Пермский государственный национальный исследовательский университет

УДК 519.2

Факторы математической успешности учащихся на старте средней школы

А.А. Макаров[1], Г.И. Симонова[2]

[1] Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, г. Москва, Россия, +7(926)5012918; amakarov@hse.ru;
[2] Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики, г. Москва, Россия, +7(926)2087172; gisimon@yandex.ru;

Аннотация. *В статье приведены результаты комплексного анализа данных национального исследования качества математического образования в России среди учащихся пятых классов. Построена общая линейная модель зависимости результатов учащихся от выявленных значимых социально-экономических (на уровне региона) и индивидуально-мотивационных (на уровне учащегося) факторов и их взаимодействий. Выявлены наиболее проблемные сочетания факторов, приводящие в среднем к низкому уровню математических знаний и компетенций.*

Ключевые слова: *национальное исследование качества образования, математическая успешность учащихся, дисперсионный факторный анализ, оценки параметров, оценка эффектов межгрупповых факторов.*

1. Введение

Многолетние исследования [1-3] уровня математических знаний и навыков выпускников школ страны по данным ЕГЭ показывают высокую неоднородность подготовки учащихся в различных регионах страны. Анализ выполнения отдельных простых заданий ЕГЭ в различных регионах страны показывает, что проблемы, связанные с низким уровнем математической подготовки части учащихся, начинают формироваться на уровне перехода из начальной школы в среднюю. Для более детального исследования уровня и качества математического образования в стране осенью 2014 года было проведено национальное исследование качества математического образования (НИКО) среди учащихся 5-7 классов школ страны. В ходе этого исследования каждый учащийся из репрезентативной случайной выборки выполнял диагностическую работу и дополнительно заполнял специально разработанную анкету, позволяющую судить о его индивидуальных характеристиках, интересах, планах и мотивах к обучению.

© Макаров А.А., Симонова Г.И., 2016

Одновременно проводилось анкетирование учителей учащихся. Методические материалы исследования и его обобщенные результаты представлены на сайте: http://www.eduniko.ru (см. также [4]). В настоящей статье рассмотрены исходные данные этого исследования среди учащихся 5-х классов и выявлены не только отдельные факторы, влияющие на математическую успешность учащихся, но и их значимые взаимодействия, а также построена общая линейная модель, увязывающая влияние всех значимых факторов и их взаимодействий на результаты учащихся. Подобная модель позволяет в комплексе взглянуть на влияние социально-экономических и индивидуально-мотивационных факторов и их взаимодействий на уровень математической подготовки учащихся. Однако, с учетом структуры собранных данных, авторы не ставят перед собой задачу дать полное, исчерпывающее объяснение математической успешности каждого отдельного учащегося. Так само исследование не включало обследование домохозяйств и углубленное изучение интеллектуально-психологических характеристик каждого учащегося. В статье также изложена методика формирования исходной выборки учащихся, предложенная одним из авторов статьи, с учетом априорной информации об уровне неоднородности подготовки выпускников школ страны по математике и русскому языку, уровня экономического развития регионов и структуры образовательной среды в регионе.

2. Методика формирования репрезентативной выборки учащихся

Успешность обучения учащихся зависит от многих различных факторов и обстоятельств, которые условно можно разбить на две группы: уровень и качество образовательной среды (условия обучения) и индивидуальные особенности учащихся. Ясно, что можно с различной степенью детализации описывать каждую из этих групп факторов и затем пытаться выявить какое потенциальное влияние оказывает каждый из этих факторов на уровень подготовки учащихся. Авторы НИКО с учетом масштабов национального исследования, включающего обследование около 50 тыс. учащихся из 69 регионов страны, ресурсов и сроков исследования неизбежно вынуждены были руководствоваться не детальными, а обобщенными характеристиками. Поэтому для обобщенного описания состояния образовательной среды, влияющей на математическую подготовку учащихся, все регионы страны были расклассифицированы по трем ключевым показателям:

- Уровню математического образования региона, определявшемуся по результатам ЕГЭ по математике этого региона. Классификация проводилась методом иерархической кластеризации распределений баллов

ЕГЭ подобно тому, как это было сделано в работах [1-2]. В результате регионы были разбиты на 3 группы: с низким (13 регионов), средним (50 регионов) и высоким (20 регионов) уровнями результатов ЕГЭ по математике.

- Уровню образования региона по русскому языку, определявшемуся по результатам ЕГЭ по русскому языку этого региона. Использован тот же метод классификации. Определено 2 группы: с низким (7 регионов) и высоким и средним (76 регионов) уровнями результатов ЕГЭ по русскому языку.

- Уровню экономического развития региона, определявшемуся по валовому региональному продукту на душу населения (ВРП). Выделены 3 группы с низким (36 регионов), средним (36 регионов) и высоким (11 регионов) уровнями.

Первые два из указанных показателей позволяют обобщенно охарактеризовать различие образовательных условий в регионах РФ по итогам завершения школьного обучения. Последний показатель дает обобщенное представление как о дифференциации материальных возможностей домохозяйств, так и косвенно характеризует условия, в которых протекает образовательный процесс (уровень доходов, уровень подготовки и уровень мотивации учителей). Комбинацией полученных классификационных групп было составлено разбиение всех регионов РФ на 10 кластеров. Характеристики этих кластеров приведены в таблице 1.

Таблица 1. Характеристики кластеров

Номер кластера	Уровень математического образования	Уровень образования по русскому языку	Объем ВРП на душу населения
1	Высокий	Высокий и средний	Высокий
2	Высокий	Высокий и средний	Средний
3	Высокий	Высокий и средний	Низкий
4	Средний	Высокий и средний	Высокий
5	Средний	Высокий и средний	Средний
6	Средний	Высокий и средний	Низкий
7	Низкий	Высокий и средний	Высокий
8	Низкий	Высокий и средний	Средний
9	Низкий	Высокий и средний	Низкий
10	Низкий	Низкий	Низкий

Затем в каждом кластере случайным образом отбирались регионы с учетом количества обучающихся в каждом регионе. В кластерах с малым числом регионов в выборку были включены все регионы для достижения репрезентативности по кластеру. В отобранных регионах методом случайной стратифицированной выборки выбирались образовательные учреждения с учетом структуры системы образования региона (соотношение долей школьников, обучающихся в сельских и городских школах, в обычных школах и школах повышенного уровня (гимназии, лицеи, школа с углубленным изучением определенных предметов)).

