Эффективность многономенклатурных поставок несколькими транспортными средствами при оптимизации запасов

Ключевые слова: управление запасами, многономенклатурные модели, оптимизация транспортного обеспечения, грузовместимость транспорта, EOQ модели, поставки несколькими транспортными средствами

АННОТАЦИЯ

Задачи транспортного обеспечения поставок для многономенклатурных моделей управления запасами сегодня особо актуальны, если при их решении учитывается фактор грузовместимости / грузоподъемности транспортного средства (ТС). Такие решения требуются применительно к ситуациям, когда найденный по традиционным формулам оптимальный размер заказа не удастся разместить в ТС, причем именно из-за имеющихся ограничений по габаритам или весу. Цель статьи - помочь менеджерам, работающим в указанной области, в освоении новых подходов и методов для принятия оптимальных / наилучших решений по транспортному обеспечению поставок применительно к таким ситуациям. Речь идет о возможности использования имеющихся на сегодняшний день скрытых резервов для повышения эффективности работы цепей поставок указанного типа. Такие возможности может обеспечить учет при оптимизации запасов ряда важных факторов, таких как: 1) временная ценность денег; 2) специфика денежных потоков цепи поставок, обусловливаемая форматом начисления издержек хранения (аренда или оплата только занятых мест на складе); 3) грузовместимость / грузоподъемность ТС; 4) а также возможность эффективной организации поставок, при использовании нескольких ТС одновременно. Критерием оптимизации решений выступает традиционное для таких моделей требование минимизации издержек работы такой цепи поставок в формате соответствующей модификации *EOQ*–модели управления запасами, позволяющей учитывать указанные факторы. Модификация модели потребовала разработки нового универсального формата задания, как самой модели, так и соответствующей *EOQ*–формулы, что впервые реализовано в этой статье для многономенклатурных поставок. Такой новый формат представления модели позволил единым образом, т.е. сразу для всех ее модификаций, провести анализ целесообразности совместных поставок несколькими ТС при скидках на стоимость таких поставок. Доказано необходимое и достаточное условие, устанавливающее приемлемый / пороговый уровень скидки, при котором совмещенные поставки в формате таких многономенклатурных моделей могут быть эффективными, чтобы конкурировать с традиционными вариантами решений. Численный пример иллюстрирует эффективность предложенного подхода к оптимизации транспортного обеспечения поставок в многономенклатурных моделях управления запасами.

The Effectiveness Of Multinomenclature Deliveries By Several Vehicles For Each Delivery At Inventory Optimisation

Key words: inventory management, multinomenclature deliveries, transport service optimization, vehicle capacity, EOQ models, deliveries by several vehicles.

ABSTRACT

Transport maintenance of multiproduct inventory management deliveries problems are especially relevant nowadays if for their solving the vehicle cargo load / capacity is taken into account. Such decisions are required for situations, when it is not possible to place defined by traditional formulas optimal order quantity in vehicle due to existing restrictions on overall dimensions or weight. The purpose of the article - to help the managers working in this area, in harnessing new approaches and methods for making optimal / best decisions on the transport provision of supplies with regard to such situations. We are talking about the possibility of using available today hidden reserves for increasing the efficiency of the specified type supply chain operation. Such possibilities can be provided by taking into account several important factors in optimization, such as: 1) time value of money; 2) the specifics of supply chain cash flows which determined by the format of storage costs calculation (rent, or paying only for the occupied places in a warehouse); 3) vehicle cargo load / capacity; 4) and also by the possibility of an effective supply maintenance using multiple vehicles per each delivery. The criterion for decisions optimization is the traditional for such type of models minimization of supply chain operation costs in a format of corresponding inventory management EOQ-model modification that allows to take mentioned above factors into account. For implementation the model modification it was required to develop the new universal formal of both the model and corresponding EOQ-formula what is firstly realized in this article for the multinomenclature supplies. Such a new model representation format allowed in a uniform way, i.e. at once for all of model modifications, to carry out the analysis of joint deliveries by several vehicles feasibility at discounts on the costs of such deliveries. It is proved the necessary and sufficient condition that establish the acceptable / threshold level of prices at which the joint deliveries in format of such multinomenclature models can be effective, in order to compete with traditional solutions. Numerical example illustrates the effectiveness of the proposed approach to the optimization of transport maintenance of deliveries at inventory management multinomenclature models.

ВВЕДЕНИЕ

В этой статье рассматриваются модели транспортного обеспечения поставок, которые соотносятся с задачами многономенклатурного управления запасами. Анализируется традиционная многономенклатурная модель, формат которой будет модифицирован. А именно, модификация обеспечит возможность дополнительного учета ряда факторов при оптимизации решений: 1) фактора грузовместимости транспортного средства (ТС); 2) фактора временной ценности денег (ВЦД); 2) фактора учета издержек хранения, определяющего формат начисления издержек хранения (аренда или оплата по занятым местам на складе). Соответственно далее речь пойдет о ситуациях, когда для модели оптимизации запасов указанного типа надо обеспечить требуемый годовой объем поставок для всей номенклатуры товаров с наименьшими затратами / издержками на поставки и хранение.

Исследование представлено в формате детерминированной многономенклатурной модели с учетом ВЦД. Востребованность на практике моделей детерминированного типа для приложений бизнеса уже не раз подчеркивалась в публикациях (Бродецкий Г.Л., 2013; Герами В.Д., Шидловский И.Г., 2014:1-2). Действительно, несмотря на детерминированный характер модели, указанные формулы позволяют определять параметры оптимальной стратегии при моделировании реальных ситуаций, как в условиях риска, так и в условиях неопределенности (для конкретного множества сценариев развития событий, при которых будут заданы параметры системы). Далее, разработанные в теории подходы к моделированию в условиях риска по методу дерева решений и/или к моделированию в условиях неопределенности позволяют находить наилучшее решение. Соответственно, традиционная *EOQ*–модель остается востребованной на практике.

Решение задач оптимизации запасов указанного типа, в общем случае, может потребовать модификации известных процедур анализа, которые приводят к традиционной формуле экономичного размера заказа (*EOQ*-формулы, - Economic Order Quantity), разработанной в теории управления запасами (Герами В.Д., Шидловский И.Г., 2015; Герами В.Д., Шидловский И.Г., 2016; Рыжиков Ю.И., 2001; Сергеев В.И., Эльяшевич И.П., 2011; Стерлигова А.Н., 2008). Это относится к ситуациям, когда найденный по *EOQ*-формуле (или по соответствующей модификации такой формулы) размер пакета заказа будет таким, что его не удастся разместить в ТС при заданных ограничениях на его грузовместимость. Какие решения должны быть приняты практикующим менеджером при оптимизации запасов в такой ситуации? Целесообразно ли использовать при поставках одновременно несколько ТС? В (Шидловский И.Г., 2015) было доказано, что совместные поставки сразу несколькими ТС в формате многономенклатурных моделей управления запасами не могут быть экономически эффективными, если отсутствует дисконт / скидка на их стоимость при увеличении числа используемых при поставках ТС.

