

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. ЛОМОНОСОВА

БИБЛИОТЕКА
ФАКУЛЬТЕТА
ПОЛИТОЛОГИИ
МГУ

Труды семинара
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПОЛИТИЧЕСКИХ
СИСТЕМ
И ПРОЦЕССОВ»

Выпуск I



Редакционная коллегия:

д-р ист. наук ШUTOB A. Ю. (председатель),
д-р полит. наук ШИРИНЯНЦ A. A. (заместитель председателя),
канд. филос. наук ОСАДЧЕНКО З. Н. (ответственный секретарь),
канд. ист. наук АНДЕРСОН К. М., д-р полит. наук АХРЕМЕНКО A. C.,
канд. полит. наук ДЕМИН И. Ю., канд. филос. наук ДЕМЧУК A. Л.,
канд. ист. наук ЕВГЕНЬЕВА Т. В., д-р филос. наук КОВАЛЕНКО В. И.,
д-р филос. наук КУДРЯШОВА М. С.,
д-р полит. наук, академик РАН ПИВОВАРОВ Ю. С.,
д-р полит. наук ТУРОВСКИЙ Р. Ф., д-р филос. наук ЦЫГАНКОВ П. А.,
канд. полит. наук ЧИХАРЕВ И. А., д-р филос. наук ШЕСТОПАЛ Е. Б.,
д-р полит. наук ЯКУНИН В. И.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М. В. Ломоносова
ФАКУЛЬТЕТ ПОЛИТОЛОГИИ

Труды семинара
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПОЛИТИЧЕСКИХ СИСТЕМ
И ПРОЦЕССОВ»

Под редакцией
доктора политических наук, профессора
А. С. АХРЕМЕНКО

Выпуск I



Издательство Московского университета

2011

УДК 32:001.8;32:303.8

ББК 60.5; 66.0

Т78

Печатается по решению Ученого совета факультета политологии
Московского университета имени М.В. Ломоносова

Труды семинара «Математическое моделирование политических систем и процессов». Выпуск I / Под ред. А.С. Ахременко. — М.: Издательство Московского университета, 2011. — 184 с. (Библиотека факультета политологии МГУ).

ISBN 978-5-211-06294-8

В сборник вошли работы участников постоянного научного семинара «Математическое моделирование политических систем и процессов», организованного на базе Лаборатории математических методов политического анализа и прогнозирования факультета политологии МГУ. Статьи сборника посвящены таким проблемам, как измерение свойств политических объектов, политическая стабильность, измерение эффективности государственной власти, манипулирование при принятии решений.

Для специалистов, преподавателей, аспирантов, студентов, всех, кто интересуется применением количественных методов и математического моделирования в политической науке.

Ключевые слова: математическое моделирование, детерминированные модели, политическая стабильность, эффективность власти, системный подход, институциональный подход, теория игр, манипулирование, принятие решений.

Proceedings of the Seminar “Mathematical Simulation of Political Systems and Processes”. Issue I / Edited by A.S. Akhremenko. — Moscow: Moscow University Press, 2011. — 184 p. (Library of the Faculty of Political Science, Lomonosov Moscow State University).

This book comprises working papers from the regular scientific seminar “Mathematical Simulation of Political Systems and Processes” organized by the Laboratory of Mathematical Methods in Political Analysis and Forecasting at the MSU’s Faculty of Politology.

The articles are devoted to such problems as change of political subjects’ properties, political stability, state power efficiency measuring, manipulation at decision-making.

The book will be useful for specialists, teachers, post-graduates, students, and everybody who is interested in quantitative methods and mathematical simulation application in the political science.

Key words: mathematical simulation, deterministic models, political stability, efficiency of state power, system approach, institutional approach, game theory, manipulation, decision-making.

