А.А. Родин, Е.Н. Пелиновский

ДИНАМИКА ДЛИННЫХ ВОЛН В ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЕ МОРЯ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОБРУШЕНИЯ



Нижний Новгород 2014

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Р.Е. АЛЕКСЕВА

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ РАН

ИНСТИТУТ КИБЕРНЕТИКИ ПРИ ТАЛЛИНСКОМ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

А.А. Родин Е.Н. Пелиновский

ДИНАМИКА ДЛИННЫХ ВОЛН В ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЕ МОРЯ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОБРУШЕНИЯ

Монография

Нижний Новгород 2014

Рецензент

кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией вычислительной гидромеханики и океанографии ФГБУН «Специализированное конструкторское бюро средств автоматизации морских исследований ДВО РАН», А.И. Зайцев

Родин А.А., Пелиновский Е.Н.

Р 604 Динамика длинных волн в прибрежной зоне моря с учетом эффектов обрушения: монография / А.А. Родин, Е.Н. Пелиновский; Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р.Е. Алексеева. – Н. Новгород, 2014. – 93 с.

ISBN 978-5-502-00451-0

Настоящая книга посвящена изложению динамики нелинейных длинных волн с учетом эффектов обрушения. Приведены основные сведения из нелинейной теории мелкой воды, описан программный комплекс, решающий уравнения мелкой воды. Показано, что при распространении сильно нелинейной волны в ее впадине происходит формирование отражения на ударном фронте. Аналогичные эффекты возникают и при взаимодействии сильно нелинейных волн, приводя к изменению статистики волнового поля и влияя на вероятность появления опасных больших волн - так называемых волн-убийц. Развитая модель использована для интерпретации данных лабораторного эксперимента по накату длинных волн на берег.

Монография представляет интерес для широкого круга читателей, занимающихся изучением проблемы наката длинных волн на берег. Работа адресована научным сотрудникам, преподавателям, аспирантам и студентам физических и физикоматематических направлений высших учебных заведений.

Рис. 70. Табл. 5. Библиогр.: 102 назв.

УДК 532.5 Б 22

ISBN 978-5-502-00451-0

© Родин А.А., Пелиновский Е.Н., 2014

_

ОГЛАВЛЕНИЕ

введение	4
ГЛАВА 1. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ:	
ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ	8
§ 1.1. Уравнения нелинейной теории мелкой воды	8
§ 1.2.Моделирование уравнений мелкой воды с помощью программного з	пакета
CLAWPACK	13
§ 1.3. Проблемы численного решения уравнений мелкой воды	17
§ 1.4. Типы обрушения мелководных волн в натурных условиях	
ГЛАВА 2. НЕЛИНЕЙНАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ДЛИННОЙ ВОЛНЫ	[
В УДАРНУЮ В БАССЕЙНЕ С ПОСТОЯННОЙ ГЛУБИНОЙ	29
§ 2.1.Трансформация римановой волны в ударную	
§ 2.2. Однонаправленное взаимодействие нелинейных волн	36
§ 2.3. Нелинейное взаимодействие длинных волн со стенкой	45
§ 2.4. Встречное взаимодействие волн большой амплитуды в мелководном	1
бассейне	
§ 2.5. Нелинейные эффекты в динамике волн цунами в очаге	54
ГЛАВА 3. НАКАТ ВОЛН НА БЕРЕГ. ЧИСЛЕННЫЕ	
И НАТУРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ	62
§3.1. Численные расчеты наката обрушенных одиночных волн на плоский	
откос	62
§3.2. Влияние асимметрии падающей волны на максимальную высоту	
наката	68
§3.3. Экспериментальное исследование наката нерегулярных волн на пл	юский
откос	
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	84
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	85

ВВЕДЕНИЕ

Динамика нелинейных волн на поверхности однородной и несжимаемой жидкости является традиционной задачей механики жидкости, и здесь уместно упомянуть несколько классических монографий по этой проблеме(Стокер, 1959; Кочин, 1963; Уизем, 1974; Сретенский, 1977; Лайтхил, 1981; Седов, 2004). Практическая важность таких исследований обусловлена опасным характером больших морских волн, приводящим к гибели кораблей, разрушению прибрежной инфраструктуры и гибели людей. Особую опасность имеют так называемые длинные волны (их длина превышает глубину бассейна) из-за их воздействия на прибрежные населенные пункты, портовые и береговые сооружения. Ярким примером длинных волн являются волны цунами, длина которых превышает глубину океана. Последние разрушительные цунами 2004 года в Индийском океане и 2011 года в Японии привели к гибели более 300 тысяч людей и возникновению технологических катастроф при разрушении атомной электростанции. Штормовые нагоны, возникающие при прохождении циклонов, приводят к затоплению береговой зоны и гибели людей, как это было во время урагана Катрина в 2005 году в Новом Орлеане. Волны, образующиеся при разрушении плотины на реках, служили причиной многочисленных жертв (Италия, 1963 г). Оползни также служат источником длинных волн, как это произошло при сползании Печерского монастыря в Волгу в 1597 году. Приливные боры, также являющиеся длинными волнами, тоже представляют большую опасность. Например, на реке Цяньтан в Китае в 1993 году во время приливного бора погибло 59 человек.

Не меньшую опасность для жизни людей представляют волны-убийцы, среди которых тоже есть длинные волны. Волны-убийцы на поверхности моря за последние 10 лет стали предметом серьезного исследования с применением методов нелинейной теории волн. При этом обычно учитываются два главных фактора эволюции морских волн: дисперсия, связанная с разностью в скоростях распространения отдельных спектральных компонент, и нелинейность, приводящая к модуляционной неустойчивости волны и изменению скорости ее распространения. Существующие механизмы формирования волн-убийц под воздействием нелинейности и дисперсии суммированы в недавних книгах и обзорах (Куркин и Пелиновский, 2004; Dysthe at al., 2008; Kharif at al., 2009; Garrett and Gemmrich, 2009). Особенно существенной дисперсия является для волн в открытом океане, где отношение значений фазовой скорости к групповой достигает 2. Между тем, как показывает анализ наблюдаемых данных (Nikolkina and Didenkulova, 2011), большинство аварий и столкновений с волнами-убийцами происходит как раз в прибрежной зоне: в мелководной части океана

и на берегу. Так, за 5 лет с 2006 по 2010 гг., 50% всех аварий, вызванных волнами-убийцами, произошло на берегу, 38.5% – на мелководье и только 11.5% в глубоководной части океана и в открытом море. Ущерб, вызванный такими столкновениями, особенно велик именно в прибрежной зоне. В частности, из 131 смертельного случая, вызванных волнами-убийцами за те же годы, 79 произошли на мелководье и 46 – на берегу. Исследование же процессов, ведущих к появлению волн-убийц, в рамках теории мелкой воды начато совсем недавно, причем только для необрушенных волн (Pelinovsky et al., 2008; Didenkulova and Pelinovsky, 2011; Didenkulova et al., 2011).

Процесс нелинейной трансформации волны на мелководье хорошо известен и в рамках нелинейной теории мелкой воды допускает точное аналитическое описание в виде римановой волны (Стокер, 1959; Шулейкин, 1968; Пелиновский, 1982; Вольцингер и др., 1989; Арсеньев и Шелковников, 1991; Диденкулова и др., 2006; Zahibo et al., 2008). Этот процесс, приводящий к опрокидыванию волны и последующему образованию ударной волны (бора), часто наблюдается в прибрежной зоне моря и при вхождении приливной волны в устье реки (Favre, 1935; Накамура, 1973; Tsuji et al. 1991). При этом основное внимание уделяют форме волны, ее спектру и моменту обрушения (отождествляемому в рамках гиперболических уравнений мелкой воды с так называемой градиентной катастрофой). Опрокидывание волны обычно случается вблизи берега или при вхождении волны в устье реки (Пелиновский, 1982; Tsuji et al., 1991; Пелиновский и Трошина, 1993; Wu and Tian, 2000; Caputo and Stepanyants, 2003; Zahibo et al., 2006; Zahibo et al., 2008). Динамика самой обрушенной волны изучена меньше. Аналитические результаты известны только для развитого бора, в котором скорости течения по обе стороны от скачка стремятся к константам (Стокер, 1959; Вольцингер и др., 1989; Курант и Фридрихс, 1950). В зависимости от высоты бора, реализуются разные типы ударной волны: «параболическая волна», гидравлический прыжок и волнообразный бор. В последнем случае для описания структуры ударной волны необходимо учитывать дисперсионные эффекты (например, в рамках уравнения Кортевега-де Вриза-Бюргерса), а в первых двух – уравнения мелкой воды в дивергентной форме с соответствующими граничными условиями на разрыве. В то же время, если волна достаточно длинная, так что ударный фронт занимает малую часть волны, то ее в целом можно описывать как ударную волну, не интересуясь структурой фронта и аппроксимируя его разрывом. Изменение амплитуды бора зависит от характера волнового поля позади разрыва. В случае мало-амплитудного бора поле вне разрыва описывается по-прежнему решением в виде римановой волны, и амплитуда бора может быть найдена аналитически (Пелиновский, 1982). Здесь имеется полная аналогия с задачами нелинейной акустики (Руденко и Солуян, 1975), где подробно анализируется формирование и развитие ударной волны во втором порядке по нелинейности. Однако, как отмечается в работе (Руденко и Солуян, 1975), в третьем порядке по нелинейности ударная волна не вписывается в профиль римановой волны, и возможно возникновение отраженных волн от разрыва. Этот эффект экспериментально наблюдался в электромагнитных линиях передачи, где, однако, дисперсионные эффекты являются значительными (Воляк и др., 1975). Для волн на воде нелинейность может быть сколь угодно сильной на малой глубине, поэтому асимптотические оценки в рамках приближения слабой нелинейности не всегда являются применимыми.

В случае линейно наклонного дна и фронтального подхода волны удается получить точное решение нелинейных уравнений мелкой воды с помощью преобразования годографа, сводящего исходные нелинейные уравнения к эквивалентному линейному волновому уравнению, впервые это было сделано в работе (Carrier and Greenspan, 1958). Это решение существует, только если якобиан преобразований годографа отличен от нуля, что эквивалентно существованию однозначных профилей водной поверхности. На физическом языке однозначный профиль водной поверхности означает необрушенную волну. В рамках этой теории найдено большое число аналитических решений, соответствующих накату на берег волн различной формы (солитон, гауссов или лоренцевый импульсы, синусоидальный импульс и т.п.); см., например, (Schen and Meyer, 1963; Synolakis, 1987; Synolakis et al., 1988; Pelinovsky and Mazova, 1992; Пелиновский, 1996; Carrier et al., 2003; Kânoğlu, 2004; Tinti and Tonini, 2005; Диденкулова и др., 2006; Диденкулова, Пелиновский 2008; Didenkulova, 2009; Доброхотов и Тироцци, 2010; Доброхотов и др., 2013). Что же касается наката на берег волн большой амплитуды, когда волна является обрушенной, то здесь аналитические результаты получены только для случая полностью развитого бора (Schen and Meyer, 1963; Sachdev and Seshadri, 1976). Именно поэтому актуально исследование наката одиночных волн на берег в широком диапазоне изменения их высоты, когда волна опрокидывается еще до подхода к берегу, при этом ее форма не может быть аппроксимирована полностью развитым бором. Здесь пока сделаны только первые шаги (Li and Raichlen, 2002; Madsen and Fuhrman, 2008).

Уже из перечисленного ранее вытекает важность исследования влияния эффектов обрушения на трансформацию длинной волны на мелководье без ограничения ее амплитуды. Именно эта проблема и анализируется в данной книге. Основной ее целью является описание процесса распространения, трансформации и взаимодействия длинных нелинейных волн в мелководном бассейне с учетом обрушения. В частности, в ней рассматриваются следующие вопросы:

- 1. Процессы нелинейной трансформации и взаимодействия уединенных импульсов различной амплитуды и полярности на поверхности жидкости постоянной глубины в приближении мелкой воды с учетом обрушения.
- 2. Влияние эффекта обрушения на высоту наката длинной волны на плоский откос.
- 3. Результаты лабораторного эксперимента по накату длинных волн различной формы на плоский откос.

Мы покажем, что при нелинейной трансформации римановой волны отрицательной полярности (впадины) возможно возникновение нового нелинейного эффекта — «обратной» волны, возникающей при формировании ударного фронта, которая распространяется в противоположную от падающей волны сторону. Появление данного эффекта возможно не только для римановых волн, но и для волн цунами в случае, когда в очаге возможны сильные горизонтальные подвижки. Мы приведем основные особенности взаимодействия как римановых, так и ударных волн положительной полярности и обсудим основные особенности взаимодействия волн разных типов.

Большинство результатов получено численно. Достоверность численного моделирования в вычислительных экспериментах подтверждается работами (LeVeque and George, 2006; Gonzalez et al., 2011), где дано полное тестирование используемого программного пакета. Результаты лабораторных экспериментов использовались для подтверждения предложенных теоретических оценок влияния асимметрии волны и ширины волнового спектра на характеристики наката волн на откос.

Полученные далее результаты могут применяться для изучения природных процессов и интерпретации результатов натурных и лабораторных экспериментов.

Данная книга написана по результатам совместных исследований, опубликованных в работах (PA1 – PA10). Исследования по данной тематике было поддержано грантом РФФИ 14-05-00092, грантом президента МК-1146.2014.5 и ETF 8870.

ГЛАВА 1. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ МЕЛКОЙ ВОДЫ: ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ И ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ

Данная глава посвящена изложению теории мелкой воды и численным программам, решающим эти уравнения. В §1.1 обсуждаются различные формы уравнений нелинейной теории мелкой воды и их связь с фундаментальными законами сохранения массы и количества движения. Это обсуждение необходимо, поскольку далее рассматриваются волновые процессы с образованием ударных волн (боров), моделирование которых не является тривиальным. В §1.2 приведено описание, возможности и общие принципы работы программной среды CLAWPACK, которая использовалась для численного моделирования и изучения длинноволновых процессов в мелкой воде в данной работе. В §1.3 описаны вычислительные трудности, с которыми пришлось столкнуться, а также их решения в рамках данной работы. Также здесь будут приведены результаты тестирования программного пакета путем сравнения с линейной теорией, и указаны ссылки на экспериментальные тесты. В §1.4 приводятся некоторые данные о наблюдениях ударных волн (боров) в природных водоемах. В отличие от акустики, где нелинейная трансформация волны часто приводит к образованию ударного фронта (если малы потери и достаточно времени или расстояния на проявление нелинейных эффектов), в жидкости «работает» еще и дисперсия, которая препятствует обрушению волны. В результате на воде наблюдаются как обрушенные волны (гидравлические боры), так и волнообразные боры с гладкой структурой. Критерии перехода между различными борами, активно обсуждаемые в литературе, воспроизводятся здесь, что позволяет отобрать физически значимые результаты расчетов, выполненных только в рамках теории мелкой воды без учета дисперсии.

§ 1.1. Уравнения нелинейной теории мелкой воды

Кратко воспроизведем вывод уравнений мелкой воды из уравнений гидродинамики, следуя главным образом книге (Пелиновский, 1996). Мы будем рассматривать двумерные волновые движения идеальной несжимаемой жидкости, находящейся в поле силы тяжести, в рамках классических уравнений Эйлера (рис. 1.1)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g, \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \tag{1.3}$$

с соответствующими граничными условиями на дне и океанической поверхности:

на дне (z = -h(x) - условие непротекания жидкости через дно)

$$w - u \frac{dh}{dx} = 0, (1.4)$$

на свободной поверхности ($z = \eta(x,t)$):

кинематическое условие

$$w = \frac{d\eta}{dt} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \eta \frac{\partial u}{\partial x},\tag{1.5}$$

динамическое условие

$$p = p_a. (1.6)$$

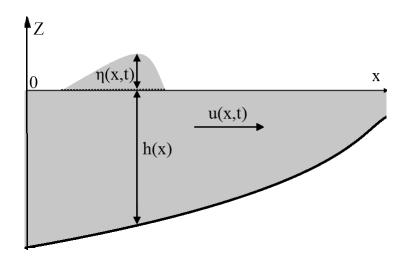


Рис. 1.1. Схематическое представление решаемой задачи

Здесь η — смещение водной поверхности; u и w — горизонтальная и вертикальная компоненты поля скоростей соответственно; x — горизонтальная координата; ось z направлена вертикально вверх; ρ — плотность воды; p — давление; p_a — атмосферное давление, принимаемое постоянным всюду в работе; g — ускорение свободного падения; h(x) — невозмущенная глубина бассейна.

Волны, которые мы исследуем, часто называют гравитационными волнами, так как они приводятся в действие силой тяжести. Они распространяются со скоростью, не превышающей \sqrt{gh} , что значительно меньше, чем скорость звука в воде. Именно поэтому сжимаемостью воды пренебрегают, когда изучают волны на воде. В дальнейшем всюду плотность ρ считается постоянной (приближение однородной и несжимаемой жидкости).

Уравнения Эйлера (в случае учета вязкости их заменяют на уравнения Навье-Стокса) описывают волновые процессы в наиболее общем виде при произвольном соотношении длины волны и глубины бассейна. Между тем, ветровые волны в прибрежной зоне по мере уменьшения глубины становятся длинными в том смысле, что их длина превышает глубину моря. Волны цунами изначально являются длинными, даже в открытом океане глубиной 5 км их длина превышает 50 км. Корабельные волны, особенно возбуждаемые быстро движущимися судами, вблизи берега также являются длинными. Штормовые представляют собой длинные волны. Именно нагоны длинноволновые движения и анализируются в данной книге. В длинных волнах вертикальные скорости малы по сравнению с горизонтальными. Именно это и используется при выводе теории мелкой воды из уравнений Эйлера с помощью асимптотической процедуры, основанной на малом параметре, равном отношению вертикальной скорости к горизонтальной или глубины бассейна к длине волны.В данной главе мы воспроизведем более простой вывод уравнений мелкой воды без применения асимптотической процедуры; он изложен в книге (Пелиновский, 1996). Данный подход заключается в пренебрежении в уравнении (1.2) вертикальным ускорением dw/dt. В этом случае (1.2)интегрируется и с учетом динамического граничного условия (1.6) определяет гидростатическое давление:

$$p(x,z,t) = p_a + \rho g(\eta - z). \tag{1.7}$$

Подставляя (1.7) в уравнение (1.1) и снова пренебрегая вертикальной скоростью, получим первое уравнение теории длинных волн:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0. \tag{1.8}$$

Обратим внимание, что из уравнения (1.8) следует независимость горизонтальной скорости от вертикальной координаты (глубины), так что волновой поток является однородным по глубине. Второе уравнение находим интегрированием уравнения (1.3) по глубине от дна (z = -h(x)) до поверхности ($z = \eta(x,t)$) с учетом граничных условий (1.4)—(1.5):

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \eta)u] = 0. \tag{1.9}$$

Система уравнений (1.8)—(1.9) замкнута относительно функций η и u. Она нелинейна (так называемая нелинейная теория мелкой воды) и содержит переменную в пространстве заданную функцию h(x). Подчеркнем также, чтогоризонтальная скорость в этих уравнениях представляет собой усредненную по глубине скорость течения, поэтому уравнения мелкой воды часто называют уравнениями для осредненных потоков. Наконец, важно отметить, что в процессах вывода уравнений мелкой воды использовались

операции дифференцирования, что означает необходимость предположения о достаточной гладкости всех функций, описывающих волновое поле.

Система уравнений (1.8)-(1.9) может быть переписана в полных потоках. Для этого примем за H полную глубину бассейна, получающуюся при сложении невозмущенной глубины бассейна h(x) со смещением $\eta(x,t)$: $H(x,t) = h(x) + \eta(x,t)$. При этом закон сохранения массы сразу записывается в полных потоках. Для получения в аналогичном виде закона сохранения импульса умножим (1.8) на H, (1.9) - на u:

$$H\frac{\partial u}{\partial t} + Hu\frac{\partial u}{\partial x} + Hg\frac{\partial H}{\partial x} - Hg\frac{dh}{dx} = 0.$$
 (1.10)

$$u\frac{\partial H}{\partial t} + u\frac{\partial Hu}{\partial x} = 0. \tag{1.11}$$

и затем сложим эти два уравнения вместе:

$$H\frac{\partial u}{\partial t} + Hu\frac{\partial u}{\partial x} + gH\frac{\partial H}{\partial x} + u\frac{\partial H}{\partial t} + u\frac{\partial Hu}{\partial x} - Hg\frac{dh}{dx} = 0.$$
 (1.12)

Несложными вычислениями, приводя подобные и внося H и u под знаки производных, получим искомую систему уравнений в полных потоках. В результате, уравнения мелкой воды записываются в форме дифференциальных законов сохранения. Закон сохранения массы:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial Hu}{\partial x} = 0. \tag{1.13}$$

Величину *Ни* называют расходом, так как она определяет поток воды через сечение. Закон сохранения количества движения:

$$\frac{\partial Hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(Hu^2 + \frac{1}{2}gH^2) = gH\frac{dh}{dx}.$$
 (1.14)

Формально говоря, обе системы уравнений равноправны и из любой из них получается другая система. Однако это верно только для дифференцируемых функций, означающих гладкость волновых процессов. Как уже говорилось во введении, волны на мелководье часто обрушиваются. В случае прерывных волновых процессов (боры, гидравлические прыжки), описанными ранее процедурами дифференцирования пользоваться нельзя. В таких случаях необходимо обратиться к первым принципам гидродинамики, позволяющим получить фундаментальные законы сохранения (Стокер, 1959; Кочин, 1963; Седов, 1977). Таким общим принципом является сохранение массы жидкости. Ее изменение в элементарном объеме (криволинейный прямоугольник ширины Δx и высотой H) в случае отсутствия источников и стоков (нет подводящих труб с водой) может быть связано только с переносом воды в горизонтальном направлении за счет разности расхода воды на границах выделенного объема. Учитывая, что в однородной жидкости плотность постоянна, на нее можно разделить все физи-

чески значимые величины. Именно отсюда и следует закон сохранения массы или объема (1.13), который ранее получался из уравнений Эйлера при использовании предположений на гладкость изменения функций. Таким образом, уравнение (1.13) имеет фундаментальный характер и может быть использовано для анализа любых течений, как гладких, так и разрывных.

Аналогично, закон сохранения количества движения имеет также фундаментальный характер. Если нет источников и стоков внутри элементарного объема (движущихся тел, пограничных слоев и т.п.), то его изменение может быть связано с разностью давления по обе стороны объема, которое состоит из гидростатической компоненты и скоростной (компонента Бернулли). Поэтому уравнение (1.14) является дифференциальным выражением фундаментального закона сохранения и может применяться как для гладких, так и для разрывных течений. В то же время уравнение для скорости (1.8), вытекающее из (1.14) при условии гладкости функций, справедливо только для гладких течений.

Из наблюдений известно (и подтверждается теорией), что нелинейное искажение волны приводит к её укручению в области, где быстробегущий гребень догоняет более медленную впадину впереди него и к уплощению в области, откуда гребень «сползает». Эти эффекты мы будем подробно изучать в следующих главах. Такое поведение волн нам знакомо из наблюдений обрушающихся волн на пляже. Вдали от берега мы обычно наблюдаем волны, длина которых много меньше по сравнению с глубиной, и, следовательно, процесс их распространения описывается теорией глубокой воды (или произвольной глубины), а не мелководной теорией. Ближе к пляжу глубина воды уменьшается так, что теория мелкой воды становится применимой. Здесь, на мелководье, разница в высотах (а, следовательно, и в скоростях) между гребнями и впадинами разительна, и волны укручаются. В результате наблюдается процесс обрушения волны (см. главу 2), а также формирование ударного фронта, когда верхушка гребня выходит за рамки переднего фронта, или, в случае волны отрицательной полярности, когда дно впадины выходит за рамки заднего фронта. Начиная с этого момента времени, волна стала обрушенной. В мелководном потоке ударную волну часто называют гидравлическим прыжком. Математически образование ударной волны называют градиентной катастрофой, поскольку неограниченно растутпроизводные функций при ограниченности самого решения системы квазилинейных гиперболических уравнений.

