ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Основан в 1994 г.

2010

№ 1(60)

Воронеж

Научная книга

НК

2010

Издательство "Научная книга"
Воронежский государственный технический университет
Липецкий государственный технический университет
Бакинский государственный университет

ISSN 1813-9744

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия
ПИ N ФС 6-0238 от 19 сентября 2005 г.

Журнал выходит не реже шести раз в год

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Главный редактор О.Я.Кравец, д-р техн. наук, профессор

ЧЛЕНЫ РЕДАКЦИОННОЙ КОЛЛЕГИИ:

А.А.Алиев, д-р техн. наук, профессор (БГУ, Азербайджан, г. Баку)
С.Л.Блюмин, д-р физ.-мат. наук, профессор (ЛГТУ, Россия, г. Липецк)
С.Л.Подвальный, д-р техн. наук, профессор (ВорГТУ, Россия, г. Воронеж)

Статьи, поступающие в редакцию, рецензируются. За достоверность сведений, изложенных в статьях, ответственность несут авторы публикаций. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов. При перепечатке ссылка на журнал обязательна.

Правила для авторов доступны на сайте журнала http://www.sbook.ru/itmu

Материалы публикуются в авторской редакции.

Адрес редакции:
394077 Воронеж, ул. Маршала Жукова, дом 3, комн. 244

Телефон: (4732)667653
Факс: (4732)417791 автомат
E-mail: itmu@yandex.ru
http://www.sbook.ru/itmu

Учредитель и издатель: ООО Издательство "Научная книга"
http://www.sbook.ru

Подписной индекс в объединенном каталоге «Пресса России (зеленый) - 42297

Свободная цена

Подписано в печать 11.02.2010. Заказ 32. Тираж 1000. Усл. печ. л. 8,75. Уч.-изд.л. 8,5.

© Информационные технологии моделирования и управления, 2010

Содержание

Подиновский В.В.

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ЗАМЕЩЕНИЙ КРИТЕРИЕВ В АНАЛИЗЕ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Государственный университет – Высшая школа экономики, г. Москва

Работа выполнена в рамках Индивидуального исследовательского проекта № 09-01-0005 «Развитие теории и разработка методов использования интервальной информации об относительных замещениях критериев для анализа многокритериальных задач при помощи компьютерных систем поддержки принятии решений», выполняемого при поддержке Программы «Научный фонд ГУ-ВШЭ».

1. Математическая модель ситуации принятия решения

Для анализа многокритериальных задач принятия (индивидуального) решения (в условиях определенности) используется следующая математическая модель:

$$< \tau, X, Z, f, P >, \tag{1}$$

где τ – тип постановки задачи, X – множество вариантов (стратегий, планов, альтернатив); Z – множество векторных оценок, f – векторный критерий (векторная целевая функция); P – отношение предпочтения. Разберем подробнее смысл элементов модели (1).

Тип постановки задачи τ определяется ее содержательной формулировкой, например: τ_1 – выбрать один наилучший (оптимальный) вариант, τ_l – отобрать l (>1) лучших вариантов, $\tau_\downarrow$ – ранжировать (упорядочить по предпочтительности) все варианты, и т.д. Каждый вариант $x \in X$ характеризуется значениями не менее двух критериев f_i; они называются *частными* и составляют *векторный критерий* $f = (f_1, \ldots, f_m)$. Под *критерием* f_i понимается функция, определенная на X и принимающая значения из множества Z_i, называемого обычно *шкалой* критерия. Будем полагать, что значения всех критериев являются числовыми, т.е. шкала Z_i каждого критерия f_i есть подмножество действительных чисел $\Re$. Таким образом, каждый вариант x характеризуется значениями $f_i(x)$ всех критериев, образующими *векторную оценку* этого варианта $f(x) = (f_1(x), ..., f_m(x))$. Далее будем использовать сокращенный термин "*вектоценка*". Множество всех вектоценок есть $Z = Z_1 \times ... \times Z_m \subseteq \Re^m$; само m –мерное пространство $\Re^m$ называется *критериальным*. Вариант полностью характеризуется его вектоценкой, так что сравнение вариантов по предпочтительности сводится к сопоставлению их вектоценок.