В отобранных таким образом школах все учащиеся 5-7 классов писали диагностическую работу и заполняли индивидуальные анкеты. Более подробно структура выборки, включающая более 600 школ из 69 регионов страны, описана на сайте НИКО: http://www.eduniko.ru.

Представленные в выборке регионы и число учащихся 5-х классов, писавших диагностическую работу в этих регионах, отображены в таблице 2.

Таблица 2. Представленные в выборке регионы РФ

Номер кластера	Регион РФ	Число наблюдений
1	г. Москва	1193
	г. Санкт-Петербург	811
2	Республика Татарстан	281
	Удмуртская Республика	119
	Краснодарский край	394
	Вологодская обл.	77
	Калининградская обл.	194
	Кемеровская обл.	141
	Ленинградская обл.	134
	Московская обл.	384
	Мурманская обл.	118
	Оренбургская обл.	80
	Пермский край	279
	Самарская обл.	192
	Томская обл.	67
	Ярославская обл.	97
3	Ивановская обл.	399
	Кировская обл.	338
	Костромская обл.	528
	Рязанская обл.	352

Номер кластера	Регион РФ	Число наблюдений
4	Республика Коми	245
	Ханты-Мансийский авт. округ-Югра	613
	Чукотский авт. округ	150
	Ямало-Ненецкий авт. округ	331
5	Республика Башкортостан	175
	Республика Хакасия	71
	Красноярский край	212
	Хабаровский край	103
	Белгородская обл.	251
	Воронежская обл.	95
	Иркутская обл.	286
	Калужская обл.	91
	Липецкая обл.	83
	Нижегородская обл.	134
	Новосибирская обл.	215
	Омская обл.	265
	Свердловская обл.	102
	Челябинская обл.	149
6	Республика Бурятия	69
	Республика Алтай	83
	Республика Марий Эл	107
	Республика Мордовия	103
	Чувашская Республика	43
	Алтайский край	105
	Ставропольский край	385
	Астраханская обл.	52
	Брянская обл.	131
	Владимирская обл.	56
	Волгоградская обл.	406
	Курганская обл.	233
	Курская обл.	179
	Пензенская обл.	210
	Ростовская обл.	434
	Саратовская обл.	111
	Тамбовская обл.	107
	Тверская обл.	109
	Тульская обл.	117
	Ульяновская обл.	159

Номер кластера	Регион РФ	Число наблюдений
7	Республика Саха (Якутия)	638
	Магаданская обл.	121
	Сахалинская обл.	481
8	Амурская обл.	532
	Еврейская авт. обл.	135
9	Республика Адыгея	406
	Кабардино-Балкарская Республика	746
10	Республика Дагестан	636
	Республика Ингушетия	132
	Республика Северная Осетия-Алания	89
	Чеченская Республика	709
	Всего	17573

В построенной выборке учащиеся городских школ составляли 73,5%, учащиеся сельских школ – 26,5%. При этом в общеобразовательных школах обучались 71% учащихся, а остальные – в гимназиях, лицеях и специализированных школах.

3. Социально-экономические, образовательные, гендерные и мотивационные факторы, влияющие на результирующий балл

При проведении исследования были использованы следующие социально-экономические, образовательные и гендерные факторы.

- Уровень математического образования региона по результатам ЕГЭ: низкий (1), средний (2), высокий (3).
- Уровень экономического развития региона, определявшийся по величине валового регионального продукта на душу населения: низкий (1), средний (2), высокий (3).
- Тип школы: городская (1), сельская (2).
- Вид школы: обычная (1), гимназия, лицей или школа с углубленным изучением предметов (2).
- Пол школьника: девочка (1), мальчик (2).
- Школьная оценка по математике за предыдущий учебный год: 3, 4, 5.
- Школьная оценка по русскому языку за предыдущий учебный год: 3, 4, 5.

Влияние некоторых из перечисленных социально-экономических, образовательных и гендерных факторов на распределение результирующего балла НИКО диагностической работы отображено на рис. 1. (За диагностические баллы 0-4 ставилась оценка «2», за баллы 5-9 — оценка «3», за баллы 10-14 — оценка «4», за баллы 15-17 — оценка «5».)

