ВЫСШАЯ ШКОЛА ЭКОНОМИКИ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

А.Н. Челеховский

СТАБИЛЬНОСТЬ БАНКОВСКОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ ДЕФИЦИТА ЛИКВИДНОСТИ

Препринт WP12/2015/01
Серия WP12
Научные доклады
Лаборатории макроэкономического анализа

Москва
2015

Редактор серии WP12
«Научные доклады
Лаборатории макроэкономического анализа»
Л.Л. Любимов

Челеховский, А. Н.

Стабильность банковской системы в условиях дефицита ликвидности [Электронный ресурс] : препринт WP12/2015/01 / А. Н. Челеховский ; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». – Электрон. текст. дан. (1 Мб). – М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2015. – (Серия WP12 «Научные доклады Лаборатории макроэкономического анализа»). – 29 с.

В работе построена стилизованная трёхпериодная модель банковского сектора. Главным объектом анализа в модели является изменение цен финансовых активов в условиях набега вкладчиков на банки. Показано, что даже незначительные шоки в спросе на ликвидность могут вызывать банкротства ряда банков и значительное снижение цен финансовых активов. В равновесии при достаточно низкой доле нетерпеливых вкладчиков, достаточно высокой вероятности набега на банки и высоких процентных ставках у коммерческих банков возникают стимулы воспользоваться рискованной инвестиционной стратегией, при которой они точно банкротятся в условиях возросшего спроса вкладчиков на ликвидность. Если целью монетарных властей является недопущение появления рискованных банков, то наблюдается комплементарность инструментов монетарной политики: снижение процентной ставки увеличивает предельный эффект от изменения вероятности набега на банки.

Классификация JEL: E44, E52, E58, E63.

Ключевые слова: стабильность банковской системы, дефицит ликвидности, набег на банки

Автор выражает благодарность С.Э. Пекарскому и всем участникам научного семинара Научно-учебной лаборатории макроэкономического анализа НИУ ВШЭ за полезные советы и комментарии к работе.

Челеховский Александр Николаевич – старший преподаватель департамента теоретической экономики НИУ ВШЭ; achelekhovskiy@hse.ru

1. Введение

Мировой финансовый кризис 2008–2009 гг. подчеркнул актуальность исследования проблем, связанных со стабильностью банковской системы. Банковская паника в США, вызвавшая драматические изменения в ценах на рынке недвижимости, является ярким примером того, что небольшие шоки ликвидности имеют огромное влияние на финансовую систему из-за взаимодействия банков друг с другом на финансовых рынках. Ключевой в данном контексте является роль потребности банков в ликвидности: набеги на банки, либо другие причины, увеличивающие их потребность в ликвидности, могут вызывать рост предложения на рынке активов и падение их цен. Это происходит вследствие того, что банки пытаются восполнить «чёрные дыры ликвидности», избавляясь от принадлежащих им ценных бумаг. При этом часть банков, либо других финансовых посредников, которые изначально брали на себя большие риски, в ситуации набега особенно сильно увеличивают предложение активов на финансовом рынке, что может приводить к значительным последствиям для всей финансовой системы.

Проблемам нестабильности финансовой системы из-за её подверженности банковской панике посвящены работы Allen, Gale [2000, 2004, 2007], объясняющие систематические финансовые кризисы, а также Bryant [1980], Diamond, Dybvig [1983], объясняющие индивидуальные случаи набегов на банки. В данной работе предложено расширение модели Allen, Gale “Understanding Financial Crises” [2007], более детально рассмотрено равновесие при незначительной неопределённости в отношении доли нетерпеливых вкладчиков. Показано, что при достаточно низкой доле нетерпеливых вкладчиков, достаточно высокой вероятности набега на банки и высоких процентных ставках у коммерческих банков возникают стимулы воспользоваться рискованной инвестиционной стратегией, при которой они точно банкротятся в условиях возросшего спроса вкладчиков на ликвидность. Полученные выводы позволяют проинтерпретировать результаты с точки зрения эффективности и комплементарности инструментов монетарной политики, оказывающих влияние на стабильность финансовой системы. В частности, снижение процентной ставки увеличивает предельный эффект от изменения вероятности набега на банки. Также рассмотрено влияние системы страхования вкладов на рынок активов. Показано, что введение данной системы может привести к возникновению рискованных банков в равновесии, что негативно влияет на стабильность банковской системы.

Работа имеет следующую структуру: в разделе 2 в общем виде описана модель, предложенная Allen, Gale [2007]. В разделе 3, отталкиваясь от построенной в разделе 2 модели, проводится анализ двух типов равновесия: равновесия в отсутствие агрегированной неопределённости и при незначительной агрегированной неопределённости в отношении доли нетерпеливых вкладчиков. Проведён анализ эффективности и комплементарности инструментов монетарной политики. Основные выводы приведены в Заключении.

2. Модель банковского сектора в условиях набега на банки

Для объяснения причин значительного падения цен активов и нестабильности банковской системы даже в условиях незначительного оттока капитала рассмотрим модель банковского кризиса в условиях набега на банки, представленную в работе Allen, Gale [2007].

2.1. Предпосылки модели

Пусть в экономике существует две группы агентов, взаимодействующие друг с другом в рамках трёх периодов t = 0; 1; 2: единичный континуум индивидуальных инвесторов (потребителей) и единичный континуум коммерческих банков. Каждый из идентичных друг другу инвесторов обладает первоначальным запасом (1; 0; 0), т.е. имеет одну денежную единицу в периоде 0 и не имеет первоначального запаса в периодах 1, 2. В периоде 0 коммерческие банки предлагают инвесторам депозитный контракт, в котором прописывается сумма, которую они могут получить в периоде 1 и в периоде 2. Получаемые по данному контракту деньги инвесторы могут расходовать на потребление и инвестиции в периоде 1 и 2.

В экономике существует два вида активов: краткосрочный и долгосрочный. Одна денежная единица, вложенная в краткосрочный актив в периоде t, приносит одну денежную единицу в периоде $t+1$, для t = 0,1. Данная предпосылка может быть проинтерпретирована следующим образом: мы предполагаем, что безрисковая доходность в данной экономике равна нулю. Срок действия долгосрочного актива – два периода: 1 единица, вложенная в долгосрочный актив в периоде 0, приносит $R>1$ единиц в периоде 2. При этом в периоде 1 возникает рынок долгосрочного актива в периоде 0: существует возможность покупки и продажи данного актива, приобретённого в периоде 0.

Каждый из потребителей имеет неопределённость относительно того, в каком из периодов ($t=1$ или $t=2$) он будет осуществлять своё потребление. Существует два возможных типа потребителей: *нетерпеливые* – те, кто ex-post получит полезность только от потребления в периоде 1, и *терпеливые* – те, кто получит полезность только от потребления в периоде 2. Будем считать, что каждый из потребителей с вероятностью $\lambda \in (0;1)$ окажется нетерпеливым, и с вероятностью $1-\lambda$ – терпеливым. Тогда ожидаемая полезность потребителя может быть представлена следующим образом:

$$EU_0 = \lambda U(c_1) + (1-\lambda) U(c_2), \tag{1}$$

где EU_0 – математическое ожидание полезности, получаемой в периодах 1 и 2, формируемое потребителем в периоде 0 до заключения контракта с банком;

c_1 – потребление в периоде 1;

c_2 – потребление в периоде 2;

функция полезности $U(c_t)$ непрерывна, дважды дифференцируема и обладает стандартными свойствами функции полезности потребителей-рискофобов: $U'(c_t) > 0; U''(c_t) < 0$.

Данная предпосылка формализует наличие у инвесторов неопределённости относительно их потребности в ликвидности в будущих периодах. Назовём данный вид неопределённости *внутренней неопределённостью*. *Внешней неопределённостью* будем называть агрегированную неопределённость относительно величины λ. Для формализации наличия в экономике внешней неопределённости будем рассматривать два состояния мира: возникающее с объективной (одинаково оцениваемой всеми банками) вероятностью π состояние мира *H*, в котором $\lambda = \lambda_H$, и возникающее с вероятностью $1-\pi$ состояние мира *L*, в котором $\lambda = \lambda_L$, причём $0 < \lambda_L \le \lambda_H < 1$. Банки, предлагая инвесторам депозитные контракты в периоде 0, не знают о том, какой окажется величина λ.

По закону больших чисел можем считать, что λ_s – это не только вероятность того, что потребитель окажется нетерпеливым в состоянии мира *S*, но и доля нетерпеливых потребителей в экономике в состоянии мира *S*. Будем считать, что данная доля одинакова для всех банков, т.е. не существует индивидуальных для каждого отдельного банка шоков в отношении доли нетерпеливых потребителей.

Вся неопределённость в рассматриваемой модели разрешается в периоде 1: реализуется определённое состояние мира, о чём узнают все агенты в экономике, и каждый из инвесторов узнаёт свой тип, т.е. узнаёт, является он терпеливым либо нетерпеливым потребителем. При этом тип каждого из инвесторов, узнаваемый им в периоде 1, является его частной информацией.

