В.Д. Матвеенко

Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»

СТРУКТУРА РАВНОВЕСИЙ В МОДЕЛИ ЭНДОГЕННОГО РОСТА С ГОРИЗОНТАЛЬНЫМИ ИННОВАЦИЯМИ

Введение

Модель эндогенного роста с горизонтальными инновациями [Romer, 1990] стала основой мощного направления и теории роста (см. обзор [Gancia, Zilibotti, 2005]). В этой модели экономика представляется как трехсекторная структура, включающая сектор финального производства с конкурентным рынком, сектор горизонтально дифференцированных промежуточных капитальных товаров с монополистической конкуренцией и сектор НИОКР. Инновации имеют форму новых разновидностей промежуточных товаров.

В базовой модели Ромера и ее дальнейших модификациях сектор финального производства описывался при помощи однородной (с постоянной отдачей от масштаба, CRS) производственной функции типа CES/CRRA. Целью настоящего доклада является ослабление этого ограничения на производственную функцию. Для описания фирмы сектора финального производства вводится широкий класс симметричных аддитивно сепарабельных производственных функций, не обязательно однородных. Этот класс аналогичен классу функций полезности, который использовался в теории монополистической конкуренции, до некоторой степени — в работах [Dixit, Stiglitz, 1977] и [Krugman, 1979] и особенно успешно — в работе [Zhelobodko et al., 2012].

Кроме того, мы не ограничиваемся случаем, когда фирма сектора финального производства максимизирует свою прибыль, а рассматриваем также версию модели с расширенным семейством задач, решаемых фирмой сектора финального производства при заданных ее суммарных расходах на приобретение промежуточных (капитальных) товаров. В частности, возможно, что аналогично модели Солоу определенная часть финального продукта тратится на «инвестиции», т.е. на приобретение капитальных товаров.

Расширение модели эндогенного роста представляется естественным как с чисто экономической точки зрения (развитие модели Солоу), так и с точки зрения более полного анализа структуры динамических равновесий в секторе промежуточных товаров.

В качестве отправной точки используется версия модели эндогенного роста с горизонтальными инновациями, описанная в книге [Barro, Sala-i-Martin, 2004], в которой, в отличие от работы [Romer, 1990], не учитывается человеческий капитал и не проводится полного разделения между секторами промежуточных товаров и НИОКР.