Именно поэтому в самом общем виде для расчетов длинноволновых движений всегда используются уравнения сохранения (1.13) и (1.14), и только при полной уверенности, что движение остается гладким – уравнения (1.8) и (1.13). Разумеется, есть и другой путь обобщения уравнений мелкой воды, позволяющий учитывать образование ударных волн - это феноменологический учет вяз-

кости воды, приводящий к появлению в (1.8) так называемого бюргерсовского члена $v\partial^2 u/\partial x^2$, где v - кинематическая вязкость. Такой путь активно применяется в нелинейной акустике (Руденко и Солуян, 1975; Гурбатов и др., 2003). Он, однако, не является строгим для волн в мелкой воде. Ввиду наличия двух масштабов (горизонтального и вертикального) вязкость в первом приближении воздействует на вертикальную структуру течения, приводя к появлению донного пограничного слоя (Вольцингер и др., 1989). В результате, в уравнении типа (1.8) возникает интегральное диссипативное слагаемое, а не дифференциальное, как в уравнении Бюргерса. Такое изменение связано с кардинальным изменением частотного характера потерь: на мелкой воде декремент пропорционален $\sqrt{\omega}$, а не ω^2 , как в акустике. Интегральное слагаемое, соответствующее медленной частотной зависимости декремента от частоты, не может препятствовать обрушению волны (см., например, Пелиновский, 1982, 1996). К тому же система уравнений становится интегрально-дифференциальной, трудно реализуемой в численных расчетах. На практике течение в придонном пограничном слое является турбулентным, и диссипация волновой энергии в нем параметризуется трением типа Шезиu|u|. Поэтому бюргерсовский член $v\partial^2 u/\partial x^2$ часто вводят искусственно в уравнение (1.8) и связывают с горизонтальной диффузией волнового процесса (Вольцингер и др., 1989).В тоже время, в рамках законов сохранения (1.13) и (1.14) обрушение учитывается автоматически и не требует специального введения горизонтальной диффузии. Именно поэтому для описания мелководных процессов так популярно использование законов сохранения (Стокер, 1959; Вольцингер и др., 1989).В численных расчетах далее мы всегда будем использовать фундаментальные законы сохранения (1.13) и (1.14) как для анализа гладких волновых процессов, так и для описания ударных волн (гидравлических прыжков).

§ 1.2. Моделирование уравнений мелкой воды с помощью программного пакета CLAWPACK

Современный подход к изучению распространения длинных волн — это использование численных методов в рамках нелинейной мелководной теории (Шокин Ю.И и др., 1988; Шокин и др., 2007;LeVeque, 2002;Зайцев и др., 2005; Yalciner et al., 2010; Зайцев и Пелиновский, 2011). В данной работе широко использовался программный пакет CLAWPACK (www.clawpack.org). CLAWPACK (аббревиатура расшифровывается как Conservation LAWs PACKage) — это бесплатный программный комплекс, разработанный профессором Рэнделом Левеком (Randall J. LeVeque, University of Washington, USA), написанный на языке FORTRAN и основанный на методе, предложенном британским профес-

сором Филипом Роу (Philip L. Roe). Метод Роу, имеющий в свою очередь в основе метод Годунова (вариант метода конечных объемов), позволяет решать динамические задачи с разрывами параметров внутри расчетной области.

СLAWPACK — это пакет подпрограмм, для решения одно-, двух- и трехмерных нестационарных гиперболических систем дифференциальных уравнений в частных производных, в том числе и систем, записанных в виде законов сохранения. Данный программный пакет может быть использован для решения неконсервативных гиперболических систем, а также систем с переменными коэффициентами и правой частью. CLAWPACK дополнительно включает в себя алгоритм адаптивного уточнения сетки (AMRCLAW — Adaptive Mesh Refinement) и MPI (Multi Processors Interface) версию, в которой вычисляемая область может быть распределена между несколькими процессорами.

Основная структура программного пакета для решения одномерных задач состоит в следующем:

1. Основной алгоритм решения гиперболических систем уравнений, который от версии к версии впитывает в себя новые методы, имплементирован изначально на языке Fortran 77, затем адаптирован под современный компилятор gfortran (начиная с версий 4.6).

Все плагины (независимо компилируемые программные модули, динамически подключаемые к основной программе), отвечающие за пользовательский интерфейс (взаимодействие с пользователем) в версии 4.3 были реализованы на Fortran 90. В дальнейшем, начиная с версии 4.6.1, все данные подпрограммы были реализованы на программном языке Python, что значительно упростило работу с пакетом, так как теперь можно задавать в одном *.ру файле в удобном формате информацию о:

- •необходимом количестве ячеек сетки и размере вычислительной области;
- •количестве уравнений в гиперболической системе;
- •начальном шаге по времени и максимальном временном шаге (можно использовать как фиксированные, так и переменные временные шаги);
 - •желаемом и максимальном значении числа Куранта;
- •типе граничных условий, которые должны применяться к каждому концу расчетной области (выбор состоит между нулевой экстраполяцией, периодическими условиями, сплошной стенкой и определяемыми пользователем граничными условиями);
- •типе начальных условий (начального смещения и/или начальной скорости). Здесь стоит отметить, что одновременное задание и начальной скорости, и начального смещения в стандартном пакете CLAWPACK 4.6.2 не представляется возможным без модификации кода основного алгоритма, которую нам удалось успешно выполнить;

- •наличии дополнительных членов (правых частей) в системе уравнений;
- •необходимом количестве выводов результатов.
- 2. Создание и правка графических результатов осуществляется инструментами языка ipython (рис. 1.2). Все остальные программные части CLAW-PACK не имеют графического интерфейса.
- 3. Все выводы и результаты сохраняются в ASCII файлах, поэтому при желании для выводов графических результатов можно пользоваться другими инструментами (например, Matlab).

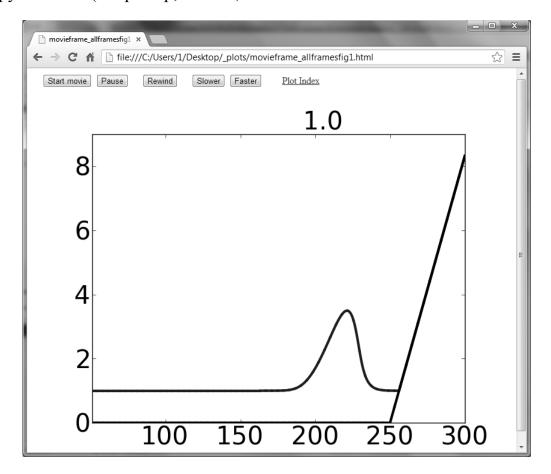


Рис. 1.2. Web интерфейс для просмотра результатов расчета наката волн на берег. Все параметры вывода данных реализуются и изменяются с помощью интерактивной оболочки ipython. Интегрировано в CLAWPACK, начиная с версии 4.6.2

CLAWPACK может быть использован для решения системы уравнений вида (1.13) - (1.14). В наиболее общем виде законы сохранения в отсутствии внешних сил могут быть записаны в матричной форме

$$q_t + [f(q)]_x = 0.$$
 (1.15)

где переменная q представляет собой вектор-функцию, описывающую все компоненты волнового поля. Поток f(q) может тоже зависеть от x и t, так же как и от q. Гиперболические системы уравнений, записанные в неконсервативной форме

$$q_t + A(q, x, t)q_x = \psi(x, t),$$
 (1.16)

тоже могут быть решены с помощью этого пакета (LeVeque, 2002). Здесь ψ также вектор-функция, описывающая внешние силы. Основным требованием к системе уравнений (1.15) или (1.16) является то, что она должна быть гиперболической, то есть матрица A должна иметь действительные и различные собственные значения. Покажем, что для системы уравнений мелкой воды (1.13) — (1.14), в случае ровного дна $\frac{\partial h}{\partial x}$ = 0, это условие выполняется. Для этого удобно переписать эти уравнения в виде матричной системы

$$\begin{bmatrix} H \\ Hu \end{bmatrix}_{t} + \begin{bmatrix} uH \\ Hu^{2} + \frac{1}{2}gH^{2} \end{bmatrix}_{r} = 0.$$
 (1.17)

Обозначим:

$$q(x,t) = \begin{bmatrix} H \\ Hu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^1 \\ q^2 \end{bmatrix}, f(q) = \begin{bmatrix} Hu \\ Hu^2 + \frac{1}{2}gH^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q^2 \\ (q^2)^2/q^1 + \frac{1}{2}g(q^1)^2 \end{bmatrix}.$$
(1.18)

Эти уравнения могут быть эквивалентно переписаны в квазилинейной форме:

$$q_t + f'(q)q_x = 0,$$
 (1.19)

где f'(q) - матрица:

$$f'(q) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(q^2/q^1)^2 + gq^1 & 2q^2/q^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -u^2 + gH & 2u \end{bmatrix}.$$
 (1.20)

Найдем её собственные значения (отражающие скорость распространения заданных волн). Уравнение на собственные значения имеет вид:

$$\det(f'(q) - \lambda E) = \det\begin{bmatrix} -\lambda & 1\\ -u^2 + gH & 2u - \lambda \end{bmatrix} = 0.$$
 (1.21)

Отсюда легко находятся корни, являющиеся действительными характерными значениями нашей матрицы (1.20):

$$\lambda^{1} = u - \sqrt{gH}, \qquad \qquad \lambda^{2} = u + \sqrt{gH}, \qquad (1.22)$$

Выражая их через q, получим

$$\lambda^{1} = \frac{q^{2}}{q^{1}} - \sqrt{gq^{1}}, \qquad \lambda^{2} = \frac{q^{2}}{q^{1}} + \sqrt{gq^{1}}, \qquad (1.23)$$

Собственные значения всюду различны, кроме случая H=0, когда инварианты Римана сливаются. Именно эта точка (урез воды) является «камнем преткновения» при расчетах наката волн на берег во многих численных походах, в том числе в рамках данной модели. В связи с этим, ранние версии CLAWPACK не поддерживали решения, в которых вода распространялась по сухому дну. Данная проблема только недавно решена и опубликована в (LeVeque, 2010), а затем решение было имплементировано в CLAWPACK 4.6.2.

Соответствующие собственные векторы матрицы f'(q) (опуская тривиальные выкладки):

$$r^{1} = \begin{bmatrix} 1 \\ u - \sqrt{gH} \end{bmatrix}, \qquad r^{2} = \begin{bmatrix} 1 \\ u + \sqrt{gH} \end{bmatrix}. \tag{1.24}$$

Следует заметить, что собственные числа и собственные векторы для данной системы — это функции от q. Как мы увидим дальше, собственные векторы связаны с римановыми инвариантами, которые будут использоваться в наиболее удобной форме для решения конкретных задач.

§ 1.3. Проблемы численного решения уравнений мелкой воды

В данной работе использовалось две версии программного пакета CLAWPACK: CLAWPACK 4.3 (выпущена в апреле 2006 года) и CLAWPACK 4.6.2 (выпущена в мае 2012 года). Ранняя версия CLAWPACK для решения гиперболических систем уравнений мелкой воды предлагает метод конечных объемов, реализованный по схеме Роу. Данный алгоритм решения обладает главным преимуществом — позволяет описывать появление и распространение ударных волн с достаточно высокой точностью. К недостаткам CLAWPACK 4.3 можно отнести плохую адаптивность к самостоятельному модифицированию начальных и граничных условий, а также к добавлению правых частей к начальным уравнениям; использование (по умолчанию) программной среды Маtlab для визуализации полученных результатов. Данной версией программного пакета мы пользовались для получения результатов, описанных во второй главе.

Движение воды по сухому берегу в рамках CLAWPACK 4.3 не удается моделировать в связи с указанной ранее проблемой, когда на урезе сливаются характеристики. В связи с этим менялись и алгоритмы вычисления решения уравнений мелкой воды. Описание данных алгоритмов приведено в (LeVeque, 2010) и имплементировано в CLAWPACK, начиная с версии 4.6.2. Один из авторов книги, А. Родин, принял участие в летней школе Gene Golub SIAM Summer School 2012, организованной обществом промышленной и прикладной математики (Society of Industrial and Applied Mathematics)в городе Монтерей (США, Калифорния). Летняя школа проводилась с 29 июля по 10 августа 2012 года и имела название «Моделирование и суперкомпьютинг в науках о Земле» (Simulation and Supercomputing in the Geosciences). Пройденные курсы «Моделирование цунами и штормовых нагонов» и «Численные методы для моделирования распространения волн» (Tsunami and Storm-Surge Simulation, Numerical Methods for Wave Propagation), проведенные профессором Рэнделом Левеком (RandallJ. LeVeque), основывались на моделировании в среде CLAWPACK

- 4.6.2, а точнее на ответвлении GEOCLAW, которое является удачным продолжением исходного программного пакета в сторону численного моделирования распространения длинных волн в океане с привязкой к географическим координатам. Среди достоинств новой версии CLAWPACK и, в частности, GEOCLAW можно отметить:
- 1. Использование программной среды языка Python (и iPython) вместо Matlab (как в предыдущих версиях) для визуализации полученных результатов. Это значительно упрощает и удешевляет использование CLAWPACK, отбрасывая необходимость покупки лицензионного программного обеспечения.
- 2. Наличие автоматической программной защиты от невыполнения условий Куранта:

$$\frac{u\Delta t}{\Delta x} \le 1,\tag{1.25}$$

где Δt - шаг по времени, Δx - шаг в пространстве, u - скорость потока. В предыдущих версиях пользователю представлялась возможность лишь увидеть рассчитанное число Куранта для заданных условий, и, если оно было неудовлетворительное (≥ 1), вычисления останавливались. Начиная с версии 4.6.2, существует автоматическая адаптация пространственного шага к заданному шагу по времени в случае невыполнения условия Куранта, что значительно облегчает работу с CLAWPACK в целом.

- 3. Реализация возможности задания переменной глубины расчетной области (в том числе реальной батиметрии в одно- и двумерном случае), а также реализация алгоритмов, позволяющих получить решения при взаимодействии воды с сухим дном. Подробности изменения алгоритма решения для мелкой воды описаны в (LeVeque, George, 2006).
- 4. Реализация нового метода в основном алгоритме решения задач. Начиная с версии 4.6.2, пользователю представляется возможность выбора метода решения поставленной задачи. Это может быть как так называемый «солвер Poy» (Roe Solver) первого порядка точности, представляющий из себя метод конечных объемов, так и метод конечных разностей Лакса-Вендроффа второго порядка (Lax, Wendroff, 1960).

Таким образом, проблемы, возникающие при использовании CLAWPACK 4.3, были решены в более поздней версии CLAWPACK 4.6.2.

Тестирование вычислительного пакета CLAWPACK выполнялось в работах (LeVeque and George, 2006; Gonzalez et al., 2011; Berger et al., 2011) и др. В качестве проверочных тестов выступали: накат одиночной волны на пологий пляж (аналитическое решение и лабораторный эксперимент), накат одиночной волны на составной пляж (аналитическое решение и лабораторный эксперимент), накат одиночной волны на конический остров (лабораторный эксперимент)

мент, натурные данные), накат цунами на сложный трехмерный остров (лабораторный эксперимент) и др.

Нами проведено тестирование выполнения законов сохранения в процессе распространения волн. Для этого была написана подпрограмма, подсчитывающая в разные моменты времени площадь под кривыми H (закон сохранения массы) и Hu (закон сохранения движения). Отклонение значений площади под графиками относительно начального момента времени составляло в обоих случаях не более 10^{-8} в широком диапазоне вариации амплитуд и длительности волн. На рис. 1.3 представлено сравнение результатов расчета распада волны в линейной теории мелкой воды и решения уравнений (1.13)-(1.14) пакетом CLAWPACK. Амплитуда начального импульса здесь равна 0.01 м, длина волны в основании -5 км, глубина воды -1 м.

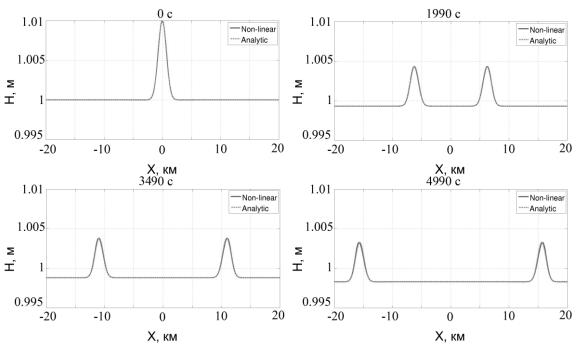


Рис. 1.3 Сравнение результатов вычисления CLAWPACK с линейной теорией. Случай малой амплитуды (0.01 м). Сверху указано время в секундах

Лишь спустя 80 минут после начала численного эксперимента на графике видно небольшое отклонение численного решения от линейной формы из-за действия нелинейности. На рис. 1.4 представлен другой тестовый случай распада волны, когда влияние нелинейности существенно с первых моментов времени. Амплитуда начальной волны в этом случае — 1 м, длина волны, как и в предыдущем случае, равна 5 км в основании.

Естественное различие в результатах при столь большом влиянии нелинейности – образование ударных фронтов в численном решении нелинейных уравнений. Следует отметить, что задние точки оснований (хвостов) волн в линейном и нелинейном случае совпадают, как это предсказывается теорией (Руденко и Солуян, 1975; Гурбатов и др., 2003).

Также в главе 2 (рис. 2.21) представлены результаты сравнения теоретических оценок заплесков одиночных волн на твердой стенке с результатами работы CLAWPACK.

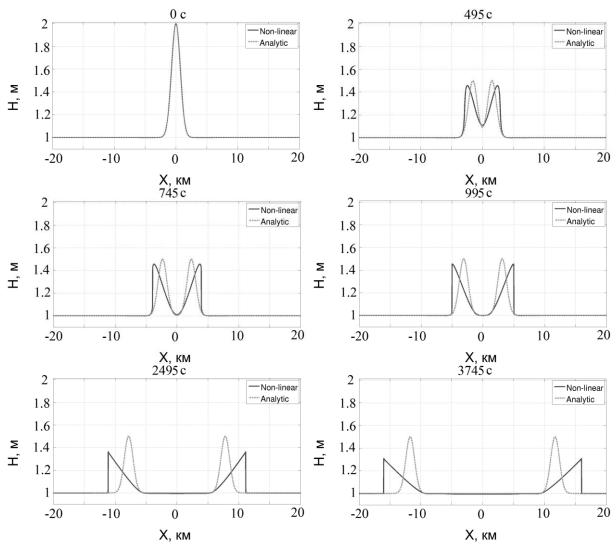


Рис. 1.4. Сравнение результатов вычисления CLAWPACK с линейной теорией. Амплитуда начальной волны - 1 м. Сверху указано время в секундах

§ 1.4. Типы обрушения мелководных волн в натурных условиях

Уже указывалось, что решения гиперболических систем ведут к так называемой градиентной катастрофе, чему соответствует появление ударной волны. Между тем, теория мелкой воды является асимптотической теорией, полученной из уравнений Эйлера с помощью асимптотической процедуры, основанной на малости отношения вертикальной скорости к горизонтальной. Ясно, что на фронте ударной волны вертикальная скорость не мала. Учет членов следующего порядка по этому малому параметру приводит к появлению дисперсионных слагаемых, и система уравнений перестает быть гиперболической. Получаемые таким образом уравнения типа Буссинеска и Кортевега-де Вриза содержат производные высших порядков (см., например, Пелиновский, 1996). В их рамках в

приближении слабой нелинейности было показано, что решение остается гладким всюду (даже в случае очень малой дисперсии). Поэтому неясно из теории, можно ли в принципе моделировать обрушение волны, которое всегда есть в рамках гиперболических уравнений. Очевидно, что это же должно быть и в рамках уравнений Эйлера, если нелинейность велика по сравнению с дисперсией. Обсудим поэтому натурные и частично лабораторные данные о характере обрушения волны на мелкой воде, чтобы понять влияние нелинейности и дисперсии на характер обрушения (в этих исследованиях принимала участие Е. Шургалина). Многочисленные наблюдения показывают сильное разнообразие волновых движений на мелководье. Это могут быть ударные волны (гидравлические прыжки) (рис. 1.5) или гладкие солитонобразные возмущения (рис. 1.6).



Рис. 1.5. Волна цунами, как пример обрушающегося бора на берегу. Таиланд, 2004 (источник: http://www.tsunamis.com)

С точки зрения физики естественно считать, что в первом случае важную роль играет нелинейность, и происходит обрушение волнового фронта, во втором - главным образом влияетдисперсия, а возмущение имеет волнообразную структуру и представляется набором солитонов. И если обрушающиеся (рис. 1.7(а)), возмущения действительно могут быть описаны в рамках теории мелкой воды, то при описании волнообразных боров (рис.1.7(б) и 1.8) необходимо учитывать дисперсионные эффекты (например, в рамках уравнения Кортевега-де Вриза) (Пелиновский, 1982; Chanson, 2011). В то же время

следует отметить, что если волна достаточно длинная, так что ударный фронт занимает малую часть волны, то ее в целом можно описывать как ударную волну, не интересуясь структурой фронта и аппроксимируя его разрывом.

В общем смысле вопрос, когда использовать ту или иную модель, или переходить с одной на другую, отнюдь не тривиален. Теоретических критериев не существует, и для ответа на поставленный вопрос, как правило, используются данные лабораторных экспериментов. Известно, что два этих случая различаются значением отношения глубин самого бора и воды, движущейся впереди него H/h (здесь H – полная высота бора за ударным фронтом, отсчитываемая от дна; h – глубина водоёма перед бором).

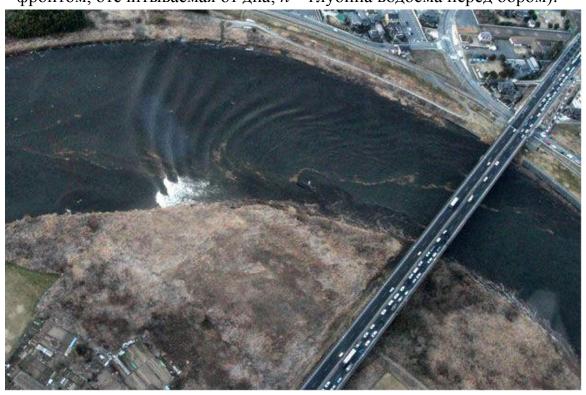


Рис. 1.6. Волны цунами (после землетрясения с магнитудой 8.9 баллов) идут против течения по реке Нака у города Хитачинака в провинции Ибараки, Япония, 2011 г. (источник: http://daypic.ru). Данный рисунок – пример волнообразного (волнообразного) бора. Он движется справа налево, поэтому слева четко виден передний фронт бора. Левая часть переднего фронта обрушена, что связано с уменьшением глубины

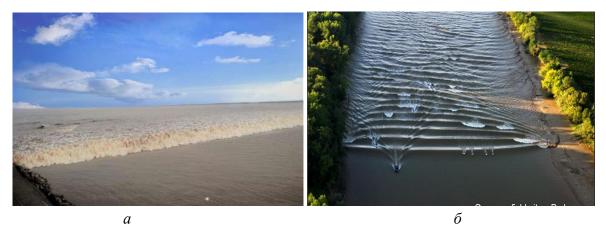


Рис.1.7. Виды боров: a) обрушающийся бор (Qiantang River, источник http://www.prlog.org), б) ундулярный бор (Garonne River, источник: (Chanson, 2011)

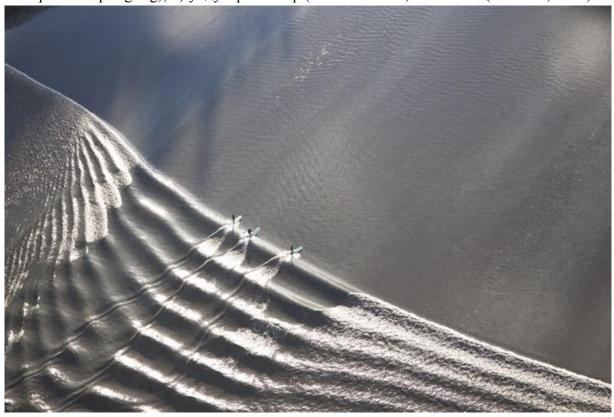


Рис.1.8. Фотография волнообразного бора в заливе Кука, Аляска (автор: Scott Dickerson / www.surfalaska.net). Ближе к берегам залива отчетливо видна смена режима бора от волнообразного к обрушающемуся в связи с уменьшением глубины воды

Так, в работе (Favre, 1935) приводится следующий простой критерий: если $\frac{H}{h}$ < 1.28, то бор считается волнообразным (на русском языке используется также термин ундулярный, как перевод с английского undular); если $\frac{H}{h}$ > 1.75 - бор опрокидывающийся (гидравлический прыжок), а в промежутке наблюдаются ундулярные боры с эффектами обрушения. В работе (Стокер, 1959) показан бо-

лее общий критерий: если $\frac{H}{h} < 1.5$, то бор считается волнообразным, если $\frac{H}{h} > 1.5$ - бор опрокидывающийся. Работа (Накамура, 1973) расширяет критерий Стокера еще одним условием: если $\frac{H}{h} > 9$, то реализуется случай параболической волны. Критерий Н.Favre обобщен в работе (Teles da Silva and Peregrine, 1990).В этой работе за смену режимов бора отвечает схожий параметр Δ , определяемый как $\Delta = \frac{H-h}{h}$. При этом, если $\Delta \le 0.3$, то бор определяется как волнообразный, при $\Delta \ge 0.7$ наблюдаемый бор должен быть обрушающимся. При промежуточных значениях параметра Δ наблюдаются оба эффекта - как обрушение, так и дисперсионный распад. Такие боры (в промежуточной области) в данной работе названы ундулярно-обрушающимися борами. Приводя значения параметра Δ к предыдущему случаю, интервалы нашего критерия сдвигаются: ундулярный бор должен проявляться при $\frac{H}{h} < 1.3$, а обрушающимся может считаться тот бор, у которого $\frac{H}{h} > 1.7$.