Предпочтения лица, принимающего решение (ЛПР), моделируются при помощи *отношения предпочтения* P^* на Z: yP^*z означает, что вектоценка y предпочтительнее, чем z. Предполагается, что это отношение является *строгим частичным порядком*, т.е. оно иррефлексивно (yP^*y неверно для любого $y \in Z$) и транзитивно (для любых $y, z, w \in Z$ из yP^*z и zP^*w следует yP^*w).

Далее будем полагать, что большие значения каждого критерия предпочтительнее его меньших значений. Поэтому считается, что с отношением предпочтения P^* согласовано *отношение Парето* P^0 (т.е. $P^0 \subseteq P^*$), которое определяется на Z так: $yP^0z \Leftrightarrow y \geq z$. Здесь и далее для числовых векторов размерности не менее 2 используются обозначения:

$$y \geqq z \Leftrightarrow y_i \geqq z_i,\ i = 1, \ldots, m;\ y \geq z \Leftrightarrow (y \geqq z, y \neq z);\ y > z \Leftrightarrow y_i > z_i,\ i = 1, \ldots, m.$$

В числовых неравенствах знак $\geq$ не используется.

Отношение P^* (за исключением «его части» P^0) неизвестно и восстанавливается (с той или иной степенью полноты) в процессе разработки модели (1) на основе информации о предпочтениях Θ, получаемой от ЛПР и/или экспертов. Отношение P^Θ на Z, являясь «восстановленной частью» отношения P^* (т.е. $P^\Theta \subseteq P^*$), порождает соответствующее отношение P_X^Θ на множестве вариантов X: $x'\ P_X^\Theta\ x'' \Leftrightarrow f(x')P^\Theta f(x'')$, которое и используется для формирования решения задачи в соответствии с ее постановкой τ. Например, если требуется выбрать наилучший вариант (постановка типа τ_1), то строится множество недоминируемых (максимальных по P_X^Θ) вариантов; если нужно выделить l лучших вариантов (постановка типа τ_l), то конструируется множество l-недоминируемых вариантов [1], и т.д.

Таким образом, построение отношения предпочтения P^Θ является одной из базовых проблем при разработке модели (1) для решения практических многокритериальных задач. Именно эта проблема применительно к интервальной информации об относительных замещениях критериях и рассматривается далее.

2. Интервальные оценки относительных замещений критериев

Пусть y – произвольная вектоценка. Если для величин $\Delta_i > 0$ и $\Delta_j > 0$ вектоценка $(y \| y_i - \Delta_i, y_j + \Delta_j)$, полученная из y заменой ее компонент y_i и y_j соответственно на $y_i - \Delta_i$ и $y_j + \Delta_j$, безразлична с вектоценкой y, т.е. эти две вектоценки одинаковы по предпочтительности (разумеется, с точки зрения ЛПР), то говорят, что уменьшение на Δ_i значения y_i критерия i *компенсируется* увеличением на Δ_j значения y_j критерия j, или что имеет место *замещение критерия i критерием j* , или *на критерий j* (для соответствующих величин их приращений). (Здесь и далее для краткости записи критерии обозначаются своими номерами.) Именно такие, абсолютные замещения рассматривались до сего времени в теории параметрической важности и теории интервальных оценок замещений (см. обзор в [2]). Цель настоящей работы – рассмотрение относительных замещений критериев.

Далее принимается, что шкалой каждого критерия i служит множество положительных чисел $\mathfrak{R}_+ = (0, +\infty)$, т.е. $Z_i = \mathfrak{R}_+$. Следовательно, множеством всех вектоценок является внутренность положительного ортанта пространства $\mathfrak{R}^m$, т.е. $Z = \mathfrak{R}_+^{\ m}$.

Будем рассматривать относительные изменения $\delta_i = {}^{\Delta y_i}\!/_{y_i}$ критериев i. Практически величины $\Delta y_i = \delta_i y_i$ будут составлять несколько процентов или долей процента от y_i, и тогда величины δ_i будут малыми – не более нескольких сотых.