В дальнейшем в модели будут рассмотрены два типа равновесия:

- равновесие при *наличии внутренней*, но *отсутствии внешней* неопределённости: равновесие при $0 < \lambda_L = \lambda_H < 1$;
- равновесие при *наличии внутренней* и *наличии внешней* неопределённости: равновесие при $0 < \lambda_L < \lambda_H < 1$.

2.2. Задача банка

Предположим, что отсутствуют барьеры входа на рынок в банковском секторе. Тогда каждый из банков, формируя депозитный контракт, будет стремиться максимизировать ожидаемую полезность инвесторов при ограничении нулевой прибыли. Ситуация, когда банки получают положительную прибыль, не может быть равновесием, так как тогда новый банк может войти на рынок и предложить инвесторам контракт, приносящий им большую полезность, чем в других банках, и при этом данный банк будет получать положительную прибыль.

Рассмотрим следующие несовершенства финансового рынка:

- пусть в периоде 1 как банки, так и потребители имеют доступ к рынку краткосрочного актива, но при этом банки имеют доступ к рынку долгосрочного актива, а потребители – нет. На рынке долгосрочного актива его цена P_s в периоде 1 в состоянии мира *S* определяется как $P_s = p_s R$, где p_s – цена одной единицы потребления в периоде 2, которую нужно заплатить за неё в периоде 1[1]. В равновесии на рынке долгосрочного актива в периоде 1 должно выполняться условие $p_s \le 1$: при $p_s > 1$ банкам выгодно в периоде 1 продать долгосрочный актив по цене $P_s = p_s R > R$, а полученные деньги инвестировать в краткосрочный актив с нулевой доходностью, получив, таким образом, в периоде 2 сумму, превышающую R. Таким образом, при $p_s > 1$ все банки хотят продать долгосрочный актив в периоде (1), что не может быть равновесием;
- в периоде 0 не существует контингентных благ, связанных с состоянием мира *L* или *H*, т.е. экономические агенты не могут заключать контракты, выплаты по которым зависят от того, какое из состояний мира реализовалось в периоде 1. Таким образом, банки в периоде 0 не могут застраховать себя от неопределённости в отношении доли нетерпеливых потребителей в периоде 1, т.е. от неопределённости в отношении их потребности в ликвидности в периоде 1.

Банки имеют больший доступ к финансовому рынку в периоде 1, чем потребители, и при этом максимизируют ожидаемую полезность потребителей. Очевидно, что в этих условиях ожидаемая полезность каждого из потребителей от вложения денег в банк будет не меньше, чем ожидаемая полезность от сохранения денег на руках, и поэтому без потери общности можем считать, что потребители вложат весь свой первоначальный запас в банковскую систему в периоде 0. Для упрощения будем считать, что каждый из потребителей может вложить свою единицу первоначального запаса только в один банк.

---

[1] Величина p_s также может быть проинтерпретирована как $p_s = 1/(1+i)$, где i – чистая доходность от владения долгосрочным активом между периодами 1 и 2.

Депозитный контракт, который банки предлагают потребителям, устроен следующим образом: вкладывая единицу в периоде 0, потребители получают набор $(c_1, c_2) = (d, d_2)$, т.е. d – потребление инвестора в первом периоде, т.е. если он окажется нетерпеливым; d_2 – потребление инвестора во втором периоде, т.е. если он окажется терпеливым. Если активов банка не хватает для выплаты прописанной в контракте суммы в периоде t (для $t = 1,2$), то их остаточная стоимость распределяется равномерно между вкладчиками банка, которые обратились в банк в данном периоде.

Поскольку банки максимизируют ожидаемую полезность потребителей, в равновесии $d_2 \to \infty$, т.е. потребители получают всю остаточную стоимость банковских активов во втором периоде. Если данное условие не выполняется, то один из банков может увеличить d_2 так, чтобы привлечь к себе всех потребителей. В периоде 1 банк банкротится, если он не может выплатить величину d всем вкладчикам, обратившимся в периоде 1 в банк. В этом случае всем вкладчикам выгодно обратиться в банк в периоде 1: если они этого не сделают, то ликвидационная стоимость активов банка будет распределена между обратившимися в банк в периоде 1 вкладчиками, а те, кто не обратился в банк в первом периоде, ничего не получат во втором периоде.

Пусть банк вкладывает долю γ от вложений вкладчиков в краткосрочный актив, а долю $1-\gamma$ – в долгосрочный актив. Тогда стоимость активов банка в периоде 1 в состоянии мира S составляет $\gamma + p_s R(1-\gamma)$ в расчёте на одного вкладчика. В периоде 1 после разрешения всей неопределённости относительно состояния мира S доля λ_s вкладчиков банка оказывается нетерпеливыми потребителями, а значит, банк точно должен будет выплатить в периоде 1 величину $\lambda_s d$ в расчёте на одного вкладчика. Стоимость оставшихся у банка долгосрочных активов после уплаты депозитов терпеливым потребителям составит $\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d$ в расчёте на одного вкладчика.

Терпеливые потребители имеют в периоде 1 доступ к рынку краткосрочного актива, т.е. у них есть возможность получить от банка сумму d в периоде 1, вложить её в краткосрочный актив, и иметь d в периоде 2. Таким образом, терпеливый потребитель захочет воспользоваться прописанной в описанном выше депозитном контракте опцией, сняв величину d в первом периоде, если он понимает, что во втором периоде ему достанется от банка сумма, меньшая, чем d.

Если $\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d < (1-\lambda_s) p_s d$, то стоимости активов банка будет недостаточно, чтобы выплатить величину d каждому из терпеливых вкладчиков в периоде 2. Докажем, что терпеливым потребителям в этом случае выгодно совершить набег на банк в периоде 1.

Предположим, что доля λ_s вкладчиков (нетерпеливые потребители) обращаются в банк в периоде 1, а доля $1-\lambda_s$ вкладчиков (терпеливые потребители) хотят обратиться в банк в периоде 2. Рассмотрим поведение отдельного нетерпеливого потребителя. При заданном поведении всех остальных потребителей в периоде 2 он получит сумму, равную

$$\frac{\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d}{(1-\lambda_s)p_s} \quad (2)$$

Выражение (2) получено следующим образом: оставшаяся после выплат терпеливым вкладчикам стоимость долгосрочных активов банка $\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d$ инвестируется банком в долгосрочный актив с валовой доходностью $1/p_s$ и распределяется равномерно между нетерпеливыми вкладчиками, составляющими долю $1-\lambda_s$ от всех вкладчиков банка, в периоде (2). Учитывая, что $\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d < (1-\lambda_s)p_s d$, очевидно, что выражение (2) меньше величины d, а значит, терпеливому вкладчику выгодно получить от банка d и вложить эту сумму в краткосрочный актив с валовой доходностью 1, получив во втором периоде также d, что больше, чем сумма, которую он может получить в банке во втором периоде.

Итак, если выполнено неравенство $\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d < (1-\lambda_s)p_s d$, то каждому из нетерпеливых вкладчиков выгодно совершить набег на банк в периоде 1, а поскольку все терпеливые вкладчики между собой одинаковы, в этой ситуации в равновесии набег на банк в периоде 1 совершат все потребители. Они равномерно распределят между собой его ликвидационную стоимость, нетерпеливые потребители потратят её на потребление в периоде 1, а терпеливые инвестируют полученные средства в краткосрочный актив между периодами 1 и 2 и потратят полученные средства на потребление в периоде 2.

Из доказанного выше следует, что набега на банки в периоде (1) не будет, если $\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d \geq (1-\lambda_s)p_s d$. Данное условие может быть представлено в виде

$$\gamma + p_s R(1-\gamma) \geq \lambda_s d + (1-\lambda_s)p_s d \quad (3)$$

Неравенство (3) может быть проинтерпретировано следующим образом: если приведённая стоимость обязательств банка не превышает приведённую стоимость его активов, то терпеливые вкладчики не совершают набег на банк. В дальнейшем неравенство (3) будем называть *условием совместимости стимулов*: если оно выполняется, то терпеливые вкладчики получают деньги от банка в периоде 1, а нетерпеливые – в периоде 2.

Получаем, что банк, выбирая комбинацию d и γ в периоде 0, предлагает своим вкладчикам контракт, обеспечивающий им следующие возможные величины потребления в периодах 1 и 2 в состоянии мира s $(c_1^s; c_2^s)$:

$$c_1^s = \begin{cases} d, \textit{ если } \gamma + p_s R(1-\gamma) \geq \lambda_s d + (1-\lambda_s) p_s d; \\ \gamma + p_s R(1-\gamma), \textit{ если } \gamma + p_s R(1-\gamma) < \lambda_s d + (1-\lambda_s) p_s d \end{cases} \tag{4}$$

$$c_2^s = \begin{cases} \dfrac{\gamma + p_s R(1-\gamma) - \lambda_s d}{(1-\lambda_s) p_s}, \textit{ если } \gamma + p_s R(1-\gamma) \geq \lambda_s d + (1-\lambda_s) p_s d; \\ \gamma + p_s R(1-\gamma), \textit{ если } \gamma + p_s R(1-\gamma) < \lambda_s d + (1-\lambda_s) p_s d \end{cases} \tag{5}$$

Если условие (3) не выполнено, то нетерпеливые вкладчики совершают набег на банк в периоде 1. В этом случае банк банкротится в периоде 1 и тогда $c_1^s = c_2^s = \gamma + p_s R(1-\gamma)$: ликвидационная стоимость активов банка распределяется равномерно между его вкладчиками. Если же (3) выполнено, то нетерпеливые вкладчики снимают деньги в периоде 1 и получают d в соответствии с условием банковского контракта. Нетерпеливые вкладчики получают в этом случае, как было показано выше, сумму, представленную в выражении (2).