УДК 32:001.8;32:303.8

ББК 60.5; 66.0

© Коллектив авторов, 2011

© Факультет политологии МГУ имени
М.В. Ломоносова, 2011

© Издательство Московского университета, 2011

ISBN 978-5-211-06294-8

Содержание

Предисловие	6
<i>Александров П.Н.</i> Математическое моделирование политических процессов: системы обыкновенных дифференциальных уравнений.....	10
<i>Шведовский В.А.</i> Оценка ограничения социального неравенства в политике предотвращения социального взрыва	20
<i>Палитай И.С.</i> Обоснование антитеррористической идеологии посредством исследования терроризма методом моделирования ..	33
<i>Загиева В.В.</i> Агентно-ориентированное моделирование: модель гражданского восстания Д. Эпштейна	52
<i>Ахременко А.С.</i> Оценка эффективности государственного сектора: теоретическая модель и методика измерения	64
<i>Шкапина М.И.</i> Эффективность государственной власти. Системно-динамический подход	95
<i>Ахременко А.С., Юрескул Е.А.</i> Использование логистической модели в оценке эффективности регионов России (на примере анализа динамики ВРП в 2000–2009 гг.)	105
<i>Дмитриев М.Г. Павлов А.А., Петров А.П.</i> Построение и анализ модели «власть—общество—экономика»	132
<i>Карабекян Д.С.</i> О манипулируемости q -Паретовских правил принятия решений	142
<i>Карнов А.В.</i> Стратегическое голосование: случай двух крупных игроков.....	157
<i>Камалова Р.У.</i> Моделирование коалиционных предпочтений в рейхстаге Веймарской Германии	165



Александр Викторович Карпов

преподаватель кафедры микроэкономического анализа НИУ ВШЭ,
преподаватель кафедры высшей математики на факультете экономики
НИУ ВШЭ, м.н.с. Международной лаборатории анализа и выбора
решений НИУ ВШЭ, аспирант НИУ ВШЭ

akarpov@hse.ru

При помощи инструментария теории игр автором изучается проблема пропорционального представительства при выборе заранее определенного числа победителей из набора кандидатов на руководящую должность. В рамках рассматриваемой модели разрешаются возникающие в подобных ситуациях конфликты.

Ключевые слова: стратегическое голосование, теория игр, математическое моделирование, принятие решений.

Стратегическое голосование: случай двух крупных игроков¹

1. Введение

На выборах в совет директоров акционерной компании стоит задача определения среди кандидатов заранее известного числа победителей, которые потом станут членами совета. Таким образом, возникает проблема пропорционального представительства. Суть ее заключается в том, чтобы структура совета директоров соответствовала структуре владения акционерным капиталом компании, т.е. основные игроки должны быть представлены в совете пропорционально количеству их акций.

Выборы в совет директоров представляют интерес, потому что они отличаются от классической задачи пропорционального представительства, широко рассмотренной в литературе: фундаментальное исследование задачи пропорционального распределения мест в Палате Представителей США проведено в работе "Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote"², различные методы пропорционального представительства также рассмотрены в работах Ф.Т. Алескорова, П. Ортешука и

¹ Работа частично поддержана Научным фондом НИУ ВШЭ (грант № 10-04-0030) и Лабораторией анализа и выбора Решений НИУ ВШЭ.

² Balinski M., Young P. Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote. New Haven, CT: Yale University Press, 1982.

А.В. Карпова¹. Основное отличие от широко изученной задачи в том, что владельцы пакетов акций могут делить свои голоса между кандидатами. Этим они могут выразить свою степень предпочтения кандидатам. На обычных выборах избиратель может только указать наилучшего для себя кандидата.

Более широкие возможности для отражения своих предпочтений могут повлечь и более широкие возможности для стратегических действий. В данной работе под стратегическими действиями понимается не демонстрация неискренних предпочтений, как иногда предполагается в литературе, а различные варианты использования своих голосов. Участники голосования выбирают не только за кого проголосовать, но и какую часть голосов отдать за того или иного кандидата. При этом различные варианты голосования могут соответствовать одним и тем же предпочтениям. Например, как стратегия «делить голоса между двумя кандидатами», так и стратегия «делить голоса между тремя кандидатами» может не противоречить стремлению иметь максимальное число мест в совете директоров. Какая из стратегий будет более успешной, зависит от выбора стратегии другим игроком. Исследованию данного вопроса посвящена данная работа.