Пусть y – произвольная вектоценка. Если вектоценка $(y\|(1-\delta_i)\,y_i,\ (1+\delta_j)\,y_j)$ безразлична с вектоценкой y, то будем говорить, что имеет место *относительное замещение критерия i критерием j* (для соответствующих величин их относительных приращений). Отметим, что при малых числах δ_i и δ_j величину $E_i^j = {}^{\delta_j}\!/_{\delta_i}$, по аналогии с терминологией математической экономики, можно назвать *коэффициентом эластичности* критерия j по критерию i.

Известно, что человеку при выражении своих предпочтений сложно давать точечные оценки, что приводит к появлению ошибок, снижает надежность и достоверность полученных результатов [3]. В частности, для фиксированного изменения Δ_i ему сложно указать точное значение Δ_j, такое, при котором вектоценки $(y\|y_i-\Delta_i,\ y_j+\Delta_j)$ и y будут безразличны. С другой стороны, величина Δ_j будет зависеть, вообще говоря, от выбранной «опорной» вектоценки y (даже при фиксированной величине Δ_i). Поэтому, как и в случае абсолютных замещений критериев, полезно обратиться к интервальным оценкам. Мы введем понятие интервальной оценки относительных замещений путем краткого рассмотрения процедуры ее практического получения; эта процедура аналогична процедуре для абсолютных замещений из [4].

Пусть выбрана пара критериев i, j и фиксирована некоторая вектоценка y^0. Предположим, что значение y_i^0 критерия i уменьшено на $100\delta_i$%, т.е. до величины $(1-\delta_i)y_i^0$. Будем спрашивать ЛПР, как будут изменяться его предпочтения, если одновременно с указанным уменьшением значения критерия i увеличивать значение y_j^0 критерия j на $100\delta_j$%, т.е. до величины $(1+\delta_j)y_j^0$. Вначале назначим величину $\delta_j=\delta_1^+$ увеличения такой большой, чтобы «совместный эффект» указанных изменений значений двух критериев заведомо привел к росту предпочтения, т.е. ЛПР ответило бы, что одновременное изменение обоих критериев на указанные величины желательно. После этого повторим вопрос, используя меньшее число δ_2^+. Если и такое увеличение критерия j желательно, то возьмем число $\delta_3^+ < \delta_2^+$ и вновь зададим соответствующий вопрос, и т.д. Пусть δ_r^+ – такое положительное число, при котором ЛПР впервые ответит, что оно затрудняется сказать, как изменится предпочтение – возрастет или же уменьшится.

Теперь проведем опрос ЛПР, начав с такого малого числа $\delta_i=\delta_1^- > 0$, чтобы «совместный эффект» указанных изменений значений двух критериев заведомо привел бы к убыванию предпочтения, т.е. ЛПР ответило бы, что одновременное изменение обоих критериев на указанные величины нежелательно. После этого повторим вопрос, используя большее число $\delta_2^- > \delta_1^-$ (см. рис. 1). Если и такое увеличение критерия j недостаточно, то возьмем число $\delta_3^- > \delta_2^-$ и вновь повторим вопрос, и т.д. Пусть δ_l^- – такое положительное число, при котором ЛПР впервые ответит, что оно затрудняется сказать, как изменится предпочтение (возрастет или уменьшится).