В то же время, в некоторых работах(Docherty and Chanson, 2010), на основе наблюдаемых данных движения бора в реках и лотках, в качестве критерия перехода из одного режима в другой пользуются числом Фруда, определяемым:

$$Fr = \frac{u_0 + U}{\sqrt{gh}},\tag{1.26}$$

где u_0 — начальная скорость потока (реки), по которому движется бор, U — скорость бора, относительно наблюдателя, стоящего на берегу.

Связь данного критерия с предыдущими выражается (Chanson, 2009):

$$\frac{H}{h} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8Fr^2} - 1 \right). \tag{1.27}$$

Ундулярный режим бора проявлялся при значениях Fr< 1.8 ($\frac{H}{h}$ < 1). Если число Фруда было больше указанных значений, бор переходил в режим обрушающегося. Использование этого критерия требует знания еще и скоростей течения, что бывает трудно определить при анализе натурных данных.

К сожалению, фотографии различных форм цунами очень редки; они зачастую являются отрывочными и не содержат информации о глубине места и высоты волны, чтобы проверить выполнимость критериев, приводимых ранее. В то же время существует достаточно большая коллекция приливных боров, образующихся при вхождении прилива в реку. Именно приливные боры, в отличие от цунами или волн, образовавшихся при обрушении плотины, обладают

весьма полезным свойством – периодичностью своего появления, что позволяет относительно быстро набрать большое число данных. Многие из них описаны в книге (Chanson, 2011) и для них даны количественные параметры. Поэтому приливные боры и были выбраны для анализа типов обрушения мелководных волн. В нашем случае в качестве таких входных параметров выступают тип и высота бора, а также глубина водоёма перед фронтом бора (табл.1.1).

Таблица 1.1. Натурные данные приливных боров

№	Река, дата	<i>h</i> , м	Н, м	H/h	Тип бора	Ссылка
1	Seine River	1	1.9	1.9	Обрушающийся	Chanson, 2008
2	Dee River 6/09/02	0.72	1.17	1.625	Обрушающийся	Simpson and Rippeth, 1993
3	Sélune River 24/09/10	0.38	0.72	1.89	Обрушающийся	Mouaze et al., 2010
4	Sélune River 25/09/10	0.33	0.74	2.25	Обрушающийся	Mouaze et al., 2010
5	Garonne River, Podensac10/09/10	3.1	4.2	1.35	Ундулярный	Bonneton et al., 2011
6	Garonne River, Podensac4/09/10	1.85	2.1	1.13	Ундулярный	Bonneton et al., 2011
7	Qiantang River October 2007	1	4	4	Обрушающийся	Cun-Hong and Hai- Yan, 2010.
8	Rio Mearim (Bra-	1.8	2.7	1.5	Ундулярный /	Kjerfve and Ferreira,
	zil)30/01/91				Обрушающийся	1993
9	Dee river, 15/05/2002	0.8	1.05	1.3	Ундулярный	Simpson et al., 2004
10	Garonne river, Arcins channel, 10/09/10	1.74	2.3	1.32	Ундулярный	Simon et al., 2011
11	Dee river, 22/09/72	1	1.8	1.8	Ундулярный	Chanson, 2009a
12	Dordogne river, 26/04/90	1.12	1.602	1.43	Ундулярный	Chanson, 2011
13	Daly river, 2/06/2003	1.5	1.779	1.19	Ундулярный	Chanson, 2011
14	Qiantang River 19-Sep-2009 (A)	7.12	7.90	1.1	Ундулярный	Zhu, 2011

В данном параграфе мы обсудим имеющиеся данные и критерии разделения, чтобы определить пределы применимости гиперболических уравнений (1.13)-(1.14), которые используются в работе. Для этого из разных источников были собраны натурные данные зарегистрированных приливных боров в реках

земного шара. Они представлены в табл. 1.1. Все эти случаи подбирались таким образом, чтобы не было повторных данных, т.е., например, измерения в одном и том же месте, в близкие даты, когда показатели примерно одинаковые.

Эти данные могут быть проверены на выполнение приведенных ранее критериев (рис. 1.9). Таким образом, получаем семь случаев ундулярных боров; пять - обрушающихся, один - который относится к обоим случаям ($\frac{H}{h}$ =1.8) и очень хорошо вписывается в критерии, указанные в работах H.Favre и A.F.Teles da Silva; и один ундулярный($\frac{H}{h}$ =1.8), который по представленным критериям должен был принадлежать классу обрушающихся боров. Но так как функция распределения всегда имеет "хвосты", этот случай не нарушает статистику.

Отметим также данные эксперимента, проведенного в большом волновом канале (GWK, Ганновер, Германия) в рамках европейского гранта "Long wave dynamics and statistics of the shore line motion: influence of the asymmetry and non linearity of incoming waves".

Его результаты опубликованы в статьях (Didenkulova et al., 2013; Denissen-ko et al., 2013). В ходе натурных экспериментов в большом волновом канале был смоделирован обрушающийся бор высотой 1.4 м при общей глубине воды в бассейне равной 3.5 м (рис. 1.10). Таким образом, величина H/h для этого случая равна 1.4. Бор был сфокусирован из нескольких волн около начала пологого откоса (см. главу 3).

Данный случай и по величине H/h, и по описанию режима вписывается в критерии H.Favre, A.F.Teles da Silva, по которым он определяется как ундулярно-обрушающийся. К граничному значению критерия, который указали Стокер и Накамура в своих работах (Стокер, 1959) и (Накамура, 1973), данный случай находится достаточно близко.

Итак, все собранные случаи боров подтверждают, что представленные критерии смены характера бора выполняются практически во всех случаях, а наиболее опасные обрушающиеся боры (т.к. перепад высот велик) случаются в таких реках, как Seine River, Dee River, Sélune River, Qiantang River и Rio Mearim. При достаточно большой амплитуде движущегося бора и длинных мелководных волн в целом, вместо дисперсионного распада начальной волны наблюдается картина формирования и распространения волны с ударным фронтом. Для таких боров (гидравлических прыжков) дисперсионными эффектами можно пренебречь и решать уравнения мелкой воды(1.13)-(1.14). Говоря о представленных в данном параграфе критериях, заметим, что самым ранним является критерий смены режимов, описанный H.Favre.



Рис. 1.9. Распределения данных наблюдений по параметру H/h





Рис. 1.10. Обрушающийся бор (1.4 м), сгенерированный волнопродуктором в большом волновом канале (GWK)

Критерии Стокера, Накамуры и Chanson являются достаточно категоричными и, на наш взгляд, не всегда способны точно описать поведение бора (например, в том случае, когда одновременно с дисперсионным эффектом проявлялся эффект обрушения). Критерий A.F. Teles da Silva, является, по сути, уточнением критерия H. Favre и имеет более широкий диапазон значений H/h, поэтому с большей уверенностью может быть применим к натурным данным (выполнение данного критерия для приведенных численных экспериментов было выполнено в главах 2 и 3).

В перовой главе монографии описана математическая модель нелинейной теории мелкой воды. Основное внимание уделено форме уравнений, допускающих образование разрывных решений (ударных волн). Приведено описание численного комплекса CLAWPACK, позволяющего решать гиперболические уравнения, и применяемого далее для описания процесса трансформации волн на мелкой воде с учетом их обрушения. Обсуждается критерий перехода бора

от гидравлического прыжка к волнообразному бору, основанный на натурных данных. Все это необходимо для обоснования выбора инструментария, который в последующих главах будет использован для решения задач движения волны в бассейне как постоянной, так и переменной глубины.

ГЛАВА 2. НЕЛИНЕЙНАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ДЛИННОЙ ВОЛНЫ В УДАРНУЮ В БАССЕЙНЕ С ПОСТОЯННОЙ ГЛУБИНОЙ

В данной главе будет выполнен анализ процесса формирования и эволюции ударной волны на мелководье без ограничения на ее амплитуду в рамках теории мелкой воды. Главной ее целью является обсуждение основных сценариев взаимодействия длинных волн, которые могут привести к появлению волн-убийц на мелкой воде с учетом эффектов сильной нелинейности и обрушения. В §2.1 рассмотрена трансформация римановой волны отрицательной полярности (впадины) в ударную. В частности, исследованы нелинейные эффекты самоотражения от ударного фронта в случаях больших амплитуд. В §2.2 изучено однонаправленное взаимодействие волн с учетом указанных выше нелинейных эффектов. В §2.3 проведено численное исследование взаимодействие длинных волн со стенкой. Результаты сравниваются с теоретическими предсказаниями. В §2.4 анализируется встречное взаимодействие уединенных волн большой амплитуды в мелководном бассейне. Нелинейные эффекты в динамике волн цунами в очаге описаны в §2.5. Полученные результаты суммированы в заключении.

§ 2.1. Трансформация римановой волны в ударную

Рассмотрим классическую задачу трансформации римановой волны в ударную. В отличие от описанных сценариев в большинстве книг по нелинейным волнам (Уизем, 1974; Островский и Потапов, 2003; Рабинович и Трубецков, 2000), мы не будем ограничиваться случаем малой нелинейности. Теоретическая модель основана на уравнениях мелкой воды, которые обсуждались в главе 1. Здесь мы воспроизведем основные уравнения модели, считая невозмущенную глубину бассейна h постоянной

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \qquad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [Hu] = 0. \qquad (2.1)$$

Напомним сначала известное решение для римановой необрушенной волны. При рассмотрении волн, движущихся в одну сторону (для определенности в сторону x > 0), порядок системы (2.1) может быть понижен, и получаемое уравнение может быть записано в виде (Вольцингер и др., 1989; Диденкулова и др., 2006).

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V(H) \frac{\partial H}{\partial x} = 0, \qquad u = 2\left(\sqrt{gH} - \sqrt{gh}\right), \qquad (2.2)$$

$$V = \sqrt{gh} + \frac{3u}{2} = 3\sqrt{gH} - 2\sqrt{gh}$$
 (2.3)

Важно отметить, что уравнение (2.2) является точным в рамках теории мелкой воды и справедливо для волны любой амплитуды вплоть до ее обрушения. Общее решение уравнения (2.2) имеет вид

$$H(x,t) = H_0[x - V(H)t],$$
 (2.4)

где $H_0(x)$ определяет профиль водной поверхности в начальный момент времени. Неявная форма решения (2.4) описывает так называемую волну Римана, хорошо известную в нелинейной акустике (Гурбатов и др., 1990; Руденко и Солуян, 1975) и в теории волн на мелкой воде (Вольцингер и др., 1989; Диденкулова и др., 2006). Решение (2.4) описывает нелинейную деформацию волны с укручением ее переднего склона. Детальный анализ нелинейной деформации мелководной волны и изменения ее спектрального состава до момента обрушения выполнен в работе (Диденкулова и др., 2006).

Поясним сначала сам эффект более сильной нелинейности во впадине волны, чем в ее гребне. Зависимость локальной скорости распространения волны от ее амплитуды, V(H) определяющая нелинейную деформацию волны, представлена на рис. 2.1 (здесь $c = \sqrt{gh}$ - скорость распространения линейных длинных волн).

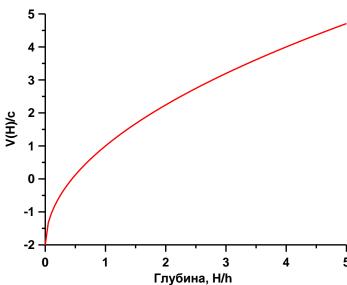


Рис. 2.1. Скорость деформации волны в зависимости от локальной глубины в волне

Скорость положительного возмущения (гребня волны) всегда превышает линейную скорость распространения, так что со временем гребень приобретает крутой фронт. Если же волна отрицательной полярности (впадина), то ее скорость меньше линейной скорости, и крутой фронт формируется на заднем склоне волны. Если же глубина впадины очень велика, так что

$$H < H_{cr} = \frac{4}{9}h, (2.5)$$

то скорость впадины становится отрицательной, смотри формулу (2.3). В этом случае разные участки волнового профиля распространяются в разные стороны, так что ударная волна образуется практически мгновенно. Уже отсюда видно, что нелинейные эффекты должны наиболее ярко проявляться во впадине волны, чем на ее гребне. Очевидно, при достижении критической амплитуды, когда V становится равным нулю, параметр нелинейности, определяемый как отношение скорости частиц в воде к скорости распространения волны (число Маха, u/V) формально становится бесконечным.

Именно поэтому в качестве начального условия для римановой волны здесь выбран гауссовый импульс отрицательной полярности (впадина на водной поверхности)

$$H_0(x) = h \left[1 - A_0 \exp\left(-\frac{x^2}{l^2}\right) \right],$$
 (2.6)

скорость течения в котором определяется правой формулой (2.2) так, чтобы волна распространялась в одну сторону. Невозмущенная глубина бассейна h принята 1 м. В последующих расчетах характерный «полу-размер» импульса $l=142\,$ м, так что приближение длинных волн выполняется. Безразмерная амплитуда волны A_0 менялась в широких пределах. Чтобы учитывать ударные волны, использовалась система уравнений (1.13)-(1.14), записанная в полных потоках, обеспечивая дивергентную форму законов сохранения. Уравнения мелкой воды решались с периодическими граничными условиями, размер расчетной области 8км позволял наблюдать нелинейную деформацию волны.

Оценим сначала время обрушения, когда риманова волна (2.4) перестает быть гладкой. Время появления первого крутого участка на теле волны (опрокидывание) может быть вычислено точно для любой амплитуды (Диденкулова и др., 2006)

$$T_{br} = \frac{1}{\max \left[-\frac{dV}{dH} \frac{dH_0(x)}{dx} \right]} . \tag{2.7}$$

В частности, для начального возмущения (2.6) зависимость безразмерной длины обрушения ($X=cT_{br}/l$) от безразмерной амплитуды волны A_0 определяется параметрической кривой

$$X = \frac{2}{3A_0} [y \exp(y^2)], \qquad A_0 = (1 - 2y^2) \exp(y^2), \qquad (2.8)$$

эта зависимость представлена на рис. 2.2. Как и следовало ожидать, волна малой амплитуды опрокидывается на больших расстояниях (пропорциональных A_0^{-1}), в то время как волна большой амплитуды обрушается практически мгновенно. Заметим, что критическая глубина (2.5), которой

соответствует $A_0 = 5/9$, формально ничем не выделена на рис. 2.2, однако при $A_0 > 0.5$ волна опрокидывается на расстояниях, не превышающих ее длину.

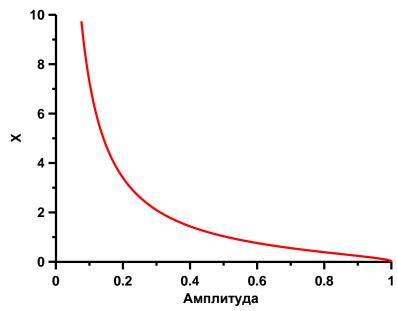


Рис. 2.2. Длина опрокидывания римановой волны в зависимости от ее амплитуды

Если волна имеет достаточно малую амплитуду, то ее эволюция происходит по стандартному сценарию: импульс трансформируется в ударный, который затухает со временем и растягивается в пространстве. В первой серии расчетов безразмерная глубина впадины была относительно небольшой $(A_0 = 0.2 \text{и } 0.3)$. В случае бора малой амплитуды дисперсионные поправки могут быть существенны, и бор может иметь волнообразную структуру (Chanson, 2011), что мы подробно обсуждали в первой главе (см. §1.4). Однако выводы о характере структуры бора относятся к стационарному случаю, в то время как здесь мы рассматриваем существенно нестационарный бор. Поэтому мы пока ограничимся чисто мелководной теорией, оставляя за кадром возможные дисперсионные эффекты. Трансформация волны малой амплитуды ($A_0 = 0.2$ и 0.3) иллюстрируется соответственно рис. 2.3и рис.2.4для различных моментов времени. Фактически такая трансформация может быть описана уравнением Бюргерса (Уизем, 1974; Островский и Потапов, 2003; Рабинович и Трубецков, 2000). Примечательно, что в рамках уравнения Бюргерса может быть изучена и динамика нерегулярных волн, так называемая бюргерсовская турбулентность. При этом волновое поле затухает, оставаясь негауссовым, а вероятность появления больших волн уменьшается (Гурбатов и др., 1990).

Качественно процесс формирования и эволюции ударной волны идет в соответствии с предсказаниями слабонелинейной теории (Пелиновский, 1982; Руденко и Солуян, 1975). Ударная волна начинает формироваться за время порядка 95 с в соответствии с (2.8), однако начальная стадия образования удар-

ного фронта не очень заметна на рис. 2.4. Приблизительно к 200 с, разрыв в волне полностью сформировался, и далее волна начинает затухать по амплитуде (рис. 2.5).

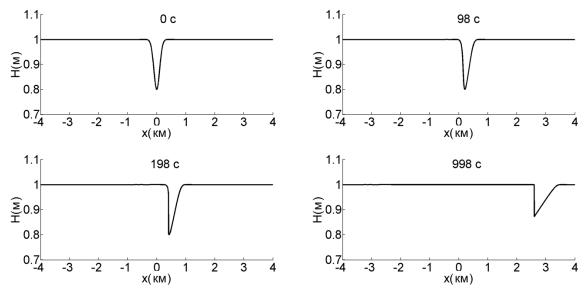


Рис. 2.3. Формирование ударной волны малой амплитуды, начальная амплитуда волны 0.2 м. Цифрами показано время в секундах

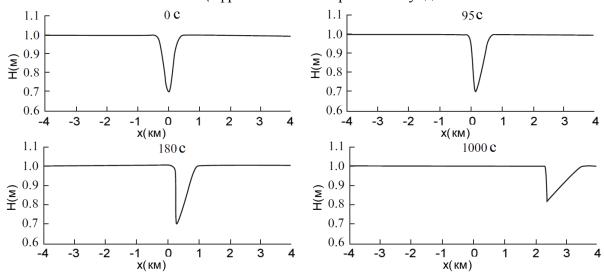


Рис. 2.4.Формирование ударной волны малой амплитуды, начальная амплитуда волны 0.3 м

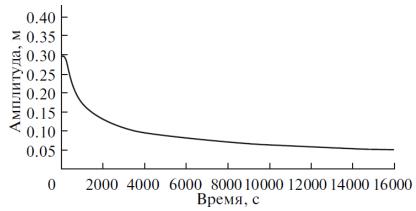


Рис. 2.5. Зависимость амплитуды волны со временем для случая с начальной амплитудой волны 0.3 м

С увеличением амплитуды нелинейные эффекты проявляются на меньших временах, и наблюдается новый эффект: формирование отраженной волны от разрыва в бегущей волне. Рис. 2.6 иллюстрирует сказанное для $A_0 = 0.6$. Отраженная волна имеет малую амплитуду и большую длину, сопоставимую с длиной импульса. Природа появления отраженной волны описана в работе (Руденко и Солуян, 1975), она связана с тем, что ударный фронт не может быть «вписан» в риманову волну (2.2). В случае больших амплитуд ($A_0 > 5/9$) это различие наиболее заметно: риманова волна должна двигаться налево, в то время как ударная волна — направо.

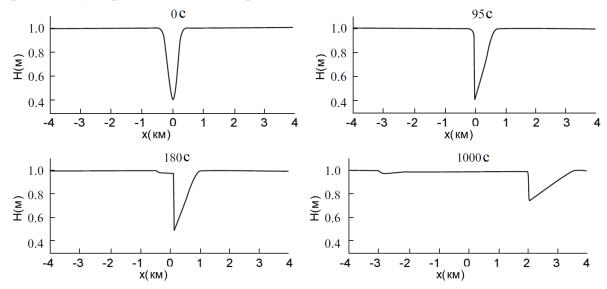


Рис. 2.6. Формирование ударной волны и появление отраженной от разрыва волны, начальная амплитуда волны 0.6 м

Еще более сильные эффекты можно наблюдать, если увеличить амплитуду впадины. Рис. 2.7 и 2.8 иллюстрируют структуру волнового поля со временем для начальных амплитуд 0.8 и 0.9 м.

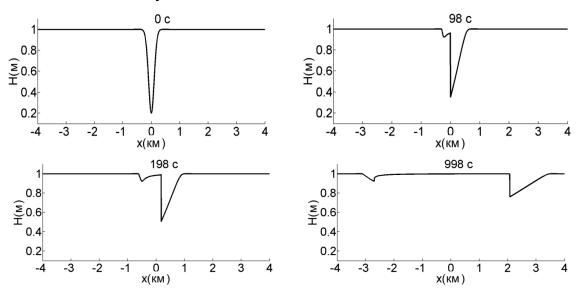


Рис. 2.7. То же, что и на рис. 2.6 при начальной амплитуде волны 0.8 м

Здесь, при формировании ударного фронта, с него срывается вершинка, которая распространяется в противоположную сторону. При больших амплитудах отраженная волна также трансформируется в ударную. Поскольку скорость частиц в подошве меньше линейной скорости, то разрыв формируется на заднем склоне отраженной волны.

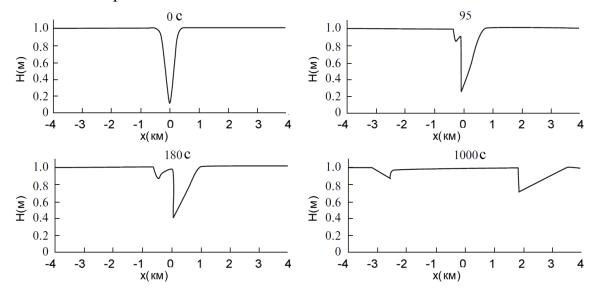


Рис. 2.8. То же, что и на рис. 2.6 при начальной амплитуде волны 0.9 м

Изменение амплитуды бора в рамках слабо нелинейной теории, как известно, может быть найдено с использованием правила «равных площадей» (Пелиновский, 1982; Руденко и Солуян, 1975). Не приводя здесь весьма громоздких трансцендентных уравнений для амплитуды ударной волны (их громоздкость связана с гауссовой формой начального возмущения), дадим асимптотическое выражение, справедливое на заключительной стадии вырождения ударной волны

$$A(t) \sim A_0 \sqrt{\frac{2T_{br}}{t}}. (2.9)$$

Асимптотическая кривая (2.9) показана на рис. 2.9 сплошной линией, и она хорошо описывает изменения амплитуды ударной волны на больших временах, как слабо нелинейных, так и сильно нелинейных волн.

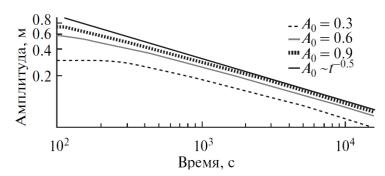


Рис. 2.9. Убывание амплитуды ударной волны со временем

Амплитуда отраженной волны в зависимости от начальной амплитуды основной волны представлена на рис. 2.10. Согласно слабонелинейной теории акустических ударных волн в третьем порядке теории возмущений (Руденко и Солуян, 1975), амплитуда отраженной волны почти в точности равна A_0^3 , эта асимптотическая зависимость также представлена 2.10. Асимптотическая зависимость хорошо работает не только для волн малой амплитуды, но и для волн большой амплитуды ($A_0 \sim 0.8$), за исключением аномально больших ($A_0 \sim 0.9 - 0.98$). Весьма интересна форма отраженной волны, которая остается импульсной и трансформируется на больших временах в треугольный импульс с ударным фронтом, в каком-то смысле зеркально отраженным падающему импульсу. Отметим, что эффект отражения от ударного фронта, предсказанный в работе (Руденко и Солуян, 1975), моделировался в нелинейных линиях передачи (Воляк и др., 1975), где, однако, отражению приводя дисперсия играла свою роль, К относительно высокочастотной волны. В наших расчетах дисперсия отсутствует, и при большой амплитуде отраженная волна становится также ударной, что хорошо заметно на рис. 2.6, 2.7 и 2.8.