С учётом условий (4) и (5), а также свободного входа на рынок банковских услуг, целевая функция банка при наличии внешней неопределённости (неопределённости относительно величины λ) может быть представлена следующим образом:

$$EU_0 = (1-\pi)\left(\lambda_L U\left(C_1^L\right) + (1-\lambda_L) U\left(C_2^L\right)\right) + \pi\left(\lambda_H U\left(C_1^H\right) + (1-\lambda_H) U\left(C_2^H\right)\right) \to \max_{d \geq 0; \gamma \in [0;1]} \tag{6}$$

2.3. Возможные стратегии банка

Несмотря на то, что изначально мы стали рассматривать континуум идентичных друг другу банков, в равновесии они могут принимать разные решения относительно величин d и γ. Поскольку возможны разные состояния мира, различие в которых обуславливается различием в величине λ, банки имеют две принципиально разные стратегии, выбирая между ликвидностью и доходностью. Первой стратегией является выбор достаточно большого γ^S и достаточно маленького d^S так, чтобы условие совместимости стимулов (3) выполнялось в любом состоянии мира. Назовём банки, использующие такую стратегию, *надёжными банками*. Второй стратегией является выбор таких d^R и γ^R, что условие (3) выполняется в состоянии мира *L* при относительно небольшом количестве нетерпеливых вкладчиков, но не выполняется в состоянии мира *H* при большом количестве нетерпеливых вкладчиков. Назовём банки, использующие данную стратегию, *рискованными банками*. Очевидно, что все надёжные банки выбирают одинаковые величины d^S и γ^S, так как максимизируют ожидаемую полезность вкладчиков при симметричных ограничениях. Аналогично все рискованные банки также выбирают одинаковые величины d^R и γ^R.

Задача надёжного банка может быть записана следующим образом:

$$EU_0{}^s = (1-\pi)\left(\lambda_L U\left(c_1^{L\,s}\right) + (1-\lambda_L)U\left(c_2^{L\,s}\right)\right) + \pi\left(\lambda_H U\left(c_1^{H\,s}\right) + (1-\lambda_H)U\left(c_2^{H\,s}\right)\right) \to \max_{d^S \geq 0;\gamma^S \in [0;1]} \quad (7)$$

s.t.

$$c_1^{L\,s} = d^s \quad (8)$$

$$c_2^{L\,s} = \frac{\gamma^s + p_L R(1-\gamma^s) - \lambda_L d^s}{(1-\lambda_L)p_L} \quad (9)$$

$$c_1^{H\,s} = d^s \quad (10)$$

$$c_2^{H\,s} = \frac{\gamma^s + p_H R(1-\gamma^s) - \lambda_H d^s}{(1-\lambda_H)p_H} \quad (11)$$

$$\gamma^s + p_L R(1-\gamma^s) \geq \lambda_L d^s + (1-\lambda_L)p_L d^s \quad (12)$$

$$\gamma^s + p_H R(1-\gamma^s) \geq \lambda_H d^s + (1-\lambda_H)p_H d^s \quad (13)$$

Надёжный банк максимизирует целевую функцию (7) по переменным d^s и γ^s при ограничениях (8)–(13). В уравнениях (8)–(11) $c_t^{s\,s}$ означает величину потребления вкладчиков надёжного банка в периоде t в состоянии мира S. Выполнение неравенств (12) и (13) гарантирует то, что нетерпеливые вкладчики не совершат набег на банк ни в одном из состояний мира.

Задача рискованного банка может быть записана следующим образом:

$$EU_0{}^R = (1-\pi)\left(\lambda_L U\left(C_1^{L\,R}\right) + (1-\lambda_L)U\left(C_2^{L\,R}\right)\right) + \pi\left(\lambda_H U\left(C_1^{H\,R}\right) + (1-\lambda_H)U\left(C_2^{H\,R}\right)\right) \to \max_{d^R \geq 0;\gamma^R \in [0;1]} \quad (14)$$

s.t.

$$c_1^{L\,R} = d^R \quad (15)$$

$$c_2^{L\,R} = \frac{\gamma^R + p_L R(1-\gamma^R) - \lambda_L d^R}{(1-\lambda_L)p_L} \quad (16)$$

$$c_1^{H\,R} = \gamma^R + p_H R(1-\gamma^R) \quad (17)$$

$$c_2^{H\,R} = \gamma^R + p_H R(1-\gamma^R) \quad (18)$$

$$\gamma^R + p_L R(1-\gamma^R) \geq \lambda_L d^R + (1-\lambda_L)p_L d^R \quad (19)$$

$$\gamma^R + p_H R(1-\gamma^R) < \lambda_H d^R + (1-\lambda_H)p_H d^R \quad (20)$$

Рискованный банк максимизирует целевую функцию (14) по переменным d^R и γ^R при ограничениях (15)–(20). В уравнениях (15)–(18) $c_t^{s\,R}$ означает величину потребления вкладчиков рискового банка в периоде *t* в состоянии мира *S*. Выполнение неравенств (19) и (20) означает, соответственно, что нетерпеливые вкладчики не совершат набег на банк в состоянии мира *L*, но совершат набег на банк и получат $c_1^{H\,R} = c_2^{H\,R} = \gamma^R + p_H R\left(1-\gamma^R\right)$ в состоянии мира *H*.

В случае реализации состояния мира *H* относительно б*о*льшую полезность получают вкладчики надёжных банков: их банки не банкротятся, а рискованные банки банкротятся и распродают свои долгосрочные активы в периоде 1, что приводит к росту их предложения и снижению цен, из-за чего снижается полезность вкладчиков рискованных банков. В случае реализации состояния мира *L* потребность вкладчиков в ликвидности в периоде 1 оказывается относительно меньше и надёжные банки продают свои избыточные долгосрочные активы, которые покупают рискованные банки для удовлетворения требований вкладчиков в периоде 1. В этом случае выигрывают вкладчики рискованных банков, получающие во втором периоде большую полезность, чем вкладчики надёжных банков.

Очевидно, что в равновесии банки описанных выше двух типов могут существовать тогда и только тогда, когда их стратегии приносят вкладчикам одинаковую ожидаемую полезность.

Стоит также отметить, что в рассматриваемой экономике невозможно равновесие, при котором все банки являются рискованными. В этом случае в состоянии мира *H* все банки будут вынуждены продавать свои активы, а значит, их равновесная стоимость упадёт до $P_H = p_H R = 0$. В этой ситуации у любого отдельно взятого банка есть стимул в состоянии мира *H* скупить активы банков по нулевой цене, что позволяет обеспечить его вкладчикам $c_2^{H\,s} \to \infty$, а значит, и $EU_0 \to \infty$. Таким образом, если все банки рискованные, любой из банков имеет стимул отклониться от выбранной стратегии и обеспечить своим вкладчикам б*о*льшую ожидаемую полезность, чем другие банки.

2.4. Равновесие на рынке долгосрочного актива

Будем считать рынок долгосрочного актива в периоде 1 совершенно конкурентным, т.е. коммерческие банки выбирают $d^S, \gamma^S, d^R, \gamma^R$, принимая величины p_L и p_H как заданные. Сами p_L и p_H формируются в периоде 1 на рынке долгосрочного актива, на котором взаимодействуют друг с другом описанные выше рискованные и надёжные банки. Обозначим за ρ долю надёжных банков, тогда $1-\rho$ – доля рискованных банков.

2.4.1. Равновесие в состоянии мира L

В состоянии мира *L* условие совместимости стимулов выполняется как у надёжных, так и у рискованных банков. При этом каждый из надёжных банков, вложивших в краткосрочный актив γ^S и выплативших вкладчикам $\lambda_L d^S$, предъявляет спрос на актив в размере $\gamma^S - \lambda_L d^S$. Тогда совокупный спрос на долгосрочный актив в периоде 1 равен $\rho\left(\gamma^S - \lambda_L d^S\right)$. Предложение долгосрочного актива предъявляют рискованные банки, так как они меньшую долю привлечённых вкладов вложили в периоде 0 в краткосрочный актив и их средств недостаточно для того, чтобы рассчитаться с нетерпеливыми вкладчиками в периоде 1. Предложение каждого из рискованных банков будет задаваться как $\lambda_L d^R - \gamma^R$. Тогда совокупное предложение долгосрочного актива в периоде 1 составит $\left(\lambda_L d^R - \gamma^R\right)(1-\rho)$.