Из описанной процедуры ясно, что *интервал* $(\delta_{l-1}^{-}, \delta_{r-1}^{+})$ можно рассматривать как интервальную оценку неопределенности относительных замещений критерия i критерием j (при фиксированных значениях остальных критериев). Далее необходимо несколько раз повторить описанную процедуру для *нескольких других уровней* y_i^0 *и* y_j^0, на которых будут зафиксированы исходные значения выбранных двух критериев, а затем то же сделать при нескольких других фиксированных значениях всех остальных критериев, кроме критериев i и j. После этого нужно построить объединение всех полученных *интервалов и получить интервал* (δ^-, δ^+), т.е. принять за δ^- наименьшее из чисел – левых концов всех полученных интервалов, а за δ^+ – наибольшее из чисел – правых концов этих интервалов. Наконец, остается задать ЛПР заключительный вопрос: «Верно ли, что если зафиксировать значения всех критериев на произвольных уровнях, то увеличения критерия j на $100\delta^+$ при одновременном уменьшении критерия i на $100\delta_i$% приводит к увеличению предпочтения, а увеличения критерия j лишь на $100\delta^-$% – к уменьшению предпочтения?». При положительном ответе на этот вопрос на практике можно принять, что получена интервальная оценка относительных замещений (δ^-, δ^+). При отрицательном ответе придется этот интервал расширить. Понятно, однако, что желательно получить возможно более узкий интервал (δ^-, δ^+). Разумеется, проведение описанной процедуры «по полной программе» практически весьма обременительно, и поэтому при анализе прикладных задач следует постараться ее разумно сократить, по возможности уменьшив число соответствующих вопросов к ЛПР.

Итак, интервальная оценка (δ^-, δ^+) показывает, что если критерий i уменьшить на $100\delta_i$%, то одновременное увеличение критерия j на $100\delta^+$% приведет к увеличению предпочтений, а увеличение критерия j лишь на $100\delta^-$% приведет к уменьшению предпочтений.

Поскольку интервальная оценка (δ^-, δ^+) *является глобальной в том* смысле, что, по предположению, годится для любой опорной вектоценки, то можно последовательно, опираясь на полученные при ее помощи очередные вектоценки, получать следующие более предпочтительные вектоценки $y^{k+} = (y^{(k-1)+} \| (1-\delta_i) y_i^{(k-1)+}, (1+\delta^+) y_j^{(k-1)+})$ и менее предпочтительные вектоценки $y^{k-} = (y^{(k-1)-} \| (1-\delta_i) y_i^{(k-1)-}, (1+\delta^+) y_j^{(k-1)-})$, $k = 2, 3, \ldots$. Так как, по предположению, предпочтения ЛПР транзитивны, то следует принять, что каждая из точек y^{k+} предпочтительнее, чем исходная точка y^0, а каждая из точек y^{k-} менее предпочтительна, чем y^0. Далее, приняв за исходную точку $y^{-1+} = (y^0 \| (1-\delta_i)^{-1} y_i^0, (1+\delta^+)^{-1} y_j^0)$ и вспомнив свойство оценки δ^+, убеждаемся, что точка y^0 более предпочтительна, чем y^{-1+}. Аналогично, приняв за исходную точку $y^{-1-}=(y^0\|(1-\delta_i)^{-1}y_i^0,(1+\delta^-)^{-1}y_j^0)$, видим, что точка y^0 менее предпочтительнее, чем y^{-1-}. Указанным образом последовательно получим более предпочтительные, чем исходная точка y^0, точки $y^{k-}=(y^{(k+1)-}\|(1-\delta_i)^k y_i^{(k+1)-},(1+\delta^-)^k y_j^{(k+1)-})$, и менее предпочтительные точки $y^{k+}=(y^{(k+1)+}\|(1-\delta_i)^k y_i^{(k+1)+},(1+\delta^+)^k y_j^{(k+1)+})$, $k=-1,-2,\ldots$

Нетрудно проверить, что все точки (вектоценки) y^0, y^{k+}, $k=\pm 1, \pm 2, \ldots$ лежат на кривой в координатной плоскости (y_i0y_j), задаваемой уравнением

$$\frac{y_j}{y_j^0}=\left(\frac{y_i}{y_i^0}\right)^{-\mu_{ij}^+}, \text{ где } \mu_{ij}^+=-\frac{\ln(1+\delta^+)}{\ln(1-\delta)}. \quad (2)$$

Аналогично, все точки (вектоценки) y^0, y^{k-}, $k=\pm 1, \pm 2$, лежат на кривой в координатной плоскости (y_i0y_j), задаваемой уравнением:

$$\frac{y_j}{y_j^0}=\left(\frac{y_i}{y_i^0}\right)^{-\mu_{ij}^-}, \text{ где } \mu_{ij}^-=-\frac{\ln(1+\delta^-)}{\ln(1-\delta)}. \quad (3)$$

Наконец, если допустить «нелинейную интерполяцию», т.е. принять, что промежуточные точки, лежащие между выше перечисленными «опорными» точками на соответствующих ветвях кривых (2) и (3), обладают теми же свойствами относительно предпочтений, что и «опорные» точки, то окажется, что всякая точка, лежащая на любой из двух ветвей, выходящих из y^0 и проходящих через y^{1+} или y^{-1-}, предпочтительнее, чем y^0, и всякая точка, лежащая на любой из двух ветвей, выходящих из y^0 и проходящих через y^{1-} или y^{-1+}, менее предпочтительна, чем y^0.