В данной работе рассматривается следующая модификация такой модели. А именно, пусть при поставках товара несколькими ТС предлагается скидка на стоимость таких поставок. При этом учитывается, что соответствующие расходы на поставку будут расти, но с дисконтом /скидкой по отношению к росту числа ТС. В таком случае, отличие от модели, рассмотренной в (Шидловский И.Г., 2015), менеджеру потребуется продолжить процедуры поиска наилучшего решения, т.к. совместные поставки могут стать более эффективными, чем поставки одним ТС. Чтобы облегчить процедуры оптимизации таких решений, в этой статье будут представлены необходимые и достаточные условия целесообразности использования произвольного количества ТС при многономенклатурных поставках товара. Такие условия будут представлены в виде ограничений, накладываемых на величину соответствующего дисконта/скидки.

Атрибуты *EOQ*-модели и ее модификаций

Рассматривается классическая многономенклатурная *EOQ*-модель управления запасами. Как уже неоднократно отмечалось (Бродецкий Г.Л., 2014; Герами В.Д., Шидловский И.Г., 2014:1), результаты оптимизации для такой модели (несмотря на ее детерминированный характер) потребуются при моделировании систем управлении запасами и в условиях риска, и в условиях неопределенности, что подчеркивает их актуальность. Представленный ниже анализ соотносится с прикладными вопросами принятия решений для таких моделей. Используем следующие обозначения:

- D_i – потребление i-товара за год (ед. тов.);
- $C_{\Pi i}$ – стоимость единицы продукции/товара (руб.);
- $P_{\Pi i}$ – прибыль от реализации единицы товара; этот и следующий показатели понадобятся, если при оптимизации запасов будет учитываться ВЦД (руб.);
- $L_{\Pi i}$ – возможные отчисления от прибыли с единицы товара; этот показатель вводится, чтобы учитывать различные расходы бизнеса, пропорциональные обороту товара, например, выплаты сотрудникам и/или страховым организациям, отчисления на хеджирование рисков и т.д. (руб.);
- C_{hi} – затраты на хранение единицы товара за год (руб.);
- C_0 – стоимость поставки; это затраты, не зависящие от размера заказа; их нельзя соотнести к стоимости единицы товара до определения размера заказа (руб.);
- принято, что издержки поставок, которые зависят от размера заказа, при формализации модели уже учитываются в стоимости единицы товара;
- q_i – значение размера заказа при поставках (ед. тов.); оптимизируемая величина;
- q_{mi} – максимальный размер заказа i-товара (в ед. тов.), который можно разместить в ТС, если поставлять отдельно только этот i-товар;
- T – длительность интервала времени между поставками (лет); она связана с размерами i-заказов равенствами $T= q_i /D_i$ – также оптимизируемая величина;
- T^* – оптимальная длительность интервала времени между поставками в формате *EOQ*–модели без учета грузовместимости ТС (лет);
- T^*_0 – оптимальная длительность интервала времени между поставками в формате *EOQ*–модели с учетом грузовместимости ТС (лет);
- d_n – дисконт на стоимость поставок, реализуемых n ТС (доля от единицы);
- r – показатель процентной ставки, которая характеризует эффективность преобразования требуемого для работы цепи поставок оборотного капитала в прибыль (этот показатель необходимо использовать, если при оптимизации будет учитываться ВЦД).

Традиционный подход к оптимизации параметров многономенклатурной стратегии управления запасами на основе *EOQ*–модели не учитывает грузовместимость ТС. Однако, модифицированные *EOQ*–модели позволяют учитывать формат начисления издержек хранения. Кроме того, они также позволяют учитывать, принимается ли во внимание при оптимизации концепция ВЦД. Фактически, можно говорить о четырех видах моделей такого типа, которые широко распространены на практике.

При этом особенности различных форматов целевой функции для указанных моделей, а также требуемого формата модифицированной *EOQ*–формулы для нахождения оптимального решения, удобно представлять единым универсальным образом. Это легко сделать, если ввести специальный показатель K, который будет принимать одно из двух значений (K = 1, 2), в зависимости от схемы начисления издержек хранения. В сочетании с показателем r , для которого при расчетах также может быть использовано два значения (либо, определяемое приведенной ниже формулой (3), если при оптимизации учитывается ВЦД, либо $r = 0$, если такой учет не требуется). Как видим, параметры K и r позволяют учитывать специфику разных моделей (обозначим такие модели A-D):

A) K=1 и r=0, если оплачивается аренда и нет учета ВЦД.
B) K=1 и $r \neq 0$, если оплачивается аренда и учитывается ВЦД.
C) K=2 и r=0, если оплачиваются занятые места на складе и нет учета ВЦД;
D) K=2 и $r \neq 0$, если оплачиваются занятые места на складе и учитывается ВЦД.

Для удобного представления, как целевых функций для таких моделей управления запасами, так и соответствующих модифицированных *EOQ*–формул, определяющих параметры оптимальной стратегии применительно к указанным моделям (A-D), введем дополнительные обозначения. А именно, далее рассматриваем следующие скалярные произведения:

- число $(\vec{D} \cdot \vec{C}_h)$ - соответствующее произведение вектора годового потребления $\vec{D}=(D_1, D_2, \dots , D_n)$ на вектор $\vec{C}_h=(C_{h1}, C_{h2}, \dots , C_{hn})$ годовых тарифов, связанных с издержками хранения единиц i-товаров, т.е. $(\vec{D} \cdot \vec{C}_h) = \Sigma D_i \cdot C_{hi}$.
- число $(\vec{D} \cdot \vec{C}_П)$ - соответствующее произведение вектора годового потребления $\vec{D}=(D_1, D_2, \dots , D_n)$ на вектор $\vec{C}_П=(C_{П1}, C_{П2}, \dots , C_{Пn})$ стоимостей единиц i-товаров, т.е. $(\vec{D} \cdot \vec{C}_П) = \Sigma D_i \cdot C_{Пi}$.
- число $(\vec{D} \cdot \vec{P}_П)$, которое обозначает скалярное произведение векторов $\vec{D}$ и $\vec{P}_П=(P_{П1}, P_{П2}, \dots , P_{Пn})$, т.е. $(\vec{D} \cdot \vec{P}_П) = \Sigma D_i \cdot P_{Пi}$.
- число $(\vec{D} \cdot \vec{L}_П)$, которое обозначает скалярное произведение векторов $\vec{D}$ и $\vec{L}_П=(L_{П1}, L_{П2}, \dots , L_{Пn})$, т.е. $(\vec{D} \cdot \vec{L}_П) = \Sigma D_i \cdot L_{Пi}$. .