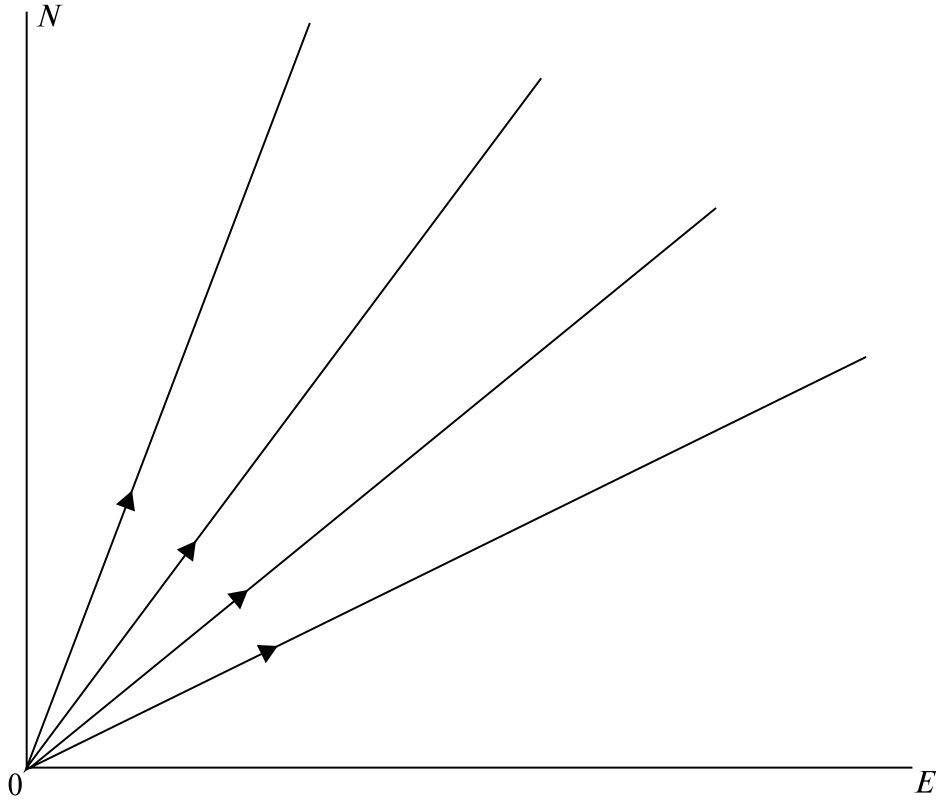

Рис. 1. «Лучи роста»

Основные результаты исследования могут быть просуммированы следующим образом. Экономика характеризуется семейством «лучей роста» (рис. 1), проходящих в первой координатной четверти на плоскости (E, N), где N — «число» разновидностей горизонтально дифференцируемых промежуточных товаров; E — расходы фирмы сектора финального производства на приобретение промежуточных товаров. Помимо своего углового коэффициента $\frac{E}{N}$, каждый из «лучей роста» характеризуется также определенными значениями x_{ij} — выпуска j-го промежуточного товара для использования i-й фирмой сектора финального производства, p_j — цены единицы про-

межуточного товара, π_j — операционной прибыли фирмы — производителя промежуточного товара, r — процентной ставки, γ — темпа прироста на равновесной траектории.

Равновесная траектория движется по одному из «лучей роста» так, что величины E, N растут равномерно и пропорционально друг другу с темпом прироста γ, а величины x_{ij}, π_j, r сохраняются неизменными.

«Лучи роста» связаны друг с другом следующим образом: выпуск x_{ij} увеличивается в направлении часовой стрелки, т.е. при увеличении $\frac{E}{N}$ независимо от точного вида производственной функции (независимо от $f(.)$ в выражении (1) ниже), тогда как направление изменения цены p_j, прибыли π_j, процентной ставки r и темпа прироста γ зависят от вида функции $f(.)$.

Также исследуется влияние изменения затрат труда на динамическое равновесие; показано, что в зависимости от вида функции $f(.)$ эффект масштаба (т.е. зависимость темпа роста от объема труда) может либо присутствовать, либо нет.

Сектор финального производства

В секторе финального производства имеется n идентичных фирм $i = 1,\ldots,n$ и используется труд $L = nL_i$. Общий труд L экзогенный, тогда как число фирм (n) и их размер (L_i) являются, вообще говоря, эндогенными. Производственная функция фирмы сектора финального производства имеет вид:

$$Y_i = g(L_i)\int_{j=0}^{N} f(x_{ij})dj, \qquad (1)$$

где $j \in [0, N]$ — промежуточные товары; x_{ij} — спрос фирмы i на промежуточный товар j.

Предполагается, что функция $f(.)$ определена на положительной оси и

$$f' > 0, f'' < 0, f(0) = 0.$$

В дальнейшем $E_f(x_{ij}) = \frac{f'(x_{ij})}{f(x_{ij})}x_{ij}$ — эластичность функции $f(.)$. При указанных условиях, как можно убедиться, функция $f(.)$ неэластична: $E_f(x) < 1$ при любом x; это эквивалентно тому, что функция $\frac{f(x)}{x}$ убывает.

Кроме того, будем предполагать, что эластичность $E_f(.)$ отделена от нуля: существует такое число $\omega > 0$, что $E_f(x) > \omega$ при любом x. Аналогичные предположения сделаем и относительно $g(.)$.

В проводимом далее анализе активно используется функция[1]

$$r_f(x) = -\frac{f''(x)x}{f'(x)}. \tag{2}$$

Аналогичная функция использовалась применительно к функции полезности в [Zhelobodko et al., 2012].

В «стандартном» случае, рассмотренном в [Romer, 1990] и [Barro, Sala-i-Martin, 2004], $f(x) = x^{\alpha}$, где $0 < \alpha < 1$. Все сделанные предположения, очевидно, выполняются, и $r_f \equiv 1 - \alpha$.

