ТРУДЫ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА
ИМЕНИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

ТОМ 50

ЛОБАЧЕВСКИЕ ЧТЕНИЯ – 2014

Материалы Тринадцатой молодежной школы-конференции
(Казань, 24 – 29 октября 2014 г.)

Казанское математическое общество
2014

Российский фонд фундаментальных исследований

Издание осуществлено при финансовой поддержке РФФИ (проект № 14-31-10222)

УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1
Т78

Печатается по рекомендации Редакционно-издательского совета Казанского математического общества

Научные редакторы – доц. Ю. А. Альпин, проф. И. Б. Бадриев, доц. Д. В. Бережной, проф. В. И. Жегалов, проф. С. Р. Насыров, доц. А. М. Нигмедзянова, доц. Е. Н. Сосов, проф. Л. Р. Шакирова
Составитель – Р. К. Губайдуллина

Т78 Труды Математического центра имени Н. И. Лобачевского. Т. 50/ Казанское математическое общество. «Лобачевские чтения – 2014» // *Материалы Тринадцатой молодежной научной школы-конференции.* – Казань: Издательство Казанского математического общества, 2014. – Т. 50. – 186 с.

Сборник содержит материалы Тринадцатой молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения – 2014», организованной на базе Института математики и механики им. Н. И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета. Школа-конференция проведена в Казани с 24 по 29 октября 2014 года при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Книга предназначена для научных работников, преподавателей, аспирантов и студентов, специализирующихся в различных областях математики, механики и их приложений.

УДК 51+533
ББК 22.1 – 22.1

17. Бицадзе А. В., Самарский А. А. *О некоторых простейших обобщениях линейных эллиптических краевых задач* // Докл. АН СССР. – 1969. – Т. 185. – № 3. – С. 739–740.

18. Нахушев А. М. *О некоторых новых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа* // Дифференц. уравнения. – 1969. – Т. 5. – № 1. – С. 44–59.

Н. И. Жукова, К. И. Шеина

Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", Нижегородский государственный университет,

n.i.zhukova@rambler.ru, kse51091@mail.ru

ГРУППЫ БАЗОВЫХ АВТОМОРФИЗМОВ КАРТАНОВЫХ СЛОЕНИЙ, НАКРЫТЫХ РАССЛОЕНИЯМИ

Рассматривается категория, в которой изоморфизмы сохраняют не только слоения, но и их трансверсальную геометрию. Решается проблема существования и единственности структуры конечномерной группы Ли в группе *базовых автоморфизмов* $A_B(M,F) := A(M,F)/A_L(M,F)$, где $A(M,F)$ – группа автоморфизмов слоения (M,F), а $A_L(M,F)$ – группа автоморфизмов, отображающих каждый слой этого слоения на себя.

Мы исследуем группы базовых автоморфизмов картановых слоений, то есть слоений, допускающих трансверсальную картанову геометрию. Подчеркнем, что картановы слоения включают в себя такие широкие классы слоений как римановы, лоренцевы, псевдоримановы, трансверсально подобные, вейлевы, конформные, проективные слоения, а также слоения с трансверсальной линейной связностью.

Дж. Лесли первым решил подобную задачу для гладких слоений на компактных многообразий. Для слоений с трансверсальной проектируемой связностью эта проблема рассматривалась И.В. Белько [1]. Достаточные условия для существования и единственности структуры группы Ли в группе базовых автоморфизмов слоений с трансверсальными жесткими геометриями найдены в работе первого автора [2].

Говорят, что слоение (M, F) накрыто расслоением, если слоение $(\widetilde{M}, \widetilde{F})$, индуцированное на пространстве универсального накрывающего отображения $\kappa : \widetilde{M} \to M$, образовано слоями локально тривиального расслоения $\tau : \widetilde{M} \to B$. Пусть (M, F) – полное картаново слоение, накрытое расслоением $\tau : \widetilde{M} \to B$. Тогда на односвязном многообразии B индуцируется картанова геометрия η и группа Ψ автоморфизмов картанова многообразия (B, η). Указанная группа Ψ называется *глобальной группой голономии картанова слоения* (M, F), *накрытого расслоением.*

Мы показываем, в частности, что полные картановы слоения (M, F), трансверсальная кривизна которых равна нулю, накрыты расслоениями. Нами доказана

Теорема. *Пусть (M, F) – полное картаново слоение, накрытое расслоением $\tau : \widetilde{M} \to B$, а (B, η) – индуцированная картанова геометрия. Предположим, что глобальная группа голономии Ψ – дискретная подгруппа группы Ли автоморфизмов картанова многообразия $\mathrm{Aut}(B, \eta)$, а $N(\Psi)$ – нормализатор группы Ψ в группе $\mathrm{Aut}(B, \eta)$. Тогда в группе базовых автоморфизмов $A_B(M, F)$ существует единственная структура группы Ли, причем группа $A_B(M, F)$ изоморфна фактор-группе Ли $N(\Psi)/\Psi$, если группа $\mathrm{Aut}_B(M, F)$ несчетная, в противном случае $\mathrm{Aut}_B(M, F)$ — дискретная группа Ли.*

Найдены некоторые точные оценки размерности группы Ли $\mathbf{Aut}_B(M, F)$. Построены примеры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белько И. И. *Аффинные преобразования трансверсальной проектируемой связности на многообразии со слоением* // Матем. сб. – 1983. – Т. 117. – № 2. – С. 181–195.

2. Zhukova N. I. *Complete foliations with transverse rigid geometries and their basic automorphisms* // Вестник РУДН. Сер. Матем. Информатика. Физика. – 2009. – № 2. – С. 14–35.

Д. Х. Зайнетдинов, И. Ш. Калимуллин

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

damir.zh@mail.ru, ikalimul@gmail.com

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПРЕДЕЛЬНО МОНОТОННОЙ СВОДИМОСТИ Σ^0_2-МНОЖЕСТВ

Одно из направлений современной теории вычислимости сосредоточено на изучении свойств предельно монотонных функций и предельно монотонных множеств.

Функция $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ называется *предельно монотонной*, если существует такая вычислимая функция $\varphi : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, что для всех x и s выполнены следующие условия:

1) $f(x) = \lim\limits_{s} \varphi(x, s)$;

2) $\varphi(x, s) \leqslant \varphi(x, s+1) \ \ \forall s \in \mathbb{N}$.

Множество $A \subseteq \mathbb{N}$ будем называть *предельно монотонным*, если $A = \emptyset$ или A является областью значения некоторой предельно монотонной функции.