Таким образом, интервальная оценка (μ_{ij}^-,μ_{ij}^+) позволяет для произвольной фиксированной точки (вектоценки) y^0 указать границы областей на плоскости (y_i0y_j), таких, что всякая точка y' из верхней области (в том числе с ее границы) более предпочтительна, чем y^0, и всякая точка y'' из верхней области менее предпочтительна, чем y^0. А вот точки, лежащие вне этих областей, не сравнимы по предпочтительности с вектоценкой y^0.

В свете изложенного выше становится ясно, что для интервальной оценки (μ_{ij}^-,μ_{ij}^+) имеет смысл ввести наименование *интервала неопределенности относительных замещений* (сокращенно ИНОЗ). Для подчеркивания отличия этого интервала от использовавшегося ранее в [2, 4] интервала неопределенности замещений (ИНЗ) стоит (при совместном их рассмотрении) заменить последнее название на *интервал неопределенности абсолютных замещений* (ИНАЗ).

Уравнения кривых уравнения кривых (2) и (3) удобно представить в параметрической форме:

$$y_i=y_i^0 t,\ y_j=y_j^0 t^{-\mu_{ij}^+},\ y_i=y_i^0 t,\ y_j=y_j^0 t^{-\mu_{ij}^-},\ t\in(-\infty,+\infty). \quad (4)$$

Учитывая (4) и принимая за y^0 текущую точку y, приходим к базовому определению ИНОЗ.

Определение 1. *Интервалом неопределенности относительных замещений* (ИНОЗ) *называется интервал* $\mu_{ij}=(\mu_{ij}^-,\mu_{ij}^+)$, *где* $0<\mu_{ij}^-<\mu_{ij}^+$, *порождающий на множестве векторных оценок* $Z = \Re_+^m$ *отношение предпочтения* $P^{\mu_{ij}}$:

$$(y\|y_it,y_jt^{-\mu_{ij}^+})P^{\mu_{ij}}y \text{ и } yP^{\mu_{ij}}(y\|y_it,y_jt^{-\mu_{ij}^-}) \text{ для любых } y\in Z \text{ и } t\in(0,\,1).\quad(5)$$

Нетрудно убедиться в том, что определение (5) равносильно следующему, которое иногда может оказаться удобнее:

$$yP^{\mu_{ij}}(y\|y_it,y_jt^{-\mu_{ij}^+})P^{\mu_{ij}}y \text{ и } (y\|y_it,y_jt^{-\mu_{ij}^-})P^{\mu_{ij}}y \text{ для любых } y\in Z \text{ и } t>1.$$

3. Отношение предпочтения, порождаемое интервальной информацией об относительных замещениях критериев

Пусть М – совокупность накопленных (полученных от ЛПР и/или экспертов) ИНОЗ. Каждый ИНОЗ $\mu_{ij}=(\mu_{ij}^-,\mu_{ij}^+)$, *согласно его определению*, порождает на множестве вектоценок $Z = \Re_+^m$ отношение строгого предпочтения $P^{\mu_{ij}}$. Поскольку отношение предпочтения ЛПР P^* транзитивно, то (в предположении, что ИНОЗ адекватно представляют предпочтения ЛПР, т.е. $P^{\mu_{ij}}\subset P^*$), отношение предпочтения P^{M}, порождаемое на Z информацией М, определяется как наименьшее транзитивное отношение, включающее объединение всех отношений $P^{\mu_{ij}}$ и отношения Парето P^0:

$$P^{\mathrm{M}} = \mathrm{TrCl}\,[(\cup_{\mu_{ij}\in\mathrm{M}}P^{\mu_{ij}})\cup P^0],\qquad(6)$$

где TrCl – символ операции транзитивного замыкания.