Равновесие на рынке долгосрочного актива в состоянии мира *L* определяется из уравнения (21):

$$\rho\left(\gamma^S - \lambda_L d^S\right) = \left(\lambda_L d^R - \gamma^R\right)(1-\rho) \qquad (21)$$

Из условия (21) получаем равновесную долю надёжных банков:

$$\rho = \frac{1}{1 + \dfrac{\gamma^S - \lambda_L d^S}{\lambda_L d^R - \gamma^R}} \qquad (22)$$

Доля надёжных банков ρ:

- отрицательно зависит от γ^S и положительно от d^S: чем больше доля вложений надёжных банков в безрисковый актив в периоде 0 и чем меньше прописанная в их контракте величина выплат в периоде 1 d^S, тем больше их избыточная ликвидность в периоде 1 и тем меньше их доля, необходимая для уравновешивания рынка актива;
- отрицательно зависит от γ^R и положительно от d^R: чем больше доля вложений рискованных банков в безрисковый актив в периоде 0 и чем меньше прописанная в их контракте величина выплат в периоде 1, тем меньше их дефицит ликвидности в периоде 1 и тем больше их доля, необходимая для уравновешивания рынка актива, а значит, тем меньше доля надёжных банков в равновесии;
- положительно зависит от λ_L: чем больше доля нетерпеливых вкладчиков в состоянии мира *L*, тем меньше спрос каждого надёжного банка на долгосрочный актив и тем больше дефицит ликвидности каждого рискованного банка, т.е. его предложение долгосрочного актива, а значит, в этом случае рынок может быть уравновешен при б*о*льшей доле надёжных банков.

Ситуация, когда надёжные банки в состоянии мира L не имеют достаточно средств, чтобы рассчитаться с вкладчиками, и им нужно продавать долгосрочные активы, не может быть равновесной. В этом случае цена долгосрочного актива в периоде 1 будет нулевой (никто не будет предъявлять на него спрос) и у любого из банков есть стимул изменить свою стратегию. Банк может изменить параметры депозитного контракта так, чтобы условие совместимости стимулов выполнялось, и приобрести долгосрочные активы по цене $P_L = p_L R = 0$, обеспечив своим вкладчикам $EU_0 \to \infty$.

2.4.2. Равновесие в состоянии мира H

В состоянии мира H надёжные банки могут удовлетворить условия совместимости стимулов, что гарантирует выполнение неравенства (13). Эти банки имеют избыточную ликвидность в периоде 1 и предъявляют совокупный спрос на долгосрочный актив в размере $\rho(\gamma^S - \lambda_H d^S)$. Рискованные банки в состоянии мира H банкротятся и вынуждены ликвидировать свои активы, которые распределяются равномерно между вкладчиками этих банков. Каждый из рисковых банков продаёт активы на сумму $R(1-\gamma^R)p_H$; суммарная ликвидационная стоимость активов всех рискованных банков составляет $R(1-\gamma^R)p_H(1-\rho)$. Тогда условием равновесия на рынке долгосрочного актива в состоянии мира H будет уравнение (23):

$$\rho(\gamma^S - \lambda_H d^S) = R(1-\gamma^R)p_H(1-\rho) \tag{23}$$

Отсюда получаем равновесную цену рискового актива в состоянии мира H:

$$P_H = p_H R = \frac{\rho(\gamma^S - \lambda_H d^S)}{(1-\gamma^R)(1-\rho)} \tag{24}$$

Равновесная цена P_H:

- положительно зависит от избыточной ликвидности надёжных банков $\gamma^S - \lambda_H d^S$. Как видим, наличие значительной ликвидности у надёжных банков ослабляет падение цен активов при набеге на банки;
- положительно зависит от доли надёжных банков ρ. Данный результат будет ключевым в дальнейшем анализе модели: как мы видим, при набеге на банки цена актива оказывается тем меньше, чем больше доля рискованных банков. Иными словами, подверженность банковской системы риску снижает стабильность финансовой системы в целом, так как увеличивается падение цен актива при набеге на банки;

- положительно зависит от γ^R: чем больше рискованные банки вложили в краткосрочный актив, тем меньше сумма, на которую они ликвидируют свои долгосрочные активы в периоде, т.е. тем меньше предложение долгосрочных активов и больше их цена.

3. Равновесие в модели

Равновесием в рассматриваемой модели является набор $\gamma_s*, d_s*, \gamma_R*, d_R*, \rho*, p_H*, p_L*$ такой, что:

- набор (γ_s*, d_s*) является решением задачи максимизации целевой функции надёжного банка (7) при ограничениях (8)–(13) при $\rho = \rho*, p_H = p_H*, p_L = p_L*$;
- набор (γ_R*, d_R*) является решением задачи максимизации целевой функции рискованного банка (14) при ограничениях (15)–(20) при $\rho = \rho*, p_H = p_H*, p_L = p_L*$;
- при $\rho = \rho*, p_H = p_H*, p_L = p_L*$ рынок долгосрочного актива уравновешен как в состоянии мира L, так и в состоянии мира H, т.е. выполняются условия (22) и (23);
- $EU_0^s(\gamma_s*, d_s*) = EU_0^R(\gamma_R*, d_R*)$, т.е. в равновесии вложение денег в надёжные и рискованные банки приносит вкладчикам ex-ante одинаковую ожидаемую полезность в периоде 0. Данное условие является необходимым условием существования равновесия при наличии как надёжных, так и рискованных банков. Ситуация, когда вложения в надёжные и рискованные банки не приносят своим вкладчикам одинаковую ожидаемую полезность, не может быть равновесной, так как у вкладчиков банков с меньшей ожидаемой полезностью есть стимул сменить банк, т.е. они не максимизируют свою ожидаемую полезность в периоде 0. При этом равновесной может быть ситуация, когда стратегия рискованного банка не может принести вкладчикам ту же полезность, что и стратегия надёжного банка, а значит, в равновесии не будет рискованных банков.

Заметим, что равновесные цены $p_L*; p_H*$ должны соответствовать условию $p_L*R \geq 1 \geq p_H*R$. Так, если $p_L R \geq p_H R > 1$, то у банков нет стимулов приобретать краткосрочный актив в периоде 0. Но тогда никто не захочет покупать долгосрочный актив в периоде 1, что не может быть равновесием. Если же $1 > p_L R \geq p_H R$, то, наоборот, у банков нет стимулов вкладываться в долгосрочный актив в периоде 0, выгоднее инвестировать все средства вкладчиков в периоде 0 в краткосрочный актив. Но тогда никто не захочет продавать долгосрочный актив в периоде 1, что также не может быть равновесием. Если же $p_L*R \geq 1 \geq p_H*R$, то вкладчики сталкиваются с риском. В состоянии мира H повышенный спрос вкладчиков на ликвидность приведёт к росту предложения долгосрочных активов рискованными банками, что снижает цену актива. Тем самым увеличивается полезность вкладчиков надёжных банков, которые покупают долгосрочный актив в периоде 1, но снижается полезность вкладчиков рискованных банков, которые продают долгосрочный актив в периоде 1. В состоянии мира *L*, наоборот, растёт предложение актива надёжными банками, что снижает цену актива и увеличивает полезность вкладчиков рискованных банков, но снижает полезность вкладчиков надёжных банков.

Далее рассмотрим два возможных равновесия в модели:

- *равновесие в отсутствие агрегированной неопределённости*. В этом случае $\lambda_H = \lambda_L = \lambda$, т.е. не возникает двух состояний мира, различающихся долей нетерпеливых вкладчиков;
- *равновесие при незначительной агрегированной неопределённости*. В этом случае $\lambda_H = \lambda_L + \varepsilon, \varepsilon > 0, \varepsilon \to 0$.

Для всех рассматриваемых равновесий будем рассматривать функцию полезности потребителей вида $U(c_t) = \ln c_t$, обладающую основными свойствами функции полезности потребителя-рискофоба, обозначенными ранее: $U'(c_t) = 1/c_t > 0; U''(c_t) = -1/c_t^2 < 0$.

3.1. Равновесие в отсутствие агрегированной неопределённости

В отсутствие агрегированной неопределённости банки точно знают, какая доля вкладчиков λ обратится в банк в периоде 1. В этом случае рискованный банк, выбирающий параметры депозитного контракта так, что набор (γ_R*, d_R*) не удовлетворяет условиям совместимости стимулов, точно не сможет рассчитаться с вкладчиками в периоде 1. Из этого следует, что $c_1^R < c_1^S, c_2^R < c_2^S$, а значит, и $EU_0{}^s(\gamma_s*, d_s*) > EU_0{}^R(\gamma_R*, d_R*)$. Это означает, что в периоде 0 всем потребителям выгодно вложить свои средства в надёжный банк и в равновесии не будет рискованных банков. Тогда $\rho* = 1$, $p_H* = p_L* = p*$.