Это делает естественным в общем случае предположить, что

$$0 < r_f(x_{ij}) < 1.$$

В первой версии модели рынок финального продукта конкурентен. Фирма *i* принимает цены рынка и максимизирует свою прибыль:

$$Y_i - wL_i - \int_{j=0}^{N} p_j x_{ij} dj \to Max,$$

где *w* — ставка заработной платы; L_i — рабочая сила, используемая фирмой; p_j — цена, устанавливаемая производителем *j*-го промежуточного товара.

Условиями оптимальности первого порядка являются равенства предельных продуктов ценам факторов:

$$w = \frac{\partial Y_i}{\partial L_i} = g'(L_i) \int_{j=0}^{N} f(x_{ij}) dj, \tag{3}$$

$$p_j = \frac{\partial Y_i}{\partial x_{ij}} = g(L_i) f'(x_{ij}). \tag{4}$$

Уравнение (4) означает, что ценовая эластичность x_{ij} равна $1 / r_f(x_{ij})$.

Обмен на конкурентном рынке должен удовлетворять уравнению

$$Y_i = wL_i + \int_{j=0}^{N} p_j x_{ij} dj, \tag{5}$$

а значит, после применения (4) и сокращения — уравнению

---

[1] Напомним, что абсолютная величина эластичности предельного продукта обычно рассматривается как мера кривизны кривой *f*(*x*). Эта величина также известна как мера Эрроу — Пратта абсолютной несклонности к риску. Обратная величина $1/r_f(x_{ij})$ равна эластичности замещения двух факторов в производственной функции в симметричном случае, когда $x_{ij} = \text{const}, j \in [0, N]$.

$$E_g(L_i)+\frac{\int_{j=0}^{N} f'(x_{ij})x_{ij}dj}{\int_{j=0}^{N} f(x_{ij})dj}x_{ij}=1.$$

В симметричном случае это условие конкурентного рынка превращается в

$$E_g(L_i)+E_f(x_{ij})=1. \tag{6}$$

Следующий пример показывает, что описываемое уравнением (6) множество на плоскости (x_{ij},L_i) может быть пустым.

Пример 1. Пусть

$$g(L_i)=AL_i^{\alpha},\ 0<\alpha<1,$$

$$f(x)=Cx_{ij}^{\gamma}+Dx_{ij}^{\delta},0<\gamma<\delta<1.$$

Тогда

$$E_g\equiv\gamma,$$

$$E_f(x_{ij})=\frac{\gamma Cx_{ij}^{\gamma}+\delta Dx_{ij}^{\delta}}{Cx_{ij}^{\gamma}+Dx_{ij}^{\delta}},$$

$$E_f'(x_{ij})=\frac{(\gamma-\delta)^2CDx_{ij}^{\gamma+\delta-1}}{(Cx_{ij}^{\gamma}+Dx_{ij}^{\delta})^2}>0,$$

т.е. эластичность возрастает. При этом

$$E_f(x_{ij})=\frac{\gamma C+\delta Dx_{ij}^{\delta-\gamma}}{C+Dx_{ij}^{\delta-\gamma}}\underset{x_{ij}\to 0}{\to}\gamma$$

$$E_f(x_{ij})=\frac{\gamma Cx_{ij}^{\gamma-\delta}+\delta D}{Cx_{ij}^{\gamma-\delta}+D}\underset{x_{ij}\to+\infty}{\to}\delta,$$

Таким образом, областью значения функции $E_f(x_{ij})$ при $x_{ij}>0$ является интервал (γ,δ).

Если $\alpha\in(1-\gamma,1-\delta)$, то множество (6) представляет собой прямую x_{ij} = const, т.е., независимо от размера фирм сектора финального производства, фирмы сектора промежуточных товаров производят одно и то же количество товара. Если же $\alpha<1-\gamma$ или $\alpha>1-\delta$, то множество (6) оказывается пустым, т.е. равновесия с такой производственной функцией не существует.