Тогда при оптимизации поставок в формате задач многономенклатурного управления запасами без учета грузовместимости, но с учетом ВЦД, целевую функцию при выборе интервала времени T между поставками товара (после ее упрощения к формату, характерному для теории управления запасами) можно задавать, как следует из (Brodetskiy G.L., 2015), в следующем универсальном виде (1):

$$\frac{K \cdot C_0}{T} + T \cdot [(\vec{D} \cdot \vec{C}_h) + \frac{r}{2} \cdot K \cdot (\vec{D} \cdot \vec{C}_П)] \rightarrow min. \tag{1}$$

При этом решение T^* дает следующий новый универсальный формат *EOQ*–формулы:

$$T^* = \sqrt{KC_0 / \vec{D} \cdot (\vec{C}_h + r\vec{C}_П K / 2)} \, . \tag{2}$$

Кроме того, если при оптимизации требуется учитывать ВЦД, то для показателя r можно использовать оценку (3):

$$r = \frac{\vec{D}\cdot(\vec{P}_П - \vec{L}_П)\sqrt{(\vec{D}\cdot\vec{C}_h)/KC_0} - 2(\vec{D}\cdot\vec{C}_h)/K}{(\vec{D}\cdot\vec{C}_П) + \sqrt{C_0(\vec{D}\cdot\vec{C}_h)/K}}, \tag{3}$$

где, как отмечено выше, либо K=1, либо K=2 (как этого требует анализируемая модель), что также легко видеть из (Brodetskiy G.L., 2015).

Указанный традиционный подход к оптимизации (на основе указанных формул) имеет очевидный недостаток. А именно, такие процедуры оптимизации не учитывают грузовместимость ТС. В реальной ситуации стоимость поставки C_0 зависит от ТС и его грузовместимости. Тем не менее, приведенные формулы не учитывают этой особенности. В частности, нельзя априори исключать, что найденные по формуле (2) размеры заказов для i-товаров окажутся такими, что весь пакет заказов не удастся разместить в ТС. Для учета грузовместимости при оптимизации таких многономенклатурных поставок в (Шидловский И.Г., 2015) предложен специальный подход. Его можно использовать и для анализа целесообразности поставок двумя (тремя и т.д.) ТС при скидках на стоимость таких поставок, что и будет реализовано в этой статье.

А именно, пусть q_{mi} обозначает максимальный размер заказа i-товара (в ед. тов.), который можно разместить в ТС, если поставлять отдельно только этот i-товар. Для учета грузовместимости можно задать ограничения на длительность интервала повторного заказа T. В частности, грузовместимость ТС не должна помешать разместить в нем весь товар, соответствующий сумме компонент вектора $\overrightarrow{TD}$ = $(TD_1, TD_2, \ldots, TD_n)$, если координаты такого вектора указывают на среднюю загрузку ТС товарами каждой номенклатуры при поставках через время T. Рассматриваемый подход к учету фактора грузовместимости для многономенклатурных моделей позволяет соотнести такое ограничение со специальным ограничением, формализованным применительно к одной (любой) номенклатуре.

Это реализуется с помощью специальных индексов $\mathrm{I}_i = D_i / q_{mi}$ (i = 1, 2, …, n). Они показывают среднее число поставок, необходимое для покрытия годового спроса по i-товару с учетом грузовместимости ТС, если в такое ТС загружать только i-товар. Структура распределения грузового пространства ТС между поставляемыми товарами принимается рациональной, т.е. соответствует степени их потребления. Это означает, что при поставках применительно к любой номенклатуре i выделяется доля w_i от всего объема (грузовместимости) ТС, которая определяется как $w_i = \mathrm{I}_i / (\Sigma \mathrm{I}_i)$.

При этом учет грузовместимости для всей номенклатуры товаров можно реализовать в виде ограничения на длительность интервала повторного заказа T в виде неравенства (4):

$$T \leq \Delta, \text{ где } \Delta = 1/(\Sigma\, \mathrm{I}_i). \tag{4}$$

Здесь использовано обозначение $\Delta = 1/(\Sigma \mathrm{I}_i)$ для граничного (максимально допустимого) значения длительности интервала времени между поставками T, чтобы не превысить грузовместимость ТС.

Для каждой из моделей (A-D) можно найти параметры оптимальной стратегии управления запасами. При этом вместо задачи (1) требуется рассматривать задачу (5), где задается ограничение на переменную T, чтобы учесть грузовместимость ТС:

$$\frac{K\cdot C_0}{T} + T\cdot[(\vec{D}\cdot\vec{C}_h) + \frac{r}{2}\cdot K\cdot(\vec{D}\cdot\vec{C}_П)] \to \min_{T\leq\Delta}. \tag{5}$$

Решение задачи (5) дает формула (6):

$$T^*_0 = \begin{cases} \Delta, \text{ если } \Delta \leq T^*; \\ T^* \text{ - в противном случае.} \end{cases} \tag{6}$$

Напомним, что величина $\Delta = 1/(\Sigma\, I_i)$ ограничивает длительность интервала времени между поставками, чтобы не было превышения грузовместимости. Показатель T^* (см. равенство (1)) соответствует традиционным рекомендациям, но без учета ограничений на грузовместимость ТС.

Для оптимизации поставок в ситуации, когда решение в (5) достигается на границе области ограничений (т.е. в (6) имеем равенство $T^*_0 = \Delta$), необходим дополнительный анализ. Надо установить, смогут ли конкурировать с решением (6) стратегии, когда поставки реализуются одновременно несколькими ТС. Учитывая результаты (Шидловский И.Г., 2015), такие стратегии достаточно рассматривать только в формате таких поставок, когда будут иметь место скидки на их стоимость. Соответствующий анализ будет реализован ниже.

Эффективность поставок несколькими ТС с дисконтом на оплату доставки

Итак, как уже было отмечено, анализ целесообразности использования сразу нескольких ТС для поставок товара требуется провести в случае, когда выполнены следующие два условия.