При $p* > 1/R$ всем банкам в периоде 0 выгодно все средства вложить в долгосрочные активы и продать принадлежащие им долгосрочные активы в периоде 1 по цене $p*R > 1$. Получается, что никто не захочет инвестировать в краткосрочный актив в периоде 0, а в периоде 1 никто не будет покупать долгосрочные активы, что не может быть равновесием. При $p* < 1/R$ всем банкам выгодно в периоде 0 вкладывать деньги в краткосрочный актив: при вложении единицы в данный актив банки получат $1 > p*R$ в периоде 1. Отсюда следует, что только цена $p* = 1/R$ может уравновесить рынок долгосрочного актива в периоде 1. По сути, это единственная возможная цена, уравнивающая доходности краткосрочного и долгосрочного активов между периодами 0 и 1.

Только при такой цене в равновесии возможна ситуация, когда в периоде 0 банки вкладывают привлечённые средства в оба актива.

При наличии только надёжных банков задача отдельно взятого банка принимает следующий вид:

$$EU_0 = \lambda \ln d + (1-\lambda)\ln \frac{\gamma + p^* R(1-\gamma) - \lambda d}{(1-\lambda)p^*} \to \max_{d \geq 0; \gamma \in [0;1]} \quad (25)$$

s.t.

$$p^* = 1/R \quad (26)$$

$$\gamma + p^* R(1-\gamma) \geq \lambda d + (1-\lambda)p^* d \quad (27)$$

Подставив уравнение (26) в неравенство (27) после преобразований получим следующее ограничение банка на прописанное в депозитном контракте значение d :

$$d \leq \frac{R}{R+1-\lambda} \quad (28)$$

Заметим, что целевая функция (25) строго возрастает по d , а значит, ограничение (28) будет выполняться как равенство. С учётом этого получим следующее условие первого порядка:

$$\lambda\left(\frac{1}{d} - \frac{1-\lambda}{1-\lambda d}\right) = 0 \quad (29)$$

Как видим из левой части уравнения (29), производная от целевой функции убывает по d (величина $1-\lambda d$ представляет собой стоимость оставшихся у банка в периоде 1 долгосрочных активов после уплаты депозитов терпеливым потребителям, а значит, $1-\lambda d > 0$, иначе в периоде 0 очевидно произошёл бы набег на банк, что неверно, так как у банка выполняется условие совместимости стимулов). Таким образом, условие первого порядка (29) будет необходимым и достаточным условием для максимизации целевой функции (25). После преобразований данного условия получим, что $d^* = 1$.

С точки зрения задачи банка любое значение γ^* может быть оптимальным. Если рассматривать симметричное равновесие, т.е. такое равновесие, при котором все банки имеют одинаковые параметры оптимального контракта, то при $\gamma^* > \lambda$ на рынке долгосрочного актива никто не будет предъявлять предложение в периоде 1, так как все банки будет иметь избыточную ликвидность и захотят приобрести долгосрочный актив. При $\gamma^* < \lambda$, наоборот, никто не будет предъявлять спрос на долгосрочный актив в периоде 1, так как у всех банков будет дефицит ликвидности и они захотят продать свои долгосрочные активы. Таким образом, рынок долгосрочного актива может быть уравновешен в периоде 1 только при $\gamma^* = \lambda$.

Существуют также другие возможные равновесия: для уравновешенности рынка актива в периоде 1 необходимым и достаточным является условие $\int_{i=0}^{1} \gamma_i^* di = \lambda$. В равновесии банки с дефицитом ликвидности (те, у кого $\gamma_i < \lambda$) продают долгосрочные активы банкам с избыточным уровнем ликвидности (тем, у кого $\gamma_i > \lambda$) и за счёт этого удовлетворяют требования своих вкладчиков. При этом банки обеспечивают совокупный спрос нетерпеливых вкладчиков на ликвидные средства в периоде 1, равный λ.

Получаем, что в отсутствие неопределённости относительно λ в равновесии отсутствуют рискованные банки. Параметры равновесия:

$$\rho^* = 1;\ p^* = 1/R;\ d^* = 1;\ \int_{i=0}^{1} \gamma_i^* di = \lambda. \tag{30}$$

3.2. Равновесие при незначительной агрегированной неопределённости

Рассмотрим ситуацию, когда $\lambda_H = \lambda_L + \varepsilon, \varepsilon > 0, \varepsilon \to 0; \lambda_L = \lambda$. Данное условие может быть проинтерпретировано следующим образом: существует бесконечно маленькая, но всё же отличная от нуля разница между спросом вкладчиков на ликвидность в состояниях мира *H* и *L*. Несмотря на то, что $\varepsilon > 0, \varepsilon \to 0$, в равновесии, в отличие от описанного выше равновесия, могут появляться рискованные банки, обеспечивающие свои вкладчикам более высокую доходность в состоянии мира *L*, но сознательно идущие на то, что условие совместимости стимулов для них не выполняется в состоянии мира *H*.

Рассмотрим задачу рискованного банка. Условие первого порядка для максимизации ожидаемой полезности его вкладчиков по величине d^R имеет вид

$$\frac{1}{d^R} - \frac{1-\lambda}{\gamma^R + p_L R(1-\gamma) - \lambda d^R} = 0 \tag{31}$$

Как видим из левой части уравнения (31), производная от целевой функции убывает по d^R, а при $d^R \to 0$ левая часть уравнения (31) строго положительна. Из этого следует, что условие первого порядка (31) будет необходимым и достаточным условием для максимизации целевой функции рискованного банка.

Из условия (31) после преобразований получаем, что для заданного γ^R рискованный банк будет выбирать следующее значение d^R:

$$d^R = \gamma^R + p_L R(1-\gamma^R) \tag{32}$$

Для того, чтобы иметь возможность выполнять требования вкладчиков в состоянии мира *L*, банк должен выбирать d^R так, чтобы соответствовать условию

$$\lambda d^R + (1-\lambda)p_L d \le \gamma^R + p_L R(1-\gamma^R) \qquad (33)$$

После преобразований получаем

$$d^R \le \frac{\gamma^R + p_L R(1-\gamma^R)}{\lambda + (1-\lambda)p_L} \qquad (34)$$

Поскольку равновесие на рынке долгосрочного актива в состоянии мира L требует, чтобы выполнялось $p_L \le 1$, неравенство (34) будет выполнено для банка при выполнении равенства (32), а значит, равенство (32) определяет оптимальный выбор рискованного банка.

После подстановки условия (32) в целевую функцию рискованного банка получим, что задача максимизации ожидаемой полезности вкладчика рискованного банка по γ^R примет вид

$$EU_R^0 = (1-\pi)\ln(\gamma^R + p_L R(1-\gamma^R)) + \pi\ln(\gamma^R + p_H R(1-\gamma^R)) - (1-\pi)(1-\lambda)\ln p_L \to \max_{\gamma^R \ge 0} \qquad (35)$$

Условие первого порядка имеет вид:

$$\frac{1-\pi}{\gamma^R + p_L R/(1-p_L R)} + \frac{\pi}{\gamma^R + p_H R/(1-p_H R)} = 0 \qquad (36)$$

Заметим, что первая производная целевой функции рискованного банка строго убывает по γ^R, а значит, если $\gamma^R* > 0$, то величина γ^R* определяется из уравнения (36).

После преобразований получим, что

$$\gamma^R* = \pi\frac{p_L R}{p_L R - 1} - (1-\pi)\frac{p_H R}{1-p_H R} \qquad (37)$$

Задача максимизации целевой функции рискованного банка по γ^R может иметь краевое решение, если при нулевом значении γ^R левая часть уравнения (36) неположительна, т.е. при

$$\frac{\pi}{p_H} + \frac{1-\pi}{p_L} \le R \qquad (38)$$

В левой части неравенства (38) записана ожидаемая валовая доходность, полученная в периоде 2 от вложения в краткосрочный актив в периоде 0. С вероятностью π реализуется состояние мира H и краткосрочный актив принесёт доходность $1/p_H$, а с вероятностью $1-\pi$ реализуется состояние мира L и краткосрочный актив принесёт доходность $1/p_L$. При этом денежная единица, вложенная в долгосрочный актив в периоде 0, принесёт R единиц в периоде 2. Поскольку вкладчики банков – рискофобы ($U''(c_t) = -1/c_t^2 < 0$), при выполнении условия (39) они предпочитают получать гарантированную доходность от вложения в долгосрочный актив, если она не меньше, чем ожидаемая доходность от вложения в краткосрочный актив и последующего его обмена на долгосрочный актив в периоде 1.

Получаем, что доля вложений рискованных банков в краткосрочный актив в периоде 0 определяется как

$$\gamma^R * = \begin{cases} \pi \dfrac{p_L R}{p_L R - 1} - (1-\pi)\dfrac{p_H R}{1 - p_H R}, \dfrac{\pi}{p_H} + \dfrac{1-\pi}{p_L} > R \\ 0, \dfrac{\pi}{p_H} + \dfrac{1-\pi}{p_L} \le R \end{cases} \quad (39)$$

Уменьшение вероятности набега на банки π снижает ожидаемую доходность от вложения в краткосрочный актив и стимулирует рискованные банки уменьшать γ^R. При достаточно низкой вероятности набега на банки рискованные банки избирают следующую стратегию: они предпочитают вложить все средства вкладчиков в периоде 0 в долгосрочный актив, чтобы затем продать его часть для выполнения требований вкладчиков в периоде 1.

