статусе логической теории.

⁵⁹ См.: *Pietarinen A.-V.* Most Even Budged Yet: Some Cases for Game-Theoretic Semantics in Natural Language // *Theoretical Linguistics*. 2001. Vol.27. P.25; *Pietarinen A.-V.* *Semantic Games*

с тезисом о ее первопорядковом характере. Известно, что уже нелинейные кванторы позволяют выразить квантор *существует бесконечно много* и, следовательно, охарактеризовать бесконечные структуры. Более того, согласно результатам А. Эрэнхфойта, А. Мостовского и Д. Харела, теория ветвящейся квантификации выразительно эквивалентна второпорядковой логике. Таким образом, *онтологически нейтральная* по виду логика с ветвящимися кванторами оказалась эквивалентна по своим выразительным возможностям *онтологически нагруженной* второпорядковой логике.

IF-логика, наследующая теории ветвящейся квантификации, обнаружила столь же нетривиальные металогические свойства. Как показал Й. Ваананен, вопрос об общезначимости формул IF-логики рекурсивно изоморфен вопросу об общезначимости полной второпорядковой логики⁶⁰. Более того, он показал также⁶¹, что множество общезначимых предложений полной второпорядковой логики представляет собой полное Π_2 множество (в смысле теоретико-множественной иерархии Леви), а, следовательно, не является Σ_2 определимым. Вместе эти результаты означают, что общезначимость формул IF-логики не является Σ_2 определимой, что очевидным образом свидетельствует, как отмечает С. Феферман, о ее принципиально неноминалистическом характере. Указывая на очевидный диссонанс декларируемой первопорядковости IF-логики и ее богатых выразительных возможностей, он справедливо замечает, что «объявляя IF-логику первопорядковой логикой, пытаются

and Generalised Quantifiers // Game Theory and Linguistic Meaning. Amsterdam: Elsevier, 2007. P. 183–206.

⁶⁰ *Väänänen J.* On the Semantics of Informational Independence // Logic Journal of the IGPL. 2002. Vol. 10. P. 519.

⁶¹ *Ibid.* P. 517.

сохранить философский пирог и съесть его»⁶².

Действительно, решение вопроса об общезначимости формул ИФ-логики со *слэш*-операторами информационной независимости не может ограничиваться отдельной партией семантической игры с *индивидами*, но неизбежно требует отсылки к стратегиям, предполагая второпорядковую онтологию *функций*. Именно метало-гические свойства ИФ-логики, максимально сближающие её с логикой второго порядка, являются точным симптомом её онтологических обязательств. Таким образом, ИФ-логика, приносящая дедуктивную полноту в жертву полноте дескриптивной, еще раз подтверждает старый диагноз А. Френкеля и И. Бар-Хиллела, по наблюдению которых достаточно богатые, но дедуктивно неполные логические системы «попытались проглотить больший кусок онтологии, чем они в состоянии переварить»⁶³.

Действительная новизна и ценность теоретико-игровой интерпретации для ИФ-логики состоит не в ее мнимой *первопорядковости*, а в установлении более гибких отношений между семантикой и прагматикой. Семантические игры релятивизированы относительно прагматического контекста стратегических решений, принимаемых игроками в силу их личных предпочтений. Моделирование прагматических ограничений, накладываемых на эти решения, открывает широкие возможности привлечения аппарата математической теории игр не только в логической семантике, но и в логической прагматике.

⁶² *Feferman S.* What Kind of Logic is «Independence Friendly» Logic? // *The Philosophy of Jaakko Hintikka (Library of Living Philosophers. Vol. 30)* / eds. R.E. Auxier, L.E. Hahn. Chicago: Open Court, 2006. P. 467.

⁶³ *Френкель А., Бар-Хиллел И.* Основания теории множеств. М.: Мир, 1966. С. 368.

На сегодняшний день теоретико-игровая семантика и прагматика представляет собой быстро развивающуюся область исследований, находящуюся на пересечении не только собственно логики и теории игр, но также формальной семантики, вычислительной лингвистики, экономики⁶⁴, теории аргументации, теории мультиагентного взаимодействия, эволюционной теории, экспериментальной психологии и ряда других дисциплин. В свете стремительного развития этого исследовательского направления, задача полного и исчерпывающего описания всего спектра проблематики, относящегося к теоретико-игровой семантике и прагматике, вряд ли представляется осуществимой.⁶⁵

В данной книге мы рассмотрим лишь некоторые аспекты теоретико-игровой семантики и прагматики, демонстрирующие эвристический потенциал теоретико-игрового инструментария в применении к анализу как формальных, так и естественных языков.

Раздел I «От языковых игр к теоретико-игровой семантике и прагматике» (Е.Г. Драгалина-Черная) посвящен выявлению историко-философских предпосылок и эпистемологических перспектив теоретико-игровой

⁶⁴ См., напр.: *Rubinstein A. Economics and Language: Five Essays.* Cambridge UK: Cambridge University Press, 2000; *Zhang W., Grenier G. How can language be linked to economics? A survey of two strands of research // Language Problems and Language Planning.* 2013. Vol. 37, № 3. P. 203–226.

⁶⁵ В качестве примера удачной попытки такого обзора следует привести недавнюю 500-страничную монографию (которая, тем не менее, затрагивает далеко не все релевантные темы) классика теоретико-игровой семантики и прагматики ван Бентема. См.: *van Benthem J. Logic in Games.* Cambridge MA; L.: MIT Press, 2014.

семантики и прагматики, в частности эволюции концепции языковых игр в ее взаимодействии с математической теорией игр и различными экономическими теориями, а также использованию аппарата теории игр (циклических игр и игр с независимыми платежами) для разрешения внутренних затруднений философии Витгенштейна. Раздел II *«Аспекты теоретико-игровой семантики для неклассических логик»* (В.Л. Васюков) посвящен теоретико-игровой семантике для ряда неклассических логик: квантовой модальной логики Дишканта, некоторых вариантов нефрегевской логики и системы R релевантной логики. Раздел III *«Аспекты теоретико-игровой прагматики»* (В.В. Долгоруков) посвящен рассмотрению перспектив применения аппарата сигнальных игр для моделирования микропрагматических (обработка многозначных выражений, дискурсивная анафора, металингвистическое отрицание, количественные импликатуры) и макропрагматических (порождение частных импликатур, динамика иерархии доминирования коммуникативных максим, использование косвенных речевых актов как эффективной коммуникативной стратегии) феноменов. Введение и заключение подготовлены Е.Г. Драгиной-Черной и В.В. Долгоруковым.

Многие из результатов, представленные в данной книге, были впервые изложены на заседаниях научно-теоретических семинаров «Формальная философия» и «Теоретико-игровые методы в логике и лингвистике» (факультет философии НИУ ВШЭ)⁶⁶. Авторы благодарят участников этих семинаров за ценные замечания, вопросы и комментарии, послужившие важным источником новых идей.

Авторы выражают благодарность Российскому гуманитарному научному фонду (РГНФ) и Научному

⁶⁶ См.: URL.: http://phil.hse.ru/form_phil/

Введение

фонду Национального Исследовательского Университета «Высшая Школа Экономики» за поддержку исследований, результаты которых нашли отражение в настоящей книге.