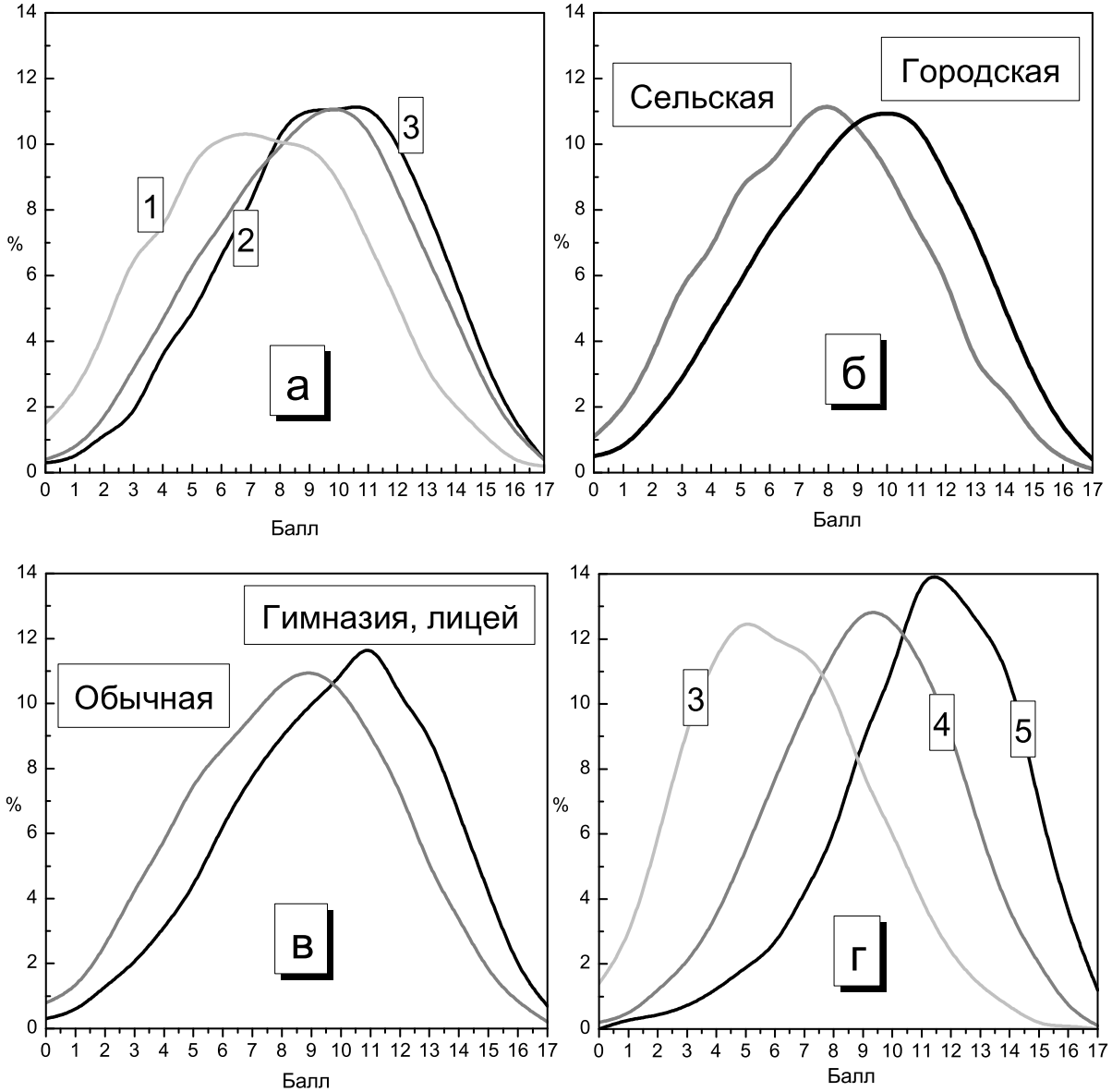

Рис. 1. Распределение баллов НИКО в зависимости от разных факторов: а) уровень результатов ЕГЭ по математике региона (3-высокий; 2-средний;1-низкий); б) тип школы; в) вид школы; г) школьная оценка по математике за предыдущий год

Как видно из рис. 1, распределения диагностических баллов НИКО отличаются при разных уровнях выбранных факторов. Например, распределения баллов НИКО различаются для разных уровней (низкий, средний, высокий) результатов ЕГЭ региона проживания школьника, типа школы (городская, сельская), вида школы (обычная или с углубленным изучением

отдельных предметов), а также от школьной оценки по математике учащегося за предыдущий год (3, 4, 5). Статистический анализ данных (однофакторный дисперсионный анализ) показывает значимое влияние уровня каждого из перечисленных на рис. 1 факторов на итоговые результаты школьников. Обратим внимание, что школьная оценка по математике является довольно неопределенной и малоинформативной характеристикой уровня реальной математической подготовки учащегося. Согласно приведенным распределениям значительная часть учащихся-отличников выполнила диагностическую работу неудовлетворительно или слабо. И обратно: заметная часть учащихся-троечников показала на диагностической работе хорошие и отличные результаты. Отчасти это можно объяснить не одинаковой требовательностью учителей в разных типах и видах школ и разных регионах страны.

В исследование также были включены факторы, показывающие мотивацию школьника к обучению математике. Значения этих 11-ти факторов были получены анкетированием школьников. Анкета учащегося включала следующие вопросы.

A1. Я считаю необходимым

- с одинаковым старанием заниматься всеми школьными предметами (A1=1);
- больше заниматься теми предметами, которые мне нравятся и необходимы в жизни, а на остальные тратить минимум усилий (A1=0).

A2. В будущей жизни достичь успеха в профессии, сделать карьеру, добиться высоких заработков

- для меня это важно (A2=1);
- для меня это не очень важно (A2=0).

A3. Я представляю, кем по профессии я буду работать, когда закончу учиться

- да (A3=1);
- нет (A3=0).

A4. Выбранная мной профессия

- связана с математикой (A4=1);
- не требует серьезных математических знаний (A4=0).

A5. Я изучаю математику

(A5.1) потому что она будет нужна мне для работы по профессии или поступления в вуз: да (A5.1=1); нет (A5.1=0);

(A5.2) потому что она нужна мне в обычной жизни, как каждому культурному человеку: да (A5.2=1); нет (A5.2=0);

(A5.3) потому что она мне интересна сама по себе: да (A5.3=1); нет (A5.3=0);

(A5.4) потому что мне нравится учитель, который ее преподает: да (A5.4=1); нет (A5.4=0);

(A5.5) потому что я не хочу получать плохие отметки: да (A5.5=1); нет (A5.5=0).

A6. Математика как предмет мне

- нравится (A6=1);
- не нравится (A6=0).

A7. Мне интересно читать книги по математике и про математиков, участвовать в математических олимпиадах, заниматься в математических кружках

- да (A7=1);
- нет (A7=0).

A8. Я компьютерах

- разбираюсь (A8=1);
- не разбираюсь (A8=0).

A9. Компьютеры

(A9.1) я использую для игр: да (A9.1=1); нет (A9.1=0);

(A9.2) я использую для общения с друзьям: да (A9.2=1); нет (A9.1=0);

(A9.3) я использую для поиска информации: да (A9.3=1); нет (A9.3=0);

(A9.4) я использую как помощника в хобби (обработка фото, видео и т.д.): да (A9.4=1); нет (A9.4=0);

(A9.5) я почти не использую: да (A9.5=1); нет (A9.5=0).

A10. Если бы у меня была возможность выбирать программу обучения, я выбрал бы программу, где

- больше математики и меньше других предметов (A10=0);

- все так, как есть сейчас (A10=1).

A11. Думаю, что хорошая подготовка по математике

- повысит мои шансы добиться успеха в жизни (A11=1);
- никак не повлияет на мои шансы добиться успеха в жизни (A11=0).

Влияние некоторых мотивационных факторов на распределение результирующего балла НИКО диагностической работы отображено на рис. 2.