Подставив (39) в (32), получим оптимальную величину $d^R *$:

$$d^R * = \begin{cases} (1-\pi)\dfrac{(p_L - p_H)R}{1 - p_H R}, \dfrac{\pi}{p_H} + \dfrac{1-\pi}{p_L} > R \\ p_L R, \dfrac{\pi}{p_H} + \dfrac{1-\pi}{p_L} \le R \end{cases} \quad (40)$$

С учётом условий (39) и (40) получим, что вкладчики рискованных банков будут получать следующую ожидаемую полезность в точке оптимума:

$$EU_0^{\,R}\left(\gamma^R *, d^R *\right) = \begin{cases} \ln(p_L - p_H) + \ln R + \pi \ln \dfrac{\pi}{p_L R - 1} + (1-\pi)\ln \dfrac{(1-\pi)}{1 - p_H R} - (1-\pi)(1-\lambda)\ln p_L, \\ \dfrac{\pi}{p_H} + \dfrac{1-\pi}{p_L} > R \\ \ln R + \pi \ln p_H + (1-\pi)\lambda \ln p_L, \dfrac{\pi}{p_H} + \dfrac{1-\pi}{p_L} \le R \end{cases} \quad (41)$$

Рассмотрим задачу надёжного банка. Во-первых, заметим, что решение данной задачи не может соответствовать $d^S = 0$, так как $EU_0^{\,s}(d=0) \to -\infty$. Также не может соответствовать $\gamma^S = 0$, так как для выполнения условия совместимости стимулов необходимо, чтобы выполнялось условие $\gamma^s * \ge \lambda$. В противном случае надёжные банки, как и рискованные, не смогут рассчитаться со своими вкладчиками в периоде 1 и никто не захочет покупать долгосрочный актив в периоде 1, что не может быть равновесием. Из этого следует, что $d^S * > 0, \gamma^S * > 0$. В силу вогнутости функции полезности условия первого порядка будут необходимыми и достаточными условиями для решения задачи максимизации полезности. Тогда значения $d^S *; \gamma^S *$ будут определяться из решения следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{(1-\pi)(1-\lambda)(1-p_L R)}{\gamma + p_L R(1-\gamma) - \lambda d} + \dfrac{\pi(1-\lambda)(1-p_H R)}{\gamma + p_H R(1-\gamma) - \lambda d} = 0 \\ \dfrac{1}{d} - \dfrac{(1-\pi)(1-\lambda)}{\gamma + p_L R(1-\gamma) - \lambda d} - \dfrac{\pi(1-\lambda)}{\gamma + p_H R(1-\gamma) - \lambda d} = 0 \end{cases} \tag{42}$$

Решив данную систему уравнений, получим, что

$$\gamma^S * = \lambda + \frac{(1-\lambda) R p_L p_H}{(1-p_H R)(p_L R - 1)} \left(\frac{\pi}{p_H} + \frac{1-\pi}{p_L} - R \right) \tag{43}$$

$$d^S * = \frac{(p_L R - 1)(\lambda + (1-\lambda) p_H R) + (1-\lambda) p_H R(\pi / p_H + (1-\pi)/ p_L - R) R}{(p_L R - 1)(\lambda + (1-\lambda) p_H R) + (1-\lambda) p_H R(\pi / p_H + (1-\pi)/ p_L - R) p_L} \tag{44}$$

С учётом уравнения того (уравнение (43)), что $\gamma^s * \geq \lambda$, заметим, что неравенство (38) может выполняться в равновесии только как равенство. Тогда $d^S * \geq 1$, так как $R > 1 \geq p_L$.

Для того чтобы быть оптимальными, значения $d^S *; \gamma^S *$ должны соответствовать условию совместимости стимулов (12). Подставив уравнения (43) и (44) в неравенство (12), после преобразований получим:

$$p_H (p_L R - 1)(1 - R) \leq R p_H p_L \left(\frac{\pi}{p_H} + \frac{1-\pi}{p_L} - R \right). \tag{45}$$

Поскольку $R \geq p_L R \geq 1$, а неравенство (38) в равновесии может выполняться только как равенство, левая часть неравенства (45) неположительная, а правая – неотрицательная, т.е. при $d^S *; \gamma^S *$, соответствующих уравнениям (43) и (44), условие совместимости стимулов будет выполняться для надёжного банка.

И рискованные, и надёжные банки будут работать в равновесии тогда и только тогда, когда будут давать своим вкладчикам одинаковую ожидаемую полезность в периоде 0. Найдём все возможные наборы параметров, при которых уравнение $EU_0{}^S(\gamma^S *, d^S *) = EU_0{}^R(\gamma^R *, d^R *)$ имеет решение и при этом рынок долгосрочного актива уравновешен в состояниях мира *L* и *H*.

Рассмотрим равновесие, когда $\pi / p_H * + (1-\pi)/ p_L * = R$. Стоит отметить, что если в данном равновесии не появляются рискованные банки, то они, очевидно, не появятся и при $\pi / p_H * + (1-\pi)/ p_L * > R$: в этом случае краткосрочный актив приносит большую ожидаемую доходность, чем долгосрочный, и это увеличивает выгодность стратегии надёжного банка, вкладывающего б*о*льшую долю привлечённых средств в краткосрочный актив, чем рискованный банк.

С учётом доказанного ранее, при $\pi / p_H * + (1-\pi)/ p_L * = R$ в равновесии $\gamma^R * = 0; d^R * = p_L * R; \gamma^S * = \lambda; d^s * = 1$. Из условия равновесия рынка долгосрочного актива в периоде L (уравнение 22) получим, что $\rho^* = 1$. В состоянии мира H рынок долгосрочного актива уравновешен при любой цене $p_H{}^*$: с учётом того, что $\gamma^S{}^* = \lambda; d^S{}^* = 1; \rho = 1$, уравнение (23) сводится к виду 0 = 0 при любом значении p_H.

Вектор цен $(p_H{}^*; p_L{}^*)$ должен быть таким, что вкладчики рискованных и надёжных банков получают одинаковую ожидаемую полезность. Вкладчики надёжных банков получают в равновесии ожидаемую полезность $EU_0{}^s(\gamma_s{}^*, d_s{}^*) = (1-\lambda)\ln R$, а вкладчики рискованных банков – $EU_0{}^R(\gamma_R{}^*, d_R{}^*) = \ln R + \pi \ln p_H{}^* + (1-\pi)\lambda \ln p_L{}^*$. С учётом того, что $\pi / p_H{}^* + (1-\pi)/ p_L{}^* = R$, получим, что

$$\begin{cases} EU_0{}^s(\gamma_s{}^*, d_s{}^*) = (1-\lambda)\ln R \\ EU_0{}^R(\gamma^R{}^*, d^R{}^*) = \ln R + (1-\pi)\lambda \ln p_L{}^* + \pi \ln \dfrac{p_L{}^* \pi}{p_L{}^* R - (1-\pi)} \\ EU_0{}^S(\gamma^S{}^*, d^S{}^*) = EU_0{}^R(\gamma^R{}^*, d^R{}^*) \end{cases} \qquad (46)$$

Система уравнений (46) позволяет однозначно определить величину равновесной цены долгосрочного актива в периоде 1 в состоянии мира L. Решим данную систему графически, изобразив зависимость ожидаемой полезности вкладчиков рискованного и надёжного банков от p_L (рис. 1):

