



ПРЕДПОЛОЖЕНИЕ О СЕГМЕНТАХ ОПРЕДЕЛЕННОСТИ В МОДЕЛИ ВОЗМОЖНОСТИ ИСЧЕЗНОВЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПУЗЫРЯ С НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИЕЙ

Николаенко Д. Н. аспирант кафедры фондового рынка и рынка инвестиций

Национального исследовательского университета Высшая школа экономики (НИУ ВШЭ), г. Москва

Аннотация: Предложена модель возможности исчезновения экономического пузыря, основанная на аппарате глобальных игр, найдено необходимое условие единственности профиля равновесных стратегий.

Abstract: A global game model of bubble crash opportunity is proposed, necessary condition for unique equilibrium in this model is found.

Ключевые слова: Глобальные игры, единственность равновесия, равновесие Байеса-Нэша, экономический пузырь.

Keywords: Bayesian Nash equilibrium, global games, economic bubble, unique equilibrium.

В данной работе предлагается модель возможности исчезновения экономического пузыря в духе самосбывающегося кризиса, раскрытого, например, в статьях [1-3]. Сюжет модели из статьи [1] является обобщением примера игр с участием государства и двух спекулянтов, предложенного в работе [4] для иллюстрации ситуаций, связанных со спекулятивной атакой курса валюты при различных международных резервах государства, рассматривающего вопрос его удержания в случае полной информации.

Исходя из статьи [1], в данной модели существует единственный профиль равновесных стратегий спекулянтов. Однако в моем исследовании показано, что при отсутствии сегментов определенности, т.е. таких состояний, относительно которых все игроки уверены, что при их реализации пузырь точно не лопнет или точно исчезнет, обнаруживается множественность равновесных стратегий участников. Т.о., данное

предположение является необходимым условием единственности профиля равновесных стратегий в такой модели. Характер равновесных стратегий в этой ситуации такой, что при любой величине пузыря он может как лопнуть, так и не исчезнуть. Однако в случае с наличием сегментов определенности существуют ситуации с величинами пузырей, не относящимися к сегментам определенности, при которых пузырь точно не исчезает.

Рост цен на активы в связи с наличием пузыря способен спровоцировать формирование неэффективного распределения ресурсов¹, а их падение может вызвать серьезные напряжения в финансовой системе и дестабилизацию экономики [5, с.27,29]. Поэтому исследование вопроса, выполнение каких условий необходимо, чтобы при некоторых ситуациях с величиной пузыря знать, что он не исчезнет, является актуальным. Научная новизна работы заключается в формулировке и интерпретации модели возможности исчезновения пузыря, а также в зарождении исследований ситуации неясности относительно его взрыва или сохранения, если у игроков нет убеждений в наличии сегментов определенности. Объектом данного исследования является модель возможности исчезновения экономического пузыря с неполной информацией, предметом – предположение о сегментах определенности в этой модели. Цель работы – доказать, что предположение о сегментах определенности является необходимым условием единственности профиля

равновесных стратегий игроков. Задачами исследования являются построение модели, доказательство необходимости убеждений спекулянтов в наличии сегментов определенности для единственности профиля равновесных стратегий агентов.

1. Модель. Рассматривается рынок некоторого актива, на котором соотношение сил спроса и предложения определяет его цену. Предполагается, что чем в большей степени она превышает фундаментальную² стоимость актива, тем в целом сильнее рынок подвержен возможности падения цен [6]. Вводится параметр³ состояния цен θ :

$$\theta = (\text{фундаментальная стоимость актива} - \text{цена актива} + B)/B, \quad (1)$$

где разница между фундаментальной стоимостью актива и его ценой учитывается так, что θ принадлежит $[0;1]$, она возрастает по θ . Рассматривается функциональная зависимость именно между такой разницей и θ . Ввиду разумного ограничения цен в условиях возможности положительного пузыря разница между ценой и фундаментальной стоимостью актива положительна и не превышает B , $B > 0$.

На рынке есть информлируемые спекулянты, каждый из которых получает сигнал о значении состояния цен, а также не информлируемые агенты, которые таких сигналов о состоянии цен не получают и представляют собой «остальной мир». Предполагается, что если информлируемый спекулянт⁴ хочет занять единицу актива или какую-то его долю, то он всегда сможет сделать это, также он может реализовать единицу актива или

¹ Например, когда переоцененные компании получают на фондовом рынке в свое распоряжение больше денежных ресурсов, чем должны были обрести в соответствии с их реальными возможностями по созданию прибыли.