Если решение существует, то

$$x_{ij} = \left(\frac{1-\delta-\alpha}{\gamma+\alpha-1}\right)\left(\frac{D}{C}\right)^{\frac{1}{\gamma-\delta}}.$$

В общем случае, если кривая (6) существует, ее форма определяется свойствами эластичностей функций $f(.), g(.)$ и эластичностей производных.

Предложение 1. *Кривая* (6) *имеет в точке* (x_{ij}, L_i) *положительный наклон,* $\frac{dL}{dx_{ij}} > 0$, *в том и только в том случае, если одна из эластичностей* $E_g(.), E_f(.)$ *возрастает, а другая убывает. Она имеет отрицательный наклон,* $\frac{dL}{dx_{ij}} < 0$, *в том и только в том случае, если обе эластичности возрастают или обе убывают.*

Пример 2. Пусть

$$g(L) = AL^{\alpha} + BL^{\beta},\ \alpha \neq \beta,$$

$$f(x) = Cx^{\gamma} + Dx^{\delta}, \gamma \neq \delta.$$

Согласно примеру 1,

$$E_g' > 0,\ E_f' > 0.$$

По предложению 1 кривая (6) имеет отрицательный наклон.

Лемма 1. *Условиями возрастания (убывания) эластичностей* $E_f(.), E_g(.)$ *являются соответственно неравенства*

$$1 - r_f - E_f > (<)0,$$

$$1 - r_g - E_g > (<)0.$$

Следствие 1. *Условиями возрастания (убывания) функции* r_f, *т.е. условиями выполнения неравенства* $r_f' > (<)0$, *являются соответственно неравенства*

$$1 - r_{f'} + r_f > (<)0.$$

В однородном (CRS) случае уравнения (5) и (6) следуют автоматически из теоремы Эйлера об однородной функции. Если мы отказываемся от предположения однородности, но по-прежнему предполагаем конкурентность рынка финального продукта, мы должны в симметричном случае ограничиться рассмотрением кривой (6), включающей лишь допустимые сочетания производственных факторов, используемых фирмой сектора финального производства. Заметим, что такого рода ограничение представляется даже более естественным, чем стандартное предположение о возможности произ-

вольного комбинирования труда и капитала каждой отдельной фирмой при наличии CRS на уровне фирмы.

При наличии кривой (6), несмотря на отсутствие CRS на уровне фирмы, CRS имеет место в секторе в целом, что представляется весьма естественным. В симметричном равновесии каждая из n идентичных фирм использует определенные количества труда (L_i) и капитала (Nx_{ij}), таким образом, финальный продукт в количестве nY_i производится при затратах труда $L = nL_i$ и затратах капитала $K = nNx_{ij}$. При этом явление CRS появляется за счет репликации идентичных фирм (изменения числа n).

Расширенная версия модели сектора финального производства

Параллельно с версией модели с совершенной конкуренцией в секторе финального производства будем рассматривать другую, расширенную версию модели. Пусть цены факторов (w и p_i) и расходы (E) на приобретение промежуточных товаров (капитала) известны фирме i сектора финального производства в момент решения. В частности, возможно, что, как в модели Солоу, расходы E составляют постоянную долю финального продукта Y_i. Фирма формирует спрос на труд (L_i) и спрос на каждый из промежуточных товаров (x_{ij}), решая задачу:

$$Y_i - wL_i \to Max$$

при ограничении

$$\int_{j=0}^{N} p_j x_{ij} dj = E.$$

Условиями оптимальности первого порядка служат (3) и

$$\lambda p_j = g(L_i) f'(x_{ij}). \tag{7}$$

В симметричном случае, когда $p_j = p$, очевидно, что

$$x_{ij} = x = \frac{E}{Np}.$$

Существует некоторое значение E, при котором $\lambda = 1$, при этом равновесие в расширенной версии модели является одновременно равновесием в версии с совершенной конкуренцией в секторе финального производства.