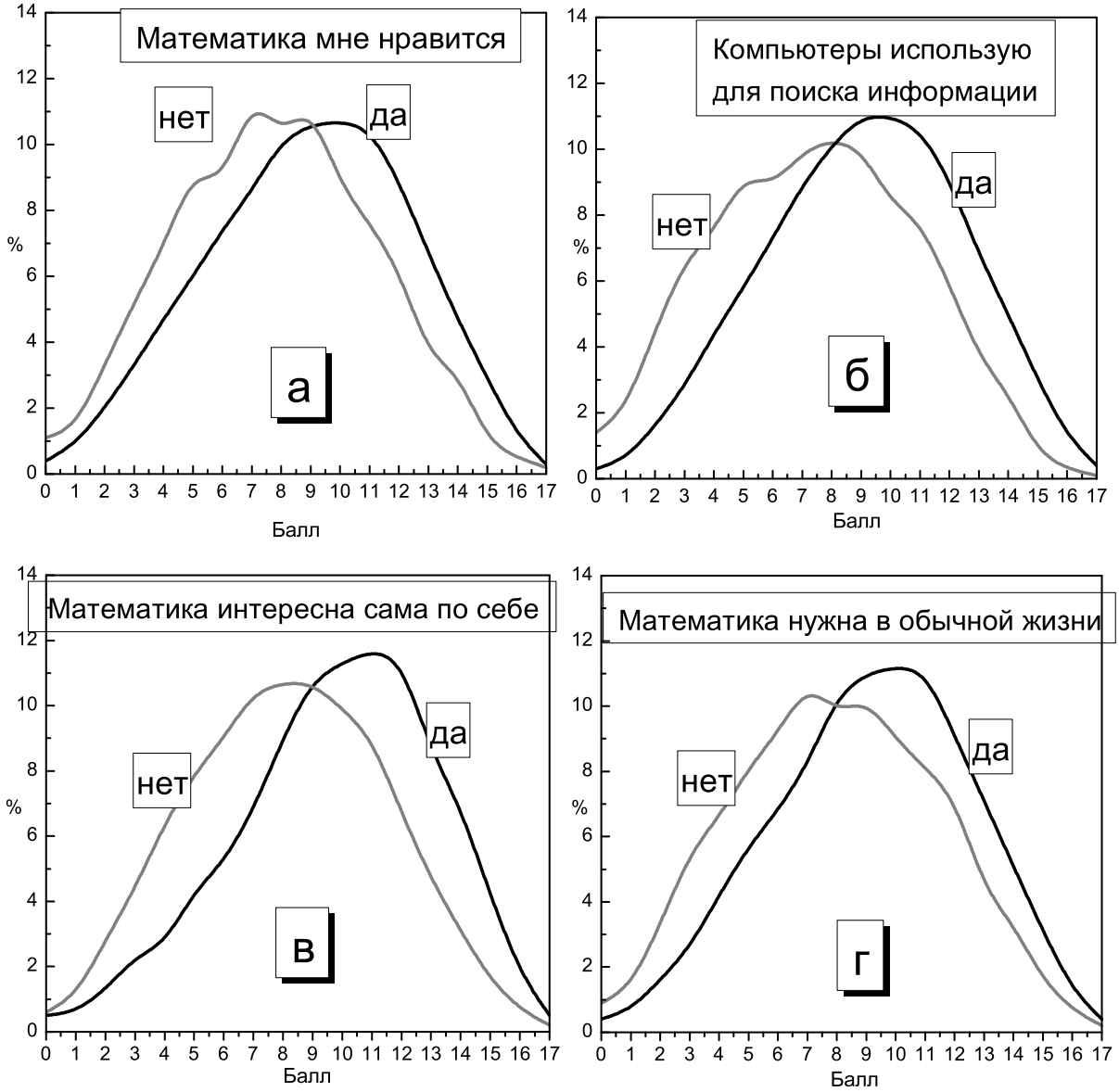

Рис. 2. Распределение баллов НИКО в зависимости от ответов на некоторые вопросы анкеты: а)математика как предмет мне нравится; б)компьютеры я использую для поиска информации; в) я изучаю математику, потому что она мне интересна сама по себе; г) я изучаю математику, потому что она нужна мне в обычной жизни, как каждому культурному и успешному человеку

Представленные на рис. 2 распределения диагностического балла отличаются в зависимости от ответов на эти вопросы. Это же подтверждает метод однофакторного дисперсионного анализа, выявивший значимое влияние некоторых анкетных вопросов на диагностический балл. Так значимыми являются вопросы анкеты под номерами 5.2 (математика нужна в обычной жизни: да, нет), 5.3 (математика интересна сама по себе: да, нет), 6 (математика мне нравится: да, нет), 9.3 (компьютеры использую для поиска информации: да, нет).

Кроме того, среди факторов есть такие, которые взаимодействуя друг с другом, влияют на диагностический балл НИКО. Связь среднего балла НИКО с некоторыми парами факторов изображена на рис. 3.

Здесь же изображены соответствующие 95% доверительные интервалы для балла НИКО.

Рис. 3а показывает, что в регионах с низким уровнем математической подготовки выпускников школ, школьные оценки по математике в начальной школе завышаются в среднем на один балл: уровень знания троечников фактически неудовлетворительный, а знания отличников не выше знаний хорошистов из других кластеров. Обратим внимание на рис. 3в. Он свидетельствует, что средние показатели учащихся гимназий и лицеев в регионах с низким уровнем математической подготовки выпускников на выпуске ниже аналогичных показателей обычных школ из других регионов страны. При этом различия между гимназиями и лицеями в кластерах со средней и высокой математической подготовкой не велики, тогда как показатели обычных школ в них заметно отличаются. Рис. 3г показывает, что фактор ВРП по разному работает в гимназиях и лицеях и обычных школах в зависимости от уровня образовательной математической среды в регионе. В богатых регионах учащиеся обычных школ показывают более высокие результаты, чем в средних и бедных регионах. Интересный эффект гендерных различий наблюдается в зависимости от школьной оценки по русскому языку. Как видно из рис. 3б на всех уровнях этого фактора средний балл НИКО выше у мальчиков. Однако средний балл НИКО у мальчиков оказался ниже, чем у девушек. Аналогичный результат получен и при анализе баллов НИКО в зависимости от школьной оценки по математике.

Двухфакторный дисперсионный анализ показал значимую связь баллов НИКО для всех 4-х пар факторов, избраженных на рис. 3.

Выбранные для исследования факторы и их взаимодействия были использованы для построения общей линейной модели, описывающей значимость и влияние этих факторов на переменную балл диагностической работы.