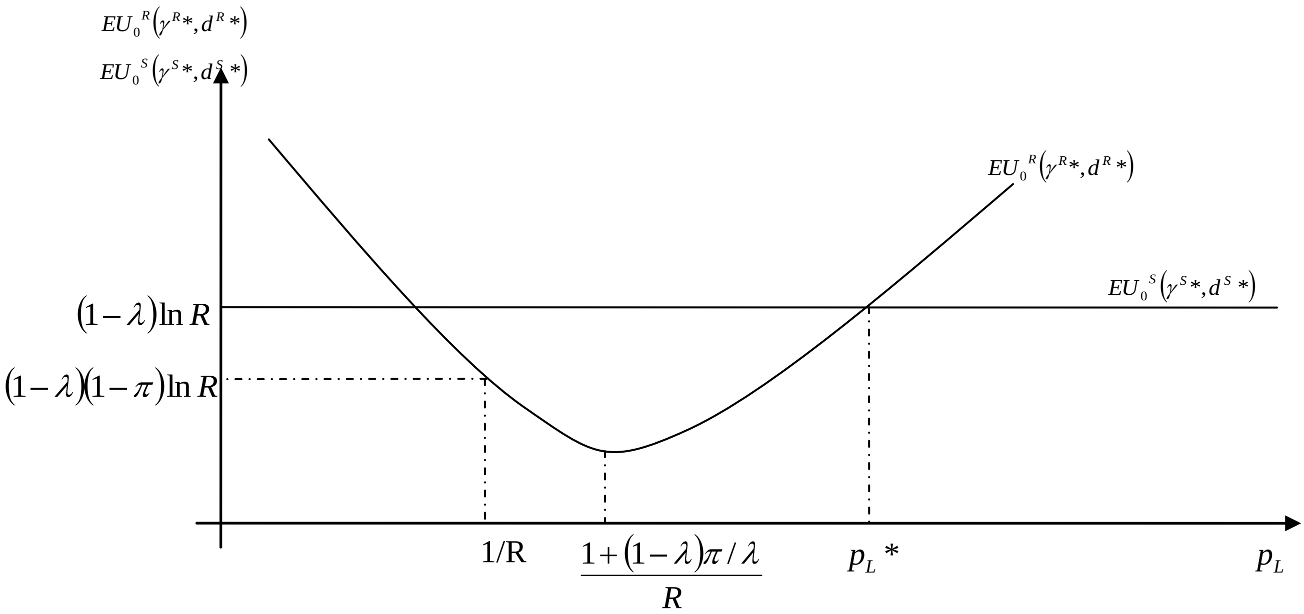

Рис. 1. Равновесие при незначительной неопределённости

Поскольку $EU_0{}^s(\gamma_s{}^*, d_s{}^*) = (1-\lambda)\ln R$, в рассматриваемых координатах кривая ожидаемой полезности вкладчиков надёжного банка имеет вид линии, параллельной оси абсцисс. Кривая ожидаемой полезности вкладчиков надёжного банка имеет один экстремум в точке $p_L = \left(1 + \pi(1-\lambda)/\lambda\right)/R$. При этом

$$\begin{cases} EU_0^R\left(\gamma^R *, d^R *\right) \xrightarrow[p_L \to \infty]{} \infty; \\ EU_0^R\left(\gamma^R *, d^R *\right) \xrightarrow[p_L \to (1-\pi)/R]{} -\infty \\ \dfrac{\partial^2 EU_0^R\left(\gamma^R *, d^R *\right)}{\partial p_L^2} > 0 \\ EU_0^R\left(\gamma^R *, d^R *\right)\left(p_L = 1/R\right) = (1-\lambda)(1-\pi)\ln R < (1-\lambda)\ln R \end{cases} \tag{47}$$

Из условий (47) следует, что система уравнений (46) имеет ровно два решения, проиллюстрированных на рис. 1 точками пересечения кривых ожидаемой полезности надёжного и рискованного банка. С учётом ограничения $p_L * R \geq 1$ получаем, что имеет смысл рассмотрение только правого пересечения кривых $EU_0^S\left(\gamma^S *, d^S *\right)$ и $EU_0^R\left(\gamma^R *, d^R *\right)$. Поскольку $p_L * \leq 1$, равновесие существует тогда и только тогда, когда $EU_0^R\left(\gamma^R *, d^R *\right)\left(p_L = 1\right) \geq (1-\lambda)\ln R$. В противном случае у системы уравнений (46) не будет решений, т.е. рискованные банки не смогут обеспечить своим вкладчикам ожидаемую полезность, равную ожидаемой полезности вкладчиков рискованного банка. Подставив $p_L = 1/R$ во второе уравнение системы (46) получим, что в равновесии с незначительной неопределённостью не будет рискованных банков, если выполняется неравенство (48):

$$\pi \ln \frac{\pi}{R - (1-\pi)} + \ln R < (1-\lambda)\ln R \tag{48}$$

Определим, какими должны быть параметры R, π, λ, чтобы выполнялось условие (48). Для оценки параметра λ представим неравенство (48) в виде

$$\lambda < \pi \frac{\ln\left(1 + (R-1)/\pi\right)}{\ln R} \tag{49}$$

Видим, что при *достаточно маленьком* значении λ, т.е. в ситуации, когда доля нетерпеливых вкладчиков достаточно мала, в равновесии с незначительной неопределённостью не будет рискованных банков. Механизм, объясняющий данный результат в рассматриваемой модели, следующий: с ростом λ надёжные банки вынуждены вкладывать б*о*льшую долю привлекаемых средств в краткосрочный актив для того, чтобы иметь возможность удовлетворить требования вкладчиков в периоде 1. Из-за этого надёжные банки дают своим вкладчикам меньшую доходность от их вложений, а значит, меньшую ожидаемую полезность. При небольших λ надёжные банки не сталкиваются с таким большим ограничением на хранение ликвидных средств в периоде 1 и поэтому могут обеспечить своим вкладчикам полезность б*о*льшую, чем рискованные банки.

Для дальнейшего анализа представим неравенство (48) в виде

$$\ln R - \pi \ln\left(1 + \frac{R-1}{\pi}\right) < (1-\lambda)\ln R \tag{50}$$

Возьмём производную от левой части неравенства (50), представляющей собой ожидаемую полезность вкладчиков рискованного банка по π. Получим:

$$\frac{\partial EU_0{}^R\left(\gamma^R *, d^R *\right)}{\partial \pi} = -\ln\left(1 + \frac{R-1}{\pi}\right) + \frac{(R-1)/\pi}{1+(R-1)/\pi} = f\left(\frac{R-1}{\pi}\right) \tag{51}$$

Пусть $(R-1)/\pi \equiv x$. Заметим, что $x > 0$, $f(x=0) = 0$ и

$$\frac{\partial f}{\partial x} = -\frac{x}{(1+x)^2} \tag{52}$$

Из уравнения (52) следует, что при любых положительных x производная функции $f(x)$ по x отрицательна, а значит, функция $f(x)$ убывает с ростом x. С учётом того, что $f(x=0)=0$, получаем, что $f(x)$ отрицательна при всех положительных x, т.е. производная от ожидаемой полезности вкладчиков рискованного банка по π также отрицательна при любых значениях π и R. Из этого следует, что левая часть неравенства (50) убывает с ростом π, а значит, неравенство (50) будет выполнено только при *достаточно больших* π.

Увеличение π приводит к сокращению ожидаемой полезности вкладчиков рискованных банков, так как растёт вероятность банкротства рискованных банков из-за невозможности рассчитаться с вкладчиками в состоянии мира *H*. При достаточно больших π стратегия рискованного банка не сможет принести вкладчикам такую же полезность, как стратегия надёжного банка.

Для анализа влияния процентной ставки на возможность появления рискованных банков в равновесии рассмотрим разницу ожидаемых полезностей вкладчиков рискованного и надёжного банков (назовём её $g(\pi, R, \lambda)$), которая должна быть отрицательной в равновесии, в котором не будет рискованных банков.

$$g(\pi, R, \lambda) \equiv EU_0{}^R\left(\gamma^R *, d^R *\right) - EU_0{}^S\left(\gamma^S *, d^S *\right) = \lambda \ln R - \pi \ln\left(1 + \frac{R-1}{\pi}\right) < 0 \tag{53}$$

Заметим, что $g(R=1) = 0, \forall \pi, \lambda$. Взяв производную от g по R, получим, что

$$\frac{\partial g}{\partial R} = \frac{\lambda(\pi-1) + (\lambda-\pi)R}{R(\pi+R-1)} \tag{54}$$

Если $\lambda \le \pi$, то производная от g по R отрицательна при любом $R \ge 1$, а значит, $g < 0, \forall R > 1$ и в равновесии не будет рискованных банков. Если же $\lambda > \pi$, то производная от g по R возрастает с ростом R, а значит, при *достаточно маленьких* R значение g будет оставаться отрицательным и в равновесии не будет рискованных банков.

3.3. Эффективность и комплементарность инструментов монетарной политики

В рамках рассматриваемой модели монетарная политика может оказывать влияние на равновесие через изменение параметров R, λ, π. Проведение стимулирующей (либо сдерживающей) монетарной политики, а также формирование ожиданий относительно будущей монетарной политики оказывают влияние на доходность долгосрочного актива R. Из уравнения (54) можно заметить, что эффект от изменения процентной ставки на разницу в ожидаемых полезностях будет сильнее при больших значениях λ: при большой доле нетерпеливых вкладчиков изменение доходности долгосрочного актива будет сильнее влиять на ожидаемую полезность вкладчиков рискованных банков.

Наличие гарантий по банковским вкладам может оказывать влияние на величину π: вероятность набега на банки будет снижаться, если вкладчики будут уверены в том, что в случае банкротства банка они получат назад вложенные средства. Рассмотренная модель демонстрирует негативный эффект от проведения такой политики: снижение π увеличивает ожидаемую полезность вкладчиков рискованных банков и может привести к их появлению.