1) Первое условие отражает тот факт, что учет грузовместимости при оптимизации существенно повлиял на размер заказа. Это - ситуация, когда при расчетах по формуле (6) оказывается, что $T^*_0 = \Delta$. Это, в свою очередь означает, что полученное по соответствующей формуле (2) значение оптимального периода повторного заказа приводит к заказам, которые нельзя разместить в ТС при заданной его грузовместимости. Другими словами, априори для модели выполняется неравенство $\Delta \le T^*$, где значение T^* определяется формулой (2);

2) Кроме того, второе условие отражает тот факт, что при оптимизации решения надо учесть, что предлагается дисконт / скидка на стоимость поставок несколькими ТС.

Поставки двумя ТС. Для удобства изложения сначала рассмотрим ситуацию, когда анализируется возможность использования двух ТС для поставок (со скидкой на ее стоимость). Модель учитывает, что стоимость такой поставки растет линейно, но менее, чем в два раза. Другими словами, вместо затрат C_0 (при поставках одним ТС) стоимость поставки двумя такими ТС составит $2\cdot(1-d)\cdot C_0$. Здесь показатель $0<d<1$ характеризует соответствующий дисконт / скидку на указанные издержки (в долях от единицы). Наличие хорошего/большого дисконта может изменить ситуацию и сделать поставки сразу двумя ТС более эффективными. Принимая решение надо, естественно, разобраться в вопросе о том, что должно означать понятие хорошего дисконта.

Для этого отметим следующую особенность рассматриваемой задачи оптимизации. После упрощения задача определения интервала повторного заказа T при поставках именно двумя ТС (с учетом дисконта d на стоимость такой поставки) в отличие от задачи (5) имеет вид (7):

$$\frac{2(1-d)C_0 \cdot K}{T} + T \cdot \left[(\vec{D} \cdot \vec{C}_h) + \frac{r}{2} K (\vec{D} \cdot \vec{C}_{\Pi}) \right] \to \min_{T \le 2\Delta} . \quad (7)$$

Подчеркнем, что значение $2(1-d)C_0$ в числителе первого слагаемого отражает стоимость одной поставки двумя ТС со скидкой (в отличие от значения C_0, которое было в (5) при поставках одним ТС). При этом выражение $(\vec{D} \cdot \vec{C}_h)$ в квадратных скобках остается таким же (как и в (5) при поставках одним ТС). Это обусловлено тем, что независимо от конкретного распределения товара по двум ТС, оплачивается хранение всей суммарной партии заказа, размер которой зависит: а) от годового потребления i-товаров; б) от длительности интервала T между поставками (с учетом допустимой грузовместимости двух ТС, что учитывается ограничением в задаче минимизации); в) от заданных тарифов на хранение.

Наконец, надо обратить внимание на специфику ограничения $T_0 \leq 2\Delta$, использованного в (7) для оптимизации (вместо ограничения $T \leq \Delta$, использованного в (5) при поставках одним ТС). В задаче минимизации (7) правая часть ограничения $T \leq 2\Delta$ обусловлена тем, что при равномерном спросе поставки двумя ТС должны быть в два раза более редкими, чем поставки одним ТС (по максимальной грузовместимости). Тогда грузовместимость двух ТС позволит загрузить всю партию соответствующего заказа при ее поставке. Для случая поставок одним ТС такое ограничение, формализованное применительно к одной критичной / базовой номенклатуре, имело вид $T \leq \Delta$. Поэтому для случая поставок двумя ТС в правой части такого ограничения надо использовать в два раза больший показатель (в формате той же базовой номенклатуры).

Обратим внимание на особенность, которая легко проверяется аналитически. Если бы в задаче (7) не было ограничения на грузовместимость (т.е. отсутствовало ограничение $T \leq 2\Delta$), то оптимальный интервал повторного заказа определялся бы выражением вида $\sqrt{2(1-d)} \cdot T^*$, где для T^* выполняется равенство (2).

Теперь отметим следующую особенность рассматриваемой задачи оптимизации. С одной стороны, легко подобрать такое достаточно большое значение дисконта ($d \to 1$), чтобы интервалу между поставками (указанного вида $\sqrt{2(1-d)} \cdot T^*$) соответствовала бы партия заказа, не превышающая суммарной грузовместимости двух ТС. С другой стороны, при малом дисконте ($d \to 0$) в рассматриваемой ситуации указанный интервал может оказаться таким, что для каждого ТС будет превышена его грузовместимость. Потому при анализе интересующей нас ситуации с дисконтом на стоимость поставки товара двумя ТС для многономенклатурной модели надо далее учитывать следующие возможные случаи.

- ***Первый случай (решение (7) лежит на границе области ограничений)***. Это случай, которому будет соответствовать использование максимально допустимой вместимости обоих ТС при таких поставках. Указанному граничному случаю сопоставляется неравенство вида $\sqrt{(1-d)/2} \cdot T^* \geq \Delta$, в соответствии с которым каждое ТС при поставках будет загружено максимально. При этом, разумеется, надо учитывать, что для параметров модели также априори будет выполнено неравенство $\Delta \leq T^*$ (т.к. в противном случае поставки сразу двумя ТС анализировать не требуется).
- ***Второй случай (решение (7) не лежит на границе области ограничений)***. Это случай, которому будут соответствовать поставки без максимальной загрузки обоих ТС. В этом случае для интервала времени между поставками выполняется неравенство $\sqrt{(1-d)/2} \cdot T^* < \Delta$. При этом снова надо также учитывать, что для параметров модели априори выполнено неравенство $\Delta \leq T^*$ (иначе поставки сразу двумя ТС анализировать не требуется).

Чтобы разобраться с упомянутым выше понятием хорошего дисконта, теперь найдем такое значение дисконта (обозначим его d_2 для случая поставок двумя ТС), для которого будет выполнено следующее свойство. Минимизация годовых издержек на поставки и хранение товара при поставках двумя ТС (с дисконтом на ее стоимость) даст тот же результат для целевой функции, как и при поставках одним ТС (в ситуации, когда процедуры оптимизации выполняются при условии $\Delta \leq T^*$). Тогда при оптимизации надо будет учитывать, что при меньшем значении дисконта ($d < d_2$) поставки двумя ТС будут нецелесообразными (они не будут претендовать на оптимальное решение). В противном случае поставки двумя ТС надо рассматривать и сравнивать с другими альтернативами при выборе наилучшей. Таким образом, показатель d_2, как раз, можно будет рассматривать как требуемый пороговый уровень скидки, чтобы поставки двумя ТС могли составить конкуренцию поставкам одним ТС.

Для определения d_2 надо в формате каждого из указанных выше случаев составить соответствующее балансовое уравнение относительно переменной d. Его решение и даст требуемое значение порогового уровня дисконта d_2. Начнем анализ с первого указанного выше случая (максимальной загрузки ТС при поставках).