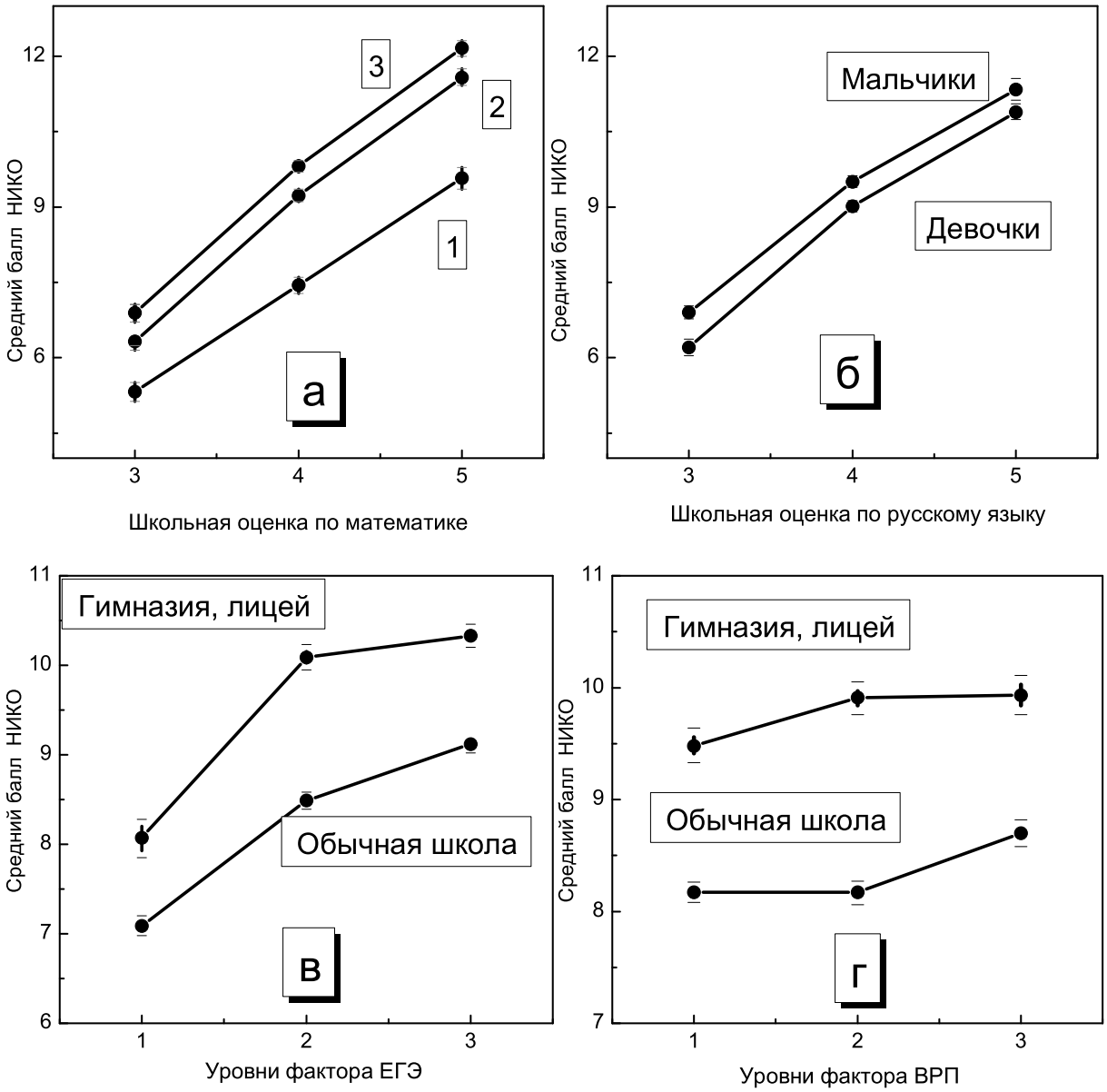

Рис. 3. Зависимость среднего балла НИКО от: а)школьной оценки по математике при разных уровнях результатов ЕГЭ по математике в регионе проживания; б)школьной оценки по русскому языку для мальчиков и девочек; в) уровня результатов ЕГЭ по математике в регионе проживания при разных видах школы г) уровня валового регионального продукта в регионе проживания при разных видах школы

4. Модель для результирующего балла НИКО, включающая значимые факторы и некоторые их взаимодействия

Для построения модели был использован метод дисперсионного факторного анализа. Зависимая переменная – балл НИКО. Среди рассмотренных выше социально-экономических, образовательных, гендерных, мотивационных факторов и их взаимодействий были выделены значимые. Это следующие факторы: уровень результатов ЕГЭ по математике (ЕГЭ), валовой региональный продукт (ВРП), тип школы (ТИП), школьная оценка по

математике (МАТЕМАТИКА), школьная оценка по русскому языку (РУССКИЙ), пол школьника (ПОЛ), а также мотивационные факторы из анкеты А1, А2, А3, А4, А5.2, А5.3, А5.5, А6, А9.1, А9.3, А9.4, А10, А11. Значимые взаимодействия такие: ЕГЭ*ВРП, ЕГЭ*ВИД, ЕГЭ*МАТЕМАТИКА, ЕГЭ*РУССКИЙ, ВРП*ТИП, ВРП*ВИД, ВРП*РУССКИЙ, ВРП*ПОЛ, ТИП*ВИД, МАТЕМАТИКА*ПОЛ, РУССКИЙ*ПОЛ.

Коэффициент детерминации в выбранной модели составил 0,41. Коэффициенты при выделенных значимых факторах и значимых взаимодействиях приведены в таблице 3.

Таблица 3. Оценки параметров. Зависимая переменная: балл НИКО

Параметр	Коэфф-т	Стд. ошибка	t-статистика	Знач.	Нижняя граница 95% д.и.	Верхняя граница 95% д.и.
Свободный член	11,995	0,493	24,311	0,000	11,028	12,963
ЕГЭ=1	-1,509	0,210	-7,182	0,000	-1,921	-1,097
ЕГЭ=2	-0,265	0,187	-1,418	0,156	-0,630	0,101
ЕГЭ=3	0	.	.	.	.	.
ВРП=1	-0,417	0,281	-1,486	0,137	-0,968	0,133
ВРП=2	-1,267	0,287	-4,412	0,000	-1,830	-0,704
ВРП=3	0	.	.	.	.	.
Тип школы=1	2,753	0,445	6,188	0,000	1,881	3,625
Тип школы=2	0	.	.	.	.	.
Оценка по математике=3	-4,094	0,216	-81,914	0,000	-4,518	-3,670
Оценка по математике=4	-1,960	0,165	-11,876	0,000	-2,284	-1,637
Оценка по математике=5	0	.	.	.	.	.
Оценка по рус. языку=3	-1,546	0,247	-6,246	0,000	-2,031	-1,061
Оценка по рус. языку=4	-0,564	0,202	-2,791	0,005	-0,960	-0,168
Оценка по рус. языку=5	0	.	.	.	.	.
Пол=1 (женский)	-0,684	0,144	-4,750	0,000	-0,966	-0,422
Пол=2 (мужской)	0	.	.	.	.	.
А1=0	-0,234	0,066	-3,515	0,000	-0,364	-0,103
А1=1	0	.	.	.	.	.
А2=0	0,292	0,112	2,602	0,009	0,072	0,512
А2=1	0	.	.	.	.	.
А3=0	-0,294	0,113	-2,607	0,009	-0,515	-0,073
А3=1	0	.	.	.	.	.
А4=0	0,167	0,056	2,989	0,003	0,0,57	0,276
А4=1	0	.	.	.	.	.
А5.2=0	-0,327	0,055	-5,981	0,000	-0,434	-0,220
А5.2=1	0	.	.	.	.	.
А5.3=0	-0,699	0,056	3,338	0,001	0,081	0,310
А5.3=1	0	.	.	.	.	.
А5.5=0	0,196	0,059	-12,565	0,000	-0,808	-0,590
А5.5=1	0	.	.	.	.	.
А6=0	-0,453	0,072	-6,301	0,000	-0,594	-0,312
А6=1	0	.	.	.	.	.
А9.1=0	-0,323	0,054	-5,920	0,000	-0,429	-0,216
А9.1=1	0	.	.	.	.	.
А9.3=0	-0,400	0,065	-6,132	0,000	-0,527	-0,272
А9.3=1	0	.	.	.	.	.
А9.4=0	-0,184	0,054	-3,386	0,001	-0,290	-0,077
А9.4=1	0	.	.	.	.	.
А10=0	-0,187	0,051	-3,642	0,000	-0,287	-0,086