Сектор промежуточных товаров (монополистическая конкуренция)

Каждый промежуточный товар производит отдельная фирма. Единственным фактором производства является финальный продукт[1]. Операционная прибыль j-го производителя сектора промежуточных товаров равна

$$n\left(\frac{1}{\lambda}g(L_i)f'(x_{ij})x_{ij} - cx_{ij}\right) - \bar{f} = n\left(\frac{E}{N} - cx_{ij}\right) - \bar{f},$$

где $n = \frac{L}{L_i}$ — число фирм в секторе финального производства; c — предельные издержки; $\bar{f}$ — фиксированные издержки. В версии модели с совершенной конкуренцией в секторе финального производства $\lambda = 1$.

Условием строгой выпуклости функции прибыли является

$$f'''(x_{ij})x_{ij} + 2f''(x_{ij}) < 0.$$

Это условие может быть записано как

$$r_{f'} < 2\ , \tag{8}$$

где

$$r_{f'}(x) = -\frac{f'''(x)x}{f''(x)}.$$

Условием равновесия является

$$f''(x_{ij})x_{ij} + f'(x_{ij}) = \frac{c\lambda}{g(L_i)}\ . \tag{9}$$

Достаточным условием существования решения уравнения (9) являются равенства:

$$\lim_{x\to 0} f'(x) + xf''(x) = +\infty, \tag{10}$$

$$\lim_{x\to \infty} f'(x) + xf''(x) = 0. \tag{11}$$

Лемма 2. *В равновесии цена и выпуск промежуточного товара связаны равенством:*

---

[1] Труд используется только в секторе финального выпуска.

$$p_j = \frac{c}{1 - r_f(x_{ij})}. \qquad (12)$$

«Выигрыш» (mark-up) фирмы *j* может быть определен как $M = \frac{p_j}{c}$ или как $\bar{M} = \frac{p_j - c}{p_j} = 1 - \frac{1}{M}$; величина $\bar{M}$ известна также как *индекс Лернера.*

Предложение 3. *В равновесии «выигрыш» фирмы j равен*

$$\bar{M} = r_f(x_{ij}).$$

В частном случае

$$f(x) = x^{\alpha}, 0 < \alpha < 1$$

имеем:

$$r_f = 1 - \alpha\ ,\ r_{f'} = 2 - \alpha\ ,$$

следовательно, $0 < r_f < 1$, $1 < r_{f'} < 2$, $f'(x) + xf''(x) = \alpha^2 x^{\alpha-1}$, и условия (10), (11) выполняются. Из (12) следует, что $p_j = \frac{c}{\alpha}$. Уравнение (7) дает

$$x_{ij} = \left(\frac{\alpha^2 g(L_i)}{c\lambda} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}.$$

В версии модели с совершенной конкуренцией в секторе финального производства здесь $\lambda = 1$. С другой стороны, из (6) следует, что

$$E_g(L_i) = 1 - \alpha\ .$$

Предположим, что $E_g(L_i)$ монотонна. Тогда либо L_i и x_{ij} определены однозначно, либо имеет место «стандартный» случай, когда $g(L_i) = AL_i^{1-\alpha}$, тогда $x_{ij} = \text{const} \cdot L_i$, т.е. выпуск каждого промежуточного товара пропорционален труду в секторе финального производства.

Равновесие

В коротком периоде «число» *N* фирм сектора промежуточного выпуска фиксировано, кроме того, в расширенной версии модели расходы *E* фиксированы;

$$x_j = nx_{ij} = \frac{L}{L_i} x_{ij}$$

— выпуск фирмы *j*.

Равновесные значения выпуска x_{ij} и цены p_j в версии модели с совершенной конкуренцией в секторе финального производства определены системой уравнений:

$$\begin{cases} E_g(L_i) + E_f(x_{ij}) = 1, \\ g(L_i) f'(x_{ij}) = \dfrac{c}{1 - r_f(x_{ij})}. \end{cases} \tag{13}$$

В версии модели с заданными расходами E величины x_{ij} и p_j зависят от отношения E / N и определены системой уравнений:

$$\begin{cases} g(L_i) f(x_{ij}) = g'(L_i) f(x_{ij}) L_i + p_j x_{ij} \\ p_j = \dfrac{c}{1 - r_f(x_{ij})} \\ N p_j x_{ij} = E \\ \lambda p_j = g(L_i) f'(x_{ij}) \end{cases},$$

которая сводится к аналогичной (13) системе:

$$\begin{cases} E_g(L_i) + \dfrac{E}{N g(L_i) f(x_{ij})} = 1, \\ \dfrac{E}{N x_{ij}} = \dfrac{c}{1 - r_f(x_{ij})}. \end{cases} \tag{14}$$

Структура динамических равновесий

В модели возможны два канала сбалансированного экономического роста, т.е. такого, когда размеры фирм в двух секторах, характеризуемые величинами L_i и x_{ij}, не меняются.