С проблемой манипулирования (выбор стратегии голосования, соответствующего неискренним предпочтениям) в условиях множественного выбора можно ознакомиться в работе «Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора»². В этой работе изучался множественный выбор в качестве расширения однозначного выбора. Исследование манипулирования процедур пропорционального представительства на современном этапе находится в развитии и не предлагает общего решения.

Первые попытки анализа манипулирования систем пропорционального представительства строились на возможности свести задачу к уже известной проблеме однозначного выбора. Простейший случай выборов с тремя кандидатами в двухмандатном округе рассмотрен в работе “Strategic Electoral Choice in Multi-Member Districts”³. Автор показывает, что двухмандатные округа были достаточно широко распространены в

¹Алескеров Ф.Т., Ортегук П. Выборы. Голосование. Партии. М. 1995; Карпов А.В. Теорема о невозможности в задаче пропорционального представительства // Экономический журнал ВШЭ. 2009. № 4. С. 595–615.

²Алескеров Ф.Т., Карабекян Л.С., Санвер Р.М., Якуба В.И. Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора // Журнал Новой экономической ассоциации. 2009. Т. 1, № 1. С. 37–61.

³Cox G.W. Strategic Electoral Choice in Multi-Member Districts: Approval Voting in Practice? // American Journal of Political Science. 1984. Vol. 28, N 4. P. 722–738.

США и Англии и рассмотрение этого случая представляет собой определенный интерес. Имея упорядоченные по предпочтению 3 исхода и ожидаемые вероятности того или иного состояния мира (как проголосовали остальные избиратели, всего 12 принципиально различающихся состояний), избиратель выбирает, голосовать ли только за свою наилучшую альтернативу {1}, или за две наилучших {1,2}. Этот выбор в некотором смысле аналогичен выбору, который делает избиратель при одобряющем голосовании. Более полный анализ выборов с тремя кандидатами в двухмандатном округе проведен Ордешуком и Зенгом¹. Авторы находят такие условия, чтобы все голосовали искренне. Показаны примеры, когда манипулирование является равновесием по Нэшу.

В более поздней работе Кокс² распространяет логику конкуренции в одномандатных округах на многомандатные. В мажоритарных системах выборы сводились к конкуренции двух партий, а стратегическое голосование проявлялось в следующем. Сторонник некой третьей партии будет голосовать не за свою наилучшую альтернативу, а за одну из двух ведущих партий, которая для него лучше. Таким образом, в M -мандатных округах происходит конкуренция $M + 1$ кандидата и избиратели голосуют в основном только за них.

В данной работе проведен анализ стратегического голосования при голосовании пакетами акций на выборах кандидатов в совет директоров акционерной компании. Простейший и одновременно достаточно распространенный случай представляет собой голосование двух крупных владельцев акций, желающих провести в совет директоров как можно больше своих представителей.

2. Формальная модель

N кандидатов борются за право занять одно из K ($N > K$) мест в совете директоров компании. Каждый из M избирателей (акционеров) имеет голоса (голосующие акции), которые может делить между кандидатами. В модели акции бесконечно делимы. На практике бывают некоторые ограничения, но при большом количестве акций это предположение достаточно правдоподобно.

¹ Ordeshook P.C., Zeng L. Some Properties of Hare Voting with Strategic Voters // Public Choice. Vol. 78, N 1. Essays at the Interface of Political Science and Public Choice. 1994. P. 87-101.

² Cox G.W. Strategic Voting Equilibria Under the Single Nontransferable Vote // The American Political Science Review. 1994. Vol. 88, N 3. P. 608- 621.

Голосование происходит одновременно, то есть никто не должен знать предварительного итога, несмотря на то что на практике распространено голосование по почте и эти заявки могут быть внесены до начала собрания акционеров.

Первые K кандидатов, набравшие наибольшее число голосов, объявляются победителями.