В соответствии с определением (6), $yP^{\mathrm{M}}z$ выполнено в том и только в том случае, если существует цепочка

$$yP^1z^1,\ z^1P^2z^2,\ \ldots,\ z^{n-1}P^nz,\qquad(7)$$

где все $z^k\in Z$, а P^k есть P^0 или $P^{\mu_{ij}}$ для некоторого $\mu_{ij}\in$М при каждом $k = 1, 2, \ldots, n$ (число n, разумеется, зависит от y, z).

Определение (7) неконструктивно, и потому требуется разработка эффективных методов его построения. О них речь пойдет ниже.

Практически в интервальную информацию М могут вкрасться ошибки. В качестве необходимого условия их отсутствия примем, аналогично [5], внутреннюю непротиворечивость самой этой информации.

Определение 2. *Информация* М (*внутренне*) *непротиворечива, если отношение* P^{M} *иррефлексивно.*

Конструктивный метод проверки непротиворечивости информации М рассмотрен ниже.

4. Взаимосвязь ИНОЗ и ИНАЗ

Далее будем использовать следующие обозначения:

$u_i = \ln y_i$, $v_i = \ln z_i$, $\varphi_i = \ln f_i$, $i = 1, \ldots, m$.

Введем в рассмотрение отношения $P_{\ln}^{\mu_{ij}}$, индуцируемые на $\Re^m$ отношениями $P^{\mu_{ij}}$ (см. (5)):

$$(u\|u_i-\tau,u_j+\mu_{ij}^{+}\tau)P_{\ln}^{\mu_{ij}}u \text{ и } uP_{\ln}^{\mu_{ij}}(u\|u_i-\tau,u_j+\mu_{ij}^{-}\tau) \text{ для любых } u\in R^m \text{ и } \tau>0, \quad (8)$$

а также отношение $P_{\ln}^{0}$: $uP_{\ln}^{0}v \Leftrightarrow u\geq v$.

Рассматривая (8), нетрудно увидеть, что ИНОЗ μ_{ij} для критериев f_i из (1) играет роль ИНАЗ для логарифмически преобразованных критериев φ_i = $\ln f_i$ (см. [2, 6]). Поэтому отношение P^{M} индуцирует на $\Re^m$ отношение $P_{\ln}^{\mathrm{M}}$:

$$P_{\ln}^{\mathrm{M}} = \mathrm{TrCl}\,[(\cup_{\mu_{ij}\in\mathrm{M}} P_{\ln}^{\mu_{ij}})\cup P_{\ln}^{0}]. \quad (9)$$

Поскольку $yP^{\mu_{ij}}z \Leftrightarrow uP_{\ln}^{\mu_{ij}}v$ и $yP^{0}z \Leftrightarrow uP_{\ln}^{0}v$, то всякой цепочке (7) будет соответствовать цепочка

$$uP^1v^1,\ v^1P^2v^2,\ \ldots,\ v^{n-1}P^nv, \quad (10)$$

где все $v^k \in \Re^m$, а P^k есть $P_{\ln}^{0}$ или $P_{\ln}^{\mu_{ij}}$ для некоторого $\mu_{ij}\in$M при каждом k = 1, 2, …, n. И наоборот, каждой цепочке (10) будет соответствовать цепочка (7). Следовательно, $yP^{\mathrm{M}}z$ верно тогда и только тогда, когда выполнено $uP_{\ln}^{\mathrm{M}}v$. Поэтому для исследования отношения $P_{\ln}^{\mathrm{M}}P^{\mathrm{M}}$, порождаемого ИНОЗ, и связанных с ним конструкций и определений можно использовать результаты, «наработанные» ранее для отношения P^{M}, порождаемого ИНАЗ [2, 6].