² В данном исследовании под «фундаментальной стоимостью» (в работе обозначается буквой f) фактически понимается та цена, которая устанавливается на рынке при отсутствии пузыря.

³ В формуле (1) используются цена актива и его фундаментальная стоимость для одного и того же момента или промежутка времени.

⁴ В данной работе под словами «спекулянт», «участник», «игрок» и «агент» понимается информлируемый спекулянт, если не оговорено иное.



ее долю по какой-то цене, на которую согласен рынок. В ходе игры спекулянт решает, нужно ли атаковать существующую цену. Если для состояния цен θ доля информированных агентов, продающих актив, не меньше критической доли⁵ $a(\theta)$, то пузырь лопаётся, поскольку в такой ситуации на рынке при существующей цене образуется слишком большой излишек предложения. Предполагается, что после взрыва пузыря единица актива может быть реализована по цене, равной фундаментальной стоимости, но не выше. Атака одним спекулянтом осуществляется посредством короткой продажи одной единицы актива или ее доли и сопряжена с транзакционными затратами в размере t , $t > 0$. Пусть на момент принятия информირуемыми агентами решения об атаке цена актива равняется m ($m \geq f$).

Предполагается, что если спекулянт продает единицу актива, то он выставляет заявку на продажу так, чтобы точно сбыть актив, если реализуется цена m , поскольку она превалирует на рынке. Если доли атакующих агентов не хватает, чтобы обвалить цену, то продававший любую ненулевую долю единицы актива спекулянт несет затраты в размере t , потому что ему приходится покупать ее по m за единицу с целью возврата. Когда пузырь лопается, агент становится обладателем чистой выгоды $m - f - t$, если он успевает продать единицу актива («проскочить») по цене m , и несет затраты в размере t , если не успевает. При этом спекулянт i считает, что ему удастся «проскочить»⁶ с вероятностью $0 < S_i < 1$. Если же агент не атакует, то его чистая выгода равна 0. Считается, что существует $\underline{\theta}$ – такое состояние цен, что при всех значениях состояний цен, меньших или равных $\underline{\theta}$, пузырь всегда лопается, например по экзогенным причинам [6], и такое⁷ $\underline{\theta}$, что

⁵ Функция $a(\theta)$ не убывает по θ .

⁶ Предполагается, что он не снижает цену продажи, чтобы увеличить шансы «проскочить», а выставляет заявку на покупку по цене m , поскольку на деле снижение цены далеко не всегда может привести к появлению дополнительной возможности «проскочить», т.к. другие агенты также могли бы снижать цены продажи, руководствуясь желанием увеличить шансы на получение положительной прибыли.

⁷ $0 < \underline{\theta} < \bar{\theta} < 1$.

⁸ Если не оговорено иное, утверждение верно для континуума, счетного и конечного множества агентов.

⁹ Можно, например, рассматривать ситуацию, когда

$$\varepsilon + t \leq m - f \leq B. \text{ Т.е. } \theta = \frac{f - m + B}{B - \varepsilon - t}, B - t > \varepsilon > 0$$

¹⁰ Примечательно, что оба равновесия являются еще и экс-пост-равновесиями (ex post equilibriums), потому что в каждом из них всякий агент рассматривает ситуации, в которых остальные спекулянты придерживаются одинаковых стратегий, в контексте координационной игры.

$m - f(\bar{\theta}) = t$, а также, очевидно, $m - f(1) < t$.

Предполагается, что государство и агенты знают все эти условия модели, а также количество⁸ спекулянтов в экономике.

Условия игры:

1. Выполнены все указанные выше условия.
2. Природа выбирает θ из равномерного распределения на отрезке $[0; 1]$.
3. При выбранном θ , каждый агент получает сигнал X_i , который извлекается из равномерного распределения на отрезке $[\theta - \varepsilon; \theta + \varepsilon]$, где $\varepsilon > 0$, сигналы, посланные разным спекулянтам, независимы [1, 7]. Получив сигнал, каждый агент самостоятельно решает что делать: продавать актив или нет, поэтому стратегия спекулянта определяется как функция, которая переводит значение сигнала в действие.
4. Платежами игроков в каждой определенной ситуации являются соответствующие чистые выгоды [1] (при равенстве чистых выгод от действий «продавать» и «отказаться от короткой продажи» агент выбирает второе).