Рассмотрим голосование при наличии двух крупных игроков, которые своими действиями влияют на итог голосования. Они хотят провести в совет директоров как можно больше своих представителей, кроме того, возможна мотивация исключения из совета тех или иных представителей других игроков.

Если всего голосов V , то, для того чтобы гарантированно провести одного кандидата, необходимо набрать

$$\frac{V}{K+1} + 1. \quad (1)$$

Это минимальное количество голосов, которое не могут одновременно набрать $K + 1$ кандидат. Если не все избиратели участвовали в голосовании, эта величина становится несколько ниже, но до конца голосования эта величина неизвестна.

У каждого из двух игроков достаточно своих кандидатов, чтобы заполнить совет директоров. Каждый игрок знает количество голосов другого игрока, так как владельцам крупных пакетов акций доступна выписка из реестра акционеров. Кроме количества голосов игроки могут строить ожидания относительно возможного распределения голосов между кандидатами. Выигрыш игроков — число представителей в совете директоров. Стратегиями являются распределения голосов между кандидатами. В общем случае стратегий бесконечно много. Рассмотрим множество наилучших ответов на стратегию другого игрока (наилучший ответ — стратегия, приносящая игроку максимальное число представителей при фиксированной стратегии конкурента).

Приведем пример, в котором Игрок 1 имеет 120 голосов, а Игрок 2 — 100 голосов. Игроки борются за 7 мест в совете директоров. Если Игрок 1 разделил голоса между пятью кандидатами, т.е. проголосовал (24, 24, 24, 24, 24), то одним из наилучших ответов Игрока 2 будет разделить голоса между четырьмя кандидатами (25, 25, 25, 25), что приведет к избранию 4-х кандидатов Игрока 2; избрания более 4-х кандидатов при данной стратегии Игрока 1 Игрок 2 добиться не может.

Теорема 1. Среди наилучших ответов на стратегию другого игрока всегда есть стратегия разделения голосов поровну между некоторым количеством кандидатов.

Доказательство. Рассмотрим некоторый наилучший ответ, при котором игрок получает x представителей. Если он при данной стратегии отдавал голоса более чем x кандидатам, то стратегия отдать эти голоса прошедшим x кандидатам будет тоже наилучшим ответом, так как при этом количество представителей не уменьшится. Пусть $\min_{j \in J_i} jv_j$ — минимальное количество голосов, отданных Игроком i за выигравшего кандидата j , которое оказалось достаточным для прохождения в совет директоров. Разделив голоса поровну между всеми прошедшими кандидатами, каждый кандидат получит точно не меньше чем $\min_{j \in J_i} jv_j$, следовательно, при такой стратегии тоже будет избрано x кандидатов.

Найдем стратегии, являющиеся взаимными наилучшими ответами (равновесием Нэша). При этой ситуации ни одному из игроков не выгодно отклоняться от выбранной стратегии. Стратегия, когда каждый игрок делит свои голоса поровну между некоторым количеством кандидатов, является равновесной, по Нэшу, при выборе оптимального количества кандидатов, за которых надо голосовать. Покажем, что это оптимальное количество единственно.

Теорема 2. Равновесное, по Нэшу, распределение единственно.

Доказательство. Допустим, что существует 2 равновесных распределения. Равновесия не могут различаться изменением стратегии только одного игрока, иначе одно из распределений, где этот игрок получал меньше представителей, было бы неравновесным. Оба игрока должны применять в разных равновесиях разные стратегии.

Пусть в одном равновесном распределении количество представителей первого и второго игрока равно соответственно (x, y) , а в другом $(x + a, y - a)$. С точностью до переименования игроков можно принять $a \geq 1$. Тогда при данных распределениях мест одним из равновесных распределений голосов по теореме 1 является следующее:

$$\left(\frac{V_1}{x}, \frac{V_2}{y} \right) \text{ и } \left(\frac{V_1}{x+a}, \frac{V_2}{y-a} \right)$$

соответственно за каждого из своих кандидатов, где V_1, V_2 — количества голосов у первого и второго игроков.