Для движения по указанному пути каждому $\mu_{ij}\in$M поставим в соответствие две вектор-строки $a^{-}(\mu_{ij})$ и $a^{+}(\mu_{ij})$:

$$a_k^{-}(\mu_{ij})=\begin{cases}-\mu_{ij}^{-}, & k=j,\\ 1, & k=i,\\ 0, & k\neq i,j;\end{cases} \quad a_k^{+}(\mu_{ij})=\begin{cases}\mu_{ij}^{+}, & k=j,\\ -1, & k=i,\\ 0, & k\neq i,j.\end{cases} \quad (11)$$

Пусть q – число ИНОЗ в M. Используя вектор-строки (11) (их можно брать в произвольном порядке), составим ($2q\times m$)-матрицу A^{M}. Введем в рассмотрение множество $\mathrm{B}^{\mathrm{M}} = \{\beta \in \Re^m \mid \beta > 0,\ A^{\mathrm{M}}\beta > 0\}$. Приведем следующие два базовых утверждения, сразу получаемые из соответствующих утверждений для ИНАЗ [2, 6].

Теорема 1. *Соотношение $yR^{\mathrm{M}}z$ справедливо тогда и только тогда, когда существует вектор $h\in\Re^{2q}$ с неотрицательными компонентами, такой, что $u-v \geqq hA^{\mathrm{M}}$.*

Теорема 2. *Информация* M *непротиворечива тогда и только тогда, когда множество* B^{M} *не пусто.*

В соответствии с теоремой 1, для проверки справедливости $yR^{\mathrm{M}}z$ при $y\neq z$ следует выяснить, совместна ли следующая система линейных неравенств: $hA^{\mathrm{M}} \leqq b$, $h \geqq 0$, в которой $b = u - v$.

Согласно теореме 2, проверка непротиворечивости информации M сводится к выяснению совместности системы строгих линейных неравенств

$A^{\mathrm{M}}\beta > 0$, $\beta > 0$. Очевидно, что эта однородная система совместна тогда и только тогда, когда совместна следующая система нестрогих линейных неравенств: $A^{\mathrm{M}}\beta \geqq \bar{\varepsilon}$, $\beta \geqq \bar{\varepsilon}$, где $\bar{\varepsilon} = (\varepsilon, \ldots, \varepsilon)$ и ε – произвольное фиксированное положительное число.

Практически важно то, что проверку совместности указанных систем нестрогих неравенств можно проводить при помощи методов линейного программирования или линейной алгебры, используя любой из пакетов компьютерных программ.

5. Задачи с базовым критерием

Построение отношения P^{M} указанными выше общими методами может оказаться обременительным уже при «не очень большом» числе вариантов. Поэтому актуальной является разработка эффективных методов для структур интервальной информации М специального видов.

Будем рассматривать задачи, в которых М состоит из ИНОЗ для каждого из критериев 2, …, m и критерия 1 (его называют *базовым*): $\mathrm{M} = \{\mu_{21}, \ldots, \mu_{m1}\}$. С практической точки зрения такие задачи представляют несомненный интерес, так как в роли базового естественно может выступать критерий, имеющий смысл денежной суммы (например, величины доходов или же затрат). Из результатов исследования непротиворечивости для ИНАЗ [2] вытекает, что справедлива

Теорема 3. *Информация* $\mathrm{M} = \{\mu_{21}, \ldots, \mu_{m1}\}$ *непротиворечива.*

Пусть y и z – произвольные фиксированные вектоценки. Разделим множество всех критериев без базового $J = \{2, 3, \ldots, m\}$ на непересекающиеся множества:

$$J^{+} = \{i \in J \mid y_i > z_i\},\; J^{-} = \{i \in J \mid y_i < z_i\},\; J^{0} = \{i \in J \mid y_i = z_i\}. \qquad (12)$$

При $y_i \neq z_i$ для некоторого $i > 1$ по крайней мере одно из первых двух введенных множеств не пусто. Положим:

$$\rho^{-} = \frac{y_1}{z_1} \times \prod_{i \in J^{+}} \left(\frac{y_i}{z_i}\right)^{\mu_{i1}^{-}} \times \prod_{i \in J^{-}} \left(\frac{y_i}{z_i}\right)^{\mu_{i1}^{+}};\; \rho^{+} = \frac{y_1}{z_1} \times \prod_{i \in J^{+}} \left(\frac{y_i}{z_i}\right)^{\mu_{i1}^{+}} \times \prod_{i \in J} \left(\frac{y_i}{z_i}\right)^{\mu_{i1}^{-}}. \qquad (13)$$

Если одно из множеств J^{+} или J^{-} пусто, то соответствующие произведения в (13) равны 1. Заметим, что $\rho^{-} \leqq \rho^{+}$, причем равенство достигается лишь при $y = z$. Используя результаты из [2, 7], можно доказать следующее утверждение.