5. Спекулянты знают условия 1-4 игры и понимают, что все знают это, а также что все знают, что все знают, что все знают и т.д.

Эта игра относится к играм смены режима [3, с.28-29; 8, с.11], поскольку платежи агентов зависят от того, сменится ли режим (лопнет ли пузырь).

2. Необходимое условие единственности равновесия.

Утверждение. Если в рассматриваемой игре модифицировать⁹ θ и $a(\theta)$ так, что $\forall \theta \ 0 < \underline{a} \leq a(\theta) \leq \bar{a} \leq 1$ и $\forall \theta \ m - f - t > 0$, тогда при сохранении всех других, не противоречащих этим условиям данной игры, при достаточно большом количестве агентов, единственность профиля равновесных стратегий спекулянтов меняется на множественность, примерами симметричных равновесных стратегий являются «продавать при любом сигнале» и «отказаться от короткой продажи при любом сигнале».

Доказательство. Если $\forall \theta \ 0 < \underline{a} \leq a(\theta) \leq \bar{a} \leq 1$ и $\forall \theta \ m - f - t > 0$, то на сегментах $[0; \underline{\theta}]$, $[\bar{\theta}; 1]$ значений состояния цен исчезает предопределенность относительно того, лопнет пузырь или нет. Из-за нее существовали такие значения сигналов, при которых у каждого агента возникало строго доминирующее действие, его было выгодно выбирать вне зависимости от действий остальных спекулянтов.

Предположим, что все агенты руководствуются стратегией, предписывающей «продавать» при любых значениях полученного сигнала. Т.о., в любом состоянии цен доля атакующих спекулянтов равна 1, поэтому

ее всегда достаточно, чтобы пузырь лопнул. Ввиду того, что $m - f(\theta) - t > 0$, нет таких значений θ , при которых падение цены было бы менее выгодным для атакующего, чем решение «отказаться от короткой продажи». Поэтому ни одному агенту не выгодно в одиночку отклоняться от этой стратегии.

Пусть каждый спекулянт руководствуется стратегией, предписывающей «отказаться от короткой продажи» при любой реализации сигнала. В таком случае доля агентов, продающих актив, равна 0, и если, какой-то отдельный спекулянт захочет отклониться в одиночку, то его вклад в атаку будет недостаточным для того, чтобы пузырь лопнул. Ни одному агенту не выгодно в одиночку отклоняться от этой стратегии¹⁰, поскольку такое отклонение приносит отрицательную чистую выгоду взамен нулевой.

Заключение.

В рамках данного исследования построена теоретико-игровая модель, иллюстрирующая то, что пузырь может лопнуть из-за стремления спекулянтов заработать на обвале цен с помощью коротких продаж. В рассматриваемой модели наличие сегментов состояния цен, в отношении которых агенты заранее убеждены в том, произойдет взрыв пузыря или нет, является необходимым условием единственности равновесия Байеса-Нэша. Развитие исследования может заключаться в попытке определения классов информационных структур, которые приводят к единственности или множественности исходов равновесий.

Литература:

1. Morris S., Shin H. S. Unique Equilibrium in a Model of Self-Fulfilling Currency Attacks // American Economic Review. 1998. Vol. 88. P. 587-597.
2. Morris S., Shin H. S. Global Games: Theory and Applications. Cowles Foundation Discussion paper no. 1275R, 2001.
3. Morris S., Shin H. S. Common Belief Foundation of Global Games. Working paper, 2007.
4. Obstfeld M. Models of Currency Crises with Self-Fulfilling Features // European Economic Review. 1996. Vol. 40. P. 1037-1047.
5. Lansing K. J. Monetary Policy and Asset Prices // FRBSF Economic Letter. 2008. Issue Oct 31. P. 27-30.
6. Abreu D., Brunnermeier M. K. Bubbles and Crashes // Econometrica. 2003. Vol. 71(1). P. 173-204.
7. Carlsson H., van Damme E. Global Games and Equilibrium Selection // Econometrica. 1993. Vol. 61. P. 989-1018.
8. Izmalkov S., Yildiz M. Investor Sentiments. Working paper, CEFIR, 2009.

nickolaenko_dn@mail.ru