Получить больше мест можно, только распределив голоса по большему числу кандидатов. По теореме 1 распределять имеет смысл поровну. Если подобным образом можно увеличить число представителей на q мест, то можно увеличить и на одно место.

Если в случае отклонения будет равенство голосов, то возникнет ситуация распределения $x + y$ мест между $x + y + 1$ кандидатами с равным числом голосов. Эта ситуация создает улучшение для отклонившегося игрока, так как он при некоторых правилах разрешения спорных ситуаций получит дополнительное место, поэтому в условиях неотклонения знаки строгие.

Условие неотклонения первого игрока в первом равновесии

$$\frac{V_1}{x+1} < \frac{V_2}{y} \quad (2)$$

Условие неотклонения второго игрока в первом равновесии

$$\frac{V_2}{y+1} < \frac{V_1}{x} \quad (3)$$

Условие неотклонения первого игрока во втором равновесии

$$\frac{V_1}{x+a+1} < \frac{V_2}{y-a} \quad (4)$$

Условие неотклонения второго игрока во втором равновесии

$$\frac{V_2}{y-a+1} < \frac{V_1}{x+a} \quad (5)$$

Тогда получим

$$\frac{V_2}{y-a+1} \geq \frac{V_2}{y} > \frac{V_1}{x+1} \geq \frac{V_1}{x+a} > \frac{V_2}{y-a+1} \quad (6)$$

из чего следует противоречие

$$\frac{V_2}{y-a+1} > \frac{V_2}{y-a+1} \quad (7)$$

Таким образом, двух равновесий с различным распределением мест не существует.

При этом равновесий может быть несколько. Приведем пример, в котором Игрок 1 имеет 120 голосов, а Игрок 2 — 48 голосов. Игроки борются за 7 мест в совете директоров. Так как среди оптимальных ответов есть стратегии разделения голосов поровну между несколькими кандидатами, то для нахождения равновесия рассмотрим только стратегии деления голосов поровну между некоторым количеством кандидатов. Игрок 1 может гарантированно получить 5 мест ($\frac{120+48}{7+1} + 1 = 22$ — число голосов, гарантирующее 1 место), поэтому рассмотрим его стра-

тегии: разделить голоса между 5, 6, 7 кандидатами. Игрок 2 гарантированно может получить 2 места, поэтому имеет смысл рассмотреть 2 его стратегии: разделение голосов между 2 или между 3 кандидатами.

Таблица 1

Матрица игры

	2 кандидата	3 кандидата
5 кандидатов	(5,2) NE	(5,2)
6 кандидатов	(5,2) NE	(6,1)
7 кандидатов	(5,2) NE	(7,0)

По сути, это антагонистическая игра двух игроков, в которой в чистых стратегиях найден гарантированный выигрыш. Имеется три равновесия по Нэшу (среди стратегий с делением голосов поровну между некоторым количеством кандидатов):

1. Стратегия Игрока 1 — (24, 24, 24, 24, 24), стратегия Игрока 2 — (24, 24);

2. Стратегия Игрока 1 — (20, 20, 20, 20, 20, 20), стратегия Игрока 2 — (24, 24);

3. Стратегия Игрока 1 — (17.1, 17.1, 17.1, 17.1, 17.1, 17.1, 17.1.), стратегия Игрока 2 — (24, 24).

Стоит заметить, что если игроки будут выбирать стратегии последовательно, например первый заранее объявит, как будет голосовать, то выбор стратегий и равновесное распределение не изменятся.

3. Выводы

Модель показывает, что конфликт, возникающий при разделении мест в совете директоров, решается однозначно. При этом находится устойчивое решение, при котором ни у одного из игроков нет стимулов изменить свою стратегию и попытаться получить больше мест. Теорема 2 дает результат о неманипулируемости распределения мест в совете директоров, если акции распределены между двумя владельцами. Акционеры могут заранее рассчитывать на определенное число мест в совете директоров, что является преимуществом существующей процедуры голосования.

