

и его можно представить в комплексной форме. Основной производственный капитал K_t может быть представлен как сумма активной части K_{0t} (станки, механизмы, технологические линии) и пассивной части K_{1t} (здания, сооружения, подъездные пути и т.п.):

$$K_t = K_{0t} + K_{1t}. \quad (8)$$

Но поскольку очевидно, что активная часть основных фондов и пассивная их часть оказывают различное влияние на производственные результаты, учесть это можно использованием комплексной формы записи:

$$K_{0t} + iK_{1t}. \quad (9)$$

Точно также и трудовые ресурсы минерально-сырьевого комплекса могут быть представлены как основные рабочие L_{0t} и прочий персонал L_{1t} (ИТР, охрана, младший обслуживающий персонал и т.п.):

$$L_t = L_{0t} + L_{1t}. \quad (10)$$

Поскольку влияние каждой части трудовых ресурсов на результаты производства различно, учесть это можно, представив их в комплексной форме:

$$L_{0t} + iL_{1t}. \quad (11)$$

Тогда производственную функцию (4) в модели экономического роста можно представить в более адекватной происходящим процессам форме:

$$I_t + iC_t = A(K_{0t} + iK_{1t})^\alpha (L_{0t} + iL_{1t})^\beta. \quad (12)$$

Понятно, что такая форма представления производственных ресурсов потребует детализации переменных и изменения всех остальных уравнений модели экономического роста в комплекснозначной форме. Мы не будем останавливаться на этом обстоятельстве более подробно, поскольку нашей задачей было показать, как из базовой модели (4) – (7), которая демонстрирует хорошие результаты, получить множество новых моделей, более детально описывающих реальные производственные процессы.

Литература

1. Svetunkov Sergey. Complex-Valued Modeling in Economics and Finance – Springer Science + Business Media, New York, 2012. – 318 p.
2. Светульников С.Г., Светульников И.С. Производственные функции комплексных переменных. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008. – 136 с.

Моделирование оптимального хеджирующего соотношения с учетом междневного и внутридневного рисков торговых позиций

И.И. Сироткин, Г.И. Пенिकास,

Национальный Исследовательский Университет Высшая Школа Экономики
Россия, 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20. E-mail: penikas@gmail.com; sirotkinig@gmail.com
Ключевые слова: хеджирование, хеджирующее соотношение, междневные риски, внутридневные риски, регрессия в скользящих окнах.

В работе рассматривается задача выбора оптимального хеджирующего соотношения с учетом неоднородности междневных и внутридневных рисков. В отличие от многих стандартных подходов, оперирующих лишь с ценами закрытия, предложенный метод использует также и цены открытия, что позволяет более гибко и, как будет показано, эффективно применять операцию хеджирования рисков.

Характеристики риска определяются через распределения доходностей. Доходности записываются:

$$R_t^{\text{дневная}} = \frac{P_t^{\text{закрытия}} - P_{t-1}^{\text{закрытия}}}{P_{t-1}^{\text{закрытия}}} \quad (1)$$

$$R_t^{\text{междневная}} = \frac{P_t^{\text{открытия}} - P_{t-1}^{\text{закрытия}}}{P_{t-1}^{\text{закрытия}}} \quad (2)$$

$$R_t^{\text{внутридневная}} = \frac{P_t^{\text{закрытия}} - P_t^{\text{открытия}}}{P_t^{\text{открытия}}}, \quad (3)$$

где R_t^i – доходность соответствующего периода, P_t^i – цена открытия или закрытия.

При незначительных различиях между ценой закрытия предыдущего дня и ценой открытия текущего дня, дневная доходность приблизительно равна сумме междневной и внутридневной доходностей:

$$R_t^{\text{дневная}} \approx R_t^{\text{междневная}} + R_t^{\text{внутридневная}} \quad (4)$$

Захеджированный инвестиционный портфель есть линейная комбинация текущих и срочных инструментов (например, акций и фьючерсов), но коэффициент такой комбинации у срочных инструментов берется с отрицательным знаком, в связи с тем, что по данному активу необходимо занять противоположную по отношению к текущему активу позицию.

$$R_h^i = R_{\text{текущий}}^i - hR_{\text{срочный}}^i \quad (5)$$

где i – дневная, междневная, внутридневная. Риск данного портфеля обычно измеряется стандартным отклонением доходности. В работе [Myers, Hanson (1996)]¹ было показано, что оптимальное (минимизирующее риск) хеджирующее соотношение находится как:

$$h = \frac{\sigma_{\text{cash,fwd}}}{\sigma_{\text{fwd}}^2} \quad (6)$$

где $\sigma_{\text{cash,fwd}}$ ковариация доходностей текущих и срочных активов, σ_{fwd}^2 – дисперсия доходности срочного актива. Затем в [Пеникас, (2011)] было показано равенство данного соотношения коэффициенту регрессии без константы доходности текущего актива на доходность срочного актива.

