

SDC-МЕТОД В ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ РЕАКТОРОМ НА ТЯЖЕЛОЙ ВОДЕ

В.Н. Афанасьев, Уваров А.С.

МИЭМ, Москва

afanval@mail.ru

Введение

Применение уравнения Гамильтона-Якоби-Беллмана (HJBE) для синтеза управляющих воздействий для нелинейных систем наталкивается, как правило, на сложности аналитического и вычислительного порядков. С другой стороны, использование уравнения HJBE дает возможность исследовать системы, параметры которых зависят от состояния (SDC) [1,2]. Для квадратичных функционалов качества в задаче стабилизации это позволяет осуществить переход от скалярного уравнения в частных производных (HJBE) к матричному уравнению типа Риккати с параметрами, зависящими от состояния (SDRE). Следует отметить, что использование метода SDRE для решения HJBE наталкивается на проблему неоднозначного представления нелинейной системы в форме SDC [2]. Отметим что, аналитического решения SDRE в общем случае получить невозможно.

В работе используется метод синтеза гарантированного управления нелинейным объектом, в качестве которого избран реактор на тяжелой воде [3]. Метод основан на представлении исходной системы в виде ее робастной модели с постоянными параметрами [5].

1. Постановка задачи

Для описания математической модели ядерного реактора на тяжелой воде используются упрощенные уравнения динамики реактора, полученные из уравнений нейтронной диффузии. Реактор условно разделен на четырнадцать зон, рассматриваемых как четырнадцать маленьких ядер, каждое из которых связано с соседними ядрами посредством уравнений нейтронной диффузии. В результате можно записать упрощенную математическую модель реактора в следующем виде [3]:

$$\begin{aligned} \frac{dP_i}{dt} &= \frac{1}{l} \sum_{j=1}^{14} (a_{ji}P_j - a_{ij}P_i) + \left(\frac{-K_i(H_i - H_{i0}) - \frac{\bar{\sigma}_{X_i} X_i}{\Sigma_{ai}} - \beta}{l_i} \right) P_i + \lambda C_i, \\ \frac{dC_i}{dt} &= -\lambda C_i + \frac{\beta}{l_i} P_i, \quad \frac{dI_i}{dt} = \gamma_I \Sigma_{fi} P_i - \lambda_I I_i, \\ \frac{dX_i}{dt} &= \gamma_X \Sigma_{fi} P_i + \lambda_I I_i - (\lambda_X + \bar{\sigma}_{X_i} P_i) X_i, \quad \frac{dH_i}{dt} = -m_i q_i, \quad (i = 1, 2, \dots, 14). \end{aligned} \quad (1)$$

где i и j – номера соответствующих зон реактора; P_i – мощность i -ой зоны, MBm ,

C_i - концентрация ядер предшественников запаздывающих нейтронов в i -ой зоне, $\text{моль}/\text{см}^3$; I_i - концентрация йода в i -ой зоне, $\text{моль}/\text{см}^3$; X_i - концентрация ксенона в i -ой зоне, $\text{моль}/\text{см}^3$; H_i - уровень воды в i -ой зоне, см ; l_i - время мгновенных нейтронов, с ; β - доля запаздывающих нейтронов; λ - постоянная распада, с^{-1} ; λ_I - постоянная распада йода, с^{-1} ; λ_X - постоянная распада ксенона, с^{-1} ; Σ_{ai} - коэффициент поглощения тепловых нейтронов, см^{-1} ; Σ_{fi} - коэффициент деления тепловых нейтронов, см^{-1} ; γ_I - количество йода, полученное при делении; γ_X - количество ксенона, полученное при делении; a_{ij} - коэффициент связи; σ_{X_i} - сечение поглощения тепловых нейтронов ксенона, см^2 ;

$\bar{\sigma}_{X_i} = \frac{\sigma_{X_i} \Sigma_{fi} V_i}{\Sigma_{eff} \Sigma_{fi} V_i}$; Σ_{eff} - энергия выделяемая при делении ядра, МДж ; a_{ij} - коэффициент связи

$$a_{ij} = \begin{cases} \frac{D \nu \psi_{ij}}{d_{ij} V_i}, & \text{если } i \neq j, \\ 0, & \text{если } i = j; \end{cases}$$

ψ_{ij} - площадь перекрытия между i -ой и j -ой зоной, см^2 ; V_i - объем тяжелой воды в i -ой зоне, см^3 ; d_{ij} - расстояние между i -ой и j -ой зоной, см ; D - коэффициент диффузии, см ; ν - скорость тепловых нейтронов, $\text{см}/\text{с}$.