Теорема 4. *Если* $y_i \neq z_i$ *для некоторого* $i > 1$, *то*

$$yP^{\mathrm{M}}z \Leftrightarrow \rho^{-} \geqq 1;\; zP^{\mathrm{M}}y \Leftrightarrow \rho^{+} \leqq 1;\; yN^{\mathrm{M}}z \Leftrightarrow \rho^{-} < 1 < \rho^{+}. \qquad (14)$$

В (14) через N^{M} обозначено отношение несравнимости: $yN^{\mathrm{M}}z$ означает, что $y \neq z$ и неверно ни $yP^{\mathrm{M}}z$, ни $zP^{\mathrm{M}}y$.

Теорема 4 имеет интересный смысл: она показывает, что всю «интервальную» неопределенность, касающуюся оценки относительных замещений каждого из $m - 1$ критериев базовым, можно пересчитать в один интервал неопределенности (ρ^{-}, ρ^{+}). Правда, последний интервал зависит от пары сравниваемых вектоценок.

6. Заключение

В статье изложена методология получения интервальных оценок относительных замещений критериев и их применения в анализе многокритериальных задач принятия решений.

Представленные методы ориентированы на реализацию с помощью компьютерных систем поддержки принятия решений. Однако задачи с базовым критерием при небольшом числе критериев и вариантов могут быть решены и при помощи обычных вычислительных средств выполнения математических операций.

Список использованных источников

1. Подиновский В.В. Выбор нескольких лучших объектов при частичном отношении предпочтения// Доклады Академии Наук. 2009. Т. 424. № 5. С. 604 – 606.

2. Подиновский В.В. Параметрическая важность критериев и интервалы неопределенности замещений в анализе многокритериальных задач// Журнал вычислительной математики и математической физики. 2008. Т. 48. № 11. С. 1979 – 1998.

3. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений. – М.: Университетская книга, Логос, 2006. – 392 с.

4. Меньшикова О.Р., Подиновский В.В. Отношение предпочтения с интервалами неопределенности замещений// Автоматика и телемеханика. 2007. № 6. С. 157 – 165.

5. Подиновский В.В. Об относительной важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений// Многокритериальные задачи принятия решений. – М.: Машиностроение, 1978. С. 48 – 82.

6. Меньшикова О.Р., Подиновский В.В. Построение отношения предпочтения и ядра в многокритериальных задачах с упорядоченными по важности неоднородными критериями// Журнал вычислительной математики и математической физики. 1988. № 5. С. 647 – 659.

7. Levanon Y., Passy U. The indifference band in multiple criteria decision problems// Omega. 1980. V. 8. P. 647 – 654.

Харичев Е.А.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ МОДУЛЬНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Вологодский государственный технический университет

Не секрет, что сегодня организации, разрабатывающие сложное программное обеспечение для крупных корпоративных клиентов, не только стараются не потерять своих постоянных клиентов, но также стремятся расширить сферу своего влияния и привлечь новых клиентов. Очевидно, что все клиенты, как и люди, индивидуальны, и, следовательно, необходима персональная заточка системы под конкретного клиента. Если учесть тот факт, что речь идет о сложном программном обеспечении, то настроить систему именно так, как надо клиенту, становится непростой задачей. С целью облегчения процесса адаптации системы и ее дальнейшего развития некоторые организации-разработчики предоставляют своим клиентам возможность самостоятельно писать часть функционала на некотором языке программирования; то есть, получается ситуация, когда часть функционала системы хранится в виде