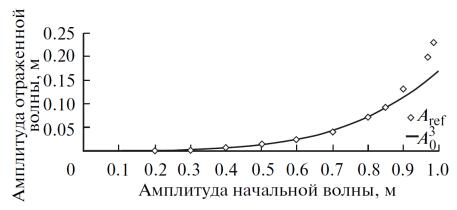


Рис. 2.10. Зависимость амплитуды отраженной волны, возникающей при образовании ударной волны, от амплитуды начального возмущения.

§ 2.2. Однонаправленное взаимодействие нелинейных волн

В данном разделе мы фокусируемся на взаимодействии сильно нелинейных волн большой амплитуды, распространяющихся в одном направлении, в бассейне постоянной глубиныh=1 м.Рассмотрим взаимодействие волновых импульсов положительной полярности, имеющих гауссову форму

$$H_0(x) = h + A_1 \exp\left(-\frac{4(x)^2}{\lambda_1^2}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{4(x - x_0)^2}{\lambda_2^2}\right). \tag{2.10}$$

Здесь A_i - размерные амплитуды волн, λ_i - их характерные длины, а x_0 характеризует расстояние между импульсами. Рассчитано несколько случаев взаимодействия волн с различными высотами и длинами импульсов. Рис. 2.11 демонстрирует взаимодействие двух волн с высотами 0.9 м и 0.8 м; и характерными длинами 0.9 км и 2.8 км соответственно. Длина бассейна в данном случае равна 20 км.

Оба импульса характеризуются достаточно большими амплитудами и к моменту времени 20 минут оба трансформируются в ударные волны (рис. 2.11). Отстающая волна, которая уже и выше ведущей, обретает крутой фронт уже спустя 3 минуты после начала распространения и затухает заметно быстрее. В слабо нелинейном случае формирование ударного фронта может быть описано аналитически, соответствующее решение задачи с нелинейным взаимодействием предсказывает слияние двух ударных волн в одну (треугольник) (Гурбатов и Саичев, 2003).

Данный сценарий реализуется и в сильно нелинейном случае, хотя ударные волны рассеиваются до определенной степени еще до слияния. Это видно из рис. 2.11 в момент времени 20 минут. Следует обратить внимание, что формирование ударной волны сопровождается образованием отраженной волны малой амплитуды и отрицательной полярности (такую волну с амплитудой 0.01 м можно наблюдать в моменты времени 20 и 60 минут на рис. 2.11).

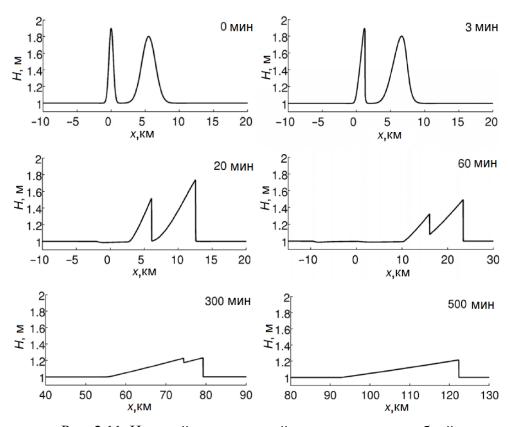


Рис. 2.11. Нелинейное взаимодействие волновых гребней

Таким образом, процесс взаимодействия сильно нелинейных волн положительной полярности качественно протекает, так же как и в слабо нелинейном случае за исключением формирования небольшой отраженной волны отрицательной полярности.

Теперь рассмотрим взаимодействие двух волн гауссовой формы отрицательной полярности, амплитудам которых в (2.10) соответствуют $-A_i$. Качественно, процесс взаимодействия слабо нелинейных волн не зависит от полярности исходных импульсов и является одинаковым для случаев, когда обе волны имеют одинаковую полярность (отрицательную или положительную). Новые эффекты выявляются лишь в сильно нелинейном сценарии. Поэтому здесь мы проиллюстрируем взаимодействие одинаковых сильно нелинейных волн высотой 0.9 м и шириной 0.9 км каждая, расположенных на расстоянии 5 км друг от друга (рис. 2.12).

Процесс формирования отраженных волн отчетливо виден на рис. 2.12 в момент времени 7 минут. Это приводит к быстрому затуханию начальных импульсов по амплитуде (до 30%).

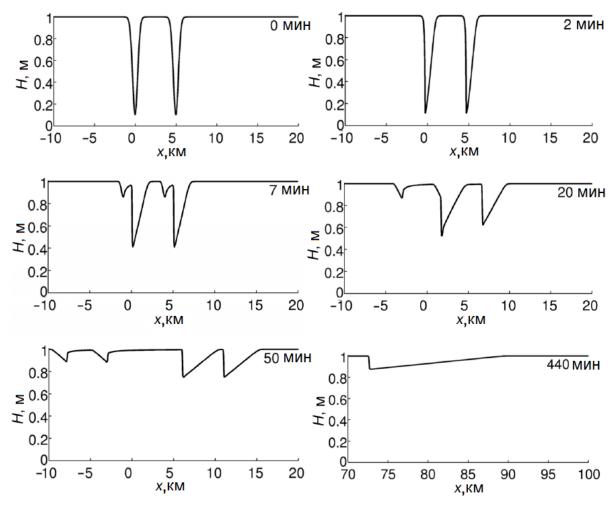


Рис. 2.12. Нелинейное взаимодействие волновых впадин

Суперпозиция двух волн, отстающей и отраженной от лидирующей, приводит к кратковременному увеличению амплитуды отстающей волны, которое можно заметить в момент времени 20 минут на рис. 2.12. Далее нелинейная деформация обеих групп волн (падающих и отраженных) развивается самостоятельно. Падающие волны, распространяющиеся вправо, сливаются после 440 минут. В связи с отрицательной полярностью, ударный фронт формируется на заднем склоне как право- так и лево-бегущих волн. Несмотря на тот факт, что взаимодействие волн происходит несколько по-разному (отстающая волна взаимодействует с волной, отраженной от лидирующей), после разделения обе падающие волны (то же самое можно сказать и об отраженных волнах) имеют одинаковую форму и амплитуду. Это видно на рис. 2.12 в момент времени 50 минут.

Если же начальные импульсы не являются идентичными, волновое поле становится более сложным (рис. 2.13 и рис. 2.14). Если ведущий импульс имеет меньшую ширину (0.9 км), по сравнению с 2.8 км шириной у отстающего (рис. 2.13), то он формирует ударный фронт и генерирует отраженную волну первым, а далее начинает распространяться как ударная волна, уменьшаясь по амплитуде.

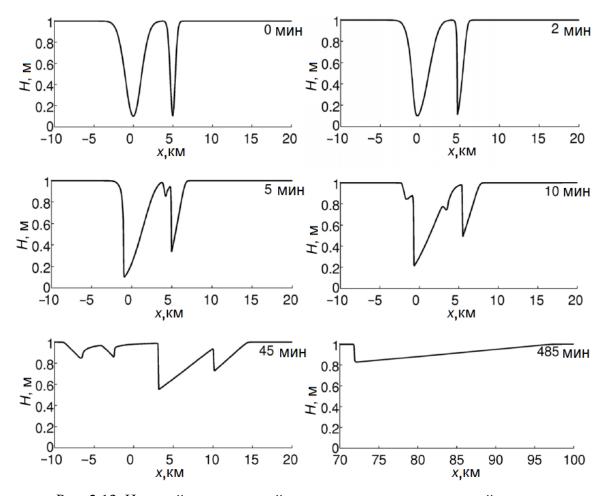


Рис. 2.13. Нелинейное взаимодействие волновых впадин разной ширины

В результате, когда отстающая волна превращается в ударную, амплитуда ведущей волны стала уже заметно меньше. Отраженная от отстающего импульса волна (которая тоже становится ударной) больше и шире, чем волна, отраженная от лидирующего импульса. В то же время, благодаря большей ширине отстающей волны, расстояние между фронтами ударных волн больше, чем в предыдущем случае (рис. 2.13), и в результате требуется несколько больше времени для их слияния.

Наоборот, когда ведущая волна шире (2.8 км), чем последующая (0.9 км), как показано на рис.2.14, она сохраняет свою амплитуду в течение более длительного промежутка времени. В результате процесс слияния падающих волн происходит гораздо быстрее.

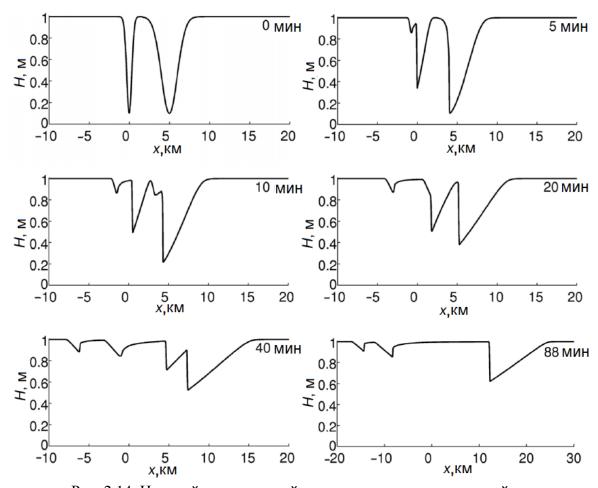


Рис. 2.14. Нелинейное взаимодействие волновых впадин разной ширины

Описанный в предыдущем параграфе эффект формирования отраженной волны, влияет на однонаправленное взаимодействие двух волн разной амплитуды и ширины (рис. 2.15).

Такого рода процессы имеют место и в случайных полях, поэтому случай с двумя однонаправленными волнами представляет собой единичный акт такого взаимодействия. При распространении волны сливаются в один импульс, оставляя за собой отраженные волны, которые, в случае случайного поля, в свою очередь, будут взаимодействовать с другими падающими волнами,

движущимися во встречном направлении. Уже из продемонстрированного единичного сценария видно, что взаимодействие нерегулярных волн представляет собой сложный процесс,обработка которого требует больших машинных ресурсов.

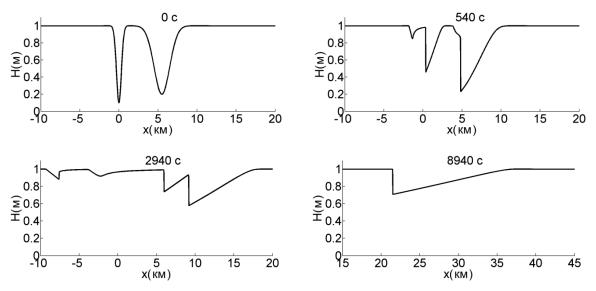


Рис. 2.15. Однонаправленное взаимодействие двух впадин с начальными амплитудами 0.9 м и 0.8 м и характерными длинами волн 0.9 км и 2.8 км соответственно

Таким образом, взаимодействие двух сильно нелинейных волн отрицательной полярности начинается с быстрого уменьшения амплитуды волн (до 30%), вызванного возникновением отраженных волн. После этой фазы волны продолжают свое взаимодействие по слабо нелинейному сценарию. Следует отметить, что волна, отраженная от ударного фронта узкого импульса, короче волны, отраженной от фронта ударной волны широкого импульса, и сама становится ударной за более короткий промежуток времени (аналогично падающим волнам).

Чтобы продемонстрировать «разность» действия нелинейности на импульсы разной полярности (гребень и впадину) рассмотрим теперь знакопеременную волну, бегущую вправо, описываемую выражением:

$$H_0(x) = h \left[1 - B \exp\left(-\frac{x^2}{l^2}\right) \sin(kx) \right].$$
 (2.11)

В расчетах принято что, l = 1000 м, и $k = 5 \cdot 10^{-4}$ м $^{-1}$. Величина B изменялась в широких пределах (0.1-10) так, чтобы максимальное отклонение профиля от равновесного состояния $A_0 = B^*$ Max $[\exp(-x^2/l^2)\sin(kx)]$ принимало значения от 0 до h. На рис. 2.16 показана деформация волны с начальной амплитудой $A_0 = 0.6$ м. Как мы отмечали ранее, динамика впадины волны является сильно нелинейной, и часть ее стремится двигаться в обратную сторону. Это свойство проявляется и в знакопеременной волне. В результате от волны отщепляется

импульс отрицательной полярности, при этом отраженная волна сначала взаимодействует с положительной частью основной волны. Формируемая ударная волна, распространяющаяся вправо, становится несимметричной относительно горизонтальной оси. Еще более сильно эти эффекты выражены при амплитуде $A_0 = 0.9$ (рис. 2.17). В этом случае отраженная волна быстро становится ударной, а основная волна, в конечном счете, трансформируется в положительный ударный треугольник. Этот эффект связан с взаимодействием двух ударных волн разной полярности, одна из которых (горб) является более сильной.

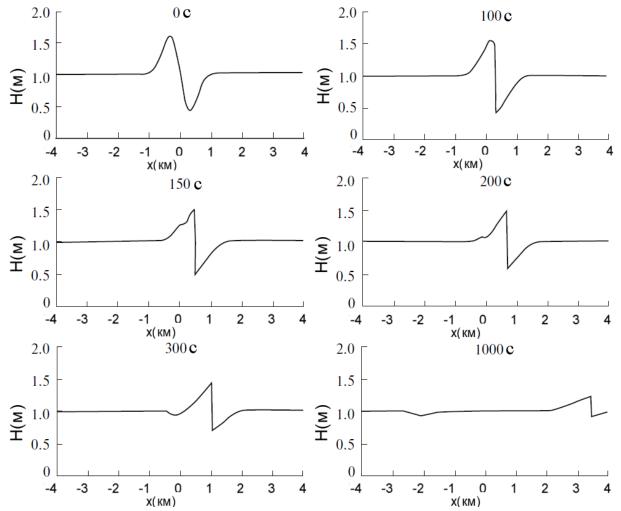


Рис. 2.16. Формирование ударной волны и появление отраженной от разрыва волны в случае знакопеременного начального импульса с начальной амплитудой 0.6 м

Еще один интересный случай, отражающий качественно и количественно разницу в распространении между волновыми гребнями и впадинами — взаимодействие двух волн противоположных полярностей (рис. 2.18).

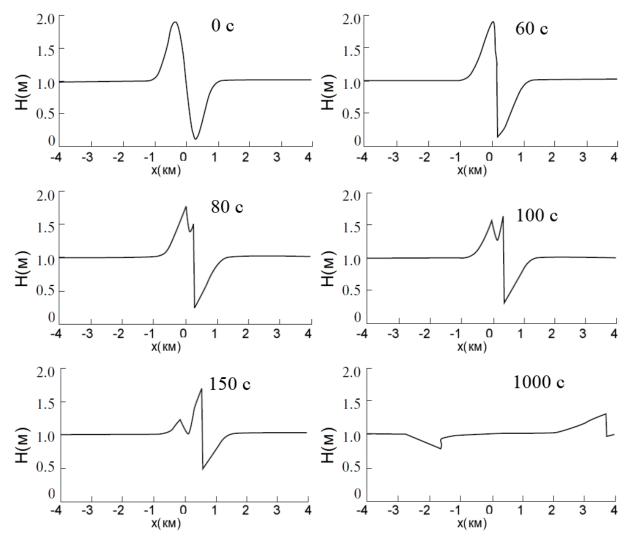


Рис. 2.17. Формирование ударной волны и появление отраженной от разрыва волны в случае знакопеременного начального импульса с начальной амплитудой 0.9 м

Видно, что волновой гребень и впадина одинаковой амплитуды 0,9 м и ширины 0,9 км ведут себя по-разному. Впадина укручается и обретает ударный фронт гораздо быстрее, чем положительный импульс. Как уже отмечалось в §2.2, это связано с тем, что нелинейность проявляется сильнее в волне отрицательной полярности, нежели чем в положительной. Ударный фронт впадины создает отраженную волну, которая распространяется влево, в момент времени 5 минут (рис. 2.18). Затем положительный импульс становится ударным, и с него тоже «соскальзывает» отраженная волна (момент времени 9 минут на рис. 2.18), которая распространяется влево первой, обладая меньшей амплитудой, чем аналогичная волна созданная впадиной. Спустя 10 минут после начала, два ударных фронта падающих волн сливаются в один, создавая при этом еще одну отраженную волну отрицательной полярности (0.08 м), которая закрывает последовательность из трех отражений, распространяющихся влево (рис. 2.19).

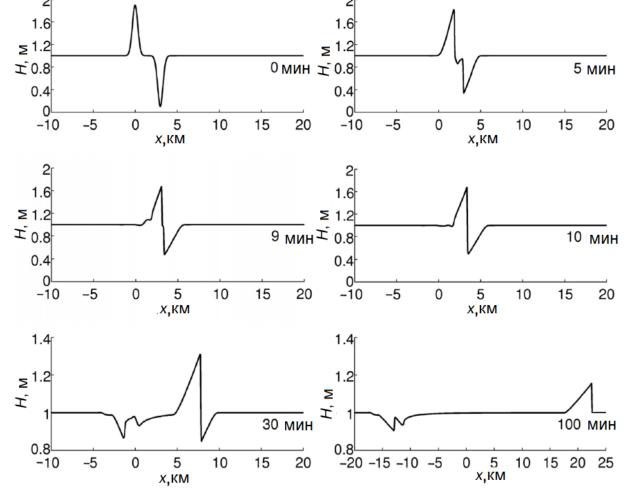


Рис. 2.18. Нелинейное взаимодействие волн одинаковой амплитуды и длины, но разной полярности в моменты времени 0, 5, 9, 10, 30 и 100 минут

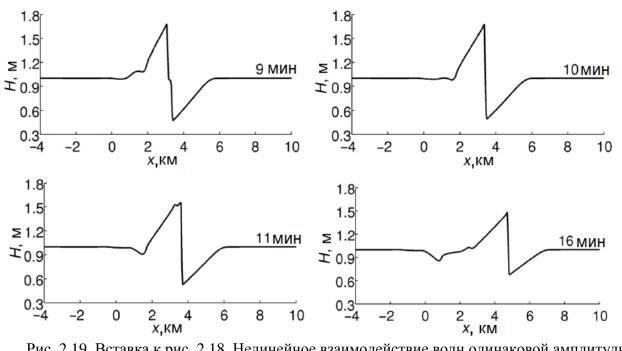


Рис. 2.19. Вставка к рис. 2.18. Нелинейное взаимодействие волн одинаковой амплитуды и длины, но разной полярности в моменты времени 9, 10, 11 и 16 минут

Сильное уменьшение амплитуды впадины за счет генерации отраженной волны приводит к асимметрии падающего импульса. Объединенный знакопеременный ударный фронт превращается в волновой гребень спустя 100 минут распространения. Это отражает еще одну хорошо известную особенность теории мелкой воды — волновые гребни более устойчивы, чем впадины. В обратном же случае, когда лидирующая волна имеет положительную полярность, а отстающая — отрицательную, падающие импульсы никогда не догонят друг друга. Тем не менее, отраженные волны появляются и ведут себя подобно рассмотренным ранее случаям.

§ 2.3. Нелинейное взаимодействие длинных волн со стенкой

Рассмотрим взаимодействие римановой волны со стенкой, что в принципе эквивалентно описанному в $\S 2.4$ случаю встречного взаимодействия двух одинаковых римановых волн.В этом случае система (2.1) должна решаться с учетом граничного условия непротекания воды через стенку(x = 0):

$$u(x=0,t)=0. (2.12)$$

Взаимодействие римановой волны со стенкой в бассейне постоянной глубины подробно описано в работах (Пелиновский, 1996; Pelinovsky et al., 2008), поэтому здесь мы остановимся только на главных результатах, опуская сам вывод. В частности, удается связать максимальные значения толщины водного потока вдали от берега H_{in} и на стенке H_{w} :

$$\frac{H_{w}}{h} = 1 + 4 \left[\frac{H_{in}}{h} - \sqrt{\frac{H_{in}}{h}} \right]. \tag{2.13}$$

Из этого выражения видно, что высота волны на стенке нелинейно растет с увеличением высоты падающей волны. Динамика взаимодействия слабонелинейной волны высотой 0.2 м с вертикальной стенкой представлена на рис. 2.20. Формально при такой амплитуде требования критериев из §1.4 не выполняются, но в связи с тем, что в конкретном случае нелинейность слабая, процесс взаимодействия со стенкой происходит до процесса обрушения. В этом случае волна слегка укручается при подходе к стенке и плавно накатывается на нее. Максимальная высота наката при этом составляет 0.42 м, что соответствует оценке, сделанной по формуле (2.13) и близко к значению, полученному из линейной теории (0.4 м).

Поскольку падающая и отраженная волны всегда могут быть разделены в пространстве, то наш подход также может быть применен и для случайного поля волн. В этом случае, мы сможем описать спектр и функции распределения волнового поля.

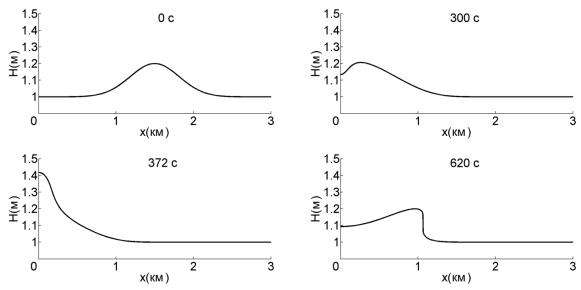


Рис. 2.20 Взаимодействие со стенкой волны с начальной высотой 0.2 м

Используя соотношение (2.13), можно найти связь между распределениями максимальных значений толщины водного потока вдали от берега W_{H_m} и на стенке W_{H_w} (Pelinovsky et al., 2008; Didenkulova and Pelinovsky, 2011):

$$W_{H_{w}}(H_{w}) = W_{H_{in}}(H_{in}) \left| \frac{dH_{in}}{dH_{w}} \right|_{H_{v}(H_{w})}.$$
 (2.14)

Тогда вероятность хотя бы однократного превышения любого фиксированного уровня воды на стенке, отражающая возникновение волн-убийц, может быть найдена интегрированием плотности вероятности (2.14). Если предположить, что H_{in} вдали от берега распределены по Рэлею (то есть само поле представляет собой гауссов процесс):

$$P(H_{in}) = \exp\left(-\frac{2(H_{in} - h)^2}{A_s^2}\right),$$
 (2.15)

где A_s — это так называемая значительная амплитуда, определяемая через дисперсию гауссового процесса, как 2σ , то соответствующая вероятность превышения фиксированного уровня воды на стенке может быть рассчитана из (2.15). Соответствующие ее расчеты представлены на рис. 2.21 для различных значений параметра $\varepsilon = H_s/h$, где $H_s = 2A_s$ — значительная амплитуда волн на стенке, которая, как это следует из линейной теории, в два раза превышает соответствующую амплитуду волн вдали от берега.

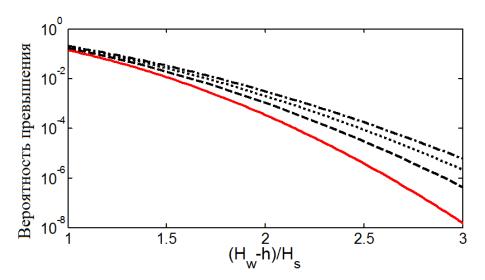


Рис. 2.21. Вероятность превышения уровня воды на стенке для различных значений параметра $\varepsilon = 0.2$ (штриховая линия), 0.4 (пунктирная линия) и 0.6 (штрихпунктирная линия); сплошная линия соответствует распределению Рэлея

Из рис. 2.21 видно, что вероятность образования высоких волн растет с увеличением нелинейности и превышает вероятность, соответствующую распределению Рэлея, следовательно, волны-убийцы возникают чаще вблизи крутого берега, чем в открытом море. Это также может объяснить большое количество аварий и несчастных случаев, вызванных волнами-убийцами в прибрежной зоне (Nikolkina and Didenkulova, 2011).

Еще раз подчеркнем, что данный результат был получен в приближении необрушенных волн с плавным профилем. Учет обрушения в задаче взаимодействия волны со стенкой может быть произведен численно, что и обсуждается далее.

Взаимодействие длинных волн со стенкой с учетом обрушения изучалось численно в бассейне постоянной глубины (h=1). Падающая волна имела гауссову форму:

$$H_{in}(x) = h + A \exp\left(-\frac{4(x+x_0)^2}{\lambda^2}\right), \qquad u_{in} = -2(\sqrt{gH_{in}} - \sqrt{gh}),$$
 (2.16)

где x_0 определяло положение волны вдали от берега, а A и λ - это высота и характерная длина волны соответственно.