А10=1	0	.	.	.	.	.
А11=0	-0,303	0,106	-2,866	0,004	-0,511	-0,096
А11=1	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=1) * (ВРП=1)	-0,505	0,170	-2,971	0,003	-0,838	-0,172
(ЕГЭ=1) * (ВРП=2)	0,708	0,348	2,034	0,042	0,026	1,390
(ЕГЭ=1) * (ВРП=3)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=2) *(ВРП=1)	0,100	0,163	0,614	0,539	-0,219	0,419
(ЕГЭ=2)* (ВРП=2)	0,198	0,146	1,354	0,176	-0,089	0,485
(ЕГЭ=2)* (ВРП=3)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3) * (ВРП=1)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3)*(ВРП=2)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3)*(ВРП=3)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=1) * (Вид школы=1)	1,020	0,450	2,266	0,023	0,138	1,902
(ЕГЭ=1) * (Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=2) * (Вид школы=1)	1,407	0,449	3,133	0,002	0,527	2,288
(ЕГЭ=2) *(Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3) * (Вид школы=1)	1,180	0,457	2,582	0,010	0,284	2,076
(ЕГЭ=3) * (Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=1) * (Оценка по математике=3)	0,824	0,285	2,887	0,004	0,264	1,383
(ЕГЭ=1) * (Оценка по математике=4)	0,121	0,216	0,561	0,575	-0,302	0,543
(ЕГЭ=1)* (Оценка по математике=5)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=2) * (Оценка по математике=3)	0,492	0,262	1,879	0,060	-0,021	1,006
(ЕГЭ=2) * (Оценка по математике=4)	0,420	0,195	2,150	0,032	0,037	0,802
(ЕГЭ=2) * (Оценка по математике=5)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3) * (Оценка по математике=3)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3) * (Оценка по математике=4)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3) * (Оценка по математике=5)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=1)* (Оценка по русскому=3)	-0,106	0,311	-0,341	0,733	-0,715	0,503
(ЕГЭ=1) * (Оценка по русскому=4)	-0,470	0,245	-1,923	0,054	-0,950	0,009
(ЕГЭ=1) * (Оценка по русскому=5)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=2)* (Оценка по русскому=3)	-0,960	0,276	-3,476	0,001	-1,501	-0,419
(ЕГЭ=2)* (Оценка по русскому=4)	-0,936	0,217	-4,310	0,000	-1,362	-0,510
(ЕГЭ=2) *(Оценка по русскому=5)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3)* (Оценка по русскому=3)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3) *(Оценка по русскому=4)	0	.	.	.	.	.
(ЕГЭ=3) *(Оценка по русскому=5)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=1) * (Тип школы=1)	-0,688	0,166	-4,151	0,000	-1,013	-0,363
(ВРП=1) * (Тип школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=2) * (Тип школы=1)	-0,097	0,184	-0,529	0,597	-0,457	0,263
(ВРП=2) *(Тип школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3) *(Тип школы=1)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3) *(Тип школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=1) * (Вид школы=1)	-0,266	0,144	-1,854	0,064	-0,548	0,015
(ВРП=1) * (Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=2) * (Вид школы=1)	0,139	0,152	0,920	0,358	-0,158	0,437
(ВРП=2) * (Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3) * (Вид школы=1)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3) * (Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=1) * (Оценка по русскому=3)	1,433	0,186	7,693	0,000	1,068	1,798
(ВРП=1) *(Оценка по русскому=4)	1,065	0,168	6,345	0,000	0,736	1,394
(ВРП=1)* (Оценка по русскому=5)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=2)* (Оценка по русскому=3)	0,836	0,208	4,021	0,000	0,429	1,244
(ВРП=2) * (Оценка по русскому=4)	0,257	0,186	1,384	0,166	-0,107	0,620
(ВРП=2) * (Оценка по русскому=5)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3)* (Оценка по русскому=3)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3)* (Оценка по русскому=4)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3) *(Оценка по русскому=5)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=1) * (Пол=1)	0,300	0,120	2,500	0,012	0,065	0,534
(ВРП=1)* (Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=2)* (Пол=1)	0,263	0,132	2,001	0,045	0,005	0,521

(ВРП=2) * (Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3)* (Пол=1)	0	.	.	.	.	.
(ВРП=3) * (Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(Тип школы=1) *(Вид школы=1)	-2,071	0,446	-4,640	0,000	-2,946	-1,196
(Тип школы=1) * (Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(Тип школы=2)* (Вид школы=1)	0	.	.	.	.	.
(Тип школы=2)* (Вид школы=2)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по математике=3) * (Пол=1)	0,861	0,226	3,808	0,000	0,418	1,304
(Оценка по математике=3) *(Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по математике=4) *(Пол=1)	0,288	0,169	1,708	0,088	-0,043	0,619
(Оценка по математике=4) * (Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по математике=5)*(Пол=1)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по математике=5) * (Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по русскому=3) * (Пол=1)	-0,631	0,240	-2,635	0,008	1,101	-0,162
(Оценка по русскому=3) * (Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по русскому=4)* (Пол=1)	-0,084	0,185	-0,455	0,649	-0,447	0,278
(Оценка по русскому=4) * (Пол=2)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по русскому=5)*(Пол=1)	0	.	.	.	.	.
(Оценка по русскому=5) *(Пол=2)	0	.	.	.	.	.