Рассмотрим влияние вероятности набега на банки на величину g:

$$\frac{\partial g}{\partial \pi} = \frac{\partial EU_0{}^R\left(\gamma^R*, d^R*\right)}{\partial \pi} = -\ln\left(1 + \frac{R-1}{\pi}\right) + \frac{(R-1)/\pi}{1 + (R-1)/\pi} \qquad (55)$$

По доказанному ранее $\frac{\partial g}{\partial \pi}$ убывает с ростом $\frac{R-1}{\pi}$, а значит, возрастает при снижении R. Получаем, что комплементарность имеет место и в обратную сторону: если ЦБ стремится не допустить появления рискованных банков и снижает величину R, то предельный эффект от повышения стабильности банковской системы, т.е. снижения величины π, становится больше. При этом предельный эффект от влияния на π не зависит от доли нетерпеливых вкладчиков λ, так как данная доля оказывает влияние на полезность вкладчиков надёжных банков, тогда как изменение π вызывает изменение ожидаемой полезности вкладчиков рискованных банков.

4. Заключение

Для анализа стабильности финансовой системы и её подверженности рискам в данной работе была рассмотрена трёхпериодная модель, базирующаяся на модели Allen, Gale [2007]. В равновесии в отсутствие агрегированной неопределённости были получены следующие результаты, идентичные результатам Allen, Gale [2007]:

- в равновесии в отсутствие агрегированной неопределённости не наблюдается волатильность цены долгосрочного актива в периоде 1. Равновесие сводится к тому, что банки вкладывают в краткосрочный актив ровно столько, сколько необходимо для удовлетворения требований вкладчиков в периоде 1;

- в равновесии при наличии агрегированной неопределённости возникают колебания цены долгосрочного актива, зависящей от того, какое состояние мира реализуется в периоде 1. Даже при незначительной неопределённости в отношении доли нетерпеливых вкладчиков в равновесии могут возникать рискованные банки, не выполняющие требований вкладчиков в одном из состояний мира;
- в предельном равновесии при бесконечно малом шоке доли нетерпеливых вкладчиков была рассмотрена возможность возникновениях рискованных банков. Равновесная доля рискованных банков стремится к нулю, однако возможность обеспечить вкладчикам такую же ожидаемую полезность от стратегии рискового банка, как от стратегии надёжного банка, вызывает появление рискованных банков, а значит – возникновение колебаний цены долгосрочного актива. Наличие рискованных банков свидетельствует о нестабильности финансовой системы и возможности значительных колебаний цен активов даже при незначительных шоках.

Представленный в данной работе анализ позволил получить следующие результаты[2]:

- в предельном равновесии рискованные банки не смогут обеспечить вкладчикам такую же ожидаемую полезность, как и надёжные банки, при достаточно низкой доле нетерпеливых вкладчиков: её снижение вызывает снижение потребности надёжных банков в ликвидности в периоде 1, увеличивает доходность надёжных банков и ожидаемую полезность их вкладчиков;
- в предельном равновесии рискованные банки не смогут обеспечить вкладчикам такую же ожидаемую полезность, как и надёжные банки, при достаточно высокой вероятности набега на банки. Увеличение данной вероятности приводит к тому, что снижается ожидаемая полезность рискованных банков из-за увеличения вероятности их банкротства в случае реализации состояния мира с высокой долей нетерпеливых вкладчиков;
- в предельном равновесии рискованные банки не смогут обеспечить вкладчикам такую же ожидаемую полезность, как и надёжные банки, при достаточно низкой валовой доходности долгосрочного актива. Высокая доходность долгосрочного актива повышает привлекательность стратегии рискованных банков, что делает возможным их возникновение

[2] Рассмотрение логарифмической функции полезности в модели сделано на основе работ Diamond, Dybvig [1983], Allen, Gale [2007]. Введение в модель отличной от логарифмической функции полезности может привести к возникновению дополнительных эффектов, однако не изменит характер качественных выводов относительно влияния экзогенных параметров на максимальное значение ожидаемой полезности от той или иной стратегии, на которых сконцентрирована модель. Именно поэтому изменение функции полезности, вероятнее всего, не представляет дополнительный исследовательский интерес, так как не даёт принципиально новых результатов, но значительно усложняет расчёты.

в равновесии. Данный эффект говорит о том, что рост процентных ставок создаёт угрозу стабильности финансовой системы;

- снижение вероятности набега на банки, например, из-за введения гарантий по банковским вкладам, может привести к возникновению рискованных банков в равновесии, чья стратегия приносит бо́льшую ожидаемую полезность при снижении вероятности их банкротства. Таким образом, модель демонстрирует аргумент против системы страхования вкладов из-за возникновения проблемы морального риска;
- наблюдается комплементарность инструментов: снижение процентной ставки увеличивает предельный эффект от изменения вероятности набега на банки.

В продолжение рассматриваемой модели актуальным остаётся более детальное рассмотрение монетарной политики: введение ограничений на рискованность портфеля активов может оказывать влияние на поведение рискованных банков, а значит, и на характеристики равновесия. Тем самым, проводя макропруденциальную политику, ЦБ может непосредственно влиять на долю рискованных банков в равновесии.

Стабильность финансовой системы может также рассматриваться в контексте взаимодействия с зарубежными кредиторами. Так, в случае наличия у коммерческих банков несоответствия структуры активов и пассивов баланса (“currency mismatch”) удешевление отечественной валюты может приводить к росту стоимости пассивов. Необходимость в погашении задолженности перед иностранными кредиторами вызывает увеличение предложения финансовых активов, что ведёт к снижению цен активов (Kaminsky, Reinhart [2000], Shin [2005]). Возникает «порочная спираль»: удешевление отечественной валюты негативно отражается на финансовом секторе и банковской системе, что может вызывать дальнейший отток капитала. Описанная ситуация двойного кризиса также иллюстрирует нестабильность финансовой системы, когда из-за тесной взаимосвязи банков и финансовых рынков возникает эффект заражения отечественной финансовой системы. Природа двойных кризисов в сущности похожа на природу банковской паники: растущая потребность вкладчиков банков в деньгах заставляет банки избавляться от принадлежащих им финансовых активов, что вызывает падение их цен. Существенная разница состоит в том, что в случае двойных кризисов речь идёт о зарубежных инвесторах, и проблемы коммерческих банков могут значительно усугубляться дальнейшей девальвацией отечественной валюты, а значит – последующим удорожанием пассивов и необходимостью вновь и вновь продавать финансовые активы. Среди возможных расширений рассмотренной модели стоит выделить рассмотрение контрактов между вкладчиками и банками, заключаемых в иностранной валюте. Природа набега на банки в таком взаимодействии довольно схожая: потребность вкладчиков банков в ликвидности может вызывать продажу финансовых активов банками, однако влияние продаж активов на валютный курс оказывает дополнительный негативный эффект на пассивы балансов банков, что только усиливает нестабильность финансовой системы.

Литература

Allen F., Gale D. (1998) Optimal Financial Crises // Journal of Finance. No. 53. P. 1245–1284.

Allen F., Gale D. (2000a) Financial Contagion // Journal of Political Economy. No. 108. P. 1–33.

Allen F., Gale D. (2000b) Optimal Currency Crises // Carnegie Rochester Series on Public Policy. No. 53. P. 177–230.

Allen F., Gale D. (2000c) Bubbles and Crises // The Economic Journal. No. 110. P. 236–256.

Allen F., Gale D. (2004) Financial Fragility, Liquidity, and Asset Prices // Journal of the European Economic Association. No. 2. P. 1015–1048.

Allen F., Gale D. (2007) Understanding Financial Crises. Oxford University Press.

Diamond D., Dybvig P. (1983) Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity // Journal of Political Economy. No. 91. P. 401–419.

Kaminsky G., Reinhart C. The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance-of-Payments Problems // The American Economic Review, 1999.

Lagunoff R., Schreft S. (2001) A Model of Financial Fragility // Journal of Economic Theory. No. 99. P. 220–264.

Schnabel I., Shin H. (2004) Liquidity and Contagion: The Crisis of 1763 // Journal of the European Economic Association. No. 2. P. 929–968.

Shin H.S. Liquidity and Twin Crises. London School of Economics, 2005 (January).

Chelekhovskiy, A.

Stability of the banking system under liquidity deficit: Working paper WP12/2015/01 [Electronic resource] / A. Chelekhovskiy ; National Research University Higher School of Economics. – Electronic text data (1 MB). – Moscow : Higher School of Economics Publ. House, 2015. – 29 p.

The paper develops a stylized three-period model of banking sector. The change in asset prices due to the bank runs is in focus of analysis. It is shown, that even insignificant shocks in liquidity demand can lead to bankruptcy of some banks and considerable changes in asset prices. If the share of early consumers is sufficiently high and interest rates are sufficiently high banks have incentives to use risky investment strategy, when they go bankrupt in case of high liquidity demand. If the main purpose of monetary authorities is to prevent the emergence of risky banks, then monetary policy instruments are complements: decreasing interest rates increases marginal effect from a change in the probability of bank runs.

Препринт WP12/2015/01
Серия WP12
Научные доклады
Лаборатории макроэкономического анализа

Челеховский Александр Николаевич

Стабильность банковской системы в условиях дефицита ликвидности