Пример формирования ударной волны при ее подходе к стенке и взаимодействие обрушенной волны со стенкой, расположенной в x = 0, показан на рис. 2.22. Начальная амплитуда волны составляла 0.9 м. Через 612 с, при подходе волны к стенке, ее высота упала до 0.7 м.

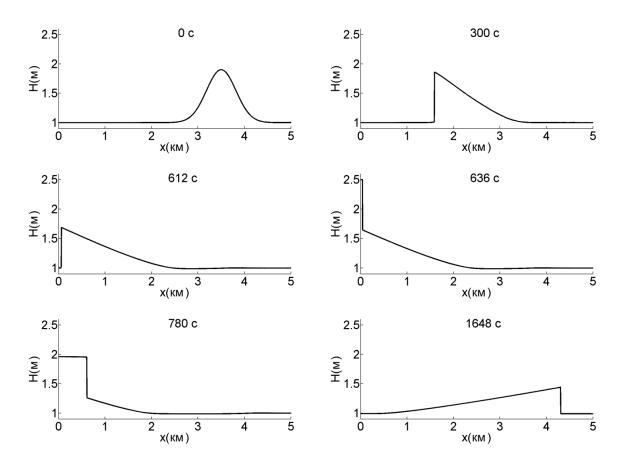


Рис. 2.22. Взаимодействие со стенкой волны с начальной амплитудой 0.9 м

Через 612 с сформировавшаяся ударная волна вплотную подошла к стенке, в этот момент ее высота составляла 0.7 м, и ударилась о нее с высоким заплеском 2.5 м (636 с). После чего сформировалась отраженная волна в виде прямоугольной ступеньки (780 с), которая при распространении от стенки постепенно затухала, приобретая треугольную форму (1648 с).

Поскольку в наблюдениях волн-убийц на берегу наиболее частым сценарием (64% от общего числа наблюдений) являются именно высокие всплески на отвесных клифах или береговых стенках (Nikolkina and Didenkulova, 2011) ирис.2.23,то дадим оценки высоты всплеска, происходящего при взаимодействии ударной волны со стенкой для различных амплитуд падающей волны.

Как уже говорилось ранее, уровень воды на стенке для гладких необрушенных волн может быть вычислен из нелинейной теории мелкой воды по формуле (2.13). Напомним, что в линейной теории высота волны на стенке равна удвоенной высоте падающей волны, то есть

$$\frac{H_w}{h} = 2\frac{H_{in}}{h} - 1. {(2.17)}$$

Обе эти зависимости представлены на рис. 2.24, откуда видно, что рассчитанные данные находятся выше кривых(2.13) и(2.17). То есть обрушение увеличивает вероятность появления экстремальных волн на стенке.

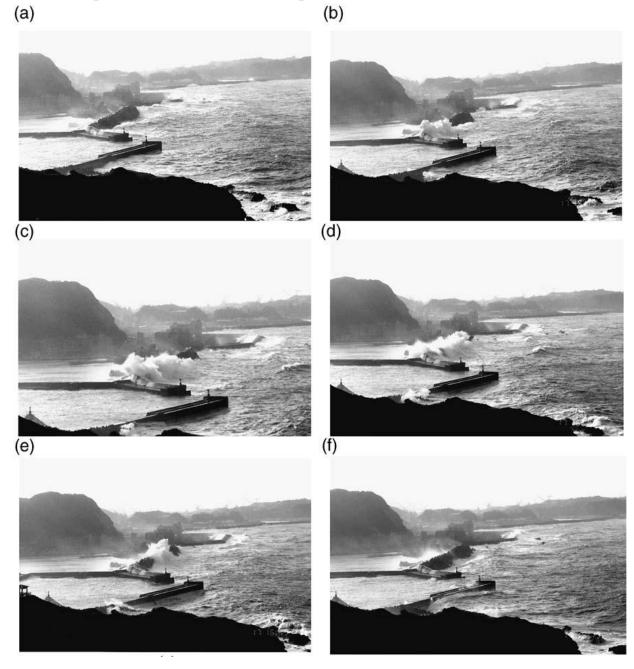


Рис. 2.23. Последовательность фотографий волны, перехлестывающей восточный волнорез рыбацкой гавани Bisa во время тайфуна Хайнань (С.Н. Tsai et al., 2004)

Оценим высоту всплеска с позиций бесконечно протяженного бора, накатывающегося на стенку (Вольцингер и др., 1989; Стокер 1959). В этом случае задача сводится к описанию распространения скачка уровня воды (бора) и определяется законами сохранения массы и импульса (приведенными в главе 1) на скачке для падающей и отраженной волны:

$$\begin{cases} (c_{in} - u) \frac{H_{in}}{h} = c_{in} \\ u(c_{in} - u) \frac{H_{in}}{h} - \frac{gh}{2} \left(\frac{H_{in}}{h}\right)^{2} = -\frac{gh}{2} \\ c_{r} \frac{H_{w}}{h} = (c_{r} - u) \frac{H_{in}}{h} \\ -\frac{gh}{2} \left(\frac{H_{w}}{h}\right)^{2} = -\frac{gh}{2} \left(\frac{H_{in}}{h}\right)^{2} + u(c_{r} - u) \frac{H_{in}}{h} \end{cases}$$

$$(2.18)$$

где c_{in} и c_r — соответственно скорости падающего и отраженного бора, а u — скорость потока. Из системы (2.18) можно найти связь между высотой подходящего потока и уровнем воды на стенке:

$$\frac{H_{w}}{h} = \frac{1}{2} \left[\frac{H_{in}}{h} - 1 + \sqrt{1 - 2\frac{H_{in}}{h} + \left(\frac{H_{in}}{h}\right)^{2} + 4\left(\frac{H_{in}}{h}\right)^{3}} \right]. \tag{2.19}$$

На рис. 2.24 отражены все три описанные теоретические зависимости, выраженные формулами (2.13), (2.17) и (2.19), а также приведены результаты численного расчета для различных начальных высот волн.

Видно, что при небольшой высоте подходящего потока все три теоретические кривые достаточно близки. С увеличением высоты потока начинает сказываться нелинейность, и это ведет к отличию нелинейного решения (2.13) и решения для бесконечно протяженного бора (2.19) от линейного (2.17). Однако, сами решения (2.13) и (2.19) демонстрируют очень хорошее совпадение вплоть до $H_{in}/h=2$, после чего они начинают постепенно расходиться. В проведенном численном расчете на стенку накатывалась ударная волна с ограниченной протяженностью, поэтому формула для бесконечно протяженного бора (2.19) дает слегка завышенную оценку для этого случая.

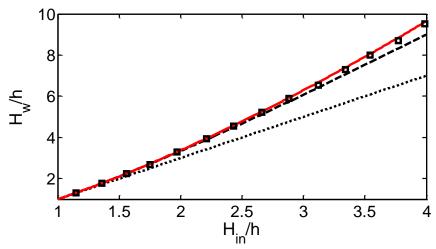


Рис. 2.24. Максимальный уровень воды на стенке, рассчитанный по формулам (2.17) (пунктирная линия), (2.13) (штриховая линия), (2.19) (сплошная линия) и рассчитанным численно (квадраты)

§ 2.4. Встречное взаимодействие волн большой амплитуды в мелководном бассейне

Взаимодействие волны с вертикальной стенкой эквивалентно встречному взаимодействию одинаковых волн. Рассмотрим взаимодействие волн разных амплитуд. Начальные условия здесь соответствуют двум римановым волнам, двигающимся навстречу друг другу:

$$H(x,t) = H_{+}(x,t) + H_{-}(x,t), \qquad u(x,t) = u_{+}(x,t) + u_{-}(x,t), \qquad (2.20)$$
 где $H_{\pm}(x,t) = H_{0\pm} \left[x \mp V(H_{\pm})t \right], \quad u_{\pm} = \pm 2 \left(\sqrt{gH_{\pm}} - \sqrt{gh} \right), \quad V = 3 \sqrt{gH_{\pm}} - 2 \sqrt{gh} \qquad (2.21)$

В начальный момент времени уединенные волны расположены симметрично относительно начала координат на расстоянии 2.6 км друг от друга. Форма уединенной волны выбрана гауссовой:

$$H_{0\pm} = h + A_{\pm} \exp \left[-\frac{4(x \pm x_0)^2}{\lambda_{\pm}^2} \right]. \tag{2.22}$$

Здесь A_{\pm} — амплитуды импульсов, λ_{\pm} — их характерные длины, x_0 характеризует расстояние от начала координат до каждого из импульсов, глубина бассейна h принята равной 1 м. В расчетах характерные длины импульсов (λ) выбраны одинаковыми, равными 0.9 км. Начальные амплитуды импульсов меняются от эксперимента к эксперименту.

Рассмотрим теперь результаты расчетов с заданными начальными условиями. Рис. 2.25 иллюстрирует процесс взаимодействия двух уединенных волн амплитудой 0.1 м.

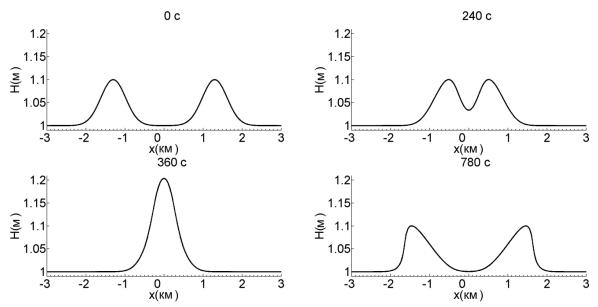


Рис. 2.25. Взаимодействие двух уединенных волн с амплитудой 0.1 м (слабо нелинейный случай)

В этом случае параметр нелинейности, определяемый отношением амплитуды волны к глубине бассейна, достаточно мал (0.1), и столкновение волн произойдет до того, как начнут образовываться ударные фронты. В численном эксперименте максимум амплитуды при взаимодействии волн составил 0.2 м, что хорошо согласуется с линейной теорией(2.17). Аналогично, по формуле (2.13), в момент взаимодействия высота результирующей волны $H_{\rm cr}$ оценивается в 1.2 м, что также полностью соответствует результатам численного эксперимента. Аналогично предыдущему параграфу, использование бездисперсионной модели в этом случае оправдывается тем, что взаимодействие волн происходит до образования ударных фронтов. Зависимость максимального значения поля от времени демонстрирует рис. 2.26, из которого видно, что падение амплитуды, связанное с возникновением скачка, началось только с момента времени $T \sim 1600$ с. Этот факт еще раз подтверждает, что взаимодействие римановых волн происходило до образования ударных фронтов.

Взаимодействие волн большей амплитуды (A = 0.4 м) показано на рис. 2.27. Здесь волны успевают столкнуться также до того, как образуются ударные фронты (240-280c). Максимум смещения в момент взаимодействия составляет 1.87 м, что совпадает с оценкой, показанной в формуле(2.13).

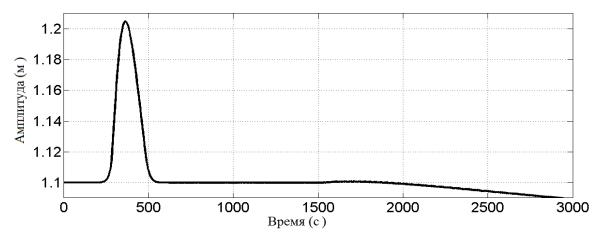
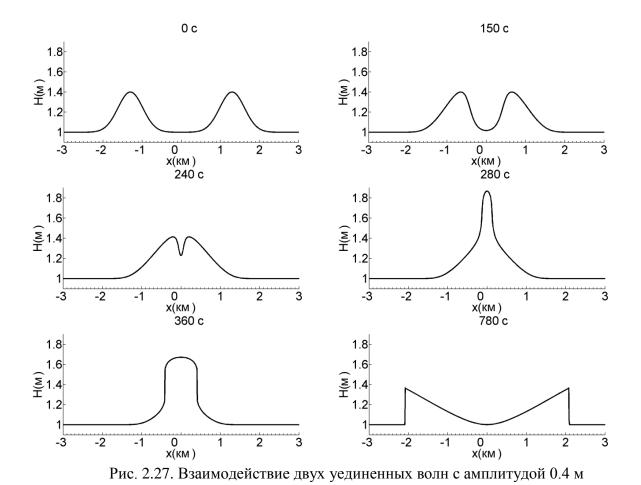


Рис. 2.26. Зависимость максимального значения толщины потока от времени. Начальные амплитуды волн 0.1 м

Рассмотрим случаи столкновения волн с уже образовавшимися ударными фронтами (рис. 2.28). Для этого увеличим амплитуду начальных импульсов до 0.9 м, а расстояние между ними — до 6.6 км. К моменту столкновения ударный фронт на каждой волне успевает сформироваться полностью, и высота волн начинает падать (рис. 2.29), так что амплитуды обеих волн непосредственно перед взаимодействием равны 0.7 м, то есть на 0.2 м меньше, чем начальные значения.



0 c 300 c 2.5 2.5 2 Ξ Ξ 1.5 ∑ ¥ 1.5 0 х(км) 585 с 0 х(км) 580 с -2 2 -2 2 6 -6 -4 4 6 -6 -4 4 2.5 2.5 Σ Σ 1.5 ∑ ∑ 1.5 0 х(км) 780 с 0 х(км) 1650 с 2 -6 -2 2 6 -2 -4 4 -4 4 6 2.5 2.5 2 2 X(KW) -6 **х**(км) 6 -2 4 -6 -2 2 -4 -4 4

Рис. 2.28. Взаимодействие двух уединенных волн с начальной амплитудой 0.9 м

Для теоретической оценки высоты «пика» при столкновении ударных волн воспользуемся законами сохранения массы и момента(2.18). Эта система хорошо аппроксимирует случаи взаимодействия ударных волн относительно большой амплитуды. Максимум толщины потока в момент взаимодействия составляет 2.6 м. Если вычесть невозмущенную глубину в 1 м, то получаем оценку высоты волны в момент столкновения 1.6 м. Высота необрушенной волны, вычисляемая по формуле (2.13) с такими начальными условиями будет равна также 1.6 м, как и высота бесконечного бора, вычисляемая по формуле (2.19) – 1.6 м. Линейная же теория предсказывает 1.4 м. Различие с предсказаниями нелинейной теории связано с «переходной» формой ударной волны, которая не может быть описана формой развитого бора. Так как ударный фронт был сформирован до взаимодействия импульсов, то и распределение максимума поля смещения будет иметь форму ассиметричного треугольника (рис. 2.29). Видно, что обрушение волны, а соответственно и спад амплитуды, начало происходить в момент времени 200 с, тогда как столкновение волн произошло только спустя 590 с.

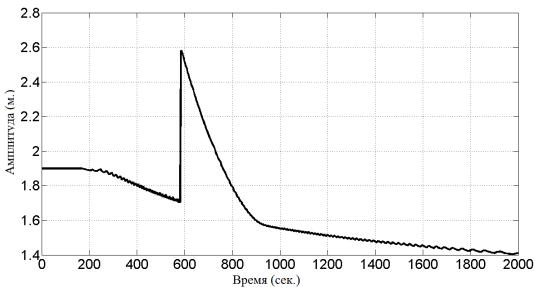


Рис. 2.29. Зависимость максимальной величины толщины водного потока от времени. Начальные амплитуды волн 0.9 м

В случае обрушения из-за диссипации энергии на фронте ударных волн, толщина потока становится меньшей, чем предсказывается теорией для римановых волн и полностью развитого бора.

§ 2.5. Нелинейные эффекты в динамике волн цунами в очаге

Задача взаимодействия волн может интерпретироваться и как задача об эволюции произвольного начального возмущения, что может оказаться важным для описания нелинейных эффектов для волн цунами в очаге. При этом началь-

ные условия должны включать как смещение уровня воды в очаге, так и поле скорости частиц в нем.

Получим решение нелинейных уравнений (2.1), учитывая оба начальных условия, как на смещение водной поверхности $H_0(x)$, так и на начальную скорость частиц $u_0(x)$. Для упрощения расчетов примем следующую аппроксимацию поля скорости в очаге

$$u(x,0) = 2\alpha \left[\sqrt{gH_0(x)} - \sqrt{gh} \right]$$
(2.23)

где α - произвольное число, изменяемое от 0 до 1. В предельном случае ($\alpha=0$), нулевая скорость соответствует поршневой подвижке, когда генерируются волны в обе стороны от очага, а во втором ($\alpha=1$) - точному возмущению в римановой волне (2.2). Промежуточные значения α позволяют получить волны, распространяющиеся в разные стороны с разным "весом".

Для получения аналитического решения уравнений (2.1) преобразуем эту систему к уравнениям для римановых инвариантов

$$\frac{\partial I_{\pm}}{\partial t} + c_{\pm} \frac{\partial I_{\pm}}{\partial x} = 0, \qquad c_{\pm} = \pm \sqrt{gh} + \frac{3}{4}I_{\pm} + \frac{1}{4}I_{\mp}, \qquad (2.24)$$

где римановы инварианты есть

$$I_{\pm} = u \pm 2 \left[\sqrt{gH} - \sqrt{gh} \right]. \tag{2.25}$$

Важно подчеркнуть, что римановы инварианты сохраняются в любой момент времени, и эффект взаимодействия волн, бегущих в разных направлениях, проявляется через переменность скоростей их распространения. Вне очага волны распространяются независимо, как римановы волны, и с учетом связи скорости и смещения типа (2.2) величины инвариантов есть

$$I_{\pm} = \pm 4 \left[\sqrt{gH_{\pm}} - \sqrt{gh} \right], \tag{2.26}$$

а в очаге с использованием (2.23)

$$I_{\pm}(x,0) = 2(\alpha \pm 1) \left[\sqrt{gH_0(x)} - \sqrt{gh} \right].$$
 (2.27)

Приравнивая величины инвариантов для экстремумов волн (амплитуды гребня или глубины впадины), мы можем найти амплитуды волн, выходящих из очага

$$\frac{H_{\pm}}{h} = \left[1 \mp \alpha + (1 \pm \alpha) \sqrt{\frac{H_0}{h}}\right]^2. \tag{2.28}$$

Таким образом, по заданным максимальным и минимальным смещениям уровня воды в очаге удается рассчитать максимальные амплитуды гребня и глубины впадины, "левой" (-) и "правой" (+) волн, выходящих из очага (напомним, что глубина H отсчитывается ото дна). К сожалению, форма волн не находится аналитически и здесь необходимо численно решать систему (2.1).

В случае малых смещений водной поверхности легко дать полное описание волнового поля из (2.1)

$$H(x,t) = h \left[1 + \frac{1+\alpha}{2} \eta_0(x-ct) + \frac{1-\alpha}{2} \eta_0(x+ct) \right], \tag{2.29}$$

где $\eta_0(x) = H_0(x)$ - h— возвышение водной поверхности, отсчитываемое от невозмущенной поверхности воды. Экстремальные значения поля, находимые из (2.29), являются асимптотиками формулы (2.28) при уменьшении высоты волны.

Отметим важное ограничение полученного результата в нелинейной теории. Поскольку мы использовали сохраняющиеся римановы инварианты, то это справедливо только для необрушенных волн. С другой стороны, волны большой амплитуды всегда обрушиваются. Поэтому для оценки применимости формулы (2.28) и, и тем самым, для оценки роли нелинейных эффектов в очаге, нами выполнено численное интегрирование системы (2.1). Уравнения мелкой воды решались с периодическими граничными условиями на расчетной области длиной 12 км. В качестве начального условия выбран гауссовый импульс отрицательной полярности (впадина), для которой нелинейные эффекты должны проявляться сильнее

$$H_0(x) = h \left[1 - A_0 \exp\left(-\frac{x^2}{l^2}\right) \right],$$
 (2.30)

с характерной полушириной импульса l = 0.5 км. Амплитуда волны A_0 менялась в широких пределах вплоть до 0.9.

В первой серии экспериментов рассматривалась поршневая подвижка ($\alpha = 0$), когда распад начального возмущения происходит на две волны одинаковой амплитуды. На рис. 2.30(а) показана форма волны в момент времени 320 с при начальной впадине 0.5 м. Как видим, нелинейные эффекты здесь весьма заметны, и рассчитанные амплитуды впадин (0.27 м) превышают линейные значения (0.25 м). Расчеты по нелинейным формулам (2.29) приводят к той же амплитуде волн (0.27 м), что и в расчетах. Ясно видно, что волна преобразовалась в ударную практически сразу после выхода из очага и далее она распространяется, уменьшаясь по амплитуде (мы не приводим здесь соответствующих картинок). При увеличении глубины впадины до 0.9 м (рис. 2.30(б)) амплитуда волны в расчетах (0.56 м) остается близкой к "нелинейному" значению (0.57 м), хотя здесь нелинейные эффекты максимальны, и ударные волны формируются еще в очаге. И в том, и другом случае волновое поле далеко от линейного, представленного штриховой линией на рис. 2.30.

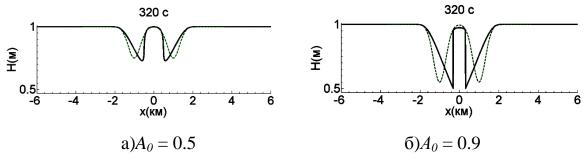


Рис. 2.30. Формирование волнового поля при α=0. Сплошная линия - численный расчет, штриховая - формула (2.29) линейной теории

Во второй серии начальное поле скоростей присутствует ($\alpha = 0.4$), и мы приведем здесь наиболее нелинейный случай (A_0 =0.9), см. рис. 2.31, где показано волновое поле в моменты времени 145 и 220 сек. Волна, уходящая вправо, за счет начальной скорости, имеет большую амплитуду, так что ударная волна формируется в центре очага. Волна, уходящая влево, напротив, имеет меньшую амплитуду, но и она быстро формируется в ударную. Ввиду сильной диссипации, амплитуда "правой" волны (0.7 м) оказывается несколько меньшей предсказания для необрушенной волны (0.73 м), но различия достаточно малы. Для волны, уходящей влево, рассчитанная и наблюдаемая амплитуды оказываются одинаковыми (0.47 м).

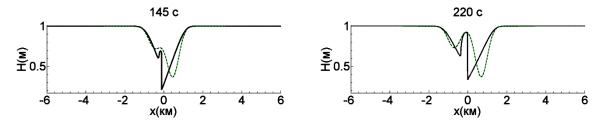


Рис. 2.31. То же, что на рис. 2.30 при α =0.4 и A_0 =0.9

В третьей серии экспериментов начальная скорость достаточно велика $(\alpha=0.9)$, так что излучение из очага идет преимущественно вправо. На рис. 2.32 показано волновое поле в момент времени 145 и 245 сек, амплитуда начальной впадины есть 0.4 м. Действительно, "левая" волна в данном случае очень мала и фактически хорошо описывается линейной теорией. Волна, уходящая вправо, преобразуется в ударную, но ее амплитуда полностью описывается предсказанным по формуле (2.29) значением 0.38 м.

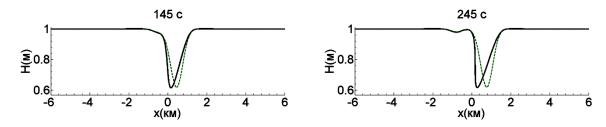


Рис. 2.32.То же, что на рис. 2.30 при α =0.9 и A_0 =0.4

Увеличение глубины начального "провала" до 0.9 м при большой начальной скорости ведет к формированию сильной ударной волны идущей вправо, при этом её фронт сформировался в "левой" части очага (см. рис. 2.33, где профили волны построены для различных моментов времени 145, 170, 220 и 720 с). Из-за сильного затухания амплитуда волны (0.81 м) существенно меньше предсказанной (0.88 м) по формуле (2.29). В тоже время, на рисунке видны две "левые" волны, впереди бежит малая волна амплитуды 0.07 м (ее значение совпадает с предсказанным), а затем существенно большая волна с амплитудой 0.17м. Разделение "левой" волны на две хорошо видно на рис. 2.34 в увеличенном масштабе. Природа второй волны связана с отражением от фронта ударной волны, и этот процесс обсуждался ранее. Естественно, что он не описывается формулой (2.28), полученной для необрушивающихся волн.

