2. Носов В. А. О построении классов латинских квадратов в булевой базе данных // Интеллектуальные системы. — 1999. — Т. 4, вып. 3–4. — С. 307–320.

3. Носов В. А. Построение параметрического семейства латинских квадратов в векторной базе данных // Интеллектуальные системы. — 2004. — Т. 8, вып. 1–4. — С. 517–528.

4. Носов В. А., Панкратьев А. Е. О функциональном задании латинских квадратов // Интеллектуальные системы. — 2008. — Т. 12, вып. 1–4. — С. 317–332.

ОБ ОДНОМ ТОЧНОМ ОПИСАНИИ МНОЖЕСТВА ДОПУСТИМЫХ ИСХОДОВ ИГРЫ С ОТНОШЕНИЯМИ ПРЕДПОЧТЕНИЯ НА ОСНОВЕ ПОЛНОТЫ СЕМЕЙСТВА ГОМОМОРФИЗМОВ

Т. Ф. Савина (Москва)

Основными задачами математической теории игр являются построение и изучение математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта интересов игроков. Интересы игроков задаются с помощью целевых функций, однако на практике построение таких функций вызывает значительные трудности. Объектом изучения данной статьи являются игры с отношениями предпочтения, в которых целевая структура задается с помощью рефлексивных бинарных отношений.

Игра n $(n \geq 2)$ игроков с отношениями предпочтения определяется как система объектов

$$G = \langle X_1, \ldots, X_n,\, A,\, \rho_1, \ldots,\, \rho_n,\, F\rangle, \qquad (1)$$

где X_i — множество стратегий игрока $i\,(i = 1, \ldots, n)$, A — множество исходов, F — отображение множества ситуаций $X_1 \times \ldots \times X_n$ в множество исходов A, ρ_i — отношение предпочтения игрока i $(i = 1, \ldots, n)$, заданное на A.

Для игр с отношениями предпочтения вида (1) как для алгебраических систем [1] естественным образом введено понятие гомоморфизма [2]. Отметим, что для игр с упорядоченными исходами (отношение предпочтения есть отношение порядка) понятие гомоморфизма было введено В. В. Розеном [3]. Вопрос о сохранении оптимальных решений при переходе от одной игры с отношениями предпочтения к другой с помощью гомоморфизма был рассмотрен в работе [4] на базе условий ковариантности и контравариантности гомоморфизмов.

Под оптимальными решениями в игре с отношениями предпочтения понимаются равновесие, равновесие по Нэшу, допустимые и вполне допустимые исходы [5]. В работе [6] указано точное описание множества ситуаций равновесия и множества ситуаций равновесия по Нэшу игры на основе полноты семейства гомоморфизмов. В настоящей статье дано точное описание множества допустимых исходов игры. Введем определение допустимого исхода.

Исход $a \in A$ называется *допустимым в игре* G, если для каждого игрока $i \in N$ выполнено

$$\neg \left(\exists x_i \in X_i\right) \left(\forall x_{N \setminus i} \in X_{N \setminus i}\right) F \left(x_i, x_{N \setminus i}\right) \overset{\rho_i}{>} a.$$

Пусть K и K — два класса игр с отношениями предпочтения множества игроков $N = \{1, \ldots, n\}$. Зафиксируем в этих классах некоторые принципы оптимальности; будем обозначать через $Opt\, G$ множество оптимальных решений игры $G = \langle (X_i)_{i \in N}\,, A,\, (\rho_i)_{i \in N}\,, F \rangle \in$ K, через $Opt\, \Gamma$ — множество оптимальных решений игры $\Gamma = \langle (Y_i)_{i \in N}\,, B,\, (\sigma_i)_{i \in N}\,, \Phi \rangle \in K$.

Набор отображений $\boldsymbol{f} = (\varphi_1, \ldots, \varphi_n, \psi)$, где $\varphi_i \colon X_i \to Y_i$ $(i \in N)$ и $\psi \colon A \to B$ называется *гомоморфизмом* игры G в игру Γ, если для любого индекса $i \in N$, любых элементов a_1, $a_2 \in A$ и любой ситуации $x = (x_1, \ldots, x_n) \in X$ выполняются следующие два условия:

$$Hom1: \qquad \psi(F(x_1, \ldots, x_n)) = \Phi(\varphi_1(x_1), \ldots, \varphi_n(x_n)),$$

$$Hom2: \qquad a_1 \overset{\rho_i}{\lesssim} a_2 \;\Rightarrow\; \psi(a_1) \overset{\sigma_i}{\lesssim} \psi(a_2).$$

Гомоморфизм $\boldsymbol{f}$ игры G в игру Γ называется *строгим,* если для каждого $i \in N$ дополнительно выполняется условие

$$Str: \qquad a_1 \overset{\rho_i}{<} a_2 \;\Rightarrow\; \psi(a_1) \overset{\sigma_i}{<} \psi(a_2).$$