Задача управления заключается в построении воздействий, которые остановит работу реактора. В качестве управляющих воздействий являются уровни тяжелой воды в каждой зоне реактора.

2. SDC-модель системы и синтез управления

Запишем исходную систему (1) в виде

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x) + Gu(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad f, g : T \times \Omega \rightarrow R^n. \quad (2)$$

Используя методологию построения эквивалентной модели [2], перейдем от исходной модели (2) к описанию вида

$$\frac{d}{dt} x(t) = A(x)x(t) + Gu(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad f, g : T \times \Omega \rightarrow R^n, \quad (3)$$

где

$$A_i(x) = \begin{bmatrix} -\lambda_I & 0 & 0 & 0 & \gamma_I \Sigma_f \\ \lambda_I & -\lambda_X - \bar{\sigma}_X P_i & 0 & 0 & \gamma_X \Sigma_f \\ 0 & 0 & -\lambda & 0 & \frac{\beta}{l} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{l \bar{\sigma}_X P_i}{\Sigma_a} & \lambda & -\frac{K P_i}{l} & \frac{K H_0 - \beta - a_{ij}}{l} \end{bmatrix}, \quad G_i^T = [0 \ 0 \ 0 \ -m \ 0].$$

Управляющие воздействия изменяют уровни тяжелой воды в каждой зоне реактора.

Задан функционал качества вида

$$J(x, u) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_0^T \left\{ x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) \right\} dt.$$

Матрица Q положительно полуопределенная; матрица R – положительно определенная.

Физические данные для всех зон реактора на тяжелой воде [4]

$l = 7,9 \times 10^{-4}$, c ; $\beta = 7,5 \times 10^{-3}$; $\lambda = 9,1 \times 10^{-2}$, c^{-1} ; $\lambda_I = 2,878 \times 10^{-5}$, c^{-1} ;
 $\lambda_X = 2,1 \times 10^{-5}$, c^{-1} ; $\Sigma_a = 3,2341 \times 10^{-3}$, $см^{-1}$; $\Sigma_f = 1,262 \times 10^{-3}$, $см^{-1}$; $\gamma_I = 6,18 \times 10^{-2}$;
 $\gamma_X = 6 \times 10^{-3}$; $\sigma_X = 1,2 \times 10^{-18}$, $см^2$; $\Sigma_{eff} = 3,2 \times 10^{-17}$, $МДж$; $D = 0,9328$, $см$;
 $v = 3,19 \times 10^5$, $см/с$; $K = -3,5 \times 10^{-5}$; $m = 2$; $H_0 = 100, см$.

Начальные условия для модели реактора для пяти зон реактора

Зона	Мощность, МВт	Объем, $м^3$
1,6,8,13	132,75	14,7
2,7,9,14	135,99	14,7
3,10	123,30	17,6
4,11	98,55	8,8
5,12	123,30	17,6

При синтезе гарантированного управления системой (1) использовалась методология, изложенная в [5].