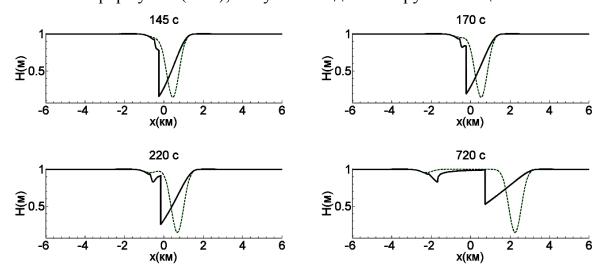


Рис. 2.33. То же, что на рис. 2.30 при α =0.9 и A_0 =0.9

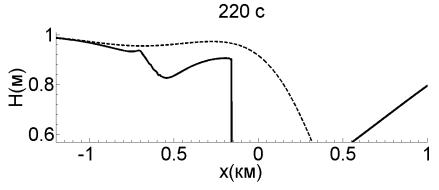


Рис. 2.34. То же, что на рис. 2.30 при α =0.9 и A_0 =0.9 (увеличенный масштаб)

При рассмотрении положительного начального импульса уже нет сильного нелинейного эффекта отражения, вытекающего из (2.2). Тем не менее, эффект самоотражения от ударного фронта, о котором мы неоднократно говорили выше, в принципе должен сохраняться. Рассмотрим поэтому сразу гребень большой амплитуды (A_0 = - 0.9). В случае α =0 (рис. 2.35) мы имеем дело с распадом возмущения на две одинаковые волны. Даже с учетом нелинейного затухания, амплитуда импульсов после распада (0.41 м) хорошо описывается формулой (2.29) в отличие от предсказаний линейной теории (0.45 м).

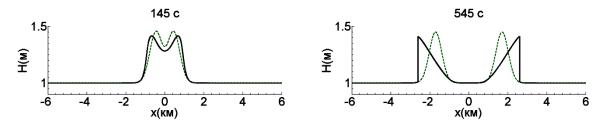


Рис. 2.35.То же, что на рис. 2.30 при α =0 и A_0 =-0.9 (колоколообразное смещение в очаге)

В сущности, эффект самоотражения в этом случае не наблюдается, хотя смещение уровня воды в очаге сравнимо с глубиной бассейна. Это связано с уменьшением амплитуды волны при выходе из очага до 0.4 м.

В случае же, когда в очаге генерируется риманова волна той же амплитуды $(A_0 = 0.9, \alpha = 1)$, на рис. 2.36, видна слабая волна амплитуды 0.01 м, отраженная от сформировавшегося ударного фронта (она очень хорошо заметна на рис. 2.37 в увеличенном масштабе). Тем не менее, величина отражения достаточно мала (несколько процентов), и оно не представляет практического интереса.

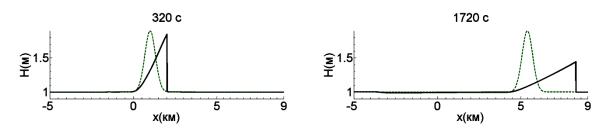


Рис. 2.36. То же, что на рис. 2.35 при α =1 и A_0 = - 0.9

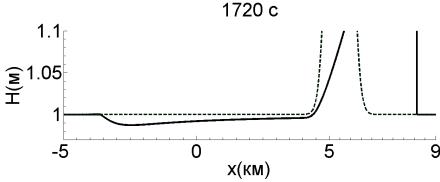


Рис. 2.37. То же, что на рис. 2.36 в увеличенном масштабе

Амплитуда ударной волны на больших временахспадает пропорционально $t^{-1/2}$, как это предсказывается слабонелинейной теорией, несмотря набольшую нелинейность рассматриваемых волн. На фронте ударной волны отрицательной полярности возникает отраженная волна, котораятрансформируется сама в ударную на большихвременах. Ее амплитуда, деленная на глубину бассейна, почти в точности равнакубу начальной обезразмеренной амплитуды в широком диапазонеизменения высоты волны, за исключением аномально больших. В случае знакопеременного начального возмущения основная волна на больших расстояниях трансформируется в ударнуюволну только положительной полярности (горб).

Генерация отраженных волн в процессе формирования ударной волны сильно влияет на процесс волнового взаимодействия. Это влияние, более выраженное для волн отрицательной полярности (впадин), приводит к дополнительволн воде. Показано, механизмам распада на однонаправленного распространения длинных волн в бассейне постоянной глубины даже при условии обрушения вероятность появления больших волн не возрастает, хотя нелинейность и сказывается на негауссовости волнового поля. В то же время встречное взаимодействие длинных волн приводит к увеличению вероятности появления аномальных волн (волн-убийц). Это наблюдается при взаимодействии волны с вертикальными сооружениями (стенками, парапетами) в портах и при ее подходе к отвесным берегам и клифам, такие случаи представлены в каталоге волн-убийц (Nikolkina and Didenkulova, 2011).

Исследованы случаи взаимодействия уединенных поверхностных гравитационных волн на поверхности жидкости малой глубины. Рассчитаны максимумы смещения водной поверхности в момент взаимодействия ударных волн. При малых амплитудах рассчитанные величины хорошо описываются результатами аналитической теории для взаимодействующих римановых волн. В случае обрушения из-за диссипации энергии на фронте ударных волн толщина потока

становится меньшей, чем предсказывается теорией для римановых волн и полностью развитого бора.

нелинейные эффекты Демонстрируется, что В очаге цунами увеличиваются, если в нем присутствует также поле начальных скоростей. И хотя достаточно быстро образуются ударные волны (при большом начальном смещении в очаге), их амплитуды хорошо предсказываются формулой, полученной для необрушенных волн. Исключением является формирование ударной волны отрицательной полярности большой амплитуды. В этом случае "сбрасывает" лишнюю энергию, распространяющуюся противоположную сторону. Однако такой эффект наиболее заметен, по существу, при очень большой амплитуде как смещения, так и скорости течений, то есть при весьма специфических условиях. В целом же можно утверждать, что предлагаемая аналитическая теория хорошо предсказывает амплитуды волн цунами, выходящие из очага, несмотря на их большую нелинейность и обрушение.

ГЛАВА 3. НАКАТ ВОЛН НА БЕРЕГ. ЧИСЛЕННЫЕ И НАТУРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Расчеты наката морских волн на берег являются основой для оценки разрушительной силы наводнений, вызванных штормовыми нагонами и цунами. Такие оценки необходимы для разработки планов защиты населения от опасных морских явлений и проектирования сооружений в прибрежной зоне. Поскольку вблизи берега длина волны всегда больше глубины, то для описания волновых процессов в этой зоне в качестве первого приближения можно использовать хорошо известную теорию мелкой воды, описанную в первой главе; см. формулы (1.13)-(1.14). Мы уже приводили результаты теоретического анализа и численных расчетов динамики мелководных волн в бассейне постоянной глубины (глава 2). В этой главе мы будем изучать динамику мелководных волн над наклонным дном, включая зону наката.

В §3.1 приведены численные расчеты наката необрушенных и обрушенных одиночных волн на плоский откос. Показано влияние эффекта обрушения на высоту наката. §3.2 содержит результаты натурных исследований влияния асимметрии и нелинейности падающих волн на их накат на плоский пляж. Целью этих экспериментов является проверка теоретических результатов. В §3.3 описаны статистические характеристики движущегося уреза на основе экспериментов, проведенных в большом волновом канале (GWK), в городе Ганновер, Германия. Одной из основных идей этого исследования являлось изучение изменения статистики высоты наката случайного волнения на берег в зависимости от параметров падающей волны (нелинейности падающего волнения и ширины спектра).

§ 3.1. Численные расчеты наката обрушенных одиночных волн на плоский откос

Для численного расчета наката на плоский откос будем использовать нелинейные уравнения мелкой воды дивергентной форме (1.13)-(1.14), приведенные в 1 главе. Перепишем их еще раз для удобства чтения:

$$\frac{\partial (Hu)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [Hu^2 + \frac{1}{2}gH^2] = gh \frac{dh}{dx} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [Hu] = 0.$$
 (3.1)

Для моделирования наката волн на берег мы предполагаем невозмущенную глубину бассейна постоянной в области (0 < x < 250 м) и равной 1 м, а в области (x > 250 м) линейно убывающей с наклоном 1:6, которая продолжается на берег с тем же наклоном (рис. 3.1).

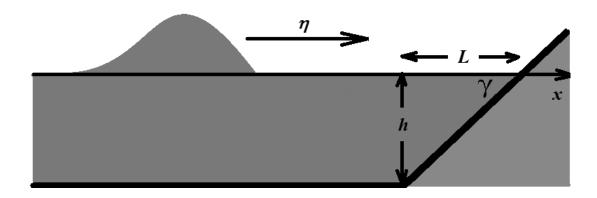


Рис 3.1. Эскиз геометрии канала для рассматриваемой проблемы наката

Граничные условия на левой границе расчетной области (x=0) соответствуют свободному уходу волны через границу, однако фактически счет останавливался, когда волна, отраженная от берега, подходила к левой границе. На правой границе расположен пологий откос, выходящий за пределы уровня спокойной воды. Граничным условием на движущейся кромке воды является обращение в нуль полной глубины H(x,t)=0, что и определяет локальное положение уреза x(t). Размер пространственного шага брался равным 0.1 м, временного -0.5 с.

Начальные условия соответствовали волне, двигающейся в сторону берега, на ровном дне (x< 250 м). При отсутствии правой части в левом уравнении системы (3.1), она решается точно (как мы уже обсуждали в главе 2)и описывает так называемую волну Римана (2.2). В последующих расчетах мы фиксировали начальную форму волны в виде положительного гауссового импульса:

$$H_0(x) = Ae^{(-\beta(x-x_0)^2)} + h,$$
 (3.2)

где A — амплитуда волны (менялась от 0.1 м до 2.5 м), расстояние x_0 — в расчетах мы используем равным 210 м, параметр β =0.005 м⁻² подбирался так, чтобы изначально заданный импульс находится в непосредственной близости к откосу, невозмущенная глубина h равна 1 м.

В первой серии расчетов высота волны задана относительно небольшой (0.1 м). Процесс наката на берег и отражения от него показан на рис. 3.2. Волна достигает максимума наката на берег за время 14.5 секунд, максимум высоты наката при этом равен 0.27 м над уровнем спокойной воды. Таким образом, высота наката превышает начальную высоту в 2.7 раза. Глубина отката ничтожно мала (0.0005 м ниже невозмущенного уровня воды). Отраженная волна остается гладкой вплоть до конца численного эксперимента, лишь укрутившись на переднем фронте к моменту времени 50 секунд. Изменения высот волн при накате и откате примерно одинаковы (рис. 3.3). Во второй серии расчетов высота волны составила 0.5 м. Процесс наката волны на берег и отражения от него показан на (рис. 3.4). Волна накатывается на берег за время 12.5 секунд и вздымается на высоту 1.65 м над невозмущенным уровнем бассейна, оставаясь гладкой. Высота наката более чем в три раза превышает начальную высоту волны.

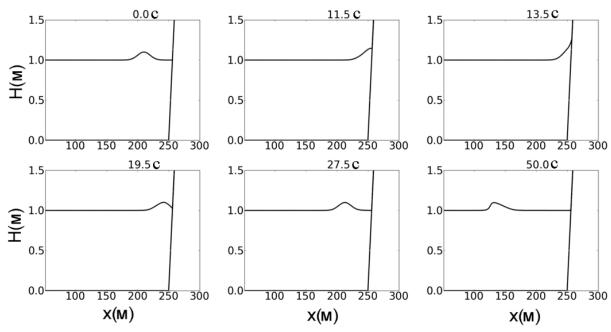


Рис. 3.2. Накат десятисантиметровой одиночной волны на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

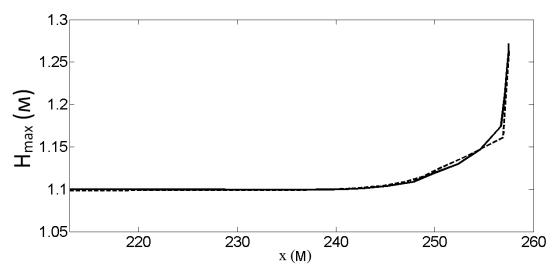


Рис. 3.3. Изменение максимума полной глубины потока в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная амплитуда волны равна 0.1 м. Сплошная линия соответствует накату волны, пунктирная – откату

Большее усиление высоты волны по сравнению с первым вариантом связано с нелинейным укручением волны еще до подхода к откосу, и этот эффект подробно изучался в (Didenkulova, 2009; Диденкулова и др., 2006). Затем волна скатывается с откоса до отметки 0.016 м ниже невозмущенного уровня воды. В отраженной от откоса волне, которая распространяется по ровному дну, появляется ударный фронт, и волна затухает. Отметим, что за головной волной при отражении появляется слабая вторая волна, связанная с отражением от кромки шельфа. Этот эффект отсутствует в аналитических решениях наката волны на плоский берег с малым уклоном, но возникал при численных расчетах наката волн на берег не малого уклона (Пелиновский, 1996).

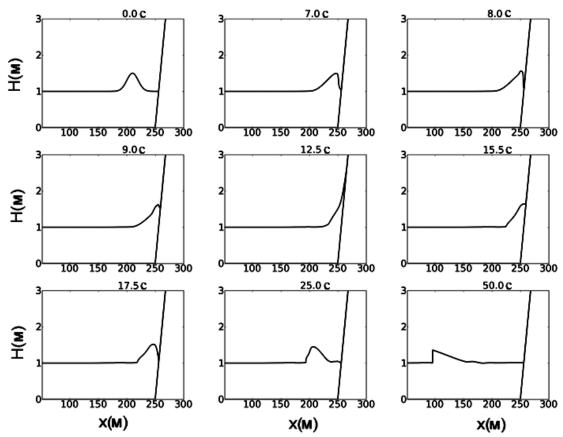


Рис. 3.4. Накат полуметровой одиночной волны на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

Более детально изменение амплитуды волны при накате на берег и отражения от него показано на (рис. 3.5).

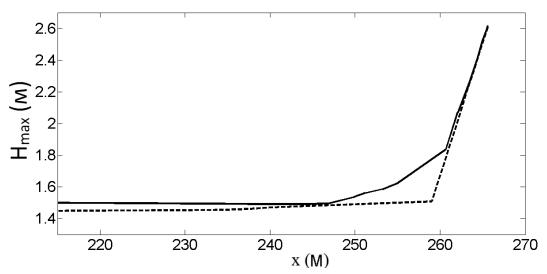


Рис. 3.5. Изменение максимума полной глубины потока в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная амплитуда волны равна 0.5 м. Сплошная линия соответствует накату волны, пунктирная – откату

При откате максимальное значение поля находится на откосе, в то время как при накате гребень волны отстоит от откоса. В силу опрокидывания ампли-

туда отраженной волны меньше амплитуды падающей волны, поэтому кривые для наката и отката различаются между собой.

В следующей серии расчетов начальная амплитуда волны увеличена до 1.5 м, и такая волна является сильно нелинейной (напомним, что глубина бассейна 1 м). Волна обрушивается еще на кромке шельфа (рис. 3.6) и после трансформации на кромке, приводящей к появлению пика на гребне, накатывается на берег на высоту 5 м над невозмущенным уровнем воды за 12 сек. Уменьшение времени добегания волны до берега связано с образованием ударного фронта, поскольку скорость ударной волны всегда больше скорости римановой волны. Отношение высоты наката к начальной амплитуде волны составляет 3.33 - чуть больше, чем в предыдущем случае, что опять же связано с укручением переднего склона волны; такие волны дальше накатываются на побережье, как уже отмечалось выше. Отраженная ударная от откоса волна быстро затухает из-за диссипации на ударном фронте, так что вторая волна за ней становится более видимой. Разница в кривых изменения амплитуд накатывающейся и откатывающейся волн еще более заметна (рис. 3.7).

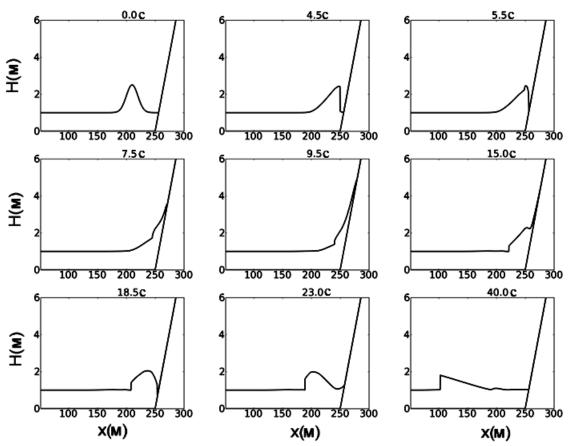


Рис. 3.6. Накат полутораметровой одиночной волны на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

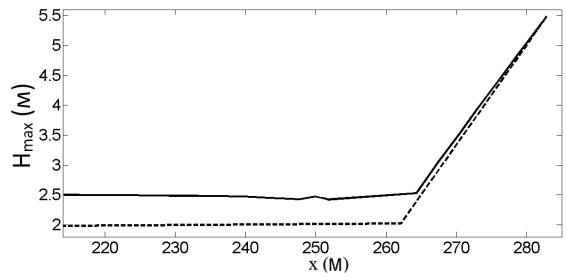


Рис. 3.7. Изменение максимума полной глубины потока в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная амплитуда волны равна 1.5 м. Сплошная линия соответствует накату волны, пунктирная – откату

В последнем варианте начальная высота волны экстремально велика и равна 2.5 м (рис. 3.8).

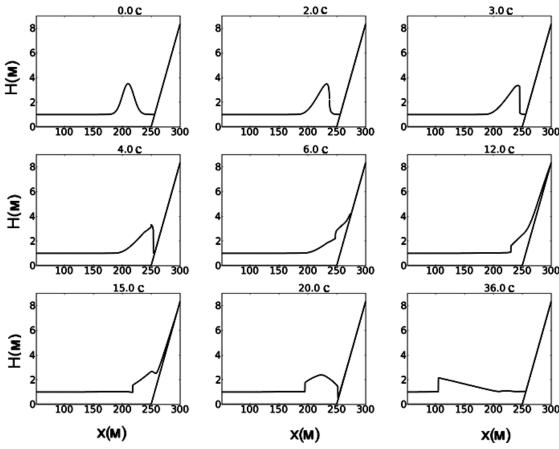


Рис. 3.8. Накат 2.5 метровой одиночной волны на берег с наклоном 1/6 в различные моменты времени

Обрушение происходит практически мгновенно, и вода поднимается на высоту 8.2 м над невозмущенным уровнем воды за 12 сек. Глубина отката при этом составила 0.3 метра. Отношение максимальной высоты наката к начальной амплитуде (3.28) начинает уменьшаться по сравнению с предыдущими случаями из-за большого затухания на фронте ударной волны. Разница в амплитудах накатывающейся и отраженной волн ясно видна на рис. 3.9.

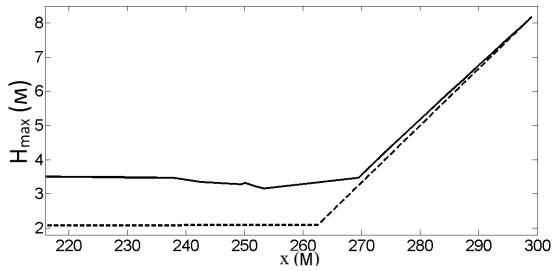


Рис. 3.9. Изменение максимума полной глубины потока в процессе наката волны на берег и отражения от него. Начальная амплитуда волны равна 2.5 м. Сплошная линия соответствует накату волны, пунктирная – откату

§ 3.2. Влияние асимметрии падающей волны на максимальную высоту наката

Волны асимметричной формы, с крутизной переднего склона, превышающей крутизну заднего склона, естественно формируются в бассейне постоянной глубины. Форма волны при этом постепенно деформируется из-за разницы в скоростях гребня и впадины, так что волна приобретает и увеличивает асимметрию по мере распространения. В результате подходящая к пляжу волна часто имеет очень крутой фронт.

Свойства наката таких асимметричных волн на плоский откос существенно отличаются от свойств наката от симметричных волн. Безразмерные амплитуды наката и отката (нормированные на максимальную амплитуду наката) ведут себя по-разному и становятся функциями крутизны волны (нормированной на начальную крутизну синусоиды). Амплитуда отката слабо зависит от крутизны волны. Отличия откатов, вызванных синусоидальными волнами с различной степенью асимметрии, составляют не более 30%. Высота наката R_+ , однако, сильно зависит от крутизны волны и может быть аппроксимирована (Didenkulova et al., 2007) зависимостью

$$R_{+} = \frac{R_{\text{max}}}{A_{0}} = 2\pi \sqrt{\frac{2Ls}{\lambda s_{0}}}.$$
 (3.3)

где R_{\max} - это максимум амплитуды подходящей волны, A_0 — начальная амплитуда синусоидальной волны, λ — длина волны (период синусоиды), L — расстояние от начала склона до водной кромки на берегу, $s = \max(\frac{\partial \eta}{\partial x})$ — крутизна фронта волны, $s_0 = \max(\frac{\partial \eta_0}{\partial x})$ — начальная крутизна волны (у волнопродуктора). В данной модели для необрушенных волн высота наката стремится к бесконечности. Реальный же накат ограничивается обрушением.

Уравнение (3.3) показывает, что крутизна является наиболее важным параметром процесса наката. Кроме того, уравнение (3.3) подтверждает, что из всех волн фиксированной высоты и длины волны с наиболее крутым фронтом проникают вглубь берега на наибольшее расстояние, и что все асимметричные волны с более крутым передним склоном и менее крутым задним склоном приводят к большим затоплениям, чем симметричные волны. Много примеров сильного затопления берега волнами цунами (в том числе события цунами в 2004 году Индонезии и в 2011 году в Японии) можно интерпретировать как подтверждение важной роли крутизны волны.

Этот эффект мы уже продемонстрировали, когда изучали накат волн на берег численно. Поскольку в численных экспериментах трение о дно не учитывалось, нам хотелось выполнить реальные физические эксперименты с накатом волн на берег в лабораторных условиях. С 15 по 26 октября 2012 года в рамках проекта"Long wave dynamics and statistics of the shore line motion: influence of the asymmetry and nonlinearity of incoming waves" был проведен соответствующий эксперимент в большом волновом канале (GWK), в городе Ганновер, Германия (рис.3.10 и.3.11). Канал имеет следующие размеры: длина - 307 м, ширина - 5 м, максимальная возможная глубина — 7 метров. Экспериментальная установка соответствовала геометрической схеме, показанной на рис. 3.11. Глубина воды поддерживалась постоянной на отметке h = 3.5 м во всех тестах. Расстояние между волнопродуктором и началом склона (с коэффициентом наклона 1:6) равно 251 м, горизонтальная длина склона L = 21 м.



Рис 3.10. Большой волновой канал (GWK), Ганновер, Германия. Вид снаружи

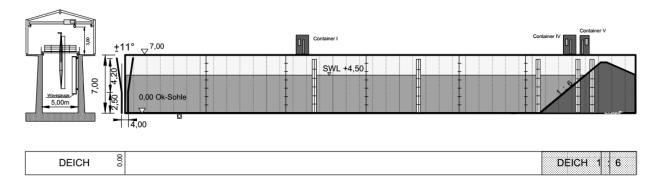


Рис 3.11. Большой волновой канал (GWK), Ганновер, Германия. Схематический вид

В общей сложности 18 резистивных датчиков уровня воды были установлены вдоль желоба для реконструкции поля падающих волн и изучения их нелинейной деформации. Позиции датчиков вдоль канала приведены в табл. 3.1. В ходе испытаний две видеокамеры и емкостной датчик были использованы для измерения наката волн на наклонный откос. Емкостной датчик состоял из двух изолированных медных проводов, натянутых на уровне 5 мм от поверхности склона.

Сигнал в несколько вольт и частотой в 100 кГц подавался на один из проводов. Сигнал со второго провода измерялся с помощью синхронного усилителя, и его амплитуда регистрировалась с частотой дискретизации 200 Гц (см. Denissenko et al., 2011 для подробностей). Сигнал волновых датчиков записывался с частотой дискретизации 200 Гц. Видеозаписи с первой камеры (рис. 3.13) были использованы для калибровки данных наката, полученных с помощью емкостного датчика.

Видеозапись второй камерой велась для определения формы поверхности воды, которая была освещена лазерным «ножом» вдоль направления распространения волны (см. на рис. 3.12).