1) ***Максимальная загрузка ТС при поставках.*** Это случай, когда при решении задачи оптимизации с одним ТС оказалось, что, с одной стороны, грузовместимость влияет на объем партии заказа (выполнено неравенство $\Delta \le T^*$). С другой стороны, при оптимизации совместных поставок товара двумя ТС имеет место граничный случай, которому сопоставляется неравенство вида $\sqrt{(1-d)/2} \cdot T^* \ge \Delta$ (каждое ТС при поставках будет загружено максимально). Балансовое уравнение относительно неизвестного порогового значения дисконта d в таком случае имеет вид

$$\frac{C_0 \cdot K}{\Delta} + \Delta \cdot \left[(\vec{D} \cdot \vec{C}_h) + \frac{r}{2} \cdot K \cdot (\vec{D} \cdot \vec{C}_{\Pi}) \right] =$$

$$\frac{2(1-d)C_0 \cdot K}{(2\Delta)} + (2\Delta) \cdot \left[(\vec{D} \cdot \vec{C}_h) + \frac{r}{2} K (\vec{D} \cdot \vec{C}_{\Pi}) \right].$$

В левой части балансового равенства представлено значение целевой функции (после упрощения с исключением констант, не влияющих на оптимизацию) при использовании одного ТС для рассматриваемого случая. При этом для интервала времени между поставками использовано его граничное значение Δ (см. (3)). В правой части – при использовании сразу двух ТС, причем со скидкой на стоимость поставки при дисконте d. При этом для интервала времени между поставками использовано значение 2Δ (что соотносится с граничным значением для полной загрузки двух ТС).

Теперь найдем значение дисконта d, которое обеспечит указанный баланс. После упрощения получаем уравнение $d \cdot C_0 \cdot D/\Delta = \Delta \cdot \ (C_h / K + r \cdot C_{\Pi} / 2)$. Его решением d^*_2 будет

$$d^*_2 = \Delta^2 / \frac{KC_0}{[(\vec{D} \cdot \vec{C}_h) + r(\vec{D} \cdot \vec{C}_{\Pi})K/2)} = \left(\frac{\Delta}{T^*} \right)^2,$$

где T^* соответствует решению по EOQ-модели для интервала повторного заказа (см. формулу (2)) при поставах одним ТС, причем без ограничений на его грузовместимость. Для определения порогового значения дисконта d_2 осталось учесть, специфику первого случая: $\sqrt{(1-d)/2} \cdot T^*_0 \ge \Delta$. С учетом особенностей рассматриваемой ситуации (к которой относится рассмотренное балансовое уравнение), пороговое значение для дисконта d_2 является решением следующей системы из двух неравенств:

$$\begin{cases} \sqrt{(1-d)/2} \cdot T^* \ge \Delta \\ d \ge \left(\dfrac{\Delta}{T^*} \right)^2. \end{cases}$$

Решая ее, получаем достаточное условие целесообразности совместных поставок товара двумя ТС. Действительно, пока можно говорить только о достаточном условии, поскольку оно соотносится лишь с одним рассмотренным здесь первым случаем. А именно, предлагаемый дисконт d_2 на стоимость поставки двумя ТС должен удовлетворять системе неравенств (8):

$$1\text{-}2 \cdot \left(\frac{\Delta}{T^*} \right)^2 \ \ge \ d_2 \ \ge \left(\frac{\Delta}{T^*} \right)^2 \qquad (8)$$

Кстати, если второе (правое) из неравенств в системе (8) выполняется строго, то использование поставок двумя ТС должно снизить анализируемые суммарные годовые издержки цепи поставок. При этом оба ТС будут загружены максимально, что легко увидеть из выполнения первого из представленных в (8) неравенств.

Замечание. В частном случае, применительно к более простой модели, когда оптимизируются поставки только одной номенклатуры товара, будут иметь место следующие равенства: n = 1; $\Delta = q_m / D$ (индекс i при поставках одной номенклатуры не требуется), а также $D \cdot T^* = q^*$, где показатель q^* соответствует рекомендациям для размера заказа по традиционной *EOQ*-формуле (для решения без ограничений на грузовместимость). Поэтому в таком случае система неравенств (8) будет иметь вид, соответствующий результатам, полученным в (Герами В.Д., Шидловский И.Г., 2014:1-2):

$$1\text{-}2\cdot\left(\frac{q_m}{q^*}\right)^2 \ \geq \ d_2 \ \geq \left(\frac{q_m}{q^*}\right)^2.$$

Перейдем к анализу оставшегося второго случая.

2) ***Частичная загрузка ТС при поставках.*** Рассмотрим случай, когда при оптимизации поставок товара двумя ТС решение не будет достигаться на границе области ограничений. В таком случае выполняется неравенство $2\sqrt{(1-d)/2}\cdot T^* < 2\Delta$ (оба ТС не будут загружены максимально). При этом, напомним, рассматривается ситуация, когда оптимизация поставок одним ТС показала, что грузовместимость влияет на объем партии заказа ($\Delta \leq T^*$).

Для указанного случая интересующее нас балансовое уравнение относительно переменной d принимает вид:

$$\frac{C_0\cdot K}{\Delta}+\Delta\cdot\left[(\vec{D}\cdot\vec{C}_h)+\frac{r}{2}\cdot K\cdot(\vec{D}\cdot\vec{C}_{\Pi})\right] =$$

$$= \frac{2(1-d)C_0\cdot K}{\sqrt{2(1-d)}\cdot T^*}+(\sqrt{2(1-d)}\cdot T^*)\cdot[(\vec{D}\cdot\vec{C})_h+\frac{r}{2}\cdot K\cdot(\vec{D}\cdot\vec{C}_{\Pi})].$$

Левая часть этого балансового равенства остается прежней (как и в формате предыдущего случая, т.к. она соотносится с минимизацией издержек при поставках одним ТС с полной его загрузкой). А в правой части учтено, что при использовании двух ТС (со скидкой на стоимость поставки с дисконтом d) не будет иметь место полная загрузка таких ТС. Соответственно для интервала времени между поставками использовано значение $\sqrt{2(1-d)}\cdot T^*$ (оно в этом случае будет меньше, чем 2Δ, что соотносится с не полной загрузкой двух ТС). Упрощая последнее равенство, получим:

$$\sqrt{2(1-d)} = L(\Delta)/L(T^*),$$

где $L(x)$ рассматривается как функция вида $L(x) = C_0 \cdot K/x + x\cdot[(\vec{D}\cdot\vec{C}_h)+rK\cdot(\vec{D}\cdot\vec{C}_{\Pi})/2)]$. Далее легко находим $d = 1 - \frac{1}{2}\cdot\left(L(\Delta)/L(T^*)\right)^2$. Поэтому, чтобы теперь найти пороговое значение дисконта d_2 надо решить систему неравенств (9) относительно d:

$$\begin{cases} d \geq 1 - 2\cdot\left(\Delta/T^*\right)^2 \\ d \geq 1 - \frac{1}{2}\cdot\left(L(\Delta)/L(T^*)\right)^2. \end{cases} \qquad (9)$$

Кстати, если второе неравенство в (9) выполняется, строго, то совмещенные поставки двумя ТС снизят суммарные издержки работы цепи поставок, причем, каждое

ТС не будет загружено по максимальной грузовместимости, что гарантируется выполнением первого неравенства указанной системы.