3. Результаты моделирования

График изменения концентрации ^{135}I в реакторе

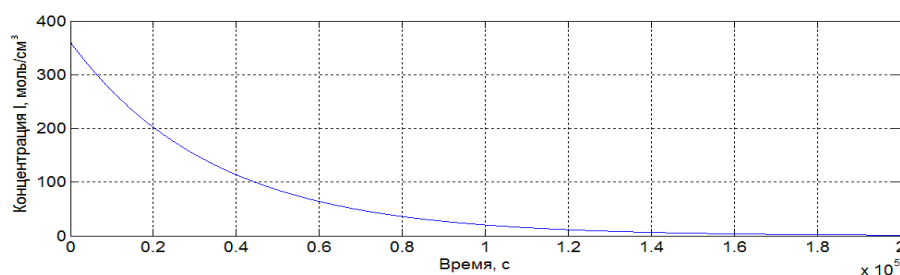


График изменения концентрации ^{135}Xe в реакторе

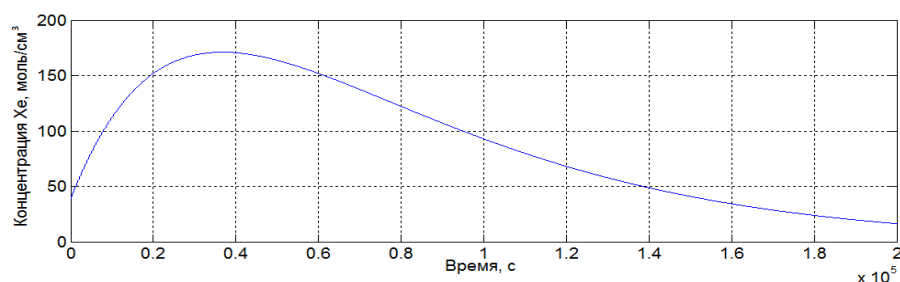
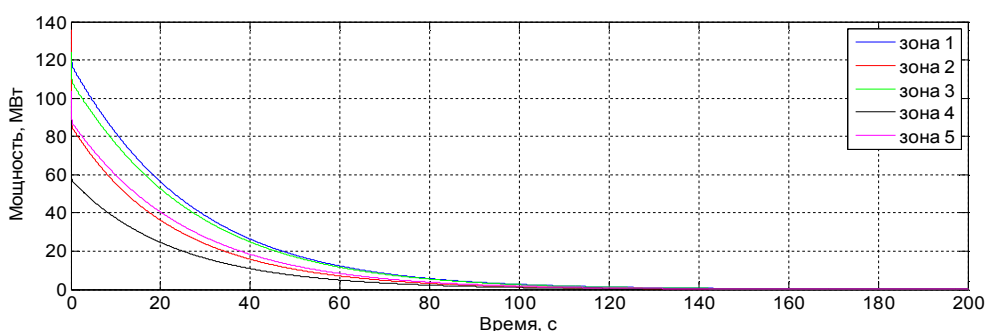


График изменения мощности по зонам



Как видно из графиков концентраций ^{135}Xe и ^{135}I , после остановки реактора, количество вещества ксенона продолжает расти продолжительное время, что в свою очередь не позволяет произвести запуск реактора сразу после его остановки вследствие того, что ^{135}Xe обладает большим сечением поглощения тепловых нейтронов и его высокая концентрация мешает работе реактора в нормальном режиме. Концентрация ^{135}Xe растет до тех пор, пока не станет равной концентрации ^{135}I , после чего начинает убывать вместе с концентрацией йода. Вследствие зашлаковывания ксеноном реактор не может быть запущен вновь в течение определенного периода (от 1 суток).

Графики изменения мощности в каждой зоне имеют схожее поведение и немногом отличаются друг от друга. Такое свойство характеризуется небольшим отличием значением параметров в каждой зоне. Как видно из графика мощность в пяти зонах падает до 0 примерно за 150 секунд, что примерно совпадает с результатами, полученными в [4].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 10-08-00677.

Литература

1. Van der Schaft A.J. L_2 -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback H_∞ control // IEEE. Trans. On Automatic Control. 1992. V.37. P. 770 – 784.
2. Sakayanagi Y., Nakayama D., Shigeki N. et al. Clarification of Free Parameters of State-dependent Coefficient Form: Effect on Solving State-dependent Riccati Inequality // 17th WC IFAC. Seoul, 2008. P. 182-187.
3. G. Datatreya Reddy, Y. J. Park, B. Bandyopadhyaya, A. P. Tiwari Discretetime output feedback sliding mode control of a large pressurized heavy water reactor. // 17th WC IFAC. Seoul, 2008.
4. Nifisah Khan Decentralized State-Space Controller Design of a Large PHWR, University of Ontario Institute of Technology, 2009.
5. Афанасьев В.Н. Концепция гарантированного управления в задачах управления неопределенными объектами. Известия РАН. ТИСУ. №1, 2010.