Таблица 3.1. Расположение волновых датчиков

Номер волнового датчика	Расстояние от волнопродуктора (м)
TG1	50.0
TG2	51.9
TG3	55.2
TG4	60.0
TG5	140.0
TG6	150.0
TG7	160.0
TG8	161.9
TG9	165.2
TG10	170.0
TG11	180.0
TG12	190.0
TG13	200.0
TG14	210.0
TG15	220.0
TG16	230.0
TG17	240.0
TG18	250.0



Рис 3.12. Большой волновой канал (GWK), Ганновер, Германия. Накатывающаяся на склон волна и лазерный нож, фиксирующий её профиль (слева);вид с установленного над бассейном моста перед стартом волнопродуктора (справа)

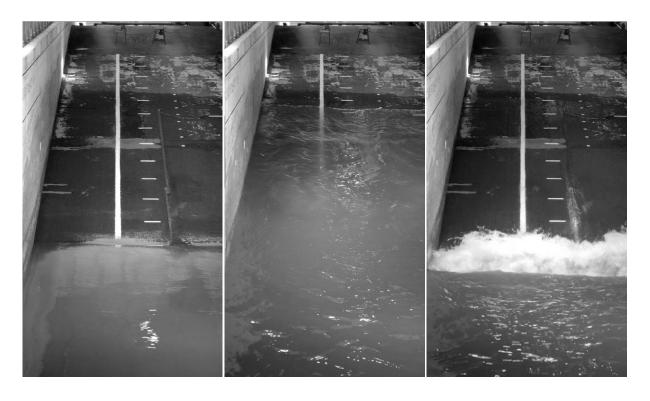


Рис. 3.13. Кадры из видео, записанного на камеру, фиксирующую высоту наката волн на берег. Волнопродуктор находится сзади. Слева направо: колебания воды отсутствуют; стадия наката; волна обрушается во время фазы отката

Мы изучали накат синусоидальных волн с периодом 20 с и амплитудами в диапазоне от 0,025 до 0,3 м, что соответствует режиму без обрушений. Генерация волн производится под контролем специального программного обеспечения, работающего в реальном времени, которое способно выделить отраженные от берега волны и погасить их вблизи волнопродуктора. Система работает со всеми видами регулярных и нерегулярных волновых цугов. Таким образом, колебания на урезе не подвергаются влиянию переотражений на волнопродукторе и эксперименты могут выполняться в течение практически неограниченного срока. Исходные записи волновых датчиков для синусоидальной волны с амплитудой 0,1 м и периодом 20 с приведены на рис. 3.14. После того, как волна отражается от склона, в канале образуется стоячая волна, как видно из рис. 3.14, отображающего сигналы с волновых датчиков, расположенных поразному по отношению к узлам и пучностям (места фиксации волновых датчиков вдоль лотка приведены в табл.3.1).

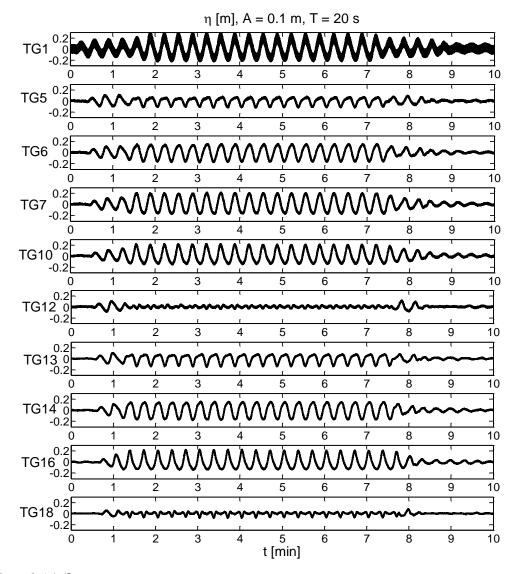


Рис. 3.14. Записи волновых датчиков для синусоидальной волны с амплитудой 0,1 м и периодом 20 с

Волны вблизи волнопродуктора и у берега были восстановлены из сигналов, записанных волновыми датчиками с помощью программного обеспечения L~Davis, основанного на методе Мансарда и Фанке (Mansard and Funke, 1980). Реконструкция падающих волн для экспериментов с амплитудой 0,1 м и 0,2 м показана на рис. 3.15. Видно, что волны становятся асимметричными к началу склона, и что передний фронт круче у волн большой амплитуды. Это и есть проявление деформации нелинейных волн вдоль бассейна с постоянной глубиной, о которой упоминалось ранее.

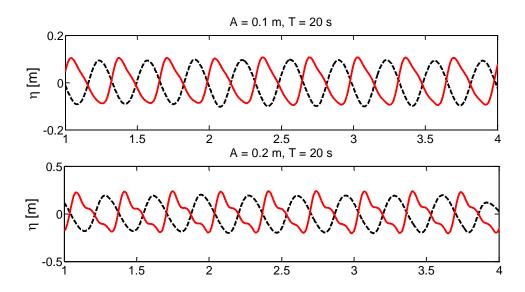


Рис. 3.15. Реконструкция падающей волны рядом с волнопродуктором (пунктирная линия) и у склона (сплошная линия) для двух различных амплитуд (0.1 м и 0.2 м) волн

Движение уреза (кромки воды) относительно спокойного уровня воды, записанное емкостным датчиком, и затем нормированное относительно уровня невозмущенной воды, показано на рис. 3.16.

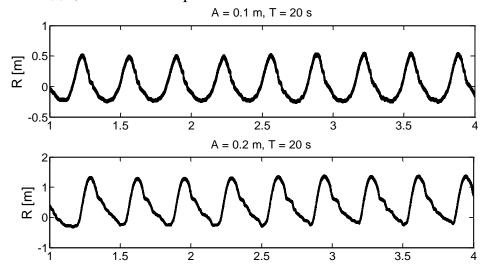


Рис. 3.16. Вертикальное смещение подвижного уреза для двух различных амплитуд падающих волн

Видно, что нелинейная деформация волны также влияет и на скорость наката — время наката уменьшается, время отката увеличивается, поэтому на рис. 3.16 форма колебаний уреза тоже асимметрична.

Значения максимальных значений высоты наката и глубины отката показаны на рис. 3.17. Сплошная и пунктирная линии соответствуют теоретическим формулам (3.3). Кружки и ромбы указывают на соответствующие экспериментальные значения высот наката и глубин отката и демонстрируют относительно хорошее согласование с теоретическими кривыми. Разброс измеренных данных по отношению к теоретическим характеризовался стандартной формулой квадратичной ошибки

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \left(R_n^{exp} / R_n^{th} - 1 \right)^2} , \qquad (3.4)$$

где R^{exp} и R^{th} являются экспериментальными и теоретическими значениями высот наката, соответственно, а N представляет собой число измерений. Отклонение составляет менее 0,03 для измерений высот наката и менее 0,09 для измерений глубины отката, что показывает хорошее совпадение между теорией и экспериментом.

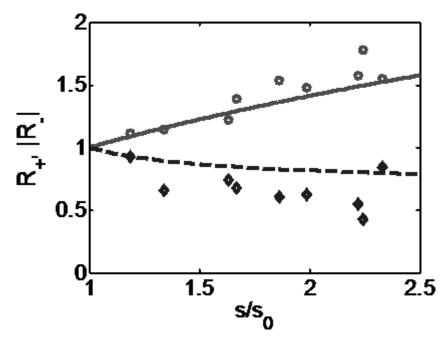


Рис. 3.17. Теоретическая зависимость безразмерных величин максимумов наката, R_+ (сплошная линия) и минимумов отката R_- (пунктирная линия) от крутизны падающей волны, кружки и ромбы соответствуют экспериментальным данным

Следует также отметить (рис. 3.17), что, в основном, экспериментальные значения высот наката лежат чуть выше теоретической кривой, а значения глубин отката – чуть ниже кривой.

§ 3.3. Экспериментальное исследование наката нерегулярных волн на плоский откос

Ранее мы обсуждали динамику регулярных волн на откосе. Реальное же морское волнение является нерегулярным, для описания которого применяются методы математической статистики и теории случайных функций. Здесь мы приведем результаты физического моделирования наката нерегулярных волн на

плоский откос, выполненного в описанном ранее бассейне Ганноверского университета.

Сначала мы кратко воспроизведем выводы аналитической теории наката одномерных нерегулярных волн на пляж. Основные используемые здесь уравнения имеют вид системы (3.1). Используя преобразование годографа (Carrier and Greenspan, 1958) можно свести исходные уравнения к линейным, и выписать их общее решение. Важно отметить, что при этом не накладывается никаких специальных ограничений на форму волны, лишь бы ее спектр достаточно хорошо затухал в области высоких частот, чтобы не было обрушения. Это означает, что в рамках такого подхода может быть изучен накат нерегулярных волн, энергетический спектр которых достаточно быстро сходится, а фазы спектральных компонент могут быть случайными. Поэтому процедура расчета волнового поля является одинаковой, как для регулярных волн, так и нерегулярных. В частности, для подвижного уреза метод Carrier-Greenspan сводится к двухэтапному подходу, описанному детально в (Didenkulova et al., 2008b; Didenkulova, 2009). Воспроизведем его кратко.

На первом этапе решаются линеаризованные уравнения (3.1) и находится волновое поле (вертикальное смещение воды R(t) относительно невозмущенного уровня бассейна и горизонтальная скорость U(t)) на невозмущенной береговой линии (x = 0). Эти характеристики связаны

$$U = \frac{1}{\gamma} \frac{dR}{dt},\tag{3.5}$$

где γ - тангенс угла наклона подводного склона. На втором этапе находятся характеристики движущейся береговой линии (вертикальное смещение воды r(t) и горизонтальную скорость u(t)) в нелинейной задаче с использованием простой римановой трансформации во времени

$$u(t) = U\left(t + \frac{u}{\gamma g}\right),\tag{3.6}$$

$$r(t) = R\left(t + \frac{u}{\gamma g}\right) - \frac{u^2}{2g}.$$
 (3.7)

Очевидно, что функции r(t) и u(t) удовлетворяют также кинематическому условию (3.5). Решения (3.6) и (3.7) справедливы как для детерминированных, так и для случайных функций R(t) и U(t).

Как следует из уравнений (3.6) и (3.7), максимальные характеристики наката в линейной (R(t) и U(t)) теории и нелинейной (r(t) и u(t)) теории совпадают (Carrier and Greenspan, 1958; Synolakis, 1991; Диденкулова и др., 2007). Этот факт был использован в (Didenkulova et al., 2008а) для изучения наката случайных длинных волн на берег. Один из первых выводов из линейности уравнений - это возможность определения значительной высоты наката на пляже (средняя

высота одной трети высоких волн) R_s из линейной теории, которая в случае узкополосных сигналов находится по формуле:

$$R_s = \sqrt{\frac{4\pi\omega_0 L}{c_0}} A_s \,, \tag{3.8}$$

$$c_0 = \sqrt{gh_0} , \qquad h_0 = L/\gamma , \qquad (3.9)$$

где A_s — это значительная амплитуда падающей волны, определяемая через стандартное отклонение $A_s \approx 2\sigma$, L представляет собой длину откоса, а ω_0 — это центральная частота спектра падающей волны.

Когда поле падающей волны представляет собой гауссовский стационарный процесс и имеет узкополосный спектр, распределения высоты падающей волны и функции R(t) и U(t) описываются распределением Рэлея (Didenkulova et al, 2008a, Didenkulova et al, 2011; Massel, 1996). Рэлеевские функция распределения вероятности P(R) и функция плотности вероятности f(R) для максимального наката R_m имеют вид:

$$P(R_m) = \exp\left(-2\left[\frac{R_m}{R_s}\right]^2\right),\tag{3.10}$$

$$f(R_m) = 4\frac{R_m}{R_s^2} \exp\left(-2\left[\frac{R_m}{R_s}\right]^2\right). \tag{3.11}$$

Из совпадения высот наката в линейной и нелинейной теории следует, что распределение реальных, нелинейных высот наката (максимума r(t)) описывается теми же уравнениями (3.10) и (3.11), как показано в (Didenkulova et al, 2008a, Didenkulova et al, 2011). Функции распределения амплитуд волнового поля, определяемых как максимум между двумя нулевыми точками, были рассчитаны численно для начального распределения Гаусса (Didenkulova et al, 2008a). В вычислениях использовался ряд Фурье для N = 512 гармоник с относительной шириной спектра Δf , которая менялась от 0,1 до 0,7. Все статистические характеристики были получены с использованием усреднения по ансамблю более чем 500 реализаций. Было показано, что для узкополосного поля падающих волн (l = 0,1), как и ожидалось, распределение функций характеристик наката описывается распределением Рэлея, кроме того для более широкого спектра падающей волны ($\Delta f = 0,7$) функции распределения максимального смещения береговой линии отличались от рэлеевского распределения очень слабо (рис. 3.18). Более подробную информацию можно найти в (Didenkulova et al., 2008a).

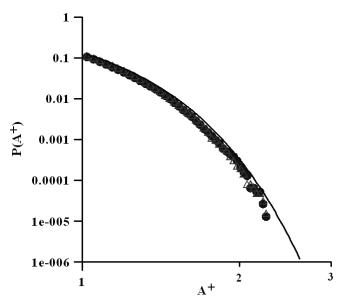


Рис. 3.18. Функции распределения максимальных положительных амплитуд падающей волны (треугольники) и смещения уреза (кружки) с шириной спектра падающей волны $\Delta f = 0.7$; сплошная линия соответствует распределению Рэлея (Didenkulova et al., 2008a)

Экспериментально нами изучался накат нерегулярных волн на плоский откос с соответствующим узкополосным спектром $0.9f_0$... $1.1\,f_0$, а также более широкополосным $0.6f_0$... $1.4f_0$ полем падающих волн. Характерный период волн был ~20 с. Типичный 3-часовой сигнал падающих волн, восстановленный по данным волновых датчиков, показан на рис. 3.19.

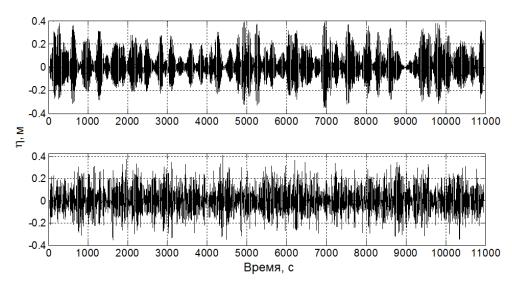


Рис. 3.19. Узкополосный (вверху) и широкополосный (внизу) спектры полей падающих волн.

Узкополосное волновое поле похоже на слабо модулированную монохроматическую волну, а в случае более широкополосного поля сигнал получается более нерегулярным и позволяет малым и большим волнам следовать одна за другой. Мы исследовали сигналы одинаковой длины, но различной амплитуды,

представленные на (рис. 3.19). Данные сигналы представляют собой шесть волновых полей, приведенных в табл.3.2.

Таблица 3.2. Поля падающих волн со значениями среднеквадратической высоты

Спектр	Среднеквадратическая высота		
Узкополосный	4 см	8 см	11 см
Широкополосный	4 см	8 см	11 см

Накат волновых полей, представленных на рис. 3.19, на плоский откос изучен для трех различных высот волн (среднеквадратическая высота 4 см, 8 см и 11 см). Типичный 3-часовой сигнал датчика наката, показан на рис. 3.20. Рис. 3.21, демонстрирует сигнал в увеличенном масштабе для волн различной амплитуды. Из рисунков видно, что откат (ниже невозмущенного уровня воды), по сравнению с накатом, почти отсутствует.

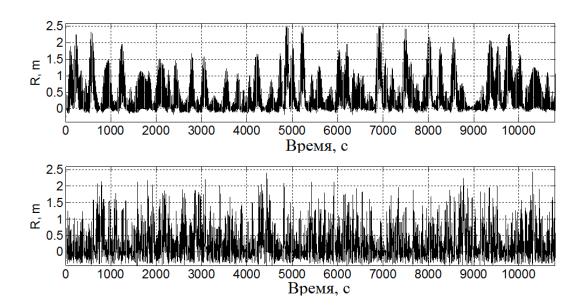


Рис 3.20. Сигналы ёмкостного датчика наката для узкополосного (вверху) и широкополосного (внизу) спектров падающей волны. Обрушение при откате, а также форма волны и минимум отката не разрешаются в связи с остающейся на склоне жидкости из-за донного трения. Для текущего исследования, мы используем только значения максимумов наката

Это связано с тем, что поверхность асфальтового склона в лотке шероховатая, что замедляет скатывание волны. В результате этого скатывающаяся волна успевает взаимодействовать с последующей накатывающейся волной, формируя бор на фронте этой волны. Взаимодействие бора, образованного одной волной, с последующей волной влияет на динамику последней, что приводит в результате к искажению регистрируемого (с ёмкостного датчика) сигнала глуби-

ны отката. Поэтому в данном эксперименте мы фокусируем внимание только на распределении максимальных высот накатов.

Что касается поля падающих волн, накат от узкополосного сигнала имеет более выраженную групповую структуру, чем от широкополосного сигнала, у которого накаты волн выглядят скорее как отдельные события (рис. 3.21).

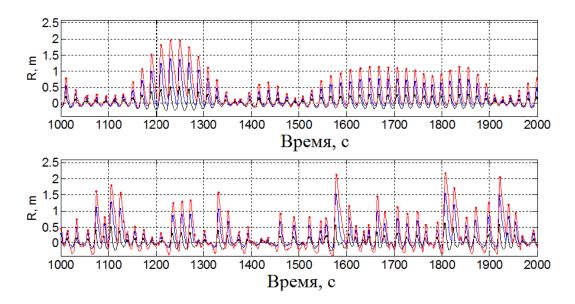


Рис. 3.21. Типичный сигнал датчика наката для узкополосного (вверху) и широкополосного (внизу) спектра падающих волн различных амплитуд. Маркеры соответствуют максимальным точкам наката.

Значительная высота наката R_s рассчитывается как среднее из одной трети высоких волн. Значения R_s для различных сигналов падающей волны приведены в табл. 3.3. Видно, что значительная высота наката волны для узкополосных сигналов всегда больше по сравнению с широкополосными сигналами с такой же значительной высотой падающих волн и среднеквадратичным отклонением. Это различие является наиболее выраженным для волн максимальной амплитуды (11 см) и равно 8%. Факт наиболее высокого наката для узкополосного сигнала можно объяснить ярко выраженной групповой структурой. Так как накат импульса характеризуется «затянутым» хвостом, и эта «затянутость» одной волны оказывает влияние на последующие волны, то последовательность нескольких волн может привести к увеличению высоты наката. Это вызвано кумулятивным эффектом наката, возбуждаемого предыдущей волной. Данный эффект был продемонстрирован в (Tadepalli and Synolakis, 1994) для знакопеременной N — волны. Так как узкополосные сигналы характеризуются групповой структурой, то именно такие сигналы вероятнее всего приведут к большей величине наката, нежели широкополосные. Отсюда и различия в величине значительной высоты наката R_s .

Таблица 3.3.Значительная высота наката волн на берег

Спектр	4 см	8 см	11 см
Узкополосный	24 см	69 см	110 см
Широкополосный	23 см	67 см	101 см

Увеличение значительной высоты наката волны, благодаря групповой структуре, может быть применено к проблеме волн-убийц, а также может пролить свет на многочисленные наблюдения волн-убийц на побережье. Согласно (Nikolkina and Didenkulova, 2011) 50% всех волн-убийц (39 событий из 78) произошедших в 2006-2010 годах были обнаружены на побережье. Для сравнения 30 волн-убийц (38.5%) произошло на мелкой воде и 9 событий (11.5%) произошло на глубокой воде.

Одним из важных интегральных параметров наката является потеря энергии волны при выходе на берег. Мы подсчитали потери путем суммирования энергии (сумма квадратов амплитуд) отдельно падающей и отраженной волн:

$$\varsigma = \left(\sum A_{inc}^{2} - \sum A_{refl}^{2}\right) / \left(\sum A_{inc}^{2}\right). \tag{3.12}$$

Расчет показывает, что больше энергии теряется, когда падающая волна имеет узкий спектральный диапазон (табл.3.4) (Носов и Шелковников, 1993).

Таблица 3.4. Потери энергии волны

Спектр	4 см	8 см	11 см
Узкополосный	4.1 %	11 %	18 %
Широкополосный	2.2 %	7 %	12 %

График функции распределения высот наката и её плотности для всех рассматриваемых спектров приведены на рис. 3.22 и рис. 3.23 соответственно.

Из рис. 3.22 и 3.23 видно, что разница в результатах между рассматриваемыми спектрами мала и, в целом, распределение Рэлея достаточно хорошо описывает амплитуды наката волн не только для $\Delta f << f_0$ но даже для ситуаций, когда $\Delta f \sim f_0/2$, что согласуется с теоретическими результатами, полученными в (Didenkulova et al., 2008a), см. также рис. 3.18. Однако из рис. 3.23 также видно, что хвосты распределения отличаются и от распределения Рэлея, и между собой. Видно, что с увеличением амплитуды волн хвосты распределения спадают, что соответствует уменьшению числа аномально высоких волн (волн-убийц).

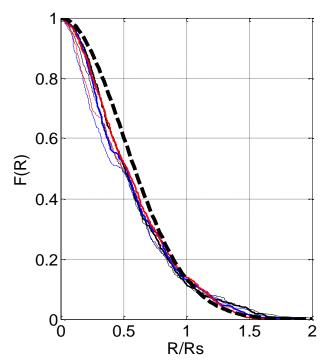


Рис. 3.22. Функция распределения для высот наката в случае узкополосного (тонкие линии) и широкополосного (жирные линии) сигнала при различных среднеквадратичных амплитудах падающей волны. Пунктирная линия соответствует распределению Рэлея

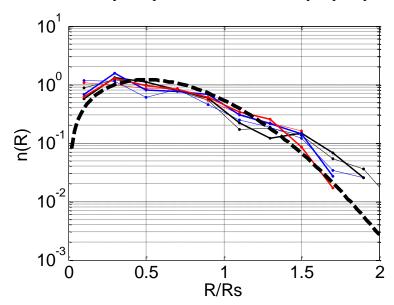


Рис. 3.23. Плотность функции распределения максимумов наката для узкополосного (тонкие линии) и широкополосного (жирные линии) спектров при различных амплитудах падающей волны: Пунктирная линия соответствует распределению Рэлея

Такое спад легко объяснить обрушением волн, которое ведет к "срезанию" амплитуд максимальных волн. Также можно увидеть, что хвосты узкополосного сигнала при тех же амплитудах всегда находятся выше, чем у широкополосного сигнала, что также говорит о большем количестве волнубийц в поле с узкополосным спектром.

Численные расчеты процесса наката волн на берег в рамках уравнений мелкой воды показали, что обрушение волны влияет как на высоту наката, так и

на время накатывания волны на берег. Нелинейно деформированная или обрушенная одиночная волна движутся быстрее, чем волна с гладким профилем. Высота наката возрастает, если к откосу подходит нелинейно деформированная или ударная волна. Однако если подходит волна большой амплитуды, то потери энергии на ее гребне становятся превалирующими и отношение высоты наката к начальной амплитуде импульса начинает убывать.

Другим основным результатом данной главы является то, что экспериментально подтверждено сильное влияние крутизны фронта волны на характеристики наката длинных волн. Среди волн фиксированной амплитуды и частоты (длины), наиболее крутые волны проникают вглубь побережья на большее расстояние. Описанное влияние передней крутизны часто наблюдалось для больших цунами, например, в 2004 году в Индонезии и в 2011 в Японии, когда волны проникали вглубь на очень большие расстояния.

Экспериментально изучено влияние ширины спектра на распределение максимумов наката. Показано, что влияние ширины спектра мало. Это соответствует теоретическим результатам (Didenkulova et al., 2008а). Было также показано, что узкополосый диапазон спектра падающих волн приводит к большей значительной высоте наката, чем широкополосный спектр волн такой же амплитуды. Увеличение значительной высоты наката волны, благодаря группировке, может быть применено к проблеме волн убийц (Kharif et al., 2009), а также может пролить свет на многочисленные наблюдения волн убийц на побережье (Диденкулова и др., 2006; Nikolkina and Didenkulova, 2011; Nikolkina and Didenkulova, 2012), проявляющиеся либо как внезапное затопление побережья, либо как высокие заплески у крутых откосов. С узкополосным спектром волнового поля также связаны более высокие потери энергии при накатывании волны на берег.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование показало, что при нелинейной трансформации римановой волны отрицательной полярности (впадины) возможно возникновение нового нелинейного эффекта — «обратной» волны, возникающей при формировании ударного фронта, которая распространяется в противоположную от падающей волны сторону. Показано, что появление данного эффекта возможно не только для римановых волн, но и для волн цунами в случае, когда в очаге возможны сильные горизонтальные подвижки.