Каждый из результатов (8) и (9) дает достаточное условие целесообразности поставок двумя ТС (применительно к разной степени их загрузки: полной или нет соответственно). В совокупности они покрывают весь перечень требуемых вариантов анализа при поставках двумя ТС, что позволяет сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 1. Необходимым и достаточным условием целесообразности совместного использования сразу двух ТС при поставках является выполнение любого из неравенств: (8) или (9). При этом именно в случае, когда выполняется условие (8), соответствующие два ТС будут загружены по их максимальной грузоподъемности.

Поставки произвольным числом ТС

Аналогичным образом, можно рассмотреть случай, когда дисконт на издержки поставок сделает целесообразной поставку товара n ТС. При этом будут получены пороговые значение для величины соответствующего дисконта. Приведем результаты, опуская доказательство (чтобы не увеличивать объем статьи). Нетрудно доказать, что вместо условий (8) и (9) при использовании n ТС для предлагаемого дисконта d_n потребуется выполнение одного из двух (любого) несовместных условий (10) или (11), где условия (10) можно представить в виде

$$1\text{-}\ n\cdot\left(\frac{\Delta}{T^{*}}\right)^{2} \ \geq\ d_n\ \geq (n\ \text{-}1)\cdot\left(\frac{\Delta}{T^{*}}\right)^{2}, \tag{10}$$

а условие (11) – в виде

$$\begin{cases} d_n\ \geq 1\ \text{-}\ n\cdot\left(\Delta/T^{*}\right)^{2} \\ d_n \geq\ 1\text{-}\dfrac{1}{n}\left(\dfrac{L(\Delta)}{L(T^{*})}\right)^{2}. \end{cases} \tag{11}$$

Таким образом, имеет место результат, который облегчит менеджерам анализ стратегий такого типа.

Утверждение 2. Необходимым и достаточным условием целесообразности совместного использования n ТС при поставках товара является выполнение для предлагаемого дисконта d любого из неравенств: либо (10), либо (11). При этом именно в случае, когда выполняется условие (10), соответствующие n ТС надо будет загружать по их максимальной грузоподъемности / вместимости.

Как видим, полученные выше результаты помогут менеджерами реализовать процедуры оптимизации решений о транспортном обеспечении многономенклатурных поставок, если при совместном использовании ТС будут предложены скидки. Анализ рассмотренных выше стратегий, когда поставки реализуются сразу несколькими ТС, будет целесообразным только в ситуации, если выполняется необходимое и достаточное условие, представленное утверждением 2.

Дополнительные аспекты вопроса целесообразности поставок несколькими ТС. Системный подход к транспортному обеспечению поставок требует учесть, что дисконт/скидка на стоимость поставок может предлагаться и в случае, когда оптимальное решение в (5) - (6) не приводит к превышению грузовместимости ТС. Это ситуации, когда при оптимизации в (6) выполняется равенство $T^*_0 = T^*$. Специфика таких процедур анализа дана в приложении.

Для ситуации, когда предложение дисконта / скидки на издержки поставок относится к использованию произвольного числа n ТС, легко проверить следующее (доказательство опускается для сокращения объема статьи). Такое предложение будет эффективным, если для дисконта d будет выполнено неравенство: $d \geq 1 - \frac{1}{n}$. В частности, при n =2 такое условие имеет вид $d \geq ½$ (что уже было отмечено выше). При n =3 такое условие имеет вид $d \geq 2/3$, а при n = 4 оно имеет вид $d \geq 3/4$. Это означает, что при двух ТС соответствующая скидка должна быть не менее 50%, при трех ТС – не менее 66,(6)%, а при четырех ТС – не менее 75%. В практических ситуациях на такие скидки вряд ли можно рассчитывать. Поэтому альтернативы указанного типа для реальных ситуаций можно не рассматривать.

Иллюстрации этапов принятия решений числовым примером

Для компании «АВС», которая является дистрибьютором кабельно-проводниковой продукции, требуется обеспечить поставки для удовлетворения годовых потребностей четырех видов муфт: соединительные и концевые, 1 и 10 квт (их значения представлены в табл. 1). Распределительный центр производителя находится в г. Углич, Ярославской области. Склад компании находится в поселке городского типа Нахабино, Московской области. Для поставок предполагается использовать автотранспортные средства грузоподъемностью 3,5 тонны и объемом кузова в 17,6 м^3. Надо учитывать, что стоимость одной поставки (указанных i-товаров) таким ТС составляет C_0 = 7400 (руб.). При этом, если поставки делать сразу двумя ТС, то будет предоставлена скидка в 11% на стоимость такой поставки. Максимально допустимые объемы каждого i-товара для такого ТС ограничены величинами q_{mi} (ед. тов.), которые также представлены в табл. 1 наряду с другими параметрами модели.

Таблица 1.

Параметры анализируемой модели поставок.

Показатель	**Товар *i*-го типа**			
	1	2	3	4
Годовое потребление, D_i, ед. тов.	7900	9900	5200	7000
Издержки хранения, C_{hi}, ед. тов.	542	1050	622	1200
Стоимость поставки, C_0, руб.	7400			
Максимальный объем товара q_{mi}, размещаемый в ТС, ед. тов.	466	241	400	218
Стоимость ед. товара, $C_{Пi}$, руб.	7500	14100	8500	16720

Требуется: на основе соответствующей *EOQ*-модели определить наилучший вариант транспортного обеспечения таких поставок применительно к заданному ТС, если ВЦД не учитывается (r = 0), а издержки хранения начисляются в виде аренды (K = 1).