Во-первых, сбалансированный рост может происходить за счет роста труда (L) в секторе финального производства и пропорционального увеличения числа фирм (n) в этом секторе. В таком случае, если инновации отсутствуют, $N = \text{const}$, то темп роста экономики совпадает с темпом роста рабочей силы, привлекаемой в сектор финального производства. Это экстенсивный

рост, типичный для слаборазвитых стран и для СССР в период застоя 1970–1980-х гг.

Второй канал сбалансированного роста проявляется тогда, когда при фиксированных труде (L) и числе фирм (n) в секторе финального производства экономический рост происходит в результате пропорционального увеличения «количества» промежуточных товаров (N) и расходов фирм на их приобретение (E). Каждая равновесная сбалансированная траектория движется вдоль одного из «лучей роста» на плоскости (E, N).

Различным «лучам роста» соответствуют различные наборы x_{ij}, p_i и других величин, характеризующих экономику. Очевидно, что произведение $p_j x_{ij}$ положительно связано с E/N; иными словами, $p_j x_{ij}$ растет при перемещении с одного луча на другой в направлении по часовой стрелке. При этом нас интересуют направления изменений равновесных значений x_{ij} и p_j, а также прибыли монополиста и темпа прироста.

Предположим, что выполняется (8).

Предложение 4. *Выпуск x_{ij} растет с увеличением E/N (т.е. в направлении по часовой стрелке на рис. 1).*

Теперь установим связь изменений выпуска (x_{ij}) и цены (p_j). В силу (14), если $r_f' > 0$, то цена меняется в том же направлении, что и выпуск, а если $r_f' < 0$, то в противоположном направлении.

Если $r_f = \text{const}$, то цена постоянна независимо от объема выпуска промежуточного товара. Именно этот последний случай реализуется в работах [Romer, 1990] и [Barro, Sala-i-Martin, 2004], где использована функция CES/CRRA. И наоборот, при условии $f(0) = 0$ равенство $r_f = \text{const}$ возможно только, если производственная функция имеет тип CES/CRRA.

Предложение 5. *Если $r_f' > 0$, то как выпуск, так и цена увеличиваются в направлении по часовой стрелке на рис. 1.*

Экономическая интерпретация следующая: когда фирмы сектора финального производства получают выигрыш от увеличения разнообразия/специализации (от увеличения разделения труда и экстерналий), фирмы сектора промежуточных товаров могут использовать это и повышать свои цены.

Предложение 6. *Если $r_f' < 0$, то выпуск увеличивается в направлении по часовой стрелке, а цена — в направлении против часовой стрелки.*

Прибыль монополиста растет в том же направлении, что и величина

$$px - cx = cx\left(\frac{1}{1-r_f} - 1\right) = \frac{cxr_f}{1-r_f}. \qquad (15)$$

Из (15) следует, что производная $(px - cx)'$ имеет тот же знак, что и величина

$$(xr_f' + r_f)(1 - r_f) + xr_f r_f' = r_f(1 - r_f) + xr_f' = r_f(2 - r_{f'}) .$$

Следовательно, при условии (8) $(px - cx)' > 0$, что означает возрастание прибыли монополиста по x. Из сказанного следует следующее утверждение.