Описаны основные особенности взаимодействия как римановых, так и ударных волн положительной полярности и для волн разных типов. Рассчитаны максимумы смещения водной поверхности в момент взаимодействия ударных волн. При малых амплитудах рассчитанные величины хорошо описываются аналитической теорией для взаимодействующих римановых волн. В случае обрушения толщина потока становится меньшей, чем предсказывается теорией для римановых волн и полностью развитого бора.

Показано, что обрушение волны влияет как на высоту, так и на время наката волны на берег. Нелинейно деформированная или обрушенная одиночная волна движется быстрее, чем волна с гладким профилем. Высота наката возрастает, если к откосу подходит нелинейно деформированная волна или ударная волна в начальной стадии.

В ходе экспериментов, выполненных в большом лабораторном лотке Ганноверского университета, подтверждено влияние асимметрии падающей волны на высоту её наката на берег, приводящее к тому, что крутые волны проникают вглубь побережья на большие расстояния.

В рамках лабораторного эксперимента показано, что ширина спектра падающей волны мало влияет на распределение максимумов высот наката нерегулярных волн на берег. Максимумы высот накатов волн для спектров различной ширины достаточно хорошо описываются распределением Рэлея.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. **Арсеньев, А.С.**Динамика морских длинных волн / А.С. Арсеньев, Н.К Шелковников.— М.: МГУ, 1991.— 88 с.
- 2. **Вольцингер, Н.Е.** Длинноволновая динамика прибрежной зоны / Н.Е. Вольцингер, К.А. Клеванный, Е.Н. Пелиновский. –Л.: Гидрометеоиздат, 1989.–272 с.
- 3. **Воляк, К.И.** О возникновении обратных волн в однородных нелинейных средах / К.И. Воляк, А.С. Горшков, О.В. Руденко // Вестник МГУ, Сер. «Физика, астрономия».— 1975. № 1. –С. 32-36.
- 4. **Гурбатов, С.Н.**Введение в теорию нелинейных волн гидродинамического типа / С.Н. Гурбатов, А.И. Саичев. Нижний Новгород: Издательство ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2003.– 155с.
- 5. **Гурбатов, С.Н.** Нелинейные случайные волны в средах без дисперсии / С.Н. Гурбатов, А.И. Малахов, А.И. Саичев. –М.: Наука, 1990.– 214 с.
- 6. Диденкулова, И.И. Накат нелинейно деформированных волн на берег / И.И. Диденкулова, Н. Заибо, А.А. Куркин, Б.В. Левин, Е.Н. Пелиновский, Т. Соомере // Доклады Академии Наук. 2006а. Т. 410. № 5. С. 676-678.
- 7. Диденкулова, И.И. Крутизна и спектр нелинейно деформируемой волны на мелководье / И.И. Диденкулова, Н. Заибо, А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2006b. Т. 42. № 6. С. 839-842.
- 8. Диденкулова, И.И. Накат одиночных волн различной формы на берег / И.И. Диденкулова, А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2007. Т. 43. № 3. С. 419–425.
- 9. **Диденкулова, И.И.** Накат длинных волн на берег: влияние формы подходящей волны / И.И. Диденкулова, Е.Н. Пелиновский // Океанология. –2008. Т. 48. № 1. С. 5-10.
- 10. Доброхотов, С.Ю. Расчет волновых движений в океане над переменным дном методом Маслова / С.Ю. Доброхотов, П.Н. Жевандров // Исследования цунами. №1. 1986. С.73-79.
- 11. Доброхотов, С.Ю. Локализованные решения одномерной нелинейной системы уравнений мелкой воды со скоростью c=x1/2 / С.Ю. Доброхотов, Б. Тироцци // УМН. 2010. Т. 65. № 1. С. 185–186.
- 12. Доброхотов, С.Ю. О заменах, приводящих одномерные системы мелкой воды к волновому уравнению со скоростью звука $c^2 = x / C$.Ю. Доброхотов, С.Б. Медведев, Д.С. Миненков //Математические заметки. –2013. –Т. 93, Вып. 5. –С. 725-736.

- 13.**Зайцев, А.И.** Моделирование распространения катастрофического цунами (26 декабря 2004 г.) в Индийском океане / А.И. Зайцев, А.А. Куркин, Б.В. Левин, Е.Н. Пелиновский, А. Ялчинер, Ю.И. Троицкая, С.А. Ермаков // Доклады РАН. 2005. –Т. 402. № 3. С. 388-392.
- 14.**Зайцев, А.И.** Прогноз высот волн цунами на Российском побережье Чёрного моря / А.И. Зайцев, Е.Н. Пелиновский // Океанология. 2011. –Т. 51. № 6. С. 965-973.
- 15.**Кочин, Н.Е.** Теоретическая гидромеханика / Н.Е. Кочин, И.А. Кибель, Н.В. Розе. М.: Физматлит, 1963. 1312 с.
- 16. **Курант, Р.** Сверхзвуковое течение и ударные волны / Р. Курант, К. Фридрихс. М.: Издательство иностранной литературы, 1950. 427 с.
- 17.**Куркин, А.А.** Волны-убийцы: факты, теория и моделирование / А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский Нижний Новгород: ННГУ, 2004. 157 с.
- 18. **Лайтхилл**, Дж. Волны в жидкостях / Дж. Лайтхилл. М.: Мир, 1981. 598 с.
- 19. **Накамура, С.** О гидравлическом боре и применении результатов его изучения к проблеме возникновения и распространения цунами / С. Накамура // Волны цунами. Труды СахКНИИ. Южно-Сахалинск. Вып. 32. 1973. С. 129–151.
- 20.**Носов, М.А.** Об эффекте дисперсионного усиления цунами / М.А. Носов, Н.К. Шелковников // Исследования цунами. 1993. –№5.– С. 117-121.
- 21. **Островский, Л. А.** Введение в теорию модулированных волн / Л. А. Островский, А. И. Потапов. М.: Физматлит, 2003. 400 с.
- 22.**Пелиновский, Е.Н.** Гидродинамика волн цунами / Е.Н. Пелиновский. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1996. 276 с.
- 23.**Пелиновский, Е.Н.** Нелинейная динамика волн цунами / Е.Н. Пелиновский. Горький: ИПФ АН СССР, 1982. 226 с.
- 24. **Пелиновский, Е.Н.** Распространение длинных волн в проливах / Е.Н. Пелиновский, Е.Н. Трошина // Морские гидрофизические исследования. 1993. —№ 1. С. 47-52.
- 25. **Рабинович, М.И.** Введение в теорию колебаний и волн / М.И. Рабинович, Д.И. Трубецков. // (2-е изд.) НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». 2000. 560с.
- 26.**Руденко, О.В.** Теоретические основы нелинейной акустики / О.В. Руденко, С.И. Солуян. М.: Наука, 1975. 384 с.
- 27. **Седов**, **Л.И.** Механика сплошной среды / Л.И. Седов М.: Наука, 1977. 1060 с.
- 28.**Сретенский, Л.Н.** Теория волновых движений жидкости / Л.Н. Сретенский. М.: Наука, 1977. 816 с.
- 29. Стокер, Дж. Волны на воде / Дж. Стокер. М.: ИЛ, 1959. 618 с.

- 30. **Уизем**, Дж. Линейные и нелинейные волны / Дж. Уизем. М.: Мир, 1977. 622 с.
- 31.**Шокин, Ю.И.** Вычислительный эксперимент в проблеме цунами / Ю.И. Шокин, Л.Б. Чубаров, А.Г. Иарчук, К.В. Симонов. Новосибирск: Наука, 1988.– 164 с.
- 32. **Шокин, Ю.И.** Об использовании методов численного моделирования для оценки катастрофических воздействий длинных волн на прибрежную территорию / Ю.И. Шокин, Л.Б. Чубаров, З.И. Федотова // Проблемы безопасности и чрезвычайных ситуаций. М.: ВИНИТИ, 2007. № 4. С. 104-113.
- 33. Шулейкин, В.В. Физика моря / В.В. Шулейкин. М: Наука, 1968. 1083 с.
- 34.**Berger, M.** The GeoClaw software for depth-averaged flows with adaptive refinement / M. Berger, D. George, R.J. LeVeque, K. Mandli // Adv. Water Res. V. 34(9), 2011. P. 1195–1206.
- 35.**Bonneton, P.** On the occurrence of tidal bores The Garonne River case / P. Bonneton, J. Van de Loock, J-P. Parisot, N. Bonneton, A. Sottolichio, G. Detandt, B. Castelle, V. Marieu, N. Pochon // Journal Coastal Research. Special Issue 64. 2011. P. 1462–1466.
- 36. Caputo, J.-G. Bore formation, evolution and disintegration into solitons in shallow inhomogeneous channels / J.-G. Caputo, Y.A. Stepanyants // Nonlinear Processes in Geophysics. 2003. V. 10.–P. 407-424.
- 37. Carrier, G.F. Water waves of finite amplitude on a sloping beach / G.F. Carrier, H.P. Greenspan // J. Fluid Mech. 1958. V. 4. P. 97 109.
- 38. Carrier, G.F. Tsunami run-up and draw-down on a plane / G.F. Carrier, T.T. Wu, H. Yeh // J. Fluid Mech. 2003. V. 475. P. 79-99.
- 39. **Castro, I.P.** Rough-wall boundary layers: mean flow universality / I.P. Castro // Journal of Fluid Mechanics. –2007. V. 585. P. 469–485.
- 40. **Chanson, H.** Tidal Bores, Aegir, Eagre, Mascaret, Pororoca: Theory and Observations / H. Chanson. World Scientific.// Singapore. 2011a. 220 p.
- 41. **Chanson, H.** Current knowledge in tidal bores and their environmental, ecological and cultural impacts / H. Chanson // Environ Fluid Mech. 2011b. –V. 11. P. 77–98.
- 42. **Chanson, H.** Photographic Observations of Tidal bores (Mascarets) in France / H. Chanson // Hydraulic Model Report № CH71/08. University of Queensland. Australia, 2008. 104 p.
- 43. **Chanson, H.** An Experimental Study of Tidal Bore Propagation: the Impact of Bridge Piers and Channel Constriction / H. Chanson // Hydraulic Model Report No. CH74/08. School of Civil Engineering. University of Queensland. Australia, 2009. 109 p.

- 44. **Cheng-Han, T.** Observations and conditions for occurrence of dangerous coastal waves / T. Cheng-Han, S. Ming-Yang, H. Shih-Jen // Ocean Engineering. 2004. V. 31.–P. 745–760.
- 45.**Cun-Hong, P.** 2d numerical simulation of tidal bore on Qiantang river using KFVS scheme / P. Cun-Hong, L. Hai-Yan // Coastal Engineering Proceedings. V. 32. 2010. DOI:10.9753/icce.v32.currents.29
- 46.**Denissenko, P.** Influence of the nonlinearity on statistical characteristics of long wave runup / P. Denissenko, I. Didenkulova, E. Pelinovsky, J. Pearson // Nonlinear Processes in Geophysics. 2011. V. 18..– P. 967-975.
- 47. **Didenkulova, I.** Traveling water waves along a quartic bottom profile / I. Didenkulova, E. Pelinovsky // Proceedings of the Estonian Academy of Science. 2010. –V. 59(2). P. 166-171.
- 48.**Didenkulova, I.** New trends in the analytical theory of long sea wave runup / I. Didenkulova // Applied Wave Mathematics. Springer. –2009. P. 265-296.
- 49.**Didenkulova, I.** Rogue waves in nonlinear hyperbolic systems (shallow-water framework) / I. Didenkulova, E. Pelinovsky // Nonlinearity. 2011. V.24..– P. R1–R18.
- 50.**Didenkulova, I.** Runup of long irregular waves on a plane beach / I. Didenkulova, E. Pelinovsky, A. Sergeeva // Extreme Ocean Waves. Springer. –2008a. P. 83–94.
- 51. **Didenkulova, I.** Statistical characteristics of long waves nearshore / I. Didenkulova, E. Pelinovsky, A. Sergeeva // Coastal Engineering. 2011. V.58. P. 94–102.
- 52. **Didenkulova, I.** Long surface wave dynamics along a convex bottom / I. Didenkulova, E. Pelinovsky, T. Soomere // Journal of Geophysical Research Oceans. 2009. V.114. C07006.
- 53.**Didenkulova, I.**Run-up characteristics of tsunami waves of "unknown" shapes / I. Didenkulova, E. Pelinovsky, T. Soomere // Pure and Applied Geophysics. 2008b. V. 165(11/12)...– P. 2249-2264.
- 54. **Didenkulova, I.** Runup of nonlinear asymmetric waves on a plane beach / I. Didenkulova, E. Pelinovsky, T. Soomere, N. Zahibo // Tsunami and Nonlinear Waves. Springer. 2007. P. 173-188.
- 55.**Docherty, N.J.** Characterisation of Unsteady Turbulence in Breaking Tidal Bores including the Effects of Bed Roughness / N.J. Docherty, H. Chanson // Hydraulic Model Report No. CH76/10. School of Civil Engineering. University of Queensland. Australia, 2010. 112 p.
- 56.**Dysthe, K.** Oceanic rogue waves / K. Dysthe, H.E. Krogstad, P. Muller // Annual Review of Fluid Mechanics. 2008. V.40.–P. 287–310.

- 57. **Favre, H.** Etude Théorique et Expérimentale des Ondes de Translation dans les Canaux Découverts (Theoretical and Experimental Study of Travelling Surges in Open Channels) / H. Favre // Dunod Edition. (in French). Paris, France, 1935. 215 p.
- 58.**Garrett, C.** Rogue Waves / C. Garrett, J. Gemmrich // Physics Today. –2009. V.62. –№ 6. P. 62–63.
- 59. **Gonzalez, F.I.** Validation of the GeoClaw model / F.I. Gonzalez, R.J. LeVeque, P. Chamberlain, B. Hirai, J. Varkovitzky, D.L. George // Tech. Report prepared for the National Tsunami Hazard Mitigation Program. Available at:http://www.http://depts.washington.edu/clawpack/links/nthmpbenchmarks/accessed 26.02.2014.
- 60. **Kânoğlu, U.** Nonlinear evolution and run-up-rundown of long waves over a sloping beach / U. Kânoğlu // J. Fluid Mech. 513. –2004. P. 363-372.
- 61.**Kharif, Ch.** Rogue Waves in the Ocean / Ch. Kharif, E. Pelinovsky, A. Slunyaev. Springer, 2009. 216 p.
- 62.**Kjerfve, B.** Tidal bores: First ever measurements / B. Kjerfve, H.O. Ferreira // Journal of the Brazilian Association for the Advancement of Science. 1993. –V. 45(2). P.135-137.
- 63.**Lax, P.D.** Systems of conservation laws / P.D. Lax, B. Wendroff // Commun. Pure Appl Math. 1960. –V. 13(2).–P. 217–237.
- 64.**LeVeque**, **R.J.** A Well-Balanced Path-Integral f-wave Method for Hyperbolic Problems with Source Terms / R.J. LeVeque // Journal of Scientific Computing. 2010. –V. 48. P. 209-226.
- 65.**LeVeque**, **R.J.** Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems / R.J. LeVeque. Cambridge University Press, 2002. 558 p.
- 66.**Leveque, R.J.** High-resolution finite volume methods for the shallow water equations with bathymetry and dry states / R.J. Leveque, D.L. George // WSPC. 2007. –V. 10. P. 43-73.
- 67.**Li, Y.** Non-breaking and breaking solitary wave run-up / Y. Li, F. Raichlen // J. Fluid Mech. –2002. –V. 456. P. 295-318.
- 68. **Madsen, P.A.** Run-up of tsunamis and long waves in terms of surf-similarity / P.A. Madsen, D.R. Fuhrman // Coastal Engineering. 2008. –V. 55. P. 209-223.
- 69.**Mansard, E.P.D.**The measurement of incident and reflected spectra using a least squares method / E.P.D. Mansard, E.R. Funke // International Conference on Coastal Engineering. Hamburg, Germany. –1980. P. 154-172.
- 70.**Massel, S.R.** Ocean surface waves: their physics and prediction / S.R. Massel // World Scientific Publ. Singapore, 1996. 492 p.

- 71. **Mouaze, D.** Field measurements in the tidal bore of the sélune river in the bay of Mont Saint Michel (September 2010) / D. Mouaze, H. Chanson, B. Simon // Report CH81/10. School of civil engineering. University of Queensland. Australia, 2010. 72 p.
- 72.**Nikolkina I.** Catalogue of rogue waves reported in media in 2006–2010 / I. Nikolkina, I. Didenkulova // Natural Hazards. 2012. –V. 61(3). P. 989-1006.
- 73.**Nikolkina I.**Rogue waves in 2006-2010 / I. Nikolkina, I. Didenkulova // Natural Hazards and Earth System Science. 2011. –V.11. P. 2913-2924.
- 74.**Pelinovsky, E.** Large-amplitude long wave interaction with a vertical wall / E. Pelinovsky, Ch. Kharif, T. Talipova // Eur. J. Mech. B. –2008. –V.27.–P. 409–418.
- 75.**Pelinovsky, E.** Exact analytical solutions of nonlinear problems of tsunami wave run-up on slopes with different profiles / E. Pelinovsky, R. Mazova // Natural Hazards. –1992. –V. 6. P. 227 249.
- 76.**Ranga Raju, K. G.** Velocity profiles and fence drag for a turbulent boundary layer along smooth and rough plates / K.G. Ranga Raju, J. Loeser, E.J. Plate // Journal of Fluid Mechanics. –1976. –V. 76. P. 383–399.
- 77. **Sachdev, P.L.** Motion of a bore over a sloping beach: an approximate analytical approach / P.L. Sachdev, V.S. Seshadri // J. Fluid Mech. −1976. −V.78. −№3.–P. 481-487.
- 78.**Shen, M.C.** Climb of a bore on a beach. Part 3. Run-up / M.C. Shen, R.E. Meyer // J. Fluid Mech. −1963. -V.16. №1. P. 113-125.
- 79.**Simon, B.** Turbulence measurements in the Garonne River tidal bore: First observations / B. Simon, P. Lubin, D. Reungoat, H. Chanson // Proceedings of the 34th IAHR World Congress. Engineers Australia. 2011. P. 1141-1148.
- 80.**Simpson, J.H.** Reynolds stress and TKE production in an estuary with a tidal bore / J.H. Simpson, N.R. Fisher, P. Wiles // Estuarine, Coastal and Shelf Science. –2004. –V. 60(4).–P. 619-627.
- 81. Simpson, J.H. The Clyde Sea: a Model of the Seasonal Cycle of Stratification and Mixing / J.H. Simpson, T.P. Rippeth // Estuarine, Coastal and Shelf Science. –1993. –V. 37(2). P. 129–144.
- 82.**Synolakis, C.E.** The runup of solitary waves / C.E. Synolakis // J. Fluid Mech. 1987. V. 185.–P. 523-545.
- 83. **Synolakis**, **C.E.** Tsunami runup on steep slopes: How good linear theory really is? / C.E. Synolakis // Natural Hazards. –1991. –V.4. P. 221-234.
- 84. **Synolakis, C.E.** The anomalous behavior of the run-up of cnoidal waves / C.E. Synolakis, M.K. Deb, J.E. Skjelbreia // Phys. Fluids. −1988. − V. 31.—№ 1.—P. 3-5.

- 85. **Tadepalli, S.** The Runup of N-waves / S. Tadepalli, C.E. Synolakis // Proceeding of the Royal Society of London. –1994. A, 445:99–112.
- 86.**Teles Da Silva, A.F.** Nonsteady computations of undular and breaking bores / A.F. Teles Da Silva, D.H. Peregrine // Proc. 22nd Int. Cong. Coastal Eng. ASCE Publ., Delft, Netherlands. –1990. –V. 1.–P. 1019–1032.
- 87. **Tinti, S.** Analytical evolution of tsunamis induced by near-shore earthquakes on a constant-slope ocean / S. Tinti, R. Tonini // J. Fluid Mech. –2005. –V. 535.–P. 33-64.
- 88.**Tsuji, Y.** Tsunami ascending in rivers as an undular bore / Y. Tsuji, T. Yanuma, I. Murata, C. Fujiwara // Natural Hazards. –1991. –V. 4.–P. 257-266.
- 89. **Wu, Y.H.** Mathematical analysis of long-wave breaking on open channels with bottom friction / Y.H. Wu, J.-W. Tian // Ocean Engineering. 2000. –V. 26.–P. 187-201.
- 90. **Yalciner**, **A.** Understanding the possible effects of near and far field tsunamis on Lesser Antilles by numerical modelling / A. Yalciner, N. Zahibo, E. Pelinovsky, I. Insel, D.I. Dilmen, A. Zaytsev, A. Chernov, C. Ozer // Open Oceanography J. 2010. –V. 4.–P. 50-57.
- 91. **Zahibo, N.** Analytical and numerical study of nonlinear effects at tsunami modeling / N. Zahibo, E. Pelinovsky, T. Talipova, A. Kozelkov, A. Kurkin // Applied Mathematics and Computation. 2006. –V. 174(2).–P. 795-809.
- 92.**Zhu, X.-H.** Observation and dynamics of the tidal bore in the Qiantang River, China / X.-H. Zhu // International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering. 2011. P. 7496 7499.

Публикации авторов

- РА 1. Диденкулова, И.И. Формирование экстремальных волн на мелкой воде с учетом обрушения / И.И. Диденкулова, Е.Н. Пелиновский, А.А. Родин // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. −2012. −Т. 5. –№ 1. С. 89-98.
- РА 2. **Пелиновский, Е.Н.** Нелинейная деформация волны большой амплитуды на мелководье / Е.Н. Пелиновский, А.А. Родин // Доклады Академии Наук. −2011. − Т. 438. −№ 3. − С. 337–340.
- РА 3. **Пелиновский, Е.Н.** Трансформация сильно нелинейной волны в мелководном бассейне / Е.Н. Пелиновский, А.А. Родин // Известия РАН Физика атмосферы и океана. -2012. -T. 48, -N2. -C. 1-7.
- РА 4. **Пелиновский, Е.Н.** Нелинейные эффекты начальной стадии волн цунами / Е.Н. Пелиновский, А.А. Родин // Известия РАН Физика атмосферы и океана. 2013. -T. 49 № 5. -C. 595-600.

- РА 5. **Родин, А.А.** Взаимодействие уединенных волн большой амплитуды в мелководном бассейне / А.А. Родин, И.И. Диденкулова, Е.Н. Пелиновский // Фундаментальные Исследования. −2012. –№ 11(3). С. 710-714.
- РА 6. **Родин, А.А.** Численные расчеты наката обрушенных одиночных волн на плоский откос / А.А. Родин // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. −2013. − № 1(98). − С. 36-43.
- РА 7. **Родин, А.А.** Влияние эффектов обрушения на трансформацию и накат длинных волн на берег.: дис. ... кандидата физико-математических наук : 01.02.05; [Место защиты: Нижегор. гос. техн. ун-т им Р.Е. Алексеева] Нижний Новгород, 2013. 121 с.
- PA 8. **Denissenko, P.** Experimental statistics of long wave runup on a plane beach / P. Denissenko, I. Didenkulova, A. Rodin, M. Listak, E. Pelinovsky //Journal of Coastal Research. –2013. –SI 65, P. 195-200.
- PA 9. **Didenkulova, I.** Effect of asymmetry of incident wave on the maximum runup height / I. Didenkulova, P. Denissenko, A. Rodin, E. Pelinovsky // Journal of Coastal Research. –2013. –SI 65, P. 207-212.
- PA 10. **Didenkulova, I.** Nonlinear interaction of large-amplitude unidirectional waves in shallow water / I. Didenkulova, E. Pelinovsky, A. Rodin // Estonian Journal of Engineering, -2011 -17(4), P. 289 300.

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ

Родин Артём Александрович Пелиновский Ефим Наумович

ДИНАМИКА ДЛИННЫХ ВОЛН В ПРИБРЕЖНОЙ ЗОНЕ МОРЯ С УЧЕТОМ ЭФФЕКТОВ ОБРУШЕНИЯ

Редактор О.В. Пугина Компьютерная верстка авторов

Подписано в печать 16.08.2014. Формат $60x84^{-1}/_{16}$. Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 6. Тираж 100 экз. Заказ

Отпечатано в типографии РАСТР-НН. 603024, Нижний Новгород, ул. Белинского, 61.



Родин Артём Александрович

к.ф.-м.н., Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Институт Кибернетики при Таллинском технологическом университете



Пелиновский Ефим Наумович

д.ф.-м.н., профессор, член - корреспондент Российской Академии Естествознания, главный научный сотрудник лаборатории нелинейных геофизических процессов Института прикладной физики РАН, автор более 300 научных работ.