Решение. 1) Сначала определим интервал повторного заказа T^* без учета грузовместимости ТС, т.е. по формуле (2), в соответствии с традиционными рекомендациями теории, полагая, как и требуется, что K = 1 и r = 0, а также учитывая, что $(\vec{D} \cdot \vec{C}_h) = \Sigma D_i \cdot C_{hi} = 26311846$:

$$T^* = \sqrt{KC_0 / \vec{D} \cdot (\vec{C}_h + r\vec{C}_П K / 2)} = \sqrt{1 \cdot 7400 / 26311846} = 0{,}017$$

(напомним, что возможность поставок товара с таким интервалом повторного заказа еще нельзя обсуждать, пока не будет определено максимально допустимое значение Δ для интервала времени между поставками, при котором не будет нарушена грузовместимость этого ТС).

2) Для учета грузовместимости ТС теперь требуется определить введенные в статье вспомогательные индексы $I_i = D_i / q_{mi}$ для всех четырех типов i-товаров:

I_1 =7900 /466= 16,95; I_2 = 9900 /214= 41,08; I_3 = 5200 /400= 13,00; I_4 = 7000 /218= 32,11.

3) На основе этих значений индексов I_i определим максимально допустимое значение Δ для интервала времени между поставками, при котором не будет нарушена грузовместимость ТС для требуемой его загрузки:

$$\Delta = 1/\,(\Sigma\ \mathrm{I}_i) = \frac{1}{16{,}95+41{,}08+13{,}00+32{,}11} = 0{,}0097$$

(далее в расчетах оставляем значение 0,0097).

4) Как видим, теперь можно формализовать требуемое ограничение на допустимый по длительности интервал повторного заказа, чтобы учесть грузовместимость ТС. А именно, неравенство (4) (оно имеет вид $T \le \Delta$, где $\Delta = 0{,}0097$) , в этом примере можно записать как ограничение $T \le 0{,}0097$.

5) Определим оптимальный интервал времени между поставками T^*_0, но уже с учетом ограниченной грузовместимости ТС, т.е. по формуле (6). Для данного примера имеем: $T^*_0 = 0{,}0097$, т.к. в формате представленных выше расчетов оказалось, что $T^* > \Delta$. Это вызвано тем, что решение, полученное при использовании классического подхода, потребует загрузки такого количества товара, которое превысит допустимую грузовместимость рассматриваемого ТС. Как видим, ограничение на длительность интервала повторного заказа оказалось существенным. Найденное значение $T^*_0 = 0{,}0097$ означает, что для обеспечения потребности в товарах необходимо осуществлять, в среднем, две поставки товара в неделю (за семь календарных дней). При этом, нетрудно видеть, что коэффициент использования грузовместимости ТС составит 98,9%.

6) Поскольку для решения, найденного с использованием (6), в рассматриваемом примере имеем равенство $T^*_0 = \Delta$ (при поставках ТС должно быть загружено максимально), то далее требуется провести анализ целесообразности организации поставок этой номенклатуры товара одновременно двумя ТС, так как транспортной компанией предоставляется скидка в 11% ($d_2 = 0.11$) при использовании двух ТС при поставках. Отметим, что в данной ситуации применительно к такому анализу мы имеем первый случай (*максимальная загрузка ТС при поставках*), с которым соотносится неравенство $\sqrt{(1-d)/2}\cdot T^* \ge \Delta$, поскольку оно действительно выполняется: $0{,}663 \ge 0{,}0097$.

7) Проверим, удовлетворяет ли предлагаемый дисконт $d_2 = 0{,}11$ (на стоимость поставки двумя ТС) системе соответствующих неравенств (8). Для этого надо проверить двойное неравенство:

$$1\text{-}2\cdot\left(\frac{0{,}0097}{0{,}017}\right)^2 \ \ge\ d_2\ \ge \left(\frac{0{,}0097}{0{,}017}\right)^2.$$

После упрощения оно принимает вид

$$0{,}35 \ge 0{,}11 \ge 0{,}33$$

и, как видим, не выполняется (из-за второго неравенства).

8) Поскольку предоставляемый дисконт не удовлетворяет системе неравенств (8), то поставки двумя ТС не будут целесообразными. Кстати, отметим, что в данном примере пороговый уровень дисконта для целесообразности поставок двумя такими ТС составляет 33% (это значение стоит в правой части второго из последних представленных неравенств). Поскольку других предложений скидок на стоимость поставок при совместном использовании ТС не имеется, то можно перейти к выводам.

Таким образом, найденные на этапе 5 условия поставок, являются наилучшими. Применительно к параметрам стратегии поставок они означают следующее: время между поставками составит $T^*_0 = 0{,}0097$; а для размеров заказов по i–товарам получаем следующие средние значения - $q_1 = 75{,}75$, $q_2 = 94{,}9$, $q_3 = 49{,}9$, $q_4 = 67{,}1$. За год будет в среднем 105 поставок. Наличие дробных показателей для указанных средних значений объемов заказов не является препятствием (разумеется, при отдельной поставке число поставляемых товаров каждой номенклатуры должно быть целым). Действительно, как отмечено в (Шидловский И.Г., 2015), указанные средние показатели можно обеспечить, если правильно чередовать поставки с округлением количества товаров до целых единиц, причем округляя их, как в большую, так и в меньшую стороны (применительно к отдельной номенклатуре). Частота соответствующих поставок с такими округленными показателями размеров заказов устанавливается методами математической статистики (теории вероятностей), решая систему соответствующих линейных уравнений.

Завершая анализ целесообразности использования поставок одновременно несколькими ТС, дополнительно необходимо отметить следующее. Еще один аспект, который может повлиять и/или обусловливать целесообразность использования таких поставок, связан с проблемой учета рисков в таких цепях поставок. Анализ этого аспекта проблемы управления запасами требует: либо использования специальных методов принятия решений в условиях риска и неопределенности (Бродецкий Г.Л., 2006; Бродецкий Г.Л., 2010), в частности, метода дерева решений (Бродецкий Г.Л., 2008), который можно, в частности, использовать и при оптимизации решений по многим критериям; либо использования методов теории случайных потоков событий (Бродецкий Г.Л., 2011). Такие вопросы требуют отдельного исследования и здесь не рассматриваются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены особенности транспортного обеспечения поставок товара при управлении запасами для многономенклатурных моделей с учетом грузовместимости ТС. Проведен анализ целесообразности одновременного использования нескольких ТС для поставок товара в таких моделях применительно к ситуациям, когда предоставляются скидки на стоимость поставок при увеличении числа используемых для этого ТС. Рассмотрены новые постановки таких задач оптимизации применительно к моделям теории управления запасами на основе специально модифицированной *EOQ*-формулы.