Предложение 7. *Если* $r_f' > 0$, *то выпуск, цена и прибыль монополиста одновременно растут в направлении по часовой стрелке. Если* $r_f' < 0$, *то выпуск и прибыль монополиста растут в направлении по часовой стрелке, а цена — в направлении против часовой стрелки.*

Остановимся на экономическом смысле различия между двумя выявленными случаями. Возрастание конкуренции в секторе промежуточных товаров можно охарактеризовать как увеличение величины N / E, т.е. как движение против часовой стрелки на рис. 1. В соответствии с направлением изменения при этом цены случай $r_f' > 0$ представляет собой *конкуренцию, снижающую цену*, а случай $r_f' < 0$ — *конкуренцию, увеличивающую цену*. Последний тип конкуренции возникает благодаря тому, что возрастание относительного выигрыша от специализации, $r_f(.)$, которое испытывает сектор финального производства, позволяет поставщикам в секторе промежуточных товаров увеличить свои цены.

Механизм инноваций и эндогенного роста

Текущая прибыль монополиста, $\pi_j(\tau) = \pi = (p - c)nx_{ij}$, постоянна во времени и по всем товарам. Текущее приведенное значение (present value, PV) прибыли от инвестиций в создание j-го промежуточного товара равно:

$$V(t) = \pi \int_t^{\infty} e^{-\bar{r}(t,\tau)(\tau - t)} d\tau ,$$

где $\bar{r}(t,\tau) = \dfrac{1}{\tau - t} \int_t^{\tau} r(w)dw$ — средняя процентная ставка в период времени $[t,\tau]$.

Предполагается, что издержки создания нового промежуточного товара составляют η единиц финального продукта. Новая фирма направляет ресурсы на НИОКР в том случае, если $V(t) \geq \eta$. Условие свободного входа на рынок НИОКР ведет к уравнению

$$V(t) = \eta = \text{const}.$$

С учетом этого ηN — общая стоимость всех фирм промежуточного сектора.

Следовательно, $\frac{dV(t)}{dt} = 0$, откуда, используя правило Лейбница дифференцирования определенного интеграла, приходим к уравнению

$$r(t) = r = \frac{\pi}{\eta} = \frac{1}{\eta}(p - c)nx_{ij} = \text{const}.$$

Отсюда следует, что процентная ставка (r) меняется в том же направлении, что и прибыль монополиста (π); изменение последней описано в предложении 7.

Предположим, что численность населения и труд постоянны. Задача домохозяйства состоит в максимизации:

$$\int_0^{\infty} \frac{(C / L)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho t} dt \to Max$$

при бюджетном ограничении:

$$\dot{A} + C = wL + rA ,$$

где A — активы.

Условие оптимальности (уравнение Эйлера) имеет вид:

$$\gamma = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{1}{\theta}(r - \rho) .$$

Следовательно,

$$\gamma = \frac{1}{\theta}(\frac{1}{\eta}(M - 1)cx_j - \rho) .$$

Агийон и Ховитт [Aghion, Howitt, 1992], рассматривая другую модель эндогенного роста (с вертикальными инновациями) в сходной ситуации, охарактеризовали такого рода результат как положительную связь между монопольной силой и экономическим развитием.

В общем равновесии

$$A = \eta N, \quad \dot{A} = \eta \dot{N} .$$

Следовательно, на равновесной траектории:

$$\eta \dot{N} + C = wL + \pi N$$

$$\frac{\dot{N}}{N}=\frac{\dot{Y}}{Y}=\frac{\dot{C}}{C}=\frac{\dot{A}}{A}=\frac{\dot{w}}{w}=\gamma=\text{const.}$$

Последствия изменения объема труда

Остановимся теперь на вопросе о роли изменений объема труда. Этот вопрос особенно важен в связи с развертывающимся процессом офшоринга (перемещение промышленного производства из промышленно развитых стран в развивающиеся страны, богатые трудом).

В варианте модели с совершенной конкуренцией в секторе финального производства (в типичном случае), как мы видели, значения x_{ij}, L_i определяются эндогенно, и количество фирм сектора финального производства будет равно $n=\frac{L}{L_i}$. Темп прироста (γ) пропорционален n и, значит, пропорционален L; таким образом, присутствует сильный эффект масштаба.

В варианте модели с заданными расходами E система уравнений (14) определяет по величине труда (L_i) положение «луча роста» ($\frac{E}{N}$) вместе с x_{ij} и другими своими атрибутами.