При более сложной ситуации, когда кроме двух основных игроков есть еще миноритарные акционеры, и игроки не знают, как проголосуют остальные участники, существует несколько вариантов моделирования. Если остальные участники могут голосовать только за кандидатов первого или второго игрока, то

игроки могут считать, что эти голоса распределяются равномерно между всеми кандидатами. Стратегии и равновесное распределение не изменятся.

Любая информация о голосовании остальных участников, если бы она стала доступной для какого-либо игрока, изменила бы ожидаемое распределение голосов и позволила бы игроку с учетом этого распределить голоса неравномерно для получения нехудшего для него распределения.

Если бы один из игроков объявил о том, как он голосует заранее, то это бы изменило распределение голосов тех участников голосования, кто хотел проголосовать за его кандидатов. Например, это подскажет другим участникам, что за остальных кандидатов этого игрока голосовать не надо — без голосов игрока они все равно не пройдут. Использование такой возможности позволило бы сконцентрировать голоса и провести больше кандидатов.

Литература

1. *Алескерев Ф.Т., Ортешук П.* Выборы. Голосование. Партии. М., 1995.
2. *Алескерев Ф.Т., Карабекян Д.С., Санвер Р.М., Якуба В.И.* Оценка степени манипулируемости известных схем агрегирования в условиях множественного выбора // Журнал Новой экономической ассоциации. 2009. Т. 1, № 1. С. 37–61.
3. *Карнов А.В.* Теорема о невозможности в задаче пропорционального представительства // Экономический журнал ВШЭ. 2009. № 4. С. 595–615.
4. *Balinski M., Young P.* Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote. New Haven, CT: Yale University Press, 1982.
5. *Cox G.W.* Strategic Electoral Choice in Multi-Member Districts: Approval Voting in Practice? // American Journal of Political Science. 1984. Vol. 28, N 4. P. 722–738.
6. *Cox G.W.* Strategic Voting Equilibria Under the Single Nontransferable Vote // The American Political Science Review. 1994. Vol. 88, N 3. P. 608–621.
7. *Cox G.W., Shugart M.S.* Strategic Voting under Proportional Representation // Journal of Law, Economics and Organization. 1996. Vol. 12, N 2. P. 299–324.
8. *Ordeshook P.C., Zeng L.* Some Properties of Hare Voting with Strategic Voters // Public Choice. 1994. Vol. 78, N 1. P. 87–101.



Научное издание

КОЛЛЕКТИВ АВТОРОВ

ТРУДЫ СЕМИНАРА
«МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПОЛИТИЧЕСКИХ СИСТЕМ И ПРОЦЕССОВ»

Выпуск I

Обложка художника *Ю.Н. Симоненко*

Технический редактор *Н.И. Матюшина*

Корректоры *А.Я. Марьясис, Е.А. Босина*

Верстка *Л.В. Тарасюк*

Подписано в печать 09.11.2011 г.
Формат 60 x 90 ¹/₁₆. Усл. печ. л. 11,5.
Бумага офсетная.

Уч.-изд. л. 8,5. Тираж 500 экз.
Изд. № 9468. Заказ 6071.

Ордена «Знак Почета»
Издательство Московского университета.
125009 Москва, Б. Никитская, 5/7.
Тел.: (495) 629-50-91. Факс: (495) 697-66-71.
(495) 939-33-23 (отдел реализации).

E-mail: secretary-msu-press@yandex.ru

Сайт Издательства МГУ: www.msu.ru/depts/MSUPubl2005

Адрес отдела реализации:
Москва, ул. Хохлова, 11 (Воробьевы Горы, МГУ).
E-mail: izd-mgn@yandex.ru. Тел.: 939-33-23.

Отпечатано в ГУП Академиздатцентр «Наука» РАН,
ОП «Производственно-издательский комбинат «ВИНИТИ»—«Наука»,
140014, Московская обл., г. Люберцы, Октябрьский пр-т, д. 403.
Тел./факс: 554-21-86, 554-25-97, 974-69-76.