Зафиксируем некоторый класс H гомоморфизмов из игр класса K в игры класса K. Гомоморфизмы класса H называются *ковариантными относительно классов* (K, K), если для любых двух игр $G \in$ K и $\Gamma \in K$ и любого гомоморфизма $\boldsymbol{f} \in H$ $\boldsymbol{f}$-образ оптимального решения игры G есть оптимальное решение в игре Γ, и *контравариантными относительно классов* (K, K), если для любых двух игр $G \in \mathrm{K}$ и $\Gamma \in K$ и любого гомоморфизма $\boldsymbol{f} \in H$ $\boldsymbol{f}$-прообраз оптимального решения игры Γ есть оптимальное решение в игре G.

Семейство гомоморфизмов $(\boldsymbol{f}_j)_{j\in J}$ называется *ковариантно полным*, если для каждого оптимального решения $p \in Opt\, G$ существует такой индекс $j \in J$, что $\boldsymbol{f}_j(p) \in Opt\, \Gamma_j$.

Лемма. *Семейство гомоморфизмов* $(\boldsymbol{f}_j)_{j\in J}$ *является ковариантно полным семейством контравариантных гомоморфизмов тогда и только тогда, когда выполнено равенство:*

$$Opt\, G = \bigcup_{j\in J} \boldsymbol{f}_j^{-1}(Opt\, \Gamma_j).$$

Пусть К — класс игр с упорядоченными исходами игроков N, в которых множества стратегий игроков конечны, K — класс игр того же множества игроков с функциями выигрыша. В качестве оптимальных решений игры $G \in \mathrm{K}$ возьмем множество ее допустимых исходов, а в качестве оптимальных решений игры $\Gamma \in K$ — множество ее индивидуально рациональных исходов. Тогда справедлива следующая теорема.

Теорема. 1. *Относительно указанных классов игр и их оптимальных решений все строгие сюръективные гомоморфизмы являются контравариантными.*

2. *Для каждой игры* $G \in \mathrm{K}$ *семейство всех ее строгих сюръективных гомоморфизмов в игры* $\Gamma \in K$ *является ковариантно полным.*

Список литературы

1. Богомолов А. М., Салий В. Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. — М.: Наука. Физматлит, 1997.

2. Савина Т. Ф. Гомоморфизмы игр с отношениями предпочтения // Материалы X Международного семинара «Дискретная математика и ее приложения» (Москва, МГУ, 1–6 февраля 2010 г.). — М.: Изд-во механико-математического факультета МГУ, 2010. С. 426–428.

3. Розен В. В. Гомоморфизмы игр с упорядоченными исходами // Математические модели поведения. Методы и модели принятия решений. Межвуз. науч. сб. — Изд-во СГУ, 1981. — С. 90–104.

4. Савина Т. Ф. Ковариантные и контравариантные гомоморфизмы игр с отношениями предпочтения // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2009. — Т. 9, вып. 3. — С. 66–70.

5. Савина Т. Ф. Оптимальные решения в играх с отношениями предпочтения // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика. — 2011. — Т. 11, вып. 2. — С. 32–36.
6. Савина Т. Ф. О полных семействах гомоморфизмов игр с отношениями предпочтения // Сб. науч. тр. Механика. Математика. — Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2011. — С. 92–95.

ПОДХОД К УПРАВЛЕНИЮ ПРОГРАММОЙ ИНСТРУКЦИЯМИ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ

Е. А. Семенов (Москва)

Рассмотрим простой подход к задаче управления действиями программы инструкциями на естественном (русском) языке путем голосования. Задача состоит в том чтобы перевести текст на русском языке в последовательность команд, которые программа способна выполнить. Будем считать программу конечным набором независимых команд (реакций на действия пользователя). Тогда задача сводится к разбиению входящего текста на *инструкции*, каждая из которых заставляет программу выполнить какую-либо одну команду, и выбору команды для каждой инструкции.

Пусть конкретная программа может выполнять N независимых команд. Выделим для этой программы конечный словарь D "важных" слов. Будем разделять три вида таких слов: глаголы (V), побочные слова (A) и слова параметрические (P).

$$D = V \cup A \cup P.$$

Такое разделение обусловлено следующим правилом разбиения текста на инструкции: во-первых, будем учитывать только "важные" слова (т. е. слова не из словаря будем игнорировать). Во-вторых, каждую инструкцию будем считать начинающейся с глагола (или деепричастия, которые тоже входят в подмножество словаря "глаголы"). На самом деле, фразы повелительного наклонения почти всегда начинаются с глагола ("пойди туда-то", "сделай то-то"), поэтому такое правило вполне оправдано. Другие слова - не глаголы - делятся на побочные, которые помогают выбрать ту или иную команду, и параметрические, которые просто задают параметры, с которыми выбранная команда будет выполнена.