Исключая из системы (14) $\frac{E}{N}$, получаем уравнение, связывающее L_i и x_{ij}:

$$g(L_i)-g'(L_i)L_i=\frac{cx_{ij}}{f(x_{ij})(1-r_f(x_{ij}))}. \qquad (16)$$

Второе уравнение системы (14) позволяет найти $\frac{E}{N}$.

Предложение 8. *Пусть выполняется (8), $E_f(.)$ возрастает, отделена от нуля, выполняются условия (10) и (11). Тогда, если одна из величин x_{ij}, L_i экзогенно задана, то другая определяется однозначно по уравнению (16).*

Поскольку темп прироста экономики равен $\gamma=\frac{1}{\theta}(r-\rho)$, производные $\frac{d\gamma}{dL_i}, \frac{d^2\gamma}{dL_i^2}$ совпадают по знаку с $\frac{dr}{dL_i}, \frac{d^2r}{dL_i^2}$. Процентная ставка ($r$) пропорциональна величине $(p_j-c)x_{ij}$. Изменения последней и, соответственно, прибыли монополиста в зависимости от x_{ij} (точнее, в зависимости от положения «луча роста» E/N) уже изучены выше. Из этих результатов следует, что при (8) зависимость между выпуском и темпом прироста положительная. Поэтому остается исследовать зависимость выпуска x_{ij} от труда L_i. Из предложения 7 следует следующее утверждение.

Предложение 9. *Если* $r_f' > 0$, *то увеличение труда на фирме сектора финального производства приводит в равновесии к увеличению выпуска каждого промежуточного товара и к повышению темпа прироста экономики. Если* $r_f' < 0$, *то увеличение труда приводит к уменьшению выпуска каждого промежуточного товара и к снижению темпа прироста экономики.*

Таким образом, в случае конкуренции, увеличивающей цену, присутствует эффект, противоположный эффекту масштаба.

Заключение

В докладе предпринята попытка отойти от стандартного вида производственной

функции в модели экономического роста с горизонтальными инновациями. При принятых обычно в литературе стандартных предположениях, эластичности труда и капитала связаны очень жестким соотношением: $E_g \equiv 1-\alpha, E_f \equiv \alpha$, которое придает чрезмерно большую роль единственному параметру α и не дает возможности полноценно исследовать роль отдельных факторов производства в экономическом росте. Использование производственной функции более общего вида позволяет по-новому взглянуть на известный случай и показать, какими более общими связями объясняются не до конца понятные (в силу недостаточного числа используемых в модели параметров) соотношения, полученные при стандартных предположениях в модели Ромера.

В случае общего вида производственной функции мы подробно исследовали равновесие в варианте модели с совершенной конкуренцией в секторе финального производства, а для более общего варианта модели с заданными расходами на приобретение промежуточных товаров показали различие случаев конкуренции, уменьшающей цену, и конкуренции, увеличивающей цену. В последнем случае эффект масштаба меняется на противоположный.

Литература

Barro R.J., Sala-i-Martin X. Economic Growth. 2nd ed. Cambridge: MIT Press, 2004. (Русский перевод: *Барро Р.Дж., Сала-и-Мартин Х.* Экономический рост. М.: Бином — Лаборатория знаний, 2011.)

Dixit A.K., Stiglitz J.E. Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity // American Economic Review. 1977. Vol. 67. No. 3. P. 297–308.

Gancia G., Zilibotti F. Horizontal Innovation in the Theory of Growth and Development // P. Agihion, S. Durlauf (eds). Handbook of Economic Growth. Vol. 1. Amsterdam: Elsevier — North-Holland, 2005. P. 111–170.

Krugman P.R. Increasing Returns, Monopolistic Competition and International Trade // Journal of International Economics. 1979. Vol. 9. No. 4. P. 469–479.

Romer P.M. Endogenous Technological Change // Journal of Political Economy. 1990. Vol. 98. No. 5. P. S71–S102.

Zhelobodko E., Kokovin S., Parenti M., Thisse J.-F. Monopolistic Competition in General Equilibrium: Beyond the CES // Econometrica. 2012. Forthcoming.