О качестве подогнанной модели можно судить по остаткам.
На рис. 4 изображена гистограмма остатков.

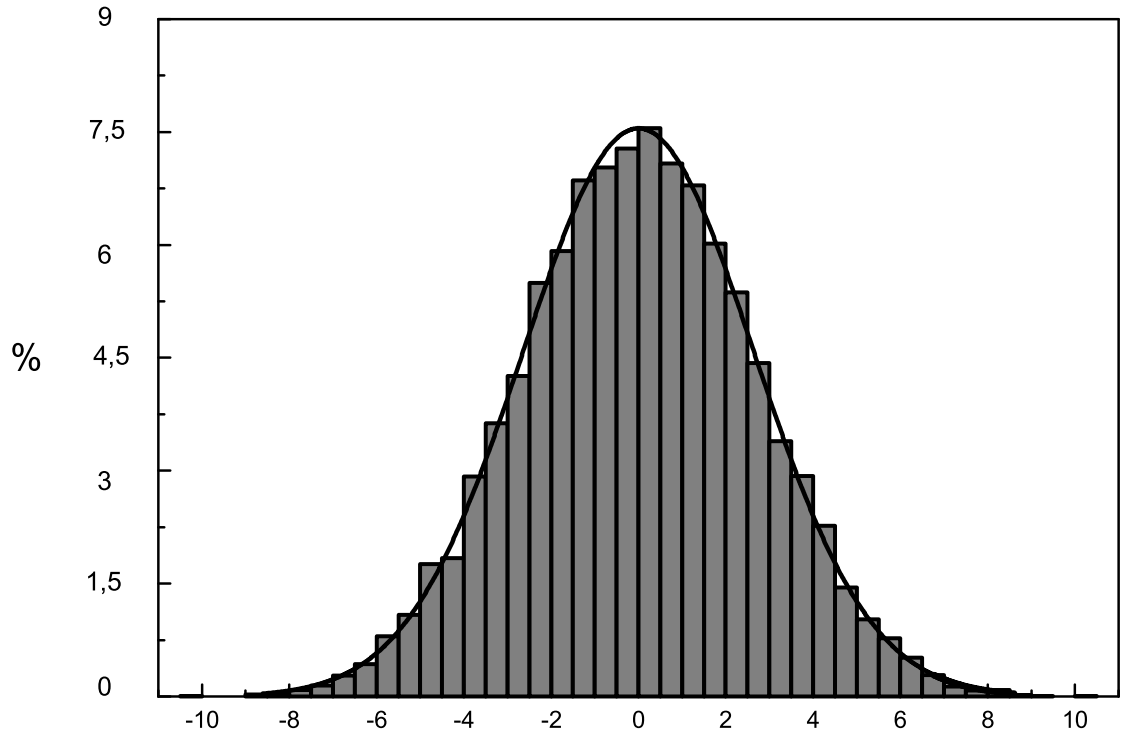

Рис. 4. Гистограмма остатков после подгонки модели для переменной балл НИКО

Исследование остатков после подгонки модели показывает, что остатки подчиняются нормальному закону распределения. Статистическая гипотеза о нормальном законе распределения остатков подтверждается.

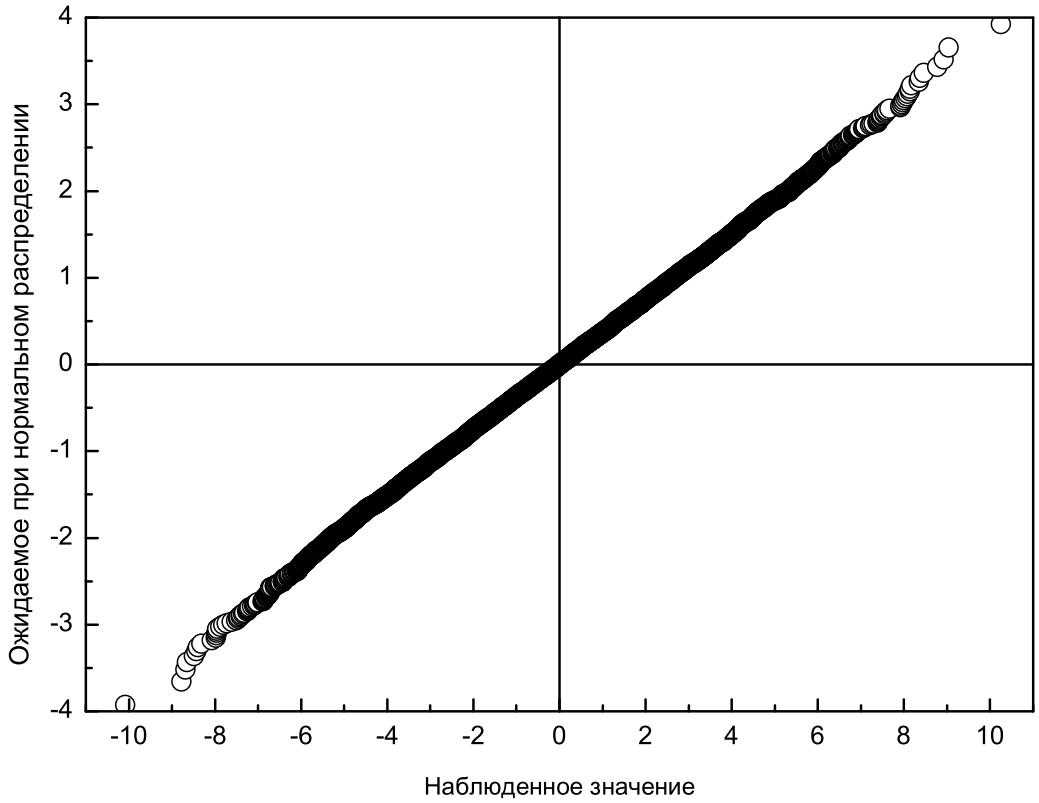

Рис. 5. График остатков после подгонки модели для переменной балл НИКО на нормальной вероятностной бумаге

На рис. 5 изображены остатки на нормальной вероятностной бумаге.