С помощью дескриптивного анализа были выявлены следующие факты о распределениях междневной и внутридневной доходности:

- 1) Статистически значимое превышение средней междневной доходности над средней внутридневной;
- 2) Стандартное отклонение междневной доходности статистически значимо (примерно в два раза) меньше, чем внутридневной для всех индексов;
- 3) Значения эксцесса междневной и внутридневной доходности статистически отличаются от значений нормального распределения;
- 4) Коэффициент корреляции между доходностями близок к нулю, но значим на 5% уровне для всех индексов. Кроме того, разделив выборку на периоды, было показано, что коэффициент корреляции сильно меняется, меняет знак и значимость.

Для подсчета доходности захеджированного портфеля использовался метод регрессии в скользящих окнах. Метод оценки регрессии без константы на полном массиве данных неадекватен во многом вследствие факта №4, который заключается в изменчивости линейной связи между доходностями. Доходность портфеля подсчитывается по следующему алгоритму:

1) При использовании полного дневного хеджирующего соотношения (единого), доходность портфеля в момент теснится как разность доходности текущего актива и срочного, помноженного на хеджирующее соотношение, рассчитанное на массиве $[-n-1:t-1]$, где n – выбранная ширина окна регрессии.

2) Разделяя соотношения на междневное и внутридневное, берется сумма доходности внутридневного и междневного портфеля, которые подсчитываются аналогично предыдущему случаю.

Портфель с учетом неоднородности распределения рисков показывал более высокую среднюю (суммарную) доходность по сравнению с портфелем без учета. Но уровень риска оставался примерно тем же. Данный факт говорит о преимуществе (сравнительной эффективности) предложенного метода учета неоднородности: позволяет увеличить доходность при сохранении уровня риска.

Для проверки надежности результатов были применены следующие процедуры:

- 1) Была проведена проверка устойчивости результата к изменению ширины регрессионного окна, а также выявлена наиболее предпочтительная ширина окна в терминах эффективности хеджирования;
- 2) Когда совместное распределение доходностей негауссово (как в случае данного исследования), необходимы иные подходы к его моделированию (например, модели «копула»). Поэтому для рассмотрения структурной устойчивости предложенной модели хеджирования в данной работе был исследован вопрос наличия структурных сдвигов в копуле совместного распределения меж – и внутридневных доходностей.

Литература.

- 1) Andersen G.et. al. Intraday and interday volatility in the Japanese stock market// *Journal of INTERNATIONAL FINANCIAL MARKETS, INSTITUTIONS & MONEY*, 2000, №10.
- 2) Bali G., Peng L. Is There a Risk – Return Trade-off? Evidence from High – Frequency Data// *Journal of Applied Econometrics*, Vol.21 (2006), №8.
- 3) Stulz M., Karolyi A. Why Do Markets Move Together? An Investigation of U.S. Japan stock Return Comovements// *The Journal of Finance*, Vol. 51, №3.
- 4) Hai-Chin Yuet. 1. Intraday Returns and Weekday Effects in the Dow Jones and Nasdaq Stock indexes// *International Research Journal of Finance and Economics*, 2011.
- 5) Adamet. al. Spectral risk measures and portfolio selection// *Journal of BANKING and FINANCE*, 32 2008.
- 6) Пеникас Г.И. Модели «копула» в задачах хеджирования ценового риска // *Прикладная экономика*, №2 (22), 2011г.
- 7) Бродский Б.Е., Пеникас Г.И., Сафарян И.А. Обнаружение структурных сдвигов в моделях копул // *Прикладная экономика*, 16 (4), 2009.

¹Myers R., Hanson S. (1996) Optimal dynamic hedging in unbiased futures markets// *American Journal of Agricultural Economics*, 78(1).