Представленные в статье материалы позволят менеджерам при оптимизации многономенклатурных моделей управления запасами принимать во внимание следующие важные факторы. 1) Возможность учета грузовместимости ТС. 2) Возможность учета специфики условий оплаты издержек хранения (аренда или оплата только занятых мест на складе). 3) Возможность учета концепции временной ценности денег. 4) Возможность учета целесообразности поставок товара одновременно несколькими ТС. При этом найдено и доказано соответствующее необходимое и достаточной условие, которое устанавливает приемлемый уровень дисконта на стоимость совместных поставок, чтобы одновременные поставки сразу несколькими ТС (при произвольном числе n таких ТС) смогли оказать конкуренцию традиционным решениям по организации таких поставок.

ЛИТЕРАТУРА

Бродецкий Г.Л. (2006), *Моделирование логистических систем. Оптимальные решения в условиях риска*, Изд-во «Вершина», Москва, 376 с.

Бродецкий Г.Л. (2010), *Системный анализ в логистике. Выбор в условиях неопределенности*, учебник, Академия, Москва, 336 с.

Бродецкий Г.Л. (2011), *Экономико-математические методы и модели в логистике. Потоки событий и системы обслуживания*, учебное пособие, Сер. Высшее профессиональное образование. Экономика и управление (2-е изд., стер.), Академия, Москва, 272 с.

Бродецкий Г.Л. (2013), «Новый формат формулы Харриса-Уилсона: учет временной ценности денег и аренды мест хранения», *Логистика сегодня*, № 4, С. 242-251.

Бродецкий Г.Л. (2014), Многономенклатурное управление запасами: новый подход к оптимизации решений // *Логистика сегодня*, № 1, С. 34-45.

Бродецкий Г.Л. (2008), «Метод дерева решений при многокритериальной оптимизации в цепях поставок», *Логистика сегодня*, №5, С. 320-329.

Герами В.Д., Колик А.В. (2014), *Управление транспортными системами. Транспортное обеспечение логистики: Учебник и практикум*, ЮРАЙТ, Москва, 510 с.
Герами В.Д., Шидловский И.Г. (2014), «Поставки несколькими транспортными средствами при управлении запасами», *РИСК: Ресурсы. Информация. Снабжение. Конкуренция.*, № 3, С. 66-71.
Герами В.Д., Шидловский И.Г. (2014), «Условие целесообразности поставок несколькими транспортными средствами при управлении запасами», *РИСК: Ресурсы. Информация. Снабжение. Конкуренция.*, № 4, С. 67-73.
Герами В.Д., Шидловский И.Г. (2015), «Учет грузовместимости транспортных средств как атрибут повышения качества решений при управлении запасами», *РИСК: Ресурсы. Информация. Снабжение. Конкуренция.*, № 3, С. 55-61.
Герами В.Д., Шидловский И.Г. (2016), «Алгоритм оптимизации транспортного обеспечения поставок при управлении запасами», *РИСК: Ресурсы. Информация. Снабжение. Конкуренция.*, №1, С. 69-77.
Рыжиков Ю.И. (2001), *Теория очередей и управление запасами*, Питер, Санкт-Петербург, 384 с.
Сергеев В. И., Эльяшевич И.П. (2011) *Логистика снабжения*, Рид Групп, Москва, 416 с.
Стерлигова А.Н. (2008), *Управление запасами в цепях поставок,* учебник, ИНФРА-М, Москва, 430 с.
Шидловский И.Г. (2015), «К вопросу оптимизации многономенклатурных моделей управления запасами с учетом грузовместимости транспортного средства», *Менеджмент качества*, № 4, С. 310-319.
Brodetskiy G.L. (2015), «The new approach to inventory optimization», *Int. J. of Logistics Systems and Management (IJLSM),* Vol. 22*, No. 3*, pp. 251-266.

REFERENCES

Brodetskiy G.L. (2006), *Modeling of Logistics Systems. Optimal Solutions Under Risk, Publishing House* “Vershina”, Moscow, 376 p.
Brodetskiy G.L. (2010), *Systems Analysis In Logistics. Choice Under Uncertainty*, Textbook, Academy, Moscow, 336 p.
Brodetskiy G.L. (2011), *Economic and Mathematical Methods and Models in Logistics. Flows of Events and Service Systems,* Textbook, Series of Higher Professional Education. Economics and Management (2nd ed.), Academy, Moscow, 272 p.
Brodetskiy G.L. (2013) “New Format of Harris-Wilson Formula: Taking Into Account the Time Value of Money and The Rental of Storage” *Logistics Today*, № 4, pp. 242-251.
Brodetskiy G.L. (2014) “Multinomenclature Stockpile Management: New Approach to Decisions Optimization ” *Logistics Today*, № 1, pp. 34-45.
Brodetskiy G.L. (2008), “Classification Tree Method for Multi-Criteria Optimization in Supply Chains”, *Logistics Today,* №. 5, pp. 320-329.
Gerami V.D., Kolik A.V. (2014), *Transport Systems Management. Logistics Transportation Support: Textbook and Workshop*, URAIT, Moscow, 510 p.
Gerami V.D., Shidlovskiy I.G. (2014) “Deliveries by Several Vehicles in Inventory Management ”, *RISK: Resources, Information, Sourcing, Competition,* № 3, pp. 66-71.
Gerami V.D., Shidlovskiy I.G. (2014), “The Condition of The Feasibility of The Deliveries by Several Vehicles in Inventory Management”, *RISK: Resources, Information, Sourcing, Competition*, № 4, pp. 67-73.
Gerami V.D., Shidlovskiy I.G. (2015), “Considering Vehicle Capacity as an Attribute for Decisions Quality Improving in Inventory Management”, *RISK: Resources, Information, Sourcing, Competition,* № 3, pp. 55-61.

Gerami V.D., Shidlovskiy I.G. (2016), “Algorithm of Transport Service of Supply Optimization in Inventory Management”, *RISK: Resources, Information, Sourcing, Competition*, №1, pp. 69-77.
Ryzhikov U.I. (2001), *The Theory of Queues and Inventory Management*, Piter, St. Petersburg, 384 p.
Sergeev V.I., Elyashevich I.P. (2011) *Procurement Logistics*, Rid Groupp, Moscow, 416 p.
Sterligova A.N. (2008) *Inventory Management in Supply Chains*, Textbook, INFRA-M, Moscow, 430 p.
Shidlovskiy I.G. (2015) “Up to a Multinomenclature Inventory Management Models Optimization Considering Vehicle Capacity Question”, *Quality management*, № 4, pp. 310-319.
Brodetskiy G.L. (2015) “The New Approach to Inventory Optimization”, *Int. J. of Logistics Systems and Management (IJLSM)*, Vol. 22, *No. 3*, pp. 251-266.