5. Обсуждение полученных результатов

Полученная общая линейная модель математической успешности учащегося позволяет легко выделить факторы и сочетания факторов, которые дают наиболее значимый вклад в ожидаемый результат учащегося. Она также позволяет сравнивать между собой образовательные условия в разных типах и видах школ в различных регионах страны для разных категорий учащихся. Детальный содержательный анализ таблицы 3 — тема для отдельной статьи. Ниже мы выделим только те сочетания факторов, которые приводят как к самым низким ожидаемым результатам, так и к самым высоким. Но прежде поясним, что результаты, полученные в таблице 3 по отдельным факторам, не следует вырывать из общей модели, так как наряду с чистым вкладом каждого фактора для части факторов не следует забывать эффект их взаимодействия между собой. Поясним это на простом примере. Низкий образовательный уровень региона по математике снижает ожидаемый показатель учащегося относительно среднего

значения 11,995 на 1,509. Одновременно оценка «три» по математике снижает это значение на 4,094, однако сочетание этих факторов повышает оценку на 0.824. Это может показаться странным, но надо понимать, что в данном случае сочетание факторов действует одновременно с каждым из факторов по отдельности и носит компенсационный эффект. Наибольший отрицательный вклад в ожидаемую математическую успешность в пятом классе среди всех рассматриваемых факторов имеет низкая оценка по математике на выходе из младшей школы. Другими словами, недоученный учащийся, естественно, будет показывать весьма низкие результаты. Однако, выше мы дважды обратили внимание на то, что сама по себе школьная оценка мало информативна и весьма важно в каком регионе и типе школы она получена и на сколько мотивирован учащийся для занятий математикой. Самые низкие ожидаемые оценки математической успешности у девочек троечников по математике и русскому языку из общеобразовательных сельских школ в регионах с низким уровнем преподавания математики и низким ВРП на душу населения. Этот уровень будет еще ниже, если при этом учащаяся считает, что:

- надо больше заниматься лишь теми предметами, которые ей нравятся, а на остальные тратить минимум усилий;
- не представляет кем будет работать, когда закончит учиться;
- математика не нравится, не интересна ей сама по себе и не нужна в обыденной жизни;
- математика никак не повлияет на ее шансы добиться успеха в жизни.

При этом такая учащаяся не использует компьютер для поиска информации, не использует его в своих хобби или играх, лишь рассматривает его как средство коммуникации в социальных сетях. Сочетание всех этих факторов, согласно полученной модели, фактически означает, что учащаяся не способна справиться с диагностической работой на положительную оценку, ее математические знания и навыки неудовлетворительны. Указанное сочетание факторов для мальчиков также приводит к ожидаемой неудовлетворительной оценке.

Самые высокие ожидаемым математическим результаты ожидаются у юношей, на отлично закончивших младшую городскую гимназию или лицей в регионе со средним ВРП на душу населения, но высоким уровнем математического образования. При этом эти учащиеся считают, что:

- надо с одинаковым старанием заниматься по всем предметам;

- не очень важно в будущем достичь успеха в профессии, сделать карьеру, добиться высоких заработков;
- они представляют, кем будут когда закончат учиться;
- математика нужна им в обычной жизни, как каждому культурному человеку, интересна сама по себе и нравится;
- математика повысит их шансы добиться успеха в жизни.

При этом они активно используют компьютер как для игр, так и для поиска информации.

6. Заключение

В рамках национального исследования качества математического образования (НИКО) школьников была проведена работа по выявлению факторов, влияющих на качество математического образования. К таким факторам можно отнести как социально-экономические, образовательные, гендерные, так и мотивационные. Мотивационные факторы, влияющие на успешное обучение, были выявлены анкетированием школьников.

Построена общая многофакторная линейная модель, объясняющая математическую успешность учащихся. В эту модель вошел ряд значимых социально-экономических факторов, зафиксированных в исследовании. К ним относятся: уровень математического образования в регионе, валовой региональный продукт на душу населения, тип и вид образовательного учреждения и частично их парные взаимодействия (см. таблицу 3). Одновременно в модель вошли значимые факторы, характеризующие самого учащегося: пол, уровень подготовки по математике и русскому языку на выходе из начальной школы, а также ряд мотивационно-мировозренческих факторов и их взаимодействия. Полученная модель позволяет проводить комплексные сравнительные исследования влияния образовательной среды и личностных факторов учащегося на его ожидаемую математическую успешность.

Библиографический список

1. *Макаров А.А., Симонова Г.И.* Сравнительный анализ результатов кластеризации распределений баллов ЕГЭ по математике в регионах РФ в 2010-2011 гг. и модель учета ряда объективных факторов в формировании кластеров. // Статистические методы оценивания и проверки гипотез: межвуз. сб. науч. тр. / Перм.гос.ун-т. – Пермь. – 2012. – Вып. 24. – С. 188-203.

2. *Макаров А.А., Симонова Г.И.* Сравнительный анализ результатов кластеризации распределений баллов ЕГЭ по математике в регионах РФ в 2009-2010 гг. // Статистические методы оценивания и проверки гипотез: межвуз. сб. науч. тр. / Перм.гос.ун-т. – Пермь. – 2011. – Вып. 23. – С. 89-103.

3. *А.А. Макаров, Д.И. Зверева, Г.И. Симонова* Методика анализа результатов ЕГЭ по математике в 2014 году с учетом социально-демографических показателей регионов РФ. //Статистические методы оценивания и проверки гипотез: межвуз. сб. науч. тр. / Перм.гос.ун-т. – Пермь. – 2015. – Вып. 26. – С. 205-222.

4. Аналитические материалы по результатам проведения Национального исследования качества математического образования в 5-7 классах. – М.: МЦНМО, 2015. – 187 с.

5. *Бююль А., Цёфель П.* SPSS: искусство обработки информации. – М., СПб, Киев, DiaSoft, 2005. – 608 с.

Factors of mathematical success of pupils on start of high school

A.A. Makarov[1], **G.I. Simonova**[2]

[1] National Research University Higher School Economic; amakarov@hse.ru; +7(926)5012918;
[2] National Research University Higher School Economic; gisimon@yandex.ru; +7(926)2087172

Abstract. *In article results of the complex analysis of data national research of quality of mathematical education in Russia among pupils of the fifth classes are given. The general linear model of dependence of the results of pupils from revealed significant social and economic (at the level of the region) and individual and motivational (at the level of the pupil) factors and their interactions is constructed. The most problem combinations of factors leading on average to low level of mathematical knowledge and competences are revealed.*

Key words: *national research of quality of education, mathematical success of pupils, analysis of variance, parameter estimates, estimate of effects of intergroup factors.*